

Биофизика и медицинская физика

Научная статья

УДК 57.087

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.15412>

ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ В ИССЛЕДОВАНИИ РЕГУЛЯЦИИ МОЗГОВОГО КРОВООБРАЩЕНИЯ

В. И. Антонов¹ ✉, **Г. Ф. Малыхина**¹, **В. Б. Семенютин**²

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия;

² Национальный медицинский исследовательский центр им. В. А. Алмазова,
Санкт-Петербург, Россия

✉ antonovvi@mail.ru

Аннотация. В работе представлена математическая модель ауторегуляции мозгового кровообращения в организме человека, позволяющая получать дополнительную информацию для принятия решений о выборе метода лечения. В основу разработанной нелинейной модели положены методы фрактального анализа на базе вейвлет-лидеров, которые дают возможность расширить традиционный подход к оценке взаимодействия системного артериального давления с линейной скоростью кровотока. Приведены примеры, иллюстрирующие применение разработанных подходов к оценке состояния системы ауторегуляции у здорового добровольца и пациента с церебральной патологией.

Ключевые слова: ауторегуляция мозгового кровообращения, математическая модель, фрактальный анализ, вейвлет-лидер

Финансирование: Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19-29-01190\19) по теме «Разработка и применение методов математического анализа физиологических показателей для оперативной диагностики патологических состояний больных с оценкой рисков их перехода в критические состояния в режиме реального времени».

Для цитирования: Антонов В. И., Малыхина Г. Ф., Семенютин В. Б. Фрактальный анализ в исследовании регуляции мозгового кровообращения // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2022. Т. 15. № 4. С. 156–169. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.15412>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.15412>

FRactal Analysis in the Study of the Regulation of Cerebral Circulation

V. I. Antonov¹ ✉, **G. F. Malykhina**¹, **V. B. Semenyutin**²

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia;

² Almazov National Medical Research Centre, St. Petersburg, Russia

✉ antonovvi@mail.ru

Abstract. A mathematical model of autoregulation of cerebral circulation in the human body for obtaining additional information to make decisions about choosing a treatment plan has been presented in the paper. The fractal analysis methods based on wavelet leaders, which made



it possible to expand the traditional approach to assessing the interaction between systemic arterial pressure and linear blood flow velocity formed the basis of the developed nonlinear model of autoregulation. The application of the developed methods to assessing the state of the autoregulation system in a healthy volunteer and a patient with cerebral pathology was exemplified.

Keywords: autoregulation of cerebral blood flow, mathematical model, fractal analysis, wavelet leader

Funding: The reported study was funded by Russian Foundation for Basic Research according to the research project No. 19-29-01190\19, on the topic “The development and application of methods for mathematical analysis of physiological indicators for operational diagnostics of pathological conditions of patients with an assessment of the risk of their transition to critical conditions in real time”.

For citation: Antonov V. I., Malykhina G. F., Semenyutin V. B., Fractal analysis in the study of the regulation of cerebral circulation, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 15 (4) (2022) 156–169. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.15412>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Большинство регуляторных систем в организме человека взаимодействуют для поддержания гомеостаза. Эффективная регуляция невозможна без обратной связи, которая состоит в том, чтобы активность органов или систем находилась в рамках нормального диапазона функционирования. По мере старения организма эффективность его систем управления снижается. Неэффективность постепенно приводит к нестабильности внутренней среды, что увеличивает риск заболеваний и приводит к физиологическим изменениям.

В нормально функционирующем организме все виды регуляции тесно взаимосвязаны. В связи с этим довольно сложно определить степень участия каждой из них в регуляторном ответе на изменение внешних условий. Особый интерес представляет изучение регуляции мозгового кровотока, которая функционирует благодаря миогенным, метаболическим и нейрогенным механизмам и включает в себя статический и динамический компоненты.

Целью работы является разработка и применение моделей ауторегуляции на основе фрактального анализа, которые позволяют с необходимой точностью определить состояние системной и церебральной гемодинамики при наличии и отсутствии патологий.

Предварительные определения

Синергетика системы регуляции. Основное понятие синергетики – определение структуры как состояния, возникающего в результате неоднозначного поведения многофакторных сред. Эволюция таких систем не подчиняется ни второму началу термодинамики, ни теореме Пригожина о минимуме скорости производства энтропии. Такое поведение может привести к образованию новых структур и систем, в том числе и более сложных, чем исходные [1 – 7]. Универсальной характеристикой состояния такой системы является ее энтропия.

Энтропия и способы ее определения. Термин «энтропия» имеет широкое распространение в естественных и точных науках и подразумевает меру необратимого рассеяния энергии. Обозначается латинской буквой S . В термодинамике $dS = \delta Q/T$, где δQ – элементарная (бесконечно малая) теплота процесса, T – абсолютная термодинамическая температура; для обратимых процессов $\oint dS = 0$. В статистической физике $S = k \ln \Gamma$, где k – константа Больцмана, Γ – число микросостояний.

В теории информации под энтропией понимают меру неопределенности источника

сообщения; ее определяют как вероятность появления тех или иных символов при их передаче. Функция такой энтропии обозначается буквой H .

Информационная энтропия по Шеннону

$$H(p) = -K \sum_{i=1}^N p_i \ln p_i,$$

где p_i – вероятность, K – положительная константа.

Энтропия Реньи выражается как

$$H_r(p) = \frac{1}{1-r} \sum_{i=1}^N \ln p_i^r.$$

Эта энтропия стремится к энтропии Шеннона при $r \rightarrow 1$.

Применительно к живым организмам можно говорить о балансе между внутренним производством энтропии и обменом с окружающей средой (рассеянием). Это явление имеет нерегулярный характер. Особенность неравномерности связана с нелинейными и синергетическими эффектами, которым свойствен динамический хаос. Детерминированный хаос является жизненно необходимой частью нормальной жизнедеятельности организма.

Согласно теории хаоса, для того, чтобы динамическая система была классифицирована как хаотическая, она должна обладать следующими свойствами:

- чувствительностью к начальным условиям;
- топологической транзитивностью (смешиванием);
- иметь плотные периодические орбиты.

В случае изучения биологических процессов, в качестве сигналов, определяющих поведение системы, выступают временные ряды.

Приведем основные методы анализа временных рядов.

Линейные: статистический, спектральный, корреляционный.

Нелинейные: вейвлет-лидеры, мультифрактальный анализ, нейронные сети.

Фрактальный анализ. Этот анализ включает методы, позволяющие определять фрактальную размерность данных. Изначально понятие фрактала связано с геометрическими объектами, удовлетворяющими двум критериям: самоподобие и дробная размерность [8].

Первым из известных примеров фрактала может служить функция Вейерштрасса (рис. 1), которая в оригинальной работе определена как ряд Фурье [9]:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x),$$

где $0 < a < 1$, b – четное положительное число; $a \cdot b > 1 + (3/2)\pi$.

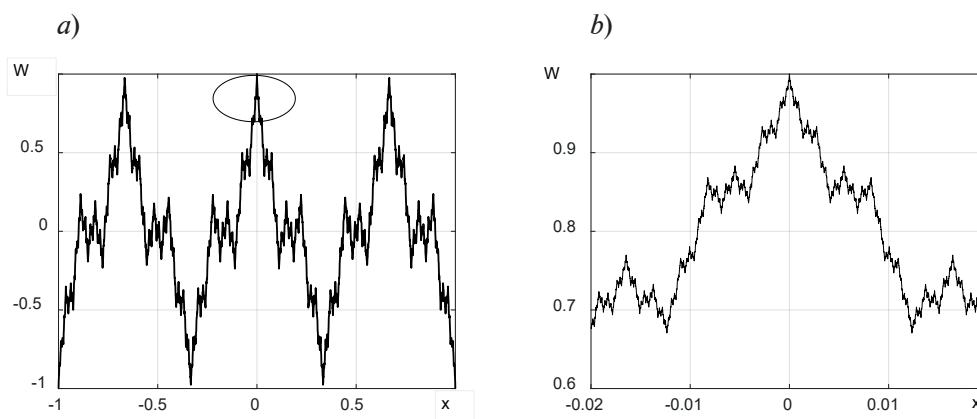


Рис. 1. Функция Вейерштрасса, показанная на двух интервалах значений аргумента: $[-1, +1]$ (a) и $[-0,02, +0,02]$ (b)



Минимальное значение числа b , для которого существует такое число a , лежащее в интервале $0 < a < 1$, что эти ограничения выполняются, равно 7. Несмотря на то, что функция Вейерштрасса нигде не дифференцируема, она непрерывна, поскольку члены ряда, ее определяющие, ограничены пределами $\pm a^n$. Между любыми двумя точками функция не будет монотонной. График на рис. 1 имеет фрактальный характер; он показывает, что означает самоподобие: увеличенная область в овале (см. рис. 1, b) подобна всему графику на рис. 1, a .

Непрерывность по Гёльдеру. Функцию Вейерштрасса удобно записать эквивалентно как

$$W_\alpha(x) = \sum_{n=0}^{\infty} b^{-an} \cos(b^n \pi x), \quad \alpha = -\frac{\ln a}{\ln b}.$$

Здесь функция $W_\alpha(x)$ непрерывна по Гёльдеру показателя α , если

$$|W_\alpha(x) - W_\alpha(y)| \leq C|x - y|^\alpha.$$

Функция f в d -мерном евклидовом пространстве удовлетворяет условию Гёльдера, или непрерывна по Гёльдеру, когда существуют неотрицательные вещественные константы C , $\alpha > 0$, такие, что

$$|f(x) - f(y)| \leq C\|x - y\|^\alpha$$

для всех x и y в области определения f .

Число α называется показателем Гёльдера. Функция на отрезке, удовлетворяющая условию $\alpha > 1$, постоянна. Если $\alpha = 1$, то функция удовлетворяет условию Липшица. Для любого $\alpha > 0$ из условия следует, что функция равномерно непрерывна [10].

Рассмотрим свойства пространства C_H^α .

Пусть функция f ограничена на R , $x_0 \in R$, $a > 0$. Пусть $f \in C_H^\alpha(x_0)$.

Тогда существует константа $C > 0$ и многочлен P степени, меньшей a , такой, что в некоторой окрестности x_0

$$|f(x) - P(x - x_0)| \leq C|x - x_0|^\alpha.$$

Показатель Гёльдера функции f — это функция h_f , которая при каждом значении x определена как

$$h_f(x) = \sup\{\alpha : f \in C_H^\alpha(x)\}.$$

Метод фрактального анализа состоит в переходе от сигнала к восстановленному аттрактору. Для числовых характеристик данных используются фрактальные размерности, определяющие, например, вероятность нахождения точки на аттракторе. Обычно для этого используют информационную размерность и связанную с ней информационную энтропию, а также корреляционную размерность и корреляционную энтропию.

Существует большое семейство фрактальных размерностей. В частности, размерности Реньи определяются из понятия обобщенной энтропии. Принцип заключается во взвешивании вероятности наиболее часто посещаемых кубов в соответствии с порядком измерения [11].

Определение времени задержки. Процесс вложения должен предшествовать любым оценкам фракталов из ряда данных. Согласно теореме Такенса, любую переменную состояния можно использовать для вычисления инвариантов динамики [12]. Но на практике это только оценка, выполненная алгоритмом, что непосредственно связано с эффективным внедрением полезной информации в рассматриваемую переменную.

После выбора размерности вложения следующим шагом является определение правильного времени задержки. Его можно оценить по первому пересечению нуля автокорреляционной функцией или, лучше, по первому локальному минимуму взаимной информации.

Мультифрактал представляет собой совокупность фракталов, каждый из которых характеризуется своей размерностью. Мультифрактальные спектры позволяют описывать мультифракталы, не прибегая к расчетам множества фрактальных размерностей, входящих в состав мультифрактала [13, 14].

При определении фрактальной размерности можно пользоваться методом разбиения фрактала на определенное количество ячеек сколь угодно малого размера. Для регулярного однородного фрактала вероятности заселения ячеек $p_i(\varepsilon) \approx \varepsilon^\alpha$, где α – некоторый показатель степени.

Для мультифрактала вероятности p_i заселения ячеек не одинаковы. Поэтому показатель степени α может принимать разные значения, т. е. становится аргументом функции $f(\alpha)$. Физический смысл функции $f(\alpha)$ заключается в том, что она представляет собой хаусдорфову размерность однородного фрактального подмножества $L(\alpha)$ исходного множества L , которое характеризуется одинаковыми вероятностями заполнения ячеек $p_i(\varepsilon) = \varepsilon^\alpha$. Набор различных значений функции $f(\alpha)$ и представляет собой спектр фрактальных размерностей.

Построение спектров и нахождение гёльдеровских экспонент α служат дополнительным источником информации для различных областей науки [15, 16]. В качестве примера приведем графики показателя Гёльдера и показателя масштабирования (рис. 2) для системы из трех уравнений, рассмотренных Э. Н. Лоренцем:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -\sigma x + \sigma y, \\ \frac{dy}{dt} = -xz + rx - y, \\ \frac{dz}{dt} = xy - bz. \end{cases} \quad (1)$$

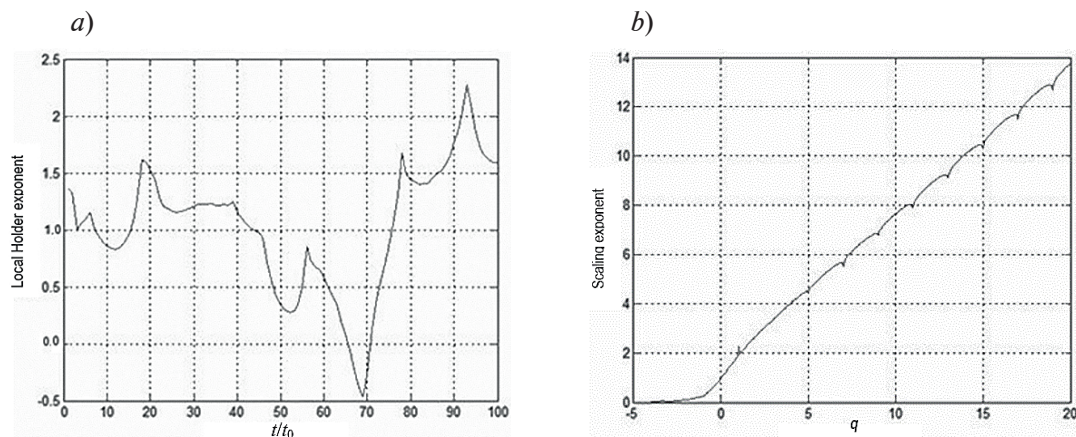


Рис. 2. Показатель Гёльдера (а) и показатель масштабирования (б) для системы уравнений Лоренца (1) при $\sigma = 10$, $r = 28$, $b = 8/3$

На рис. 2 аргумент q выражает дискретный массив эмпирически определенных параметров деформации. Видно, что изменение показателя масштабирования при изменении параметра деформации близко к линейной зависимости. Следует отметить, что работа Лоренца не только представила основы теории хаоса, но и изменила представление о моделировании погодных явлений.

Фрактальный анализ в оценке состояния организма

Следует отметить, что существует большое количество методик, позволяющих определять патологические изменения в работе различных органов и систем регуляции человеческого организма. Не менее важны проблемы оценки состояния организма в целом и определения риска его перехода в критическое состояние. В наших предыдущих работах в качестве идентификатора такого перехода была использована вариабельность сердечного ритма. Для реализации разработанной методики на основе мультифрактального анализа нами создано специальное программное обеспечение [17 – 20]. В основу алгоритма положен метод движущегося окна. Программа автоматически определяет необходимые

параметры. Для этого исследуются траектории движения системы со следующими координатами:

$$X_i^m = \{x_{ti}, x_{ti+1}, \dots, x_{ti+m-1}\}.$$

Корреляционная размерность D_{cr} определяется через корреляционный интеграл $C(\varepsilon)$ следующим образом:

$$C(\varepsilon) = \lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \frac{1}{m^2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1, i \neq j}^m \chi(\varepsilon - |x_i - x_j|),$$

$$D_{cr} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\log C(\varepsilon)}{\log(\varepsilon)}.$$

Здесь $m_\varepsilon(x_i)$ – число точек последовательности, попадающих в сферу радиусом ε с центром в точке x_i , принадлежащей той же последовательности; ε – радиус сферы с центром в точке x_i ; χ – функция Хевисайда.

Следует вычислить несколько оценок корреляционной размерности, увеличивая размерность вложения до тех пор, пока корреляционная размерность не станет близкой к постоянной величине. Для обработки сигналов используем окно $w(m)$ ($m = 0, 1, \dots, M$) длиной 16 500 отсчетов. Длительность окна $t = 165$ с. Смещение окна составляет 20,5 с.

Результаты применения методов мультифрактального анализа к исследованию состояния организма как целого и систем регуляции его жизненно важных органов также приведены в работах [21, 23]. При этом электрокардиограмма (ЭКГ) рассматривается как временной ряд и средство анализа variability сердечного ритма.

Анализ фрактальных составляющих ЭКГ здоровых людей и пациентов, над которыми нависла угроза перехода их состояния в критическое, представлен на рис. 3. Данные ЭКГ получены в ходе клинических исследований. Номера кривых на рис. 3, *a, b* относятся к восьми обследуемым персонам (см. таблицу).

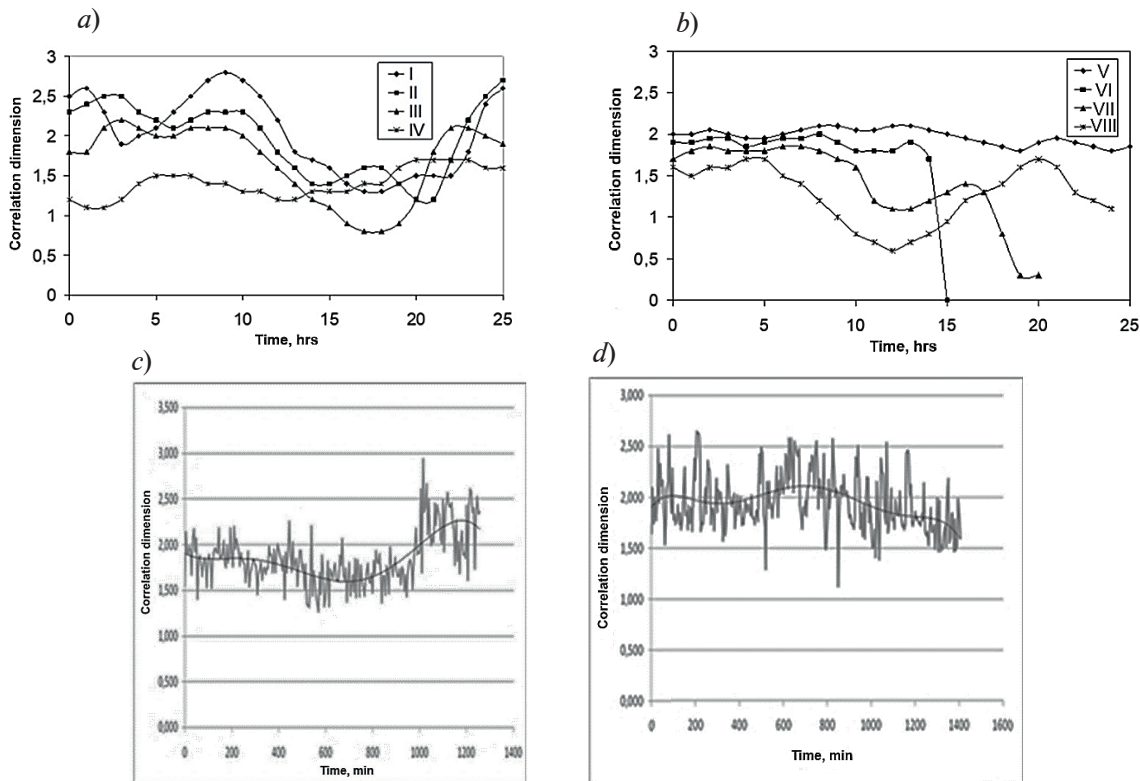


Рис. 3. Тренд корреляционной размерности аттрактора сердечного ритма. Представлена временная динамика этой величины в часах для здоровых людей (*a*), опасно больных (*b*), а также в минутах для пациентов после инсульта (*c*) и в вегетативном состоянии (*d*). Номера кривых (I – VIII) относятся к восьми обследуемым (подробности даны в таблице)

Таблица

Обследованные здоровые люди и пациенты (см. рис. 3)

Номер кривой	Кто обследован	Возраст, лет	Состояние
I	Ребенок	5	Здоров
II	Подросток	15	Здоров
III	Мужчина	35	Здоров
IV	Женщина	65	Здорова
V	Женщина	49	Кома после клинической смерти и вывода из нее
VI	Мужчина	57	Внезапная остановка сердца и смерть
VII	Мужчина	88	Аритмия с угрозой смерти
VIII	Женщина	69	После общей анестезии при хирургической операции

Церебральная регуляция представляет собой свойство церебральных артерий обеспечивать относительное постоянство мозгового кровотока при изменении перфузионного давления в пределах от 50 до 170 мм рт.ст. [24]. Временные характеристики становления феномена ауторегуляции лежат в пределах от 1-2 мин. до 25 с.

Среди методов анализа регуляции мозгового кровообращения можно выделить две основные группы, которые различаются своей основой: для первой это линейный анализ взаимодействия двух сигналов, для второй это синергетика, предполагающая применение методов фрактального анализа.

С физической точки зрения, любой волновой процесс представляет собой сумму колебаний различных частот. Математический анализ таких процессов основан на понятии временного ряда. Можно также рассматривать модуляцию изменяющейся несущей частоты (пульсация артериального давления) дыхательными и медленными волнами.

Особенности мозгового кровообращения

Функциональная организация сосудистой системы мозга обладает рядом особенностей, которые, с одной стороны, делают его обособленным от остальной сосудистой системы организма (с целью поддержания гомеостаза), а с другой позволяют защитить чувствительные нервные клетки от ишемии.

При изучении ауторегуляции мозгового кровообращения (АРМК) наибольший интерес представляют периодические спонтанные медленные колебания линейной скорости кровотока (ЛСК) в мозговых артериях в диапазоне М-волн и внутричерепных В-волн, где в качестве несущей частоты выступает изменение системного артериального давления (САД). Системное артериальное давление (САД) есть результирующая величина сердечного выброса (СВ) и общего периферического сопротивления сосудов (ОПСС): $САД = СВ \cdot ОПСС$.

Величину САД определяют путем анализа пульсовой волны неинвазивным методом, с помощью специальных приборов. ЛСК находят при помощи транскраниальной доплерографии, в частности, с помощью системы экспертного класса Multi Dop X (Германия).

Период колебаний В-волн составляет от 20 до 120 с. Они возникают в результате медленных изменений просвета мозговых сосудов, что находит свое отражение в показателях системной и церебральной гемодинамики, в частности ЛСК (рис. 4).

Подробный обзор методов анализа АРМК представлен в работе [25].

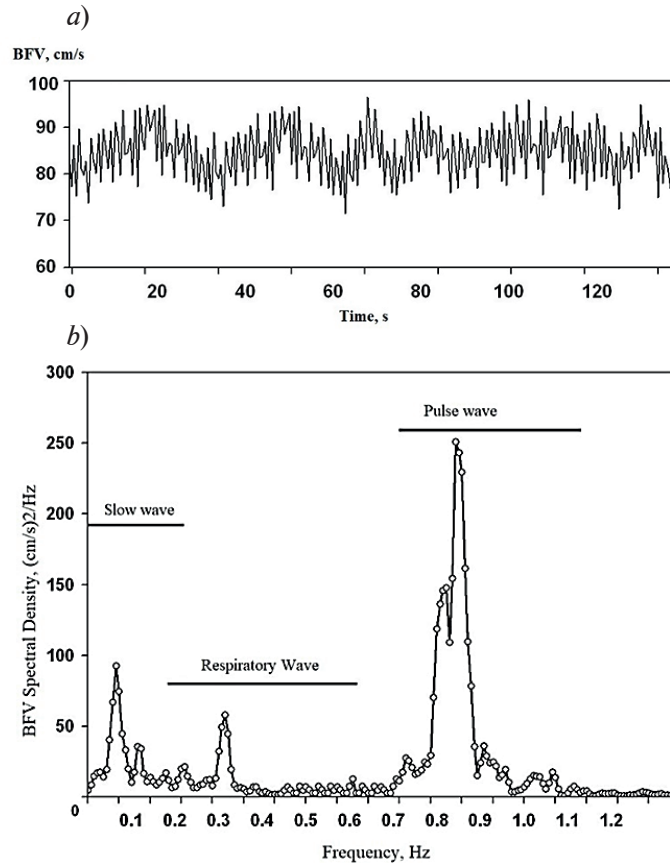


Рис. 4. Мониторинг линейной скорости кровотока (BFV) в средней мозговой артерии (a) и спектральная плотность (Spectral density) (b) линейной скорости кровотока в диапазоне медленных (Slow), дыхательных (Respiratory) и пульсовых (Pulse) волн, рассчитанная с помощью быстрого преобразования Фурье (результаты для пациента без существенных нарушений АРМК)

Мультифрактальный анализ процессов ауторегуляции

Мультифрактальный подход к анализу характеристик ауторегуляции мозгового кровотока основан на предположении, что сигналы артериального давления и скорости кровотока можно так разделить на участки, чтобы на каждом наблюдались свойства самоподобия. Мультифрактальные сигналы имеют особенности, которые невозможно проанализировать с использованием частотного спектра или корреляционной функции. Для исследования таких сигналов разработаны методы фрактального анализа [26 – 29].

Сигнал с нелинейным правилом масштабирования характеризуется мультифрактальным спектром. Для определения мультифрактальной структуры сигналов кровяного давления и линейной скорости кровотока целесообразно применить метод максимумов модулей вейвлет-преобразования (ММВП). Последний состоит в обобщении алгоритмов покрытия вейвлетами множества отсчетов сигналов. Вейвлет-преобразования обладают рядом полезных свойств: хорошей частотно-временной локализацией, разнообразием типов и быстрыми алгоритмами расчета.

Вейвлет-преобразование основано на функции масштабирования ψ из пространства $L^2(R)$. При этом масштаб заменяет понятие частоты, используемое в спектральном анализе. Для покрытия временной оси вейвлетами вводится функциональный сдвиг. Дискретное вейвлет-преобразование некоторой дискретной функции $g(n)$ задается как

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_{n=1}^N g(n) \psi\left(\frac{n-b}{a}\right).$$

Мультифрактальный спектр на основе вейвлетов дает более точные результаты, если он построен на вейвлет-лидерах, а не на вейвлет-коэффициентах. Вейвлет-лидеры – это локализованные во времени или пространстве супремумы абсолютных значений дискретных вейвлет-коэффициентов.

Второй шаг алгоритма ММВП состоит в оценке величины $Z(q, a)$, которая является носителем масштабных характеристик по экстремумам анализируемых сигналов. Оценку получают путем вычисления максимальных значений модулей коэффициентов вейвлет-преобразования вдоль каждой линии локального экстремума l на всех масштабах:

$$Z(q, a) = \sum_{l \in L(a)} (\sup |W(a', x_i(a'))|)^q, \quad (2)$$

где $L(a)$ – множество всех линий l локальных максимумов модулей вейвлет-коэффициентов $W(a, b)$, существующих на шкале a ; q – дискретный массив эмпирически определенных параметров деформации.

Выражение (2) можно представить в виде $Z(q, a) \approx a^{\tau(q)}$. Если построить зависимости $Z(a)$ для каждого q в двойном логарифмическом масштабе, то можно оценить скейлинговый показатель $\tau(q)$. Для монофрактальных сигналов эта зависимость линейная, а для мультифракталов – нелинейная.

При определении фрактальной размерности используют метод разбиения фрактала на определенное количество ячеек достаточно малого размера. Для мультифрактала, вероятности p_i посещения клеток неодинаковы. Поэтому показатель степени может принимать разные значения $f(\alpha)$: $N(\alpha) = \varepsilon^{-f(\alpha)}$. Функцию $f(\alpha)$ при различных аргументах α можно рассматривать как размерность Хаусдорфа однородного фрактального подмножества $L(\alpha)$ из исходного множества L . Набор различных значений функции $f(\alpha)$ представляет собой спектр фрактальных размерностей. Показатель Гельдера α служит характеристикой мультифрактального спектра сигнала.

Таким образом, нами рассмотрены следующие характеристики сигналов:

- спектр сингулярностей, который рассчитывается на основе вейвлет-лидеров, полученных с помощью вейвлет-фильтров;
- функции масштабирования.

Оценка различий мультифрактальных спектров сигналов САД и ЛСК позволяет определить, насколько функционирование системы регуляции мозгового кровообращения отклоняется от нормального состояния.

Для получения стабильных результатов мы использовали вейвлет-лидеры L , которые определяли через вейвлет-коэффициенты $d_x(j, k)$ масштаба 2^j .

Здесь k – дискретное время, которое соответствует соотношению

$$L_x(j, k) = \sup_{\Lambda} |d_x(j, k)|, \quad \Lambda = \lambda_{jk-1} \cup \lambda_{jk} \cup \lambda_{jk+1}.$$

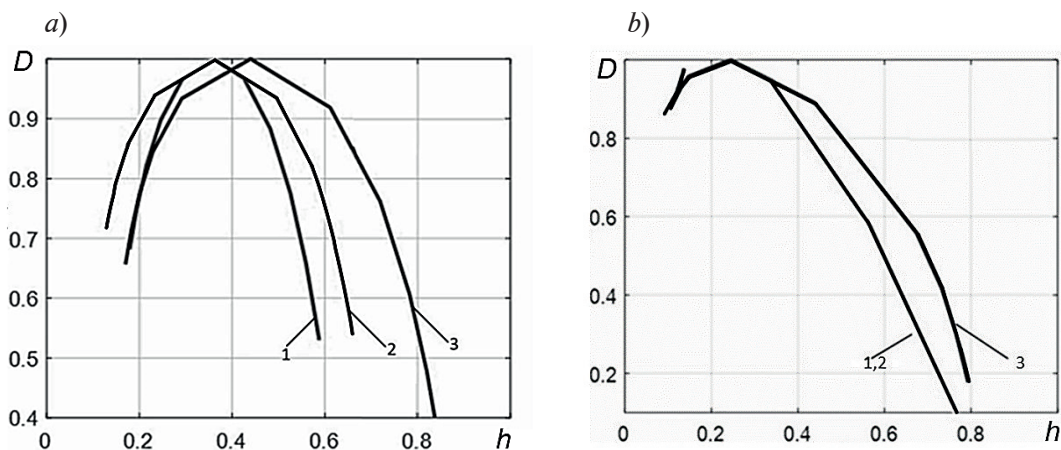


Рис. 5. Гельдеровские (мультифрактальные) спектры $D(h)$, полученные от здорового человека (а) и больного с артериовенозной мальформацией в бассейне левой средней мозговой артерии (б)



Обозначим оценку показателя Гёльдера α , полученную с помощью вычислительного алгоритма, буквой h . Оценка различий мультифрактальных спектров позволит разделить здоровых людей от больных с нарушениями в системе ауторегуляции.

На рис. 5 представлено сравнение мультифрактального спектра $D(h)$ (распределение масштабных показателей) для САД и ЛСК здорового человека и аналогичного спектра для пациента с артериовенозной мальформацией в бассейне левой средней мозговой артерии. Видна существенная разница в спектрах рассматриваемых сигналов.

Артериовенозная мальформация представляет собой изменение в кровеносной системе головного мозга, при котором между артериями и венами вместо сети капилляров появляются шунтирующие сосуды [30].

Изменение ширины мультифрактального спектра у больного, по сравнению с соответствующей шириной спектра у здорового добровольца, указывает на более короткую память у сигналов ЛСК для пациента с артериальной мальформацией и на меньшую предсказуемость этих сигналов. Такое отличие свидетельствует о снижении нелинейной динамики сигналов и, как следствие, об уменьшении активности всей системы ауторегуляции.

Заключение

Проведенный анализ применения мультифрактального подхода для исследования регуляции мозгового кровообращения позволил прийти к следующим заключениям.

Мультифрактальная размерность сигналов САД и ЛСК может служить характеристикой процессов церебральной ауторегуляции, так как позволяет выявить у пациентов отклонения от нормального состояния. Этот метод перспективен для использования наряду с другими известными методами, основанными на расчете кросс-корреляционных и взаимных спектров Фурье сигналов САД и ЛСК.

Имеется возможность использовать вейвлет-преобразования для определения характера взаимной связи между этими сигналами, если анализировать их мультифрактальный спектр.

Проведенное исследование позволяет сформулировать направления продолжения работы. Необходимо набрать значимую статистику различных отклонений в работе системы ауторегуляции у больных с различными патологиями. Затем на основе полученных статистических данных применить метод искусственных нейронных сетей и оценить необходимые характеристики с целью улучшения качества распознавания описанных отклонений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Haken H.** Synergetik. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1982. 350 p.
2. **Николис Г., Пригожин И.** Самоорганизация в неравновесных системах. От диссипативных структур к упорядоченности через флуктуации. Пер. с англ. М.: Мир, 1979. 512 с.
3. **Пригожин И., Стенгерс И.** Порядок из хаоса: новый диалог человека с природой. Пер. с англ. М.: Прогресс, 1986. 432 с.
4. **Пригожин И.** От существующего к возникающему: время и сложность в физических науках. М.: Наука, 1985. 327 с.
5. **Николис Г., Пригожин И.** Познание сложного. М.: Мир, 1990. 344 с.
6. **Хакен Г.** Информация и самоорганизация: макроскопический подход к сложным системам. Пер. с англ. 3-е изд., испр. и знач. доп. М.: Ленанд, 2014. 317 с. (Синергетика: от прошлого к будущему. Вып. 19).
7. **Хакен Г.** Принципы работы головного мозга: синергетический подход к активности мозга, поведению и когнитивной деятельности. М.: Изд-во «Пер Се», 2001. 351 с.
8. **Мандельброт Б.** Фрактальная геометрия природы. Москва—Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
9. **Weierstrass K.** Über continuirliche Functionen eines reellen Arguments, die für keinen Werth des letzteren einen bestimmten Differentialquotienten besitzen // Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, Mathematische Werke von Karl Weierstrass. Mayer & Mueller, Berlin. 1895. Bd. 2. S. 71–74.
10. **Mallat S., Hwang W. L.** Singularity detection and processing with wavelets // IEEE Transactions on Information Theory. 1992. Vol. 38. No. 2. Pp. 617–639.

11. **Федер Е.** Фракталы. Пер. с англ. 2-е изд. М.: Ленанд, 2014. 256 с. (Синергетика: от прошлого к будущему. Вып. 69).
12. **Takens F.** Detecting strange attractors in turbulence // *Dynamical systems and turbulence*. D. A. Rand, L.-S. Young (Eds.). Lecture Notes in Mathematics. Vol. 898. Switzerland: Springer Cham, 1981. Pp. 366–381.
13. **Kantelhardt J. W., Zschiegner S. A., Konsciency-Bunde E., Havlin S., Bunde A., Stanley H. E.** Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series // *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*. 2002. Vol. 316. No. 1–4. Pp. 87–114.
14. **Кириченко Л. О.** Сравнительный мультифрактальный анализ временных рядов методами детрендированного флуктуационного анализа и максимумов модулей вейвлет-преобразования // *Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. Всеукраинский межведомственный научно-технический сборник*. Вып. 157. Харьков: Харьковский национальный университет радиоэлектроники, 2011. С. 66–77.
15. **Божокин С. В., Паршин Д. А.** Фракталы и мультифракталы. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001. 128 с.
16. **Анищенко В. С., Павлов А. Н.** Мультифрактальный анализ сложных сигналов // *Успехи физических наук*. 2007. Т. 177. № 8. С. 859–876.
17. **Антонов В. И., Загайнов А. И., Коваленко А. Н.** Динамический тренд корреляционной размерности как характеристический показатель жизнедеятельности организма // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление*. 2009. № 6 (91). С. 111–119.
18. **Антонов В. И., Загайнов А. И., Коваленко А. Н., Ву Ван Куанг.** Аппаратно-программный комплекс энтропийно-динамического мониторинга кардиоритма // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление*. 2011. № 1 (115). С. 143–150.
19. **Антонов В. И., Загайнов А. И., Ву Ван Куанг.** Динамический фрактальный анализ variability сердечного ритма // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление*. 2012. № 1 (140). С. 88–94.
20. **Antonov V.** Methods for assessing critical states of complex systems. Chapter 5 // *Data Analysis and Applications 4: Financial Data Analysis and Methods*. Vol. 6. Book Eds.: A. Makrides, A. Karagrigoriou, C. H. Skiadas. Hoboken, USA: Publ. by ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Inc., 2020. Pp. 75–88.
21. **Дарховский Б. С.** Оценка показателя Гёльдера на основе концепции ϵ -сложности непрерывных функций // *Математические заметки*. 2022. Т. 111. № 4. С. 620–623.
22. **Dick O. E.** From healthy to pathology through a fall in dynamical complexity of involuntary oscillations of the human hand // *Neurocomputing*. 2017. Vol. 243. 21 June. Pp. 142–154.
23. **Antonov V., Zagainov A., Kovalenko A.** Stochastic models in society fractal analysis of biological signals in a real time mode // *Global and Stochastic Analysis*. 2016. Vol. 3. No. 2. Pp. 75–84.
24. **Lassen N.** Autoregulation of cerebral blood flow // *Circulation Research*. 1964. Vol. 15. August, Supplement. Pp. 201–204.
25. Церебральная ауторегуляция. Монография под редакцией В. Б. Семенютина. СПб: НП-принт, 2021. 327 с.
26. **Zhao Q., Zhang L.** ECG feature extraction and classification using wavelet transform and support vector machines // *2005 International Conference on Neural Networks and Brain (ICNNB)*. 2005. Vol. 2. Pp. 1089–1092.
27. **Gadhoumi K., Do D., Badilini F., Pelter M., Hu X.** Wavelet leader multifractal analysis of heart rate variability in atrial fibrillation // *Journal of Electrocardiology*. 2018. Vol. 51. No. 6, Supplement. Pp. S83–S87.
28. **Grinsted A. J., Moore C., Jevrejeva S.** Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 2004. Vol. 11. No. 5/6. Pp. 561–566.
29. **Krzyszczak J., Baranowski P., Zubik M., Kazandjiev V., Georgieva V., Sławiński C., Siwek K., Kozyra J., Nierybca A.** Multifractal characterization and comparison of meteorological time series from two climatic zones // *Theoretical and Applied Climatology*. 2019. Vol. 137. No. 3–4. Pp. 1811–1824.
30. **Антонов В., Ефремов П.** Мальформации как нарушение фрактальной структуры кровеносной системы организма // *Журнал технической физики*. 2020. Т. 90. № 9. С. 1506–1509.



REFERENCES

1. **Haken H.**, Synergetik, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1982.
2. **Nicolis G., Prigogine I.**, Self-organization in nonequilibrium systems. From dissipative structures to order through fluctuations, John Wiley & Sons, New York – London – Sydney – Toronto, 1977.
3. **Prigogine I., Stengers I.** Order out of chaos. Man's new dialog with nature, Heineman, London, 1984.
4. **Prigogine I.**, From being to becoming: Time and complexity in the physical sciences, W. H. Freeman & Company, New York, 1980.
5. **Nicolis G., Prigogine I.**, Exploring complexity, W. H. Freeman & Company, Denver, USA, 1989.
6. **Haken H.**, Information and self-organization: A macroscopic approach to complex systems, 3rd ed., Springer, Berlin, Heidelberg, 2006 (Springer Series in Synergetics, Vol. 40).
7. **Haken H.**, Principles of brain functioning: A synergetic approach to brain activity, behavior and cognition, Springer, Berlin, Heidelberg, 1996 (Springer Series in Synergetics, Vol. 67).
8. **Mandelbrot B. B.**, The fractal geometry of nature, Henry Holt & Company, New York, 1983.
9. **Weierstrass K.**, Über kontinuierliche Functionen eines reellen Arguments, die für keinen Werth des letzteren einen bestimmten Differentialquotienten besitzen (On continuous functions of a real argument which possess a definite derivative for no value of the argument), In: Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften, Mathematische Werke von Karl Weierstrass; Vol. 2, Mayer & Mueller, Berlin (1895) 71–74.
10. **Mallat S., Hwang W. L.**, Singularity detection and processing with wavelets, IEEE Trans. Inf. Theory. 38 (2) (1992) 617–639.
11. **Feder J.**, Fractals, Springer, New York, 1988, Book Series “Physics of Solids and Liquids”.
12. **Takens F.**, Detecting strange attractors in turbulence, In book: Dynamical systems and turbulence; D. A. Rand, L.-S. Young (Eds.), Lecture Notes in Mathematics. Vol. 898, Springer Cham, Switzerland (1981) 366–381.
13. **Kantelhardt J. W., Zschiegner S. A., Koncsienly-Bunde E., et al.**, Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series, Phys. A: Stat. Mech. Appl. 316 (1–4) (2002) 87–114.
14. **Kirichenko L. O.**, Comparative multifractal analysis of time series by detrended fluctuation analysis and maxima wavelet transform modulus, Management Information System and Devices: All-Ukrainian Interdepartmental Scientific and Technical Collection, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv (157) (2011) 66–77 (in Russian).
15. **Bozhokin S. V., Parshin D. A.**, Fraktaly i multifraktaly [Fractals and multifractals], Publ. by “Regulyarpaya i khaoticheskaya dinamika”, Izhevsk, 2001 (in Russian).
16. **Anishchenko V. S., Pavlov A. N.**, Multifraktal analysis of complex signals, Physics – Uspekhi. 50 (8) (2007) 819–834.
17. **Antonov V. I., Zagaynov A. I., Kovalenko A. N.**, Dynamic trend of the correlation dimension as a characteristic exponent of vital activity, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunications and Control Systems. (6 (91)) (2009) 111–119.
18. **Antonov V. I., Zagaynov A. I., Kovalenko A. N., Vu Van Quang**, Hardware-software complex of dynamic entropy monitoring of heart rate, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunications and Control Systems. (1 (115)) (2011) 143–150.
19. **Antonov V. I., Zagaynov A. I., Vu Van Quang**, The dynamic fractal analysis of heart rate variability, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Computer Science. Telecommunications and Control Systems. (1 (140)) (2012) 88–94.
20. **Antonov V.**, Methods for assessing critical states of complex systems, Ch. 5, In book: Data Analysis and Applications. 4. Financial Data Analysis and Methods. Vol. 6. Book Eds.: A. Makrides, A. Karagrigoriou, C. H. Skiadas, Publ. by ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, USA (2020) 75–88.
21. **Darkhovskiy B. S.**, Estimate of the Hölder exponent based on the ϵ -complexity of continuous functions, Mathematical Notes. 111 (4) (2022) 628–631.
22. **Dick O. E.**, From healthy to pathology through a fall in dynamical complexity of involuntary oscillations of the human hand, Neurocomputing. 243 (21 June) (2017) 142–154.
23. **Antonov V., Zagaynov A., Kovalenko A.**, Stochastic models in society fractal analysis of biological signals in a real time mode, Glob. Stoch. Anal. 3 (2) (2016) 75–84.

24. Lassen N., Autoregulation of cerebral blood flow, *Circ. Res.* 15 (Aug., Suppl.) (1964) 201–204.
25. Semenyutin V. B. (Ed.), *Tserebralnaya autoregulyatsiya [Cerebral autoregulation]*, NP-Print, St. Petersburg, 2021 (in Russian).
26. Zhao Q., Zhang L., ECG feature extraction and classification using wavelet transform and support vector machines, In: 2005 Int. Conf. on Neural Networks and Brain (ICNNB). 2 (2005) 1089–1092.
27. Gadhomi K., Do D., Badilini F., et al., Wavelet leader multifractal analysis of heart rate variability in atrial fibrillation, *J. Electrocardiol.* 51 (6, Suppl.) (2018) S83–S87.
28. Grinsted A. J., Moore C., Jevrejeva S., Application of the cross wavelet transform and wavelet coherence to geophysical time series, *Nonlinear Proc. Geoph.* 11 (5/6) (2004) 561–566.
29. Krzyszcak J., Baranowski P., Zubik M., et al., Multifractal characterization and comparison of meteorological time series from two climatic zones, *Theor. Appl. Climatol.* 137 (3–4) (2019) 1811–1824.
30. Antonov V., Efremov P., Malformations as a violation of the fractal structure of the circulatory system of an organism, *Tech. Phys.* 65 (9) (2020) 1446–1449.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АНТОНОВ Валерий Иванович – доктор технических наук, профессор кафедры высшей математики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
antonovvi@mail.ru
ORCID: 0000-0002-4088-4707

МАЛЫХИНА Галина Федоровна – доктор технических наук, профессор Высшей школы киберфизических систем и управления Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
g_f_malychina@mail.ru
ORCID: 0000-0002-1026-8727

СЕМЕНИУТИН Владимир Борисович – доктор биологических наук, профессор, заведующий лабораторией патологии мозгового кровообращения Национального медицинского исследовательского центра им. В. А. Алмазова, Санкт-Петербург, Россия.

197341, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Аккуратова, 2.
lbcp@mail.ru
ORCID: 0000-0002-9248-9821

THE AUTHORS

ANTONOV Valery I.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
antonovvi@mail.ru
ORCID: 0000-0002-4088-4707

MALYKHINA Galina F.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
g_f_malychina@mail.ru
ORCID: 0000-0002-1026-8727

SEMENYUTIN Vladimir B.

Almazov National Medical Research Centre

2 Akkuratov St., St. Petersburg, 197341, Russia

lbcp@mail.ru

ORCID: 0000-0002-9248-9821

*Статья поступила в редакцию 10.06.2022. Одобрена после рецензирования 08.07.2022.
Принята 08.07.2022.*

Received 10.06.2022. Approved after reviewing 08.07.2022. Accepted 08.07.2022.