

Научная статья

УДК 531.383

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.16113>

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ ТЕОРИИ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА И АНАЛИЗА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРИ РАБОТЕ С МОДЕЛЬЮ РЕЗОНАТОРА ГИРОСКОПА

С. А. Шевченко ✉, Б. Е. Мельников

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

✉ shevchenko.sergei.a@yandex.ru

Аннотация. В статье предлагается малораспространенный подход к априорной оценке характеристик объекта. Математическая модель резонатора волнового твердотельного гироскопа, разрабатываемая для определения расщепления его собственной частоты, послужила объектом исследования. Расщепление частоты вызвано наличием несовершенств резонатора, обусловленных процессом производства. Для оценки характеристик модели использованы методы теории планирования эксперимента и анализа чувствительности. Модель построена на основе определяющих соотношений теории тонких упругих растяжимых оболочек, а также вариационного принципа Гамильтона. Показано, что применение рассмотренных методов позволяет выявить параметры модели, вносящие минимальный вклад в значения выходных параметров, и упростить модель путем их исключения.

Ключевые слова: волновой твердотельный гироскоп, анализ чувствительности, индекс Соболя, теория планирования эксперимента

Финансирование: Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 21-71-10009).

Для цитирования: Шевченко С. А., Мельников Б. Е. Использование методов теории планирования эксперимента и анализа чувствительности при работе с моделью резонатора гироскопа // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2023. Т. 16. № 1. С. 152–162. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.16113>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.16113>

USING THE THEORY OF DESIGN OF EXPERIMENT AND THE SENSITIVITY ANALYSIS METHOD IN SIMULATION OF A GYROSCOPE RESONATOR

S. A. Shevchenko ✉, B. E. Melnikov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

✉ shevchenko.sergei.a@yandex.ru

Abstract. The paper proposes a little-distributed approach to a priori estimation of object characteristics. The mathematical model of the Coriolis vibratory gyroscope resonator which is being developed to determine the splitting of its eigenfrequency, has been chosen as an object. The frequency splitting is caused by the presence of imperfections of the resonator due to the

manufacturing process. The theory of design of experiment and the sensitivity analysis method were used to estimate the model characteristics. The model is based on the determining relations of the theory of thin elastic tensile shells and on the Hamilton's variational principle. It was shown that the application of the taken methods allowed us to reveal the model parameters making the minimum contribution to the values of the output parameters and to simplify the model by their excluding.

Keywords: Coriolis vibratory gyroscope, sensitivity analysis, Sobol index, design of experiment

Funding: The reported study was funded by Russian Science Foundation (Grant No. 21-71-10009).

For citation: Shevchenko S. A., Melnikov B. E., Using the theory of design of experiment and the sensitivity analysis method in simulation of a gyroscope resonator, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 16 (1) (2023) 152–162. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.16113>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Одним из наиболее перспективных направлений развития гироскопии в настоящее время является разработка высокоточных навигационных систем на базе волновых твердотельных гироскопов (ВТГ) [1 – 3]. Принцип работы ВТГ, основанный на эффекте Брайана, хорошо известен и описан литературе [4, 5]. Однако достижение точностных характеристик, достаточных для построения высокоточных навигационных систем [3], непосредственно связано с задачами, решение которых невозможно без соответствующего аккуратного математического моделирования.

К основным задачам при разработке ВТГ, связанным с математическим моделированием, можно отнести следующие:

- прогнозирование значения рабочей собственной частоты и величины ее расщепления;
- идентификация параметров несовершенств неидеального резонатора;
- разработка алгоритма балансировки резонатора ВТГ;
- разработка алгоритма управления ВТГ.

В ходе моделирования важно не только уметь построить и верифицировать искомую математическую модель, но и проанализировать влияние ее переменных параметров на выходные характеристики объекта, чтобы в итоге сформировать ее наиболее компактный вариант, описывающий рассматриваемый процесс.

Для решения подобных задач предназначены методы анализа чувствительности (*англ.* Sensitivity Analysis (SA)) и, в частности, глобальный анализ чувствительности (*англ.* Global Sensitivity Analysis (GSA)) [6], а также методы теории планирования эксперимента (*англ.* Design of Experiment (DoE)) [7, 8]. Необходимо отметить, что указанные методы широко используются для работы с результатами натурных испытаний в рамках проблемы оптимизации конструкции; при этом для анализа разрабатываемых аналитических расчетных моделей их применение не столь распространено.

В настоящей работе приводится пример использования методов DoE и GSA для работы с математической моделью полусферического кварцевого резонатора ВТГ.

Описание математической модели

Математическая модель кварцевого полусферического резонатора предназначена для определения рабочей собственной частоты, а также ее расщепления, вызванного наличием несовершенств, возникших в процессе производства. Рассмотрены такие несовершенства, как разноплотность, разноупругость и разнотолщинность. Модель построена на основе определяющих соотношений теории тонких упругих растяжимых оболочек [9], а также вариационного принципа Гамильтона [10]. Основой служит выражение

$$\delta I = \delta \int_{t_0}^{t_1} L(q_1, \dots, q_n, \dot{q}_1, \dots, \dot{q}_n, t) dt = 0,$$

где δI – вариация искомого функционала; $L = T - W$ (T , W – кинетическая энергия рассматриваемого элементарного объема оболочки и потенциальная энергия деформаций соответственно); q_i – обобщенные координаты в n -мерном пространстве; t – время.

Выражения для кинетической и потенциальной энергии, согласно формулам, представленным в [9, 11], имеют вид:

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho h V^2 A_1 A_2 d\theta d\varphi,$$

$$W = \frac{Eh}{2(1-\nu^2)} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2 - 2(1-\nu) \left(\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \left(\frac{\omega}{2} \right)^2 \right) \right] A_1 A_2 d\theta d\varphi +$$

$$+ \frac{Eh^3}{24(1-\nu^2)} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[(\kappa_1 + \kappa_2)^2 - 2(1-\nu)(\kappa_1 \kappa_2 - \tau^2) \right] A_1 A_2 d\theta d\varphi,$$

где ρ , кг/см³, – плотность материала (кварцевое стекло); V , м/с, – вектор абсолютной скорости произвольной точки упругого тела; h , м, – толщина полусферической оболочки; A_1 , A_2 – параметры Ляме; ν – коэффициент Пуассона материала; E , МПа, – модуль его упругости; ε_1 , ε_2 – параметры, характеризующие удлинение срединной поверхности; κ_1 , κ_2 – параметры, характеризующие изгибные деформации срединной поверхности; ω , τ – параметры, характеризующие деформации сдвига и кручения оболочки, соответственно; θ , φ , град, – зенитный и азимутальный углы, соответственно.

В указанных выражениях учет несовершенств параметров E , h , ρ осуществляется заданием их неоднородности по окружной координате по следующему закону:

$$E = E_0 \cdot (1 + amp_E \cdot \sin(k_E \cdot \varphi + phase_E \cdot \pi));$$

$$h = h_0 \cdot (1 + amp_h \cdot \sin(s_h \cdot \varphi + phase_h \cdot \pi));$$

$$\rho = \rho_0 \cdot (1 + amp_rho \cdot \sin(p_rho \cdot \varphi + phase_rho \cdot \pi)),$$

где E_0 , h_0 , ρ_0 – базовые значения модуля упругости, толщины и плотности; amp_E , k_E , $phase_E$, amp_h , s_h , $phase_h$, p_rho , amp_rho , $phase_rho$ – параметры гармоника возмущения (несовершенства).

С использованием метода Ритца [12] решение задачи сводится к решению задачи на собственные значения:

$$(A - \lambda^2 B)C = 0,$$

где A , B – матрицы, связанные с кинетической и потенциальной энергиями, а также координатными функциями; C – вектор-столбец неизвестных коэффициентов; λ – вектор-столбец значений собственных частот.

В результате расчета определяются значения собственных частот, соответствующие второй эллиптической форме колебаний.

Для идеального полусферического резонатора без несовершенств разница между парными значениями собственных частот для эллиптической формы колебаний (f_1 и f_2) равна нулю. При этом, в случае ненулевой амплитуды гармоник, в выражениях для E , h , ρ разница по модулю между f_1 и f_2 будет являться искомой величиной расщепления рабочей собственной частоты. Это есть свойство любой формы колебаний с изменяемостью по азимутальному углу для полусферического резонатора.

Необходимо отметить, что в настоящей работе рассматривается математическая модель, содержащая девять переменных параметров, связанных с заданием несовершенств по величинам E , h и ρ . При этом указанные параметры выбраны исходя из возможностей вычислительной техники и наглядности представляемых результатов; такой выбор не претендует на общность и полноту проведенного анализа.



Все вычисления проведены с использованием программного обеспечения Matlab в связке с программным обеспечением для предсказательного моделирования и робастной оптимизации rSeven (разработки DATADVANCE).

Глобальный анализ чувствительности математической модели резонатора

Методы GSA направлены на выявление степени влияния переменных параметров функции на ее выходное (исследуемое) значение. На практике, если функциональная зависимость между входными и выходными параметрами неизвестна, но при этом имеются их экспериментальные значения, то для ее построения используют методы теории планирования эксперимента (DoE). Последние подразумевают построение оптимального плана проведения эксперимента, т. е. минимального количества проводимых экспериментов, но все же достаточного для построения функциональной зависимости между входными переменными параметрами (факторами) и выходными, а также оценку качества построенной функции. Аналогичный подход используется и при проведении виртуальных экспериментов: математическая модель представляется в виде «черного ящика» и служит только лишь для получения значений выходных параметров при заданных входных.

Как результат, по массиву данных, содержащему различные комбинации значений факторов и соответствующие им значения выходных параметров, оказывается возможным построение более простой математической модели, описывающей взаимосвязь между ними, что обычно снижает временные затраты на вычисления при дальнейшей работе.

Например, в качестве упрощенной модели часто используется полиномиальное представление:

$$y = a_0 + a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_{11} \cdot x_1^2 + a_{22} \cdot x_2^2 + a_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 \dots,$$

где y – значение выходного параметра, a_{nm} – искомые коэффициенты, x_n – значения факторов.

В рамках рассматриваемой модели за выходной параметр принимается расщепление S рабочей собственной частоты, а за факторы – параметры гармоник несовершенств при E , h и ρ : k_E , amp_E , $phase_E$, s_h , amp_h , $phase_h$, p_rho , amp_rho , $phase_rho$.

Функция вида

$$S(k_E, amp_E, phase_E, s_h, amp_h, phase_h, p_rho, amp_rho, phase_rho)$$

является целевой, или функцией отклика. Геометрическая интерпретация этой функции называется поверхностью отклика.

Для построения поверхности отклика требуется массив данных, являющихся результатом реального либо виртуального эксперимента (это следует из указанного выше). Количество экспериментов должно позволять построить такую поверхность отклика, которая бы описывала зависимость факторов и выходных параметров в рассматриваемой области факторного пространства с требуемой точностью. Целесообразно, чтобы количество экспериментов было минимально необходимым. В рамках DoE существует большое количество методов для формирования оптимального плана эксперимента.

В данной работе был использован метод латинского гиперкуба (*англ.* Latin Hypercube Sampling (LHS)) [8], согласно которому генерируется почти случайная выборка значений факторов, равномерно заполняющая факторное пространство.

В связи с отсутствием универсального метода аппроксимации для построения непрерывной функции по известным численным значениям параметров, в настоящей работе использованы различные методы, выбор которых был обусловлен адекватностью получаемых результатов, а также высокими показателями качества построенных функций. Чтобы установить влияние факторов на выходной параметр S , в качестве метода GSA использовался метод Соболя [13].

Необходимо отметить, что в программном обеспечении rSeven используется подход суррогатного моделирования, обеспечивающий повышенную точность построения поверхности отклика за счет дополнительного итеративного процесса обучения (тренировка, корректировка) первичной функции отклика [14] до требуемых точностных параметров.

Результаты анализа чувствительности математической модели резонатора и их обсуждение

При работе с моделью рассмотрены три обособленных случая с различными исходными данными (интервалами варьирования факторов), что осуществлялось снижением размерности модели путем задания некоторых факторов в виде констант (без интервала варьирования). Данная особенность определялась целями минимизации расчетного времени, а также упрощения обработки получаемых результатов.

Таблица 1

Использованные факторы для построения поверхностей отклика и интервалы их варьирования для трех случаев

Фактор	Интервал варьирования
<i>Случай I</i>	
<i>amp_E</i>	0,0005 – 0,0500
<i>phase_E</i>	0,5000
<i>k_E</i>	4,000
<i>amp_h</i>	0,0005 – 0,0500
<i>phase_h</i>	0,5000
<i>s_h</i>	4,000
<i>amp_rho</i>	0,0005 – 0,0500
<i>phase_rho</i>	0,5000
<i>p_rho</i>	4,000
<i>Случай II</i>	
<i>amp_E</i>	0,0005 – 0,0500
<i>phase_E</i>	0,000 – 2, 000
<i>k_E</i>	4,000
<i>amp_h</i>	0,0005 – 0,0500
<i>phase_h</i>	0,000 – 2,000
<i>s_h</i>	4,000
<i>amp_rho</i>	0,0100
<i>phase_rho</i>	0,5000
<i>p_rho</i>	4,000
<i>Случай III</i>	
<i>amp_E</i>	0,0100
<i>phase_E</i>	0,5000
<i>k_E</i>	1,000 – 12,000
<i>amp_h</i>	0,0100
<i>phase_h</i>	0,5000
<i>s_h</i>	1,000 – 12,000
<i>amp_rho</i>	0,0100
<i>phase_rho</i>	0,5000
<i>p_rho</i>	1,000 – 12,000

Во всех случаях значения, задающие интервал варьирования физических и геометрических характеристик материала (плотность, модуль упругости, толщина), выбирались на основе величин параметров несовершенств, определяемых технологическими погрешностями при механической обработке и изготовлении заготовок. Рассмотрены первые 12 гармоник несовершенств, интервал варьирования фазового угла гармоник соответствовал изменению фазового угла от 0 до 2π .

Для представления результатов использованы срезы данных по значениям полного факторного пространства, полученным с помощью построенной целевой функции. Другими словами, каждый срез представляет собой такую выборку данных, которая позволяет отследить изменение расщепления (как выходного параметра) в зависимости от выбранного фактора при постоянстве остальных (на основе выбранных значений).

Случай I. Рассмотрение математической модели с целью оценки влияния факторов *amp_E*, *amp_h*, *amp_rho* на выходной параметр *S*. Для этого использованы исходные данные табл. 1, содержащей рассмотренные факторы и интервалы их варьирования.

В соответствии с построенным планом эксперимента, в результате вычислений, проведенных методом линейной регрессии (англ. Response Surface Model (RSM)) [8, 14], была получена поверхность отклика и на ее основе вычислены индексы Соболя [13]; они показывают степень влияния исследуемых параметров на модель. На рис. 1 представлены срезы данных в направлениях, соответствующих координатным осям Split (значение расщепления частоты) и каждого из исследуемых параметров. Видно, что параметр *amp_E* в рамках пределов варьирования практически не оказывает влияния на выходную величину расщепления, в то время как два других параметра влияют на расщепление в равной степени. Вдобавок в правых нижних



углах срезов на рис. 1, представлены графически в виде столбцов индексы Соболя (их численные значения представлены в табл. 2). Фактически эти индексы выражают величину дисперсии выхода модели относительно каждого из факторов. Важно отметить, что суммарное значение индексов Соболя первого порядка всегда равно единице.

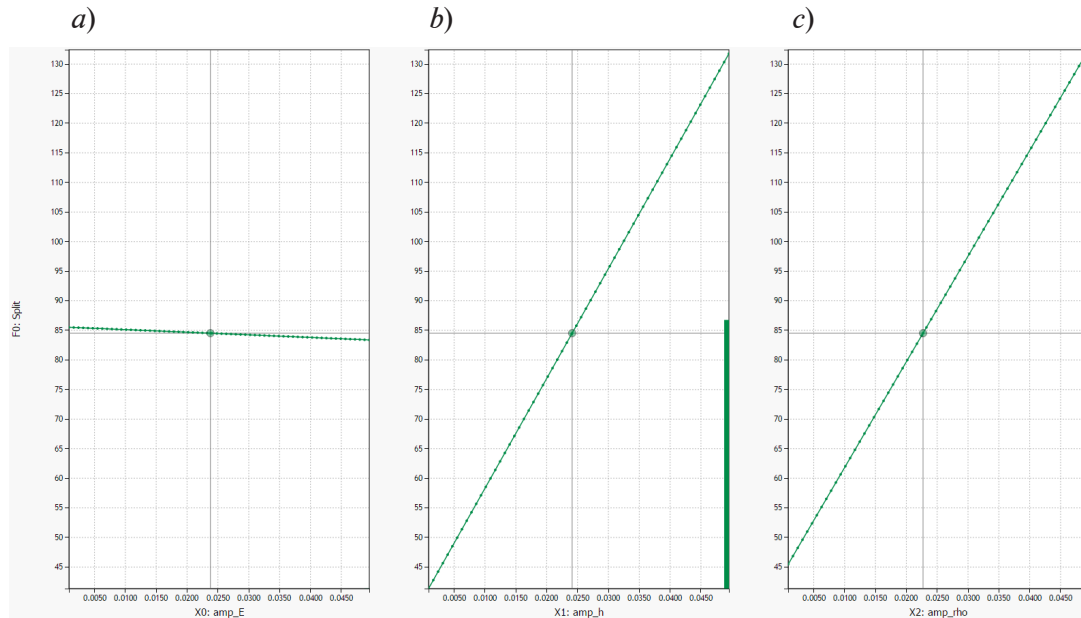


Рис. 1. Срезы полученных данных по факторам *amp_E* (a), *amp_h* (b) и *amp_rho* (c) (случай I)

Таблица 2

Степень влияния исследуемых параметров на модель для случая I (см. табл. 1 и рис. 1)

Фактор	<i>amp_E</i>	<i>amp_h</i>	<i>amp_rho</i>
Значение индекса Соболя	0,00028	0,44800	0,45100

Анализ полученных результатов показывает, что в случае работы с моделью большой размерности можно упростить вычисления путем пренебрежения изменчивостью модуля упругости, ввиду малого значения индекса Соболя для параметра *amp_E*.

Случай II. Рассмотрение математической модели с целью минимизировать величину расщепления при заданном (постоянном) несовершенстве в виде параметров *amp_E*, *phase_E*, *amp_h*, *phase_h*. Для этого использованы исходные данные табл. 1, содержащей факторы и интервалы их варьирования (теперь это задача с четырьмя переменными).

На рис. 2 представлены срезы данных в направлениях рассматриваемых факторов для поверхности отклика, построенной с использованием метода разреженного Гауссова процесса (*англ.* Sparse Gaussian Process (SGP)), представляющего собой модификацию обычного метода Гауссова процесса (*англ.* Gaussian Process (GP)) [14, 15] для выборок большой размерности.

Аналогично случаю I, на рис. 2 видно, что варьирование параметров разнотолщинности вносит определяющий вклад в изменение расщепления. Максимум расщепления наблюдается при совпадении фазовой составляющей разнотолщинности с фазой разнотолщины (задана в качестве константы). На срезе также наблюдается значение фазы, при котором расщепление сводится к нулю, что говорит о возможности нивелирования расщепления, вызванного одним дефектом, путем ввода другого дефекта с определенными параметрами. Отметим, что данный результат оказался возможным ввиду несвязности рассматриваемых факторов в математической модели резонатора.

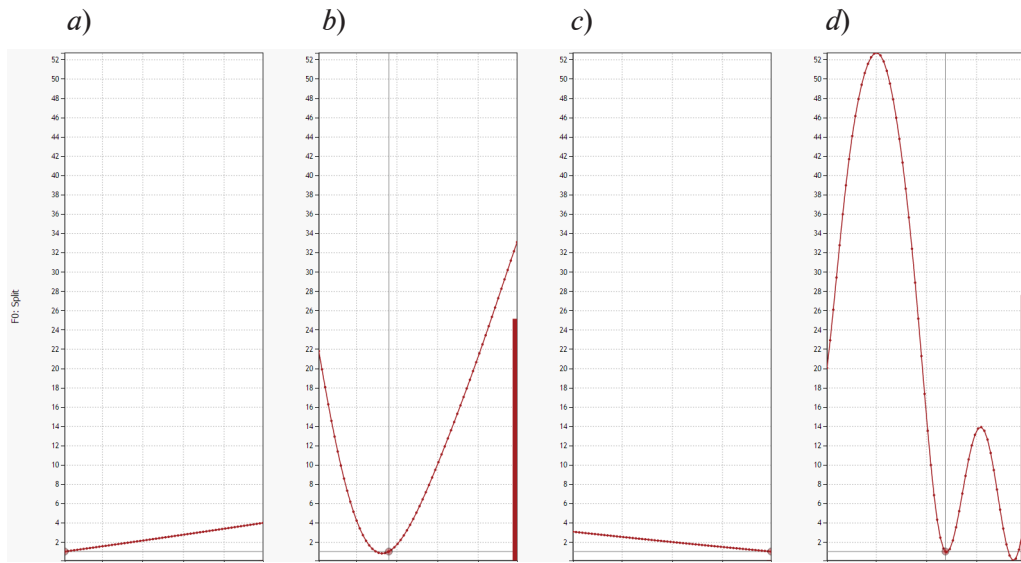


Рис. 2. Срезы полученных данных по факторам amp_E (a), amp_h (b), $phase_E$ (c) и $phase_h$ (d) (случай II)

На рис. 3 представлено сравнение срезов данных поверхностей отклика, построенных методами SGP и высокоразмерной аппроксимации в сочетании с Гауссовым процессом (англ. High Dimensional Approximation combined with Gaussian Processes (HDAGP)) [14, 15].

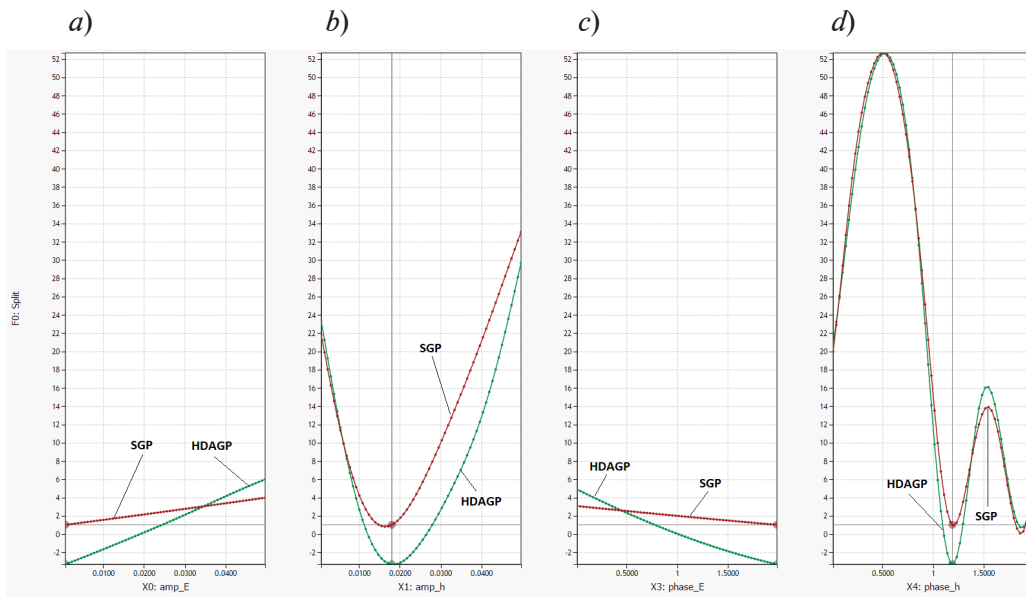


Рис. 3. Срезы полученных данных по факторам amp_E (a), amp_h (b), $phase_E$ (c) и $phase_h$ (d) (случай II) для поверхностей SGP и HDAGP (кривые коричневого и зеленого цветов соответственно)

При рассмотрении результатов построения поверхностей отклика можно отметить их качественное сходство, однако аппроксимация, выполненная по методу HDAGP, дает отрицательные значения расщепления. Такие значения невозможны, так как значения расщепления вычисляются как модуль разности собственных частот f_1 и f_2 для эллиптической формы колебаний.

Оценка же качества аппроксимации по методу HDAGP дает близкие, но все же лучшие результаты, по сравнению с таковыми по методу SGP (табл. 3). Указанный результат говорит о необходимости обязательных проверок построенных моделей на адекватность, важности проведения проверочных расчетов по математической модели, чтобы в рас-



Таблица 3

Оценка качества аппроксимации значений расщепления для случая II

Метод оценки	R^2	MSE	MAPE
		%	
HDAGP	0,983	3,169	7,368
SGP	0,979	3,497	7,583

Обозначения: R^2 – коэффициент детерминации, MSE, MAPE – среднеквадратичная и максимальная ошибки прогнозирования, соответственно.

смаатриваемой области (по крайней мере) аппроксимация была выполнена с точностью, достаточной для работы.

Случай III. Рассмотрение математической модели с целью получить известный результат, представленный в [5], с помощью методов DoE и GSA. В указанной работе было показано определяющее влияние 4-й гармоники несовершенства на расщепление частоты полусферического резонатора с 2-й эллиптической рабочей формой колебаний. Для данного случая использованы исходные данные табл. 1, содержащей три фактора и интервалы их варьирования. Это k_E , s_h и p_{rho} .

При построении соответствующей поверхности отклика были опробованы различные методы аппроксимации, в том числе отмеченные выше. Однако ожидаемый результат удалось получить только с применением метода деревьев регрессии с градиентным усилением (англ. Gradient Boosted Regression Trees (GBRT)) [14, 15]. Данный метод применим для аппроксимации сложных функций и работе с большими наборами данных; при этом на выходе находится не гладкая, а ступенчатая функция, что свойственно влиянию 4-й гармоники. При условии колебаний по 2-й эллиптической форме 4-я гармоника несовершенства имеет ярко выраженное влияние на расщепление, увеличивая его на порядок, по сравнению с ближайшими гармониками (2-й и 3-й). На рис. 4 представлены срезы данных в направлениях рассматриваемых факторов для поверхности, построенной методом GBRT.

По результатам расчета с помощью данного метода удалось зафиксировать локальный максимум в области 4-й гармоники разноплотности и разнотолщинности. При этом максимум в области 4-й гармоники для разноупругости зафиксировать не удалось. Вероятно,

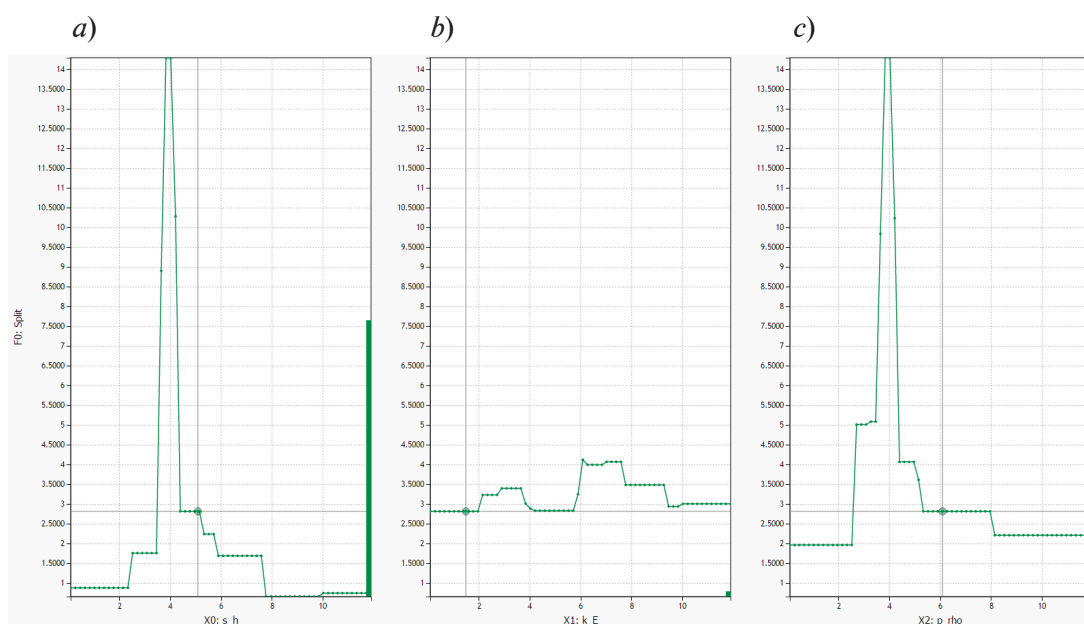


Рис. 4. Срезы полученных данных по факторам s_h (a), k_E (b) и p_{rho} (c) для поверхности, построенной методом GBRT (случай III)

это вызвано существенно меньшим влиянием фактора на расщепление частот (индекс Соболя – 0,0098) и низким качеством построенной модели (коэффициент детерминации – 0,524).

Заключение

В настоящей работе представлена возможность использования на качественном уровне методов теории планирования эксперимента (DoE) и глобального анализа его чувствительности (GSA), для того чтобы установить особенности выбранной математической модели в отношении ее поведения и оценки степени влияния ее параметров на получаемые выходные характеристики.

Указанное использование методов продемонстрировано на примере математической модели полусферического кварцевого резонатора, обладающего параметрами, описывающими неидеальность его геометрии и физико-механических свойств материала его изготовления.

Показано, что наибольшее влияние на расщепление собственных частот резонатора оказывают параметры, связанные с его разнотолщинностью и разнотолщностью. При этом влияние указанных параметров сопоставимо, что позволяет устранить эффект расщепления частоты через принудительное введение одного вида несовершенства при наличии другого (например, введения разнотолщинности при наличии разнотолщности).

Показано определяющее влияние 4-й гармоники несовершенств на расщепление частоты, описанное в литературе.

В результате проведенной работы отмечается эффективность методов DoE и GSA для анализа математических моделей. Применение указанных методов позволяет выявить параметры модели, вносящие минимальный вклад в значение выходных параметров, и упростить модель путем их исключения. Кроме того, появляется возможность построения полиномиальной модели, описывающей исходную математическую модель с требуемой точностью, с целью сокращения времени исследования и проведения последующей оптимизации по требуемым параметрам.

Следует отметить необходимость уделять особое внимание оценке точности построения поверхности отклика и оценке качества соответствующей функции отклика.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пешехонов В. Г. Перспективы гироскопии // Сборник трудов XIII Всероссийского совещания по проблемам управления ВСПУ-2019. М.: Изд. Института проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН, 2019. С. 36–38.
2. Переляев С. Е. Современное состояние и научно-технический прогноз перспектив применения зарубежных волновых твердотельных гироскопов (аналитический обзор по зарубежным материалам) // Новости навигации. 2020. № 3. С. 14–28.
3. Delhaye F. HRG by Safran: The game-changing technology // Proceedings of the Conference “2018 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL)”. 26 – 29 March 2018, Lake Como, Italy. 2018. Pp. 173–177.
4. Журавлев В. Ф., Климов Д. М. Волновой твердотельный гироскоп. М.: Наука, 1985. 125 с.
5. Лунин Б. С., Матвеев В. А., Басараб М. А. Волновой твердотельный гироскоп. Теория и технология. М.: Радиотехника, 2014. 176 с.
6. Saltelli A., Ratto M., Andres T., Campolongo F., Cariboni J., Gatelli D., Saisana M., Tarantola S. Global sensitivity analysis. The Primer. Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons, Ltd., 2008. 292 p.
7. Ермаков С. М., Жиглявский А. А. Математическая теория оптимального эксперимента. М.: Наука, Гл. редакция физико-математической литературы, 1987. 320 с.
8. Монтгомери Д. К. Планирование эксперимента и анализ данных. Ленинград: Судостроение, 1980. 383 с.
9. Новожилов В. В., Черных К. Ф., Михайловский Е. И. Линейная теория тонких оболочек. Ленинград: Политехника, 1991. 656 с.
10. Голдстейн Г. Классическая механика. Пер. с англ. М.: Наука. Гл. редакция физико-математической литературы, 1975. 413 с.

11. Меркурьев И. В., Подалков В. В. Динамика микромеханического и волнового твердотельного гироскопов. М.: Физматлит, 2009. 226 с.
12. Бабаков И. М. Теория колебаний. М.: Гостехиздат, 1958. 628 с.
13. Sobol' I. M. Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates // Mathematics and Computers in Simulation. 2001. Vol. 55. No. 1–3. Pp. 271–280.
14. Belyaev M., Burnaev E., Kapushev E., Panov M., Prikhodko P., Vetrov D., Yarotsky D. GTApprox: Surrogate modeling for industrial design // Advanced in Engineering Software. 2016. Vol. 102. December. Pp. 29–39.
15. Бурнаев Е., Зайцев А., Панов М., Приходько П., Янович Ю. Моделирование нестационарной ковариационной функции гауссовского процесса на основе разложения по словарю базисных функций // «Информационные технологии и системы – 2011». 34-я конференция молодых ученых и специалистов ИППИ РАН. 2–7 октября 2011, г. Геленджик. С. 357–362.

REFERENCES

1. Peshekhonov V. G., Perspektivy giroskopii [Prospects for gyroscopy], In book: Transactions of the 13-th All-Russian Conf. on Management Problems “VSPU-2019”, Published by The Trapeznikov Institute of Control Sciences RAS (2019) 36–38 (in Russian).
2. Perelyaev S. E., Current state and scientific and technical forecast of the perspectives of application of foreign hemispherical resonator gyros (analytical review of foreign materials), Navigation News. (3) (2020) 14–28 (in Russian).
3. Delhaye F., HRG by Safran: The game-changing technology, Proc. Conf. “2018 IEEE International Symposium on Inertial Sensors and Systems (INERTIAL)”, 26 – 29 March 2018, Lake Como, Italy (2018) 173–177.
4. Zhuravlev V. F., Klimov D. M., Volnovoi tverdotel'nii giroskop [Wave solid-state gyro], Nauka Publ., Moscow, 1985 (in Russian).
5. Lunin B. S., Matveev V. A., Basarab M. A., Volnovoi tverdotel'nii giroskop. Teoriya i tekhnologiya [Solid-state wave gyroscope. Theory and technology], Radiotekhnika Publ., Moscow, 2014 (in Russian).
6. Saltelli A., Ratto M., Andres T., et al., Global sensitivity analysis. The Primer, John Wiley & Sons, Ltd., Hoboken, New Jersey, USA, 2008.
7. Ermakov S. M., Zhiglyavskii A. A., Matematicheskaya teoriya optimal'nogo eksperimenta. [Mathematical theory of optimal experiment], Nauka, Moscow, 1987 (in Russian).
8. Montgomery D., Design and analysis of experiments. John Wiley & Sons, Ltd., Hoboken, New Jersey, USA, 2013.
9. Novozhilov V. V., Chernykh K. F., Mikhailovskii E. I., Lineinaya teoriya tonkikh obolochek [The linear theory of thin shells] Politekhnik, Leningrad, 1991 (in Russian).
10. Goldstein H., Classical mechanics, Addison-Wesley Pub. Co, Cambridge, 1950.
11. Merkur'ev I. V., Podalkov V. V., Dinamika mikromekhanicheskogo i volnovogo tverdotel'nogo giroskopov [MEMS and CVG dynamics], Fizmatlit Publ., Moscow, 2009 (in Russian).
12. Babakov I. M., Teoriya kolebanii [Oscillation theory], Gos. Izd. Tekhn.-Teor. Lit., Moscow, 1958 (in Russian).
13. Sobol' I. M., Global sensitivity indices for nonlinear mathematical models and their Monte Carlo estimates, Math. Comput. Simul. 55 (1–3) (2001) 271–280.
14. Belyaev M., Burnaev E., Kapushev E., et al., GTApprox: Surrogate modeling for industrial design, Adv. Eng. Softw. 102 (December) 29–39.
15. Burnaev E., Zaytsev A., Panov M., et al., Modeling of non-stationary covariance function of Gaussian process using decomposition in dictionary of nonlinear functions, Proc. Conf. “Information Technology and Systems – 2011”. Oct. 2–7 (2011) 357–362.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ШЕВЧЕНКО Сергей Александрович – инженер Высшей школы механики и процессов управления Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
 shevchenko.sergei.a@yandex.ru
 ORCID: 0000-0003-3367-416X

МЕЛЬНИКОВ Борис Евгеньевич – доктор технических наук, профессор Высшей школы механики и процессов управления Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
melnikovboris@mail.ru

THE AUTHORS

SHEVCHENKO Sergei A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
shevchenko.sergei.a@yandex.ru
ORCID: 0000-0003-3367-416X

MELNIKOV Boris E.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
melnikovboris@mail.ru

*Статья поступила в редакцию 04.08.2022. Одобрена после рецензирования 19.10.2022.
Принята 19.10.2022.*

Received 04.08.2022. Approved after reviewing 19.10.2022. Accepted 19.10.2022.