



НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Физико-математические
науки

ТОМ 18, №1
2025

НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА. ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ ЖУРНАЛА

Боровков А.И., проректор по перспективным проектам;

Жуков А.Е., чл.-кор. РАН;

Рудской А.И., академик РАН.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА

Иванов В.К., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия, – главный редактор;

Фотиади А.Э., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия, – зам. главного редактора;

Капралова В.М., канд. физ.-мат. наук, доцент, СПбПУ, СПб., Россия – ответственный секретарь;

Антонов В.И., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;

Безпрозванный И.Б., д-р биол. наук, профессор, Юго-Западный медицинский центр
Техасского университета, Даллас, США;

Блинов А.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;

Донецкий Д.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, университет штата Нью-Йорк в Стоуни-Брук, США;

Дубов В.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;

Карасёв П.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;

Лобода О.С., канд. физ.-мат. наук, доцент, СПбПУ, СПб., Россия;

Малерб Й.Б., Dr.Sc. (Physics), профессор, университет Претории, ЮАР;

Остряков В.М., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;

Привалов В.Е., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;

Смирнов Е.М., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;

Соловьёв А.В., д-р физ.-мат. наук, профессор, Научно-исследовательский центр мезобионаносистем (MBN),
Франкфурт-на-Майне, Германия;

Таганцев А.К., д-р физ.-мат. наук, профессор, Швейцарский федеральный институт технологий,
Лозанна, Швейцария;

Топтыгин И.Н., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;

Фирсов Д.А., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия;

Хейфец А.С., Ph.D. (Physics), профессор, Австралийский национальный университет,
Канберра, Австралия;

Черепанов А.С., д-р физ.-мат. наук, профессор, СПбПУ, СПб., Россия.

Журнал с 2002 г. входит в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные результаты диссертаций на соискание ученых степеней доктора и кандидата наук.

Сведения о публикациях представлены в Реферативном журнале ВИНТИ РАН, в международной справочной системе «Ulrich's Periodical Directory».

С 2008 года выпускается в составе сериального периодического издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ».

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор). Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.

Распространяется по Каталогу стран СНГ, Объединенному каталогу «Пресса России» и по Интернет-каталогу «Пресса по подписке». Подписной индекс 71823.

Журнал индексируется в базах данных **Web of Science** (Emerging Sources Citation Index), **Scopus**, а также включен в базы данных «**Российский индекс научного цитирования**» (РИНЦ), размещенную на платформе Научной электронной библиотеки на сайте <http://www.elibrary.ru>, и «**Directory of Open Access Journals**» (DOAJ).

При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

Точка зрения редакции может не совпадать с мнением авторов статей.

Адрес редакции и издательства:

Россия, 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29.

Тел. редакции 8 (812) 552-62-16.

<http://ntv.spbstu.ru/physics>

THE MINISTRY OF SCIENCE AND HIGHER EDUCATION OF THE RUSSIAN FEDERATION



ST. PETERSBURG STATE
POLYTECHNICAL UNIVERSITY
JOURNAL

Physics
and Mathematics

**VOLUME 18, No.1,
2025**

Peter the Great St. Petersburg
Polytechnic University
2025

ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL. PHYSICS AND MATHEMATICS

JOURNAL EDITORIAL COUNCIL

A.I. Borovkov – vice-rector for perspective projects;

V.A.I. Rudskoy – full member of RAS;

A.E. Zhukov – corresponding member of RAS.

JOURNAL EDITORIAL BOARD

V.K. Ivanov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – editor-in-chief;

A.E. Fotiadi – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – deputy editor-in-chief;

V.M. Kapralova – Candidate of Phys.-Math. Sci., associate prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia, – executive secretary;

V.I. Antonov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;

I.B. Bezprozvanny – Dr. Sci. (biology), prof., The University of Texas Southwestern Medical Center, Dallas, TX, USA;

A.V. Blinov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;

A.S. Cherepanov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;

D.V. Donetski – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., State University of New York at Stony Brook, NY, USA;

V.V. Dubov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;

D.A. Firsov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;

P.A. Karaseov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;

A.S. Kheifets – Ph.D., prof., Australian National University, Canberra, Australia;

O.S. Loboda – Candidate of Phys.-Math. Sci., associate prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;

J.B. Malherbe – Dr. Sci. (physics), prof., University of Pretoria, Republic of South Africa;

V.M. Ostryakov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;

V.E. Privalov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;

E.M. Smirnov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia;

A.V. Solov'yov – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., MBN Research Center, Frankfurt am Main, Germany;

A.K. Tagantsev – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., Swiss Federal Institute of Technology, Lausanne, Switzerland;

I.N. Toptygin – Dr. Sci. (phys.-math.), prof., SPbPU, St. Petersburg, Russia.

The journal is included in the List of leading peer-reviewed scientific journals and other editions to publish major findings of theses for the research degrees of Doctor of Sciences and Candidate of Sciences.

The publications are presented in the VINITI RAS Abstract Journal and Ulrich's Periodical Directory International Database.

The journal is published since 2008 as part of the periodical edition 'Nauchno-tekhnicheskie vedomosti SPb-GPU'.

The journal is registered with the Federal Service for Supervision in the Sphere of Telecom, Information Technologies and Mass Communications (ROSKOMNADZOR). Certificate ПИ № ФС77-52144 issued December 11, 2012.

The journal is distributed through the CIS countries catalogue, the «Press of Russia» joint catalogue and the «Press by subscription» Internet catalogue. The subscription index is 71823.

The journal is in the **Web of Science** (Emerging Sources Citation Index), **Scopus**, the **Russian Science Citation Index** (RSCI) and the **Directory of Open Access Journals** (DOAJ) databases.

© Scientific Electronic Library (<http://www.elibrary.ru>).

No part of this publication may be reproduced without clear reference to the source.

The views of the authors may not represent the views of the Editorial Board.

Address: 195251 Politekhnikeskaya St. 29, St. Petersburg, Russia.

Phone: 8 (812) 552-62-16.

<http://ntv.spbstu.ru/physics>

© Peter the Great St. Petersburg
Polytechnic University, 2025

Содержание

Физика конденсированного состояния

- Барышников С. В., Милинский А. Ю., Стукова Е. В., Львов А. Э. Диэлектрические свойства композитов на основе триглицинсульфата и наночастиц титаната бария 9

Математическое моделирование физических процессов

- Колесник Е. В., Бабич Е. В., Смирнов Е. М. Сверхзвуковое обтекание вязким газом затупленного цилиндрического тела, ограниченного с торцов параллельными пластинами ... 18
- Гарбарук А. В., Голубков В. Д., Стрелец М. Х. Влияние градиента давления и локальных нерегулярностей поверхности на ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое 30
- Стабников А. С., Гарбарук А. В. Расчет околоскритических режимов обтекания неподвижного и вращающегося цилиндров и тандема цилиндров по методу DDES с привлечением модели ламинарно-турбулентного перехода 42
- Андрианова Е. А., Болдырев Ю. Я. Особенности использования основного критерия метода FDD при идентификации динамических характеристик сооружений 58
- Смирнов С. И., Смирновский А. А., Богданов С. Р., Здоровеннова Г. Э., Ефремова Т. В., Пальшин Н. И., Здоровеннов Р. Э. Численное моделирование подледной радиационно-генерируемой конвекции в озерах с разной прозрачностью воды 69
- Нассиф А., Сахьюни В., Зейдан О. Влияние типа газа на выход мягкого рентгеновского излучения из плазменного фокуса (статья на английском языке) 87

Приборы и техника физического эксперимента

- Ермак С. В., Семенов В. В., Сергеева М. В. Метод измерения направления геомагнитного поля для коррекции частоты бортовых рубидиевых атомных часов с помощью M_z -магнитометра 94

Физическая электроника

- Тарадаев Е. П., Соминский Г. Г., Тарадаев С. П., Гордеев С. К. Формирование потока электронов электронно-оптической системой с композитным полевым эмиттером из терморасширенного графита и из смеси терморасширенного графита с гранулами алмаза 103

Биофизика и медицинская физика

- Ивченко Е. В., Головкин К. П., Иванькова Е. М., Соколова М. О., Глушаков Р. И. Применение методов электронной микроскопии в экспериментальной и клинической медицине (обзор) 111

Ядерная физика

- Бердников Я. А., Иванищев Д. А., Котов Д. О., Малаев М. В., Рябов А. Ю. Возможности измерять свойства $\phi(1020)$ -мезона в столкновениях ядер висмута при энергии 9,2 ГэВ в ускорителе NICA на экспериментальной установке MPD 129
- Лобанов А. А., Бердников Я. А. Асимметрии прямых фотонов в продольно-поляризованных протон-протонных столкновениях при энергии 27 ГэВ 142

Механика

Сердюк Д. О., Земсков А. В., Ершова А. Ю. *Нестационарная динамика анизотропной пластины Чоу, связанной с упруго-инерционным основанием* 149

Прикладная и вычислительная математика

Пичугин Ю. А., Пичугина Н. Ю. *Анализ сингулярного спектра: проблемы и решения* 163

Радиофизика

Головченко А. И., Петров А. В., Темкина В. С., Арчелков А. Б., Цибиногина М. К., Котов О. И. *Когерентный двойной спектральный метод измерения параметров одномодовых волоконных световодов с сильным линейным двулучепреломлением* 182

Contents

Condensed matter physics

- Baryshnikov S. V., Milinskiy A. Yu., Stukova E. V., Lvov A. E.** *Dielectric properties of composites based on triglycine sulfate and barium titanate nanoparticles* 9

Simulation of physical processes

- Kolesnik E. V., Babich E. V., Smirnov E. M.** *A supersonic viscous gas flow past a blunt cylindrical body bounded at its ends by parallel plates* 18
- Garbaruk A. V., Golubkov V. D., Strelets M. Kh.** *The influence of pressure gradient and local surface irregularities on the laminar-turbulent transition in the boundary layer* 30
- Stabnikov A. S., Garbaruk A. V.** *Computation of flows around stationary and rotating cylinders and a tandem of cylinders at near-critical regimes using DDES coupled with a laminar-turbulent transition model* 42
- Andrianova E. A., Boldyrev Yu. Ya.** *Features of using the main criterion of the FDD method in identifying the dynamic characteristics of structures* 58
- Smirnov S. I., Smirnovsky A. A., Bogdanov S. R., Zdorovenova G. E., Efremova T. V., Palshin N. I., Zdorovenov R. E.** *Numerical simulation of under-ice radiatively driven convection in lakes with different water transparency* 69
- Nassif A., Sahyouni W., Zeidan O.** *The effect of a gas type on the soft X-ray yield from a plasma focus* 87

Experimental technique and devices

- Ermak S. V., Semenov V. V., Sergeeva M. V.** *A method for measuring the direction of the geomagnetic field to correct the onboard rubidium atomic clock frequency using an M_z -magnetometer* ... 94

Physical electronics

- Taradaev E. P., Sominskii G. G., Taradaev S. P., Gordeev S. G.** *Formation of an electron beam by an electron-optical system using a composite field emitter made of thermally expanded graphite and a mixture of thermally expanded graphite with diamond granules* 103

Biophysics and medical physics

- Ivchenko E. V., Golovko K. P., Ivan'kova E. M., Sokolova M. O., Glushakov R. I.** *Application of electron microscopy techniques in experimental and clinical medicine (a review)* 111

Nuclear physics

- Berdnikov Ya. A., Ivanishchev D. A., Kotov D. O., Malaev M. V., Riabov A. Yu.** *Feasibility to measure the properties of $\varphi(1020)$ meson in collisions of bismuth nuclei at an energy of 9.2 GeV in the NICA collider using the MPD experimental setup* 129
- Lobanov A. A., Berdnikov Ya. A.** *Direct photon asymmetries in the longitudinally polarized proton-proton collisions at an energy of 27 GeV* 142

Mechanics

Serdyuk D. O., Zemskov A. V., Ershova A. Yu. *Transient dynamics of an anisotropic Chow plate mounted on an elastic-inertial base* 149

Applied and computational mathematics

Pichugin Yu. A., Pichugina N. Yu. *A singular spectrum analysis: problems and solutions* 163

Radiophysics

Golovchenko A. I., Petrov A. V., Temkina V. S., Archelkov A. B., Tsibinogina M. K., Kotov O. I. *A coherent double spectral method for measuring the parameters of single-mode optical fibers with strong linear birefringence* 182

Физика конденсированного состояния

Краткое сообщение

УДК 537.226

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18101>

ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОМПОЗИТОВ НА ОСНОВЕ ТРИГЛИЦИНСУЛЬФАТА И НАНОЧАСТИЦ ТИТАНАТА БАРИЯ

С. В. Барышников¹, А. Ю. Милинский¹,

Е. В. Стуков² , А. Э. Львов¹

¹ Благовещенский государственный педагогический университет,
г. Благовещенск, Россия;

² Амурский государственный университет, г. Благовещенск, Россия
 lenast@bk.ru

Аннотация. Представлены результаты исследования диэлектрических свойств композитов $(\text{TGS})_{1-x}/(\text{BaTiO}_3)_x$ (при $x = 0,10$ и $0,20$), полученных путем смешивания порошков TGS с наночастицами BaTiO_3 (размеры частиц составляли соответственно 3–5 мкм и 400 нм). Поверхности образцов изучались методом электронной микроскопии, исследовались температурные зависимости диэлектрической проницаемости объектов. Для контроля эффективной спонтанной поляризации образцов измерялся пирозлектрический эффект. С целью измерения пирозлектрического тока образцы предварительно подвергали поляризации при комнатной температуре. Для композитных образцов при нагреве выявлено повышение температуры Кюри $\Delta T_C \approx 3^\circ\text{C}$ для TGS в составе композитов, увеличение диэлектрической проницаемости композитов и уменьшение тангенса угла диэлектрических потерь, по сравнению с чистыми образцами TGS. Обнаружено появление температурного гистерезиса и размытие фазового перехода TGS в составе композитов.

Ключевые слова: триглицинсульфат, композит, диэлектрическая проницаемость, наночастица, титанат бария, фазовый переход

Для цитирования: Барышников С. В., Милинский А. Ю., Стукова Е. В., Львов А. Э. Диэлектрические свойства композитов на основе триглицинсульфата и наночастиц титаната бария // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 9–17. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18101>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Brief communication

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18101>

DIELECTRIC PROPERTIES OF COMPOSITES BASED ON TRIGLYCINE SULFATE AND BARIUM TITANATE NANOPARTICLES

S. V. Baryshnikov¹, A. Yu. Milinskiy¹,

E. V. Stukova² , A. E. Lvov¹

¹ Blagoveshchensk State Pedagogical University, Blagoveshchensk, Russia;

² Amur State University, Blagoveshchensk, Russia
 lenast@bk.ru

Abstract. In the paper, the results of investigations in dielectric properties of composites $(\text{TGS})_{1-x}/(\text{BaTiO}_3)_x$ with $x = 0.10$ and 0.20 have been presented. The composites were prepared

by mixing TGS powders with BaTiO₃ nanoparticles (3–5 μm and 400 nm in size, relatively). The sample surfaces were examined by electron microscopy, the temperature dependencies of permittivity of the subjects of investigation were studied. To control the effective spontaneous polarization of the samples, their pyroelectric effect was measured. In order to do it, the samples were previously polarized at room temperature. In heating, for composite samples, an increase $\Delta T_C \approx 3$ deg.C in the Curie temperature was revealed for TGS contained in the composites, a rise in the permittivity of composites and a decrease in the tangent of their dielectric loss angle compared with pure TGS samples. The appearance of temperature hysteresis and blurring of the TGS phase transition taking place in the composites was detected.

Keywords: triglycine sulfate, composite, dielectric constant, nanoparticles, barium titanate, phase transition

For citation: Baryshnikov S. V., Milinskiy A. Yu., Stukova E. V., Lvov A. E., Dielectric properties of composites based on triglycine sulfate and barium titanate nanoparticles, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 9–17. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18101>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Органические сегнетоэлектрики с водородными связями, такие как сегнетова соль и триглицинсульфат (TGS), являются важными объектами исследования для электронной промышленности благодаря их уникальным свойствам. Отличительная характеристика этих материалов — их способность к переключению спонтанной поляризации, что позволяет создавать высокоэффективные электронные компоненты, способные работать в широком диапазоне технологических приложений. Эти сегнетоэлектрики используются для создания микросхем памяти, транзисторов, конденсаторов и т. п. [1 – 6].

Триглицинсульфат можно считать классическим, хорошо изученным сегнетоэлектриком. В последние годы наблюдается увеличение числа исследований композитных и нанокompозитных структур на основе TGS. Эти новые направления исследований открывают перспективы для создания материалов с улучшенными характеристиками и расширенными функциональными возможностями [7 – 12]. В работе [9] было показано, что TGS может взаимодействовать через водородные связи с частицами наноцеллюлозы, что приводит к повышению его температуры Кюри. В исследовании [10] для TGS с окисленными углеродными нанотрубками также обнаружено увеличение температуры Кюри. Возникновение водородных связей между TGS и оксидом алюминия Al₂O₃ наблюдалось в работе [11]. В статье [12] сообщается об исследовании магнитоэлектрического композита TGS с железной окалиной (TGS + Fe₃O₄). Авторы указывают, что магнитоэлектрическая связь предположительно возникла для композита TGS + 10 мас. % Fe₃O₄, о чем свидетельствует сдвиг температуры фазового перехода в TGS.

В данной работе представлены результаты исследования диэлектрических свойств и пироэлектрического тока композитов формулы (TGS)_{1-x}/(BaTiO₃)_x ($x = 0,10; 0,20$), полученных на основе триглицинсульфата (с размером частиц 3 – 5 мкм) и тетрагональных наночастиц титаната бария BaTiO₃ размером 400 нм.

Образцы и методика эксперимента

Кристаллы TGS при нагреве до температуры $T_C = 49^\circ\text{C}$ претерпевают фазовый переход из сегнетоэлектрической в параэлектрическую фазу. Ниже этой температуры TGS обладает полярной моноклинной симметрией. Вектор спонтанной поляризации направлен вдоль оси b , и при 20°C ее значение составляет 2,8 мКл/см². Выше температуры T_C TGS находится в неполярной моноклинной фазе [13].

Титанат бария BaTiO₃ при комнатной температуре находится в тетрагональной фазе со спонтанной поляризацией 26 мКл/см². Выше 120°C титанат бария переходит в кубическую парафазу [13].

В данном исследовании использовались нанопорошки титаната бария, средний размер частиц которых равен 400 нм (производство компании Mann Grain Nano Technology Co., Ltd., Германия). Их чистота составляла 99,9 %. В исследуемом температурном диапазоне частицы BaTiO_3 размером 400 нм обладали тетрагональной симметрией.

Композитные материалы системы $(\text{TGS})_{1-x}/(\text{BaTiO}_3)_x$ были изготовлены посредством механического смешивания порошка TGS и наночастиц BaTiO_3 в агатовой ступке в течение 10 мин. Частицы TGS и BaTiO_3 обладали средними размерами соответственно 5 мкм и 400 нм. Полученную смесь прессовали под давлением 7500 кг/см^2 в таблетки диаметром 10 мм и толщиной 1 мм.

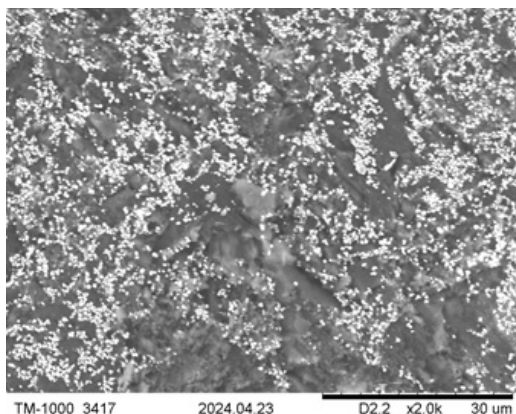


Рис. 1. Электронная микрофотография поверхности композита $(\text{TGS})_{0,90}/(\text{BaTiO}_3)_{0,10}$ (размер частиц BaTiO_3 – 400 нм, увеличение – 5000)

В данной работе исследовали композиты $(\text{TGS})_{0,90}/(\text{BaTiO}_3)_{0,10}$ и $(\text{TGS})_{0,80}/(\text{BaTiO}_3)_{0,20}$; в качестве эталонных образцов использовали спрессованные порошки TGS. На рис. 1 представлена электронная микрофотография поверхности композита $(\text{TGS})_{0,90}/(\text{BaTiO}_3)_{0,10}$.

Температурные зависимости диэлектрической проницаемости композитов регистрировали на частоте 10^6 Гц с помощью измерителя E7-25. Для контроля эффективной спонтанной поляризации образцов измерялся пьезоэлектрический эффект. Известны различные методы определения пьезоэлектрического коэффициента, когда измеряют напряжение, заряд или ток, возникающие при изменении температуры кристалла. Однако если в процессе варьирования температуры изменяется полное сопротивление образца, наиболее удачным считается измерение пьезоэлектрического тока или

заряда в условиях короткого замыкания (когда сохраняется постоянство электрического поля E [14]).

Условие короткого замыкания в нашем случае поддерживалось с помощью операционного усилителя AD620. Для измерения пьезоэлектрического тока образцы предварительно подвергали поляризации при комнатной температуре и напряженности электрического поля 5 кВ/см ; скорость нагрева при измерении поддерживалась постоянной и составляла 5 К/мин . Сигнал с усилителя через аналого-цифровой преобразователь ZET 210 подавался на компьютер для дальнейшей обработки.

Экспериментальные результаты и их обсуждение

Согласно зависимостям $\epsilon'(T)$ для прессованного порошка TGS, максимум ϵ' при нагреве и охлаждении фиксируется около $49,5^\circ\text{C}$ (см. таблицу). Пиковое значение $\epsilon'(T)$ для образца TGS составляет 45,6, что более чем на порядок ниже аналогичного показателя для монокристалла [13], что обусловлено усреднением свойств по различным кристаллографическим осям.

В таблице приведены значения температуры T_h , при которых наблюдаются максимальные значения диэлектрической проницаемости при нагреве образцов (они тоже даны в таблице).

Фазовый переход в композитах $(\text{TGS})_{1-x}/(\text{BaTiO}_3)_x$ характеризуется размытостью и сдвигом в область более высокой температуры (рис. 2). Также наблюдается температурный гистерезис фазового перехода.

Результаты измерения пьезоэлектрического тока для поликристалла TGS и композитов $(\text{TGS})_{1-x}/(\text{BaTiO}_3)_x$ показаны на рис. 3. Отметим, что для исследования пьезоэлектрического тока использовались образцы одинаковых размеров, одинаковые условия поляризации и скорость нагрева.

Анализ графиков на рис. 3 позволяет заключить, что увеличение объемной концентрации частиц BaTiO_3 в композите приводит к усилению пьезоэлектрического отклика. Частицы размером 400 нм находятся в тетрагональной фазе, которая характеризуется

Таблица

Результаты измерений синтезированных образцов

Образец	T_h	ΔT	$\varepsilon'_{\max}$		$\text{tg}\delta$
	°C		при нагреве	при охлаждении	
TGS	49,5	0,0	41,7	45,6	0,17
$(\text{TGS})_{0,90}/(\text{BaTiO}_3)_{0,10}$	53,2	4,8	47,0	51,6	0,11
$(\text{TGS})_{0,80}/(\text{BaTiO}_3)_{0,20}$	53,6	5,1	49,2	52,1	0,07

Обозначения: T_h – температура, при которой наблюдается значение $\varepsilon'_{\max}$ при нагреве; ΔT – величина гистерезиса, $\varepsilon'_{\max}$ – максимальное значение диэлектрической проницаемости; $\text{tg}\delta$ – тангенс угла диэлектрических потерь в точке фазового перехода на 1 кГц.

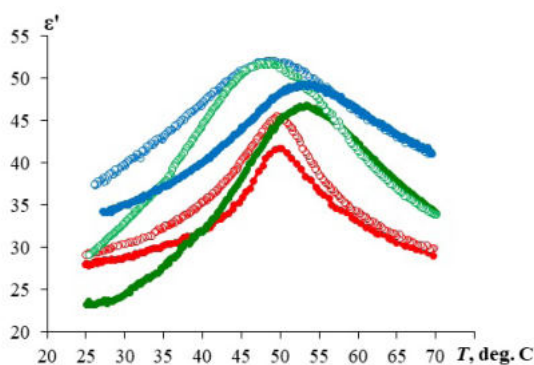


Рис. 2. Зависимости $\varepsilon'(T)$ для TGS (красные символы) и композитов $(\text{TGS})_{1-x}/(\text{BaTiO}_3)_x$ с двумя значениями x : 0,10 и 0,20 (зеленые и синие символы, соответственно). Данные получены при нагреве и охлаждении (заполненные и незаполненные символы, соответственно)

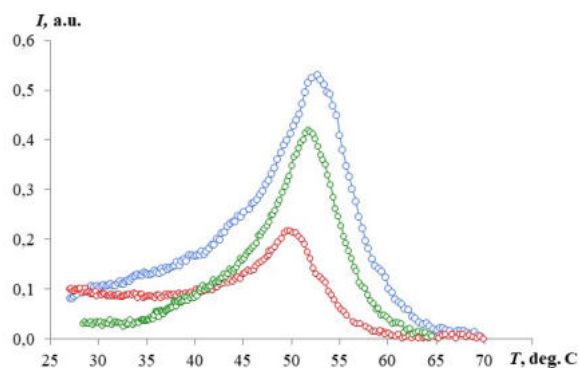


Рис. 3. Температурные зависимости пироэлектрического тока для TGS (красные символы) и композитов $(\text{TGS})_{1-x}/(\text{BaTiO}_3)_x$ при $x = 0,10$ и $0,20$ (зеленые и синие символы, соответственно).

Данные получены для образцов одинакового размера, при одинаковых условиях предварительной поляризации и скорости нагрева

наличием спонтанной поляризации и, следовательно, выраженными пироэлектрическими свойствами. Тетрагональные частицы титаната бария способствуют дополнительной поляризации композита, вследствие большего (на порядок) значения спонтанной поляризации, по сравнению с таковой для TGS. Увеличение концентрации частиц BaTiO_3 в композите $(\text{TGS})_{1-x}/(\text{BaTiO}_3)_x$ с 10 до 20 % усиливает общий пироэлектрический отклик композита на 21% (см. рис. 3).

Согласно найденным литературным источникам, основными причинами смещения температуры Кюри в сегнетоэлектрических композитах являются электрические взаимодействия, хотя не исключены и другие факторы, такие как механические напряжения [15] или образование водородных связей между компонентами композита [11, 16].

При подведении итогов проведенного экспериментального исследования следует особо выделить такие явления, как размытие сегнетоэлектрического фазового перехода, повышение температуры Кюри и появление температурного гистерезиса для частиц триглицинсульфата, входящего в состав композитов.

Размытие сегнетоэлектрического перехода TGS можно объяснить в рамках теории фазовых переходов, разработанной Л. Д. Ландау и В. Л. Гинзбургом. Для учета неоднородности поляризации, в разложение вводится дополнительное слагаемое, включающее первые производные поляризации по координатам $(\nabla P)^2$ [17]:



$$F = \frac{1}{2}\alpha_0(T - T_0)P^2 + \frac{1}{4}\beta P^4 + \frac{1}{2}\delta(\nabla P)^2 - EP, \quad (1)$$

где α_0, β, δ – температурно-независимые коэффициенты.

Используя разложение (1), авторы работы [18] получили уравнение, определяющее зависимость $\varepsilon'(T)$, которая учитывает неоднородное распределение поляризации:

$$\varepsilon'(T) \approx 1 + \frac{1}{\alpha_0(T - T_0) + f(P(\mathbf{r}), T)}, \quad (2)$$

где $f(P(\mathbf{r}), T) = 2\delta(T)d(\Delta P(\mathbf{r}), T)/dP$.

Именно наличие дополнительного неоднородного слагаемого в выражении (2) описывает размытие зависимости $\varepsilon'(T)$, полученной для неоднородной сегнетоэлектрической системы. Величина этого размытия определяется степенью неоднородности композита. Другими словами, размытие сегнетоэлектрического перехода обусловлено неоднородностью структуры композита.

Для описания эффекта изменения температуры Кюри триглицинсульфата в композите $(\text{TGS})_{1-x}/(\text{BaTiO}_3)_x$, запишем энергию F композита в виде суммы трех энергетических слагаемых: систем частиц TGS и BaTiO_3 , а также энергию их взаимодействия. При этом основным видом взаимодействия полярных частиц будем считать диполь-дипольное, с энергией W_{dd} :

$$F = \sum_i \left[\frac{1}{2}\alpha_i P_i^2 + \frac{1}{4}\beta_i P_i^4 + \frac{1}{2}\delta_i (\nabla P_i)^2 \right] + \sum_j \left[\frac{1}{2}\alpha_j P_j^2 + \frac{1}{4}\beta_j P_j^4 + \frac{1}{6}\gamma_j P_j^6 + \frac{1}{2}\delta_j (\nabla P_j)^2 \right] + \sum_{i,j} \left[\frac{\mathbf{p}_i^* \mathbf{p}_j^*}{r_{ij}^3} - \frac{3(\mathbf{r}_{ij} \mathbf{p}_i^*)(\mathbf{r}_{ij} \mathbf{p}_j^*)}{r_{ij}^5} \right]. \quad (3)$$

Учет энергии взаимодействия W_{dd} в соотношении (3) должен приводить к изменению температуры фазового перехода [19]:

$$\tilde{T}_0 = T_0 + \frac{1}{\alpha_0} W_{dd} = T_0 + \frac{1}{\alpha_0} \sum_i \mathbf{p}_i^* \mathbf{E}_i^*, \quad (4)$$

где $\mathbf{p}_i^*$ – некоторые эффективные значения дипольных моментов; $\mathbf{E}_i^*$ – эффективные локальные поля, действующие на частицу [20].

Знак энергии W_{dd} будет определяться ориентацией дипольных моментов частиц. Однако, поскольку температура фазового перехода TGS в композитах повышается, энергия $W_{dd} > 0$ и дипольные моменты частиц BaTiO_3 должны ориентироваться так, чтобы компенсировать поле частиц TGS.

Фазовые переходы в сегнетоэлектрических материалах являются важным объектом исследования в области материаловедения и физики твердого тела. С термодинамической точки зрения, фазовый переход первого рода отличается от перехода второго рода скачкообразным изменением параметра порядка и наличием скрытой теплоты. Однако в реальных неоднородных системах, таких как сегнетоэлектрические материалы с дефектами, примесями и границами зерен, фазовый переход второго рода может оказаться фазовым переходом первого рода.

Изменение рода фазового перехода TGS в композитах связано с тем, что энергия диполь-дипольного взаимодействия W_{dd} при температурах выше и ниже температуры Кюри имеет разные значения. Ниже T_C частицы TGS и BaTiO_3 взаимодействуют, обладая собственными дипольными моментами (энергия Кеезома), тогда как выше T_C дипольные моменты частиц BaTiO_3 , находящихся в сегнетоэлектрической фазе, взаимодействуют с наведенными в TGS дипольными моментами (энергия Дебая). Изменение значения термодинамического потенциала на разную величину ниже и выше фазового перехода вызывает скачок энергии, ведущий к возникновению гистерезиса, и таким образом фазовый переход приобретает признаки перехода не второго, а первого рода.

Заключение

Исследования диэлектрических свойств композитов $(\text{TGS})_{1-x}/(\text{BaTiO}_3)_x$, где $x = 0,10$ и $0,20$, которые изготовлены путем смешивания порошков TGS с размером частиц $3 - 5$ мкм и BaTiO_3 с размером частиц 400 нм, показали следующие изменения свойств:

повышение (при нагреве) температуры Кюри TGS, входящего в состав композитов, на $\Delta T_c \approx 3$ °C;

увеличение диэлектрической проницаемости композитов, снижение тангенса угла диэлектрических потерь, по сравнению с чистыми образцами TGS;

появление температурного гистерезиса и размытие фазового перехода TGS в составе композитов. Степень гистерезиса возрастает с увеличением содержания частиц BaTiO_3 и составляет $\Delta T \approx 4,8$ °C при значениях $x = 0,10$ и $\Delta T \approx 5,1$ °C при $x = 0,20$.

Все полученные для $(\text{TGS})_{1-x}/(\text{BaTiO}_3)_x$ результаты – сдвиг температуры Кюри, увеличение температурного гистерезиса и размытие фазового перехода – находят свое объяснение в рамках феноменологической теории Ландау – Гинзбурга, которая учитывает электрические взаимодействия между компонентами композитных систем и неоднородностью электрических полей (см. раздел, посвященный обсуждению результатов).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pei M., Guo J., Zhang B., Wang H., Zhu Y., Wang Q., Tsukagoshi K., Shi Y., Li Y. Splitting charge injection for ultrahigh on/off ratio in a floating-metal-gated planar organic ferroelectric memory // *Materials Today Energy*. 2021. Vol. 21. September. P. 100711.
2. Naber R. C. G., Asadi K., Blom P. W. M., de Leeuw D. M., de Boer B. Organic nonvolatile memory devices based on ferroelectricity // *Advanced Materials*. 2010. Vol. 22. No. 9. Pp. 933–945.
3. Li E., Wu X., Chen Q., Wu S., He L., Yu R., Hu Y., Chen H., Guo T. Nanoscale channel organic ferroelectric synaptic transistor array for high recognition accuracy neuromorphic computing // *Nano Energy*. 2021. Vol. 85. July. P. 106010.
4. Wang K., Zhu H., Ouyang J., Tian Y., Wang S., Li Q., Zhao Yu-Y., Cheng H., Zhai X. Significantly improved energy storage stabilities in nanograined ferroelectric film capacitors with a reduced dielectric nonlinearity // *Applied Surface Science*. 2022. Vol. 581. 15 April. P. 152400.
5. Irzaman H., Ridwan S., Prasta J. R., Heriyanto S., Muhammad Z. I., Brian Y., Zakki F. M., Khairurrijal F. Ferroelectric sensor $\text{Ba}_x\text{Sr}_{1-x}\text{TiO}_3$ integrated with android smartphone for controlling and monitoring smart street lighting // *Journal of King Saud University – Science*. 2022. Vol. 34. No. 6. P. 102180.
6. Deepthi P. R., Sukhdev A., Kumar P. M., Angadi V. J., Pasha U. M., Shanthi J. Structural, FTIR and Ferro electric analysis of pure TGS and L-Cysteine doped TGS crystals for infrared device applications // *Chemical Data Collections*. 2018. Vol. 17–18. December. Pp. 276–286.
7. Boni O., Berger S. Dielectric properties of KDP filled porous alumina nanocomposite thin film // *Journal of Nanoscience and Nanotechnology*. 2001. Vol. 1. No. 4. Pp. 433–439.
8. Голицына О. М., Дрождин С. Н., Нечаев В. Н., Висковатых А. В., Кашкаров В. М., Гриднев А. Е., Чернышев В. В. Диэлектрические свойства пористых оксидов алюминия и кремния с включениями триглицинсульфата и его модифицированных аналогов // *Физика твердого тела*. 2013. Т. 55. № 3. С. 479–484.
9. Maia B. D., Nguyen H. T., Tad D. H., Sidorkin A. S., Milovidova S. D. Preparation and dielectric properties of a mixed ferroelectric composite from nanoparticles of cellulose and triglycine sulfate // *Ferroelectrics*. 2019. Vol. 543. No. 1. Pp. 175–183.
10. Nguyen H. T. Anomalous ferroelectricity in nanocomposites from hydrogen-bonded ferroelectrics with oxidized MWCNT // *Applied Physics A*. 2022. Vol. 128. No. 11. P. 1032.
11. Поправко Н. Г., Сидоркин А. С., Миловидова С. Д., Рогазинская О. В. ИК-спектроскопия сегнетоэлектрических композитов // *Физика твердого тела*. 2015. Т. 57. № 3. С. 510–514.
12. Trybus M., Chotorlishvili L., Jartych E. Dielectric and magnetoelectric properties of TGS–magnetite composite // *Molecules*. 2024. Vol. 29. No. 6. P. 1378.
13. Лайнс М., Гласс А. Сегнетоэлектрики и родственные им материалы. Пер. с англ. М.: Мир, 1981. 736 с.
14. Glass A. M. Investigation of the electrical properties of $\text{Sr}_{1-x}\text{Ba}_x\text{Nb}_2\text{O}_6$ with special reference to pyroelectric detection // *Journal of Applied Physics*. 1969. Vol. 40. No. 12. Pp. 4699–4713.



15. Голицына О. М., Дрождин С. Н., Нечаев В. Н., Висковатых А. В., Кашкаров В. М., Гринев А. Е., Чернышев В. В. Диэлектрические свойства пористых оксидов алюминия и кремния с включениями триглицинсульфата и его модифицированных аналогов // Физика твердого тела. 2013. Т. 55. № 3. С. 479–484.
16. Baryshnikov S., Milinskiy A., Stukova E. Dielectric properties of the ferroelectric composites $[\text{AgNa}(\text{NO}_2)_2]_{0.9}/[\text{NaNO}_2]_{0.1}$ and $[\text{AgNa}(\text{NO}_2)_2]_{0.9}/[\text{BaTiO}_3]_{0.1}$ // *Ferroelectrics*. 2018. Vol. 536. No. 1. Pp. 91–98.
17. Гинзбург В. Л. Фазовые переходы в сегнетоэлектриках (несколько исторических замечаний) // Успехи физических наук. 2001. Т. 171. № 10. С. 1091–1097.
18. Маслов В. В., Трюхан Т. А., Барышников С. В. Уширение фазового перехода для триглицинсульфата в пористых матрицах // Известия РГПУ им. А. И. Герцена. 2010. № 122. С. 84–90.
19. Charnaya E. V., Pirozerskii A. L., Cheng Tien, Lee M. K. Ferroelectricity in an array of electrically coupled confined small particles // *Ferroelectrics*. 2007. Vol. 350. No. 1. Pp. 75–80.
20. Вугмейстер Б. Е., Глинчук М. Д. Особенности кооперативного поведения параэлектрических дефектов в сильно поляризуемых кристаллах // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 1980. Т. 79. № 3. С. 947–952.

REFERENCES

1. Pei M., Guo J., Zhang B., et al., Splitting charge injection for ultrahigh on/off ratio in a floating-metal-gated planar organic ferroelectric memory, *Mater. Today Energy*. 21 (Sept) (2021) 100711.
2. Naber R. C. G., Asadi K., Blom P. W. M., et al., Organic nonvolatile memory devices based on ferroelectricity, *Adv. Mater.* 22 (9) (2010) 933–945.
3. Li E., Wu X., Chen Q., et al., Nanoscale channel organic ferroelectric synaptic transistor array for high recognition accuracy neuromorphic computing, *Nano Energy*. 85 (July) (2021) 106010.
4. Wang K., Zhu H., Ouyang J., et al., Significantly improved energy storage stabilities in nanograined ferroelectric film capacitors with a reduced dielectric nonlinearity, *Appl. Surf. Sci.* 581 (15 April) (2022) 152400.
5. Irzaman H., Ridwan S., Prasta J. R., et al., Ferroelectric sensor $\text{Ba}_x\text{Sr}_{1-x}\text{TiO}_3$ integrated with android smartphone for controlling and monitoring smart street lighting, *J. King Saud Univ. Sci.* 34 (6) (2022) 102180.
6. Deepthi P. R., Sukhdev A., Kumar P. M., et al., Structural, FTIR and ferro electric analysis of pure TGS and L-Cysteine doped TGS crystals for infrared device applications, *Chem. Data Collect.* 17–18 (Dec) (2018) 276–286.
7. Boni O., Berger S., Dielectric properties of KDP filled porous alumina nanocomposite thin film, *J. Nanosci. Nanotechnol.* 1 (4) (2001) 433–439.
8. Golitsyna O. M., Drozhdin S. N., Nechaev V. N., et al., Dielectric properties of porous aluminum and silicon oxides with inclusions of triglycine sulfate and its modified analogs, *Phys. Solid State*. 55 (3) (2013) 529–535.
9. Maia B. D., Nguyen H. T., Tad D. H., et al., Preparation and dielectric properties of a mixed ferroelectric composite from nanoparticles of cellulose and triglycine sulfate, *Ferroelectrics*. 543 (1) (2019) 175–183.
10. Nguyen H. T., Anomalous ferroelectricity in nanocomposites from hydrogen-bonded ferroelectrics with oxidized MWCNT, *Appl. Phys. A*. 128 (11) (2022) 1032.
11. Popravko N. G., Sidorkin A. S., Milovidova S. D., Rogazinskaya O. V., IR spectroscopy of ferroelectric composites, *Phys. Solid State*. 57 (3) (2015) 522–526.
12. Trybus M., Chotorlishvili L., Jartych E., Dielectric and magnetoelectric properties of TGS–magnetite composite, *Molecules*. 29 (6) (2024) 1378.
13. Lines M. E., Glass A. M., Principles and applications of ferroelectrics and related materials, Clarendon Press, Oxford, 1977.
14. Glass A. M., Investigation of the electrical properties of $\text{Sr}_{1-x}\text{Ba}_x\text{Nb}_2\text{O}_6$ with special reference to pyroelectric detection, *J. Appl. Phys.* 40 (12) 4699–4713.
15. Golitsyna O. M., Drozhdin S. N., Nechaev V. N., et al., Dielectric properties of porous aluminum and silicon oxides with inclusions of triglycine sulfate and its modified analogues, *Phys. Solid State*. 55 (3) (2013) 529–535.

16. Baryshnikov S., Milinskiy A., Stukova E., Dielectric properties of the ferroelectric composites $[\text{AgNa}(\text{NO}_2)_2]_{0.9}/[\text{NaNO}_2]_{0.1}$ and $[\text{AgNa}(\text{NO}_2)_2]_{0.9}/[\text{BaTiO}_3]_{0.1}$, *Ferroelectrics*. 536 (1) (2018) 91–98.
17. Ginzburg V. L., Phase transitions in ferroelectrics: some historical remarks, *Phys.–Usp.* 44 (10) (2001) 1037–1043.
18. Maslov V. V., Tryukhan T. A., Baryshnikov S. V., Phase transition broadening for triglycine sulfate in porous matrices, *Izvestia: Herzen University Journal of Humanities & Sciences*. (122) (2010) 84–90 (in Russian).
19. Charnaya E. V., Pirozerskii A. L., Cheng Tien, Lee M. K., Ferroelectricity in an array of electrically coupled confined small particles, *Ferroelectrics*. 350 (1) (2007) 75–80.
20. Vugmeister B. E., Glinchuk M. D., Some features of the cooperative behavior of paraelectric defects in strongly polarizable crystals, *Sov. Phys. JETP*. 52 (3) (1980) 482–484.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

БАРЫШНИКОВ Сергей Васильевич — доктор физико-математических наук, профессор кафедры физического и математического образования Благовещенского государственного педагогического университета, г. Благовещенск, Россия.

675000, Россия, г. Благовещенск, ул. Ленина, 104

svbar2003@list.ru

ORCID: 0000-0002-3362-8975

МИЛИНСКИЙ Алексей Юрьевич — доктор физико-математических наук, профессор кафедры физического и математического образования Благовещенского государственного педагогического университета, г. Благовещенск, Россия.

675000, Россия, г. Благовещенск, ул. Ленина, 104

a.milinskiy@mail.ru

ORCID: 0000-0001-7525-4396

СТУКОВА Елена Владимировна — доктор физико-математических наук, профессор кафедры физики Амурского государственного университета, г. Благовещенск, Россия.

675027, Россия, г. Благовещенск, Игнатьевское шоссе, 21

lenast@bk.ru

ORCID: 0000-0002-7981-7456

ЛЬВОВ Андрей Эдуардович — аспирант кафедры физического и математического образования Благовещенского государственного педагогического университета, г. Благовещенск, Россия.

675000, Россия, г. Благовещенск, ул. Ленина, 104

andrei.1998.lvov@gmail.com

ORCID: 0009-0004-6095-9026

THE AUTHORS

BARYSHNIKOV Sergey V.

Blagoveshchensk State Pedagogical University

104 Lenin St., Blagoveshchensk, 675000, Russia

svbar2003@list.ru

ORCID: 0000-0002-3362-8975

MILINSKIY Alexey Yu.

Blagoveshchensk State Pedagogical University

104 Lenin St., Blagoveshchensk, 675000, Russia

a.milinskiy@mail.ru

ORCID: 0000-0001-7525-4396

STUKOVA Elena V.

Amur State University

21 Ignatievskoye Ave., Blagoveshchensk, 675027, Russia

lenast@bk.ru

ORCID: 0000-0002-7981-7456

LVOV Andrey E.

Blagoveshchensk State Pedagogical University

104 Lenin St., Blagoveshchensk, 675000, Russia

andrei.1998.lvov@gmail.com

ORCID: 0009-0004-6095-9026

*Статья поступила в редакцию 10.07.2024. Одобрена после рецензирования 31.07.2024.
Принята 04.08.2024.*

Received 10.07.2024. Approved after reviewing 31.07.2024. Accepted 04.08.2024.

Математическое моделирование физических процессов

Научная статья

УДК 519.6:533.6.011

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18102>

СВЕРХЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ ВЯЗКИМ ГАЗОМ ЗАТУПЛЕННОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ТЕЛА, ОГРАНИЧЕННОГО С ТОРЦОВ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПЛАСТИНАМИ

Е. В. Колесник , Е. В. Бабич, Е. М. Смирнов

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

 kolesnik_ev@mail.ru

Аннотация. В работе представлены результаты расчетов сверхзвукового ламинарного обтекания затупленного цилиндрического тела, расположенного между параллельными стенками (пластинами). Число Маха набегающего потока $M = 5$. Расчеты проведены для различных значений геометрического параметра χ , определяемого как отношение расстояния между пластинами к диаметру затупления передней кромки тела и изменяемого от 2 до бесконечности. Показано, что при уменьшении расстояния между пластинами отошедший скачок уплотнения смещается ближе к обтекаемому телу, а толщина отрывной области увеличивается. В случае $\chi = 2$ реализуется нестационарный автоколебательный режим обтекания, характеризующийся сильными колебаниями отошедшего скачка уплотнения.

Ключевые слова: высокоскоростное течение, численное моделирование, внутреннее отрывное течение, вязко-невязкое взаимодействие, подковообразный вихрь

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23-29-00286).

Для цитирования: Колесник Е. В., Бабич Е. В., Смирнов Е. М. Сверхзвуковое обтекание вязким газом затупленного цилиндрического тела, ограниченного с торцов параллельными пластинами // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 18–29. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18102>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18102>

A SUPERSONIC VISCOUS GAS FLOW PAST A BLUNT CYLINDRICAL BODY BOUNDED AT ITS ENDS BY PARALLEL PLATES

E. V. Kolesnik , E. V. Babich, E. M. Smirnov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

 kolesnik_ev@mail.ru

Abstract. The paper presents the results of calculations of a supersonic laminar flow past a cylindrical body located between parallel horizontal walls (plates). The free-stream Mach number $M = 5$. Calculations were carried out for various values of the geometric factor χ defined as the ratio of the distance between the walls to the blunt diameter of the leading edge of the body, the ratio varying from 2 to infinity. Decreasing the distance between the walls was shown to lead to a shift of the separated shock closer to the streamlined body, and to an increase in the thickness of the separation region. In the case of $\chi = 2$ a nonstationary self-oscillatory flow regime characterized by strong oscillations of the separated shock wave was realized.



Keywords: high-speed flow, numerical simulation, internal separated flow, viscous-inviscid interaction, horseshoe vortex

Funding. The reported study was funded by Russian Science Foundation (Grant No. 23-29-00286).

For citation: Kolesnik E. V., Babich E. V., Smirnov E. M., A supersonic viscous gas flow past a blunt cylindrical body bounded at its ends by parallel plates, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 18–29. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18102>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Задачи сверхзвукового течения, для которых характерны сложные эффекты вязко-невязкого взаимодействия, имеют важное значение и актуальны как для многих практических приложений, например для авиакосмической отрасли и турбомашиностроения, так и в фундаментальном плане. Исследованию отрывных течений при внешнем обтекании тел посвящено большое число работ как экспериментальных, так и расчетных (см., например, статьи [1 – 6]). Обстоятельный обзор полученных в последние годы данных об особенностях трехмерного течения, возникающего при взаимодействии отрывающегося пограничного слоя с головным скачком уплотнения, приведен в работе [7].

Иная ситуация сложилась с количеством исследований внутренних отрывных течений. Вместе с тем эффекты вязко-невязкого взаимодействия здесь играют еще бóльшую роль [8]. Торможение сверхзвукового потока в каналах может приводить к отрыву пограничного слоя и формированию псевдоскачка [9 – 11]. В случае каналов прямоугольного сечения угловые пограничные слои могут существенно влиять на структуру течения, и это влияние сказывается даже в областях вдалеке от углов [12 – 14]. Также известно, что важную роль в развитии отрывных течений в каналах играют эффекты, обусловленные развитием нестационарных явлений [8]. Внутренние задачи вязко-невязкого взаимодействия, сложные в своем многообразии явлений, в настоящее время изучены далеко не в полном объеме и требуют проведения новых исследований. При этом возрастающую актуальность имеет применение методов трехмерного численного моделирования, так как они позволяют получать картину течения во всех ее значимых деталях.

В настоящей работе представлены методика и результаты исследования сверхзвукового обтекания удлиненного цилиндрического тела, ограниченного с торцов параллельными пластинами. Рассмотрено влияние относительного расстояния между пластинами на структуру течения и режимы обтекания, в том числе на возникающие нестационарные автоколебательные режимы.

Результаты решения задач подобного рода играют существенную роль, в частности, при постановке экспериментальных исследований сверхзвукового обтекания различных тел, когда ограничивающие стенки установки оказывают существенное влияние на поток [7]. Исследования в указанном направлении проводятся как на импульсных установках, так и в сверхзвуковых аэродинамических трубах, но в обоих случаях фактически всегда реализуется внутреннее течение.

Постановка задачи и вычислительные аспекты

Система координат и расчетная область для рассматриваемой задачи сверхзвукового обтекания совершенным вязким газом симметричного цилиндрического тела, расположенного между параллельными пластинами, показаны на рис. 1. Размеры основной части расчетной области составляют $L^* \times 2R \times H$, где $L^* \times 2R$ – размеры пластины, H – варьируемое расстояние между пластинами; остальные размеры фиксированы, в том числе и расстояние L от тела до передней кромки пластины (считается бесконечно тонкой). В качестве масштаба длины используется диаметр затупления передней кромки тела D ,

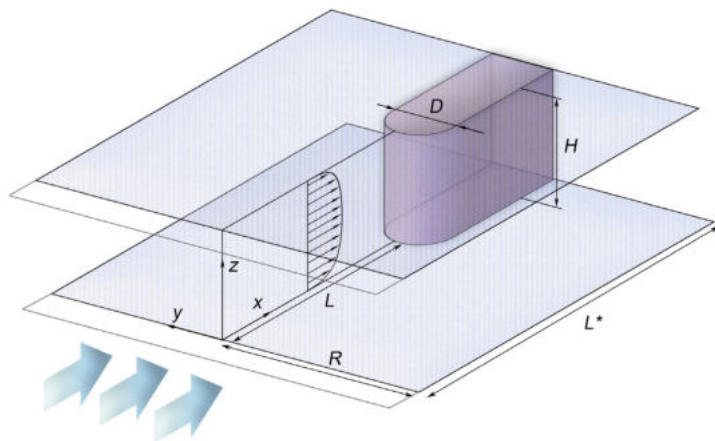


Рис. 1. Схема обтекания и расчетная область (размер $L^* \times 2R \times H$): D – диаметр затупления передней кромки симметричного цилиндрического тела, L – расстояние от тела до передней кромки пластины, H – варьируемое расстояние между пластинами.

Стрелками показано направление распространения сверхзвукового потока

Полагается, что число Маха набегающего потока $M_{in} = 5$, единичное число Рейнольдса $Re = 7,5 \cdot 10^5 \text{ м}^{-1}$. Полная температура набегающего потока $T_0 = 1180 \text{ К}$, рабочий газ – азот ($\gamma = 1,4$, $C_p = 1040 \text{ Дж/(кг·К)}$). При данных параметрах реализуется ламинарный режим обтекания (число Рейнольдса, построенное по указанному значению диаметра затупления, $Re = 1,5 \cdot 10^4$). Зависимость коэффициента вязкости от температуры определяется формулой Сазерленда. На входной границе расчетной области задается однородный поток, на поверхности тела и пластинах – условие прилипания. Поверхности тела и пластин поддерживаются при постоянной температуре $T_w = 300 \text{ К}$, при этом температурный фактор $T_w/T_{in} = 1,56$. На границах, относящихся к предвключенному участку ($Z = \text{const}$), ставятся условия симметрии. На боковых границах ставятся неотражающие граничные условия, на выходе – условие нулевого градиента рассчитываемых переменных.

Численные решения трехмерных уравнений Навье – Стокса получены с применением конечно-объемного «неструктурированного» программного кода SINF/Flag S, разрабатываемого в Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого.

Все расчеты были проведены на основе нестационарной постановки, использовался метод «двойных шагов» с трехслойной схемой аппроксимации производной по времени, безразмерный шаг по времени задавался равным $\Delta t U_\infty / D = 3,5 \cdot 10^{-3}$. Вычисление конвективных потоков на гранях контрольных объемов проводилось на основе схемы AUSM второго порядка точности, для монотонизации решения использовался квазиодномерный ограничитель Ван Альбада.

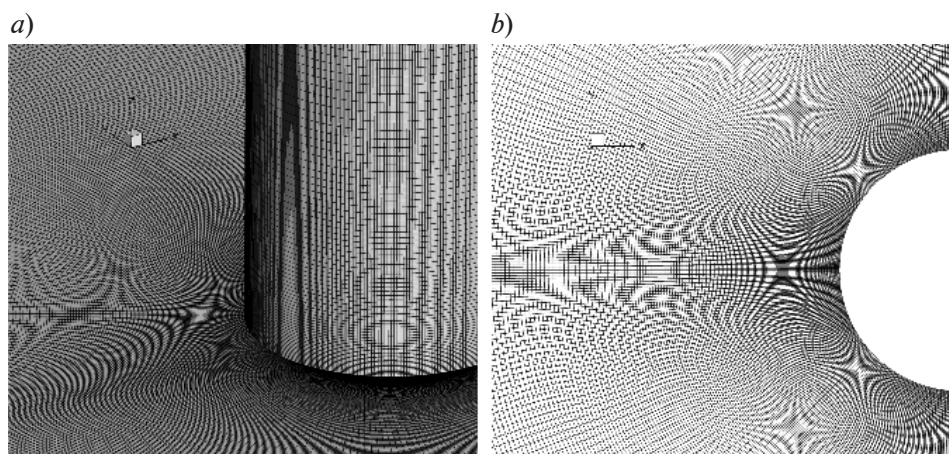


Рис. 2. 3D- (a) и 2D- (b) фрагменты расчетной сетки вблизи области сочленения цилиндрического тела и пластины (a) и одной из пластин (b)

принятый равным $0,02 \text{ м}$. Расчеты проведены при задании $L/D = 15$, $R/D = 10$, $L^*/D = 20$. Расчетная область содержала также небольшой предвключенный участок, протяженность которого задавали равной D . Отношение расстояния между пластинами к диаметру затупления (геометрический параметр $\chi = H/D$) варьировалось от 2 до 4; расчеты проведены и для случая $\chi \rightarrow \infty$, что соответствует задаче внешнего обтекания цилиндрического тела, традиционно рассматриваемой в области, полуограниченной по оси Z .

Для расчетов использовались сетки, содержащие около 15 млн. ячеек. Параметры расчетных сеток выбраны на основе анализа результатов, полученных в работе [5]. Вид сетки вблизи области сочленения тела и одной из пластин представлен на рис. 2.

Структура течения в полуограниченной области

Численное решение, полученное в случае полуограниченной области ($\chi \rightarrow \infty$), отвечает стационарной картине обтекания тела, симметричной относительно средней продольной плоскости. Структура потока вблизи области сочленения приведена на рис. 3, где показаны линии тока и распределение относительного давления на поверхности тела и пластины (P_{in} – статическое давление в набегающем потоке). Хорошо видны характерные особенности рассматриваемого течения: формирование отрывной области с системой подковообразных вихрей и наличие области повышенного давления на поверхности тела в лобовой точке.

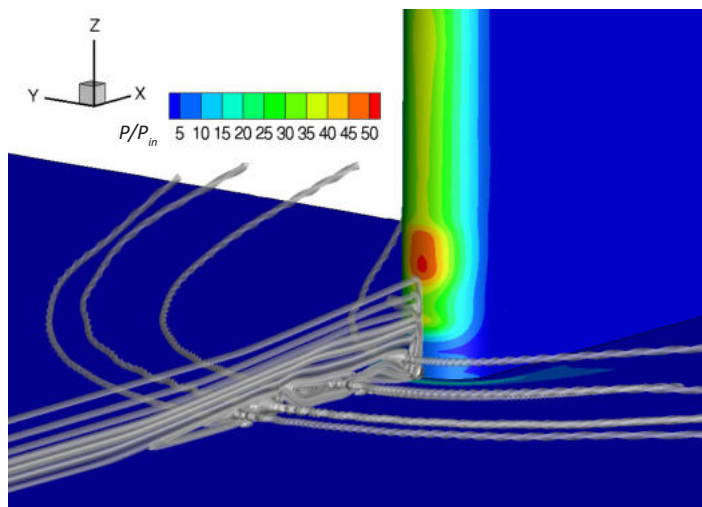


Рис. 3. Картина линий тока (показаны серым цветом) и распределение давления по поверхностям тела и пластины, рассчитанные для случая $\chi \rightarrow \infty$ (внешнее обтекание тела)

Структура потока в плоскости симметрии показана на рис. 4, где приведены поля числа Маха и модуля градиента плотности («численный шлирен») в сочетании с картиной линий тока. Перед телом образуется головной скачок уплотнения, встречный градиент давления приводит к отрыву пограничного слоя. Зона отрыва индуцирует косые волны сжатия, которые пересекаются с головным скачком, изгибая его в сторону обтекаемого тела. Внутри отрывной области возникают зоны сверхзвуковых скоростей и местные волны уплотнения, приводящие к повторному отрыву пристенного течения. В результате перед телом формируется протяженная отрывная область с цепочкой вихревых образований, каждое из которых становится «головой» подковообразного вихря, огибающего тело. Вследствие такой структуры потока, на поверхностях пластины и тела возникают области немоного распределения параметров. Последние для давления и числа Стэнтона St (рис. 5) показывают наличие локальных максимумов вблизи области сочленения.

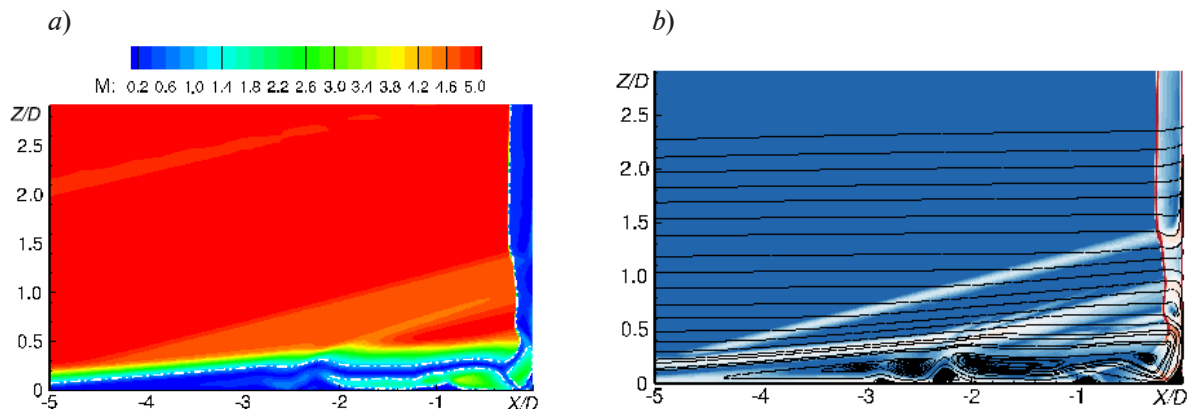


Рис. 4. Поля числа Маха (a) и модуля градиента плотности с наложенными линиями тока (b) в средней продольной плоскости

Число Стэнтона вычислялось по формуле

$$St = \frac{q_w}{\rho_{in} V_{in} C_p (T_{aw} - T_w)}, \quad T_{aw} = T_w \left(1 + r \frac{\gamma - 1}{2} M_{in}^2 \right),$$

где q_w – локальный тепловой поток; T_{aw} – «адиабатическая» температура; $r = \sqrt{Pr}$ – коэффициент восстановления (Pr – число Прандтля); T_w – температура стенки; ρ_{in} , V_{in} , M_{in} – плотность, скорость и число Маха набегающего потока соответственно.

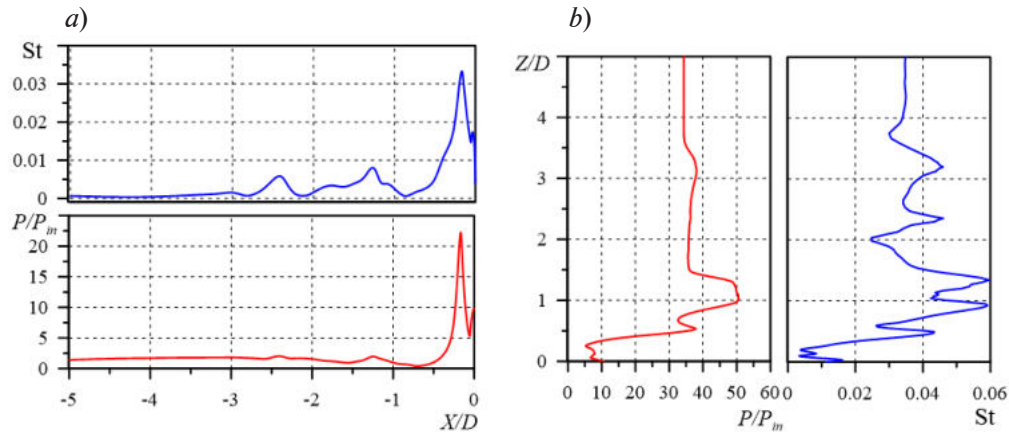


Рис. 5. Распределения нормированного давления и числа Стэнтона St по поверхности пластины, вдоль линии симметрии, для случая $\chi \rightarrow \infty$ (a), и по цилиндрическому телу вдоль лобовой линии (b) (см. рис. 1)

Результаты расчетов с варьированием расстояния между ограничивающими пластинами

Как отмечено выше, в случае $\chi \rightarrow \infty$ реализуется стационарный режим обтекания. Течение, рассчитанное при значениях $\chi = 4$ и 3 , можно охарактеризовать как слабонестационарное: колебания локальных параметров потока относительно малой интенсивности наблюдаются лишь вблизи сочленения тела и пластин. При уменьшении геометрического параметра до значения $\chi = 2$ картина течения становится существенно нестационарной.

На рис. 6 показаны поля числа Маха с наложенными линиями тока в средней продольной плоскости перед обтекаемым телом (для нестационарных режимов показаны осредненные по времени поля). В случае $\chi = 4$ можно отчетливо наблюдать участок невязкого ядра потока в центре канала, образованного пластинами; при этом в плоскости $Z/D = 2$ (средней по Z), отошедший скачок уплотнения расположен практически на том же расстоянии от тела, что и в случае полуограниченной области (отличие составляет менее 3 %). Уменьшение параметра χ до значения, равного трем, приводит к тому, что отошедший скачок уплотнения заметно смещается ближе к обтекаемому телу, при этом толщина отрывной области лишь немного увеличивается. В случае же $\chi = 2$ структура осредненного течения в отрывной области существенно иная: количество явно выраженных вихрей меньше и отрывная область менее протяженная.

На рис. 7 представлены картины, полученные при численной шлирен-визуализации течения вблизи поверхности пластины (рис. 7, a, показаны мгновенные поля), а также даны осредненные по времени распределения давления вдоль лобовой линии по цилиндрическому телу (лобовая линия показана на вставке к рис. 7, b красным отрезком). Анализ распределений в интервале нормированной координаты $0 \leq Z/D \leq 2$ позволяет заключить, что ударно-волновые картины, рассчитанные для $\chi \rightarrow \infty$ и $\chi = 4$, имеют схожий вид. В частности, в обоих указанных случаях максимум давления расположен на расстоянии $Z/D \approx 1$ от пластины. При дальнейшем уменьшении относительного расстояния между пластинами, области вязко-невязкого взаимодействия, расположенные вблизи пластин, начинают все сильнее влиять на невязкое ядро потока, а затем и друг на друга, что в итоге приводит к качественной перестройке течения. В случае $\chi = 3$ максимум давления наблюдается в центре канала, при этом вблизи стенок наблюдаются дополнительные локальные максимумы; скачок уплотнения в центральной зоне существенно приближен к телу.

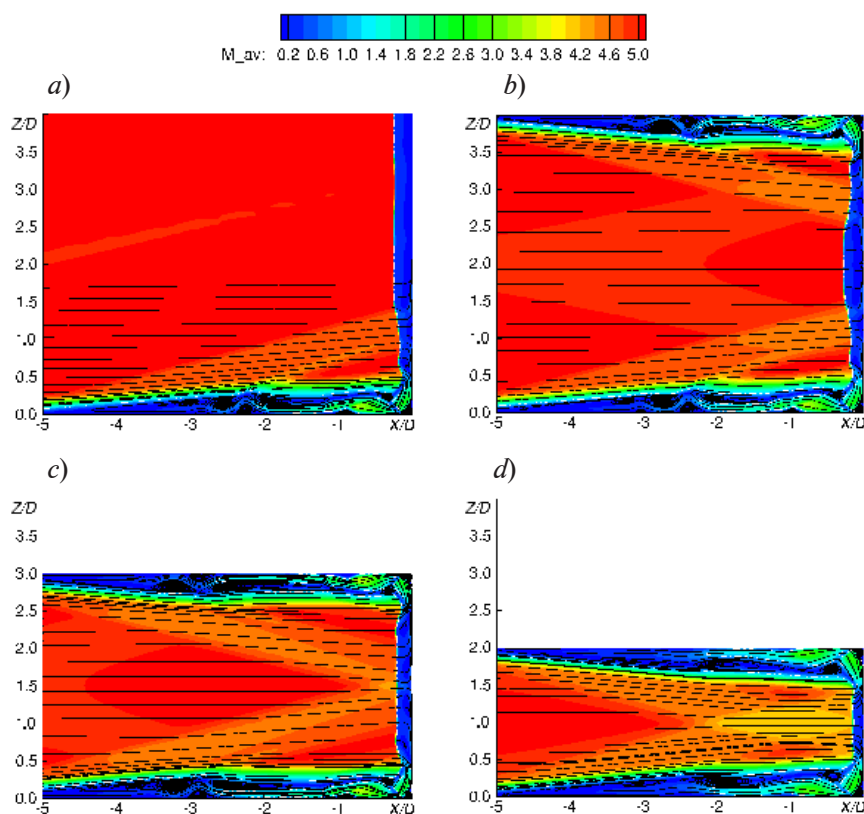


Рис. 6. Поля числа Маха с наложенными линиями тока в средней продольной плоскости, рассчитанные при разных значениях параметра χ : $\rightarrow \infty$ (a), 4 (b), 3 (c) и 2 (d)

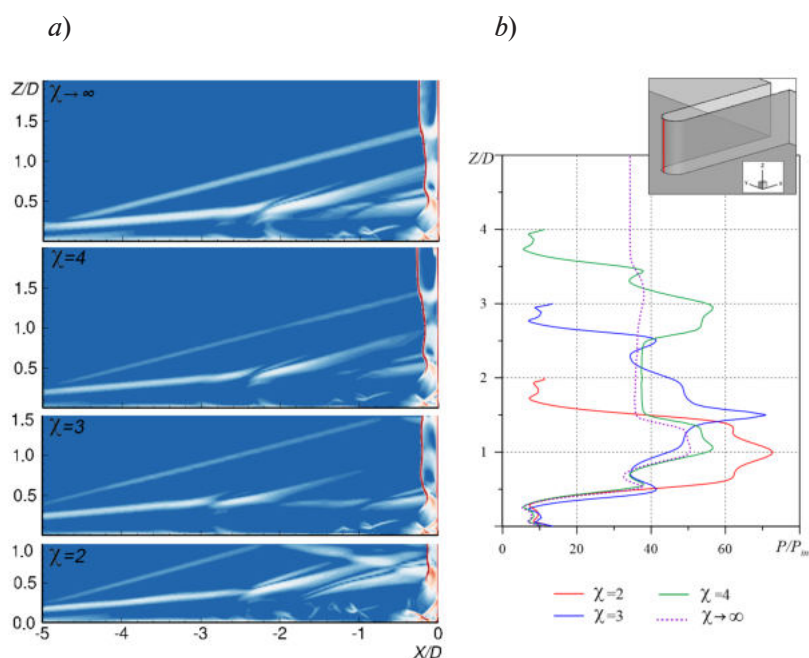


Рис. 7. Поля модуля градиента плотности в средней продольной плоскости перед цилиндрическим телом (a) и распределение давления вдоль лобовой линии на теле (b). Эта лобовая линия показана на вставке красным отрезком

При $\chi = 2$ на кривой распределения наблюдается лишь один максимум давления, расположенный посередине канала. В целом, с уменьшением расстояния между пластинами пиковое значение давления возрастает; в случае $\chi = 2$ это увеличение составляет 40 % по отношению к пиковому значению в решении для полуограниченной области.

На рис. 8 представлены рассчитанные распределения числа Стэнтона по поверхности тела и по пластине (для нестационарных режимов показаны поля, осредненные по времени). С уменьшением расстояния между пластинами пиковые значения теплового потока увеличиваются. В случае относительно большого расстояния между пластинами ($\chi = 4$) отчетливо прослеживается наличие двух симметричных областей повышенной теплоотдачи на поверхности тела. В случае $\chi = 3$ максимальные значения числа Стэнтона наблюдаются в центральной зоне, а вблизи пластин формируются дополнительные локальные максимумы меньшей амплитуды. При $\chi = 2$ область повышенной теплоотдачи занимает практически всю поверхность тела по его высоте, при этом в подковообразной области, на поверхности пластины, максимальные значения теплового потока сопоставимы с пиковыми значениями на поверхности тела.

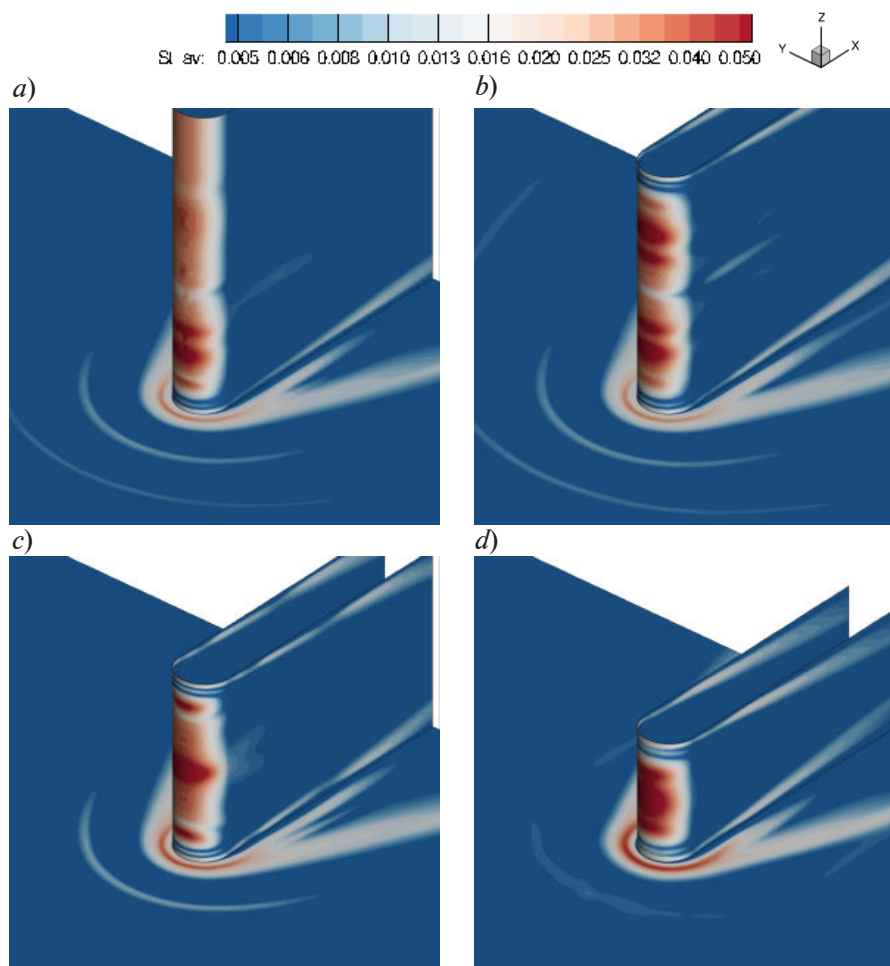


Рис. 8. Распределения числа Стэнтона по поверхности пластины и по цилиндрическому телу, рассчитанные при разных значениях параметра χ : $\rightarrow \infty$ (a), 4 (b), 3 (c) и 2 (d)

Характеристики автоколебательного режима

В данном разделе подробнее излагаются результаты расчетов для случая $\chi = 2$, когда реализуется существенно нестационарный режим обтекания (как отмечалось выше).

На рис. 9 представлены осредненное по времени поле давления и поле среднеквадратичных значений пульсаций (в логарифмическом масштабе) на поверхностях тела и

пластины. Значительные пульсации давления наблюдаются на поверхности пластины в области локального максимума давления, при этом уровень пульсаций составляет около 30 % от максимального значения. На поверхности тела интенсивные пульсации наблюдаются в лобовой части; следует отметить также наличие областей повышенных пульсаций давления на боковых поверхностях тела.

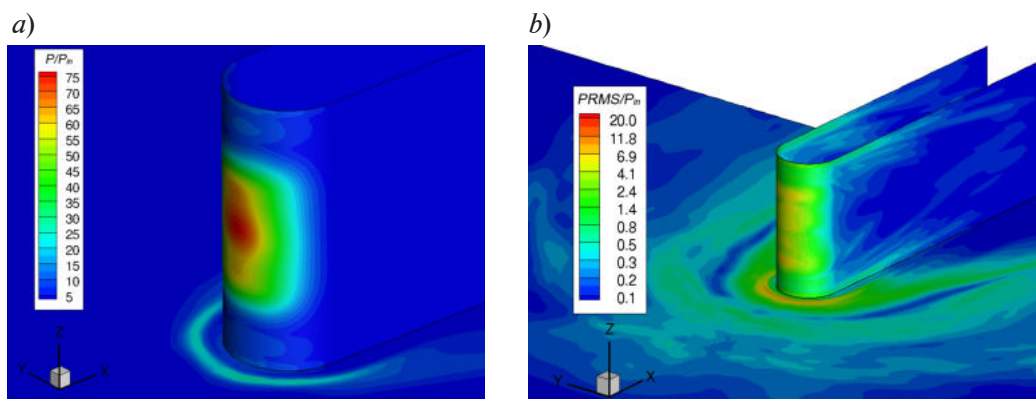


Рис. 9. Поля осредненного давления (а) и среднеквадратичных пульсаций давления (b) на поверхностях тела и пластины, рассчитанные для случая $\chi = 2$

На рис. 10 приведены зависимости давления от времени в нескольких точках на поверхностях пластины и тела; выбраны точки, расположенные симметрично относительно средней плоскости ($Z/D = 1$). Если осредненное по времени течение симметрично относительно средней плоскости, то данные на рис. 10 отчетливо указывают на несимметричность мгновенных полей течения. Колебания давления содержат как высокочастотные составляющие, так и низкочастотную модулирующую частоту.

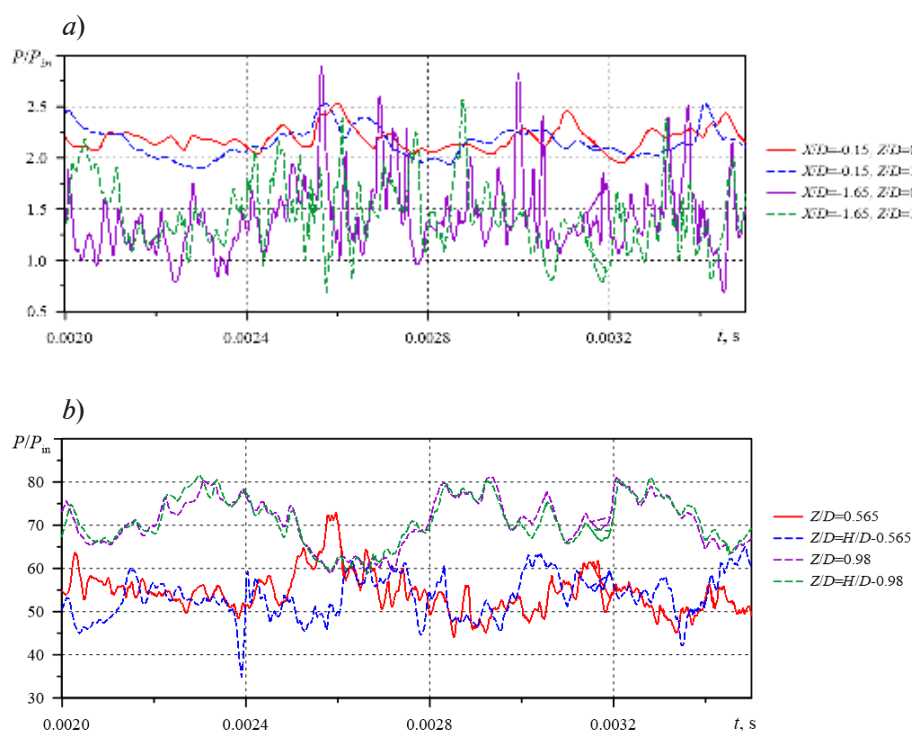


Рис. 10. Изменение во времени давления в нескольких точках на поверхностях пластин (а) и лобовой линии тела (b)

Среднеквадратичные значения пульсаций давления, а также пульсаций продольной компоненты скорости в области перед телом (в средней продольной плоскости) показаны на рис. 11; эти значения отнесены к входным параметрам. На рис. 11,*a* хорошо виден отпечаток интенсивных колебаний отошедшего скачка уплотнения вдоль направления X .

Причина этих колебаний состоит в следующем. В отрывной области перед телом развиваются интенсивные пульсации скорости (см. рис. 11,*b*). Изменение во времени положения и интенсивности вихрей обуславливает колебания индуцированных косых скачков уплотнения (см. рис. 11,*a*), что и приводит, в свою очередь, к колебаниям отошедшего скачка уплотнения.

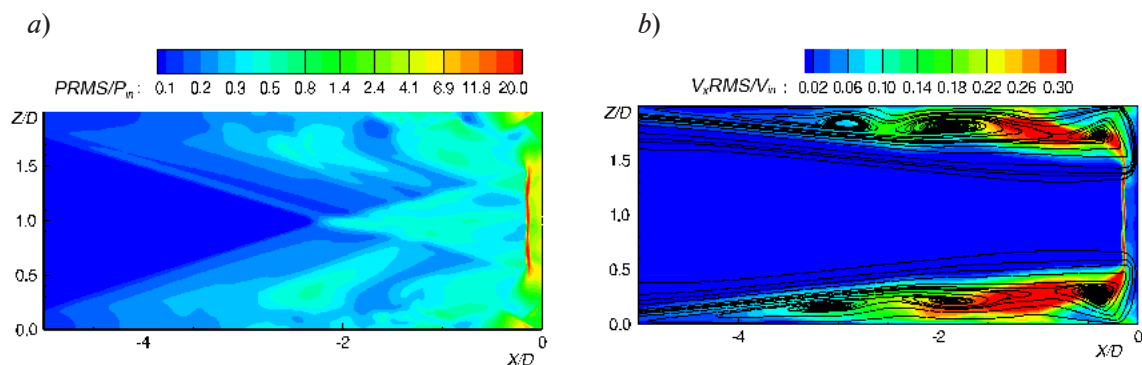


Рис. 11. Поля среднеквадратичных пульсаций давления (*a*) и пульсаций продольной скорости (*b*) в средней продольной плоскости перед телом

Заключение

В работе проведены параметрические расчеты сверхзвукового обтекания симметричного цилиндрического тела в виде ребра, ограниченного с торцов параллельными пластинами. В расчетах варьировалось отношение расстояния между пластинами к диаметру затупления (геометрический параметр χ).

Установлено, что при выбранных значениях параметров набегающего потока, в случае полуограниченной области ($\chi \rightarrow \infty$), обтекание стационарное. Структура течения вблизи области сочленения характеризуется наличием протяженной отрывной области перед телом с системой подковообразных вихрей, а также формированием отошедшего скачка уплотнения и индуцированных косых скачков. При достаточно существенном уменьшении расстояния между пластинами, сначала реализуется слабонестационарный режим обтекания: в потоке наблюдаются небольшие колебания лишь вблизи сочленения тела и пластин; при дальнейшем уменьшении расстояния (параметр χ снижается от 3 до 2) картина течения становится существенно нестационарной.

Из анализа осредненных по времени полей скорости и давления (всегда симметричны относительно средней продольной плоскости) следует, что уменьшение расстояния между пластинами в целом приводит к смещению отошедшего скачка уплотнения ближе к обтекаемому телу и увеличению толщины отрывной области. Когда актуальное течение становится существенно нестационарным, структура осредненного потока в отрывной области претерпевает изменения: количество явно выраженных вихрей меньше, а отрывная область — менее протяженная.

При уменьшении расстояния между пластинами, области вязко-невязкого взаимодействия, расположенные вблизи пластин, все сильнее влияют на невязкое ядро потока, а затем и друг на друга. Это отчетливо проявляется и в изменениях распределения давления и числа Стэнтона на поверхности тела и пластин. В частности, при уменьшении параметра χ локальные максимумы давления и теплоотдачи смещаются к лобовой точке посередине тела, а пиковые значения при этом существенно возрастают.

В случае существенно нестационарного течения, рассчитанного при $\chi = 2$, мгновенные поля течения не симметричны относительно средней продольной плоскости, а колебания давления содержат как высокочастотные, так и низкочастотные составляющие.



В отрывной области перед телом наблюдаются интенсивные пульсации скорости. Изменение во времени положения и интенсивности вихрей внутри отрывной области обуславливает колебания индуцированных косых скачков уплотнения, что, в свою очередь, приводит к колебаниям отошедшего скачка уплотнения.

Для проведения расчетов использовались вычислительные ресурсы суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (www.scc.spbstu.ru).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Tutty O. R., Roberts G. T., Schuricht P. H.** High-speed laminar flow past a fin-body junction // *Journal of Fluid Mechanics*. 2013. Vol. 737. 25 December. Pp. 19–55.
2. **Mortazavi M., Knight D.** Simulation of hypersonic-shock-wave–laminar-boundary-layer interaction over blunt fin // *AIAA (American Institute of Aeronautics and Astronautics) Journal*. 2019. Vol. 57. No. 8. Pp. 3506–3523.
3. **Lindörfer S. A., Combs C. S., Kreth P. A., Bond R. B., Schmisser J. D.** Scaling of cylinder-generated shock-wave/turbulent boundary-layer interactions // *Shock Waves*. 2020. Vol. 30. No. 4. Pp. 395–407.
4. **Knight D., Mortazavi M.** Hypersonic shock wave transitional boundary layer interactions – A review // *Acta Astronautica*. 2018. Vol. 151. October. Pp. 296–317.
5. **Колесник Е. В., Смирнов Е. М., Смирновский А. А.** Численное решение трехмерной задачи обтекания установленного на пластине цилиндрического тела сверхзвуковым потоком вязкого газа при $M = 2,95$ // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2019. Т. 12. № 2. С. 7–22.
6. **Колесник Е. В., Смирнов Е. М.** Численное исследование вихревых структур и теплообмена при сверхзвуковом обтекании области сопряжения затупленного тела и пластины // *Журнал технической физики*. 2020. Т. 90. № 2. С. 185–192.
7. **Sabnis K., Babinsky H.** A review of three-dimensional shock wave–boundary-layer interactions // *Progress in Aerospace Sciences*. 2023. Vol. 143. No. 1. P. 100953.
8. **Гуськов О. В., Копченков В. И., Липатов И. И., Острась В. Н.** Процессы торможения сверхзвуковых течений в каналах. М.: Физматлит, 2008. 163 с.
9. **Пензин В. И.** Экспериментальное исследование отрывных течений в каналах. М.: Изд-во Центрального аэрогидродинамического института (ЦАГИ), 2009. 280 с.
10. **Matsuo K., Miyazato Y., Kim H.-D.** Shock train and pseudo-shock phenomena in internal gas flows // *Progress in Aerospace Sciences*. 1999. Vol. 35. No. 1. Pp. 33–100.
11. **Gnani F., Zare-Behtash H., Kontis K.** Pseudo-shock waves and their interactions in high-speed intakes // *Progress in Aerospace Science*. 2016. Vol. 82. April. Pp. 36–56.
12. **Bruce P. J. K., Babinsky H., Tartinvill B., Hirsch C.** Corner effect and asymmetry in transonic channel flows // *AIAA Journal*. 2011. Vol. 49. No. 11. Pp. 2382–2392.
13. **Pizzella M., Warning S., Mcquilling M., Purkey A., Scharnhorst R., Mani M., Benek J., Suchyta C., Babinsky H.** On the effect of test section aspect ratio for shock wave-boundary layer interactions // *Proceedings of the 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting*. 9–13 January, 2017. Grapevine, Texas, USA: AIAA, 2017-0535. 9 January, 2017. Vol. 10. Pp. 7586–7603.
14. **Eagle W. E., Driscoll J. F.** Shock wave–boundary layer interactions in rectangular inlets: three-dimensional separation topology and critical points // *Journal of Fluid Mechanics*. 2014. Vol. 756. 10 October. Pp. 328–353.

REFERENCES

1. **Tutty O. R., Roberts G. T., Schuricht P. H.**, High-speed laminar flow past a fin-body junction, *J. Fluid Mech.* 737 (25 Dec) (2013)19–55.
2. **Mortazavi M., Knight D.**, Simulation of hypersonic-shock-wave–laminar-boundary-layer interaction over blunt fin, *AIAA J.* 57 (8) (2019) 3506–3523.
3. **Lindörfer S. A., Combs C. S., Kreth P. A., et al.**, Scaling of cylinder-generated shock-wave/turbulent boundary-layer interactions, *Shock Waves*. 30 (4) (2020) 395–407.

4. Knight D., Mortazavi M., Hypersonic shock wave transitional boundary layer interactions – A review, *Acta Astronaut.* 151 (Oct) (2018) 296–317.
5. Kolesnik E. V., Smirnov E. M., Smirnovsky A. A., Numerical solution of a 3D problem on a supersonic viscous gas flow past a plate-cylindrical body junction at $M = 2.95$, *St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics.* 12 (2) (2019) 7–22 (in Russian).
6. Kolesnik E. V., Smirnov E. M., Numerical analysis of vortex structures and heat transfer in a supersonic flow past the junction of a blunt-fin body and a plate, *Tech. Phys.* 65 (2) (2020) 174–181.
7. Sabnis K., Babinsky H., A review of three-dimensional shock wave–boundary-layer interactions, *Prog. Aerosp. Sci.* 143 (1) (2023) 100953.
8. Gus'kov O. V., Kopchenov V. I., Lipatov I. I., Ostras V. N., *Protsessy tormozheniya sverkhzvukovykh techeniy v kanalakh* [Processes of supersonic flow deceleration in channels], Fizmatlit Publishing, Moscow, 2008 (in Russian).
9. Penzin V. I., Experimental investigation of separated flows in ducts, Publ. by Central Aerohydrodynamic Institute, Moscow, 2009 (in Russian).
10. Matsuo K., Miyazato Y., Kim H.-D., Shock train and pseudo-shock phenomena in internal gas flows, *Prog. Aerosp. Sci.* 35 (1) (1999) 33–100.
11. Gnani F., Zare-Behtash H., Kontis K., Pseudo-shock waves and their interactions in high-speed intakes, *Prog. Aerosp. Sci.* 82 (April) (2016) 36–56.
12. Bruce P. J. K., Babinsky H., Tartinville B., Hirsch C., Corner effect and asymmetry in transonic channel flows, *AIAA J.* 49 (11) (2011) 2382–2392.
13. Pizzella M., Warning S., Mcquilling M., et al., On the effect of test section aspect ratio for shock wave-boundary layer interactions. *Proc. 55th AIAA Aerospace Sciences Meeting*, 9–13 Jan, 2017. AIAA, 2017-0535. 9 Jan., Grapevine, Texas, USA, 2017. Vol. 10. Pp. 7586–7603.
14. Eagle W. E., Driscoll J. F., Shock wave–boundary layer interactions in rectangular inlets: three-dimensional separation topology and critical points, *J. Fluid Mech.* 756 (10 Oct) (2014) 328–353.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

КОЛЕСНИК Елизавета Владимировна — кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

kolesnik_ev@mail.ru

ORCID: 0000-0002-6308-733X

БАБИЧ Елена Викторовна — студентка Физико-механического института Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

lll.helen.lll@mail.ru

ORCID: 0000-0003-1442-4886

СМИРНОВ Евгений Михайлович — доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

smirnov_em@spbstu.ru

ORCID: 0000-0002-7218-6372

THE AUTHORS

KOLESNIK Elizaveta V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
kolesnik_ev@mail.ru
ORCID: 0000-0002-6308-733X

BABICH Elena V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
lll.helen.lll@mail.ru
ORCID: 0000-0003-1442-4886

SMIRNOV Evgeny M.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
smirnov_em@spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-7218-6372

*Статья поступила в редакцию 19.07.2024. Одобрена после рецензирования 26.07.2024.
Принята 26.07.2024.
Received 19.07.2024. Approved after reviewing 26.07.2024. Accepted 26.07.2024.*

Научная статья

УДК 532.5.013.4

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18103>

ВЛИЯНИЕ ГРАДИЕНТА ДАВЛЕНИЯ И ЛОКАЛЬНЫХ НЕРЕГУЛЯРНОСТЕЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ЛАМИНАРНО- ТУРБУЛЕНТНЫЙ ПЕРЕХОД В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ

А. В. Г р б р у к, В. Д. Г о л у б к о в [□], М. Х. Стрелец

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

[□] golubkovvd@gmail.com

Аннотация. В статье представлены результаты расчетного исследования влияния продольного градиента давления (ГД) на положение ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП) в пограничном слое на гладкой пластине и на пластине с локальной нерегулярностью поверхности. Для гладкой пластины расчеты выполнены с использованием как разработанной авторами методики, основанной на глобальном анализе устойчивости (ГАУ) ламинарного пограничного слоя, так и других известных методов, учитывающих ЛТП. Полученные результаты существенно различаются для разных методов и отличны от более надежных результатов ГАУ, что ставит под сомнение точность этих методов. Проведенные исследования доказали возможность выполнять суммарную оценку сдвига положения ЛТП путем сложения сдвига для гладкой пластины, имеющего место ввиду изменения величины ГД, и сдвига для пластины с нерегулярностью на ее поверхности в отсутствие ГД.

Ключевые слова: волны Толлмина – Шлихтинга, глобальный анализ устойчивости, ламинарно-турбулентный переход, продольный градиент давления

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 22-11-00041).

Для цитирования: Гарбарук А. В., Голубков В. Д., Стрелец М. Х. Влияние градиента давления и локальных нерегулярностей поверхности на ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 30–41. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18103>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18103>

THE INFLUENCE OF PRESSURE GRADIENT AND LOCAL SURFACE IRREGULARITIES ON THE LAMINAR- TURBULENT TRANSITION IN THE BOUNDARY LAYER

A. V. Garbaruk, V. D. Golubkov [□], M. Kh. Strelets

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

[□] golubkovvd@gmail.com

Abstract. The paper presents the results of a computational study of the effect of the longitudinal pressure gradient (PG) on the position of the laminar-turbulent transition (LTT) in the boundary layer on a smooth plate and on a plate with local surface irregularity. For a smooth plate, the calculations were performed using both the method developed by the authors, based on the Global Stability Analysis (GSA) of the laminar boundary layer, and other known methods that take into account the LTT. The results obtained varied significantly for different methods and differed from the more reliable GSA results, which questions the accuracy of these



methods. The studies have proved that it is possible to perform a total evaluation of the LTT position shift by adding the shift for a smooth plate due to changes in the PG value and the shift for a plate with irregularity on its surface in the absence of PG.

Keywords: Tollmien – Schlichting waves, global stability analysis, laminar-turbulent transition, longitudinal pressure gradient

Funding. The reported study was funded by Russian Science Foundation (Grant No. 22-11-00041).

For citation: Garbaruk A. V., Golubkov V. D., Strelets M. Kh., The influence of pressure gradient and local surface irregularities on the laminar-turbulent transition in the boundary layer, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 30–41. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18103>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Создание надежных расчетных методов, позволяющих находить положение ламинарно-турбулентного перехода (ЛТП), является важной задачей для многих отраслей промышленности (авиация, турбо- и машиностроение и др.), поскольку аэродинамические силы, действующие на обтекаемое потоком тело, в значительной степени зависят от протяженности ламинарного участка пограничного слоя, формирующегося на его поверхности. Так, например, в задачах внешней аэродинамики увеличение протяженности ламинарного участка пограничного слоя приводит к снижению силы сопротивления и, следовательно, к уменьшению расхода топлива [1, 2]. ЛТП представляет собой сложный физический процесс, связанный с потерей устойчивости ламинарного течения при высоких (выше критического значения) числах Рейнольдса. При низких уровнях турбулентности внешнего потока, типичных для внешних задач аэродинамики, в пограничном слое развиваются волны Толлмина – Шлихтинга (ТШ), конвективная неустойчивость которых приводит к возникновению развитой турбулентности [3], т. е. реализуется так называемый естественный сценарий ЛТП. На эволюцию волн ТШ оказывает влияние целый ряд факторов, среди которых важную роль играют различные технологические неоднородности обтекаемой поверхности (шероховатость, небольшие уступы и выемки) и наличие продольного градиента давления (см., например, статьи [4 – 6]). Учет этих факторов в рамках параллельного и квазипараллельного приближений классической линейной теории устойчивости [7] не обеспечивает приемлемой для практики точности расчета положения ЛТП, в связи с чем в последние годы широкое применение получили методы расчета, базирующиеся на так называемом глобальном анализе устойчивости (ГАУ) [8], которые активно развиваются и используются для решения широкого круга задач аэродинамики (см., например, работы [9 – 11]).

Методические проблемы, связанные с применением ГАУ для расчета процесса эволюции волн ТШ в пограничном слое, на плоской гладкой поверхности, при нулевом градиенте давления, в настоящее время в основном решены (см. работы [12 – 14]), а примеры успешного применения ГАУ для исследования развития возмущений в присутствии двумерных и трехмерных неоднородностей поверхности содержатся в работах [15 – 17].

В работе [18] предложена методика постпроцессинга результатов ГАУ, позволяющая определять положение ЛТП на основе рассчитанного продольного распределения показателя темпа роста волн ТШ в пограничном слое на гладкой пластине, а в работе [19] эта методика обобщена и применена для расчета положения ЛТП в пограничных слоях на пластине с локальными геометрическими нерегулярностями.

Настоящая работа, продолжающая публикации [18, 19], посвящена применению этой методики для расчета положения ЛТП при одновременном влиянии на него нерегулярностей поверхности обтекаемой стенки и градиента давления.

Методика определения положения ЛТП на основе ГАУ

Данная трехэтапная методика подробно изложена в статьях [18 – 20], в связи с чем ниже представлено лишь ее краткое описание.

На первом этапе находится стационарное решение двумерных нестационарных уравнений Навье – Стокса для сжимаемого совершенного газа:

$$\partial \mathbf{q} / \partial t = \mathbf{RHS}(\mathbf{q}), \quad (1)$$

где $\mathbf{q}$ – вектор консервативных переменных, $\mathbf{RHS}(\mathbf{q})$ – правая часть уравнений Навье – Стокса.

Для получения этого решения $\bar{\mathbf{q}}(x, y)$, устойчивость которого исследуется в дальнейшем с помощью ГАУ (его принято называть базовым решением), используется конечно-объемный CFD-код NTS [21]. При этом пространственная аппроксимация невязких составляющих векторов потоков в правой части выражения (1) осуществляется с помощью противопоточной схемы Роу третьего порядка точности, а их вязкие составляющие аппроксимируются с помощью центрально-разностной схемы второго порядка. Для интегрирования по времени используется неявная схема первого порядка, причем для ускорения сходимости к стационарному решению применяется локальный (зависящий от локальных шагов сетки) шаг по времени, определяемый задаваемым числом Куранта, в сочетании с технологией выборочного подавления возмущений [22].

На втором этапе выполняется ГАУ базового решения, найденного на первом этапе, что предполагает решение задачи на собственные значения для якобиана правой части уравнений Навье – Стокса (1) $\mathbf{J} = \partial(\mathbf{RHS}) / \partial \mathbf{q} |_{\mathbf{q}=\bar{\mathbf{q}}}$:

$$\mathbf{J} \hat{\mathbf{q}} = \omega \hat{\mathbf{q}}. \quad (2)$$

Решение этой задачи, т. е. набор комплексных собственных чисел и векторов $(\omega, \hat{\mathbf{q}})$, описывает волны ТШ, распространяющиеся вдоль пластины. Каждая пара $(\omega, \hat{\mathbf{q}})$ соответствует одной волне (моду) ТШ. При этом вещественная часть собственного числа ω_r представляет собой скорость затухания или роста амплитуды этой волны во времени, его мнимая часть ω_i равна частоте этой моды, а вещественная часть собственного вектора $\hat{\mathbf{q}}(x, y)$ представляет собой пространственное распределение амплитуды волны.

Задача (2) решается численно для дискретного аналога якобиана, способ вычисления которого приведен в нашей статье [23]. При этом используется метод Крылова – Шура,

который реализован в открытой библиотеке SPEPc/PETSc [24].

Наконец, на третьем, завершающем этапе осуществляется постпроцессинг результатов ГАУ (пар собственных чисел и векторов), позволяющий определить положение ЛТП. Этот постпроцессинг, подробно описанный в статье [19], предполагает вычисление показателей темпа роста отдельных волн ТШ $N_\omega(x)$ и построение их огибающей $N(x)$. После этого положение ЛТП определяется как координата x_t , при которой $N(x_t)$ достигает критического значения N_{crit} .

В настоящей работе предполагается, что это значение зависит только от уровня турбулентности набегающего потока и определяется по формуле Мака [25]:

$$N_{crit} = -8,43 - 2,4 \cdot \ln(Tu).$$

На рис. 1 представлен пример определения вышеописанным образом

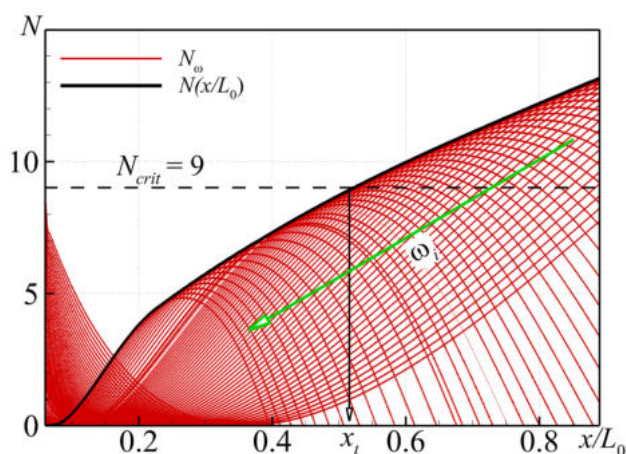


Рис. 1. Построение огибающей показателей темпа роста волн Толлмина – Шлихтинга $N(x)$ в пограничном слое на плоской пластине и определение положения перехода x_t при $N_{crit} = 9$. Зеленая стрелка указывает направление роста частоты

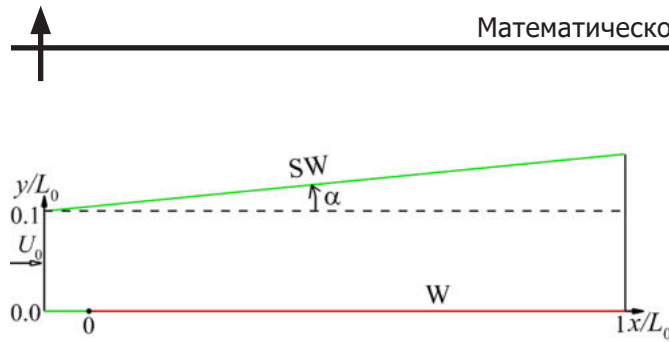


Рис. 2. Схематическое изображение расчетной области. Задача: вычислить базовое решение для пограничного слоя на плоской пластине

(длиной L_0) с градиентом давления;

W, SW (slip wall) – стенка и стенка с проскальзыванием, соответственно; α – угол наклона верхней границы расчетной области; U_0 – входная скорость сжимаемого совершенного газа

чает собственно пластину длиной L_0 и участок «скользящей» стенки перед ней ($-0,1 \leq x/L_0 < 0,0$), который необходим для правильного описания формирования ламинарного пограничного слоя на начальном участке пластины [19].

Характерные числа Рейнольдса (Re_0) и Маха (M), построенные по входной скорости U_0 и длине пластины L_0 , составляют

$$Re_0 = U_0 L_0 / \nu = 6 \cdot 10^6; M = 0,05,$$

где ν – динамическая вязкость газа.

Высота входного сечения канала фиксирована ($y/L_0 = 0,1$), а отношение высот его выходного и входного сечений изменяется от 0,975 до 1,050 с шагом 0,025, что соответствует изменению угла наклона верхней границы расчетной области α примерно от $-0,13$ до $+0,26^\circ$ и, как показали расчеты, обеспечивает практически постоянное значение безразмерного градиента давления σ :

$$\sigma = \frac{\nu}{\rho U_0^3} \frac{dp}{dx},$$

где ρ – плотность газа; dp/dx – размерный градиент давления.

Величина σ изменяется в диапазоне от $-4,8 \cdot 10^{-9}$ до $6,1 \cdot 10^{-9}$. Конкретные расчеты проведены при четырех значениях σ , равных

$$-4,8 \cdot 10^{-9}; 0,0; 2,8 \cdot 10^{-9}; 6,1 \cdot 10^{-9},$$

т. е. при благоприятном (отрицательном), нулевом и двух неблагоприятных (положительных) градиентах давления.

Наряду с гладкой нижней пластиной были проведены расчеты при наличии на ней обратного уступа, расположенного при значении $x/L_0 = 0,25$ и имеющего варьируемую высоту

$$h/\delta_0^* = 0,25; 0,50; 0,75,$$

где $\delta_0^* = 3,5 \cdot 10^{-4} L_0$ – локальная величина вытеснения пограничного слоя в пограничном слое без градиента давления при $x/L_0 = 0,25$.

Граничные условия для расчета базового решения задавались следующим образом.

На входной границе задавались однородные профили скорости и температуры, а остальные переменные экстраполировались на нее изнутри расчетной области.

На верхней (наклонной) границе и на нижней при $-0,1 \leq x/L_0 < 0,0$ задавалось условие свободного проскальзывания, а на остальной части нижней границы ($x/L_0 \geq 0$) использовались условия прилипания и непроницаемости для скорости, а также адиабатичности для температуры.

Наконец, на выходной границе задавалось постоянное давление, а остальные переменные экстраполировались на нее изнутри расчетной области.

положения ЛТП x_t в пограничном слое на гладкой плоской пластине при значении $N_{crit} = 9$, соответствующем уровню турбулентности набегающего потока $Tu = 0,07\%$.

Постановка рассматриваемых задач

Рассмотрен пограничный слой на плоской поверхности при наличии продольного градиента давления, создаваемого путем наклона верхней границы расчетной области (рис. 2), на которой задано граничное условие свободного проскальзывания.

Расчетная область для первого этапа расчета (получение базового решения) вклю-

При наличии обратного уступа размеры расчетной области и граничные условия оставались неизменными, за исключением того, что нижняя граница при $x/L_0 \geq 0,25$ сдвигалась вниз на величину h , образуя уступ.

Шаги расчетных сеток задавались приблизительно равными шагам сеток, использовавшихся в работе [19], где было показано, что они обеспечивают получение сеточно-независимого базового решения. В результате размеры сетки изменялись в диапазоне от 2,4 млн. узлов (для гладкой пластины) до 3,7 млн. (для пластины с уступом).

Расчетная область для проведения ГАУ составляет часть расчетной области, используемой для получения базового решения. Так, ее входная граница смещается вниз по потоку до $x/L_0 = 0,05$, выходная граница располагается при $x/L_0 = 0,90$, а верхняя – при $y/L_0 = 0,06$. Кроме того, в качестве граничных условий для возмущений использовались однородные условия Дирихле на всех границах. Обоснование такого выбора размера расчетной области и граничных условий для ГАУ приведено в работе [19].

Сравнение результатов ГАУ с результатами других методов расчета ЛТП при наличии продольного градиента давления

В данном разделе представлены результаты сравнения положений ЛТП в пограничном слое на гладкой плоской поверхности при различных значениях продольных градиентов давления, рассчитанных с помощью ГАУ, с результатами применения других методов (локально-параллельное приближение классической линейной теории устойчивости [7] и метод Дрела [26], базирующийся на корреляциях, построенных с использованием решений уравнения Фолкнера – Скэн). Кроме того, проведено сравнение результатов ГАУ с аналогичными результатами двух наиболее популярных полуэмпирических моделей турбулентности для уравнений Рейнольдса, учитывающих ЛТП, а именно – дифференциальной модели SST γ - Re_θ [27] и алгебраической модели SST alg- γ [28]. При этом граничные условия на входной границе расчетной области для уравнений переноса турбулентных характеристик в этих моделях задавались исходя из соотношения турбулентной и молекулярной вязкостей $\nu_t/\nu = 1$ и уровня турбулентности $Tu = 0,07\%$, который, как уже было сказано, соответствует критическому значению N -фактора $N_{crit} = 9$.

Результаты сравнения представлены на рис. 3 и 4.

На рис. 3 сравниваются, в частности, зависимости показателя темпа роста волн ТШ от числа Рейнольдса, построенного по локальной толщине потери импульса Re_θ , которые рассчитаны с использованием трех из рассматриваемых методов, базирующихся на анализе устойчивости. Видно, что все три метода правильно отражают хорошо известную тенденцию к стабилизации пограничного слоя (к падению показателя темпа роста N) с уменьшением градиента давления. Однако метод Дрела предсказывает заметно более медленный рост величины $N(Re_\theta)$ с уменьшением градиента давления, чем ГАУ и локально-параллельное приближение, что, вероятно, связано с использованием в методе Дрела корреляций, построенных на основе решения уравнения Фолкнера – Скэн.

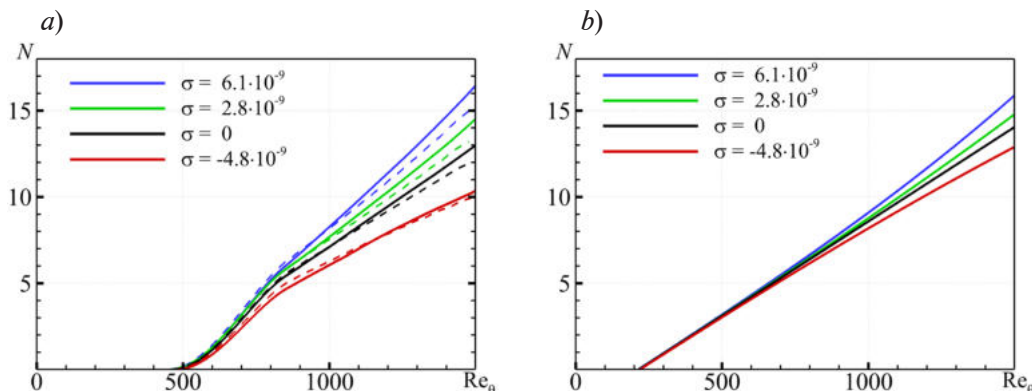


Рис. 3. Расчетное влияние градиента давления на продольное распределение показателей темпа роста волн ТШ $N(Re_\theta)$ на плоской пластине: *a* – использованы ГАУ и локально-параллельное приближение (сплошные и штриховые кривые, соответственно); *b* – расчеты методом Дрела

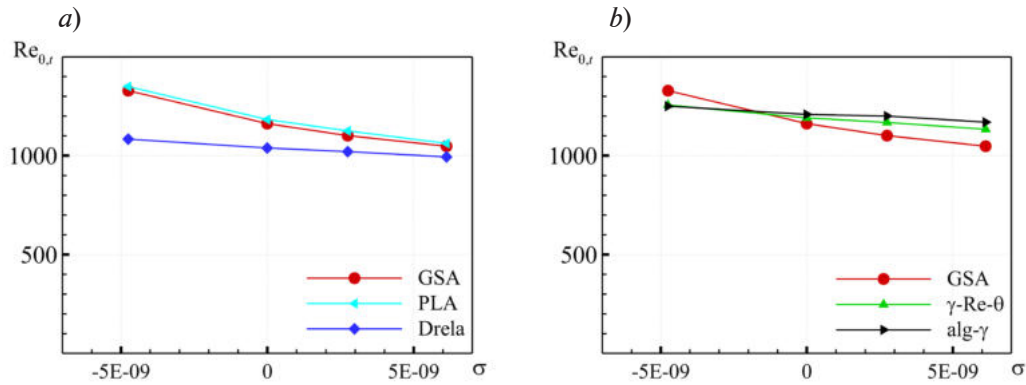


Рис. 4. Сравнение зависимостей положения ЛТП $Re_{0,t}$ от безразмерного градиента давления σ (получены по результатам ГАУ(GSA)) с аналогичными, полученными с использованием результатов локально-параллельного приближения (PLA) и метода Дрела (a), а также моделей ЛТП для уравнений Рейнольдса (b)

На рис. 4 представлены зависимости числа Рейнольдса ЛТП $Re_{0,t}$ от безразмерного градиента давления, которые определяются по соответствующим кривым $N(Re_0)$, полученным с использованием различных методов при критическом значении N -фактора, равном 9. Рис. 4,а, на котором сравниваются результаты ГАУ, локально-параллельного подхода и метода Дрела, полностью отражает тенденции, которые обсуждались выше при анализе рис. 3: результаты первых двух методов близки между собой, в то время как метод Дрела предсказывает более ранний ЛТП при всех рассмотренных градиентах давления и более слабую к ним чувствительность. Что касается моделей ЛТП для уравнений Рейнольдса (SST γ - $Re\theta$ и SST alg- γ), то они предсказывают близкие между собой значения положения ЛТП $Re_{0,t}$ при всех рассмотренных градиентах давления (см. рис. 4,б), причем в пограничном слое со слабым градиентом давления (значение σ близко к нулевому) эти значения практически совпадают с результатами ГАУ, а при отклонении σ от нуля значительно от них отличаются. Иными словами, ГАУ предсказывает гораздо более сильное влияние градиента давления на положение ЛТП, чем модели ЛТП для уравнений Рейнольдса. Отметим также, что в этом отношении результаты последних близки к результатам метода Дрела.

Анализ совместного влияния градиента давления и нерегулярности поверхности в форме обратного уступа на положение ЛТП

Совместное влияние указанных факторов на продольное распределение показателя темпа роста волн ТШ иллюстрирует рис. 5. Видно, что при любой высоте уступа этот показатель монотонно растет с увеличением градиента давления и, кроме того, резко возрастает в окрестности уступа, а далее, вниз по потоку, зависимость $N(Re_0)$ вновь становится близкой к линейной, как и в отсутствие уступа.

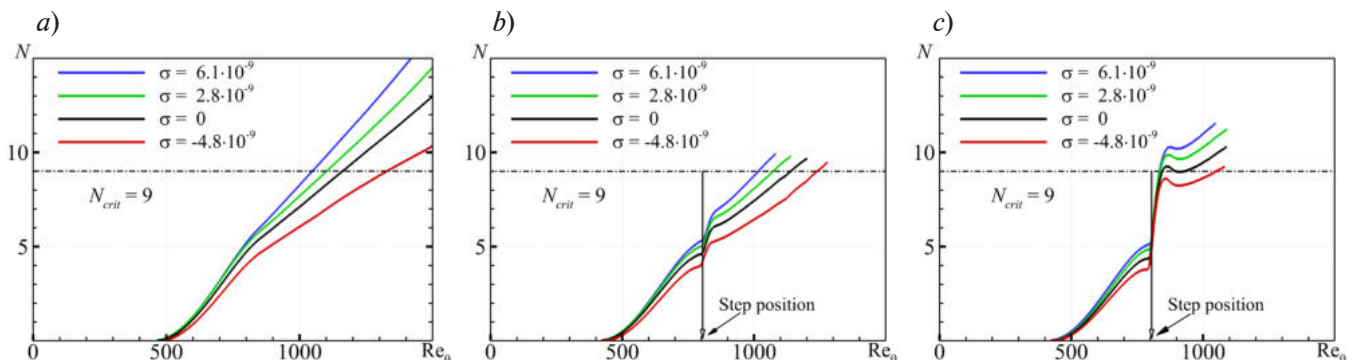


Рис. 5. Зависимости показателя темпа роста волн ТШ от локального числа Рейнольдса Re_0 при разных градиентах давления для пограничного слоя на плоской пластине без уступа (a) и с уступами высотой $h/\delta_0^* = 0,25$ (b) и $0,75$ (c)

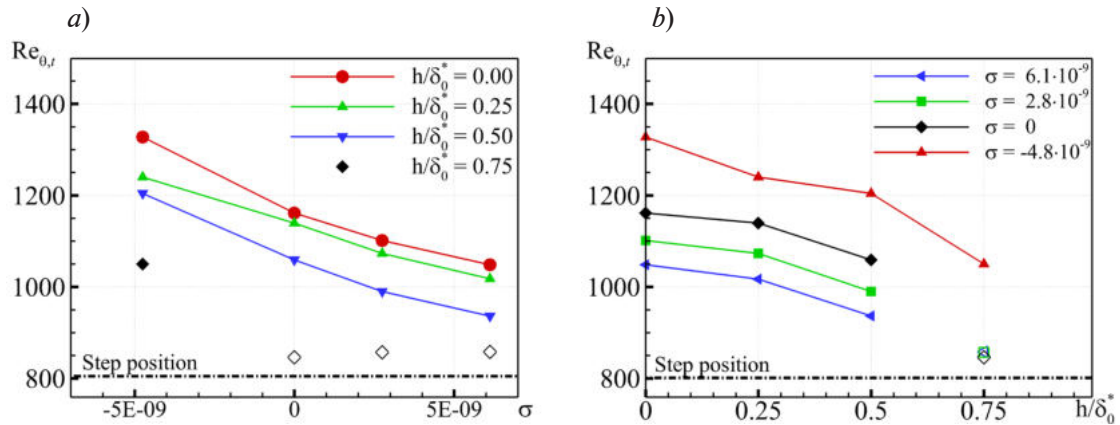


Рис. 6. Влияние на положение ЛТП градиента давления при различных высотах уступа (a) и высоты уступа при различных градиентах давления (b)

На рис. 6 приведены зависимости числа $Re_{0,t}$, соответствующего положению ЛТП, от величины градиента давления σ при фиксированных значениях h/δ_0^* и от высоты уступа h/δ_0^* при фиксированных значениях σ . Эти результаты получены по данным, представленным на рис. 5 при значении критического показателя темпа роста, равном 9. Анализ зависимостей на рис. 6 позволяет заключить, что на поверхности с уступами могут реализовываться два сценария ЛТП: естественный (связанный с развитием неустойчивости ТШ) и байпасный [4], который происходит в непосредственной близости от уступа (незатушеванные символы на рис. 6).

Второй сценарий наблюдается для уступа высотой $h/\delta_0^* = 0,75$ при неотрицательных градиентах давления. При этом для всех случаев естественного ЛТП (затушеванные символы на рис. 6) кривые $Re_{0,t}(\sigma)$ при различных фиксированных высотах уступов (см. рис. 6,a) и $Re_{0,t}(h/\delta_0^*)$ при фиксированных значениях градиента давления (см. рис. 6,b) качественно аналогичны друг другу. Это позволяет предположить, что влияние градиента давления и высоты уступа на положение естественного ЛТП оказывается независимым (аддитивным), т. е. его можно приближенно описать следующим соотношением:

$$\Delta Re_{0,t}(\sigma, h/\delta_0^*) = \Delta Re_{0,t}(\sigma, 0) + \Delta Re_{0,t}(0, h/\delta_0^*), \quad (3)$$

где $\Delta Re_{0,t}(\sigma, h/\delta_0^*) = Re_{0,t}(\sigma, h/\delta_0^*) - Re_{0,t}(0, 0)$ – это полное изменение $Re_{0,t}$ ЛТП ввиду влияния как градиента давления σ , так и высоты уступа h/δ_0^* , а $\Delta Re_{0,t}(\sigma, 0)$ и $\Delta Re_{0,t}(0, h/\delta_0^*)$ – его изменения только под влиянием градиента давления при нулевой высоте уступа и только высоты уступа при нулевом градиенте давления, соответственно.

В таблице приведены относительные погрешности расчетов по соотношению (3), которые найдены по формуле

$$\Delta, \% = \left[\Delta Re_{0,t}(\sigma, h/\delta_0^*) - \Delta Re_{0,t}(\sigma, 0) - \Delta Re_{0,t}(0, h/\delta_0^*) \right] / Re_{0,t}(0, 0) \cdot 100\%. \quad (4)$$

Таблица

Зависимость относительной погрешности расчетов по формуле (3) от безразмерных градиента давления σ и высоты уступа h/δ_0^*

$\sigma, 10^{-9}$	Относительная погрешность $\Delta, \%$		
	$h/\delta_0^* = 0,25$	$h/\delta_0^* = 0,50$	$h/\delta_0^* = 0,75$
–4,8	–5,6	–1,8	3,3
2,8	–0,5	–0,8	Байпасный ЛТП
6,1	–0,8	–0,8	

Примечание. Значения Δ найдены по формуле (4).



Из данных таблицы следует, что для положительных (неблагоприятных) градиентов давления погрешность составляет менее 1%, для отрицательного градиента – 3,3%, что в целом подтверждает предположение об аддитивном воздействии градиента давления и высоты уступа на положение естественного ЛТП в рассмотренном диапазоне параметров.

Заключение

В работе представлены результаты расчетных исследований, выполненных с использованием методики глобального анализа устойчивости (ГАУ) и направленных на оценку влияния продольного градиента давления и наличия локальной нерегулярности в форме обратного уступа на положение естественного (возникающего вследствие неустойчивости Толлмина – Шлихтинга) ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое на плоской поверхности. Указанная методика уже была разработана авторами данной работы ранее, и представленное исследование есть дальнейший шаг на пути ее развития.

Проведено сравнение результатов, рассчитанных для пограничных слоев на гладких поверхностях при наличии градиента давления, с аналогичными результатами, полученными с помощью приближенных методов классической теории устойчивости и наиболее точных из известных в настоящее время моделей замыкания уравнений Рейнольдса, учитывающих переход.

Это сравнение показало, что результаты ГАУ значительно отличаются от таковых, полученных методом Дрела [26], базирующегося на корреляциях, построенных на анализе устойчивости семейства профилей Фолкнера – Скэн, и от результатов, полученных с использованием моделей, учитывающих переход в рамках уравнений Рейнольдса (модели SST γ - Re_θ [27] и SST alg- γ [28]). Данный вывод весьма важен, так как он ставит под сомнение точность указанных методов, которые в настоящее время широко используются в практических расчетах.

Результаты параметрического исследования влияния на переход одновременного воздействия градиента давления и наличия уступа на поверхности свидетельствуют о том, что в рассмотренном диапазоне этих двух факторов их воздействие на положение ламинарно-турбулентного перехода можно приближенно считать независимым (аддитивным).

Все расчеты выполнены на высокопроизводительном кластере «Торнадо» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (<http://www.spbstu.ru>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Crouch J. D.** Boundary-layer transition prediction for laminar flow control (Invited report) // Proceedings of the 45th AIAA Fluid Dynamics Conference. 22–26 June, 2015. Dallas, TX, American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA 2015-2472, 2015.
2. **Malik M. R., Crouch J. D., Saric W., Lin J. C., Whalen E. A.** Application of drag reduction techniques to transport aircraft (Chapter) // R. Blockley, W. Shyy (Eds.) Encyclopedia of Aerospace Engineering. Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley & Sons, Ltd., 2015. December. Pp. 1–10.
3. **Boiko A. V., Dovgal A. V., Grek G. R., Kozlov V. V.** Physics of transitional shear flows: Instability and laminar–turbulent transition in incompressible near-wall shear layers (Book Series “Fluid Mechanics and Its Applications”, Vol. 98). Dordrecht, Netherlands: Springer Science+Business Media B.V., 2011. 272 p.
4. **Crouch J. D., Kosorygin V. S., Sutanto M. J., Miller G. D.** Characterizing surface-gap effects on boundary-layer transition dominated by Tollmien – Schlichting instability // Flow. 2022. Vol. 2. 22 March. P. E8.
5. **Heintz A., Scholz P.** Measurements on the effect of steps on the transition of laminar boundary layers // Experiments in Fluids. 2023. Vol. 64. No. 4. P. 76.
6. **Teng M., Piomelli U.** Instability and transition of a boundary layer over a backward-facing step // Fluids. 2022. Vol. 7. No. 1. P. 35.
7. **Reed H. L., Saric W. S., Arnal D.** Linear stability theory applied to boundary layers // Annual Review of Fluid Mechanics. 1996. Vol. 28. No. 1. Pp. 389–428.
8. **Theofilis V.** Global linear instability // Annual Review of Fluid Mechanics 2011. Vol. 43. January. Pp. 319–352.

9. **Swaminathan G.** Global stability analysis of non-parallel flows: PhD Thesis. Bangalore, India: Jawaharlal Nehru Centre for Advanced Scientific Research, 2010. 152 p.
10. **Bucci M. A., Puckert D. K., Andriano C., Loiseau J.-Ch., Cherubini S., Robinet J.-Ch., Rist U.** Roughness-induced transition by quasi-resonance of a varicose global mode // *Journal of Fluid Mechanics*. 2018. Vol. 836. 10 February. Pp. 167–191.
11. **Timme S.** Global instability of wing shock-buffet onset // *Journal of Fluid Mechanics*. 2020. Vol. 885. 25 February. P. A37.
12. **Ehrenstein U., Gallaire F.** On two-dimensional temporal modes in spatially evolving open flows: the flat-plate boundary layer // *Journal of Fluid Mechanics*. 2005. Vol. 536. 10 August. Pp. 209–218.
13. **Ekervik E., Ehrenstein U., Gallaire F., Henningson D. S.** Global two-dimensional stability measures of the flat plate boundary-layer flow // *European Journal of Mechanics-B/Fluids*. 2008. Vol. 27. No. 5. Pp. 501–513.
14. **Alizard F., Robinet J.-C.** Spatially convective global modes in a boundary layer // *Physics of Fluids*. 2007. Vol. 19. No. 11. P. 114105.
15. **Garicano-Mena J., Ferrer E., Sanvido S., Valero E.** A stability analysis of the compressible boundary layer flow over indented surfaces // *Computers & Fluids*. 2018. Vol. 160. 4 January. Pp. 14–25.
16. **Mathias M., Medeiros M. F.** Global instability analysis of a boundary layer flow over a small cavity // *AIAA Aviation 2019 Forum*. 17–21 June, 2019. Dallas, Texas, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA 2019-3535, 15 June, 2019.
17. **Kuester M. S.** Growth of Tollmien – Schlichting waves over three-dimensional roughness // *AIAA Scitech 2020 Forum*. 6–10 January, 2020. Orlando, FL, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, AIAA 2020-1580, 5 January, 2020.
18. **Беляев К. В., Гарбарук А. В., Голубков В. Д., Стрелец М. Х.** Расчет эволюции волн Толлмина – Шлихтинга на основе глобального анализа устойчивости // *Математическое моделирование*. 2023. Т. 35. № 9. С. 45–60.
19. **Belyaev K., Garbaruk A., Golubkov V., Strelets M.** Prediction of effect of small local surface irregularities on natural transition to turbulence based on Global Stability Analysis // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2024. Vol. 107. July. P. 109358.
20. **Belyaev K. V., Garbaruk A. V., Golubkov V. D., Strelets M. Kh.** Application of global stability analysis to predicting characteristics of Tollmien – Schlichting waves // *St. Petersburg Polytechnic University Journal. Physics and Mathematics*. 2023. Vol. 16. No. 1.1. Pp. 218–224.
21. **Shur M., Strelets M., Travin A.** High-order implicit multi-block Navier – Stokes code: Ten-2025 experience of application to RANS/DES/LES/DNS of turbulence // *Proceedings of the 7th Symposium on Overset Composite Grids and Solution Technology*. October 5–7, 2004, Huntington Beach, CA, USA. 2004. Pp. 5–7.
22. **Richez F., Leguille M., Marquet O.** Selective frequency damping method for steady RANS solutions of turbulent separated flows around an airfoil at stall // *Computers & Fluids*. 2016. Vol. 132. 25 June. Pp. 51–61.
23. **Голубков В. Д., Гарбарук А. В.** Сравнение двух подходов к глобальному анализу гидродинамической устойчивости на примере задачи обтекания цилиндра // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2023. Т. 16. № 4. С. 50–62.
24. **Hernandez V., Roman J.E., Vidal V.** SLEPc: A scalable and flexible toolkit for the solution of eigenvalue problems // *ACM Transactions on Mathematical Software*. 2005. Vol. 31. No. 3. Pp. 351–362.
25. **Mack L. M.** Transition and laminar instability. 15 May, 1977. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:118505937>.
26. **Drela M., Giles M. B.** Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils // *AIAA Journal (American Institute of Aeronautics and Astronautics)*. 1987. Vol. 25. No. 10. Pp. 1347–1355.
27. **Langtry R. B., Menter F. R.** Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes // *AIAA Journal*. 2009. Vol. 47. No. 12. Pp. 2894–2906.
28. **Menter F. R., Matyushenko A., Lechner R., Stabnikov A., Garbaruk A.** An algebraic LCTM model for laminar–turbulent transition prediction // *Flow, Turbulence and Combustion*. 2022. Vol. 109. No. 4. Pp. 841–869.



REFERENCES

1. **Crouch J. D.**, Boundary-layer transition prediction for laminar flow control (Invited report), Proc. 45th AIAA Fluid Dynamics Conf. 22–26 June, 2015, Dallas, TX, AIAA 2015-2472, 2015.
2. **Malik M. R., Crouch J. D., Saric W., et al.**, Application of drag reduction techniques to transport aircraft (Chapter), In book: R. Blockley, W. Shyy (Eds.), Encyclopedia of Aerospace Engineering, John Wiley & Sons, Ltd., Hoboken, New Jersey, USA, December (2015) 1–10.
3. **Boiko A. V., Dovgal A. V., Grek G. R., Kozlov V. V.**, Physics of transitional shear flows: Instability and laminar–turbulent transition in incompressible near-wall shear layers (Book Series “Fluid Mechanics and Its Applications”, Vol. 98), Springer Science & Business Media B.V., Dordrecht, Netherlands, 2011.
4. **Crouch J. D., Kosorygin V. S., Sutanto M. J., Miller G. D.**, Characterizing surface-gap effects on boundary-layer transition dominated by Tollmien – Schlichting instability, Flow. 2 (22 March) (2022) E8.
5. **Heintz A., Scholz P.**, Measurements on the effect of steps on the transition of laminar boundary layers, Exp. Fluids. 64 (4) (2023) 76.
6. **Teng M., Piomelli U.**, Instability and transition of a boundary layer over a backward-facing step, Fluids. 7 (1) (2022) 35.
7. **Reed H. L., Saric W. S., Arnal D.**, Linear stability theory applied to boundary layers, Annu. Rev. Fluid Mech. 28 (1) (1996) 389–428.
8. **Theofilis V.**, Global linear instability, Annu. Rev. Fluid Mech. 43 (Jan) (2011) 319–352.
9. **Swaminathan G.**, Global stability analysis of non-parallel flows: PhD Thesis, Jawaharlal Nehru Centre for Advanced Scientific Research, Bangalore, India, 2010.
10. **Bucci M. A., Puckert D. K., Andriano C., et al.**, Roughness-induced transition by quasi-resonance of a varicose global mode, J. Fluid Mech. 836 (10 Febr) (2018) 167–191.
11. **Timme S.**, Global instability of wing shock-buffet onset, J. Fluid Mech. 885 (25 Febr) (2020) A37.
12. **Ehrenstein U., Gallaire F.**, On two-dimensional temporal modes in spatially evolving open flows: the flat-plate boundary layer, J. Fluid Mech. 536 (10 Aug) (2005) 209–218.
13. **Ekervik E., Ehrenstein U., Gallaire F., Henningson D. S.**, Global two-dimensional stability measures of the flat plate boundary-layer flow, Eur. J. Mech. B. Fluids. 27 (5) (2008) 501–513.
14. **Alizard F., Robinet J.-C.**, Spatially convective global modes in a boundary layer, Phys. Fluids. 19 (11) (2007) 114105.
15. **Garicano-Mena J., Ferrer E., Sanvido S., Valero E.**, A stability analysis of the compressible boundary layer flow over indented surfaces, Comput. Fluids. 160 (4 Jan) (2018) 14–25.
16. **Mathias M., Medeiros M. F.**, Global instability analysis of a boundary layer flow over a small cavity, Proc. AIAA Aviation 2019 Forum, 17–21 June, 2019, AIAA 2019-3535, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Dallas, Texas, USA, 15 June, 2019.
17. **Kuester M. S.**, Growth of Tollmien – Schlichting waves over three-dimensional roughness, Proc. AIAA Scitech 2020 Forum, 6–10 Jan., 2020, AIAA 2020-1580, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Dallas, Texas, USA, 5 January, 2020.
18. **Belyayev K., Garbaruk A., Golubkov V., Strelets M.**, Computation of evolution of Tollmien – Schlichting waves based on the global stability analysis, Math. Models Comput. Simul. 16 (1) (2024) 29–38.
19. **Belyayev K., Garbaruk A., Golubkov V., Strelets M.**, Prediction of effect of small local surface irregularities on natural transition to turbulence based on Global Stability Analysis, Int. J. Heat Fluid Flow. 107 (July) (2024) 109358.
20. **Belyayev K. V., Garbaruk A. V., Golubkov V. D., Strelets M. Kh.**, Application of global stability analysis to predicting characteristics of Tollmien – Schlichting waves, St. Petersburg Polytechnic University Journal. Physics and Mathematics. 16 (1.1) (2023) 218–224.
21. **Shur M., Strelets M., Travin A.**, High-order implicit multi-block Navier – Stokes code: Ten-2025 experience of application to RANS/DES/LES/DNS of turbulence, Proc. 7th Symp. Overset Composite Grids and Solution Technology. Oct. 5–7, 2004, Huntington Beach, CA, USA (2004) 5–7.

22. Richez F., Leguille M., Marquet O., Selective frequency damping method for steady RANS solutions of turbulent separated flows around an airfoil at stall, *Comput. Fluids*. 132 (25 June) (2016) 51–61.
23. Garbaruk A., Golubkov V., A comparison of two approaches to the global stability analysis using the example of the cylinder flow problem, *St. Petersburg Polytechnic University Journal. Physics and Mathematics*. 16 (4) (2023) 50–62 (in Russian).
24. Hernandez V., Roman J.E., Vidal V., SLEPc: A scalable and flexible toolkit for the solution of eigenvalue problems, *ACM Trans. Math.* 31 (3) (2005) 351–362.
25. Mack L. M., Transition and laminar instability. 15 May, 1977. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:118505937>.
26. Drela M., Giles M. B., Viscous-inviscid analysis of transonic and low Reynolds number airfoils, *AIAA J.* 25 (10) (1987) 1347–1355.
27. Langtry R. B., Menter F. R., Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes, *AIAA J.* 47 (12) (2009) 2894–2906.
28. Menter F. R., Matyushenko A., Lechner R., et al., An algebraic LCTM model for laminar–turbulent transition prediction, *Flow, Turbul. Combust.* 109 (4) (2022) 841–869.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ГАРБАРУК Андрей Викторович — доктор физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

agarbaruk@mail.ru

ORCID: 0000-0002-2775-9864

ГОЛУБКОВ Валентин Денисович — младший научный сотрудник Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

golubkovvd@gmail.com

ORCID: 0000-0001-9473-7430

СТРЕЛЕЦ Михаил Хаимович — доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией «Вычислительная гидроакустика и турбулентность» Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

strelets@mail.rcom.ru

ORCID: 0000-0002-4608-388X

THE AUTHORS

GARBARUK Andrey V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

agarbaruk@mail.ru

ORCID: 0000-0002-2775-9864

GOLUBKOV Valentin D.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

golubkovvd@gmail.com

ORCID: 0000-0001-9473-7430

STRELETS Michael Kh.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

strelets@mail.rcom.ru

ORCID: 0000-0002-4608-388X

*Статья поступила в редакцию 14.08.2024. Одобрена после рецензирования 11.09.2024.
Принята 12.09.2024.*

Received 14.08.2024. Approved after reviewing 11.09.2024. Accepted 12.09.2024.

Научная статья

УДК 532.517.4

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18104>

**РАСЧЕТ ОКОЛОКРИТИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ ОБТЕКАНИЯ
НЕПОДВИЖНОГО И ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ЦИЛИНДРОВ
И ТАНДЕМА ЦИЛИНДРОВ ПО МЕТОДУ DDES
С ПРИВЛЕЧЕНИЕМ МОДЕЛИ
ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА**

А. С. Стабников [✉], А. В. Гарбарук

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

[✉] an.stabnikov@gmail.com

Аннотация. Работа посвящена оценке возможностей вихреразрешающего гибридного RANS-LES-подхода DDES в сочетании с алгебраическими RANS-моделями перехода SST KD и SST alg- γ , описывающими ламинарно-турбулентный переход (ЛТП), применительно к расчету обтекания неподвижного и вращающегося цилиндров, а также тандема неподвижных цилиндров. Установлено, что при расчете рассмотренных течений этот подход значительно превосходит стандартный SST DDES, в рамках которого ЛТП не учитывается (предполагается, что течение является полностью турбулентным). Наряду с этим, результаты расчетов, полученные с его использованием, существенно зависят от выбора модели ЛТП, и в плане согласования расчета с экспериментом ни одна из двух моделей не имеет явного преимущества.

Ключевые слова: турбулентность, глобальные гибридные RANS/LES-подходы, DDES, кризис сопротивления, эффект Магнуса

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 23-21-00031).

Для цитирования: Стабников А. С., Гарбарук А. В. Расчет околокритических режимов обтекания неподвижного и вращающегося цилиндров и тандема цилиндров по методу DDES с привлечением модели ламинарно-турбулентного перехода // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 42–57. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18104>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18104>

**COMPUTATION OF FLOWS AROUND STATIONARY AND
ROTATING CYLINDERS AND A TANDEM OF CYLINDERS
AT NEAR-CRITICAL REGIMES USING DDES COUPLED
WITH A LAMINAR-TURBULENT TRANSITION MODEL**

A. S. Stabnikov [✉], A. V. Garbaruk

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

[✉] an.stabnikov@gmail.com

Abstract. The objective of this paper is to assess the capabilities of a hybrid RANS-LES approach DDES coupled with algebraic RANS turbulence transition models SST KD and SST alg- γ , allowing the prediction of the laminar-turbulent transition (LTT). The approach is applied to calculations of flows around stationary and rotating cylinders as well as a tandem of



stationary cylinders. It is shown that for the simulations of the flows under consideration, this approach significantly outperforms the standard SST DDES (within the standard SST DDES it is assumed that the flow is completely turbulent, and the LTT is not taken into account). At the same time, the obtained computational results depend significantly on the choice of the LTT model, and neither of the two models has a clear advantage in terms of agreement between the computational results and experimental data.

Keywords: turbulence, global hybrid RANS/LES approaches, DDES, drag crisis, Magnus effect

Funding: The reported study was funded by Russian Science Foundation (Grant No. 23-21-00031). <http://www.spbstu.ru>.

For citation: Stabnikov A. S., Garbaruk A. V., Computation of flows around stationary and rotating cylinders and a tandem of cylinders at near-critical regimes using DDES coupled with a laminar-turbulent transition model, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 42–57. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18104>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

С ростом производительности вычислительных ресурсов для проведения инженерных расчетов все чаще применяются глобальные гибридные RANS-LES-подходы, среди которых наиболее известным и широко используемым является метод Delayed Detached Eddy Simulation (DDES) [1]. Точность этого, как и других аналогичных подходов, существенно зависит от точности расчета присоединенного пограничного слоя, которая обеспечивается базовой RANS-моделью. В случае, когда значительная часть пограничного слоя является ламинарной, эту точность можно радикально повысить, если использовать базовые модели, учитывающие ламинарно-турбулентный переход (ЛТП). Об этом свидетельствуют, в частности, результаты авторов данной статьи, полученные ранее в работе [2] при расчете обтекания сферы и поперечного обтекания цилиндра при околоскритических числах Рейнольдса, а также аналогичные результаты работ [3 – 8] и др., посвященных расчету поперечного обтекания цилиндра, крыловых профилей и турбинных лопаток. При этом предпочтительным является использование RANS-моделей ЛТП, не содержащих дополнительных дифференциальных уравнений переноса для вспомогательных величин, отвечающих за предсказание ЛТП (далее такие модели будем называть алгебраическими моделями ЛТП), в связи с чем их применение практически не влечет за собой увеличения вычислительных затрат, по сравнению с базовыми моделями, не описывающими ЛТП. Однако вопрос о влиянии выбора той или иной базовой модели ЛТП на точность получаемого решения остается открытым.

Настоящая работа призвана отчасти прояснить этот вопрос путем детального сравнения результатов расчетов околоскритических режимов обтекания различных плохобтекаемых тел (неподвижного цилиндра, вращающегося цилиндра и тандема неподвижных цилиндров) с использованием метода DDES, базирующегося на двух алгебраических моделях ЛТП: SST KD [2] и SST alg- γ [9].

Методы SST KD DDES и SST alg- γ DDES

Формулировки указанных подходов построены на основе уравнений полуэмпирической RANS-модели турбулентности k - ω SST [10]. В обоих случаях уравнение переноса удельной диссипации энергии турбулентности ω модели SST сохраняет свою форму без изменений, а все ее модификации, направленные на учет ЛТП, касаются уравнения для переноса кинетической энергии турбулентности k , которое в применяемых подходах можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i k)}{\partial x_i} = \gamma P_k + P_{bubble} - \frac{\beta^* \rho \omega k^{3/2}}{l_{DDES}} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right], \quad (1)$$

где ρ – плотность; μ , μ_t – динамические коэффициенты молекулярной и турбулентной

вязкостей; x_i — компоненты системы координат; u_i — компоненты скорости; σ_k, β^* — константы модели SST; P_k — генерационное слагаемое.

Линейный масштаб турбулентности l_{DDES} представляет собой комбинацию линейного масштаба турбулентности модели SST

$$l_{\text{RANS}} = k^{1/2} / \beta^* \omega$$

и подсеточного линейного масштаба $\Delta_{\text{SLA}}^{\text{DDES}}$, адаптированного к слоям смешения [11]; l_{DDES} вычисляется по формуле, представленной в работе [1]:

$$l_{\text{DDES}} = l_{\text{RANS}} - f_d \max \left\{ 0, \left(l_{\text{RANS}} - C_{\text{DES}} \Delta_{\text{SLA}}^{\text{DDES}} \right) \right\}, \quad (2)$$

где защитная функция f_d , определяемая как

$$f_d = 1 - \tanh \left[\left(C_{d1} r_d \right)^{C_{d2}} \right], \quad r_d = (v_t + v) / \left[\kappa^2 d_w^2 \sqrt{0,5 \cdot (S^2 + \Omega^2)} \right], \quad (3)$$

обеспечивает работу DDES в режиме RANS во всем присоединенном пограничном слое.

Входящие в формулу (3) величины определяются следующим образом: v_t, v — кинематические коэффициенты турбулентной и молекулярной вязкости; d_w — расстояние от рассматриваемой точки до ближайшей стенки; S, Ω — модули тензоров скоростей деформаций и завихренности; эмпирические константы имеют следующие значения:

$$C_{\text{DES}} = F_1 \cdot C_{\text{DES1}} + (1 - F_1) \cdot C_{\text{DES2}},$$

$$C_{\text{DES1}} = 0,78, C_{\text{DES2}} = 0,61, C_{d1} = 20,0, C_{d2} = 3,0, \kappa = 0,41, \beta^* = 0,09,$$

где F_1 — функция модели SST [10], являющаяся детектором пограничного слоя.

Приведенные значения совпадают со значениями соответствующих констант метода SST DDES [1].

Дополнительные (по сравнению со стандартным уравнением переноса k -модели SST) члены, введенные в уравнение (1) для учета ЛТП, а именно — коэффициент перемежаемости γ и генерационный член P_{bubble} , предназначенный для описания отрывного («пузырькового») перехода, определяются по тем же формулам, что и в RANS-моделях ЛТП SST KD [2] или SST alg- γ [9]. Однако с учетом того, что эти члены должны функционировать только в RANS-области DDES, в тех областях, где значение весовой функции модели SST F_1 удовлетворяет условию $F_1 < 0,9$ (т. е. вне RANS-области), эти члены деактивируются, т. е. величина γ полагается равной 1, а величина P_{bubble} — нулю.

Постановки задач

Для оценки влияния модели ЛТП на точность построенного на ее основе метода DDES были выбраны три течения, в которых ЛТП играет ключевую роль.

Первое из них — поперечное обтекание неподвижного цилиндра в широком диапазоне значений числа Рейнольдса, включающем докритические, критические и закритические режимы. Исследование этой задачи позволяет оценить способность вихреразрешающих подходов предсказывать явление кризиса сопротивления.

Второе течение — поперечное обтекание вращающегося цилиндра (рис. 1,а) при режимах, характеризующихся возникновением так называемого «обратного эффекта Магнуса». Широко известен «прямой» эффект Магнуса, который состоит в возникновении подъемной силы, вызванной повышением давления в окрестности нижней части цилиндра, движущейся против потока, и понижением давления в окрестности его верхней части, движущейся по потоку (предполагается вращение цилиндра по часовой стрелке и направление потока слева направо). Однако при определенном сочетании скоростей вращения цилиндра и числа Рейнольдса в экспериментах наблюдается смена направления подъемной силы, что и называется обратным эффектом Магнуса. Его причина состоит в возникновении ЛТП в пограничном слое на нижней стороне цилиндра, что приводит к смещению отрыва вниз по потоку и к соответствующему снижению локального давления. На верхней же стороне цилиндра ЛТП не происходит и имеет место ламинарный отрыв, а следовательно, более высокое давление, чем на нижней поверхности. Именно такие режимы рассмотрены в настоящей работе.

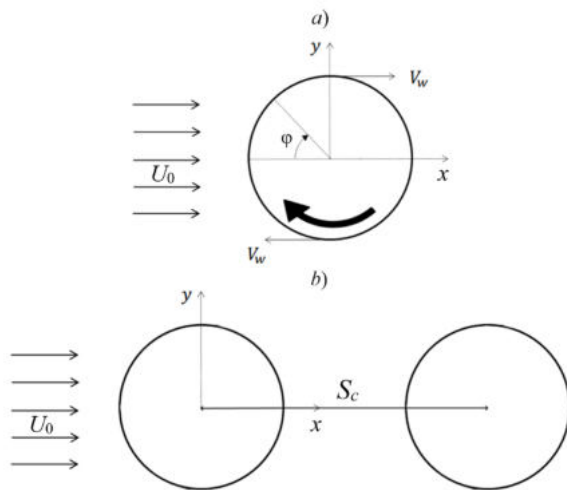


Рис. 1. Схема двух из исследованных течений: обтекание вращающегося круглого цилиндра (a) и тандема неподвижных цилиндров (b); V_w — линейная скорость вращения стенки цилиндра, S_c — расстояние между осями цилиндров. Тонкими стрелками указано направление набегающего потока (U_0 — его скорость)

Третье исследованное течение — поперечное обтекание тандема неподвижных цилиндров (рис. 1, b), подробно изученное в экспериментальной работе [12]. В зависимости от расстояния между цилиндрами S_c и числа Рейнольдса Re можно выделить три характерных режима [12], проиллюстрированных рисунком 2 на примере значения $S_c/D = 2,8$ (S_c/D — безразмерное расстояние между цилиндрами тандема, D — диаметр цилиндра).

В первом режиме наблюдается докритическое обтекание переднего цилиндра тандема, ЛТП происходит в оторвавшемся слое смещения, а в области между цилиндрами формируется глобальная (без формирования дорожки Кармана) отрывная зона с низким давлением, что влечет за собой низкое или даже отрицательное сопротивление заднего цилиндра тандема. При таком обтекании за цилиндрами формируется единая вихревая дорожка, показанная на рис. 2 синим цветом.

Второй режим соответствует закритическому характеру обтекания переднего цилиндра, при котором в следе за ним формируются выраженная дорожка Кармана, а ширина следа значительно уменьшается. При этом коэффициент сопротивления заднего цилиндра становится выше, чем переднего, и в следе за ним формируется отдельная (показана на рис. 2 зеленым цветом) дорожка Кармана.

При дальнейшем повышении числа Рейнольдса (транскритический режим) происходит постепенное расширение следа за первым цилиндром, что сопровождается ростом его сопротивления и падением сопротивления второго.

Таким образом, правильное определение положения ЛТП при обтекании переднего цилиндра тандема является критически важным для определения сопротивления заднего цилиндра.

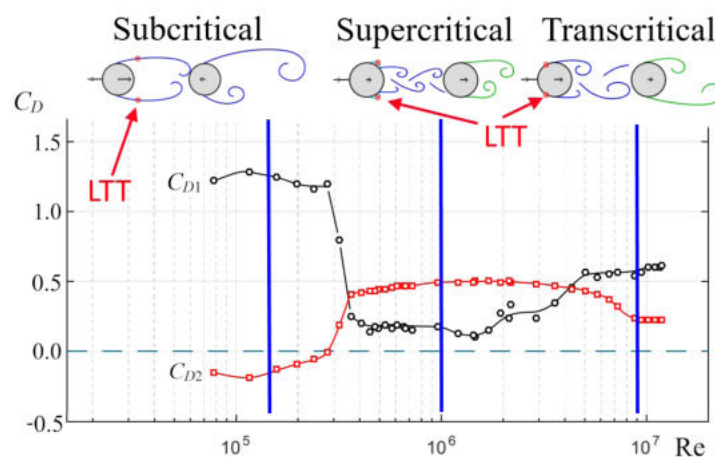


Рис. 2. Экспериментальные зависимости коэффициентов сопротивления переднего (C_{D1}) и заднего (C_{D2}) цилиндров тандема от Re при $S_c/D = 2,8$ [12], а также схема трех режимов обтекания: докритического (Subcritical), закритического (Supercritical) и транскритического (Transcritical); LTT — ламинарно-турбулентный переход.

Вертикальными линиями показаны три значения числа Рейнольдса, рассмотренные в настоящей работе

Значения определяющих параметров трех описанных выше течений, а именно числа Рейнольдса $Re = U_0 D / \nu$, построенного по диаметру цилиндра D и скорости набегающего потока U_0 , относительной скорости вращения цилиндра $\alpha = V_w / U_0$ (V_w – линейная скорость вращения стенки цилиндра) и безразмерного расстояния между цилиндрами тандема S_c / D приведены в табл. 1.

Расчетная область для обтекания одиночного цилиндра (как неподвижного, так и вращающегося) представляет собой цилиндр с радиусом $25D$ и центром в точке $(x, y) = (0, 0)$, совпадающей с центром цилиндра (поток направлен в положительном направлении оси x). Расчетная область для обтекания тандема цилиндров представляет собой прямоугольный параллелепипед, высота которого $L_y / D = 10$ равна высоте аэродинамической трубы в эксперименте [12], а координата x изменяется в пределах от $-20,0D$ до $+27,3D$.

Таблица 1

Ключевые расчетные параметры трех выбранных течений и их значения

Поперечное обтекание	$Re, 10^5$	Второй параметр
неподвижного одиночного цилиндра	0,5 – 9,0	–
вращающегося одиночного цилиндра	3,65	$0 \leq \alpha \leq 0,6$
тандема неподвижных цилиндров	1,5; 10,0; 80,0	$S_c / D = 2,8; 4,0$

Обозначения: Re – число Рейнольдса, равное $U_0 D / \nu$, построенное по диаметру цилиндра D и скорости набегающего потока U_0 (ν – коэффициент молекулярной вязкости); α – относительная скорость вращения цилиндра, равная V_w / U_0 (V_w – линейная скорость вращения стенки цилиндра); S_c / D – безразмерное расстояние между цилиндрами тандема.

На поверхности неподвижного цилиндра все компоненты скорости задавались равными нулю, а на поверхности вращающегося полагались равными компонентам локальной скорости движения поверхности. Градиент давления по нормали к стенке и кинетическая энергия турбулентности k полагались равными нулю, а ее удельная скорость диссипации ω вычислялась по формуле, рекомендуемой в статье [13]:

$$\omega_w = \frac{60\nu}{\beta_1 (\Delta d_1)^2}, \quad (4)$$

где β_1 – константа модели SST, $\beta_1 = 0,075$; Δd_1 – размер первого пристеночного шага сетки.

На входной части границы расчетной области задавались постоянные значения скорости $u = U_0$, кинетической энергии турбулентности k и ее удельной скорости диссипации ω (табл. 2). Эти значения подбирались таким образом, чтобы при их «заморозке» в области $x \leq -2,0D$ и расчете далее вниз по потоку значения интенсивности турбулентности $Tu = 100 \cdot u'^2 / U_0^2$ в окрестности обтекаемых цилиндров совпадали с соответствующими значениями в работах [14, 15, 12] (табл. 3).

Наконец, давление на входной части границы определялось путем линейной экстраполяции его значений из внутренних точек расчетной области.

Кроме того, при расчете обтекания тандема цилиндров на верхней и нижней границах расчетной области задавались условия свободного скольжения («симметрии»).

Что касается граничных условий по поперечной координате z , то при расчете всех течений предполагалось, что они статистически однородны в поперечном направлении z

Таблица 2

**Граничные условия для турбулентных характеристик
на входной границе**

Обтекаемое тело	Re, 10^5	Значение величины на границе	
		$k/U_0^2, 10^{-4}$	$\omega D/U_0$
Круглый неподвижный цилиндр	0,5	0,240	4,0
	1,3	0,614	10,9
	1,7	0,799	24,3
	2,5	1,350	42,8
	3,0	1,500	47,9
	4,0	1,560	49,9
	5,0	1,980	64,0
	7,0	2,730	88,6
Круглый вращающийся цилиндр	9,0	3,600	11,8
	3,65	1,380	4,78
Тандем неподвижных цилиндров	1,5	1,220	20,3
	10,0	6,000	120
	80,0	9,380	174

Обозначения: Re – число Рейнольдса, k/U_0^2 – нормированная кинетическая энергия турбулентности, $\omega D/U_0$ – нормированная удельная скорость диссипации k .

Таблица 3

**Выбранные значения интенсивности турбулентности Tu
в окрестности обтекаемых цилиндров**

Обтекаемое тело	$Tu, \%$
Круглый неподвижный цилиндр	0,30 [14]
Круглый вращающийся цилиндр	0,90 [15]
Тандем неподвижных цилиндров	0,45 [12]

Примечание. Значения Tu в окрестности обтекаемых цилиндров должны были совпадать с соответствующими значениями в работах [14, 15 и 12].

(«квазидвумерные»), в связи с чем на боковых границах расчетной области, размер которой в направлении z составлял во всех расчетах $L_z = 5D$ (это несколько превышает ширину расчетной области πD , обычно используемую при расчетах обтекания цилиндров в квазидвумерном приближении (см., например, работы [16, 17])) ставились периодические граничные условия.

В качестве начального приближения, для всех искомых переменных, кроме давления, задавались однородные поля со значениями, равными значениям соответствующих величин на входной границе расчетной области, а давление в начальном приближении полагалось равным давлению на выходной границе.

Для расчета обтекания одиночного цилиндра использовались расчетные сетки О-типа со сгущением в областях присоединенного пограничного слоя и следа за цилиндром.

Было построено три таких сетки с размерами 56, 65 и 73 млн. ячеек, которые различались величиной первого пристеночного шага в радиальном направлении для обеспечения выполнения условия $\Delta d_1^+ < 1$ во всех расчетах. Сетка размером 56 млн. ячеек удовлетворяет этому условию при значении $Re < 2,5 \cdot 10^5$, сетка размером 65 млн. ячеек — при $Re < 6,0 \cdot 10^5$, а сетка размером 73 млн. ячеек — при $Re < 1,0 \cdot 10^6$. Выборочные расчеты на измельченных сетках показали, что построенные сетки обеспечивают сеточную независимость осредненных по времени решений.

Для всех расчетов обтекания вращающегося цилиндра использовалась средняя из построенных сеток (65 млн. ячеек).

Размеры шагов сеток для расчетов обтекания тандема цилиндров приблизительно совпадали с размерами шагов наиболее подробной сетки для одиночного цилиндра (73 млн. ячеек), а количество ячеек в этих сетках составило 86 и 89 млн. для $S_c/D = 2,8$ и $4,0$, соответственно.

Шаг интегрирования по времени составлял $\Delta t = 5 \cdot 10^{-3} D/U_0$, что обеспечивало значение числа Куранта $CFL < 1$ в отрывной зоне в следе за цилиндрами. Расчеты проводились в течение временного интервала длительностью около $100 \cdot D/U_0$. На его первой половине достигалось статистически установившееся решение, а на второй проводилось накопление нестационарных данных для расчета осредненных по времени характеристик потока.

Вычислительные аспекты

Все представленные ниже результаты были получены с применением академического конечно-объемного кода NTS [18], который использует многоблочные структурированные перекрывающихся сетки (технология Chimera), что позволяет проводить расчеты геометрически сложных течений, используя схемы повышенного порядка аппроксимации.

Для расчета несжимаемых течений, исследуемых в настоящей работе, NTS-код использует метод расщепления разностей векторов потоков Роджерса — Квака [19], основанный на комбинации схемы расщепления разностей векторов газодинамических потоков и метода введения искусственной сжимаемости Яненко — Чорина [20].

При проведении расчетов в рамках гибридных RANS-LES-подходов важную роль играет способ аппроксимации невязки составляющих векторов потоков в уравнениях движения, определяющий диссипативные свойства схемы, требования к которым различны в разных областях течения. В области RANS схема должна обеспечивать устойчивость решения на относительно грубых анизотропных сетках, что достигается при помощи использования высокодиссипативных противопоточных схем. В противоположность этому, в LES-подобластях необходимо использовать низкодиссипативные схемы, обеспечивающие разрешение мелкомасштабной турбулентности. При применении глобальных гибридных подходов, к которым относится метод DDES, граница между RANS- и LES- подобластями определяется автоматически в процессе решения, что, в общем случае, не позволяет предписать использование той или иной схемы в определенных частях расчетной области. В таких случаях общепринятым является использование взвеси выбранных схем с переменным по пространству весом, который определяется в процессе решения. В настоящей работе для определения весов противопоточной схемы третьего порядка и центрально-разностной схемы четвертого порядка использовалась гибридная схема [21].

Для аппроксимации невязки составляющих векторов потоков в уравнениях переноса k и ω использовалась противопоточная схема второго порядка точности. Вязкие составляющие векторов потоков во всех уравнениях аппроксимировались с использованием центрально-разностной схемы второго порядка. Для аппроксимации временных производных применялась неявная трехслойная схема Эйлера второго порядка [22]. При этом на каждом шаге по времени проводилось 20 внутренних итераций по псевдовремени.

Для решения системы дискретных аналогов исходных газодинамических уравнений на каждой итерации использовалась релаксация Гаусса — Зейделя по плоскостям, а решение уравнений переноса турбулентных характеристик выполнялось при помощи модифицированного (с диагональным преобладанием) метода приближенной факторизации по пространственным направлениям.



Параллелизация расчетов проводилась на основе гибридной MPI/Open-MP-концепции, позволяющей обеспечивать эффективную работу программы на компьютерах как с распределенной, так и с общей или комбинированной оперативной памятью.

Результаты расчетов и их анализ

Обтекание круглого неподвижного цилиндра. На рис. 3 представлены распределения осредненных по времени коэффициентов поверхностного трения C_f и давления C_p при различных значениях числа Рейнольдса, полученные из расчетов с использованием стандартного (не учитывающего ЛТП) метода SST DDES и двух его версий, учитывающих ЛТП.

Судя по этим распределениям, стандартный SST DDES, как и следовало ожидать, предсказывает турбулентный отрыв во всем рассматриваемом диапазоне изменения числа Рейнольдса, и результаты, полученные с его помощью, значительно отличаются от соответствующих результатов, рассчитанных с использованием методов SST KD DDES и SST alg- γ DDES, учитывающих ЛТП.

Результаты, полученные с применением этих методов, учитывающих переход, существенно зависят от числа Рейнольдса.

Так, при $Re = 1,3 \cdot 10^5$ оба метода предсказывают близкие распределения C_f и C_p , типичные для докритических режимов течения, которые характеризуются ламинарным отрывом.

При значении числа Рейнольдса, близком к критическому ($Re = 2,5 \cdot 10^5$) распределения C_f и C_p , полученные с использованием SST KD DDES и SST alg- γ DDES, сильно различаются между собой. Первый из этих методов предсказывает докритический характер обтекания, о чем можно судить по распределению давления по поверхности, а второй – закритическое, с пузырьковым переходом.

При $Re = 4 \cdot 10^5$ распределения C_f и C_p , полученные с использованием методов, учитывающих ЛТП, вновь становятся близкими и по своему характеру напоминают распределения, наблюдаемые при закритическом режиме течения с пузырьковым ЛТП.

Наконец, при $Re = 9 \cdot 10^5$ результаты обеих моделей также близки между собой и (как и должно быть при существенно закритических режимах течения) характеризуются ЛТП в присоединенном пограничном слое и отрывом турбулентного пограничного слоя.

Все описанные особенности распределений C_f и C_p отражаются в расчетных зависимостях коэффициента сопротивления

$$C_D = F_x / \left[\left(\frac{1}{2} \right) \rho U_0^2 L_z D \right]$$

(F_x – суммарная сила сопротивления цилиндра) от числа Рейнольдса (рис. 4).

На рис. 4 также представлены экспериментальные данные [14, 23 – 25].

В частности, в отличие от оригинального метода SST DDES, оба подхода, учитывающих ЛТП, качественно верно описывают кризис сопротивления (резкое падение C_D при значениях числа Рейнольдса в окрестности $Re = 1,5 \cdot 10^5$). Кроме того, при докритических ($Re < 1,5 \cdot 10^5$) и существенно закритических ($Re > 7,0 \cdot 10^5$) числах Рейнольдса коэффициент сопротивления не зависит от используемой модели ЛТП и неплохо согласуется с экспериментальными данными (если принимать во внимание их большой разброс).

Однако в диапазоне чисел Рейнольдса $1,3 \cdot 10^5 < Re < 4,0 \cdot 10^5$ наблюдается значительное различие зависимостей $C_D(Re)$, полученных с использованием методов SST KD DDES и SST alg- γ DDES, и, в отличие от эксперимента, их немонотонное изменение.

Наконец, при дальнейшем увеличении числа Рейнольдса результаты расчетов с использованием обеих моделей вновь становятся близкими, однако при $Re < 7,0 \cdot 10^5$ существенно отличаются от результатов измерений.

В целом, полученные результаты свидетельствуют о том, что ни один из методов не обеспечивает адекватного описания обтекания цилиндра при пузырьковом характере ЛТП. Причины этого остаются неясными. Однако можно предположить, что это связано с недостаточно быстрым ростом турбулентной вязкости в отрывном пузыре. Следует отметить, что в расчетных результатах по обтеканию сферы подобного явления не наблюдается [26]. Это косвенно свидетельствует о том, что оно, по крайней мере, отчасти связано

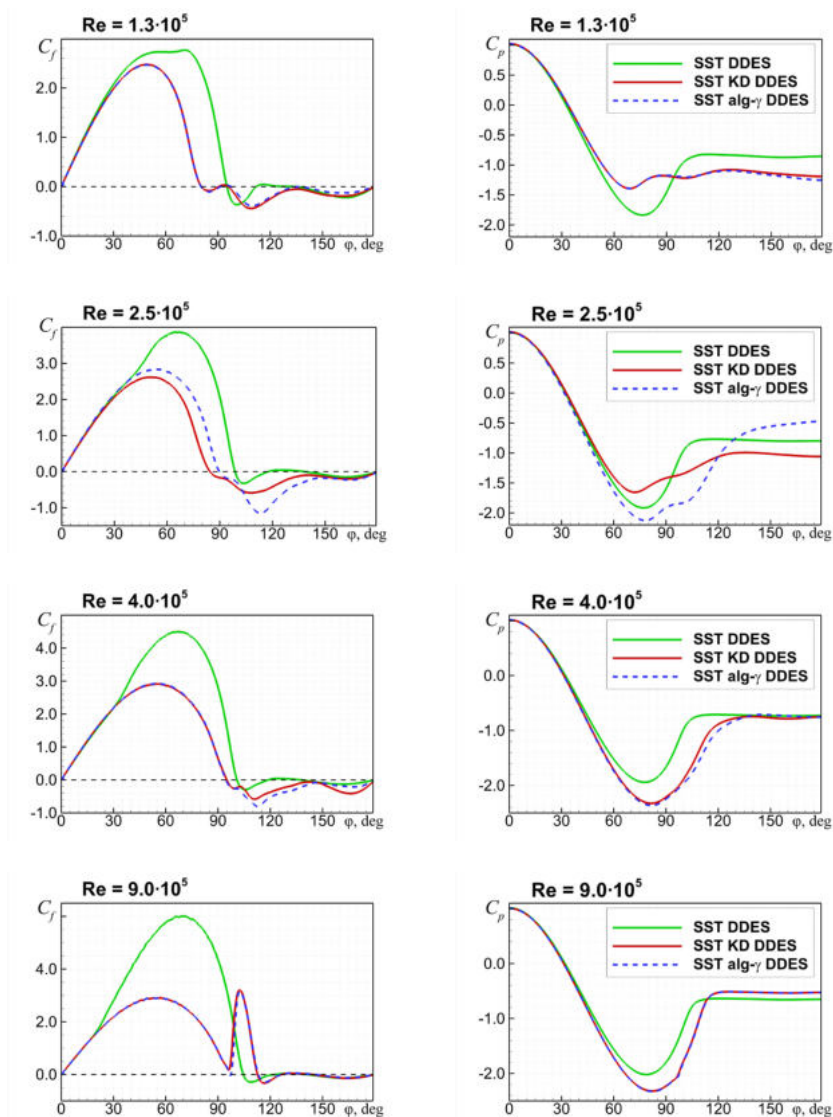


Рис. 3. Сравнение расчетных зависимостей коэффициентов трения C_f и давления C_p (осреднены по времени и трансверсальной координате) от полярного угла, полученных с использованием трех методов при значениях $Re = 1,3 \cdot 10^5$; $2,5 \cdot 10^5$; $4,0 \cdot 10^5$ и $9,0 \cdot 10^5$

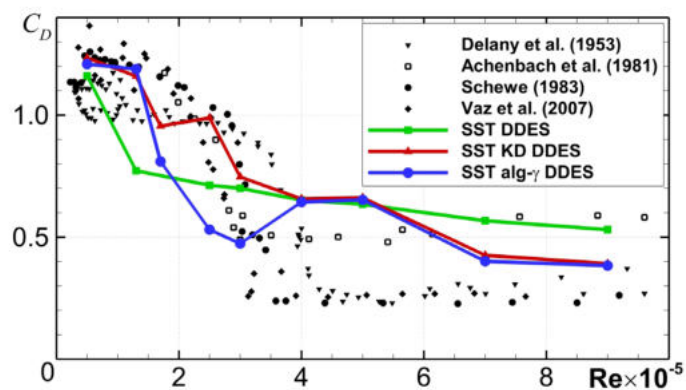


Рис. 4. Сравнение с экспериментальными данными расчетных зависимостей коэффициента сопротивления цилиндра от числа Рейнольдса, полученных с использованием трех методов



с воздействием на отрывной пузырь сильных крупномасштабных колебаний ближнего следа цилиндра.

Обтекание вращающегося цилиндра. При рассматриваемых значениях числа Рейнольдса и безразмерной скорости вращения цилиндра ($Re = 3,65 \cdot 10^5$, $0 \leq \alpha \leq 0,6$) учет ЛТП приводит к качественному изменению распределения осредненного по времени коэффициента давления C_p по его поверхности (рис. 5).

Так, метод SST DDES, не учитывающий ЛТП, при повышении скорости вращения предсказывает монотонное увеличение асимметрии течения относительно плоскости $y = 0$: на верхней поверхности давление падает, а на нижней растет, что приводит к монотонному усилению эффекта Магнуса (увеличению подъемной силы).

В противоположность этому, обе использованные версии DDES, учитывающие ЛТП, предсказывают разный тип отрыва на двух сторонах цилиндра, а именно – ламинарный на верхней поверхности и турбулентный на нижней. Турбулентный отрыв смещен вниз по потоку относительно ламинарного, что приводит к некоторому снижению давления на нижней поверхности относительно верхней, которое при $\alpha < 0,5$ превосходит его рост за счет вращения. Представлены также данные, относящиеся к коэффициенту трения C_f .

В результате этого при $0 < \alpha < 0,5$ в решениях, полученных с использованием методов SST KD DDES и SST alg- γ DDES, коэффициент подъемной силы оказывается отрицательным, т. е. оба метода описывают обратный эффект Магнуса (рис. 6). При этом значение предсказываемого по методу SST DDES коэффициента подъемной силы C_L положительное и монотонно растет с увеличением скорости вращения.

Сравнение расчетных и экспериментальных зависимостей $C_L(\alpha)$, приведенное на рис. 6, свидетельствует о том, что методы SST KD DDES и SST alg- γ DDES достаточно

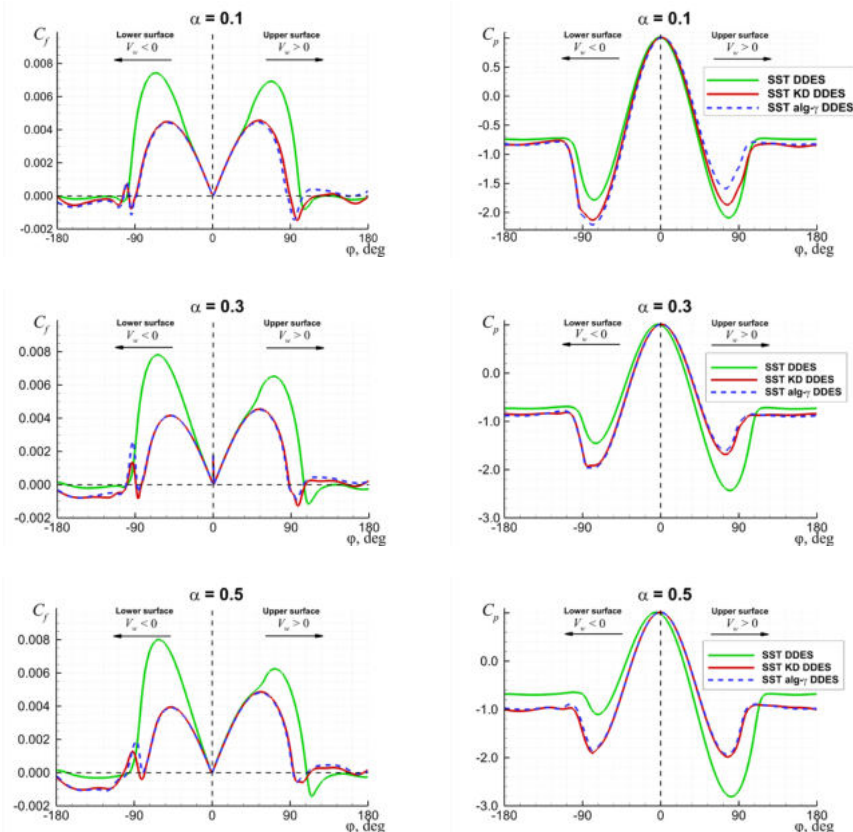


Рис. 5. Расчетные полярные распределения коэффициентов трения C_f и давления C_p (осреднены по времени и трансверсальному направлению) по нижней (Lower surface) и верхней (Upper surface) поверхностям вращающегося цилиндра при разных значениях относительной скорости α его вращения

(точка отсчета полярного угла ϕ указана на рис. 1, a ; V_w – линейная скорость вращения стенки цилиндра)

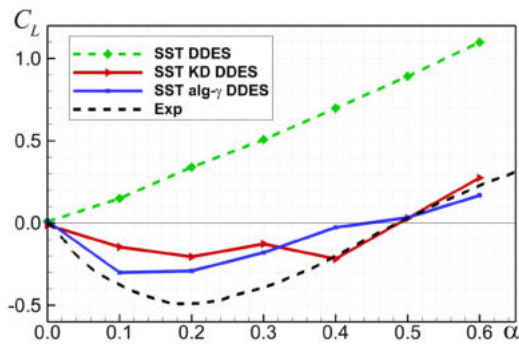


Рис. 6. Сравнение с экспериментальными данными [27] расчетных зависимостей коэффициента подъемной силы вращающегося цилиндра от относительной скорости вращения α , полученных с применением трех методов

точно предсказывают диапазон изменения скорости вращения α , в котором наблюдается обратный эффект Магнуса, однако несколько занижают величину отрицательной подъемной силы, по сравнению с экспериментальным значением. Количественное различие между зависимостями, предсказываемыми разными методами, учитывающими ЛТП, оказывается довольно существенным, однако, как и для неподвижного цилиндра, в этом случае трудно отдать предпочтение какой-либо из моделей. Так, результаты, полученные с применением SST alg- γ DDES, лучше согласуются с экспериментальными данными при $\alpha \leq 0,3$, а результаты, полученные с использованием SST KD DDES, — при $\alpha > 0,3$.

Обтекание тандема цилиндров. Результаты расчетов данного течения представлены на

рис. 7. Как и для двух уже рассмотренных течений, они свидетельствуют о превосходстве версий DDES, учитывающих ЛТП, над стандартным методом SST DDES. Так, согласно измерениям, при докритическом режиме обтекания первого цилиндра ($Re = 1,5 \cdot 10^5$) его сопротивление намного выше сопротивления второго цилиндра (при $S/D = 2,8$ последнее

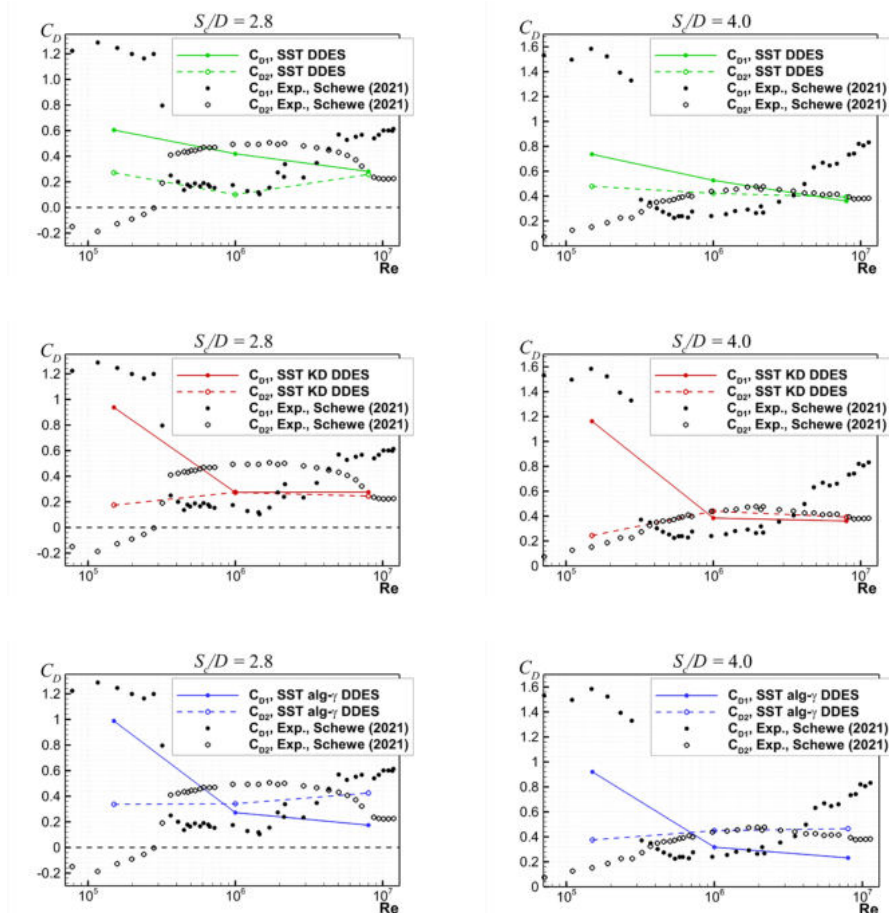


Рис. 7. Сравнение с экспериментальными данными [12] расчетных зависимостей коэффициента сопротивления переднего (C_{D1}) и заднего (C_{D2}) цилиндров тандема от числа Рейнольдса



оказывается отрицательным). Среди трех рассмотренных методов наибольшую разницу между коэффициентами сопротивления первого и второго цилиндров предсказывает метод SST KD DDES, однако и в этом случае эта разница оказывается существенно меньше наблюдаемой в эксперименте.

Как отмечалось ранее (см. раздел «Постановки задач»), при закритическом режиме ($Re = 1 \cdot 10^6$) сопротивление второго цилиндра превышает сопротивление первого. Для обоих рассмотренных расстояний S_c/D этот эффект предсказывает только метод SST alg- γ DDES, а при использовании SST KD DDES он наблюдается только при $S_c/D = 4,0$ (согласно этому методу, при $S_c/D = 2,8$ сопротивления обоих цилиндров оказываются практически равными). При этом, разница между сопротивлением заднего и переднего цилиндров во всех случаях недооценивается. Стандартный метод SST DDES предсказывает качественно неверный результат: сопротивление первого цилиндра превосходит сопротивление второго.

Наконец, при транскритическом режиме ($Re = 8 \cdot 10^6$) сопротивление первого цилиндра опять становится выше сопротивления второго. Этот эффект не предсказывается ни одним из трех методов, причем SST alg- γ DDES предсказывает качественно неверный результат, а согласно двум другим, сопротивления обоих цилиндров практически равны.

Таким образом, как и в первых двух задачах, обе версии DDES, учитывающие ЛТП, существенно превосходят по точности метод SST DDES. При этом, погрешность решений, полученных с их помощью, остается весьма высокой, а отдать предпочтение какой-либо из этих версий DDES не представляется возможным.

Заключение

На примере трех отрывных течений (поперечное обтекание неподвижного и вращающегося одиночных цилиндров и тандема неподвижных цилиндров), в которых существенную роль играет ламинарно-турбулентный переход (ЛТП), проведен детальный анализ возможностей вихреразрешающего гибридного RANS-LES-подхода DDES SST в сочетании с алгебраическими моделями ЛТП (SST KD или SST alg- γ) при расчете этих течений. Показано, что во всех рассмотренных случаях оба метода, учитывающие ЛТП, в отличие от стандартной версии DDES с базовой RANS-моделью SST, позволяют описать явление кризиса сопротивления. Вместе с тем выбор модели ЛТП оказывает значительное влияние на результаты расчетов, в особенности при околокритических режимах течения. Однако нельзя отдать предпочтение какой-либо из двух рассмотренных моделей ЛТП, поскольку в ряде случаев более точной оказывается одна из них, а в ряде — другая.

Все расчеты проведены на высокопроизводительном кластере «Торнадо» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (<http://www.spbstu.ru>).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Spalart P. R., Deck S., Shur M. L., Squires K. D., Strelets M. Kh., Travin A. A new version of detached-eddy simulation, resistant to ambiguous grid densities // Theoretical. Computational and Fluid Dynamics. 2006. Vol. 20. No. 3. Pp. 181–195.
2. Стабников А. С., Гарбарук А. В. Алгебраическая модель ламинарно-турбулентного перехода для расчета турбулентных течений на основе метода моделирования отсоединенных вихрей // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2022. Т. 15. № 1. С 16–29.
3. Sørensen N. N., Bechmann A., Zahle F. 3D CFD computations of transitional flows using DES and a correlation based transition model // Wind Energy. 2011. Vol. 14. No. 1. Pp. 77–90.
4. Hodara J., Smith M. J. Improved turbulence and transition closures for separated flows // Proceedings of the 41st European Rotorcraft Forum (ERF2015-113). 1-st–4-th September, Munich, Germany, 2015. P. 18.
5. Kim H. J., Kwon O. J. Numerical simulation of transitional flows using a blended IDDES and correlation-based transition model // Computers and Fluids. 2021. Vol. 222. 30 May. P. 104916.

6. **You J. Y., Kwon O. J.** A blended model for simulating massive flow separation and laminar-turbulence transition // *Proceedings of the 42nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*. 25–28 June, 2012. New Orleans, Louisiana, USA: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2012. P. 2971.
7. **Sa J. H., Park S. H., Kim C. J., Park J. K.** Low-Reynolds number flow computation for eppler 387 wing using hybrid DES/transition model // *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2015. Vol. 29. No. 5. Pp. 1837–1847.
8. **Coder J. G., Ortiz-Melendez H. D.** Transitional delayed detached-eddy simulation of multielement high-lift airfoils // *Journal of Aircraft*. 2019. Vol. 56. No. 4. Pp. 1303–1312.
9. **Menter F. R., Matyushenko A., Lechner R., Stabnikov A., Garbaruk A.** An algebraic LCTM model for laminar–turbulent transition prediction // *Flow, Turbulence and Combustion*. 2022. Vol. 109. No. 4. Pp. 841–869.
10. **Menter F. R., Kuntz M., Langtry R.** Ten years of industrial experience with the SST turbulence model // *Heat and Mass Transfer*. 2003. Vol. 4. January. Pp. 1–9.
11. **Probst A., Schwaborn D., Garbaruk A., Guseva E., Shur M., Strelets M., Travin A.** Evaluation of grey area mitigation tools within zonal and non-zonal RANS-LES approaches in flows with pressure induced separation // *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 2017. Vol. 68. December. Pp. 237–247.
12. **Schewe G., van Hinsberg N. P., Jacobs M.** Investigation of the steady and unsteady forces acting on a pair of circular cylinders in crossflow up to ultra-high Reynolds numbers // *Experiments in Fluids*. 2021. Vol. 62. No. 8. P. 176.
13. **Menter F. R.** Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // *AIAA Journal*. 1994. Vol. 32. No. 8. Pp. 1598–1605.
14. **Schewe G.** On the force fluctuations acting on a circular cylinder in crossflow from subcritical up to transcritical Reynolds numbers // *Journal of Fluid Mechanics*. 1983. Vol. 133. August. Pp. 265–285.
15. **Zheng Z., Lei J., Wu X.** Numerical simulation of the negative Magnus effect of a two-dimensional spinning circular cylinder // *Flow, Turbulence and Combustion*. 2017. Vol. 98. No. 1. Pp. 109–130.
16. **Pereira F. S., Vaz G., Eça L.** An assessment of Scale-Resolving Simulation models for the flow around a circular cylinder // *Proceedings of the Eighth International Symposium on Turbulence Heat and Mass Transfer (THMT-15)*. 14-th September, 2015. Sarajevo, Bosnia and Herzegovina: Begell House (USA), 2015. Pp. 295–298.
17. **Pereira F. S., Vaz G., Eça L.** Flow past a circular cylinder: A comparison between RANS and hybrid turbulence models for a low Reynolds number // *Proceedings of the ASME 2015 34th International Conference on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*. Vol. 2: CFD and VIV. May 31–June 5, 2015. St. John's, Newfoundland, Canada: ASME, 2015. P. V002T08A006.
18. **Shur M., Strelets M., Travin A.** High-order implicit multi-block Navier–Stokes code: Ten-year's experience of application to RANS/DES/LES/DNS of turbulent flows (Invited lecture) // *Proceedings of the 7th Symposium on Overset Composite Grids and Solution Technology*. October 5–7, 2004. Huntington Beach, USA. 2004. https://cfp.spb.ru/agarbaruk/doc/NTS_code.pdf
19. **Rogers S., Kwak D.** An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier–Stokes equations // *Proceedings of the 6th Applied Aerodynamics Conference*. June 06–08, 1988. Williamsburg, USA.: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 1988. P. 88-2583-CP.
20. **Chorin A. J.** A numerical method for solving incompressible viscous flow problems // *Journal of Computational Physics*. 1967. Vol. 2. No. 1. Pp. 12–26.
21. **Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart Ph.** Physical and numerical upgrades in the Detached-Eddy Simulation of complex turbulent flows // *Advances in LES of Complex Flows*. 2002. Vol. 65. January. Pp. 239–254.
22. **Kim S.-E., Makarov B.** An implicit fractional-step method for efficient transient simulation of incompressible flows // *Proceedings of the 17th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*. June 6–9, 2005. Toronto, Ontario, Canada: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2005. P. 2005-5253.
23. **Delany N. K., Sorensen N. E.** Low-speed drag of cylinders of various shapes // *NACA Technical Reports*. 1953. November 1. P. TN3038 (24 p.)



24. **Achenbach E., Heinecke E.** On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of Reynolds numbers 6×10^3 to 5×10^6 // *Journal of Fluid Mechanics*. 1981. Vol. 109. August. Pp. 239–251.
25. **Vaz G., Mabilat C., van der Wal R., Gallagher P.** Viscous flow computations on smooth cylinders: A detailed numerical study with validation // *Proceedings of the 26-th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE-2007)*. June 10–15, 2007. San Diego, California, USA. Vol. 3: Pipeline and Riser Technology; CFD and VIV. ASME, 2007. Pp. 849–860.
26. **Stabnikov A. S., Garbaruk A. V., Strelets M. Kh.** Numerical simulation of the drag crisis on a sphere using a scale-resolving approach // *Fluid Dynamics*. 2024. Vol. 59. No. 3. Pp. 465–478.
27. **Swanson W. M.** The Magnus effect: A summary of investigations to date // *Journal of Basic Engineering*. 1961. Vol. 83. No. 3. Pp. 461–470.

REFERENCES

1. **Spalart P. R., Deck S., Shur M. L., et al.**, A new version of Detached-Eddy Simulation, resistant to ambiguous grid densities, *Theor. Comput. Fluid Dyn.* 20 (3) (2006) 181–195.
2. **Stabnikov A. S., Garbaruk A. V.**, An algebraic transition model for simulation of turbulent flows based on a Detached Eddy Simulation approach, *St. Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics*. 15 (1) (2022) 16–29 (in Russian).
3. **Sørensen N. N., Bechmann A., Zahle F.**, 3D CFD computations of transitional flows using DES and a correlation based transition model, *Wind Energy*. 14 (1) (2011) 77–90.
4. **Hodara J., Smith M. J.**, Improved turbulence and transition closures for separated flows, *Proc. 41st Eur. Rotorcraft Forum (ERF2015-113)*. 1-st–4-th Sept., Munich, Germany (2015) 18.
5. **Kim H. J., Kwon O. J.**, Numerical simulation of transitional flows using a blended IDDES and correlation-based transition model, *Comput. Fluids*. 222 (30 May) (2021) 104916.
6. **You J. Y., Kwon O. J.**, A blended model for simulating massive flow separation and laminar–turbulence transition, *Proc. 42nd AIAA Fluid Dynamics Conference and Exhibit*. 25–28 June, 2012. New Orleans, Louisiana, USA, AIAA (2012) 2971.
7. **Sa J. H., Park S. H., Kim C. J., Park J. K.**, Low-Reynolds number flow computation for eppler 387 wing using hybrid DES/transition model, *J. Mech. Sci. Technol.* 29 (5) (2015) 1837–1847.
8. **Coder J. G., Ortiz-Melendez H. D.**, Transitional Delayed Detached-Eddy Simulation of multielement high-lift airfoils, *J. Aircr.* 56 (4) (2019) 1303–1312.
9. **Menter F. R., Matyushenko A., Lechner R., et al.**, An algebraic LCTM model for laminar–turbulent transition prediction, *Flow Turbul. Combust.* 109 (4) (2022) 841–869.
10. **Menter F. R., Kuntz M., Langtry R.**, Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, *Heat Mass Transf.* 2003. Vol. 4 (Jan) (2003) 1–9.
11. **Probst A., Schwaborn D., Garbaruk A., et al.**, Evaluation of grey area mitigation tools within zonal and non-zonal RANS-LES approaches in flows with pressure induced separation, *Int. J. Heat Fluid Flow*. 68 (Dec) (2017) 237–247.
12. **Schewe G., van Hinsberg N. P., Jacobs M.**, Investigation of the steady and unsteady forces acting on a pair of circular cylinders in crossflow up to ultra-high Reynolds numbers, *Exp. Fluids*. 62 (8) (2021) 176.
13. **Menter F. R.**, Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications, *AIAA J.* 32 (8) (1994) 1598–1605.
14. **Schewe G.**, On the force fluctuations acting on a circular cylinder in crossflow from subcritical up to transcritical Reynolds numbers, *J. Fluid Mech.* 133 (Aug) (1983) 265–285.
15. **Zheng Z., Lei J., Wu X.**, Numerical simulation of the negative Magnus effect of a two-dimensional spinning circular cylinder, *Flow Turbul. Combust.* 98 (1) (2017) 109–130.
16. **Pereira F. S., Vaz G., Eça L.**, An assessment of Scale-Resolving Simulation models for the flow around a circular cylinder, *Proc. Eighth Int. Symp. on Turbulence Heat and Mass Transfer (THMT-15)*. 14-th Sept., 2015. Sarajevo, Bosnia and Herzegovina: Begell House, USA (2015) 295–298.
17. **Pereira F. S., Vaz G., Eça L.**, Flow past a circular cylinder: A comparison between RANS and hybrid turbulence models for a low Reynolds number, *Proc. ASME 2015 34th Int. Conf. on Ocean, Offshore and Arctic Engineering*, Vol. 2: CFD and VIV, May 31–June 5, 2015. St. John's, Newfoundland, Canada: ASME (2015) V002T08A006.

18. **Shur M., Strelets M., Travin A.**, High-order implicit multi-block Navier–Stokes code: Ten-year’s experience of application to RANS/DES/LES/DNS of turbulent flows (Invited lecture), Proc. 7th Symp. on Overset Composite Grids and Solution Technology, Oct. 5–7, 2004, Huntington Beach, USA (2004). https://cfd.spb.ru/agarbaruk/doc/NTS_code.pdf.
19. **Rogers S., Kwak D.**, An upwind differencing scheme for the time-accurate incompressible Navier–Stokes equations, Proc. 6th Applied Aerodyn. Conf. June 06–08, 1988. Williamsburg, USA.: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) (1988) 88-2583-CP.
20. **Chorin A. J.**, A numerical method for solving incompressible viscous flow problems, J. Comput. Phys. 2 (1) (1967) 12–26.
21. **Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P.**, Physical and numerical upgrades in the Detached-Eddy Simulation of complex turbulent flows, Adv. LES of Complex Flows. 65 (Jan) (2002) 239–254.
22. **Kim S.-E., Makarov B.**, An implicit fractional-step method for efficient transient simulation of incompressible flows, Proc. 17th AIAA Comput. Fluid Dyn. Conf. June 6–9, 2005. Toronto, Ontario, Canada: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA) (2005) 2005-5253.
23. **Delany N. K., Sorensen N. E.**, Low-speed drag of cylinders of various shapes, NACA Tech. Rep. 1953. (Nov., 1) (1953) TN3038 (24 p.)
24. **Achenbach E., Heinecke E.**, On vortex shedding from smooth and rough cylinders in the range of Reynolds numbers 6×10^3 to 5×10^6 , J. Fluid Mech. 109 (Aug) (1981) 239–251.
25. **Vaz G., Mabilat C., van der Wal R., Gallagher P.**, Viscous flow computations on smooth cylinders: A detailed numerical study with validation, Proc. 26-th Int. Conf. Offshore Mechanics and Arctic Engineering (OMAE-2007), June 10–15, 2007. San Diego, California, USA. Vol. 3: Pipeline and Riser Technology; CFD and VIV, ASME (2007) 849–860.
26. **Stabnikov A. S., Garbaruk A. V., Strelets M. Kh.**, Numerical simulation of the drag crisis on a sphere using a scale-resolving approach, Fluid Dyn. 59 (3) (2024) 465–478.
27. **Swanson W. M.**, The Magnus effect: A summary of investigations to date, J. Basic Eng. 83 (3) (1961) 461–470.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

СТАБНИКОВ Андрей Сергеевич — аспирант Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
 an.stabnikov@gmail.com
 ORCID: 0000-0001-7011-6197

ГАРБАРУК Андрей Викторович — доктор физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
 agarbaruk@mail.ru
 ORCID: 0000-0002-2775-9864

THE AUTHORS

STABNIKOV Andrey S.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
 29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
 an.stabnikov@gmail.com
 ORCID: 0000-0001-7011-6197

GARBARUK Andrey V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

agarbaruk@mail.ru

ORCID: 0000-0002-2775-9864

*Статья поступила в редакцию 27.08.2024. Одобрена после рецензирования 28.10.2024.
Принята 29.10.2024.*

Received 27.08.2024. Approved after reviewing 28.10.2024. Accepted 29.10.2024.

Научная статья

УДК 51-74

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18105>

ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОСНОВНОГО КРИТЕРИЯ МЕТОДА FDD ПРИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК СООРУЖЕНИЙ

Е. А. Андрианов¹ , Ю. Я. Болдырев²

¹ АО «ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», Санкт-Петербург, Россия;

² Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия

 elena-andrianova@bk.ru

Аннотация. Данная публикация продолжает цикл статей, посвященных применению метода декомпозиции в частотной области (FDD), который служит для идентификации динамических характеристик сооружений (собственных частот и форм собственных колебаний) по данным вибрационных испытаний, без применения вибровозбуждения. Метод основан на сингулярном разложении матрицы взаимных спектральных плотностей (МВСП) измеренных сигналов. В статье приведено доказательство возможности использования FDD для неполной МВСП. Такие МВСП характерны при работе с крупными сооружениями. В этом случае вибрационные испытания включают два вида измерений: непрерывные длительные в одной или нескольких выбранных опорных точках и последовательные короткие в остальных измерительных точках. Представленные результаты могут быть полезными при эксплуатации больших бетонных плотин и других гидротехнических сооружений для идентификации их динамических характеристик.

Ключевые слова: декомпозиция в частотной области, динамические характеристики сооружения, матрица взаимных спектральных плотностей

Для цитирования: Андрианов Е. А., Болдырев Ю. Я. Особенности использования основного критерия метода FDD при идентификации динамических характеристик сооружений // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 58–68. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18105>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18105>

FEATURES OF USING THE MAIN CRITERION OF THE FDD METHOD IN IDENTIFYING THE DYNAMIC CHARACTERISTICS OF STRUCTURES

Е. А. Andrianova¹ , Yu. Ya. Boldyrev²

¹ "B. E. Vedeneev VNIIG", JSC, St. Petersburg, Russia;

² Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

 elena-andrianova@bk.ru

Abstract. This publication continues the series of articles devoted to the Frequency Domain Decomposition (FDD) method that serves to identify the dynamic characteristics of structures (natural frequencies and forms of natural vibrations) from the vibration tests data without using vibroexcitation. The method is based on the SV-decomposition of the cross-spectral density matrix (CSDM) of the measured signals. The proof of the possibility of using the FDD for an incomplete CSDM was given, such matrices being typical when working with large-sized



structures. In this case, vibration tests include two types of measurements: continuous long-term ones taking at one or more selected reference points and consecutive short ones at other measuring points. The presented results may be useful in the operation of large concrete dams and other hydraulic structures to identify their dynamic characteristics.

Keywords: decomposition in frequency domain, dynamic characteristics, matrix of mutual spectral densities

For citation: Andrianova E. A., Boldyrev Yu. Ya., Features of using the main criterion of the FDD method in identifying the dynamic characteristics of structures, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 58–68. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18105>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Определение динамических характеристик сооружений (собственных частот, форм собственных колебаний, декрементов затухания) является важной задачей в строительной отрасли и, в частности, для гидротехнических сооружений (ГТС) в сейсмических районах, так как для них требования к безопасности эксплуатации особенно высоки.

Методы, которые позволяют экспериментально определять динамические характеристики сооружений при нормальных условиях эксплуатации, объединены под общим названием «операционный модальный анализ (ОМА)» (*англ.* Operational Modal Analysis). Необходимо отметить, что применение методов ОМА возможно в том случае, когда эксплуатационные динамические воздействия на сооружение имеют стационарный широкополосный частотный характер, близкий к белому шуму.

В данной статье рассматривается один из наиболее часто используемых методов из группы ОМА, получивший международное название Frequency Domain Decomposition (FDD) (дословный перевод – «декомпозиции в частотной области»). Метод основан на сингулярном разложении матрицы взаимных спектральных плотностей (МВСП) одновременно выполненных измерений. Его подробное описание представлено в работах [3 – 5, 8].

Важная особенность метода – наличие формализованного критерия идентификации собственных частот (далее для краткости будет употребляться термин «критерий»), который заключается в том, что, будучи функцией частоты, первое сингулярное число МВСП должно иметь локальные максимумы вблизи собственных (модальных) частот [1, 3, 5, 7].

Начиная с 2019 года метод FDD применяется сотрудниками Всероссийского научно-исследовательского института гидротехники (ВНИИГ) им. Б. Е. Веденеева (г. Санкт-Петербург, Россия) для инструментальной идентификации динамических характеристик ГТС различных ГЭС, в частности – крупных высоконапорных бетонных плотин. В качестве программного обеспечения используется программный комплекс ARTeMIS Modal [10]. В работах ВНИИГа получена двусторонняя оценка первого сингулярного числа матрицы МВСП, и на основе этой оценки теоретически обоснован основной критерий метода FDD в случае «одиночных» частот [1]. Кроме этого, была разработана новая модификация метода FDD для определения коэффициентов демпфирования [2], альтернативная применяющимся в настоящий момент методам EFDD, а именно – расширенному и частотно-пространственному (Enhanced (EFDD) и Frequency-Spatial (FSDD) соответственно) [5, 6, 9]. Вместе с тем, при всех приведенных доказательствах и сделанных выводах предполагалось, что по результатам измерений можно определять все элементы МВСП.

Основная цель настоящей работы – обосновать для получения искомых динамических характеристик возможность применения такой матрицы взаимных спектральных плотностей (МВСП), в которой известны не все ее элементы.

Далее будем называть такую матрицу неполной. Неполнота матрицы имеет принципиальное значение, поскольку для детальной идентификации форм собственных колебаний крупных и конструктивно сложных сооружений обычно требуется значительное число

измерительных точек; оно должно намного превышать возможное количество одновременно используемых комплектов измерительного оборудования.

Несмотря на то, что работа с неполной МВСП является обычной практикой при решении подобных задач, ранее правомерность такого подхода не была доказана.

Основные тезисы, относящиеся к сути метода FDD

В качестве математической модели в методе FDD рассматривается следующая система уравнений движения материальных точек объекта:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{x}(t), \quad (1)$$

где $\mathbf{x}(t)$ – нагрузки; $\mathbf{y}(t)$ – отклик ($y_i(t)$ $i = 1, 2, \dots, N$); $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$ – симметричные и вещественные матрицы масс, демпфирования и жесткости, соответственно.

Размерность $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{K}$ определяется числом степеней свободы N и равна $N \times N$. Матрица $\mathbf{M}$ является положительно определенной, матрицы $\mathbf{C}$ и $\mathbf{K}$ – положительно полуопределенными [3].

Ввиду линейной независимости собственных форм колебаний Φ_m отклик $\mathbf{y}(t)$ системы можно представить в виде линейной комбинации единственным образом:

$$\mathbf{y}(t) = \Phi_1 \cdot q_1(t) + \Phi_2 \cdot q_2(t) + \dots = \Phi \mathbf{q}(t), \quad (2)$$

где Φ – матрица, в столбцах которой стоят векторы собственных форм, $\Phi = [\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_M]$ (M – количество учтенных форм в этом разложении); $q_i(t)$ – модальные координаты.

Как показано в работе [3], если внешнее воздействие считать белым шумом, а диссипацию – малой, то МВСП (обозначим ее далее $\mathbf{G}_y(\omega)$) можно выразить через формы собственных колебаний (модальные векторы) следующим образом:

$$\mathbf{G}_y(\omega) = \sum_{m=1}^M \frac{c_m \Phi_m \Phi_m^H}{i\omega - \lambda_m} + \frac{c_m \Phi_m \Phi_m^H}{-i\omega - \lambda_m^*} = \Phi \cdot \text{diag}(\alpha_m(\omega)) \cdot \Phi^H, \quad (3)$$

где Φ_m – форма собственных колебаний (модальный вектор); c_m – положительный коэффициент; λ_m – корень характеристического уравнения,

$$\lambda_m = -\gamma_m + i\omega_{dm}, \quad (4)$$

$$\alpha_m(\omega) = \frac{c_m \gamma_m}{(\omega - \omega_{dm})^2 + \gamma_m^2}. \quad (5)$$

В формулах (4) и (5) использованы обозначения:

$$\gamma_m = \omega_{0m} \zeta_m, \quad (6)$$

где ζ_m – коэффициент диссипации, ω_{0m} – собственная частота без учета демпфирования, ω_{dm} – собственная частота с учетом демпфирования.

Введем обозначение матрицы

$$\mathbf{A} = \text{diag}(\sqrt{\alpha_m(\omega)}). \quad (7)$$

В работах [3, 4] было показано, что

$$\alpha_m > 0. \quad (8)$$

Тогда выражение (3) для $\mathbf{G}_y(\omega)$ можно записать следующим образом:

$$\mathbf{G}_y(\omega) = \Phi \mathbf{A}^2 \Phi^H, \quad (9)$$

или в записи через векторы собственных форм –

$$\mathbf{G}_y(\omega) = \sum_{m=1}^M \alpha_m \Phi_m \Phi_m^H. \quad (10)$$



Далее, для простоты будем опускать запись аргумента ω у функций, от него зависящих, т. е. будут записи $\mathbf{G}_y$ вместо $\mathbf{G}_y(\omega)$, α_m вместо $\alpha_m(\omega)$ и т. д.

Модальные векторы $\boldsymbol{\varphi}_m$ можно считать нормированными, так как коэффициент α_m , согласно выражению (5), содержит константу c_m , в которую можно ввести нормировочный коэффициент.

МВСП можно записать в координатной форме:

$$\mathbf{G}_y = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^M \alpha_m (\varphi_m^{(1)})^2 & \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(1)} \varphi_m^{(2)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(1)} \varphi_m^{(N)} \\ \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(2)} \varphi_m^{(1)} & \sum_{m=1}^M \alpha_m (\varphi_m^{(2)})^2 & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(2)} \varphi_m^{(N)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(N)} \varphi_m^{(1)} & \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(N)} \varphi_m^{(2)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m (\varphi_m^{(N)})^2 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Эта матрица имеет размерность $N \times N$, где N – размерность модальных векторов $\{\boldsymbol{\varphi}_m, m = 1, 2, \dots, M\}$, M – количество модальных векторов, учитываемых при решении задачи.

Алгоритм метода FDD предполагает, что по результатам проведенных динамических испытаний объекта на некотором диапазоне частот строится последовательность МВСП измеренных сигналов (на последовательности частот), а затем функция первого сингулярного числа от частоты (по сингулярному разложению этих матриц) [3–5].

В статье [1] были построены оценки первого сингулярного значения МВСП, приведем их:

$$\max_{1 \leq i \leq M} \alpha_i \leq \sigma_1 \leq \max_{1 \leq i \leq M} \sum_{j=1}^M \alpha_j |(\boldsymbol{\varphi}_i, \boldsymbol{\varphi}_j)|. \quad (12)$$

На основании приведенных оценок, в работе [1] был доказан основной критерий метода FDD: первое сингулярное число МВСП имеет локальные максимумы вблизи собственных (модальных) частот (далее «критерий»). Доказательство было проведено при условии, что нам известны все элементы матрицы $\mathbf{G}_y$ (МВСП). Однако, как уже отмечалось выше, результаты динамических тестовых испытаний больших сооружений, например высоконапорных бетонных плотин, которые используются для идентификации динамических характеристик, позволяют определять лишь малую часть значений МВСП.

Применение метода FDD к неполным МВСП

Прежде чем перейти к обоснованию использования неполных МВСП, кратко опишем порядок проведения измерений. В ходе динамических тестовых испытаний (ДТИ) определяется вектор отклика $\mathbf{y}(t)$ (см. уравнения (1) и (2)); для этого в определенных заранее точках исследуемого объекта, в течение некоторого времени измеряют производные сигналов $\dot{y}_i(t)$ (как правило, измеряют ускорения, реже – скорости).

На рис. 1 приведен пример схемы измерений на гребне и в потернах плотины (потерна – продольная галерея в теле гидротехнического сооружения (плотины и др.)). Видно, что для детальной идентификации форм собственных колебаний крупных сооружений необходимо очень большое количество измерительных точек. Очевидно, что поставить в каждую измерительную точку датчик (акселерометр или велосиметр) для проведения синхронных измерений технически невозможно. Вследствие этого, методика динамического тестирования предусматривает наличие двух видов измерений:

стационарных, производимых непрерывно в одной или более опорных точках;

коротких, «подвижных» (длительностью 5 – 10 мин), выполняемых последовательно в выбранных точках обследуемого сооружения одними и теми же датчиками.

Положение опорных измерительных точек не должно изменяться до окончания испытаний.

Без ограничения общности будем считать, что измеряется только одна из трех компонент виброускорения: «вдоль потока», которая дает основной вклад в конфигурации низших форм собственных колебаний высоконапорных плотин. Для любой пары сигналов

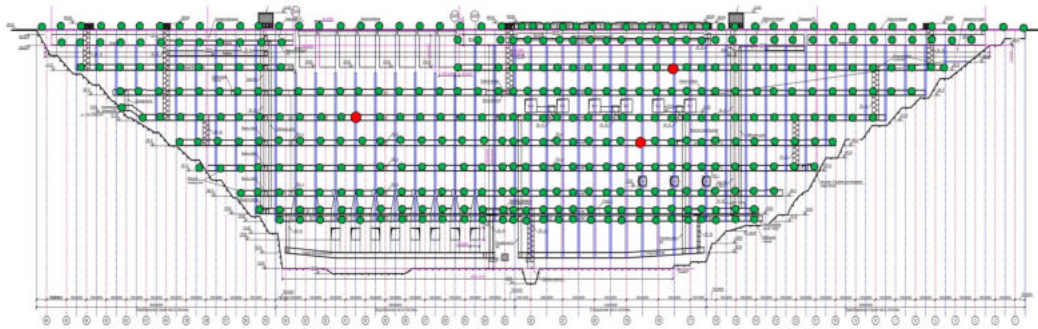


Рис. 1. Пример измерительной схемы для динамических тестовых испытаний на высоконапорной бетонной плотине.

Показаны опорные измерительные точки (красного цвета) и регулярная сетка последовательных измерений (точки зеленого цвета)

с номерами i и j , измеренных одновременно, можно вычислить взаимную корреляционную функцию $R_{ij}(t)$ и взаимную спектральную плотность $S_{ij}(\omega)$, которая является Фурье-преобразованием функции $R_{ij}(t)$. Функции частоты $S_{ij}(\omega)$ являются (i,j) -элементами матрицы МВСП с размерностью $N \times N$, где N – число измерительных точек. Отметим, что поскольку расчет функции $S_{ij}(\omega)$ по данным измерений производится с использованием быстрого преобразования Фурье на дискретном диапазоне частот $\omega_{p,p=1..P}$, то по данным ДТИ получается последовательность матрицы $\mathbf{G}_y(\omega_p)$ с элементами $S_{ij}(\omega_p)$.

Если бы во всех измерительных точках сигналы измерялись одновременно, то все элементы матрицы $\mathbf{G}_y(\omega_p)$ размерностью $N \times N$ ($\omega_{p,p=1..P}$) были бы нам известны (такие матрицы далее будем называть полными МВСП).

В работе [1] критерий был доказан именно для таких матриц. Однако в силу описанной выше методики ДТИ, взаимную корреляционную функцию $R_{ij}(t)$ (а следовательно, и $S_{ij}(\omega)$) можно вычислить только для такой пары измерений, одно из которых получено в стационарной измерительной точке, или в случае, когда $i = j$, т. е. автоспектральную плотность.

Таким образом, в результате ДТИ мы можем определить лишь небольшую часть значений МВСП. Это элементы, стоящие на главной диагонали (автоспектральные плотности всех измеренных сигналов), а также элементы в нескольких столбцах и, соответственно, строках матрицы, номера которых соответствуют номерам опорных измерительных точек.

На рис. 2 схематически показано, как могут располагаться элементы МВСП, которые известны.

Составим матрицы максимальной размерности из известных элементов матрицы $\mathbf{G}_y$ (для каждой частоты ω_p). Будем обозначать последовательности таких матриц $\mathbf{G}_y^r(\omega_p)_{p=1..P}$ (далее для краткости будет использована запись $\mathbf{G}_y^r$).

Обозначим номера опорных точек как $i_1, i_2, \dots, i_K$; при этом пусть

$$i_1 < i_2 < \dots < i_K,$$

где K – число опорных точек.

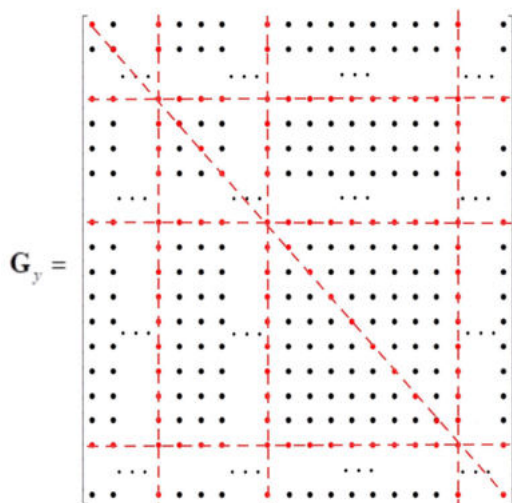


Рис. 2. Схема неполной матрицы взаимных спектральных плотностей (МВСП).

Показан пример расположения известных элементов МВСП (красные точки, соединенные пунктиром)



Пусть эти номера образуют некоторое множество M вида

$$M = \{i_1, i_2, \dots, i_K\},$$

а номера измерительных точек образуют множество $\tilde{R}$ вида

$$\tilde{R} = 1, 2, \dots, N,$$

где N – число всех измерительных точек.

Далее, пусть j – любое число от 1 до N , не совпадающее с номером опорной точки, т. е. $j \in \tilde{R} / M$.

Рассмотрим множества следующего вида:

$$M_j = \{i_1, i_2, \dots, j, \dots, i_K\}, \text{ где } i_1 < i_2 < \dots < j < \dots < i_K,$$

при этом если $j < i_1$, то $M_j = \{j, i_1, i_2, \dots, i_K\}$, или $j > i_K$, то $M_j = \{i_1, i_2, \dots, i_K, j\}$.

Очевидно, что количество таких множеств будет $N - K$.

Будем выбирать из матрицы G_y меньшие матрицы $G_y^r, r = 1, 2, \dots, N - K$, таким образом, чтобы они состояли из элементов, лежащих на пересечении строк и столбцов с номерами, принадлежащими множествам M_j . В результате из исходной матрицы можно выбрать $N - K$ квадратных матриц размерностью $(i_K + 1) \times (i_K + 1)$. Это будут матрицы следующего вида:

$$\tilde{G}_y^r = \begin{bmatrix} G_y(i_1, i_1) & \dots & G_y(i_1, j) & \dots & G_y(i_1, i_K) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_y(j, i_1) & \dots & G_y(j, j) & \dots & G_y(j, i_K) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ G_y(i_K, i_1) & \dots & G_y(i_K, j) & \dots & G_y(i_K, i_K) \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Отметим, что также рассматриваются случаи $j < i_1$ и $j > i_K$.

Таким образом, каждая из матриц G_y^r содержит все элементы, которые лежат на пересечении строк и столбцов, соответствующих номерам опорных точек и на пересечении строки (столбца) с номером j ($j \in \tilde{R} / M$) со столбцами (строками) с номерами опорных точек.

В координатной форме матрицу G_y^r можно записать следующим образом:

$$G_y^r = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(i_1)} \varphi_m^{(i_1)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(i_1)} \varphi_m^{(j)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(i_1)} \varphi_m^{(i_K)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(j)} \varphi_m^{(i_1)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(j)} \varphi_m^{(j)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(j)} \varphi_m^{(i_K)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(i_K)} \varphi_m^{(i_1)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(i_K)} \varphi_m^{(j)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \varphi_m^{(i_K)} \varphi_m^{(i_K)} \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Введем следующее обозначение:

$$\Phi_m^r = [\varphi_m^{(i_1)}, \varphi_m^{(i_2)}, \dots, \varphi_m^{(j)}, \dots, \varphi_m^{(i_K)}]. \quad (15)$$

Компонента модального вектора $\varphi_m^{(j)}$ может находиться в произвольном месте в зависимости от номера j (например, в самом начале или конце вектора Φ_m^r). Отметим, что в таком случае Φ_m^r есть вектор, состоящий из нескольких компонент модального вектора. Определим вектор $\tilde{\Phi}_m^r$:

$$\tilde{\Phi}_m^r = [\tilde{\varphi}_m^{r(1)}, \tilde{\varphi}_m^{r(2)}, \dots, \tilde{\varphi}_m^{r(K+1)}], \quad (16)$$

где $\tilde{\varphi}_m^{r(1)} = \varphi_m^{(i_1)}, \dots, \tilde{\varphi}_m^{r(K)} = \varphi_m^{(i_K)}$.

Тогда матрицы $\tilde{\mathbf{G}}_y^r$ можно переписать следующим образом:

$$\mathbf{G}_y^r = \begin{bmatrix} \sum_{m=1}^M \alpha_m \tilde{\varphi}_m^{r(1)} \tilde{\varphi}_m^{r(1)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \tilde{\varphi}_m^{r(1)} \tilde{\varphi}_m^{r(s)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \tilde{\varphi}_m^{r(1)} \tilde{\varphi}_m^{r(K+1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{m=1}^M \alpha_m \tilde{\varphi}_m^{r(s)} \tilde{\varphi}_m^{r(1)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \tilde{\varphi}_m^{r(s)} \tilde{\varphi}_m^{r(s)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \tilde{\varphi}_m^{r(s)} \tilde{\varphi}_m^{r(K+1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{m=1}^M \alpha_m \tilde{\varphi}_m^{r(K+1)} \tilde{\varphi}_m^{r(1)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \tilde{\varphi}_m^{r(K+1)} \tilde{\varphi}_m^{r(1)} & \dots & \sum_{m=1}^M \alpha_m \tilde{\varphi}_m^{r(K+1)} \tilde{\varphi}_m^{r(K+1)} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

Сопоставление матрицы $\mathbf{G}_y^r$ (17) с полной матрицей $\mathbf{G}_y$ (11) показывает, что они имеют совершенно одинаковую структуру. Отметим только, что для получения оценок первого сингулярного значения по методике, описанной в нашей статье [1], единственное требование к векторам φ_m — это их нормированность. В случае полной матрицы это требование выполнялось, так как функция $\alpha_m(\omega)$, согласно выражению (5), содержит некоторую неизвестную константу c_m , в которую можно ввести нормировочный коэффициент. Действительно, при доказательстве критерия в статье [1] мы использовали тот факт, что функции $\alpha_m(\omega)$ имеют максимумы на собственных частотах и при этом величина константы c_m не имеет значения (важно только, что она положительная). Поэтому мы можем считать в формуле (10) векторы форм собственных колебаний нормированными за счет того, что c_m можно домножить на нормировочный коэффициент, необходимый для нормировки φ_m .

В данной работе мы выбираем неполную матрицу $\mathbf{G}_y^r$ и аналогичным образом можем считать векторы $\tilde{\varphi}_m^r$ нормированными за счет констант c_m (см. формулу (5)), каждую из которых также можно умножить на нормировочный коэффициент, нужный для нормировки вектора $\tilde{\varphi}_m^r$ и обозначить ее c_m^r . Тогда формула (5) переписется следующим образом:

$$\alpha_m^r(\omega) = \frac{c_m^r \gamma_m}{(\omega - \omega_{md})^2 + \gamma_m^2}. \quad (18)$$

Следовательно, для вывода оценок первого сингулярного значения матрицы $\mathbf{G}_y^r$ можно применить метод, подробно описанный и обоснованный в статье [1] для полной матрицы $\mathbf{G}_y$. В статье [1] также было показано, что матрица $\mathbf{G}_y$ является эрмитовой и положительно полуопределенной, поэтому ее сингулярные и собственные значения совпадают. Для получения оценок первого сингулярного числа в указанной статье использовались вспомогательные матрицы, имеющие с матрицей $\mathbf{G}_y$ одинаковый спектральный радиус. Первая такая матрица $\mathbf{K}$ — это матрица Грама [14], и в случае полной матрицы она построена на векторах $\sqrt{\alpha_m} \varphi_m$. Поскольку $\mathbf{G}_y$ описывается формулой (9), то соответствующая матрица Грама записывается как

$$\mathbf{K} = \mathbf{A}(\Phi^H \Phi) \mathbf{A}. \quad (19)$$

В статье [1] было доказано, что нижняя оценка первого сингулярного числа, построенная для матрицы $\mathbf{K}$, является и соответствующей оценкой для матрицы $\mathbf{G}_y$.

Матрица $\mathbf{T}$ определяется выражением

$$\mathbf{T} = (\Phi^H \Phi) \mathbf{A}^2. \quad (20)$$

С учетом полной идентичности (11) и (17) можно заменить модальные векторы φ_m на $\tilde{\varphi}_m^r$, а коэффициенты α_m — на α_m^r и получить двустороннюю оценку первого сингулярного числа σ_1^r матрицы $\mathbf{G}_y^r$ ($r = 1, 2, \dots, N - K$):

$$\max_{1 \leq i \leq M} \alpha_i^r \leq \sigma_1^r \leq \max_{1 \leq i \leq M} \sum_{j=1}^M \alpha_j^r |(\tilde{\varphi}_i^r \tilde{\varphi}_j^r)| \leq \sum_{k=1}^M \alpha_k^r = \text{Tr}(\tilde{\mathbf{G}}_y^r). \quad (21)$$

Поскольку функции $\alpha_i^r(\omega)$ отличаются от $\alpha_i(\omega)$ только постоянными коэффициентами, то так же, как и в случае полной матрицы для «одиночной» собственной частоты, двусторонняя оценка $\sigma_1^r(\omega)$ обеспечивает выполнение критерия, т. е. собственные частоты



находятся вблизи абсцисс максимумов функций $\sigma_1^r(\omega)$. Отметим, что оценки (21) справедливы на всем диапазоне частот.

Таким образом, чтобы определить несколько низших собственных частот сооружения методом FDD и показателей затухания методом, изложенным в статье [2], в идеальном случае, т. е. при соблюдении всех условий для применения метода FDD, а именно: внешние воздействия стационарны и имеют спектр, близкий к «белому шуму» в значимом частотном диапазоне; затухание низкое; измерительные точки не находятся вблизи узловых линий собственных форм; длина записи обеспечивает подавление шумов и т. п., нам достаточно информация о значениях двух элементов на главной диагонали и двух элементов, лежащих на пересечении строки и столбца, соответствующих этим элементам.

В нашей статье [1] было доказано, что в случае произвольной размерности МВСП, одиночные частоты идентифицируются как аргументы максимумов функции первого сингулярного числа. В данной же статье показано, что из неполной матрицы можно так выбрать матрицу, что мы приходим к случаю, описанному выше.

Поскольку реальные условия проведения ДТИ отличаются от идеальных, обычно используются несколько опорных точек, в результате чего мы получаем $N - K$ последовательностей матриц $\mathbf{G}_y^r(\omega_p)$, для каждой из которой можно построить функцию $\sigma_1^r(\omega_p)$, а затем по алгоритму, в основе которого лежит критерий (подробно описан в статье [1]), определить низшие собственные частоты.

Для высоконапорных бетонных плотин, с помощью описанного подхода удастся идентифицировать до 10 – 14 собственных частот. Окончательные значения собственных частот получаются в результате усреднения результатов применения критерия по всем $N - K$ наборам. Кроме простого усреднения можно использовать более сложные интегральные статистики, а также дополнительные индикаторы, ранжирующие матрицы $\mathbf{G}_y^r(\omega_p)$ по качеству измеренных сигналов и влиянию измерительных шумов.

Методика определения собственных форм колебаний в случае применения неполной МВСП также требует некоторой модификации. В работах [1, 3] для полных МВСП было показано, что форму колебаний, соответствующую некоторой одиночной частоте с номером m , можно хорошо оценить первым сингулярным вектором матрицы $\mathbf{G}_y(\omega_m)$. Поскольку она является эрмитовой и положительно полуопределенной, ее первый сингулярный вектор совпадает с ее собственным вектором, соответствующим максимальному собственному значению. Причем, поскольку для одиночной собственной частоты ω_m ранг матрицы $\mathbf{G}_y(\omega_m)$ можно считать единичным, этот собственный вектор с точностью до коэффициента совпадает с любым вектором-столбцом (вектором-строкой) матрицы $\mathbf{G}_y(\omega_m)$ (см. статьи [1, 3]). Поэтому в случае полных МВСП форма собственных колебаний практически совпадает с любым столбцом (строкой) этой матрицы, вычисленной на соответствующей собственной частоте. Так, для собственной частоты ω_m любой столбец (строка) матрицы $\mathbf{G}_y(\omega_m)$ является соответствующей этой частоте формой собственных колебаний.

Для неполных матриц такой способ определения собственной формы, вообще говоря, непригоден. Дело в том, что методика динамических тестовых испытаний (ДТИ), описанная выше, предполагает, что измерения в «подвижных» точках производятся не одновременно, и, следовательно, могут быть выполнены при отличающихся динамических нагрузках. Например, последовательные измерения в точках ГТС, как правило, производятся при различных режимах работы турбин. Динамические характеристики линейной динамической системы (1) не зависят от нагрузок, поэтому оценки собственных частот с помощью $\mathbf{G}_y^r(\omega_p)$ можно усреднять, а векторы $\tilde{\mathbf{f}}_m^r$ дают оценки значений для нескольких компонент форм собственных колебаний.

Для восстановления полных векторов собственных форм, в статьях [3, 11] предлагается следующая методика. Пусть матрица $\mathbf{G}_y^r(\omega_p)$ вычислена на любой собственной частоте ω_m (далее для краткости аргумент будет опущен). Часть вектора формы собственных колебаний (с компонентами, номера которых $i_1, i_2, \dots, i_K$) определяется по набору данных, общему для всех матриц $\mathbf{G}_y^r$. Обозначим эту часть как $\mathbf{b}^r$. Количество компонент вектора $\mathbf{b}^r$ соответствует количеству опорных точек; оставшиеся компоненты $\mathbf{b}$ определяются из соответствующей матрицы $\mathbf{G}_y^r$. Тогда часть вектора формы собственных колебаний для степеней свободы, определяемых матрицей $\mathbf{G}_y^r$, можно записать как

$$\Phi^r = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{b}}^r \\ \mathbf{b}^r \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Очевидно, что для любого номера r векторы $\bar{\mathbf{b}}^r$ должны быть пропорциональны. Если взять за основу вектор $\mathbf{b}^1$, то масштабирование между ними можно определить следующим образом:

$$\bar{\mathbf{b}}^1 = a_{1i} \bar{\mathbf{b}}^i. \quad (23)$$

Полный вектор формы будет иметь следующий вид:

$$\Phi = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{b}}^1 \\ \mathbf{b}^1 \\ a_{12} \bar{\mathbf{b}}^2 \\ \dots \\ a_{1K} \bar{\mathbf{b}}^K \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Поскольку векторы $\bar{\mathbf{b}}^r$ определяются с некоторой погрешностью, в случае, когда размерность векторов $\bar{\mathbf{b}}^r$ превышает единицу, для нахождения коэффициентов масштабирования целесообразно применить метод наименьших квадратов.

Отметим, что для получения форм собственных колебаний сооружения необходимо такое количество точек измерения, которое бы позволило построить конфигурации этих форм. Как правило, чем выше порядковый номер динамических характеристик, тем более плотной должна быть измерительная сетка. Другими словами, размерность полной МВСП диктуется количеством степеней свободы в математической модели исследуемого объекта. Если объект с бесконечным числом степеней свободы мы моделируем линейной динамической системой с числом уравнений N , то полная МВСП имеет размерность $N \times N$, причем для применения метода FDD в этой матрице должны быть известны элементы главной диагонали и элементы хотя бы одной строки (и, в силу свойств МВСП, соответственно, столбца).

Заключение

В работе дано теоретическое обоснование алгоритма определения динамических характеристик — собственных частот и формы собственных колебаний, определенных по данным вибрационных испытаний при последовательных несинхронных измерениях. Для применения алгоритма FDD в этом случае необходимо наличие всего нескольких опорных точек, в которых измерения проводятся непрерывно. В результате таких испытаний можно вычислить лишь некоторую часть элементов матрицы взаимных спектральных плотностей (МВСП) сигналов, измеренных в различных точках сооружения. Представлено подробное описание алгоритма построения матриц, состоящих из известных элементов исходной неполной МВСП, сингулярное разложение которых позволяет определять собственные частоты исследуемого сооружения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Андрианова Е. А., Новицкий Д. В., Онищук В. С. Теоретическое обоснование идентификации собственных частот в методе FDD (декомпозиции в частотной области) // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2023. Т. 16. № 1. С. 82–96.
2. Андрианова Е. А. Алгоритм нахождения коэффициентов демпфирования по данным вибрационных обследований методом FDD (декомпозиции в частотной области) // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2024. Т. 17. № 2. С. 21–32.
3. Brincker R., Zhang L., Andersen P. Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition // Proceedings of the 18th International Modal Analysis Conference (IMAC 18). San Antonio, Texas, USA, February 7–10, 2000. Pp. 625–630.



4. **Brincker R., Zhang L., Andersen P.** Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition // *Smart Materials and Structures*. 2001. Vol. 10. No. 3. Pp. 441–445.
5. **Brincker R., Ventura C. E., Andersen P.** Damping estimation by frequency domain decomposition // *Proceedings of the 19th International Modal Analysis Conference (IMAC 19)*, Kissimmee, Florida, USA. February 5–8, 2001. Pp. 698–703.
6. **Zhang L., Tamura Y.** Damping estimation of engineering structures with ambient response measurements // *Proceedings of the 21st International Modal Analysis Conference & Exposition (IMAC XXI) “A Conference & Exposition on Structural Dynamics”*. In 3 Vols. Vol. 1. Kissimmee, Florida, USA, February 3–6, 2003. Pp. 1023–1029.
7. **Brincker R., Zhang L.** Frequency domain decomposition revisited // *Proceedings of the 3rd International Operational Modal Analysis Conference (IOMAC)*, Portonovo (Ancona), Italy. May 4–6, 2009. Vol. 1. Pp. 615–626.
8. **Brincker R., Ventura C.** *Introduction to Operational Modal Analysis*. Hoboken, New Jersey, USA: John Wiley and Sons, Ltd., 2015. 360 p.
9. **Rainieri C., Fabbrocino G.** *Operational Modal Analysis of civil engineering structures: An introduction and guide for applications*. New York: Springer, 2014. 322 p.
10. **ARTEMIS Modal.** Software for operational modal analysis and experimental modal analysis. Режим доступа: <http://www.svibs.com/>. Дата последнего обращения: 10.12.2023.
11. **Hasan M. D. A., Ahmad Z. A. B., Leong M. S., Hee L. M.** Enhanced frequency domain decomposition algorithm: A review of a recent development for unbiased damping ratio estimates // *Journal of Vibroengineering*. 2018. Vol. 20. No. 5. Pp. 1919–1936.
12. **Lang G. F.** Matrix madness and complex confusion. Review of complex modes from multiple viewpoints // *Sound & Vibrations*. 2012. November – Structural Analysis. Pp. 8–12.
13. **Tarpo P., Olsen P., Amador S., Juul M., Brincker R.** On minimizing the influence of the noise tail of correlation functions in operational modal analysis // *Procedia Engineering*. 2017. Vol. 199. Pp. 1038–1043.
14. **Ильин В. А., Позняк Э. Г.** *Линейная алгебра*. 6-е изд., стер. М.: Физматлит, 2007. 280 с.
15. **Карчевский Е. М., Карчевский М. М.** *Лекции по линейной алгебре и аналитической геометрии*. 2-е изд. СПб.: Изд-во «Лань», 2018. 424 с.
16. **Фомин В. И.** О нижних линейных оценках спектрального радиуса нормальной матрицы // *Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки*. 2001. Т. 6. № 2. С. 145–146.

REFERENCES

1. **Andrianova E. A., Novitskiy D. V., Onishchuk V. S.**, Theoretical justification of natural frequency identification in the FDD (Frequency Domain Decomposition) method, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. 16 (1) (2023) 82–96 (in Russian).
2. **Andrianova E. A.**, An algorithm for finding the damping coefficients based on vibration surveys using the frequency domain decomposition (FDD) method // *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. 17 (2) (2024) 21–32 (in Russian).
3. **Brincker R., Zhang L., Andersen P.**, Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition, *Proc. 18th Int. Modal Analysis Conf. (IMAC 18)*. San Antonio, Texas, USA, Febr. 7–10 (2000) 625–630.
4. **Brincker R., Zhang L., Andersen P.**, Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition, *Smart Mater. Struct.* 10 (3) (2001) 441–445.
5. **Brincker R., Ventura C. E., Andersen P.**, Damping estimation by frequency domain decomposition, *Proc. 19th Int. Modal Analysis Conf. (IMAC 19)*, Kissimmee, Florida, USA. Febr. 5–8 (2001) 698–703.
6. **Zhang L., Tamura Y.**, Damping estimation of engineering structures with ambient response measurements, *Proc. 21st Int. Modal Analysis Conf. & Exp. (IMAC XXI) “A Conference & Exposition on Structural Dynamics”*. In 3 Vols. Vol. 1. Kissimmee, Florida, USA, Febr. 3–6 (2003) 1023–1029.
7. **Brincker R., Zhang L.**, Frequency domain decomposition revisited, *Proc. 3rd Int. Operational Modal Analysis Conf. (IOMAC)*, Portonovo (Ancona), Italy. May 4–6, 2009. Vol. 1. (2009) 615–626.
8. **Brincker R., Ventura C.** *Introduction to Operational Modal Analysis*, John Wiley and Sons, Ltd., Hoboken, New Jersey, USA, 2015.

9. Rainieri C., Fabbrocino G., Operational Modal Analysis of civil engineering structures: An introduction and guide for applications, Springer, New York, 2014.
10. ARTEMIS Modal. Software for operational modal analysis and experimental modal analysis, Access: <http://www.svibs.com/>. Last access date is 10.12.2023.
11. Hasan M. D. A., Ahmad Z. A. B., Leong M. S., Hee L. M., Enhanced frequency domain decomposition algorithm: A review of a recent development for unbiased damping ratio estimates, J. Vibroeng. 20 (5) (2018) 1919–1936.
12. Lang G. F., Matrix madness and complex confusion: Review of complex modes from multiple viewpoints, S&V (November – Structural Analysis) (2012) 8–12.
13. Tarpo P., Olsen P., Amador S., et al., On minimizing the influence of the noise tail of correlation functions in operational modal analysis, Procedia Eng. 199 (2017) 1038–1043.
14. Пыин В. А., Позняк Е. Г., Linear algebra, Victor Kamkin, 1987.
15. Karchevskiy E. M., Karchevskiy M. M., Leksii po lineynoy algebre i analiticheskoy geometrii [Lectures on linear algebra and analytical geometry], Lan' Publishing, St. Petersburg, 2018 (in Russian).
16. Fomin V. I., On the lower linear bound of the spectral radius for a normal matrix, Tambov University Reports. Series: Natural and Technical Sciences. 6 (2) (2001) 145–146 (in Russian).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АНДРИАНОВА Елена Александровна — научный сотрудник АО «ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева», Санкт-Петербург, Россия.

195220, Санкт-Петербург, Гжатская ул., 21
elena-andrianova@bk.ru
ORCID: 0000-0001-9199-6875

БОЛДЫРЕВ Юрий Яковлевич — доктор технических наук, профессор подразделений «Высшая школа прикладной математики и вычислительной физики», «Высшая школа передовых цифровых технологий», главный научный сотрудник Центра компьютерного инжиниринга Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
boldyrev@phmf.spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-9249-2158

THE AUTHORS

ANDRIANOVA Elena A.

“B. E. Vedenev VNIIG”, JSC
21 Gzhatskaya St., Saint Petersburg, 195220, Russia
elena-andrianova@bk.ru
ORCID: 0000-0001-9199-6875

BOLDYREV Yuri Ya.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
boldyrev@phmf.spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-9249-2158

Статья поступила в редакцию 29.08.2024. Одобрена после рецензирования 06.11.2024. Принята 06.11.2024.

Received 29.08.2024. Approved after reviewing 06.11.2024. Accepted 06.11.2024.

Научная статья

УДК 556.555.4/.5; 556.556

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18106>

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОДЛЕДНОЙ РАДИАЦИОННО-ГЕНЕРИРУЕМОЙ КОНВЕКЦИИ В ОЗЕРАХ С РАЗНОЙ ПРОЗРАЧНОСТЬЮ ВОДЫ

**С. И. Смирнов¹ , А. А. Смирновский², С. Р. Богданов¹, Г. Э. Здорovenнов¹,
Т. В. Ефремов¹, Н. И. Пальшин¹, Р. Э. Здорovenнов¹**

¹ Институт водных проблем Севера Карельского научного центра РАН,
Республика Карелия, г. Петрозаводск, Россия;

² Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия
 sergeysmirnov92@mail.ru

Аннотация. Представлены результаты вихреразрешающего численного моделирования конвекции, возникающей в результате неоднородного прогрева водной толщи мелководного озера, покрытого льдом (т. е. без воздействия ветра на водную поверхность). Расчеты проводились с использованием метода Implicit LES при различных значениях коэффициентов экстинкции, характеризующих поглощение солнечной радиации толщей воды. Проведен анализ трехмерной структуры течения, временной эволюции температуры и пульсаций скорости, а также рассчитаны приращения нижней границы и температуры конвективно-перемешанного слоя в зависимости от поступающего в систему тепла. Полученные результаты позволяют уточнить особенности термического режима рассмотренного типа озер в период формирования подледного конвективно-перемешанного слоя, в частности – выявить влияние прозрачности воды на процесс перемешивания.

Ключевые слова: радиационно-генерируемая подледная конвекция, прозрачность воды, турбулентные пульсации скорости, метод крупных вихрей

Финансирование: Исследование выполнено в рамках государственного задания Института водных проблем Севера Карельского научного центра РАН (FMEN 2021-0019).

Для цитирования: Смирнов С. И., Смирновский А. А., Богданов С. Р., Здорovenнова Г. Э., Ефремова Т. В., Пальшин Н. И., Здорovenнов Р. Э. Численное моделирование подледной радиационно-генерируемой конвекции в озерах с разной прозрачностью воды // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 69–86. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18106>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18106>

NUMERICAL SIMULATION OF UNDER-ICE RADIATIVELY DRIVEN CONVECTION IN LAKES WITH DIFFERENT WATER TRANSPARENCY

**S. I. Smirnov¹ , A. A. Smirnovsky², S. R. Bogdanov¹, G. E. Zdorovennova¹,
T. V. Efremova¹, N. I. Palshin¹, R. E. Zdorovennov¹**

¹ Northern Water Problems Institute of Karelian Research Centre of RAS,
Republic of Karelia, Petrozavodsk, Russia;

² Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia
 sergeysmirnov92@mail.ru

Abstract. In the paper, the results of eddy-resolving numerical simulation of convection generated by inhomogeneous heating of water column by solar radiation in an ice-covered shallow lake (the factor of wind impact on the water surface is excluded). The calculations have been performed using the Implicit LES method for different values of the extinction coefficient, which defines the degree of attenuation of solar radiation in the water column. An analysis of the three-dimensional flow structure, the time evolution of temperature and velocity pulsations was carried out, and the increments of the lower boundary and the temperature of the convective mixed layer were calculated depending on the incoming heat. The results obtained shed light upon the nature of the processes occurring in the type of lakes under consideration, in particular, to identify the influence of water transparency on the convective mixing process.

Keywords: radiatively-driven under-ice convection, water transparency, turbulent velocity pulsations, Implicit LES

Funding: The reported study was carried out within the framework of the State Assignment of Northern Water Problems Institute of Karelian Research Centre of RAS (FMEN 2021-0019).

For citation: Smirnov S. I., Smirnovsky A. A., Bogdanov S. R., Zdorovenнова G. E., Efremova T. V., Palshin N. I., Zdorovenнов R. E., Numerical simulation of under-ice radiatively driven convection in lakes with different water transparency, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 69–86. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18106>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Радиационно-генерируемая конвекция (РГК) играет важнейшую роль в процессах перемешивания водных масс в озерах в конце зимнего и начале весеннего периодов, когда озера, покрытые льдом, подвергаются солнечному радиационному прогреву, при этом прямое воздействие ветра на водную поверхность отсутствует. Движущей силой этого типа конвекции выступает неоднородный по глубине прогрев слоев воды потоками солнечной радиации, проникающей под лед, в температурном диапазоне от 0°C до примерно 4°C (температура максимума плотности пресной воды T_{md}) [1 – 3]. РГК может продолжаться и после схода льда, если температура воды меньше T_{md} . Этот процесс прекращается, когда поверхностный слой озера прогревается выше значения T_{md} .

РГК играет важную роль в функционировании озерных экосистем, так как конвективные потоки переносят питательные вещества в фотическую зону и перераспределяют клетки водорослей по столбу воды, способствуя тем самым развитию планктонного сообщества и динамике метаболизма [4 – 6].

Некоторый обзор исследований РГК (как теоретических, так и экспериментальных) представлен в статье [7]. Основные теоретические и модельные идеи РГК описываются в работе [8], где были проанализированы режимы устойчивости и динамика стратификации. Общий обзор различных режимов конвекции, включая РГК в озерах, покрытых льдом, дается в статье [3].

РГК в период ледостава изучалась в течение многих лет в мелководном Вендюрском озере (расположено на территории Петровского сельского поселения Кондопожского района Республики Карелии, Россия) на основе измерений потоков солнечной радиации, температуры воды на разных глубинах водной толщи и компонент скоростей [2, 7]. Высокочастотные измерения температуры воды и скорости течения на протяжении нескольких дней позволили проследить суточную эволюцию потока плавучести, обусловленную изменением потока солнечной радиации, и скорости диссипации турбулентной кинетической энергии в конвективно-перемешанном слое (*англ.* Convective Mixed Layer (CML)).

Метод крупных вихрей (*англ.* Large Eddy Simulation (LES)) широко применяется для изучения течений в природных водах [9 – 11]. В случае использования так называемого неявного LES-подхода (Implicit LES) влияние турбулентного движения на подсеточных масштабах моделируется диссипативными свойствами соответствующей численной схемы. Такой подход хорошо зарекомендовал себя для решения задач свободноконвективных течений (см., например, работы [12 – 14]). Д. В. Миронов с соавторами провели численное моделирование на основе метода LES для идеализированных условий РГК в мелководном озере; эти результаты продемонстрировали наличие «опрокидывающихся» струй в конвективном слое и помогли описать процессы вовлечения нижележащих слоев воды в движение [9]. Недавние расчеты РГК [15 – 17] также показали хорошее согласие результатов численного моделирования с натурными наблюдениями.

Важным параметром, определяющим процессы развития конвективного перемешивания в озере, покрытом льдом, служит степень прозрачности воды. Использование одномерных моделей в озерах бореальной [18] и аридной [19] зон для периода открытой воды показывает интенсификацию накопления тепла в поверхностном слое при больших значениях коэффициента экстинкции. Показано, что, когда вода более мутная (и, соответственно, больше значение коэффициента экстинкции), а потоки солнечной радиации, поступающие на поверхность водоема, равны при разной прозрачности воды, поверхностный перемешанный слой тоньше и средняя температура столба воды ниже, чем в случае более прозрачных вод (меньшие значения коэффициента экстинкции). Для озера, покрытого льдом, в рамках одномерной модели исследовано распределение тепла по водному столбу в зависимости от коэффициента экстинкции воды и установлено, что чем больше этот коэффициент, тем большая доля тепла поглощается поверхностным слоем и тем меньше тепла доходит до нижележащих слоев [20].

Цель данного исследования – оценить влияние степени прозрачности воды на структуру конвективно-перемешанного слоя в период радиационно-генерируемой конвекции. За основу оценки взяты методы вихреразрешающего численного моделирования.

В настоящей работе представлены результаты начальных этапов эволюции CML для трех вариантов прозрачности воды.

Постановка задачи и вычислительные аспекты

Постановка задачи аналогична описанной в предыдущих работах [15 – 17]. Вычислительная область представляет собой прямоугольный параллелепипед с размерами $L \times L \times H$, где L – размер области в горизонтальных направлениях x и y ($L = 9,6$ м), H – высота расчетной области ($H = 6,4$ м) (рис. 1).

Как показали предыдущие исследования, размер расчетной области $9,6 \times 9,6 \times 6,4$ м является достаточным для проведения численного моделирования РГК в подледном слое небольшого озера на ранних этапах формирования CML и его развития. На верхней границе расчетной области, моделирующей нижнюю поверхность льда, задавалась постоянная температура 0°C и условия прилипания для скорости. Вблизи нижней границы расчетной области, эмулирующей условное дно озера, предполагалось отсутствие движения в течение всего рассматриваемого периода; на этой поверхности задавалось условие

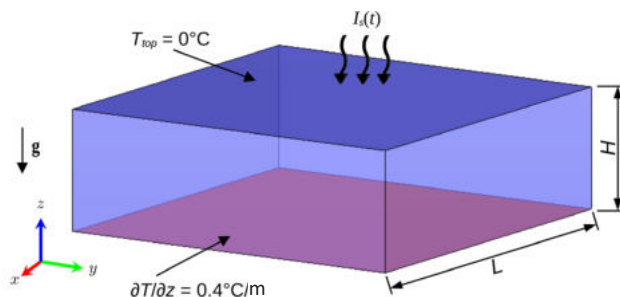


Рис. 1. Геометрия расчетной области и термические граничные условия, $I_s(t)$ – кинематический поток солнечного тепла

прилипания и постоянный тепловой поток, отвечающий градиенту температуры $0,4^\circ\text{C}/\text{м}$, что характерно для придонных слоев небольших мелководных озер; в частности, это соответствует натурным наблюдениям на Вендюрском озере [21]. В горизонтальных направлениях задавались условия периодичности.

В качестве начальных полей задавались линейный профиль температуры, соответствующий граничным условиям, и нулевое поле скорости. Такая постановка задачи является идеализированной: в реальности в начале периода РГК

распределение температуры по глубине для разных озер может варьироваться и рост температуры с глубиной может отличаться от линейного. Отметим, что в расчетах нулевой момент времени соответствовал 6 ч утра, т. е. началу поступления радиации в подледный слой воды (см. рис. 2 в статье [5]).

Турбулентный тепломассоперенос рассчитывается на основе системы уравнений, которая включает уравнение неразрывности (1), уравнения Навье – Стокса (2), записанные с учетом эффектов плавучести в гравитационном поле в приближении Буссинеска, и уравнение энергии (3) с учетом объемного тепловыделения за счет поглощения солнечной радиации:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} \nabla p - \beta (T - T_0) \mathbf{g} + \nu \nabla^2 \mathbf{V}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \alpha \nabla^2 T - \frac{\partial I}{\partial h}, \quad (3)$$

где $\mathbf{V}$, м/с, – вектор скорости потока; ρ , кг/м³, – плотность; p , Па, – давление; ν , м²/с, – коэффициент кинематической вязкости; α , м²/с, – коэффициент температуропроводности; β , К⁻¹, – коэффициент теплового расширения; T_0 , T , °С, – температура в условиях гидростатического равновесия и мгновенная температура; I , К·м/с, – радиационный поток солнечного излучения; h , м, – глубина озера (отсчитывается от нижней поверхности льда и направлена противоположно оси z); $\mathbf{g}$, м/с², – ускорение свободного падения; t , с, – время.

Коэффициент β рассчитывался на основе аппроксимации зависимости плотности пресной воды от температуры:

$$\beta = b_1 \cdot (T - T_{md}), \quad (4)$$

где $b_1 = 1,65 \cdot 10^{-5}$ К⁻²; T_{md} – температура максимума плотности пресной воды, как указано выше (в расчетах полагалось $T_{md} = 3,84$ °С).

Данная зависимость справедлива в температурном диапазоне 0 – T_{md} (°С). Остальные физические параметры были постоянными величинами и имели соответствующие значения для чистой воды при температуре 2°С.

В правой части уравнения энергии (3) присутствует объемный источник тепловыделения $\partial I / \partial h$, моделирующий в настоящих расчетах поглощаемую солнечную радиацию. Использовался двухпараметрический закон затухания потока тепла по глубине h :

$$I(h, t) = I_s(t) \cdot [a_1 \exp(-\gamma_1 h) + a_2 \exp(-\gamma_2 h)], \quad (5)$$

где $I_s(t)$ – кинематический тепловой поток на нижней границе льда, т. е. тепловой поток, отнесенный к плотности и удельной теплоемкости. Параметры a_1 и a_2 были приняты равными: $a_1 = a_2 = 0,5$.

В настоящей работе рассмотрены три варианта расчета (V1 – V3), которые различаются только значениями коэффициентов экстинкции γ (рис. 2).

V1: $\gamma_1 = 2,7$ м⁻¹, $\gamma_2 = 0,7$ м⁻¹ (исходный вариант, соответствующий натурным наблюдениям на Вендюрском озере);

V2: $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,7$ м⁻¹ (вариант прозрачной воды);

V3: $\gamma_1 = \gamma_2 = 2,7$ м⁻¹ (вариант мутной воды).

Большее значение коэффициента экстинкции характеризует большую степень ослабления радиации в верхнем слое, где поглощается длинноволновая часть спектра, тогда как меньшее значение – прозрачность нижележащей толщи воды.

Результаты расчетов для исходного V1 были опубликованы нами ранее в работах [15, 16]. Пониженные значения коэффициента экстинкции (V2) относятся к озерам с высокой степенью прозрачности, в которых падающий радиационный поток проникает далеко в глубь столба воды. Вариант V3, соответствующий большим значениям параметра γ , типичен для озер с низкой прозрачностью воды.

Тепловой поток $I_s(t)$ задавался на основе аппроксимации данных натурных наблюдений, полученных в ходе исследований РГК в Вендюрском озере весной 2020 г.:

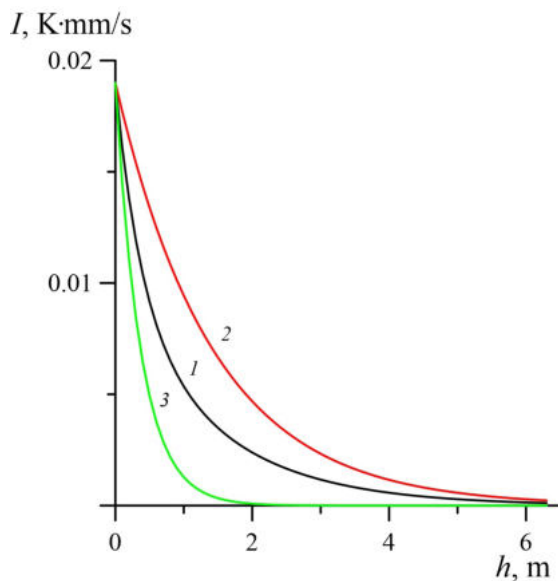


Рис. 2. Зависимости радиационного потока тепла от глубины озера ($h = 0$ – нижняя поверхность льда) для вариантов V1 – V3 (кривые 1, 2, 3 соответственно).

V1 – значения коэффициентов экстинкции соответствуют натурным наблюдениям; V2, V3 – эти значения соответствуют прозрачной (V2) либо мутной (V3) воде

$$I_s(t) = I_0 \cdot \max\{\sin(2\pi t/T^*), 0\}, \quad (6)$$

где T^* – суточный период ($T^* = 24$ ч); $I_0 = 1,9 \cdot 10^{-5}$ К·м/с (см. рис. 2 в статье [15]).

Расчеты были проведены с использованием конечно-объемного программного кода SINF/Flag-S, разработанного в Санкт-Петербургском политехническом университете Петра Великого [13, 22, 23]. Для продвижения по времени использовался алгоритм SIMPLEC второго порядка точности. Пространственная аппроксимация конвективных слагаемых осуществлялась по схеме QUICK (Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics). Диффузионные члены дискретизировались по центрально-разностной схеме второго порядка точности. В качестве вихреразрешающего подхода использовался метод Implicit LES (ILES).

Используемая расчетная сетка состояла из гексагональных элементов. Количество элементов составляло 27 млн. ячеек, шаг по времени был выбран равным 2,5 с. Более подробно вычислительные детали и оценка колмогоровских масштабов в CML изложены в работах [15, 16].

Результаты расчетов и обсуждение

Подробное изложение эволюции и структуры течения (для исходного варианта V1) представлено ранее в работах [15, 16]. Здесь коротко опишем лишь основные полученные результаты.

Представленное распределение эволюции температуры воды для варианта V1 (рис. 3,а) хорошо согласуется с соответствующими изменениями в температурных полях воды, которые получены в натурных исследованиях, проведенных при аналогичном радиационном потоке тепла на нижней границе льда. Можно видеть, что сначала прогреваются верхние слои жидкости, CML постепенно утолщается и вовлекает в движение нижние слои. Расчеты, выполненные при других значениях коэффициента экстинкции, демонстрируют подобную динамику. В зависимости от значения параметра γ можно наблюдать либо слабый прогрев верхних слоев и более сильный прогрев нижних, по сравнению с исходным вариантом V1 (вариант V2, рис. 3,б), либо наоборот, быстрый прогрев верхних слоев и медленное повышение температуры в нижних слоях (V3, рис. 3,с). Основные высокочастотные пульсации температуры (см. рис. 3) сконцентрированы на границе CML и пограничного подледного слоя в дневные часы (глубина $h = 0,1 - 0,2$ м).

Рассмотрим более детально распределение по глубине слоя температуры, осредненной в горизонтальных плоскостях, для трех вариантов (рис. 4 и 5). Сначала проанализируем процесс формирования CML; для разных вариантов он происходит в разное время. Самое быстрое формирование CML, произошедшее между 4-м и 5-ю часами после начала прогрева, наблюдалось для варианта V3 с наибольшим значением γ (см. рис. 4,а). «Обрушение» неустойчивого профиля температуры происходит в несколько этапов (кривые красного цвета на рис. 4,а). Профиль температуры внутри CML полностью формируется примерно через 5 ч после начала прогрева (расчета), что соответствует 11 ч утра. Аналогичная эволюция температуры в первые часы происходит для исходного варианта (см. рис. 4,б). Ввиду более медленного прогрева верхних слоев, формирование CML наблюдалось позднее, между 6-м и 7-м часами после начала расчета. Характер эволюции температуры в эти часы (кривые красного цвета на рис. 4,б) подобен таковому для варианта V3.

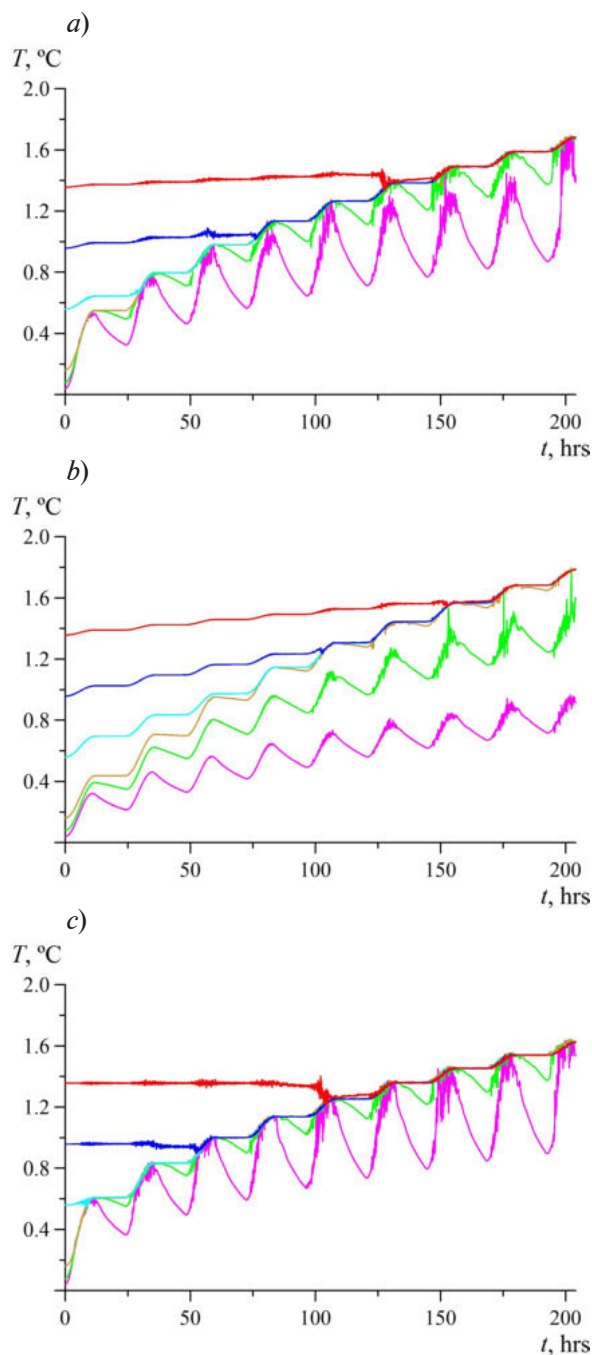


Рис. 3. Эволюция температуры для вариантов V1 (a), V2 (b) и V3 (c) в течение девяти дней на разной глубине h , м: 0,1 (кривая фиолетового цвета), 0,2 (зеленого цвета), 0,4 (коричневого цвета), 1,4 (голубого цвета), 2,4 (синего цвета), 3,4 (красного цвета)

новения неустойчивой стратификации) занимает около одного часа. Тем не менее, столь кардинальное различие в моменте перестройки профилей для разных вариантов свидетельствует о существенной нелинейности и сложности развития течения в подледном слое.

Рассмотрим эволюцию осредненных температурных профилей сформировавшегося CML для различных вариантов. На рис. 5 представлены распределения температуры по

Для V2 ситуация заметно отличается (см. рис. 4, c). Если для V1 и V3 формирование CML происходило в первый день с разницей около двух часов, то для V2 процесс перестройки температурного профиля завершился лишь на третий день (кривые красного цвета на рис. 4, c). Этот результат объясняется тем, что в случае малой прозрачности озера идет интенсивный прогрев верхних слоев и ослабленный – нижних: на этапе нагрева в верхней части водного столба быстро образуется тонкий слой, температура которого выше (и, соответственно, плотность больше), чем у нижележащих слоев. По мере нарастания кинематического потока во времени, имитирующего радиационный прогрев озера, покрытого льдом, в дневные часы, в верхней части температурного профиля формируется область, в которой значения температуры (плотности) в определенный момент становятся выше, чем в прилегающем нижележащем слое, разность значений температуры быстро достигает критического значения, при котором происходит «обрушение» профиля и возникновение конвективного движения. Процесс повышения температуры в верхней части водного столба продолжается, при этом продолжают и «обрушения», что постепенно приводит к формированию конвективного перемешанного слоя. В дневные часы непрерывно происходят серии «обрушений», которые поддерживают существование CML. В ночные часы, при исчезновении потока тепла на верхней границе расчетной области, процесс «обрушений» заканчивается. Ночью границы CML постепенно размываются, при этом к концу ночи в толще перемешанного слоя возникает градиент температуры, однако заметно меньший, чем в нижележащем стратифицированном слое. В варианте V2 (большая прозрачность озера) тепло распределяется более равномерно по водному столбу, что приводит к гораздо более позднему «обрушению» температурного профиля и запаздыванию формирования CML. При этом во всех рассматриваемых случаях (вариантах) процесс «обрушения» профиля (т. е. развитие конвективного движения после возник-

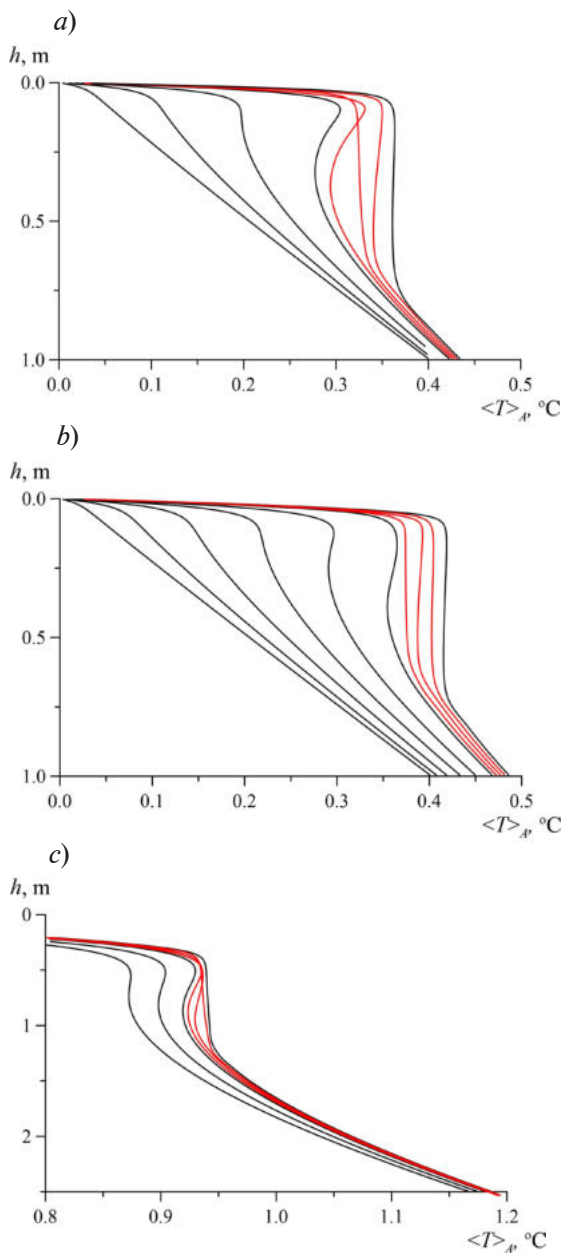


Рис. 4. Временная динамика зависимостей температуры, осредненной по горизонтальным плоскостям, от глубины озера для V3 (a), V1 (b) и V2 (c).

Для трех вариантов на рисунке приведены разные периоды времени регистрации температуры с часовым интервалом (кривые черного цвета); варианты V1 и V3 «стартовали» одновременно (с 1-го часа) и длились 6 и 4 ч соответственно (до 7-го и 5-го часа); вариант V2 начинался с 55-го часа и длился 3 ч. Внутри последнего часового отрезка каждого варианта дополнительно брались 3 временные точки с 15-мин интервалом (кривые красного цвета), которые начинались с 4 ч 15 мин (V3), 6 ч 15 мин (V1) и с 57 ч 15 мин (V2)

глубине в разные моменты времени, начиная с третьего дня, когда для всех вариантов CML уже сформировался. В середине третьего дня значения температуры CML близки друг другу, при этом $T_{V2} < T_{V1} < T_{V3}$. Однако к девятому дню их порядок изменился: $T_{V2} > T_{V1} > T_{V3}$. Таким образом, для рассматриваемого промежутка времени скорость роста температуры CML оказывается наибольшей для V2.

Таким образом, в случае уже достаточно развитого CML, в мутных водах тепло концентрируется в основном в верхней части CML и там протекает такой же процесс, как и на стадии формирования CML: сначала появляется область более теплых и плотных вод, которая затем «обрушивается» вследствие неустойчивой стратификации, что приводит к перемешиванию; такой процесс повторяется много раз в течение всего времени действия радиационного нагрева. В прозрачных же водах радиационный поток более равномерно распределяется по всей толще воды, более однородно «прогревая» CML; при этом образование области неустойчивой стратификации в верхней части CML наступает существенно позднее. Отметим, что (как известно из натурных наблюдений) при достаточно высокой степени прозрачности воды зачастую не происходит даже формирования CML; температура воды просто постепенно повышается на всех глубинах.

Итак, распределение тепла на большую глубину по столбу воды, характерное для более прозрачных вод ($\gamma_1 = \gamma_2 = 0,7 \text{ м}^{-1}$), приводит к более быстрому росту температуры верхней части стратифицированного слоя, расположенного ниже CML, по сравнению с ситуацией для мутных вод ($\gamma_1 = \gamma_2 = 2,7 \text{ м}^{-1}$), когда наибольшее накопление энергии происходит в верхних слоях водяного столба, а нижние слои практически не получают тепла. Кроме того, следует учитывать, что в более мутной воде толщина подледного градиентного слоя меньше (см. рис. 5), градиент температуры в нем, соответственно, больше, и поэтому тепловой поток из воды в лед для больших значений коэффициента экстинкции оказывается интенсивнее, чем в случае более прозрачной воды (это подтверждается графиками зависимости среднего теплового потока в лед, приведенными далее). Все это приводит к тому, что, например, на 4-й день (см. рис. 5, b) температура в

устойчиво-стратифицированном слое вблизи нижней границы CML для варианта V2 существенно выше, чем для других вариантов, и в последующие дни ситуация аналогичная.

Что касается положения нижней границы CML, то на третий день от начала расчета разница между вариантами оказывается довольно существенной. Самая большая глубина CML наблюдается для V3 ($\gamma_1 = \gamma_2 = 2,7 \text{ м}^{-1}$), а наименьшая — для V2 ($\gamma_1 = \gamma_2 = 0,7 \text{ м}^{-1}$). Такой результат выглядит вполне ожидаемым, поскольку (как отмечалось выше) для варианта V3 слой CML сформировался раньше всех, приток энергии в него идет в дальнейшем не только на повышение его температуры, но и на заглубление CML. Для V2, ввиду более равномерного прогрева, приток энергии расходуется не только на формирование CML, но и на повышение температуры в нижней области устойчивой стратификации (см. рис. 5,а).

С момента формирования CML, который для разных вариантов наступает в разное время от начала расчета (см. рис. 5), CML продолжает заглубляться с разной скоростью. Из рис. 5 видно, что скорость заглубления для V2 оказывается наибольшей, как и скорость роста температуры, что связано с более сильным проникновением солнечной радиации в глубь толщи воды.

Отметим также существование так называемого слоя вовлечения: небольшого участка профиля температуры вблизи нижней границы CML, где температура резко возрастает, а затем переходит в линейный профиль в области устойчивой стратификации. Наличие такой области подтверждается и в натурных наблюдениях [8]. Чем меньше прозрачность воды, тем больший скачок температуры наблюдается в слое вовлечения в каждый момент времени; при этом величина этого скачка растет с течением времени. Для V2 (с наибольшей степенью прозрачности воды) в первые дни эволюции CML слой вовлечения практически отсутствует, он становится различимым на профилях температуры только на 3-й день с момента формирования CML.

Значения глубины CML для всех трех вариантов к 9-му дню становятся близкими. Для лучшего понимания особенностей дальнейшей эволюции CML необходимо проводить моделирование на больших временных интервалах, что в рамках используемой постановки задачи затруднительно из-за относительно малых размеров расчетной области и грубости используемой расчетной сетки вблизи дна.

В предыдущих натурных и модельных исследованиях развитой РГК [9, 24] отмечалось наличие крупномасштабных вихревых структур, заполняющих всю толщу CML. На определенном этапе развития РГК размеры вихревых структур становятся соизмеримыми с толщиной CML, и при увеличении толщины перемешанного слоя можно ожидать и увеличения размеров вихревых структур.

Согласно результатам наших модельных расчетов, на начальном этапе РГК (при меньшей толщине CML) количество крупномасштабных вихревых структур в расчетной области больше, чем на последующих этапах развития РГК, когда толщина CML увеличивается. На рис. 6 представлены соответствующие иллюстрации в виде изоповерхностей вертикальной компоненты скорости для 4-го дня от начала расчета. Например, на рис. 6,б, где представлена структура течения для V2, видно, что при толщине CML около одного метра, в расчетной области «помещается» 5 — 6 вихрей, размер которых в горизонтальных направлениях также составляет около одного метра. На рис. 6,а,с, где представлены результаты для V1 и V3, толщина CML достигает 2 — 3 м; при этом характерный размер вихрей увеличивается, а их количество уменьшается. Выявленная особенность эволюции вихревой структуры CML по мере развития РГК накладывает определенные ограничения на продолжительность расчетов в численном моделировании при выбранных размерах расчетной области: спустя некоторое время размер крупномасштабных структур оказывается соизмеримым с размерами расчетной области в горизонтальных направлениях, при этом влияние периодических граничных условий может существенно сказываться на точности моделирования, поэтому для проведения более длительных расчетов, чем в настоящем исследовании (т. е. свыше 9 сут, при соизмеримом уровне внешней энергетической накачки) необходимо использовать расчетную область большего размера.

Что касается временной эволюции крупномасштабных вихрей при различных коэффициентах экстинкции, то она во всех трех вариантах развивается сходным образом. Более подробный анализ эволюции вихревых структур в CML для исходного варианта приведен в работе [17].

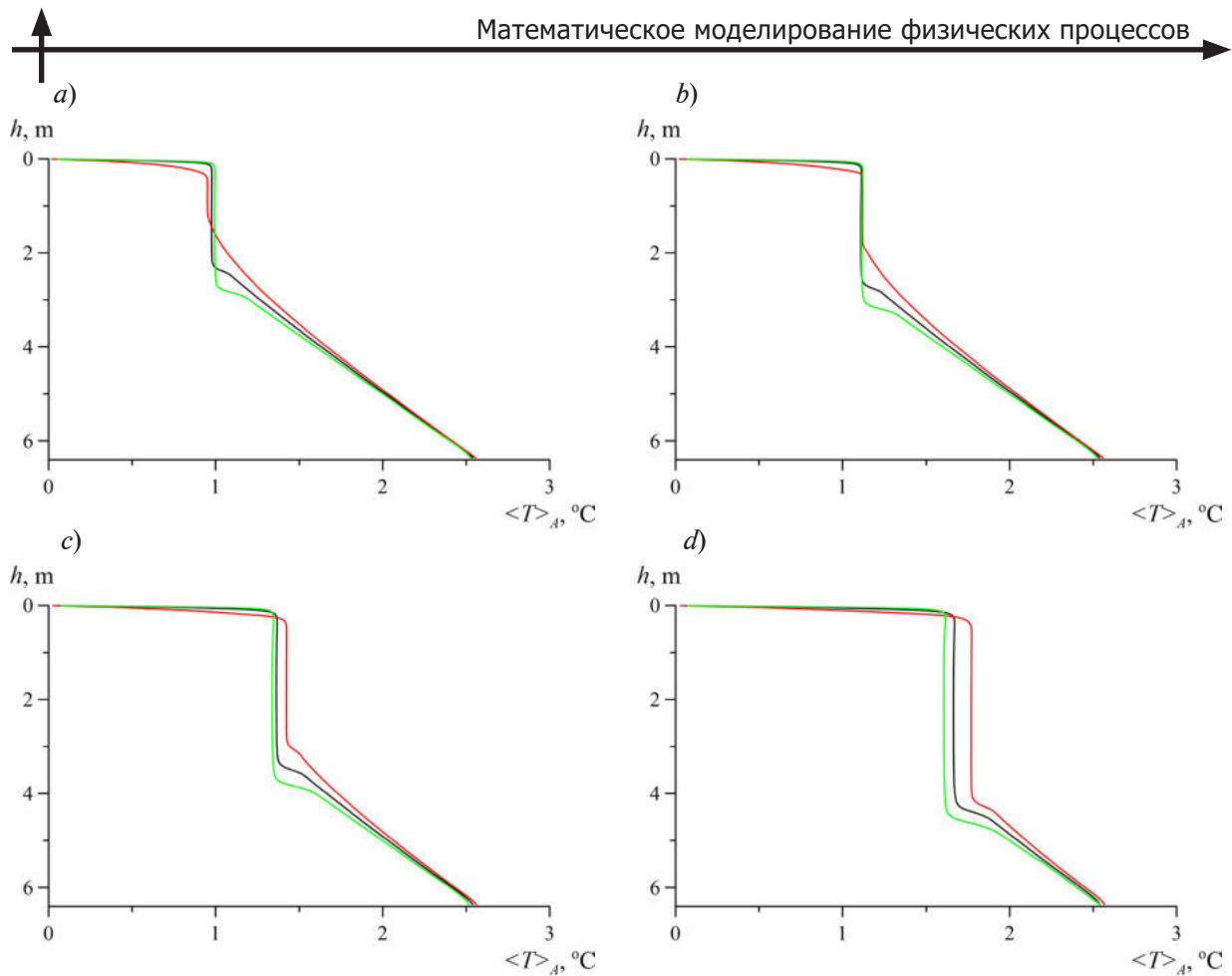


Рис. 5. Сравнение зависимостей температуры, осредненной по горизонтальным плоскостям, от глубины озера, полученных в разные моменты времени ($a - d$) для V1 (кривые черного цвета), V2 (красного цвета) и V3 (зеленого цвета): $a - 16$ ч 3-го дня (момент образования устойчивого CML для V2); $b - 15$ ч 4-го дня; $c - 15$ ч 6-го дня; $d - 15$ ч 9-го дня

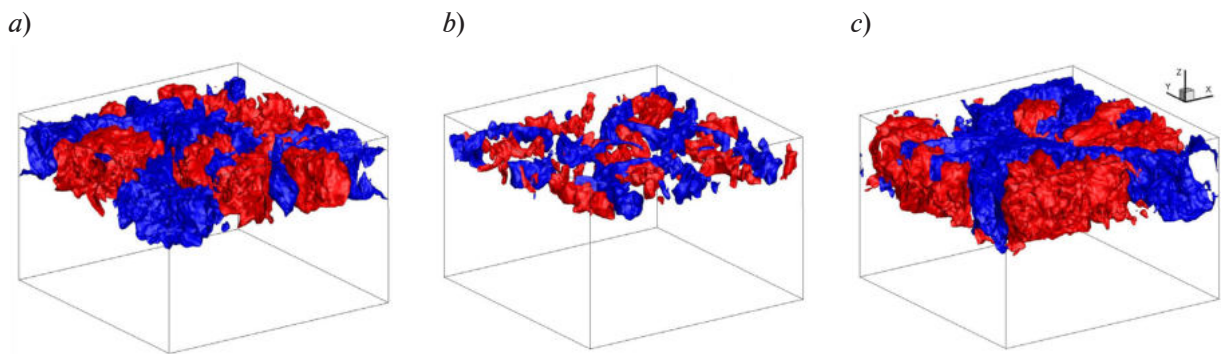


Рис. 6. Изоповерхности средней вертикальной компоненты скорости V_z ($|V_z| = 0,6$ мм/с), представленные для 4-го дня в 15 ч для вариантов V1 (a), V2 (b) и V3 (c); период осреднения – 1 ч

Рассмотрим интегральные характеристики эволюции CML: зависимость приращения глубины CML и его температуры от кумулятивной энергии, поступающей в систему. Зависимости приращения температуры и глубины CML от кумулятивного потока тепла (рис. 7) отражают представленные выше результаты по эволюции профиля температуры для разных вариантов прозрачности (см. рис. 5). Наибольшая скорость роста температуры и заглубления нижней границы CML наблюдается для варианта V2 (наиболее прозрачные воды). Таким образом, более равномерная накачка энергии по глубине приводит к большей скорости изменения интегральных параметров РГК в рассмотренные дни.

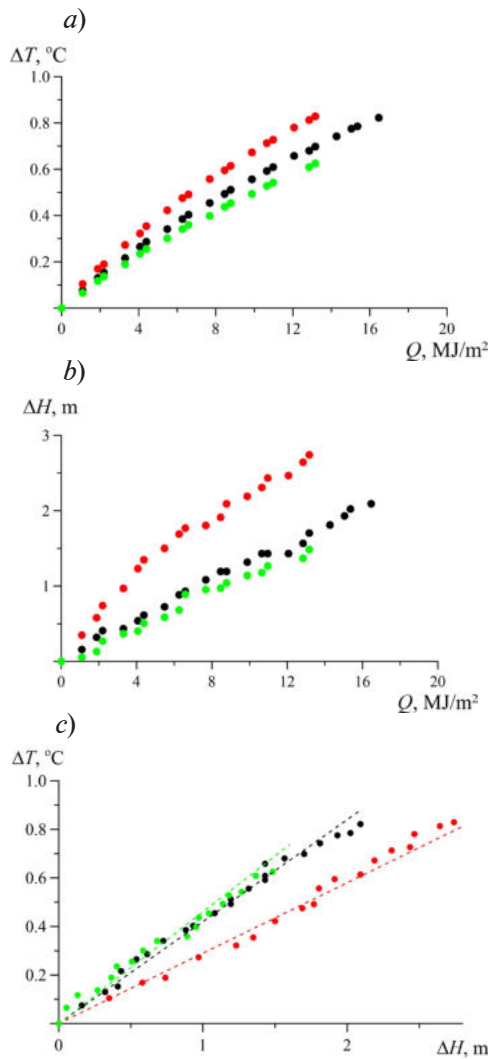


Рис. 7. Зависимости приращений температуры (a) и глубины (b) CML от кумулятивного потока тепла, а также функциональная связь приращений температуры и глубины CML (c) для вариантов V1 (черные символы), V2 (красные символы) и V3 (зеленые символы); пунктирные линии – линейные аппроксимации функции $\Delta T(\Delta H)$; представлены результаты, относящиеся к сроку с 4-го дня эволюции процесса

его прогрева радиационным потоком (см. рис. 5). Значение коэффициента вовлечения A повышается с увеличением степени прозрачности воды. В целом результаты расчета хорошо согласуются с теорией.

Рассмотрим теперь тепловые потоки в лед для разных вариантов (рис. 8). Число Нуссельта рассчитывается следующим образом:

$$\text{Nu} = \frac{\langle q \rangle_A h_{\text{CML}}}{\lambda T_{\text{CML}}}, \quad (11)$$

где $\langle q \rangle_A$, Вт/м², – плотность потока тепла на верхней стенке расчетной области, средняя по поверхности.

В общем случае временная динамика толщины CML (h_{CML}) определяется следующим уравнением [3, 25]:

$$\frac{dh_{\text{CML}}}{dt} = (1 + 2A) \frac{B_s}{N^2 h_{\text{CML}}}, \quad (7)$$

где A – коэффициент вовлечения (варьируется, по разным данным, в пределах значений 0,1 – 0,3); N – частота плавучести, $N = (\beta g \Gamma)^{0.5}$ (Γ – градиент температуры в придонном стратифицированном слое); B_s – поток плавучести на поверхности, $B_s = \beta g I_s$ (I_s – кинематический поток тепла, как указано выше).

В простейшем гипотетическом случае, когда прирост толщины h_{CML} и рост температуры T_{CML} не сопровождаются изменениями в нижележащем стратифицированном слое [26], $A = 0$ и, соответственно, тепловой баланс CML можно записать в следующем виде:

$$h_{\text{CML}} \frac{dT_{\text{CML}}}{dt} = I_s. \quad (8)$$

Из двух приведенных уравнений (7) и (8) непосредственно следует простое соотношение, связывающее скорости прироста толщины и температуры CML:

$$\frac{dT_{\text{CML}}}{dh_{\text{CML}}} = \Gamma. \quad (9)$$

В общем случае, когда $A \neq 0$, уравнение (7) после интегрирования приводится к виду:

$$h_{\text{CML}}^2 - h_0^2 = 2(1 + 2A) \frac{\Delta Q}{\Gamma \rho C_p}, \quad (10)$$

где h_0 – толщина CML в момент его полного формирования.

Полученные в рассмотренных вариантах значения Γ (градиента температуры в придонном стратифицированном слое) и коэффициента вовлечения A приведены в таблице.

Значения Γ в вариантах V1 и V3 близки друг к другу и к значению градиента температуры 0,4 °C/м, задаваемого на нижней границе расчетной области. Для V2 наблюдается заметное отклонение, вызванное, видимо, изменением градиента в верхней части стратифицированного слоя за счет

Таблица

Рассчитанные значения градиента температуры Γ в придонном слое и коэффициента вовлечения A для трех рассмотренных вариантов

Вариант	Коэффициенты экстинкции, м^{-1}	Γ , $^{\circ}\text{C}/\text{м}$	A
V1	$\gamma_1 = 2,7, \gamma_2 = 0,7$	0,42	0,17
V2	$\gamma_1 = \gamma_2 = 0,7$	0,29	0,24
V3	$\gamma_1 = \gamma_2 = 2,7$	0,46	0,13

Примечание. Вариант V1 соответствует натурным наблюдениям. Варианты V2 и V3 отражают случаи прозрачной и мутной воды, соответственно.

На рис. 8,а представлены зависимости среднего по поверхности теплового потока в лед, а на рис. 8,б – средние значения числа Нуссельта за дневной период. Отметим характерные особенности эволюции теплового потока: в начале каждого дня происходит резкое нарастание теплового потока, которое достигает максимума в промежутке от 13 до 14 ч дня (в расчетах предполагается, что световой день начинается в 6 ч утра). Затем наблюдается снижение теплового потока, причем в вечерний и ночной периоды (с 18 ч до 6 ч следующего дня) это снижение носит более плавный характер, по сравнению с утренними часами. Максимумы тепловых потоков в течение одного дня, так же, как и средние значения чисел Нуссельта, сначала возрастают день ото дня, а затем выходят на почти постоянное значение. Отметим сильную чувствительность тепловых потоков и чисел Нуссельта к степени прозрачности воды: чем менее прозрачна вода, тем больше тепловой поток в лед. Это в свою очередь означает, что внутрь CML уходит меньше тепла, если вода менее прозрачна. Такой вывод согласуется с результатами эксперимента по исследованию РГК [27], где рассматривалась модельная задача конвекции в замкнутой полости в условиях радиационного нагрева и адиабатических стенок; при этом было показано, что интенсивность теплообмена с CML увеличивается для более прозрачной воды.

Проведем сопоставление пульсационных характеристик для трех вариантов, а именно – диагональных компонент тензора Рейнольдсовых напряжений $\langle V_i^2 \rangle$, осредненных как по горизонтальному сечению, так и по времени (за 1 ч). Рассмотрим эволюцию пульсаций компонент скорости на глубине 2,5 м (рис. 9). Эволюция пульсаций также носит периодический характер: в течение дня пульсации нарастают вслед за увеличением интенсивности радиационного нагрева, а затем убывают практически до нуля в ночное время.

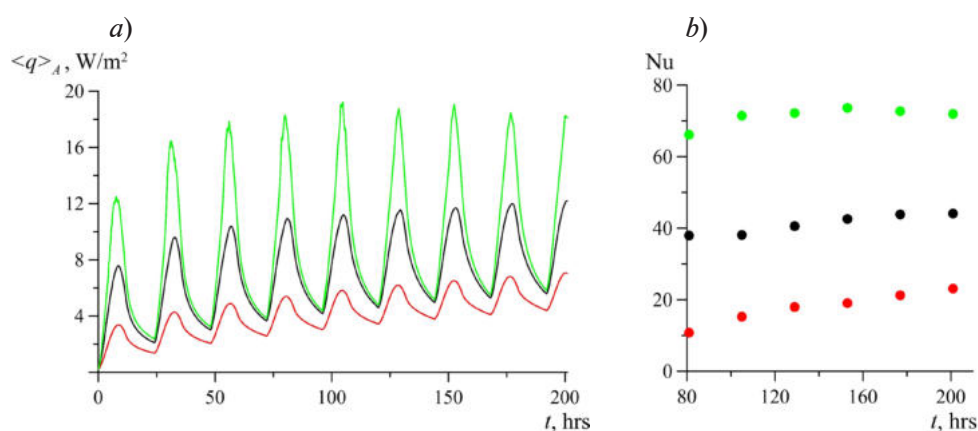


Рис. 8. Временная динамика средней плотности потока тепла на верхней стенке расчетной области (а) и числа Нуссельта (б), рассчитанные за период с 4-го по 9-й день (ежедневные данные в 15 ч) для вариантов V1 (кривая и символы черного цвета), V2 (они же красного цвета), V3 (они же зеленого цвета)

Максимальные пульсации наблюдаются в промежуток времени от 13 до 14 ч, при этом значение максимума изменяется день ото дня: по мере формирования CML и увеличения его толщины, максимум пульсаций сначала нарастает, а затем начинает колебаться вблизи некоторого значения, но, начиная примерно с девятого дня, максимум пульсаций скорости понижается. Это может косвенно свидетельствовать о том, что крупномасштабные структуры оказываются сильно зажатыми горизонтальными периодическими границами, что приводит к влиянию граничных условий на течение и подавление пульсаций в CML. Отметим, что во все рассмотренные моменты времени уровень вертикальных пульсаций оказывается заметно выше уровня горизонтальных. Что касается влияния степени прозрачности воды, то наибольшие значения $\langle V_i^2 \rangle_{t,A}$ наблюдаются для варианта V3, а наименьшие — для V2. По-видимому, это связано с тем, что в более прозрачных водах процесс обрушения температурного профиля идет менее интенсивно.

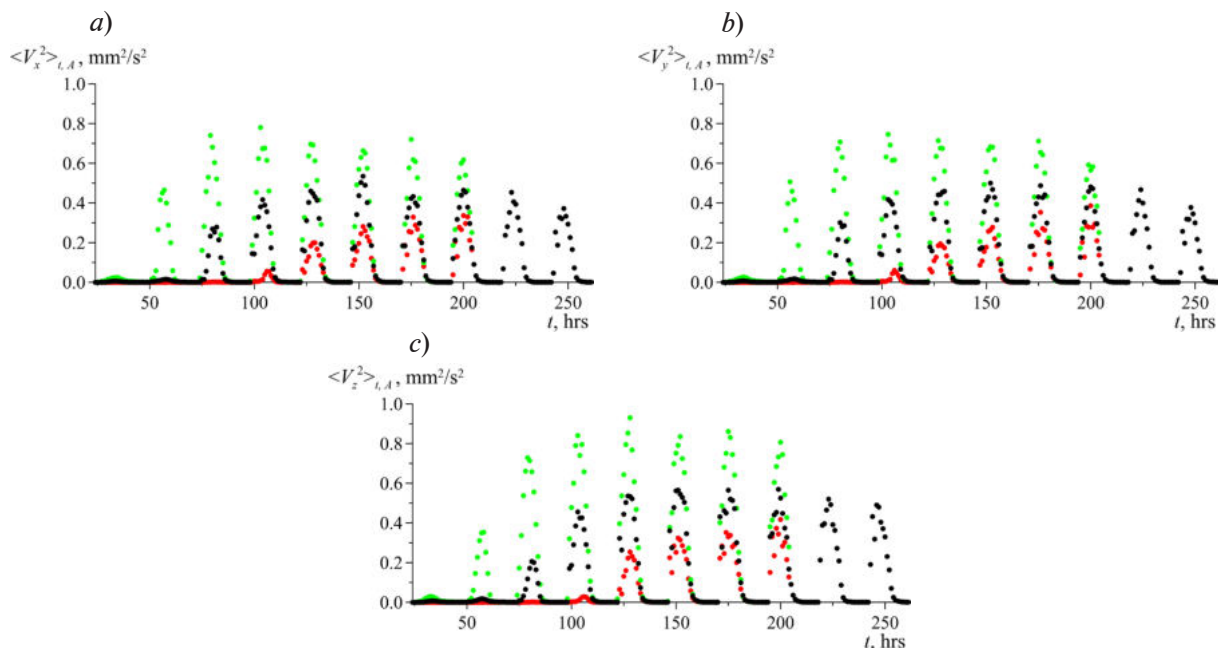


Рис. 9. Временные изменения горизонтальных (a, b) и вертикальных (c) пульсаций скоростей V_x (a), V_y (b) и V_z (c), осредненных по горизонтальной плоскости и по времени (период осреднения — 1 ч), для вариантов V1 (черные точки), V2 (красные точки) и V3 (зеленые точки).

Плоскость осреднения располагалась на расстоянии 2,5 м от верхней границы расчетной области

Заключение

В работе представлены результаты численного моделирования радиационно-генерируемой конвекции в модельной задаче, имитирующей реальные процессы, протекающие в покрытом льдом мелководном озере под действием проникающего солнечного излучения. Рассмотрено три варианта, которые различаются степенью прозрачностью воды (эта степень выражена разными значениями коэффициентов экстинкции γ). На основе неявного метода крупных вихрей (ILES) для всех вариантов исследован нестационарный процесс возникновения и эволюции конвективно-перемешанного слоя (CML), начиная от заданного стационарного состояния с линейным профилем температуры и нулевым полем скорости.

В результате моделирования установлено, что быстрее всего (в течение примерно 5 ч) формируется CML для варианта V3 (с наибольшим значением γ , т. е. наименьшей степенью прозрачности воды), в промежуточном (исходном) варианте V1 формирование CML происходит немного позднее (около 7 ч), а в варианте с наибольшей степенью прозрачности воды V2 полностью сформированный CML образуется только на третий день от начала расчета (примерно через 57 ч). При этом скорость роста температуры и глубины CML оказывается наибольшей с момента его возникновения для варианта V2 (наибольшая степень прозрачности воды).



Таким образом, несмотря на более позднее формирование CML в случае прозрачной воды (V2), его дальнейшая эволюция происходит несколько быстрее, чем в остальных вариантах с меньшей степенью прозрачности.

Расчет выполнен для периода времени в девять суток; в процессе компьютерного счета размер вихревых структур в перемешанном слое постепенно увеличивался и становился соизмеримым с размером расчетной области в горизонтальных направлениях.

Были рассчитаны интегральные характеристики CML, а именно – зависимость погружения глубины CML и его температуры от кумулятивной энергии, поступающей в систему, а также оценены значения коэффициента вовлечения. Установлено, что в целом динамика повышения температуры и глубины CML соответствует теоретическим представлениям и натурным наблюдениям; при этом для варианта с наибольшей степенью прозрачности воды (V2) коэффициент вовлечения оказывается заметно выше, чем для двух других вариантов.

Получены зависимости от времени теплового потока в лед (среднего по поверхности) и значения числа Нуссельта (средние за дневной период). Их анализ показал, что максимумы тепловых потоков в течение одного дня, так же, как и средние значения чисел Нуссельта, сначала возрастают день ото дня, а затем выходят на почти постоянное значение; при этом наблюдается сильная чувствительность тепловых потоков и чисел Нуссельта к степени прозрачности воды: чем менее прозрачная вода, тем больше тепловой поток в лед. Связано это с тем, что в случае более мутных вод толщина подледного градиентного слоя наименьшая, а величина градиента температуры в этом слое наибольшая.

Рассмотрена также эволюция пульсаций компонент скорости, которая тоже носит периодический характер: в течение дня пульсации нарастают вслед за увеличением интенсивности радиационного нагрева, а затем убывают практически до нуля в ночное время. По мере формирования CML и увеличения его толщины, максимум дневных пульсаций сначала возрастает, а затем начинает колебаться вблизи некоторого значения. Начиная же примерно с девятого дня максимум пульсаций скорости начинает уменьшаться, что может свидетельствовать о заметном влиянии граничных условий на течение, приводящее к подавлению пульсаций в CML. Расчеты также показали, что чем выше степень прозрачности воды, тем ниже значения пульсаций скорости. Это связано с менее интенсивным процессом обрушения температурного профиля в верхней части CML.

Таким образом, проведенное исследование позволило получить новые сведения о влиянии прозрачности воды на формирование и развитие CML при радиационном прогреве покрытых льдом озер.

Что касается продолжения исследований, то для рассмотрения более протяженных периодов времени необходимо использовать расчетную область большего размера, поскольку граничные условия начинают оказывать влияние на течения, что приводит к подавлению пульсаций в слое CML и может повлиять на характеристики конвекции.

Результаты работы были получены с использованием вычислительных ресурсов суперкомпьютерного центра Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого (www.spbstu.ru).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Farmer D. M. Penetrative convection in the absence of mean shear // Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society. 1975. Vol. 101. No. 430. Pp. 869–891.
2. Jonas T., Terzhevik A. Y., Mironov D. V., Wüest A. Radiatively driven convection in an ice-covered lake investigated by using temperature microstructure technique // Journal of Geophysical Research. 2003. Vol. 108. No. 6. P. 3183.
3. Bouffard D., Wüest A. Convection in lakes // Annual Review of Fluid Mechanics. 2019. Vol. 51. No. 1. Pp. 189–215.
4. Kelley D. Convection in ice-covered lakes: effects on algal suspension // Journal of Plankton Research. 1997. Vol. 19. No. 12. Pp. 1859–1880.
5. Kiili M., Pulkkanen M., Salonen K. Distribution and development of under-ice phytoplankton in 90-m deep water column of Lake Päijänne (Finland) during spring convection // Aquatic Ecology. 2009. Vol. 43. No. 3. Pp. 707–713.

6. Huang W., Zhang Z., Li Z., Leppäranta M., Arvola L., Song S., Huotari J., Lin Z. Under-ice dissolved oxygen and metabolism dynamics in a shallow lake: The critical role of ice and snow // *Water Resources Research*. 2021. Vol. 57. No. 5. P. e2020WR027990.
7. Mironov D., Terzhevik A., Kirillin G., Jonas T., Malm J., Farmer D. Radiatively driven convection in ice-covered lakes: Observations, scaling, and a mixed layer model // *Journal of Geophysical Research*. 2002. Vol. 107. No. C4. P. 3032.
8. Mironov D. V., Terzhevik A. Yu. Spring convection in ice-covered freshwater lakes // *Izvestiya, Atmospheric and Oceanic Physics*. 2000. Vol. 36. No. 5. Pp. 627–634.
9. Mironov D. V., Danilov S. D., Olbers D. J. Large-eddy simulation of radiatively-driven convection in ice covered lakes // Casamitjana X. (Ed.) *Proceedings of the Sixth Workshop on Physical Processes in Natural Waters*. June 27–29, 2001; Girona, Catalonia, Spain. 2001. Pp. 71–75.
10. Santo M. A., Toffolon M., Zanier G., Giovannini L., Armenio V. Large eddy simulation (LES) of wind-driven circulation in a peri-alpine lake: Detection of turbulent structures and implications of a complex surrounding orography // *Journal of Geophysical Research: Oceans*. 2017. Vol. 122. No. 6. Pp. 4704–4722.
11. Zhang Y., Huang Q., Ma Y., Luo J., Wang C., Li Z., Chou Y. Large eddy simulation of boundary-layer turbulence over the heterogeneous surface in the source region of the Yellow River // *Atmospheric Chemistry and Physics*. 2021. Vol. 21. No. 20. Pp. 15949–15968.
12. Silano G., Sreenivasan K. R., Verzicco R. Numerical simulations of Rayleigh–Bénard convection for Prandtl numbers between 10^{-1} and 10^4 and Rayleigh numbers between 10^5 and 10^9 // *Journal of Fluid Mechanics*. 2010. Vol. 662. 10 November. Pp. 409–446.
13. Смирнов С. И., Смирнов Е. М., Смирновский А. А. Влияние теплопереноса в торцевых стенках на турбулентную конвекцию ртути во вращающемся цилиндре // *Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки*. 2017. Т. 10. № 1. С. 31–46.
14. Yigit S., Hasslberger J., Klein M. Assessment of numerical dissipation in Implicit LES of turbulent Rayleigh–Bénard convection // García-Villalba M., Kuerten H., Salvetti M. (Eds). *Direct and Large Eddy Simulation XII (DLES 2019)*. Conference Proceedings. Book series: ERCOFTAC (ERCO, Vol 27). Switzerland: Springer, Cham. 2020. Pp. 263–269.
15. Smirnov S., Smirnovsky A., Zdorovenova G., Zdorovenov R., Palshin N., Novikova I., Terzhevik A., Bogdanov S. Water temperature evolution driven by solar radiation in an ice-covered lake: A numerical study and observational data // *Water*. 2022. Vol. 14. No. 24. P. 4078.
16. Смирновский А. А., Смирнов С. И., Богданов С. Р., Здорovenнов Р. Э., Здорovenнова Г. Э. Численное моделирование турбулентного перемешивания в мелководном озере для периодов подледной конвекции // *Водные ресурсы*. 2023. Т. 50. № 5. С. 622–632.
17. Smirnov S., Smirnovsky A., Zdorovenova G., Zdorovenov R., Efremova T., Palshin N., Bogdanov S. Numerical simulation of radiatively driven convection in a small ice-covered lake with a lateral pressure gradient // *Water*. 2023. Vol. 15. No. 22. P. 3953.
18. Heiskanen J., Mammarella I., Ojala A., et al. Effects of water clarity on lake stratification and lake-atmosphere heat exchange // *Journal of Geophysical Research: Atmospheres*. 2015. Vol. 120. No. 15. Pp. 7412–7428.
19. Zhang Q., Ma X. How does lake water clarity affect lake thermal processes? // *Heliyon*. 2022. Vol. 8. No. 8. P. e10359.
20. Wang M., Wen L., Li Z., Leppäranta M., Stepanenko V., Zhao Y., Niu R., Yang L., Kirillin G. Mechanisms and effects of under-ice warming water in Ngoring lake of Qinghai–Tibet Plateau // *The Cryosphere*. 2022. Vol. 16. No. 9. Pp. 3635–3648.
21. Петров М. П., Тержевик А. Ю., Здорovenнов Р. Э., Здорovenнова Г. Э. Особенности термической структуры мелководного озера в начале зимы // *Водные ресурсы*. 2006. Т. 33. № 2. С. 154–162.
22. Смирнов Е. М., Зайцев Д. К. Метод конечных объемов в приложении к задачам гидрогазодинамики и теплообмена в областях сложной геометрии // *Научно-технические ведомости СПбГПУ*. 2004. № 2 (36). С. 70–81.
23. Smirnov E. M., Zaitsev D. K., Smirnovsky A. A., Kolesnik E. V., Pozhilov A. A. Assessment of several advanced numerical algorithms implemented in the CFD Code SINF/Flag-S for supercomputer simulations // *Supercomputing Frontiers and Innovations*. 2024. Vol. 11. No. 2. Pp. 14–31.
24. Bogdanov S., Zdorovenova G., Volkov S., Zdorovenov R., Palshin N., Efremova T., Terzhevik A., Bouffard D. Structure and dynamics of convective mixing in Lake Onego under ice-covered conditions // *Inland Waters*. 2019. Vol. 9. No. 2. Pp. 177–192.



25. **Зилитинкевич С. С.** Проникающая турбулентная конвекция. Таллин: Валгус, 1989. 210 с.
26. **Carson D. J., Smith F. B.** Thermodynamic model for the development of a convectively unstable boundary layer // F. N. Frenkiel, R.E. Munn (Eds). Turbulent diffusion in environmental pollution. Book series "Advances in Geophysics". Vol. 18. Part. A. Proceedings of a Symposium held at Charlottesville. 8–14 April 1973, Virginia, USA. New York; Academic Press (Elsevier), 1975. Pp. 111–124.
27. **Bouillaut V., Lepot S., Aumaotre S., Gallet B.** Transition to the ultimate regime in a radiatively driven convection experiment // Journal of Fluid Mechanics. 2019. Vol. 861. 25 February. P. R5.

REFERENCES

1. **Farmer D. M.**, Penetrative convection in the absence of mean shear, Q. J. R. Meteorol. Soc. 101 (430) (1975) 869–891.
2. **Jonas T., Terzhevik A. Y., Mironov D. V., Wüest A.**, Radiatively driven convection in an ice-covered lake investigated by using temperature microstructure technique, J. Geophys. Res. 08 (6) (2003) 3183.
3. **Bouffard D., Wüest A.**, Convection in lakes, Annu. Rev. Fluid Mech. 51 (1) (2019) 189–215.
4. **Kelley D.**, Convection in ice-covered lakes: effects on algal suspension, J. Plankton Res. 19 (12) (1997) 1859–1880.
5. **Kiili M., Pulkkanen M., Salonen K.**, Distribution and development of under-ice phytoplankton in 90-m deep water column of Lake Päijänne (Finland) during spring convection, Aquat. Ecol. 43 (3) (2009) 707–713.
6. **Huang W., Zhang Z., Li Z., et al.**, Under-ice dissolved oxygen and metabolism dynamics in a shallow lake: The critical role of ice and snow, Water Resour. Res. 57 (5) (2021) e2020WR027990.
7. **Mironov D., Terzhevik A., Kirillin G., et al.**, Radiatively driven convection in ice-covered lakes: Observations, scaling, and a mixed layer model, J. Geophys. Res. 107 (C4) (2002) 3032.
8. **Mironov D. V., Terzhevik A. Yu.**, Spring convection in ice-covered freshwater lakes, Izv. — Atmos. Ocean. Phys. 36 (5) (2000) 627–634.
9. **Mironov D. V., Danilov S. D., Olbers D. J.**, Large-eddy simulation of radiatively-driven convection in ice covered lakes, In book: Casamitjana X (Ed.), Proc. Sixth Workshop Phys. Proces. Nat. Waters. June 27–29, 2001; Girona, Catalonia, Spain (2001) 71–75.
10. **Santo M. A., Toffolon M., Zanier G., et al.**, Large eddy simulation (LES) of wind-driven circulation in a peri-alpine lake: Detection of turbulent structures and implications of a complex surrounding orography, J. Geophys. Res. Oceans. 122 (6) (2017) 4704–4722.
11. **Zhang Y., Huang Q., Ma Y., et al.**, Large Eddy Simulation of boundary-layer turbulence over the heterogeneous surface in the source region of the Yellow River, Atmos. Chem. Phys. 21 (20) (2021) 15949–15968.
12. **Silano G., Sreenivasan K. R., Verzicco R.**, Numerical simulations of Rayleigh–Bénard convection for Prandtl numbers between 10^{-1} and 10^4 and Rayleigh numbers between 10^5 and 10^9 , J. Fluid Mech. 662 (10 Nov) (2010) 409–446.
13. **Smirnov S. I., Smirnov E. M., Smirnovsky A. A.**, Endwall heat transfer effects on the turbulent mercury convection in a rotating cylinder, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 10 (1) (2017) 31–46 (in Russian).
14. **Yigit S., Hasslberger J., Klein M.**, Assessment of numerical dissipation in Implicit LES of turbulent Rayleigh–Bénard Convection, In book: García-Villalba M., Kuerten H., Salvetti M. (Eds), Direct and Large Eddy Simulation XII (DLES 2019). Conf. Proc., Book Ser. ERCOFTAC (ERCO, Vol 27), Springer, Cham. (2020) 263–269.
15. **Smirnov S., Smirnovsky A., Zdorovenova G., et al.**, Water temperature evolution driven by solar radiation in an ice-covered lake: A numerical study and observational data, Water. 14 (24) (2022) 4078.
16. **Smirnovsky A. A., Smirnov S. I., Bogdanov S. R., et al.**, Numerical simulation of turbulent mixing in a shallow lake for periods of under-ice convection, Water Resources. 50 (5) (2023) 768–778.
17. **Smirnov S., Smirnovsky A., Zdorovenova G., et al.**, Numerical simulation of radiatively driven convection in a small ice-covered lake with a lateral pressure gradient, Water. 15 (22) (2023) 3953.

18. Heiskanen J., Mammarella I., Ojala A., et al., Effects of water clarity on lake stratification and lake-atmosphere heat exchange, *J. Geophys. Res. Atmos.* 120 (15) (2015) 7412–7428.
19. Zhang Q., Ma X., How does lake water clarity affect lake thermal processes? *Heliyon.* 8 (8) (2022) e10359.
20. Wang M., Wen L., Li Z., et al., Mechanisms and effects of under-ice warming water in Ngoring Lake of Qinghai–Tibet Plateau, *Cryosphere.* 16 (9) (2022) 3635–3648.
21. Petrov M. P., Terzhevik A. Yu., Zdorovenov R. E., Zdorovenova G. E., The thermal structure of a shallow lake in early winter, *Water Resources.* 33 (2) (2006) 135–143.
22. Smirnov E. M., Zaitsev D. K., Finite volume method as applied to hydro-and gas dynamics and heat transfer problems in complex geometry domains, *Nauchno-tekhnicheskiye vedomosti (SPbGTU) [Scientific and Technical Journal (SPbGTU)]*. (2 (36)) (2004) 70–81 (in Russian).
23. Smirnov E. M., Zaitsev D. K., Smirnovsky A. A., et al., Assessment of several advanced numerical algorithms implemented in the CFD Code SINF/Flag-S for supercomputer simulations, *Supercomput. Front. Innov.* 11 (2) (2024) 14–31.
24. Bogdanov S., Zdorovenova G., Volkov S., et al., Structure and dynamics of convective mixing in Lake Onego under ice-covered conditions, *Inland Waters.* 9 (2) (2019) 177–192.
25. Zilitinkevich S. S., *Turbulent penetrative convection*, Edit. by B. Henderson-Sellers, Avebury Technical, Aldershot, UK, 1991.
26. Carson D. J., Smith F. B., Thermodynamic model for the development of a convectively unstable boundary layer, In book: F. N. Frenkiel, R.E. Munn (Eds). *Turbulent diffusion in environmental pollution*. Book series “Advances in Geophysics”. Vol. 18. Part. A. Proc. Sympos. at Charlottesville, 8–14 April 1973, Virginia, USA, Academic Press (Elsevier), New York (1975) 111–124.
27. Bouillaut V., Lepot S., Aumaotre S., Gallet B., Transition to the ultimate regime in a radiatively driven convection experiment, *J. Fluid Mech.* 861 (25 Febr) (2019) R5.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

СМИРНОВ Сергей Игоревич — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории гидрофизики Института водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, г. Петрозаводск, Республика Карелия, Россия.

185000, Россия, Республика Карелия, г. Петрозаводск, Пушкинская ул., 11
 sergeysmirnov92@mail.ru
 ORCID: 0000-0002-3972-9259

СМИРНОВСКИЙ Александр Андреевич — кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной математики и вычислительной физики Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
 smirta@mail.ru
 ORCID: 0000-0001-7608-7120

БОГДАНОВ Сергей Рэмович — доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории гидрофизики Института водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, г. Петрозаводск, Республика Карелия, Россия.

185000, Россия, Республика Карелия, г. Петрозаводск, Пушкинская ул., 11
 sergey.r.bogdanov@mail.ru
 ORCID: 0000-0003-4150-2712

ЗДОРОВЕННОВА Галина Эдуардовна — кандидат географических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории гидрофизики Института водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, г. Петрозаводск, Республика Карелия, Россия.

185000, Россия, Республика Карелия, г. Петрозаводск, Пушкинская ул., 11
 zdorovennova@gmail.com
 ORCID: 0000-0003-2726-0104

ЕФРЕМОВА Татьяна Владимировна — кандидат географических наук, старший научный сотрудник лаборатории гидрофизики Института водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, г. Петрозаводск, Республика Карелия, Россия.

185000, Россия, Республика Карелия, г. Петрозаводск, Пушкинская ул., 11

efremova@nwpi.krc.karelia.ru

ORCID: 0000-0003-0313-6731

ПАЛЬШИН Николай Иннокентьевич — кандидат географических наук, старший научный сотрудник лаборатории гидрофизики Института водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, г. Петрозаводск, Республика Карелия, Россия.

185000, Россия, Республика Карелия, г. Петрозаводск, Пушкинская ул., 11

npalshin@mail.ru

ORCID: 0000-0003-1540-3788

ЗДОРОВЕННОВ Роман Эдуардович — кандидат географических наук, старший научный сотрудник лаборатории гидрофизики Института водных проблем Севера Карельского научного центра РАН, г. Петрозаводск, Республика Карелия, Россия.

185000, Россия, Республика Карелия, г. Петрозаводск, Пушкинская ул., 11

romga74@gmail.com

ORCID: 0000-0003-1695-4872

THE AUTHORS

SMIRNOV Sergei I.

Northern Water Problems Institute of Karelian Research Centre of RAS

11 Pushkinskaya St., Petrozavodsk, Republic of Karelia, 185000, Russia

sergeysmirnov92@mail.ru

ORCID: 0000-0002-3972-9259

SMIRNOVSKY Alexander A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

smirta@mail.ru

ORCID: 0000-0001-7608-7120

BOGDANOV Sergey R.

Northern Water Problems Institute of Karelian Research Centre of RAS

11 Pushkinskaya St., Petrozavodsk, Republic of Karelia, 185000, Russia

sergey.r.bogdanov@mail.ru

ORCID: 0000-0003-4150-2712

ZDOROVENNOVA Galina E.

Northern Water Problems Institute of Karelian Research Centre of RAS

11 Pushkinskaya St., Petrozavodsk, Republic of Karelia, 185000, Russia

zdorovennova@gmail.com

ORCID: 0000-0003-2726-0104

EFREMOVA Tatiana V.

Northern Water Problems Institute of Karelian Research Centre of RAS

11 Pushkinskaya St., Petrozavodsk, Republic of Karelia, 185000, Russia

efremova@nwpi.krc.karelia.ru

ORCID: 0000-0003-0313-6731

PALSHIN Nikolay I.

Northern Water Problems Institute of Karelian Research Centre of RAS

11 Pushkinskaya St., Petrozavodsk, Republic of Karelia, 185000, Russia

npalshin@mail.ru

ORCID: 0000-0003-1540-3788

ZDOROVENNOV Roman E.

Northern Water Problems Institute of Karelian Research Centre of RAS

11 Pushkinskaya St., Petrozavodsk, Republic of Karelia, 185000, Russia

romga74@gmail.com

ORCID: 0000-0003-1695-4872

*Статья поступила в редакцию 19.10.2024. Одобрена после рецензирования 26.11.2024.
Принята 26.11.2024.*

Received 19.10.2024. Approved after reviewing 26.11.2024. Accepted 26.11.2024.

Simulation of physical processes

Original article

UDC 533.9.03

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18107>

THE EFFECT OF A GAS TYPE ON THE SOFT X-RAY YIELD FROM A PLASMA FOCUS

A. Nassif¹ □, W. Sahyouni², O. Zeidan²

¹ Faculty of Pharmacy, Al-Wataniya Private University, Hama, Syria;

² Department of Physics, Homs University, Homs, Syria

□ nassifalaa85@gmail.com; alaa.nassif@wpu.edu.sy

Abstract. Using the Lee code version (RADPFV5.15de), we carried out a series of numerical experiments to find the parameters for the plasma focus and the soft X-ray yield for each of nitrogen gas (molecular) and neon gas (atomic) within an appropriate temperature range for PF400 dense plasma focus device. The results showed that the highest value of the soft X-ray yield in neon was 0.148 J at 3.2 Torr pressure, while for nitrogen it was 0.0634 J at 4.4 Torr. This is because of the higher atomic number and effective charge of neon as compared to nitrogen.

Keywords: plasma pinch, PF400 plasma focus device, soft X-ray yield, Lee model

For citation: Nassif A., Sahyouni W., Zeidan O., The effect of a gas type on the soft X-ray yield from a plasma focus, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 87–93. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18107>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Научная статья

УДК 533.9.03

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18107>

ВЛИЯНИЕ ТИПА ГАЗА НА ВЫХОД МЯГКОГО РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗ ПЛАЗМЕННОГО ФОКУСА

А. Н ссиф¹ □, В. С хьюни², О. Зейд н²

¹ Фармацевтический факультет Частного университета Аль-Ватания, г. Хама, Сирия;

² Физический факультет Университета Хомса, г. Хомс, Сирия

□ nassifalaa85@gmail.com; alaa.nassif@wpu.edu.sy

Аннотация. Используя версию кода Ли RADPFV5.15de, мы провели серию численных экспериментов с целью определения оптимальных параметров плазменного фокуса и максимального выхода мягкого рентгеновского излучения путем их сравнения для газов азота (молекулярного) и неона (атомного) в пределах рабочего температурного диапазона устройства фокусировки плотной плазмы PF400. Согласно полученным результатам, наибольшее значение выхода указанного излучения составило для неона 0,148 Дж при давлении 3,2 Торр, тогда как для азота — всего 0,0634 Дж при 4,4 Торр. Анализ полученных результатов привел к заключению, что разница связана с более высоким атомным номером и эффективным зарядом неона, по сравнению с таковыми для азота.

Ключевые слова: плазменный пинч, устройство плазменной фокусировки PF400, мягкое рентгеновское излучение, модель Ли

Для цитирования: Нассиф А., Сахьюни В., Зейдан О. Влияние типа газа на выход мягкого рентгеновского излучения из плазменного фокуса // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 87–93. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18107>

Introduction

Plasma focus is one of plasma magnetic confinement mechanisms developed in the early 60-s of the 20th century for nuclear fusion research by the two scientists: J. W. Mather in the USA and N. V. Filippov in the Soviet Union [1]. The plasma focus device is similar to a Z-pinch device, and it is qualified to produce plasma with a short life, high electron density and temperature ($T_e > 500$ eV), and the ability to emit short, high-intensity pulses of X-rays (the radiation spectrum of plasma focus in the X-ray spectrum covers a range from 1 keV to 500 keV), fast neutrons and charged particle beams (ions, electrons) [2, 3]. Plasma focus devices are considered as promising sources of soft X-ray pulses with durations ranging from units to hundreds of nanoseconds. The X-rays generated during a pulse from the Z-pinch devices are of higher energy than those generated from other sources [4].

The operating principle of plasma focus devices is based on transferring the electrical energy stored in a capacitor bank, which is quickly transferred to a group of electrodes by means of rapid triggering, so that the discharge current begins from the surface of the insulator surrounding the bottom of the anode and spreads to its end so the Lorentz force $J \times B$ formed from the effect of the self-magnetic induction field on the current passing through the plasma sheet accelerates it from the bottom of the anode to its end, and then the current sheet is compressed magnetically within a time of 50 ns. And there is a density of 10^{19} m^{-3} in the plasma column or what is known as pinch, and then the plasma column collapses due to the plasma instabilities [5, 6]. The plasma pinch is characterized by its ability to emit different types of radiation and particles, including hard, medium and soft X-rays, ultraviolet rays, neutrons, fast ions, and fast electrons [7]. These emissions are related to device engineering (its length and electrodes radii) as well as related to an operation gas type [9, 8]. For example, when neutrons producing deuterium gas is used, while noble gases are used to X-rays emission [6].

The Lee model

The first version of this model was issued in 1985, when it consisted of two stages, and after that it was used to describe and improve the plasma focus devices. Later it was developed in five stages in 2000, as it provided a realistic simulation of the characteristics of plasma focus, by linking the circuit parameters with properties of electrodynamics and thermodynamics of plasma and radiation emissions [10 – 12]. In this model, the plasma focus dynamics is divided into three basic phases: break-down one, axial one, and compression one, and the latter is divided into three secondary phases:

- inward radial shockwave one,
- outward reflected shockwave one,
- and slow compression one [13].

This model is used to calculate soft X-rays yield and neutron emissions [14].

Results and discussion

The Lee code RADPFV 5.15 dec1 was used for PF400 plasma focus device according to the following characteristics:

capacitor bank parameters – inductance $L_0 = 40$ nH, capacitance $C_0 = 0.95$ μF , resistance $r_0 = 10$ m Ω ;

geometric dimensions – cathode radius $b = 1.6$ cm, anode radius $a = 0.6$ cm, anode length $z_0 = 1.7$ cm;

operating parameters – energy $E_0 = 0.4$ kJ, voltage $V_0 = 28$ kV.



The soft X -ray yield is calculated using the following relation [6]:

$$dQ/dt = -4.6 \cdot 10^{-31} N_i Z_{eff}^4 Z_n^4 (\pi r_p^2) Z_f / T.$$

Notice that the yield dQ/dt is directly proportional the following quantities:

Z_{eff} is the number of effective charges, Z_n is the atomic number of gas, N_i is the ions density in the plasma pinch, $(\pi r_p^2) Z_f$ is the volume of the plasma pinch; and the yield dQ/dt is inversely proportional to T .

Using the Lee code, the plasma focus parameters and the soft X -rays yield for nitrogen and neon gases were found within a temperature range for soft X -ray emission. The results are presented in Table 1.

Table 1

The calculated dependence of the plasma focus parameters on the nitrogen pressure for the PF400 device

P	T_e	I_{pinch}	V_a	V_s	V_p	Y_{srx}
Torr	10^6 K	kA	cm/ μ s			mJ
3.6	1.93	71	7.2	25.9	18.3	37.1
3.7	1.85	70	7.1	25.4	18.0	41.1
3.8	1.76	69	7.0	24.9	17.7	45.0
3.9	1.68	68	6.9	24.4	17.3	49.1
4.0	1.93	67	6.8	23.9	17.0	52.7
4.1	1.59	66	6.7	23.5	16.7	56.9
4.2	1.51	65	6.6	23.0	16.4	60.2
4.3	1.44	64	6.5	22.5	16.1	62.3
4.4	1.29	63	6.5	22.2	15.8	63.4
4.5	1.22	62	6.4	21.7	15.5	61.4
4.6	1.16	61	6.3	21.2	15.2	58.4

Notations: P is the pressure; T_e is the plasma temperature; I_{pinch} is the pinch current; V_a , V_s , V_p are the axial, shock and radial piston speeds, relatively; Y_{srx} is the soft X -ray yield.

Footnote. The peak current I_{peak} is 127 kA for all pressure values, except $P = 4.6$ Torr, when it is 128 kA.

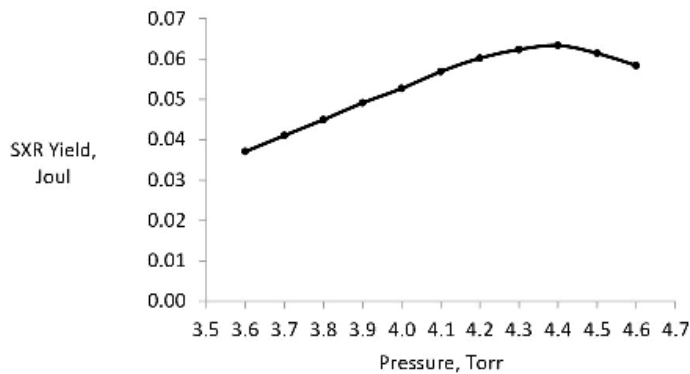


Fig. 1. A plot of the soft X -ray yield versus nitrogen pressure for the PF400 device

An analysis of the data in Table 1 allows us to state that the soft X -ray yield increased from 37.1 mJ at 3.6 Torr pressure to a maximum of 63.4 mJ at 4.4 Torr pressure and then decreased to 58.4 mJ at 4.6 Torr pressure (see Fig. 1), this is due to a decrease in speeds (the axial V_a , shock V_s , radial piston V_p) (see Fig. 2), which leads to a decrease in the plasma temperature to less than the temperature needed to emit soft X -rays (see Fig. 3).

It is evident from Table 2 that the soft X -ray yield increases from 35.0 mJ at 2.2 Torr pressure to a maximum value of 148.0 mJ at 3.2 Torr and then decreases to zero (see also Fig. 4). This is due to a decrease in the temperature below the one required to produce the soft X -rays. The pinch temperature behavior is given in Fig. 6. This is also due to a decrease in velocities (axial one V_a , shock one V_s , radial piston one V_p) with an increasing pressure (see Fig. 5).

A comparison of calculated results related to the soft X -ray yield versus nitrogen and neon pressures for the PF400 device is presented in Fig. 7. From this figure it follows that the soft X -rays yield is higher when using neon gas than in the case of using nitrogen one. Therefore, it is necessary to discuss the factors affecting the value of the soft X -rays yield as follows.

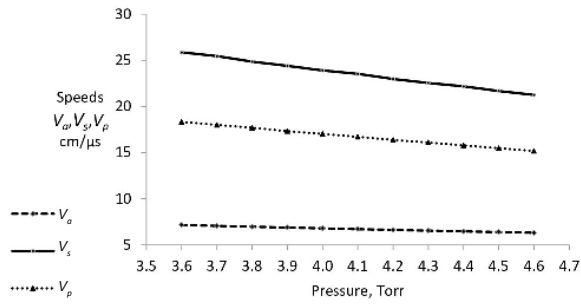


Fig. 2. A plot of the speeds versus nitrogen pressure for the PF400 device

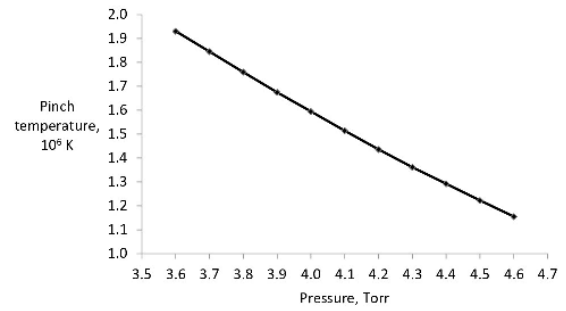


Fig. 3. A plot of the plasma temperature versus nitrogen pressure for the PF400 device

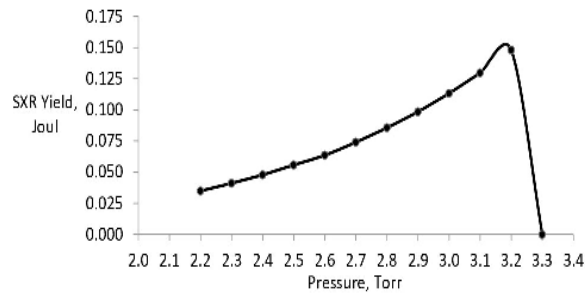


Fig. 4. A plot of the soft X-ray yield versus neon pressure for the PF400 device

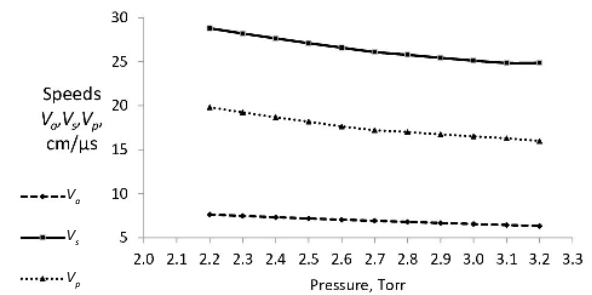


Fig. 5. A plot of the speeds versus neon pressure for the PF400 device

Table 2

The calculated dependence of the plasma focus parameters on the neon pressure for the PF400 device

P	T_e	I_{pinch}	V_a	V_s	V_p	Y_{sxr}
Torr	10^6 K	kA	cm/ μ s			mJ
2.2	4.95	75	7.6	28.8	19.8	35.0
2.3	4.64	74	7.5	28.2	19.2	41.1
2.4	4.35	72	7.3	27.6	18.7	47.8
2.5	4.07	71	7.2	27.1	18.2	55.8
2.6	3.82	70	7.1	26.6	17.6	63.6
2.7	3.57	69	6.9	26.1	17.2	74.0
2.8	3.33	67	6.8	25.8	17.0	85.6
2.9	3.11	66	6.7	25.4	16.7	98.5
3.0	2.89	64	6.6	25.1	16.5	113.3
3.1	2.70	63	6.4	24.9	16.3	129.7
3.2	2.51	61	6.3	24.9	16.0	148.0

Footnotes. 1. Here the notations are the same as those in Table 1.

2. The peak current I_{peak} is 127 kA for all pressure values, except $P = 3.2$ Torr, when it is 128 kA.

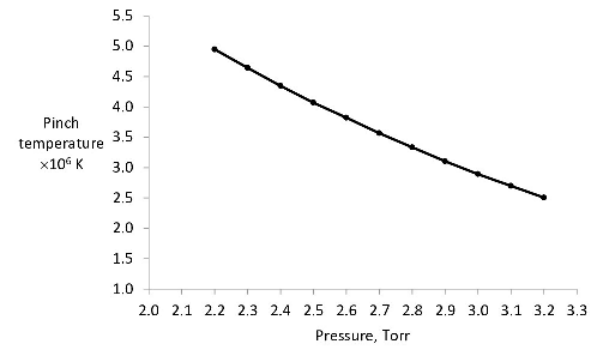


Fig. 6. A plot of the plasma temperature versus neon pressure for the PF400 device

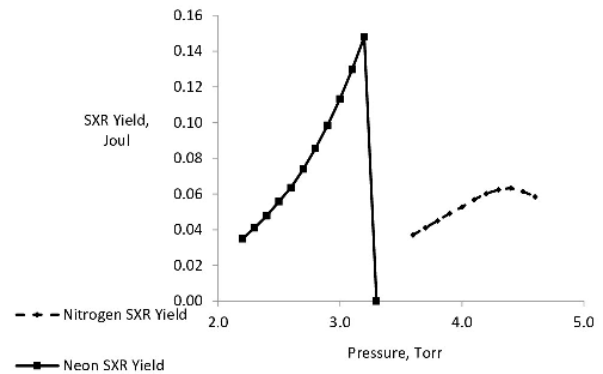


Fig. 7. A comparison of calculated results related to the soft X-ray yield versus nitrogen and neon pressures for the PF400 device



Table 3

A comparison of the dependencies of plasma parameters on the pressure of the two gases

P	Z_p	r_p	N_i
Torr	cm		$10^{23}/\text{m}^3$
Neon (Ne)			
2.2	0.80	0.07	2.9
2.3			3.0
2.4			3.1
2.5			3.2
2.6			3.4
2.7			3.5
2.8			3.7
2.9			3.8
3.0			4.0
3.1			4.2
3.2		4.4	
Nitrogen (N ₂)			
3.6	0.90	0.06	4.3
3.7			
3.8			
3.9	0.80	0.07	4.4
4.0			4.5
4.1			4.6
4.2		4.7	
4.3		0.06	4.9
4.4			5.0
4.5			5.1
4.6			5.3
			5.4

Notations: P is the pressure; Z_p , r_p are the pinch length and radius; N_i is the plasma density.

1. The number of effective charges for neon is greater, namely, $Z_{eff\text{Ne}} \approx 9$, $Z_{eff\text{N}} \approx 6$.

2. The pinch dimensions (the length and radius) were found to be those given in Table 3; comparing the pinch size, we notice that they are almost the same, and therefore there is no noticeable effect of the pinch sizes on the difference in the soft X -rays yield.

3. The plasma density values were compared (see Table 3); we can notice that the density values of nitrogen ions are higher, but this factor alone is not sufficient for the nitrogen yield to be higher.

4. From the temperature range suitable for the soft X -rays emission, we note that the temperature required in neon is lower, which leads to an increase in the yield value.

5. The atomic number of neon is greater, which leads to an increase in the yield.

Conclusions

We have found that using a high-atomic-number gas such as neon in the PF400 dense plasma focus device can significantly increase the yield of soft X -rays (0.037 %) compared to using a lower-atomic-number gas like nitrogen (0.015 %).

This improvement in the soft X -ray yield is due to the higher effective charge and atomic number of neon. Additionally, the lower temperature range suitable for the soft X -ray emission in neon contributes to the increased yield. The size of the plasma pinch does not affect the soft X -rays yield.

REFERENCES

1. Lee S., Plasma focus radiative model: Review of the Lee model code, J. Fusion Energy. 33 (4) (2014) 319–335.
2. Al-Havat Sh., Saloum S., Characterization of 2.8 kJ small plasma focus using a five-phase radiative model, Contrib. Plasma Phys. 49 (1–2) (2009) 5–14.
3. Liu M., Soft X-rays from compact plasma focus. A thesis for degree of PhD, School of Science Nanyang Technological University, Singapore, Dec. 1996.
4. Al-Havat Sh., Saloum S., Characterization of 2.8 kJ small plasma focus using a five-phase radiative model, Contrib. Plasma Phys. 49 (1–2) (2009) 5–14.
5. Zakaullah M., Alamgir K., Shafiq M., et al., Enhanced copper K -alpha radiation from a low-energy plasma focus, Appl. Phys. Lett. 78 (7) (2001) 877–879.
6. Sahyouni W., Nassif A., Nitrogen soft X-ray yield optimization from UNU/ICTP PFF plasma focus device, Am. J. Mod. Phys. 8 (6) (2019) 86–89.

7. **Akel M.**, Numerical experiments on plasma focus for soft X-ray yield scaling laws derivation using Lee model (Rep. No. AECS-PH/RSS-993). Damascus (Syrian Arab Republic): Atomic Energy Commission, Dep. of Physics, 2012.
8. **Al-Hawat Sh., Akel M., Wong C. S.**, X-ray emission from argon plasma focus contaminated with copper impurities in AECS PF-2 using five channel diode spectrometer, *J. Fusion Energy*. 30 (6) (2011) 503–508.
9. **Akel M., Salo S.**, Numerical study of radiation from a plasma focus (Rep. No. AECS-PH/RSS-1046). Damascus (Syrian Arab Republic): Atomic Energy Commission, Dep. of Physics, 2013.
10. **Behbahani R. A., Aghamir F. M.**, Anomalous resistivity effect on multiple ion beam emission and hard X-ray generation in a Mather type plasma focus device, *Phys. Plasmas*. 8 (10) (2011) 03302.
11. **Aghamir F. M., Behbahani R. A.**, Current sheath behavior and its velocity enhancement in a low energy Mather-type plasma focus device, *J. Appl. Phys.* 109 (4) (2011) 043301.
12. **Lee S., Saw S. H.**, Neutron scaling laws from numerical experiments, *J. Fusion Energy*. 27 (4) (2008) 292–295.
13. **Zhang T., Rawat R. S., Hassan S. M., et al.**, Drive parameter as a design consideration for Mather and Filippov types of plasma focus, *IEEE Trans. Plasma Sci.* 34 (5) (2006) 2356–2362.
14. **Kaastra J. S., Paerels F. B. S., Durret F., et al.**, Thermal radiation processes (Chapter), In book: J. S. Kaastra, A. M. Bykov, S. Schindler, et al. (Eds.) “Clusters of galaxies: Beyond the thermal view”. Springer, New-York, USA (2008) 155–190.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Lee S.** Plasma focus radiative model: Review of the Lee model code // *Journal of Fusion Energy*. 2014. Vol. 33. No. 4. Pp. 319–335.
2. **Al-Hawat Sh., Saloum S.** Characterization of 2.8 kJ small plasma focus using a five-phase radiative model // *Contribution to Plasma Physics*. 2009. Vol. 49. No. 1–2. Pp. 5–14.
3. **Liu M.** Soft X-rays from compact plasma focus. A thesis for degree of PhD. School of Science Nanyang Technological University, Singapore, December 1996. 225 p.
4. **Al-Hawat Sh., Saloum S.** Characterization of 2.8 kJ small plasma focus using a five-phase radiative model // *Contribution to Plasma Physics*. 2009. Vol. 49. No. 1–2. Pp. 5–14.
5. **Zakaullah M., Alamgir K., Shafiq M., Hassan S. M., Sharif M., Waheed A.** Enhanced copper K-alpha radiation from a low-energy plasma focus // *Applied Physics Letters*. 2001. Vol. 78. No. 7. Pp. 877–879.
6. **Sahyouni W., Nassif A.** Nitrogen soft X-ray yield optimization from UNU/ICTP PFF plasma focus device // *American Journal of Modern Physics*. 2019. Vol. 8. No. 6. Pp. 86–89.
7. **Akel M.** Numerical experiments on plasma focus for soft X-ray yield scaling laws derivation using Lee model (Report No. AECS-PH/RSS-993). Damascus (Syrian Arab Republic): Atomic Energy Commission 49. No. 1–2. Pp. 5–14.
8. **Al-Hawat Sh., Akel M., Wong C. S.** X-ray emission from argon plasma focus contaminated with copper impurities in AECS PF-2 using five channel diode spectrometer // *Journal of Fusion Energy*. 2011. Vol. 30. No. 6. Pp. 503–508.
9. **Akel M., Salo S.** Numerical study of radiation from a plasma focus (Report No. AECS-PH/RSS-1046). Damascus (Syrian Arab Republic): Atomic Energy Commission, Department of Physics, 2013.
10. **Behbahani R. A., Aghamir F. M.** Anomalous resistivity effect on multiple ion beam emission and hard X-ray generation in a Mather type plasma focus device // *Physics of Plasmas*. 2011. Vol. 18. No. 10. P. 03302.
11. **Aghamir F. M., Behbahani R. A.** Current sheath behavior and its velocity enhancement in a low energy Mather-type plasma focus device // *Journal of Applied Physics*. 2011. Vol. 109. No. 4. P. 043301.
12. **Lee S., Saw S. H.** Neutron scaling laws from numerical experiments // *Journal of Fusion Energy*. 2008. Vol. 27. No. 4. Pp. 292–295.
13. **Zhang T., Rawat R. S., Hassan S. M., Lin J. J., Mahmood S., Tan T. L., Springham S. V., Gribkov V. A., Lee P., Lee S.** Drive parameter as a design consideration for Mather and Filippov types of plasma focus // *IEEE Transactions on Plasma Science*. 2006. Vol. 34. No. 5. Pp. 2356–2362.

14. Kaastra J. S., Paerels F. B. S., Durret F., Schindler S., Richter P. Thermal radiation processes (Chapter) // J. S. Kaastra, A. M. Bykov, S. Schindler, et al. (Eds.) "Clusters of galaxies: Beyond the thermal view". New-York (USA): Springer, 2008. Pp. 155–190.

THE AUTHORS

NASSIF Alaa

Al-Wataniya Private University

Faculty of Pharmacy, Al-Wataniya Private University, Hama, XQ92+PMC, Syria

nassifalaa85@gmail.com

alaa.nassif@wpu.edu.sy

SAHYOUNI Walid

University Homs

Department of Physics, Homs University, Homs, PP75+5VC, Syria

wsahyouni@homs-univ.edu.sy

ZEIDAN Ola

University Homs

Department of Physics, Homs University, Homs, PP75+5VC, Syria

ozedan@homs-univ.edu.sy

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

НАССИФ Алаа — доктор военных наук, профессор фармацевтического факультета Частного университета Аль-Ватания, г. Хама, Сирия.

XQ92+PMC, Syria, Hama, Al-Wataniya Private University

alaa.nassif.85@hotmail.com

САХЬЮНИ Валид — Ph.D., профессор кафедры физики, факультета физики Университета Хомса, г. Хомс, Сирия.

PP75+5VC, Syria, Homs, Damascus – Aleppo Highway

wsahyouni@albaath-univ.edu.sy

ЗЕЙДАН Ола — Ph.D., профессор кафедры физики, факультета физики Университета Хомса, г. Хомс, Сирия.

PP75+5VC, Syria, Homs, Damascus – Aleppo Highway

ozedan@albaath-univ.edu.sy

Received 26.11.2023. Approved after reviewing 22.08.2024. Accepted 23.08.2024.

Статья поступила в редакцию 26.11.2023. Одобрена после рецензирования 22.08.2024. Принята 23.08.2024.

Приборы и техника физического эксперимента

Научная статья

УДК 53.098

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18108>

МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ НАПРАВЛЕНИЯ ГЕОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ДЛЯ КОРРЕКЦИИ ЧАСТОТЫ БОРТОВЫХ РУБИДИЕВЫХ АТОМНЫХ ЧАСОВ С ПОМОЩЬЮ M_z -МАГНИТОМЕТРА

С. В. Ерм [□], В. В. Семенов, М. В. Сергеев

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

[□] serge_ermak@mail.ru

Аннотация. В статье представлен разработанный авторами метод измерения направления геомагнитного поля с помощью квантового магнитометра M_z -типа, показания которого используются для коррекции частоты бортовых малогабаритных рубидиевых атомных часов. Метод испытан на специально созданной экспериментальной установке, реализующей квантовый магнитометр с оптической накачкой M_z -типа. Установлена высокая чувствительность метода к изменению угла между оптической осью магнитометра и направлением исследуемого геомагнитного поля для малых значений этого угла. Сделан вывод о применимости разработанного метода для различных углов, ограниченных по величине наличием «мертвых зон» квантового магнитометра.

Ключевые слова: магнитное поле, квантовый магнитометр с оптической накачкой, атомные часы, магнитный экран

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 20-19-00146), <https://rscf.ru/project/20-19-00146/>.

Для цитирования: Ерм С. В., Семенов В. В., Сергеева М. В. Метод измерения направления геомагнитного поля для коррекции частоты бортовых рубидиевых атомных часов с помощью M_z -магнитометра // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 94–102. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18108>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18108>

A METHOD FOR MEASURING THE DIRECTION OF THE GEOMAGNETIC FIELD TO CORRECT THE ONBOARD RUBIDIUM ATOMIC CLOCK FREQUENCY USING AN M_z -MAGNETOMETER

S. V. Ermak [□], V. V. Semenov, M. V. Sergeeva

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

[□] serge_ermak@mail.ru

Abstract. The article presents a method developed by the authors for measuring the direction of a magnetic field using an M_z -type quantum magnetometer, the readings of which are used to correct the frequency of an onboard small-sized rubidium atomic clock. The method was tested on a specially created experimental setup implementing an M_z -type quantum



magnetometer with optical pumping. High sensitivity of the method to a change in the angle between the optical axis of the magnetometer and the direction of the magnetic field under study for small angles was found. A conclusion was made about the applicability of the developed method for various angles limited in magnitude by the presence of "dead zones" of the quantum magnetometer.

Keywords: magnetic field, optically pumped quantum magnetometer, atomic clock, magnetic shield

Funding: The reported study was funded by Russian Science Foundation (Grant No. 20-19-00146), <https://rscf.ru/project/20-19-00146/>.

For citation: Ermak S. V., Semenov V. V., Sergeeva M. V., A method for measuring the direction of the geomagnetic field to correct the onboard rubidium atomic clock frequency using an M_z -magnetometer, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 94–102. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18108>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

В настоящее время интенсивно развиваются спутниковые навигационные системы, ошибки которых во многом зависят от параметров атомных часов, установленных на борту спутника [1, 2]. На частоту их сигнала влияют различные внешние факторы, например геомагнитное поле. При движении спутника меняется как направление, так и величина геомагнитного поля, влияющего на частоту атомных часов. При этом значения параметров геомагнитного поля зависят от спутниковой орбиты. В случае применения рубидиевых атомных часов (РАЧ), на борту малых спутников важными становятся массогабаритные требования, накладывающие ограничения на магнитные экраны, используемые в РАЧ [3 – 6]. Разработано несколько методов снижения воздействия геомагнитного поля на РАЧ:

- увеличение коэффициента экранирования магнитного экрана,
- использование усредненной частоты двух однотипных РАЧ,
- применение бортового магнитометра для коррекции частоты РАЧ,
- стабилизация рабочего магнитного поля РАЧ по магнитоинвариантному переходу [7 – 12] и др.

При использовании бортового магнитометра для компенсации частоты РАЧ должна быть обеспечена приемлемая стабильность его параметров. При этом на бортовой магнитометр налагаются требования его работоспособности в геомагнитном поле, близком по направлению к рабочему магнитному полю РАЧ, а также сохранения своих параметров в слабом геомагнитном поле при наличии градиента магнитного поля внутри спутника.

Квантовый M_z -магнитометр с оптической накачкой (КМОН) отвечает таким требованиям и может быть создан с малыми массой и габаритами, а также с малым потреблением энергии [13 – 15]. Наличие у РАЧ экранирования магнитного поля снижает требования к параметрам точности и чувствительности КМОН; однако не снимает требования стабильности его параметров во времени.

Необходимо отметить, что геомагнитное поле проникает внутрь РАЧ в направлении его оптической оси (направление наименьшего коэффициента экранирования) [8].

У КМОНа M_z -типа амплитуда сигнала радио-оптического резонанса зависит от угла θ между направлениями геомагнитного поля и оптической оси КМОН: она пропорциональна функции $\cos^4\theta$ [13]. Кроме того, такой КМОН имеет «мертвые зоны», для которых характерно либо полное отсутствие сигнала резонанса при углах θ , равных примерно 90 или 270°, либо очень малая амплитуда сигнала при указанных условиях.

Однако эти особенности КМОНа данного типа оказываются не столь существенными для рассматриваемого случая его применения, что обусловлено, как отмечено выше, наличием магнитного экрана у РАЧ, имеющего значительный поперечный коэффициент

экранирования. В такой ситуации геомагнитное поле заметно проникает внутрь магнитного экрана РАЧ только под малыми углами к его оптической оси [6].

Еще одной характеристикой данного КМОНа, важной для рассматриваемого случая его применения, является полоса регистрации резонансного сигнала, составляющая около 1 Гц, что обеспечивает корректную регистрацию геомагнитного поля, изменяющегося по направлению и величине на спутниковой орбите.

В задачу работы входила разработка метода определения направления геомагнитного поля с помощью квантового M_Z -магнитометра с целью коррекции частоты бортовых рубидиевых атомных часов.

Лабораторная установка

Для экспериментальной проверки метода определения направления геомагнитного поля с использованием квантового M_Z -магнитометра была создана специальная лабораторная установка (рис. 1). Магнитная система этой установки располагалась на вращающейся платформе, которая обеспечивала поворот оптической оси магнитометра на заданный угол в плоскости $X'OZ'$ лабораторной системы координат (относительно Z' -компоненты геомагнитного поля). Погрешность установки угла поворота магнитной системы составила $\pm 0,25^\circ$ при максимальном угле поворота $\pm 10^\circ$. Внутри магнитной системы был размещен КМОН.

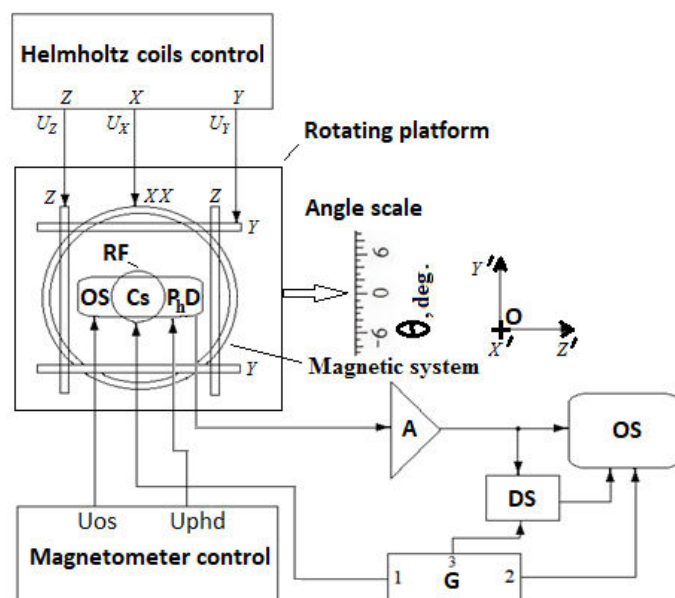


Рис. 1. Блок-схема созданной лабораторной установки:

OS – источник оптической накачки с источником питания U_{os} ; PhD – фотодиод с источником питания

U_{phd} ; Cs – газовая ячейка с антирелаксационным покрытием стенок (содержит атомы цезия-133);

RF – катушки радиочастотного поля; A – широкополосный усилитель; DS – синхронный детектор;

OS – цифровой осциллограф; G – генератор низкой частоты;

оси X' , Y' , Z' лабораторной (неподвижной) системы координат совпадают с осями системы координат магнитной системы XYZ при угле $\theta = 0$

Для удобства измерений магнитной системы вертикальная компонента геомагнитного поля компенсировалась с помощью пары колец Гельмгольца (на рис. 1 кольца ориентированы вдоль оси Y)

Разработанный метод измерения направления магнитного поля

Чтобы определять направление геомагнитного поля с помощью КМОНа M_Z -типа, в этом исследовании был разработан метод измерения, подобный описанному в книге [13]. Суть его состоит в следующем.

Создаются переменные магнитные поля вдоль осей X , Y и Z с помощью системы колец Гельмгольца. Систему вместе с КМОН можно поворачивать на заданный угол относительно осей $X'Y'Z'$ лабораторной (неподвижной) координатной системы. Пример определения направления геомагнитного поля в плоскости $X'OZ'$ показан на рис. 2. Магнитное поле модулируется по направлению оси X (поле $\mathbf{H}_{mod}$). При направлении Z' -компоненты геомагнитного поля вдоль оптической оси КМОНа (рис. 2, a), регистрируются равные по амплитуде компоненты сигнала на выходе синхронного детектора (точки A и C на рис. 2, d). При наличии ненулевого угла θ между проекцией вектора геомагнитного поля $\mathbf{H}_Z$ и оптической осью КМОНа (рис. 2, b и c), амплитуды сигнала на выходе синхронного детектора в точках A и C становятся разными (рис. 2, e и f). Их разница становится зависящей от угла между направлениями измеряемого магнитного поля и оптической оси КМОНа.

Представленный в работе метод определения направления геомагнитного поля был реализован с помощью лабораторной установки, представленной на рис. 1. КМОН вместе с магнитной системой поворачивался на заданный угол по отношению к Z' -компоненте геомагнитного поля и при этом одновременно регистрировался сигнал на выходе синхронного детектора. Частота сигнала модуляции в X -катушках была выбрана с учетом полосы регистрации синхронного детектора (диапазон – примерно 1 Гц) и составляла 240 мГц. Амплитуда сигнала модуляции выбиралась эмпирически, учитывалось наличие двух компонент сигнала синхронного детектора (точки A и C на рис. 2). Измерения проводились в диапазоне углов поворота магнитной системы θ от 0 до 6° . Такой узкий диапазон углов обусловлен конкретным применением измерителя направления геомагнитного поля на основе КМОНа M_Z -типа, предназначенного для коррекции частоты бортовых РАЧ, расположенных в изменяющемся по направлению геомагнитном поле [11]. Как

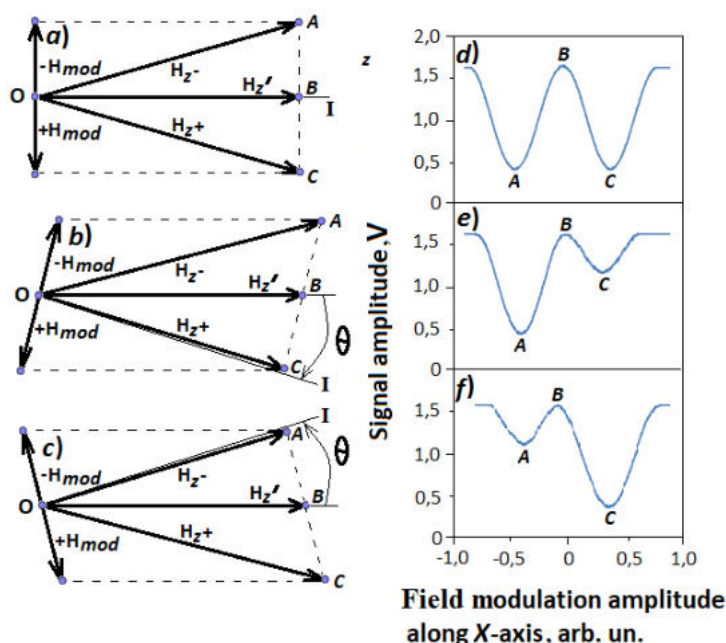


Рис. 2. Создаваемые магнитные поля ($a - c$) и формы соответствующих сигналов синхронного детектора (DS) ($d - f$); представлены случаи поворота оптической оси I КМОНа относительно Z' -компоненты геомагнитного поля (GF) $\mathbf{H}_Z$ по (b, e) и против (c, f) часовой стрелки, а также отсутствие этого поворота (a, d);

$\pm \mathbf{H}_{mod}$ – векторы переменного магнитного поля, направленные по оси X ; $\mathbf{H}_{z+}$ и $\mathbf{H}_{z-}$ – суммарные векторы GF $\mathbf{H}_Z$ и переменного поля вдоль оси X ; A, B, C – точки на сигнале DS;

θ – угол поворота магнитной системы

следует из данных статьи [8], значение поперечного коэффициента экранирования магнитного экрана таких РАЧ значительно выше продольного, который направлен вдоль оптической оси РАЧ, как и оптическая ось КМОНа M_Z -типа.

Как следствие этого, на частоту таких РАЧ существенное влияние оказывает именно продольная компонента геомагнитного поля, соответствующая малым углам θ . Также рассматриваемое применение КМОНа M_Z -типа исключает влияние его «мертвых зон» на результаты измерений (угол $\theta = \pm 90^\circ$).

На рис. 3 представлена экспериментальная зависимость разности амплитуд компонент сигнала синхронного детектора (точки A и C на рис. 2) от угла поворота магнитной системы в плоскости $X'OZ'$ относительно оси Z' лабораторной системы координат (см. рис. 1). Последовательность экспериментально полученных значений разности амплитуд, которые на рис. 3 представлены зелеными точками, аппроксимирована прямой линией (пунктир). Погрешность измерений (показана верти-

кальными отрезками), обусловлена в данном случае неточностью установки угла поворота магнитной системы (составляет $\pm 0,25^\circ$); она существенно превышает разницу между экспериментальными значениями и линейной аппроксимацией рассматриваемой зависимости. Это говорит о более высокой точности установки угла поворота магнитной системы (лучше, чем $\pm 0,25^\circ$) и потенциально высокой точности рассматриваемого метода.

Измеренная крутизна линейной аппроксимации была равна 0,0029 град/мВ. При среднеквадратичном значении шума на выходе синхронного детектора, равном 0,25 мВ, и полосе регистрации резонансного сигнала около 1 Гц, значение чувствительности разработанного метода к изменению угла поворота магнитной системы относительно лабораторной системы координат составило $7,3 \cdot 10^{-4}$ град.

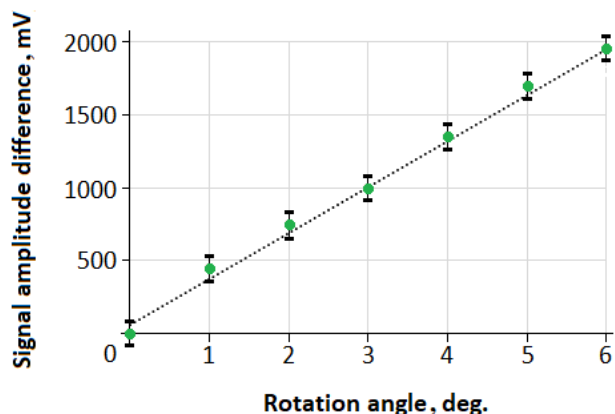


Рис. 3. Экспериментальная (символы) и аппроксимирующая (пунктир) зависимости разности амплитуд компонент сигнала синхронного детектора (точки *A* и *C* на рис. 2) от угла поворота магнитной системы в плоскости $X'OZ'$ относительно оси Z' лабораторной системы координат

ного 6° , снижение амплитуды резонансного сигнала составляло примерно 2,2 %. Полученную измерительную погрешность, обусловленную ориентационной зависимостью резонансного сигнала, можно исключить при определении угла поворота геомагнитного поля, используя режим автоподстройки под частоту резонанса частоты низкочастотного генератора КМОНа вместо сигнала на выходе синхронного детектора. В этом случае точность определения ориентации геомагнитного поля будет определяться соотношением амплитуд резонансного сигнала и шума.

В данной работе был опробован разработанный метод определения направления геомагнитного поля в плоскости $Z'OX'$ для случая использования модулирующего магнитного поля вдоль оси X . Для проведения измерений ориентации геомагнитного поля в плоскости $Z'OY'$ требуется создание модулирующего поля вдоль оси Y .

При измерении нужного направления с помощью рассматриваемого метода возникла проблема определения знака проекции вектора геомагнитного поля на ось Z . Это было связано с особенностью КМОНа измерять модуль вектора магнитного поля. Чтобы решить проблему, мы использовали модулирующее магнитное поле вдоль этой оси (см. рис. 1). Частота модулирующего поля составляла 240 мГц, а амплитуду выбрали такую, чтобы видимость сигнала синхронного детектора была достаточной на фоне шума. После регистрации указанного сигнала при частоте модуляции магнитного поля Z -катушками магнитной системы, направление исследуемого магнитного поля изменяли на противоположное. При этом регистрировали фазу сигнала на выходе синхронного детектора. Ее изменение составило 180° . Сигнал синхронного детектора, зарегистрированный при смене направления магнитного поля приведен на рис. 4.

Одновременно с измерением направления геомагнитного поля для коррекции частоты бортовых РАЧ требуется измерять его величину. При использовании для этих целей

Необходимо отметить, что на точность разработанного метода определения направления геомагнитного поля (точность метода оказалась значительно ниже его чувствительности), влияет ориентационная погрешность КМОНа, незначительная по величине при малых углах поворота геомагнитного поля. Эта ориентационная погрешность обусловлена многокомпонентностью резонансной линии и световыми сдвигами, влияющими на частоту резонанса [13].

На точность определения направления геомагнитного поля разработанным методом также влияет упомянутая ранее ориентационная зависимость сигнала радио-оптического резонанса. Если учесть пропорциональность амплитуды резонансного сигнала значению $\cos^4\theta$, то можно получить оценку погрешности определения угла. Для максимального значения измеренного нами угла, рав-

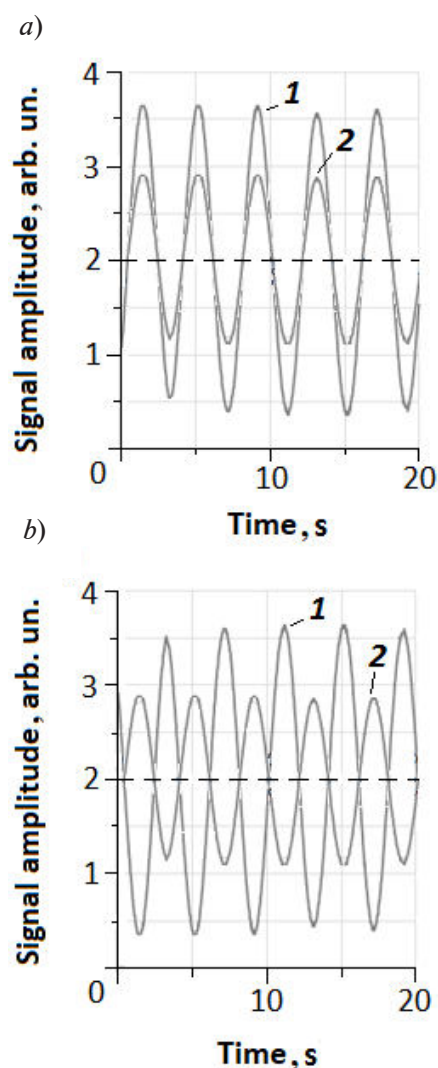


Рис. 4. Осциллограммы наблюдаемых сигналов при нулевом (а) и 180-градусном (b) значениях сдвига фаз между ними в опыте смены направления магнитного поля на противоположное.

Наблюдали переменный сигнал синхронного детектора (1) и сигнал, модулирующий магнитное поле вдоль оси Z (2)

но устранить, если ввести автоподстройку частоты низкочастотного генератора КМОНа под частоту радио-оптического резонанса.

3. Предложенный в работе метод измерения направления магнитного поля можно применять в задачах, где требуется измерение углов в диапазоне, ограниченном только «мертвыми зонами» КМОНа.

КМОНа M_z -типа может оказаться необходимым осуществлять настройку частоты низкочастотного генератора КМОН на частоту радио-оптического резонанса в моменты времени, соответствующие точке B на сигнале синхронного детектора (см. рис. 2).

Заключение

В результате проведенного исследования разработан метод измерения направления магнитного поля с помощью квантового M_z -магнитометра с оптической накачкой (КМОН). Показания этого магнитометра используются для коррекции частоты бортовых малогабаритных рубидиевых атомных часов (РАЧ).

Анализ полученных результатов позволяет сделать следующие выводы.

1. Квантовый M_z -магнитометр может быть использован для коррекции частоты указанных малогабаритных часов, подвергающихся воздействию изменяющегося по направлению и величине геомагнитного поля.

2. Экспериментальное тестирование предложенного в работе метода измерения направления магнитного поля показало высокую чувствительность величины разности амплитуд компонент сигнала синхронного детектора (см. рис. 2, точки A и C) к изменению угла между оптической осью КМОНа и исследуемым магнитным полем, составившую $7,3 \cdot 10^{-4}$ град в диапазоне углов $0-6^\circ$. При этом установлено, что полученная в эксперименте точность измерения углов ограничивается точностью установки угла поворота КМОНа относительно неподвижной лабораторной системы координат. Ее значение оказалось лучше $\pm 0,25^\circ$. Влияние ориентационной зависимости амплитуды сигнала резонанса на точность метода мож-

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Куршин А. В. Повышение точности определения местоположения потребителей ГЛОНАСС путем увеличения частоты закладок временной информации на спутники // Труды МАИ. 2012. № 57. Статья № 10.
2. Бандура А. С. Оценка точности данных навигационных сообщений космических аппаратов спутниковых радионавигационных систем // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2006. Т. 6. № 6. С. 215–221.

3. **Formichella V.** Space rubidium clocks and light-shift effect // Proceedings of the 32nd General Assembly and Scientific Symposium of the International Union of Radio Science (URSI GASS), 19–26 August, 2017. Montreal, Canada. P. 8105341.
4. **Camparo J. S., Hagerman J. O., McClelland T.** Long-term behavior of rubidium clocks in space // Proceedings of the European Frequency and Time Forum (EFTF), 23–27 April, 2012. Gothenburg, Sweden, Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE). Curran Associates, Inc. July 2013. Pp. 501–508.
5. **Dinkelaker A. N., Kaparthy A., Reher S. E., Krutzik M.** Optical quantum technologies for compact rubidium vapor-cell frequency standards in space using small satellites // Journal of the British Interplanetary Society. 2019. Vol. 72. No. 3. Pp. 74–82.
6. **Лозов Р. К., Ермак С. В., Семенов В. В., Ермак О. В.** Моделирование влияния геомагнитного поля на точность атомных часов бортовой аппаратуры систем спутниковой навигации // Радиотехника. 2019. Т. 83. № 12-2. С. 32–37.
7. **Риле Ф.** Стандарты частоты. Принципы и приложения. Пер. с англ. М.: Физматлит, 2009. 512 с.
8. **Donley E. A., Hodby E., Hollberg L., Kitching J.** Demonstration of high-performance compact magnetic shields for chip-scale atomic devices // Review of Scientific Instruments. 2007. Vol. 78. No. 8. P. 083102.
9. **Ермак С. В., Семенов В. В., Баранов А. А., Рогатин М. А., Сергеева М. В.** Влияние намагничивания экрана на вариации частоты бортовых атомных часов // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2024. Т. 17. № 1. С. 56–63.
10. **Ermak S. V., Semenov S. V.** Orientation error compensation of two rubidium atomic clocks system placed into varying in direction magnetic field // Proceedings of the 2021 IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech). 14–15 October, 2021. St. Petersburg. Pp. 269–272.
11. **Rogatin M., Sergeeva M., Ermak S., Semenov V., Ermak O.** Modeling the correction of small-sized rubidium atomic clock by a quantum magnetometer under conditions of geomagnetic field variations // Proceedings of the 2023 International Conference on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech). IEEE, 19–20 October, 2023. St. Petersburg. Pp. 377–380.
12. **Петров А. А., Кильговатов В. П., Григорьев В. И., Залетов Д. В., Шабанов В. Е., Шаповалов Д. В.** Некоторые направления модернизации квантовых стандартов частоты на атомах цезия-133 // Сборник тезисов IX Международного симпозиума «Метрология времени и пространства». 12–14 сентября, 2018. Менделеево Московской области, Россия, ВНИИФТРИ. 2018. С. 39–42.
13. **Померанцев Н. М., Рыжков В. М., Скроцкий Г. В.** Физические основы квантовой магнитометрии. М.: Наука, 1972. 448 с.
14. **Александров Е. Б., Вершовский А. К.** Современные радиооптические методы квантовой магнитометрии // Успехи физических наук. 2009. Т. 179. № 6. С. 605–637.
15. **Mhaskar R., Knappe S., Kitching J.** A low power, high-sensitivity micromachined optical magnetometer // Applied Physics Letters. 2012. Vol. 101. No. 24. P. 241105.

REFERENCES

1. **Kurshin A. V.**, Improving the accuracy of GLONASS positioning consumers by increasing the refresh rate of satellite clock information, Trudy MAI. (57) (2012) 10 (in Russian).
2. **Bandura A. S.**, Evaluation of the accuracy of the data of navigation messages of spacecraft of satellite radio navigation systems, Sci. Tech. J. Inf. Technol. Mech. Opt. 6 (6) (2006) 215–221.
3. **Formichella V.**, Space rubidium clocks and light-shift effect, Proc. 32nd General Assembly and Sci. Simp. Int. Union Radio Sci. (URSI GASS), 19–26 Aug., 2017. Montreal, Canada (2017) 8105341.
4. **Camparo J. S., Hagerman J. O., McClelland T.**, Long-term behavior of rubidium clocks in space, Proc. Eur. Frequency & Time Forum (EFTF), 23–27 Apr, 2012. Gothenburg, Sweden, IEEE. Curran Associates, Inc. Jul. (2013) 501–508.
5. **Dinkelaker A. N., Kaparthy A., Reher S. E., Krutzik M.**, Optical quantum technologies for compact rubidium vapor-cell frequency standards in space using small satellites, J. Br. Interplanet. Soc. 72 (3) (2019) 74–82.

6. **Lozov R. K., Yermak S. V., Semenov V. V., Yermak O. V.**, Modeling the geomagnetic field influence on the atomic clock accuracy of the satellite navigation systems on-board equipment, *J. Radioeng.* 83 (12-2) (2019) 32–37 (in Russian).
7. **Riehle F.**, Frequency standards: Basics and applications, Wiley-VCH Verlag GmbH & Co., Weinheim, Germany, 2004.
8. **Donley E. A., Hodby E., Hollberg L., Kitching J.**, Demonstration of high-performance compact magnetic shields for chip-scale atomic devices, *Rev. Sci. Instrum.* 78 (8) (2007) 083102.
9. **Yermak S. V., Semenov V. V., Baranov A. A., et al.**, Effect of shield magnetization on variations in the frequency of onboard rubidium atomic clocks, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics.* 17 (1) (2024) 56–63 (in Russian).
10. **Ermak S. V., Semenov S. V.**, Orientation error compensation of two rubidium atomic clocks system placed into varying in direction magnetic field, *Proc. 2021 IEEE Int. Conf. on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech)*, 14–15 Oct., 2021. St. Petersburg (2021) 269–272.
11. **Rogatin M., Sergeeva M., Ermak S., et al.**, Modeling the correction of small-sized rubidium atomic clock by a quantum magnetometer under conditions of geomagnetic field variations, *Proc. 2023 IEEE Int. Conf. on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech)*, 19–20 Oct., 2023. St. Petersburg (2023) 377–380.
12. **Petrov A. A., Kilgovatov V. P., Grigoriev V. I., et al.**, Some directions of improving metrological characteristics of the quantum frequency standard on the atoms of cesium-133, In book: *Scientific abstracts of the 9-th Int. Simp. “Metrology of Time & Space”*, Sept. 12–14, 2018. Mendeleevo Village of Moscow Reg., Russia, VNIIFTRI (2018) 39–42 (in Russian).
13. **Pomerantsev N. M., Ryzhkov V. M., Skrotskiy G. V.**, *Fizicheskiye osnovy kvantovoy magnitometrii* [Physical fundamentals of quantum magnetometry], Nauka, Moscow, 1972 (in Russian).
14. **Aleksandrov E. B., Vershovskii A. K.**, Modern radio-optical methods in quantum magnetometry, *Phys. Usp.* 52 (6) (2009) 573–601.
15. **Mhaskar R., Knappe S., Kitching J.**, A low power, high-sensitivity micromachined optical magnetometer, *Appl. Phys. Lett.* 101 (24) (2012) 241105.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЕРМАК Сергей Викторович — доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
 serge_ermak@mail.ru
 ORCID: 0000-0002-6210-4003

СЕМЕНОВ Владимир Васильевич — доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
 vladimir_semenov@mail.ru
 ORCID: 0000-0003-0346-8349

СЕРГЕЕВА Мария Вячеславовна — инженер Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
 mamarvel2001@mail.ru
 ORCID: 0009-0005-8838-6845

THE AUTHORS

ERMAK Sergey V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
serge_ermak@mail.ru
ORCID: 0000-0002-6210-4003

SEMENOV Vladimir V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
vladimir_semenov@mail.ru
ORCID: 0000-0003-0346-8349

SERGEEVA Maria V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
mamavel2001@mail.ru
ORCID: 0009-0005-8838-6845

*Статья поступила в редакцию 31.10.2024. Одобрена после рецензирования 25.11.2024.
Принята 25.11.2024.
Received 31.10.2024. Approved after reviewing 25.11.2024. Accepted 25.11.2024.*

Научная статья

УДК 537.533

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18109>

ФОРМИРОВАНИЕ ПОТОКА ЭЛЕКТРОНОВ ЭЛЕКТРОННО-ОПТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ С КОМПОЗИТНЫМ ПОЛЕВЫМ ЭМИТТЕРОМ ИЗ ТЕРМОРАСШИРЕННОГО ГРАФИТА И ИЗ СМЕСИ ТЕРМОРАСШИРЕННОГО ГРАФИТА С ГРАНУЛАМИ АЛМАЗА

Е. П. Тарадаев¹ , Г. Г. Соминский¹, С. П. Тарадаев¹, С. К. Гордеев²

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия;

² ОАО «Центральный научно-исследовательский институт материалов»,
Санкт-Петербург, Россия

 evgeny_tar@hotmail.com

Аннотация. В работе изучены характеристики электронных потоков, формируемых электронно-оптической системой с композитными полевыми катодами, изготовленными из терморасширенного графита или из смеси такого графита с алмазными гранулами. Отличительной особенностью катодов, разработанных в Санкт-Петербургском политехническом университете и АО «ЦНИИМ», является их усовершенствованная геометрия. Были определены максимально достижимые токи эмиссии, а также продольная и поперечная составляющие скорости эмитированных электронов в электронном потоке. Измерения проводились в двух режимах: импульсном и непрерывном. Проведенные эксперименты показали, что катоды данного типа обеспечивают токи эмиссии до 30 мА и устойчиво работают в условиях технического вакуума.

Ключевые слова: полевая эмиссия, композитные катоды, терморасширенный графит, электронно-оптическая система, электронный пучок

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда № 23-29-00224.

Для цитирования: Тарадаев Е. П., Соминский Г. Г., Тарадаев С. П., Гордеев С. К. Формирование потока электронов электронно-оптической системой с композитным полевым эмиттером из терморасширенного графита и из смеси терморасширенного графита с гранулами алмаза // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 103–110. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18109>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18109>

FORMATION OF AN ELECTRON BEAM BY AN ELECTRON-OPTICAL SYSTEM USING A COMPOSITE FIELD EMITTER MADE OF THERMALLY EXPANDED GRAPHITE AND A MIXTURE OF THERMALLY EXPANDED GRAPHITE WITH DIAMOND GRANULES

E. P. Taradaev ¹ , G. G. Sominskii ¹, S. P. Taradaev ¹, S. G. Gordeev ²

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia;

² JSC "Central Research Institute for Materials", St. Petersburg, Russia

 evgeny_tar@hotmail.com

Abstract. In the paper, the characteristics of electron flows formed by an electron-optical system with composite field emitters, made from thermally expanded graphite or a mixture of such graphite with diamond granules have been studied. These cathodes were developed at the Saint Petersburg Polytechnic University and the Central Research Institute of Materials. A distinguishing feature of these cathodes is their improved geometry. The maximum achievable emission currents, as well as the longitudinal and transverse components of the velocity of emitted electrons in the electron flow, were determined. The measurements were carried out in pulsed and continuous operations. Experiments showed that these types of cathodes provided emission currents up to 30 mA and operated stably under technical vacuum conditions.

Keywords: field emission, composite cathodes, thermally expanded graphite, electron-optical system, electron beam

Funding: The reported study was funded by Russian Science Foundation (Grant No. 23-29-00224).

For citation: Taradaev E. P., Sominskii G. G., Taradaev S. P., Gordeev S. G., Formation of an electron beam by an electron-optical system using a composite field emitter made of thermally expanded graphite and a mixture of thermally expanded graphite with diamond granules, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 103–110. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18109>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

В последние годы наблюдается возрастающий интерес к разработке и усовершенствованию гиротронов терагерцового и субтерагерцового диапазонов [1, 2]. Столь высокочастотные устройства могут применяться, например, для диагностики объектов в медицине и биологии [3], для определения состава молекулярных газов, выявления взрывчатых и других запрещенных веществ, а также во многих других приложениях [4].

Терагерцовые и субтерагерцовые гиротроны имеют малые размеры, в связи с чем трудно обеспечить их работу с помощью традиционных термокатодов, так как такие катоды требуют накала. Кроме того, термокатоды не могут обеспечивать безынерционное включение и выключение приборов, необходимое во многих случаях. По указанным причинам представляется заманчивой замена термокатодов холодными полевыми эмиттерами, которые не требуют накала и практически безынерционны [5, 6].

В лаборатории сильноточной и СВЧ-электроники Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого были ранее разработаны и исследованы многоострийные кремниевые полевые эмиттеры с двухслойным металл-фуллереновым защитным покрытием [7], а также многослойные эмиттеры, состоящие из большого числа пар слоев материалов с разной работой выхода, приведенных в контакт [8].



Эмиттеры указанного типа применимы для формирования кольцевых в сечении и ленточных электронных потоков (см., например, статью [9]). Они способны создавать токи эмиссии, необходимые для ряда приложений [10]. Однако, несмотря на их очевидные достоинства, такие эмиттеры отличаются высокой сложностью изготовления, что затрудняет их применение.

Позднее авторы настоящей работы совместно с сотрудниками АО «Центральный научно-исследовательский институт материалов имени Д. И. Менделеева» (ЦНИИМ) разработали композитные полевые эмиттеры на основе терморасширенного графита (TEG) и его смеси с алмазными гранулами (TEG+gD) [11]. Эти полевые эмиттеры отличались более простой технологией изготовления. Благодаря своей пористой структуре, композитные катоды обладали развитой эмиссионной поверхностью с большим количеством выступов, усиливающих электрическое поле [12, 13].

Дальнейшее улучшение эмиттеров TEG состояло в усовершенствовании их геометрии.

Цель данного исследования – изучить характеристики электронных потоков, формируемых электронно-оптической системой с катодами, изготовленными из TEG и его смеси с алмазными гранулами (TEG+gD), а также оценить влияние геометрических усовершенствований катодов на их эмиссионные свойства.

Методика измерений и аппаратура

В работе были исследованы композитные катоды, состоящие только из частиц терморасширенного графита (TEG), а также катоды, состоящие из смеси TEG с гранулами алмаза (TEG+gD). Характерный размер гранул алмаза составлял 20 мкм; содержание этих гранул в композите – 30 % по объему.

Для создания композитных катодов частицы TEG или частицы TEG+gD перемешивали для создания однородной по объему смеси, а затем под высоким давлением (40 – 200 МПа) спрессовывались в специальных пресс-формах для создания катодов заданных размеров.

Формировались катоды с выступом треугольной формы в основании эмитирующей структуры, которые отличались повышенной прочностью, по сравнению с исследованными ранее ленточными и кольцевыми эмиттерами [11]. На рис. 1 приведено изображение поперечного сечения катода такого типа с указанием основных геометрических размеров.

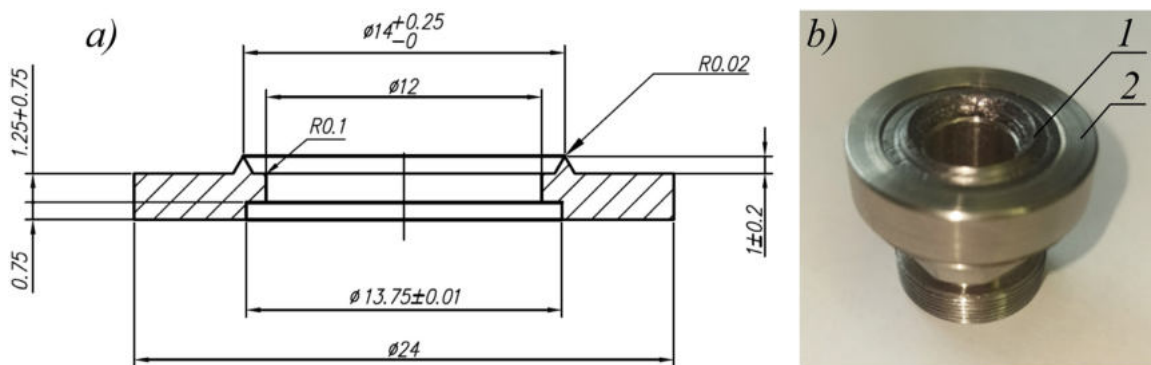


Рис. 1. Чертеж катода новой геометрии (а) и фотография этого катода (1), установленного в оправку (2) (b)

На рис. 2 показана электронно-оптическая система (ЭОС) с композитным эмиттером, использованная для формирования и исследования электронного потока. Система включала электронную пушку (1), канал транспортировки электронного потока (2) и соленоид (3). На рисунке также показан анализатор, который вставлен в систему.

Для формирования электронного потока на катод подавалось отрицательное (относительно заземленного управляющего электрода) напряжение U . Электроны, прошедшие через кольцевую диафрагму в управляющем электроде пушки, попадали в канал

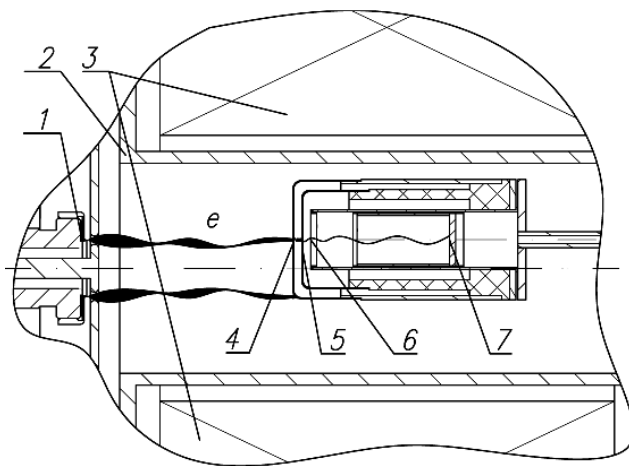


Рис. 2. Схематическое изображение электронно-оптической системы с установленным анализатором (4–7):

1 – электронная пушка; 2 – канал транспортировки электронного пучка (e – электронный поток); 3 – соленоид; 4 – входная диафрагма; 5, 6 – тормозящая и экранирующая сетки, соответственно; 7 – коллектор анализатора

Чтобы измерить распределение по скоростям электронов, эмитированных катодом, в потоке, сформированном ЭОС, был использован анализатор с подвижной входной диафрагмой, расположенный в канале транспортировки (см. рис. 2). Анализатор допускал перемещение в радиальном и азимутальном направлениях. Диаметр входного отверстия диафрагмы составлял 300 мкм. Распределение электронов по скоростям измерялось методом тормозящего поля [9].

Измерения проводили в условиях технического вакуума при давлениях порядка 10^{-7} Торр. Измерялись следующие величины: токи эмиссии катода (I), управляющего электрода и коллектора, а также продольная ($V_{\parallel}$) и поперечная ($V_{\perp}$) (относительно силовых линий магнитного поля) составляющие скорости эмитированных электронов.

Результаты и их обсуждение

На рис. 3 приведены типичные измеренные вольтамперные характеристики $I(U)$ и изменения тока эмиссии катодов во время их работы.

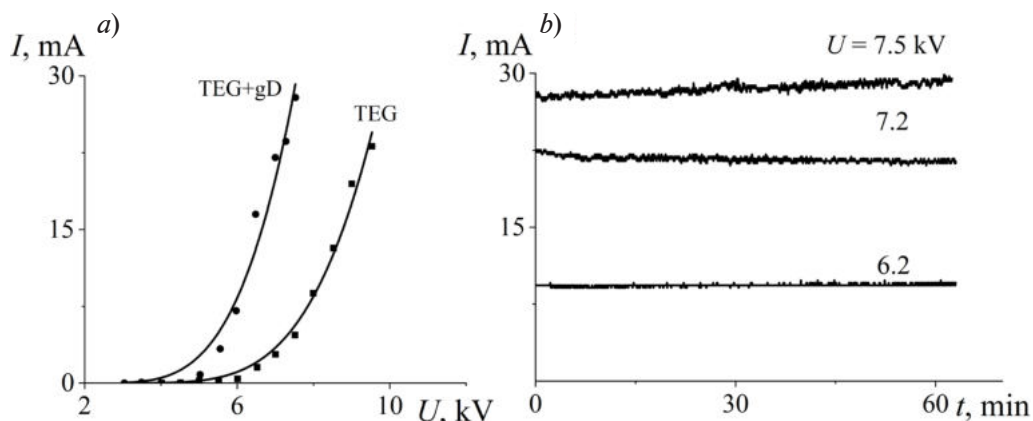


Рис. 3. Типичные экспериментальные данные измерений: a – вольтамперные характеристики композитных полевых эмиттеров на основе TEG и TEG+gD, b – зависимости от времени тока эмиссии катода TEG+gD при разных значениях отрицательного напряжения U

транспортировки, который также служил коллектором электронов.

Измерения проводились в двух режимах: импульсном, с длительностью импульса 1 мкс и частотой следования 50 – 100 Гц, а также в непрерывном. Чтобы избежать сильного нагрева электродов в непрерывном режиме, ток с катода ограничивали значениями 5 – 10 мА. В импульсном режиме исследовалась работа катодов при больших токах.

Электронный пучок распространялся в магнитном поле, создаваемом соленоидом. Соленоид длиной 200 мм имел внутренний и внешний диаметры 120 и 450 мм, соответственно. Индукция магнитного поля увеличивалась от минимального значения B_c на катоде до максимального $B_{\max}$ в центре соленоида. Величина $B_{\max}$ не превышала 0,1 Тл. Коэффициент перемagnичивания $k = B_{\max}/B_c$ можно было регулировать путем изменения положения соленоида относительно катода; значение k во всех экспериментах не превышало 8.

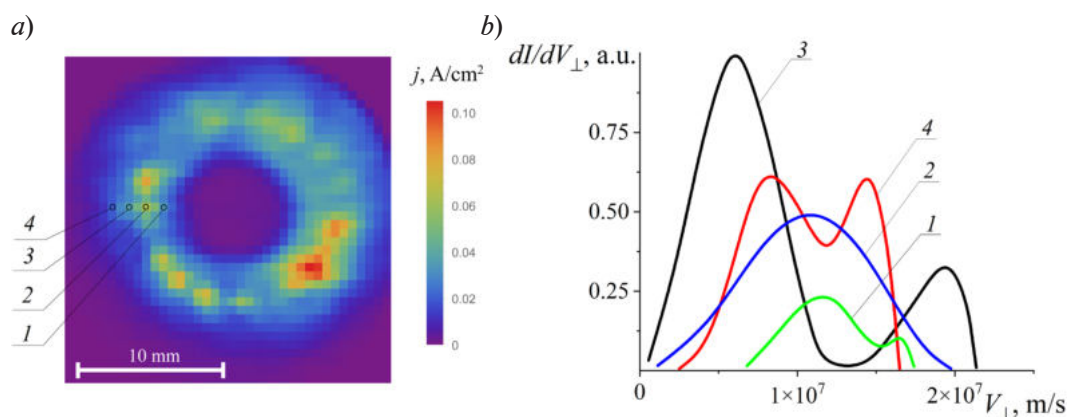


Рис. 4. Типичные экспериментальные результаты: *a* – распределение плотности тока в поперечном сечении электронного пучка, *b* – спектры поперечных компонент скорости эмитированных электронов, измеренные в разных участках по сечению стенки пучка

На рис. 4,*a* показано распределение электронного потока в его поперечном сечении, зарегистрированное при перемещении анализатора. На рис. 4,*b* представлены спектры поперечных составляющих скорости электронов, измеренные в разных участках по сечению стенки пучка. Анализ полученных данных позволяет заключить, что кольцевые эмиттеры из TEG и TEG+gD могут обеспечивать значения токов эмиссии вплоть до 30 мА с площади 0,04 – 0,05 см² и стабильно эмитируют токи в техническом вакууме в условиях интенсивной ионной бомбардировки. Форма распределения поперечных скоростей оставалась практически неизменной во всем исследованном интервале токов электронного потока.

Для всего электронного пучка разброс по поперечным составляющим скорости, определенный как относительное среднее квадратичное отклонение от средней поперечной скорости электронов, не превышал примерно 50 %.

Катоды стабильно давали эмиссию в условиях технического вакуума при давлении 10^{-7} Торр на протяжении всего процесса измерений. Однако к негативной особенности работы катодов можно отнести неоднородность формируемого потока в азимутальном и радиальном направлениях.

Заключение

Представленные в данной статье результаты экспериментального исследования позволяют заключить, что изученные в работе, геометрически модифицированные композитные катоды как на основе терморасширенного графита, так и смеси такого графита с гранулами алмаза имеют многообещающие перспективы для применения в коротковолновых гиротронах терагерцового и субтерагерцового диапазонов. Эти катоды с треугольным выступом на поверхности достаточно прочны и просты в изготовлении, что удешевляет их производство.

В дальнейшем планируется продолжать исследования электронно-оптических систем с композитными катодами, уделяя основное внимание поиску путей улучшения их токовых характеристик и повышению однородности формируемых ими электронных потоков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Glyavin M., Sabchevski S., Idehara T., Mitsudo S. Gyrotron-based technological systems for material processing – Current status and prospects // Journal of Infrared, Millimeter, and Terahertz Waves. 2020. Vol. 41. No. 8. Pp. 1022–1037.
2. Glyavin M. Y., Chirkov A. V., Denisov G. G., et al. Experimental tests of a 263 GHz gyrotron for spectroscopic applications and diagnostics of various media // Review of Scientific Instruments. 2015. Vol. 86. No. 5. P. 054705.

3. Idehara T., Glyavin M., Kuleshov A., Sabchevski S., Manuilov V., Zaslavsky V., Zotova I., Sedov A. A novel THz-band double-beam gyrotron for high-field DNP-NMR spectroscopy // Review of Scientific Instruments. 2017. Vol. 88. No. 9. P. 094708.
4. Запевалов В. Е., Зуев А. С., Куфтин А. Н. Многоствольные гиротроны // Известия вузов. Радиофизика. 2020. Т. 63. № 2. С. 105–114.
5. Yuan X., Zhu W., Zhang Y., Xu N., Yan Y., Wu J., Shen Y., Chen J., She J., Deng S. A fully-sealed carbon-nanotube cold-cathode terahertz gyrotron // Scientific Reports. 2016. Vol. 6. 09 September. P. 32936.
6. Glyavin M., Manuilov V., Taradaev E., Sominskii G., Fokin A., Sedov A. Design of a pulsed 0.5 THz gyrotron and preliminary test of its electron gun with field emitter // Infrared Physics & Technology. 2020. Vol. 111. December. P. 103480.
7. Соминский Г. Г., Тумарева Т. А., Тарадаев Е. П., Мишин М. В., Степанова А. Н. Много-острийные полупроводниковые полевые эмиттеры с двухслойными защитными покрытиями нового типа // Журнал технической физики. 2015. Т. 85. № 1. С. 138–141.
8. Соминский Г. Г., Сезонов В. Е., Тарадаев С. П., Вдовичев С. Н. Многослойные полевые эмиттеры, изготовленные из приведенных в контакт нанослоев гафния и платины // Журнал технической физики. 2019. Т. 89. № 1. С. 142–146.
9. Taradaev E., Sominskii G. Characteristics of an annular electron flow formed by an electron gun with a field emitter // IEEE Transactions on Electron Devices. 2022. Vol. 69. No. 5. Pp. 2675–2679.
10. Шестеркин В. И. Эмиссионно-эксплуатационные характеристики различных типов автоэмиссионных катодов // Радиотехника и электроника. 2020. Т. 65. № 1. С. 3–30.
11. Gordeev S., Sezonov V., Sominskii G., Taradaev E., Taradaev S. Electron flows formed by electron-optical systems using composite field emitters made of thermally expanded graphite and diamond-graphite mixtures // IEEE Transactions on Electron Devices. 2023. Vol. 70. No. 10. Pp. 5348–5352.
12. Egorov N., Sheshin E. Carbon-based field-emission cathodes (Chapter) // Egorov N., Sheshin E. Field emission electronics (Springer Series in Advanced Microelectronics. Vol. 60). Cham, Switzerland: Springer Nature, 2017. Pp. 295–367.
13. Яковлев А. В., Забудьков С. Л., Финаенов А. И., Яковлева Е. В. Терморасширенный графит: синтез, свойства и перспективы применения // Журнал прикладной химии. 2006. Т. 79. № 11. С. 1761–1771.

REFERENCES

1. Glyavin M., Sabchevski S., Idehara T., Mitsudo S., Gyrotron-based technological systems for material processing – Current status and prospects, J. Infrared Millim. Terahertz Waves. 41 (8) (2020) 1022–1037.
2. Glyavin M. Y., Chirkov A. V., Denisov G. G., et al., Experimental tests of a 263 GHz gyrotron for spectroscopic applications and diagnostics of various media, Rev. Sci. Instrum. 86 (5) (2015) 054705.
3. Idehara T., Glyavin M., Kuleshov A., et al., A novel THz-band double-beam gyrotron for high-field DNP-NMR spectroscopy, Rev. Sci. Instrum. 88 (9) (2017) 094708.
4. Zapevalov V. E., Zuev A. S., Kuftin A. N., Multibarrel gyrotrons, Radiophys. Quantum Electron. 63 (2) (2020) 97–105.
5. Yuan X., Zhu W., Zhang Y., et al., A fully-sealed carbon-nanotube cold-cathode terahertz gyrotron, Sci. Rep. 6 (09 Sept) (2016) 32936.
6. Glyavin M., Manuilov V., Taradaev E., et al., Design of a pulsed 0.5 THz gyrotron and preliminary test of its electron gun with field emitter, Infrared Phys. Technol. 111 (Dec) (2020) 103480.
7. Sominskii G. G., Tumareva T. A., Taradaev E. P., et al., Multitip semiconductor field emitters with new-type bilayer protecting coatings, Tech. Phys. 60 (1) (2015) 133–136.
8. Sominskii G. G., Sezonov V. E., Taradaev S. P., Vdovichev S. N., Multilayer field emitters made of contacting hafnium and platinum nanolayers, Tech. Phys. 64 (1) (2019) 116–120.
9. Taradaev E., Sominskii G., Characteristics of an annular electron flow formed by an electron gun with a field emitter, IEEE Tran. Electron Dev. 69 (5) (2022) 2675–2679.
10. Shesterkin V. I., Operating emission characteristics of various types of field-emission cathodes, J. Commun. Technol. Electron. 65 (1) (2020) 1–26.



11. Gordeev S., Sezonov V., Sominskii G., et al., Electron flows formed by electron-optical systems using composite field emitters made of thermally expanded graphite and diamond-graphite mixtures, IEEE Trans. Electron Dev. 70 (10) (2023) 5348 –5352.
12. Egorov N., Sheshin E., Carbon-based field-emission cathodes (Chapter), In book: Egorov N., Sheshin E. Field emission electronics (Springer Ser. in Advanced Microelectronics. Vol. 60), Springer Nature, Cham, Switzerland (2017) 295–367.
13. Yakovlev A. V., Finaenov A. I., Zabud'kov S. L., Yakovleva E. V., Thermally expanded graphite: Synthesis, properties, and prospects for use, Russ. J. Appl. Chem. 79 (11) (2006) 1741–1751.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ТАРАДАЕВ Евгений Петрович — кандидат физико-математических наук, доцент Высшей инженерно-физической школы Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
evgeny_tar@hotmail.com
ORCID: 0000-0001-5219-6744

СОМИНСКИЙ Геннадий Гиршевич — доктор физико-математических наук, профессор Высшей инженерно-физической школы Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
somenski@rphf.spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-7945-7238

ТАРАДАЕВ Сергей Петрович — аспирант Высшей инженерно-физической школы Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
sergio.rumos@mail.ru
ORCID: 0000-0001-5548-7379

ГОРДЕЕВ Сергей Константинович — доктор технических наук, начальник лаборатории наноматериалов и карбидных композитов ОАО «Центральный научно-исследовательский институт материалов», Санкт-Петербург, Россия.

191014, Россия, г. Санкт-Петербург, Парадная ул., 8
gordeevsk@mail.ru
ORCID: 0000-0001-5790-7197

THE AUTHORS

TARADAEV Evgeny P.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
evgeny_tar@hotmail.com
ORCID: 0000-0001-5219-6744

SOMINSKII Gennadii G.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
somenski@rphf.spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-7945-7238

TARADAEV Sergei P.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
sergio.rumos@mail.ru
ORCID: 0000-0001-5548-7379

GORDEEV Sergey G.

JSC "Central Research Institute for Materials"
8 Paradnaja St., St. Petersburg, 191014, Russia
gordeevsk@mail.ru
ORCID: 0000-0001-5790-7197

Статья поступила в редакцию 31.10.2024. Одобрена после рецензирования 11.11.2024.
Принята 11.11.2024.
Received 31.10.2024. Approved after reviewing 11.11.2024. Accepted 11.11.2024.

Биофизика и медицинская физика

Обзорная статья

УДК 616; 537.533.35

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18110>

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ЭЛЕКТРОННОЙ МИКРОСКОПИИ В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И КЛИНИЧЕСКОЙ МЕДИЦИНЕ (обзор)

**Е. В. Ивченко¹, К. П. Головкин¹, Е. М. Иваньков^{1,2} □,
М. О. Соколов¹, Р. И. Глушаков¹**

¹ Военно-медицинская академия им. С. М. Кирова

Министерства обороны Российской Федерации, Санкт-Петербург, Россия;

² Филиал ФГБУ «Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова

Национального исследовательского центра «Курчатовский институт» –

Институт высокомолекулярных соединений, Санкт-Петербург, Россия

□ ivelen@mail.ru

Аннотация. Настоящий обзор обобщает имеющиеся на сегодняшний день литературные данные о возможностях применения электронной микроскопии (ЭМ) в экспериментальной, клинической медицине и смежных научных областях. Представлены конкретные результаты, освещающие роль ЭМ в узкоспециализированной клинической практике, где ультраструктурные исследования как дополняют рутинные светооптические методы, так и являются их альтернативой. Приведены примеры соответствующих данных по вирусологии, токсикологии, нефрологии, офтальмологии, нейрофармакологии, судебно-медицинской экспертизе, военной и репродуктивной медицине. В ряде случаев результаты, достигнутые с помощью ЭМ, уникальны и способны точно описывать типичные особенности тех или иных органов и клеток. Методы ЭМ незаменимы для выявления, уточнения и распознавания различных редких комбинированных дефектов и патологий, а также для изучения патогенеза вирусных инфекций и механизма действия лекарственных препаратов.

Ключевые слова: электронная микроскопия, вирусология, гинекология, андрология, нефрология, ортопедия, офтальмология, кардиология, нейрофизиология

Для цитирования: Ивченко Е. В., Головкин К. П., Иванькова Е. М., Соколова М. О., Глушаков Р. И. Применение методов электронной микроскопии в экспериментальной и клинической медицине (обзор) // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 111–128. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18110>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Review article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18110>

APPLICATION OF ELECTRON MICROSCOPY TECHNIQUES IN EXPERIMENTAL AND CLINICAL MEDICINE (a review)

**E. V. Ivchenko¹, K. P. Golovko¹, E. M. Ivan'kova^{1,2} □,
M. O. Sokolova¹, R. I. Glushakov¹**

¹ The S. M. Kirov Military Medical Academy of the Ministry of Defense
of the Russian Federation, St. Petersburg, Russia;

² Branch of Petersburg Nuclear Physics Institute Named by B. P. Konstantinov
of National Research Centre «Kurchatov Institute» –

Institute of Macromolecular Compounds, St. Petersburg, Russia

✉ ivelen@mail.ru

Abstract. This review has summarized the currently available literary information on the possibilities of applying the electron microscopy (EM) in experimental, clinical medicine and in related scientific fields. Concrete results that highlight the role of using EM in highly specialized clinical practice, where ultrastructural studies both complement routine light-optical methods and their alternative are presented. Examples of relevant data on virology, toxicology, nephrology, ophthalmology, neuropharmacology, forensic medicine, military and reproductive medicine have been provided. In a number of cases, the results achieved by EM were unique and capable of accurately describing the typical features of certain organs and cells. EM methods are indispensable for identifying, clarifying and recognizing various rare combined defects and pathologies, as well as for investigating the pathogenesis of viral infections and the mechanism of action of drugs.

Keywords: electron microscopy, virology, gynecology, andrology, nephrology, orthopedics, ophthalmology, cardiology, neurophysiology

For citation: Ivchenko E. V., Golovko K. P., Ivan'kova E. M., Sokolova M. O., Glushakov R. I., Application of electron microscopy techniques in experimental and clinical medicine (a review), St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 111–128. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18110>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Сегодня трудно себе представить основательное экспериментальное исследование какого-либо материала без применения электронной микроскопии (ЭМ). Она представляет собой целую совокупность экспериментальных методов изучения микроструктуры различных объектов при помощи электронных микроскопов – приборов, использующих электронный пучок для получения изображений при различных уровнях увеличения. Эти методы позволяют изучать структуру тел на микро- и наноуровнях при увеличениях в сотни тысяч раз, а также исследовать их локальный состав. Данный метод дает возможность детально визуализировать структуры, находящиеся далеко за пределами видимости оптического микроскопа и имеющие размеры вплоть до нескольких нанометров.

Различают два основных направления электронной микроскопии: просвечивающую (ПЭМ) и сканирующую (СЭМ). С их помощью получают качественно разную информацию об одном и том же объекте исследования, поэтому зачастую оба метода применяются совместно и дополняют друг друга.

Сканирующие и просвечивающие электронные микроскопы в настоящее время являются важным и порой незаменимым оснащением современных научных лабораторий. Они активно используются для биологических и медицинских исследований, например микроорганизмов, клеток, вирусов, имплантатов, клинических, тканеинженерных и фармацевтических препаратов, а также для определения элементного состава различных тканей и выявления инородных веществ.

Как уже отмечалось, методы электронной микроскопии могут сыграть неоценимую роль в изучении и диагностике заболеваний в различных областях медицины: стоматологии, офтальмологии, нефрологии, хирургии, эндокринологии, гематологии, педиатрии и неонатологии, акушерстве и гинекологии, кардиологии, гастроэнтерологии, травматологии и ортопедии.

Данная статья посвящена обзору литературных данных, полученных методами электронной микроскопии, и представляет результаты, достигнутые при исследованиях по разным направлениям медицины.



Применение ЭМ в вирусологии

Поскольку разрешающая способность электронных микроскопов на несколько порядков превосходит разрешение оптических приборов, использование ЭМ предоставляет широкие возможности для изучения различных вирусов, в том числе после адгезии и инвазии внутрь клеток макроорганизма. ЭМ способна демонстрировать изменение клеток после столкновения генетических программ вируса и его хозяина (клетки). Ультраструктурные изменения инфицированных клеток помогают определиться с выбором группы противовирусных препаратов, что особенно важно при эпидемиологических вспышках новых вирусов или применении генетически модифицированных биологических агентов исходно вирусной природы [1, 2].

Электронно-микроскопическое исследование аутопсийного материала умерших от вирусных инфекций позволяет оценивать тропность вируса к определенным типам клеток, например нейронам, эндотелиоцитам капилляров почечного клубочка, альвеолоцитам, что позволяет рассматривать варианты подбора патогенетической терапии.

Вирусные частицы характеризуются специфическим строением и могут быть верифицированы методами электронной микроскопии. Размер и форма вириона обладают свойством специфичности; локализация вирусной частицы в клетке, изменение ее ультраструктур при абсорбции вириона также представляют несомненный интерес. В частности, еще в 1970-х годах ЭМ нашла активное применение в визуализации и исследовании структуры вируса гепатита Б (*лат.* Hepatitis B Virus (HBV)) и его взаимосвязи с австралийским антигеном (Australia Antigen (HBsAg)) [3]. Полученные результаты помогли сформировать методологическую основу для существенного расширения масштабов изучения как непосредственно HBV, так и инфекции, которую он вызывает. Были выдвинуты, а в дальнейшем и клинически подтверждены гипотезы о допустимости бессимптомного протекания инфекции HBV (т. е. в форме здорового носительства) и о распространении вируса половым путем. Таким образом, возможность визуализации HBV методами электронной микроскопии сыграла важнейшую роль в детальном изучении вирусной инфекции и оказалась мощным толчком для будущих изысканий в области исследования не только гепатита HBV, но и других вирусных гепатитов.

Еще одним значимым поводом для применения просвечивающей электронной микроскопии было отслеживание влияния вируса папилломы человека (Homo Papilloma Virus (HPV)) типов 16 и 18 на микроструктуру эпителия шейки матки, а также контроль за результатами использования контрастной термолазерной терапии при лечении данной вирусной инфекции. А. А. Маныкин с соавторами [4] убедительно показали, что спустя 1,5 и 6 мес после лечения, ни в биоптате, ни в мазке из цервикального канала методом полимеразной цепной реакции не было выявлено ДНК HPV, а структура эпителиальных клеток из биоптата после окончания лечения соответствовала норме. Следовательно, использование метода ПЭМ позволило прийти к выводу о высокой эффективности контрастной термолазерной терапии в элиминации HPV типов 16 и 18.

Помимо обычных методов ЭМ, для изучения различных вирусов применяется электронная томография, позволяющая получать трехмерные снимки исследуемых объектов. Трехмерная (3D) визуализация вирусных инфекций отчетливо показывает, как и насколько вирусы способны модифицировать клеточную архитектуру, чтобы построить свои собственные структуры для морфогенеза, репликации, выхода и распространения вирусного генома [5, 6].

Несомненно, методы ЭМ широко использовались и для исследования вирусной инфекции COVID-19, вызвавшей пандемию 2020 года. Метод ЭМ активно применялся в исследовании вируса SARS-CoV-2 в течение прошедшей пандемии [7]. Для исследования новой коронавирусной инфекции применялись как метод трансмиссионной, так и сканирующей микроскопии. Снимки, полученные авторами данного обзора с помощью метода ПЭМ на разных уровнях увеличения, представлены на рис. 1.

Результаты клинических исследований показали [8], что у всех больных в крови присутствовало значительное число циркулирующих эндотелиальных клеток (ЦЭК), поврежденных вирусом. Кроме того, на мембране ЦЭК впервые были обнаружены многочисленные отверстия, которые были сопоставимы по своему диаметру с размером суперкапсида вируса SARS-CoV-2, что свидетельствовало о проникновении вируса в эндотелиальные

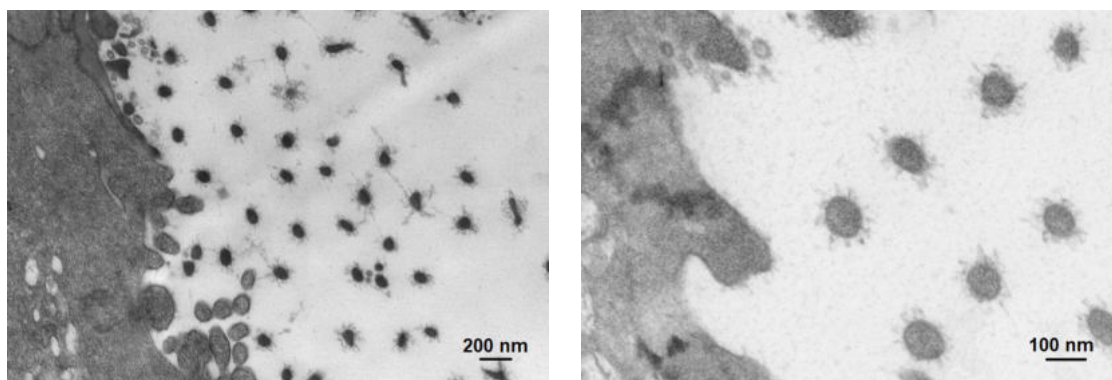


Рис. 1. ПЭМ-снимки (с разным увеличением) абсорбции вирусных частиц на поверхности эпителиальных клеток слизистой оболочки ротоглотки пациентов, инфицированных вирусом SARS-CoV-2

клетки, в которых он реплицировался и затем переходил в русло кровотока, а погибшие эндотелиоциты отделялись от стенки сосуда и также мигрировали в кровоток, обнажая тромбогенную и провоспалительную субэндотелиальную поверхность, приводя к развитию периваскулярного воспаления тканей, а также возникновению тромбоза.

Применение ЭМ в акушерстве и гинекологии

Методы просвечивающей и сканирующей электронной микроскопии нашли свое применение также и в области акушерства и гинекологии. В частности, в работе [9] было проведено и описано детальное исследование ультраструктурных элементов, входящих в плацентарные ворсины, при разных степенях преэклампсии (заболевание при беременности). Результаты, полученные с помощью ПЭМ, однозначно показали, что при увеличении степени тяжести этого заболевания усиливается интенсивность процессов новообразования соединительной ткани в строме плацентарных ворсин, морфологические изменения в плаценте становятся более выраженными, что, в конечном итоге, приводит к деструкции ворсин и снижению плацентарных функций. Все это позволило сделать важные выводы, касающиеся проведения необходимых мероприятий для восстановления фетоплацентарного кровотока и успешного вынашивания плода.

Авторы работы [10] использовали ПЭМ для визуализации децидуальных клеток (ДК) и межклеточных контактов с целью выявления предрасполагающих, инициирующих факторов и механизмов преждевременной отслойки нормально расположенной плаценты (ПОНРП) у беременных. Электронно-микроскопическое изучение ДК убедительно доказало непосредственное участие клеток в патогенезе ПОНРП. Был сделан вывод, что уменьшение количества ДК в базальной пластинке при ПОНРП сопровождается изменением их структуры, с увеличением клеток «старого типа», их разобщением в эпителиальном пласте в связи с деструкцией межклеточных контактов и последующим замещением фибрином и коллагеновыми волокнами.

Помимо ПЭМ, для изучения ультраструктуры плаценты при физиологическом течении беременности и при развитии хориоамнионита (инфекционное воспаление плодных оболочек) успешно применяется и метод СЭМ [11], который позволяет использовать оценку структуры плаценты при физиологическом течении беременности и при хориоамнионите в качестве эталона изменений морфофункциональных структур плаценты в условиях патологии различного генеза. Также с использованием метода СЭМ авторам работы [12] удалось установить, что несостоятельность плодных оболочек при недоношенной беременности сопряжена с рядом морфологических изменений, а именно — с повреждением щеточной каймы амниона, задействованной в создании иммунологического барьера между плодом и матерью (указанная кайма обуславливает оптимальные реологические условия маточно-плацентарного кровотока).

Кроме того, совместное использование сканирующей электронной микроскопии и рентгеновского элементного анализа внесли неоценимый вклад в изучение макроэлементного состава тканей матки, пуповины и плаценты, а также особенностей строения



эритроцитов в системе мать-плацента-плод у женщин, беременность которых протекала на фоне сахарного диабета 1-го типа, гестационного сахарного диабета и патологии щитовидной железы разного генеза [13]. Было убедительно показано, что нарушение макроэлементного состава служит репрезентацией нарушения функции структурно-измененных тканей фетоплацентарного комплекса. В ходе исследования методом СЭМ обнаружено, что при патологии щитовидной железы и сахарном диабете у беременных женщин выявляется маточно-плацентарная ишемия в связи с изменениями в анатомо-функциональном состоянии эритроцитов и макроэлементного состава, и, как следствие, развивается деструкция в тканях системы мать-плацента-плод, что в дальнейшем способствует усилению тканевой и циркуляторной гипоксии.

Применение ЭМ в андрологии

Особую значимость исследований методами ПЭМ и СЭМ отмечают в своих публикациях авторы, работающие в области андрологии и репродуктологии, так как вопрос преодоления мужской инфертильности (за исключением методов вспомогательных репродуктивных технологий) не решен до настоящего времени [14 – 17]. Исследователи отмечают, что метод количественного электронно-микроскопического исследования сперматозоидов дает возможность детального анализа морфологических субстратов подвижности и пенетрационной способности сперматозоидов, а также компетентности в раннем эмбриогенезе. Лабораторное заключение «тератозооспермия», сделанное по спермограмме и означающее снижение удельного веса нормальных сперматозоидов до 4 % и менее, определяет только аномальную форму сперматозоидов, но не позволяет выявить морфологическую основу их дисфункции, тем более что и сперматозоиды нормальной формы могут быть функционально недостаточными [14]. Авторы обращают особое внимание на то обстоятельство, что электронная микроскопия апикального тела сперматозоида – это отличная альтернатива пенетрационному исследованию, поскольку позволяет оценивать функции и структуру как двигательного, так и проникающего аппарата сперматозоида. Визуализация изменений в структуре хроматина сперматозоида может помочь понять причины нарушения раннего эмбрионального развития плода. Метод позволяет достоверно определять целостность апикального сегмента, состояние его ферментативного аппарата и заднего сегмента, участвующего в прикреплении сперматозоида к яйцеклетке. Возможной причиной идиопатического бесплодия является повышенное содержание в эякуляте сперматозоидов с аномальным акросомальным сегментом даже при нормальной картине сперматозоидов. В то же время изучение ультраструктурных аномалий в сперме позволяет врачам выявлять причины мужского бесплодия, а также определять тактику лечения.

В работе [15] особое внимание уделялось вопросу о причастности персистирующих (хронических, постоянно присутствующих в организме) вирусных инфекций, в частности вирусов папилломы человека (ВПЧ), к развитию инфертильности у мужчин. Было убедительно показано, что независимо от типа ВПЧ и локализации вирионов на сперматозоидах папилломавирусная инфекция (HPV) существенно снижает подвижность и нарушает структуру сперматозоидов. Авторы высоко оценили роль электронной микроскопии эякулята в диагностике инфертильности, ассоциированной с HPV, поскольку данный метод исследования позволяет не только обнаруживать вирус в эякуляте, но также уточнять его местонахождение на сперматозоиде и оценивать негативные изменения сперматозоида, вызванные HPV.

Проанализировав данные, приведенные в статье [16], мы пришли к выводу о том, что ПЭМ, несомненно, относится к особо ценным методам изучения *in vitro* действия различных лекарств (обладающих, в том числе, потенциальной спермицидной активностью) на строение сперматозоидов человека. Уникальные результаты, получаемые с помощью ЭМ, способны точно описывать типичные особенности некроза сперматозоидов: разрушенный хроматин, отсутствующая или прореагировавшая акросома, наружные плотные волокна и фиброзная оболочка, повреждения в плазматической мембране, смещенная или разорванная аксонема, «опухшие» митохондрии.

Кроме того, ПЭМ представляет собой незаменимый метод для выявления и уточнения различных редких комбинированных дефектов сперматозоидов с предположительно генетической базой, таких как аномально удлиненную срединную часть в сочетании с

отсутствием фиброзной оболочки или внешних плотных волокон на основном участке. Также использование методов ЭМ дает возможность обнаруживать и новые дефекты сперматозоидов, включающие аномальное удлинение хвостов, имеющих предрасположенность распадаться или свертываться. Именно анализ данных ПЭМ позволяет распознавать редкий системный дефект, влияющий на общую популяцию сперматозоидов, называемый акросомальной гипоплазией, или миниакросомой. Электронно-микроскопическая диагностика патоспермии помогает выявлять связь между нормальными показателями спермограммы и длительным идиопатическим бесплодием. Отмечается, что только электронно-микроскопический анализ информативен для пациентов с астенозооспермией (особенно при патологии аксономы или митохондрий), поскольку рутинные методы обследования показывают при этом нормальные результаты [17].

Применение ЭМ в офтальмологии

Применение электронно-микроскопических методов исследования в офтальмологии также признается немаловажным [18 – 21]. Так, в работе [18] метод ПЭМ использовали для оценки влияния процедуры кросслинкинга (амбулаторная операция) на ультраструктуру стромы нормальной роговицы при лечении кератэктазий. Было наглядно показано, что после коллагенового кросслинкинга роговиц глаза выявляется нарушение правильной архитектоники волокон коллагена, увеличение межфибриллярных пространств и появление участков разволокнения в передней строме. Авторы публикаций [19, 20] подробно описывают использование суправитальной схемы контрастирования биологических объектов с помощью неодима Nd (элемент из семейства лантаноидов), который позволяет существенно ускорить и упростить методику пробоподготовки на примере решения задач клинической офтальмологии, а именно – дистрофических заболеваний роговицы в исследованиях роговичного и конъюнктивального микробиома в норме и при инфекционных поражениях, а также в исследованиях микробиома придаточного аппарата глаза. Более того, было отмечено, что использование ЭМ в качестве экспресс-метода диагностики занимает существенно меньше времени, чем микробиологический анализ, а это в ситуации начала инфекционного процесса может стать критичным [21].

Помимо подробного изучения тканей глаза и их изменений при патологиях разного рода, метод ПЭМ оказался чрезвычайно полезен при исследовании слезной жидкости и стекловидного тела как здоровых людей, так и пациентов с различными сопутствующими заболеваниями. В работах А. Е. Григорьевой [22 – 24] удалось визуализировать и идентифицировать структурные компоненты слезной жидкости человека. Было показано, что жидкая фракция слезной жидкости содержит микрочастицы, включая экзосомы, макромолекулярные агрегаты и волокна, в то время как в осадках слезной жидкости обнаружены различные типы клеток и пузырьков, а также волокнистый матрикс. Жидкая фракция стекловидного тела содержит макромолекулярные агрегаты, коллаген и преимущественно немембранные микрочастицы. В его осадках выявлены разнообразные пучки коллагена и немногочисленные гиалоциты. Более того, в слезной жидкости больных с диабетической ретинопатией зарегистрирован рост концентрации экзосом, изменение их морфологии, а также изменение содержания других микрочастиц и макромолекулярных агрегатов.

Совместное использование рентгеновского элементного анализа и сканирующей электронной микроскопией позволило выявить причину помутнения интраокулярных линз (ИОЛ) после имплантации, т. е. нарушения их прозрачности [25]. В частности, на полученных авторами данного обзора СЭМ-снимках поверхности гидрофильной акриловой ИОЛ с гидрофобным покрытием (рис. 2, *a, b*) были выявлены образования округлой формы диаметром до 5 мкм (так называемые сферолиты), имеющие предположительно кристаллическую структуру и покрывающие оптическую часть линзы. В результате массового скопления таких сферолитов поверхность ИОЛ становилась шероховатой. В ходе регистрации спектров детектором энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии (ЭДС) удалось идентифицировать элементный состав сферолитных отложений на поверхности линзы; оказалось, что они состоят из кристаллов гидроксиапатита. На рис. 2, *c–e* представлены карты распределения химических элементов, входящих в состав этих кристаллов: атомов кислорода, кальция и фосфора.

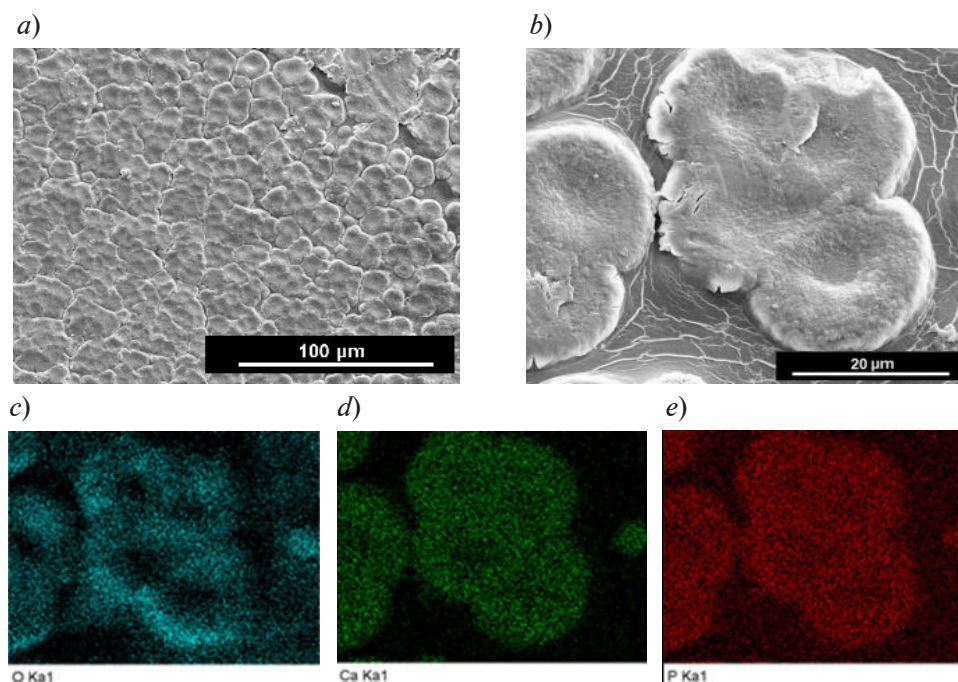


Рис. 2. СЭМ-снимки поверхности помутневших интраокулярных линз (ИОЛ), полученные при двух уровнях увеличения (*a, b*), и карты распределения химических элементов, входящих в состав сферолитов, вызвавших помутнение ИОЛ: атомов кислорода (*c*), кальция (*d*) и фосфора (*e*). Карты распределения элементов получены методом энергодисперсионной рентгеновской спектроскопии

В то же время на помутневших линзах из гидрофобного акрила не было выявлено ни посторонних отложений, ни изменений их элементного состава. Помутнение хрусталика было вызвано образовавшимися микрополостями. Таким образом, метод электронной микроскопии позволил детектировать существенно разные причины помутнения ИОЛ, обусловленные разными свойствами материалов, использованных для их изготовления.

Применение ЭМ в нефрологии

В клинической практике метод электронной микроскопии востребован и в нефрологии. Для выбора адекватной терапии при заболеваниях почек необходимо выявлять специфические морфологические изменения в строении гломерулярного фильтрационного барьера почек. Толщина такого барьера не превышает (за исключением некоторых случаев) 1 мкм, поэтому для его изучения необходимы методы, обеспечивающие сверхвысокий уровень увеличения. Фиксация изменений, наблюдаемых в гломерулярной базальной мембране и в висцеральных эпителиальных клетках почечных телец —

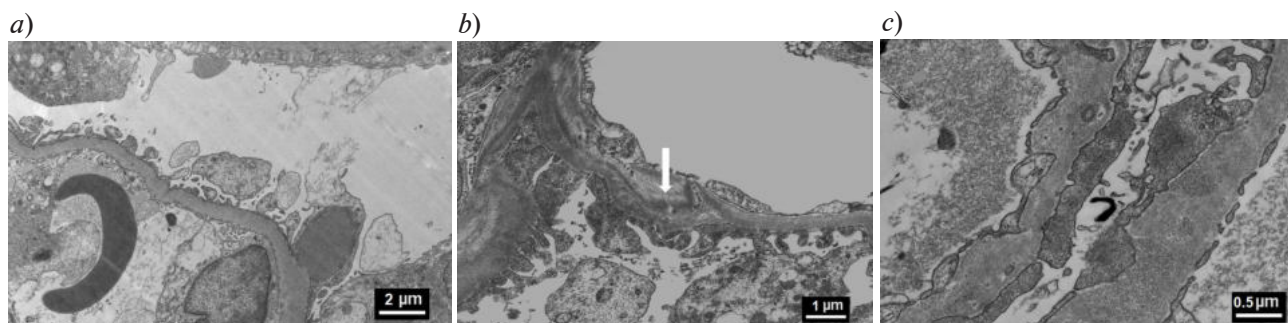


Рис. 3. Примеры выявления нефрологических патологий с помощью ПЭМ: *a* — нарушение гломерулярной базальной мембраны фильтрационного барьера почек (ГБМФБП) (выявлен электронно-плотный депозит в субэпителиальном положении в случае быстро прогрессирующего постстрептококкового гломерулонефрита); *b* — изменения по типу «баскетбольной корзины» (показаны стрелкой) в ГБМФБП, характерные для синдрома Альпорта; *c* — изменения в ГБМФБП при постинфекционном гломерулонефрите

подоцитах, позволяет отследить нефропатологию, установить ее характер (приобретенный либо наследственный). Если определить наличие и локализацию электронно-плотных включений или депозитов, появление тубуло-ретикулярных включений в тубулярных или гломерулярных мембранах почек, то предоставляется шанс верифицировать гломеруло-нефрит, например, в результате перенесенной инфекции; устанавливать наличие аутоиммунных заболеваний, таких как люпус-нефрит, определять наследственные заболевания, например синдром Альпорта или болезнь тонких базальных мембран [26, 27]. Снимки некоторых из указанных патологий почек были также получены авторами данного обзора и продемонстрированы на рис. 3.

Применение ЭМ в судебно-медицинской экспертизе

В последние годы в литературе стали акцентировать внимание исследователей на совместное применение методов сканирующей электронной микроскопии и энергодисперсионной (рентгеновской) спектроскопии (СЭМ/ЭДС) при проведении судебно-медицинской экспертизы [28, 29]. Указанные методы позволяют, в частности, делать выводы о дистанции выстрела и обнаруживать перенос мельчайших частиц преграды на огнестрельном снаряде после их контактного взаимодействия друг с другом и таким образом достоверно доказывать факт огнестрельного ранения человека через преграду и при рикошете огнестрельного снаряда.

Применение ЭМ в кардиологии

Одна из важнейших задач современной медицины — это своевременная диагностика, а также выбор правильного плана лечения и профилактики атеросклероза, так как от этого жизненно зависит успех борьбы с широким спектром сердечно-сосудистых заболеваний. Триггером для запуска этой сосудистой патологии служит появление дисбаланса химических элементов в организме. Выяснилось, что метод сканирующей электронной микроскопии, используемый совместно с элементным анализом, способен значительно расширить горизонты исследователей в этой области медицины. Установлено, что нестабильность атеросклеротической бляшки (АСБ) в основном обусловлена ее химическим и фазовым составом, что в свою очередь определяет будущую прочность АСБ. Обнаружено, что не размер или объем, а прежде всего состав АСБ предопределяет ее нестабильность [30]. Еще до развития стенозов сосудов нестабильные АСБ могут подвергаться разрывам, эрозии и в результате приводить к окклюзиям, острым тромбозам и инфарктам. Таким образом, совершенствование методов деструкции АСБ в кровеносных сосудах пациентов неразрывно связано с получением информации о составе и локализации бляшек. Авторы работ [31 – 33] при активном использовании СЭМ и ЭДС выявили строение, локализацию и элементный состав АСБ венечных артерий сердца для установления связи процесса кальцификации с ключевыми стадиями атеросклеротического поражения. Кроме того, методом ЭДС было зарегистрировано повышенное содержание кремния, магния и калия на поверхности АСБ, по сравнению с ее ядром, что возможно в случае инфильтрации покрышки бляшки этими элементами из русла крови. Также в участках кальциноза АСБ было определено повышенное содержание не только кальция, но и фосфора, вследствие присутствия большей части кальция и фосфора в форме гидроксиапатита. Формирование агломератов нано- и микроразмерных частиц гидроксиапатита служит стартовой точкой для развития обширных кальцификатов в АСБ. Специфика распределения по размерам частиц, содержащих кальций, указывает на различие механизмов их генезиса внутри АСБ и в областях контакта с кровью.

Применение ЭМ в ортопедии и травматологии

Помимо описанных выше вариантов применения электронно-микроскопических приборов и дополнительных детекторов для медицинских исследований, бесспорно важными и полезными они оказались в области ортопедии и травматологии. В частности, авторы работы [34], основываясь на данных структурных исследований биоптатов тазобедренного сустава и синовиальной оболочки у пациентов с аваскулярным некрозом головки бедра, выявили признаки нарушения клеточно-матриксной архитектоники, изменения в синовиоцитах (А- и В-клетки) и хондроцитах при некрозе головки бедра, а также очаги



деструкции синовиальных клеток. Авторы статьи [35] указывают, что методы СЭМ и ЭДС служат базовыми для верификации остеоинтеграции, так как именно эти методы позволяют визуализировать и оценивать процесс врастания костной ткани в поверхностные поры имплантатов и формирование зрелой трабекулярной костной ткани. Несомненную пользу эти же методы приносят и в изучении процессов регенерации костной ткани при фиксации костных обломков аппаратом Илизарова [36]: установлено, что заживление переломов непосредственно осуществляется так называемой незрелой костной тканью грубоволокнистого и сетчатого строения и происходит по типу первичного заживления костных ран (без образования в костной спайке соединительной и хрящевой тканей), в то время как ни в одном эксперименте не наблюдалось образования костного сращения сразу пластинчатой костной тканью. В работе [37] исследовались изменения в суставном хряще тазобедренной кости в процессе удлинения голени. В результате было сделано заключение, что трансформации ультраструктуры данного хряща при удлинении голени состоят в деструкции поверхностной зоны хряща, а степень выраженности таких изменений прямо связана с длительностью аппаратного этапа эксперимента. При диагностике, в ходе обследований и анализа экспериментальных данных, удалось таким образом подтвердить, что динамические нагрузки — это необходимое условие сохранения структурной организации суставного хряща.

Помимо регистрации структурных изменений в костях и хрящах, в процессе регенерации после травм и операции также немаловажно изучать возможности применения различных лекарственных препаратов для профилактики и лечения различных патологий.

Так, в работе [38] опубликованы результаты комбинированного анализа структуры и физико-химических свойств костной ткани при совместном действии природных цеолитов и фторида натрия. С помощью метода СЭМ было показано, что природные цеолиты, употребляемые пациентами в качестве пищевых добавок и функционирующие вместе с фтором, оказывают экстремальное влияние на костную ткань через гиперминерализующее действие на мембраны костных канальцев, с вторичным ухудшением трофики костного матрикса и снижением прочностных характеристик кости. Обозначенные обстоятельства ставят под сомнение перспективы использования фтор- и цеолитсодержащих медикаментов в лечении остеопороза. Авторы другого исследования [39] показали, что совместное применение ванкомицина в комбинации с повидарголом (высокодисперсное серебро) способно значительно пролонгировать антимикробную активность образцов костного цемента, что в итоге эффективно препятствует образованию микробных биопленок на поверхности.

Применение ЭМ в неврологии

Особое значение ЭМ приобретает в области нейрофармакологии и нейрофизиологии, где зачастую только ультраструктурные изменения нервных клеток могут продемонстрировать влияние исследуемых психо- и нейротропных фармакологических субстанций или нейропептидов. Среди анализируемых ультраструктур ЭМ позволяет оценивать количество дендритных шипиков, везикул с нейромедиаторами, которое может служить индикатором особенностей синаптогенеза [40, 41].

Изучение структуры телоцитов

Несомненно, огромную роль сыграло применение методов ЭМ (в том числе и 3D-микроскопия) в идентификации и детальном исследовании телоцитов — интерстициальных клеток, подобных клеткам Кахаля [42 — 44]. Ввиду практической неразличимости их длинных и очень тонких отростков в оптическом микроскопе, ПЭМ и СЭМ остаются теми немногими методами, которые можно эффективно использовать для выявления данного типа клеток. Многочисленные исследования (в том числе и 3D-микроскопия) показали наличие телоцитов в различных человеческих органах: в миокарде, соединительной ткани стенки желчного пузыря и других производных кишечной трубки, строме экзокринных желез, плаценте, маточных трубах, некоторых сосудах, в поперечно-полосатой скелетной мышечной ткани и т. п. [42 — 48]. В частности, было обнаружено, что при хроническом сальпингите происходит нарастание деструктивных изменений и дальнейшее уменьшение количества телоцитов, которое приводит к изменениям трехмерной организации

внеклеточного матрикса в стромальном компартменте маточной трубы, ослаблению межклеточной сигнализации, а также сократимости маточной трубы и, как результат, нарушению моторики органа [47]. Аналогичное снижение количества телоцитов наблюдалось в процессе воспаления и фиброза при фибрилляции предсердий [45], а также при длительном (хроническом) воспалении поперечнополосатой скелетной мышечной ткани [46]. Анализ современных данных об ультрамикроскопическом строении телоцитов, их локализации, функциях и значении в патологических процессах приведен в статье [48].

Использование новых методов электронной микроскопии

При описании возможностей и несомненной пользы применения ЭМ для медицинских и медико-биологических исследований, нельзя не уделить особого внимания новым микроскопическим методам, активно развивающимся в последние десятилетия, а именно корреляционной микроскопии, 3D-электронной микроскопии и др.

Корреляционная микроскопия представляет собой объединение исследований в одном цикле образцов с помощью, например, оптического микроскопа и электронных микроскопов разного вида. Данная технология открывает дополнительные возможности для изучения различных биологических объектов. Технология корреляционной микроскопии может совместить в одном устройстве сразу несколько микроскопов, включая конфокальные, флуоресцентные, электронные, гелиево-ионные и т. п. [49]. Большой обзор существующих вариантов применения корреляционной микроскопии приведен в книге [50].

Авторам работы [51] удалось с помощью ультраструктурных подходов корреляционной микроскопии проанализировать макропиноцитоз во время инфекционных процессов при проникновении шигелл. Представленные в статье комбинированные методы визуализации актуальны также для многих других видов бактерий, включая сальмонеллы, бруцеллы или микобактерии. Кроме того, авторы уделили особое внимание использованию генетически закодированных маркеров и специфических жидкостных индикаторов для макропиносом, что позволило им охарактеризовать очень сложные сценарии, происходящие в местах инвазии шигелл. Описанные события могут иметь решающее значение для дальнейшего прогрессирования инфекционного заражения, а значит их изучение крайне важно для полного понимания основных механизмов бактериального инфицирования.

Немаловажные преимущества в получении новой информации демонстрирует метод трехмерной (3D) электронной микроскопии. В частности, в ходе изучения динамических процессов в клетках удалось объединить возможности *in vivo* флуоресцентной видеомикроскопии и электронной микроскопии [52]. В указанной статье описывается подход, который позволил отслеживать *in vivo* индивидуальную внутриклеточную структуру (с помощью маркеров, меченых зеленым флуоресцентным белком), а затем проводить ее ультраструктурный анализ с помощью методов ЭМ и 3D-реконструкции. Мечение тех или иных маркеров (например, антител) различными флуоресцентными белками дает возможность выявлять и контролировать их локализацию в органах и клетках. В результате были получены моментальные снимки тонкой структуры клетки в любой выбранный момент ее жизненного цикла. Этот подход имеет большой потенциал для медико-биологических исследований.

Заключение

Анализ наиболее цитируемых литературных данных позволяет утверждать, что методы электронной микроскопии обеспечивают возможность получать уникальные данные и способны играть важнейшую роль в фундаментальных и прикладных исследованиях, проводимых в области экспериментальной и клинической медицины. Подобные исследования, безусловно, могут быть ключевым фактором в рамках реализации Национального проекта «Демография» и Государственной программы поддержки университетов Российской Федерации «Приоритет 2030».



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pelchen-Matthews A., Marsh M. Electron microscopy analysis of viral morphogenesis // Cellular Electron Microscopy (Book Ser.: Methods in Cell Biology. Vol. 79). Cambridge, US: Academic Press, 2007. Pp. 515–542.
2. Sachse M., Fernández de Castro I., Tenorio R., Risco C. Chapter one – The viral replication organelles within cells studied by electron microscopy // F. A. Rey (Ed.), Complementary strategies to understand virus structure and function (Book Ser.: Advances in Virus Research. Vol. 105). Cambridge, US: Academic Press, 2019. Pp. 1–33.
3. Ханкишиев Ф. Р. К 50-летию визуализации вируса гепатита В: Идентификация частиц вируса гепатита В как важный шаг к постижению природы этого вируса и вызываемой им инфекции // Биомедицина. 2020. № 4. С. 31–34.
4. Маныкин А. А., Ежов В. В., Белов С. В., Данилейко Ю. К., Салюк В. А., Дымковец В. П., Гущина Е. А., Лисицын Ф. В. Исследование ультраструктуры эпителия шейки матки пациенток, инфицированных вирусами папилломы человека типов 16 и 18, до и после лечения методом контрастной термолазерной терапии // Вопросы вирусологии. 2014. № 1. С. 47–49.
5. Bily T., Palus M., Eyer L., Elsterová J., Vancová M., Růžek D. Electron tomography analysis of tick-borne encephalitis virus infection in human neurons // Scientific Reports. 2015. Vol. 5. No. 1. P. 10745.
6. Villinger C., Neusser G., Kranz C., Walther P., Mertens T. 3D analysis of HCMV induced-nuclear membrane structures by FIB/SEM tomography: insight into an unprecedented membrane morphology // Viruses. 2015. Vol. 7. No. 11. Pp. 5686–5704.
7. Крюков Е. В., Жданов К. В., Козлов К. В. и др. Электронно-микроскопические изменения слизистой оболочки носоглотки у пациентов с COVID-19 в зависимости от клинической формы и периода заболевания // Журнал инфектологии. 2021. Т. 13. № 2. С. 5–13.
8. Мелькумянц А. М., Бурячковская Л. И., Ломакин Н. В., Антонова О. А. Доценко Ю. В., Ермишкин В. В. Защитное действие сулодексида при инфекции COVID-19. Лекция для врачей // Фармакология & фармакотерапия. 2021. № 4. С. 56–58.
9. Иванов И. И., Загоруйко А. К., Прочан Е. Н. Ультраструктурные изменения плаценты при преэклампсии беременных // Актуальні проблеми сучасної медицини: Вісник української медичної стоматологічної академії. 2010. Т. 4. № 32. С. 74–77.
10. Перетятко Л. П., Стороженко Т. В., Курганова Е. А., Назаров С. Б. Преждевременная отслойка нормально расположенной плаценты: морфология и морфометрические параметры структурных компонентов базальной децидуальной оболочки // Морфологические ведомости. 2014. Т. 22. № 2. С. 55–63.
11. Дятлова Л. И., Чеснокова Н. П., Рогожина И. Е., Глухова Т. Н., Бизенкова М. Н. Особенности изменений ультраструктуры плаценты и амниотической оболочки при хориоамнионите, их диагностическое значение // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 5. Статья № 30.
12. Дятлова Л. И., Глухова Т. Н. Морфологические аспекты несостоятельности плодных оболочек при недоношенной беременности по данным сканирующей электронной микроскопии // Медико-фармацевтический журнал «Пульс». 2022. Т. 24. № 7. С. 106–111.
13. Павлова Т. В., Петрухин В. А., Малютина Е. С., Каплин А. Н., Землянская Л. О. Новое в изучении клинко-морфологических аспектов при эндокринопатиях у беременных // Российский вестник акушера-гинеколога. 2020. Т. 20. № 5. С. 13–20.
14. Брагина Е. Е., Бочарова Е. Н. Количественное электронно-микроскопическое исследование сперматозоидов при диагностике мужского бесплодия // Андрология и генитальная хирургия. 2014. Т. 15. № 1. С. 41–50.
15. Ибишев Х. С., Синельник Е. А., Магомедов Г. А., Гудима И. А., Журавлева Е. Г. Роль электронной микроскопии эякулята в диагностике infertility, ассоциированной с папилломавирусной инфекцией // Урология. 2023. № 3. С. 42–46.
16. Moretti E., Suter G., Collodel G. The importance of transmission electron microscopy analysis of spermatozoa: Diagnostic applications and basic research // Systems Biology in Reproductive Medicine. 2016. Vol. 62. No. 3. Pp. 171–183.
17. Брагина Е. Е., Абдумаликов Р. А., Курило Л. Ф., Шилейко Л. В. Электронно-микроскопическое изучение сперматозоидов человека и его роль в диагностике мужского бесплодия // Проблемы репродукции. 2000. Т. 6. № 6. С. 62–71.

18. Зотов В. В., Сальников В. В., Поздеева Н. А. Изменения ультраструктуры стромы роговицы после проведения кросслинкинга // Практическая медицина. 2012. № 4-1 (59). С. 95–96.
19. Кравчик М. В., Родина Е. С., Суббот А. М., Пимонова О. И., Фетцер Е. И., Новиков И. А. Визуализация нормальной микрофлоры глазной поверхности посредством импрессионной пробы с использованием сканирующего электронного микроскопа и лантаноидного контрастирования // Вестник офтальмологии. 2022. Т. 138. № 6. С. 5–13.
20. Халатян А. С., Пимонова О. И., Суббот А. М., Новиков И. А. Экспресс-метод визуализации микробиоты глазной поверхности // Современные технологии в офтальмологии. 2020. № 4. С. 264–265.
21. Новиков И. А., Кравчик М. В., Пак О. А., Каспарова Е. А., Ярцев В. Д., Родина Е. С., Солодовников В. И., Суббот А. М. Сканирующая электронная микроскопия с суправитальным контрастированием в экспресс-диагностике заболеваний глаза и придаточного аппарата // Вестник офтальмологии. 2023. Т. 139. № 3.2. С. 136–144.
22. Григорьева А. Е., Еремина А. В., Дружинин И. Б., Черных Д. В., Варваринский Е. В., Рябчикова Е. И. Диагностический потенциал электронно-микроскопического анализа слезной жидкости людей // Офтальмохирургия. 2013. № 4. С. 104–107.
23. Еремина А. В., Григорьева А. Е., Дружинин И. Б., Черных Д. В., Варваринский Е. В., Рябчикова Е. И. Возможность использования электронно-микроскопического анализа для исследования слезной жидкости и стекловидного тела людей // Вестник Тамбовского университета. Серия: «Естественные и технические науки». 2014. Т. 19. № 4. С. 1114–1119.
24. Григорьева А. Е., Еремина А. В., Тамкович С. Н., Черных В. В., Власов В. В., Рябчикова Е. И. Ультраструктурный анализ слезной жидкости у пациентов с диабетической ретинопатией // Бюллетень Сибирского отделения Российской академии медицинских наук. 2014. Т. 34. № 3. С. 31–36.
25. Рикс И. А., Астахов С. Ю., Иванькова Е. М., Кузьмина И. Э., Папанян С. С., Бутаба Р., Эзугбая М. Б., Акопов Е. Л. Случаи помутнения интраокулярных линз в артификачных глазах: анализ результатов микроструктурных исследований // Офтальмологические ведомости. 2020. Т. 13. № 3. С. 21–28.
26. Грене Г.-Й., Кисс Е. Нефротический синдром: гистопатологическая дифференциальная диагностика. Часть 2: болезнь минимальных изменений, фокально-сегментарный гломерулосклероз, мембранозный гломерулонефрит // Нефрология. 2007. Т. 11. № 4. С. 88–94.
27. Сети С., Фервенца Ф. К. Стандартизированный подход к классификации и морфологическому описанию гломерулонефрита // Нефрология. 2019. Т. 23. № 4. С. 27–35.
28. Гусева С. В., Леонов С. В., Пинчук П. В., Шакирьянова Ю. П. Возможности сканирующей электронной микроскопии с энергодисперсионным анализом при исследовании огнестрельных повреждений // Судебно-медицинская экспертиза. 2021. Т. 64. № 3. С. 41–44.
29. Кузьмина В. А., Пинчук П. В., Леонов С. В., Власюк И. В., Сухарева М. А. Современные возможности идентификации материала преграды при огнестрельной травме // Дальневосточный медицинский журнал. 2022. № 2. С. 46–50.
30. Chichocki T., Gonsior B., Höfert M., Jarczyk L., Raith B., Rokita E., Strzalkowski A., Sych M. Elemental composition of the human atherosclerotic artery wall // Histochemistry. 1985. Vol. 83. No. 1. Pp. 87–92.
31. Колесова О. В., Пойлов В. З., Солодников С. Ю., Аширов Д. Д., Фрейнд Г. Г. Рентгенофлуоресцентный анализ состава элементов атеросклеротической бляшки // Вестник Пермского национально-исследовательского политехнического университета (ПНИПУ). Химическая технология и биотехнология. 2014. № 2. С. 7–17.
32. Сажин А. С., Пахтусова Н. А., Колесова О. В., Пойлов В. З. Способы анализа состава атеросклеротических бляшек // Вестник ПНИПУ. Химическая технология и биотехнология. 2015. № 4. С. 24–34.
33. Пухов Д. Э., Васильев С. В., Зотов А. С., Ильин М. В., Рудый А. С. Особенности локализации и состав минеральных отложений атеросклеротических бляшек коронарных артерий по данным сканирующей электронной микроскопии и рентгенодифракционного анализа // Атеросклероз и дислипидемии. 2014. № 1 (14). С. 40–49.



34. Эйсмонт О. Л., Пашкевич Л. А., Мохаммади М. Т., Мурзич А. Э., Асташонок А. Н., Рубаник Л. В., Полещук Н. Н. Клинико-морфологическая характеристика и микробиологический анализ тканей тазобедренного сустава у пациентов с аваскулярным некрозом головки бедра // Медицинские новости. 2015. № 12. С. 59–64.
35. Рерих В. В., Аветисян А. Р., Зайдман А. М., Ластевский А. Д., Батаев В. А., Никулина А. А. Остеоинтеграция гидроксиапатитовых гранул в телах поясничных позвонков в эксперименте // Хирургия позвоночника. 2013. № 4. С. 43–51.
36. Ирьянов Ю. М. Пространственная организация и особенности минерализации регенератов, формирующихся при стабильной фиксации костных отломков аппаратом Илизарова // Гений ортопедии. 1998. № 1. С. 39–44.
37. Ступина Т. А., Щудло М. М., Ерофеев С. А. Световая и сканирующая электронная микроскопия суставного хряща при автоматическом удлинении голени // Гений ортопедии. 2004. № 4. С. 9–13.
38. Бабенко О. А., Гайдаш А. А., Баширов Р. С., Емельянов О. Ф., Ковалёв А. А. Структура, химический состав и механические свойства костной ткани под влиянием природных цеолитов и фтора // Бюллетень сибирской медицины. 2009. Т. 8. № 4. С. 10–17.
39. Божкова С. А., Гордина Е. М., Марков М. А., Афанасьев А. В., Артюх В. А., Малафеев К. В., Иванькова Е. М. Влияние комбинации ванкомицина с препаратом серебра на длительность антимикробной активности костного цемента и формирование биопленки штаммом MRSA // Травматология и ортопедия России. 2021. Т. 27. № 2. С. 54–64.
40. Møllerud S., Frydenvang K., Pickering D. S., Kastrup J. S. Lessons from crystal structures of kainate receptors // Neuropharmacology. 2017. Vol. 112. Part A. January. Pp. 16–28.
41. Borczyk M., Radwanska K., Giese K. P. The importance of ultrastructural analysis of memory // Brain Research Bulletin. 2021. Vol. 173. August. Pp. 28–36.
42. Popescu L. M., Fausone-Pellegrini M. S. TELOCYTES – a case of serendipity: the winding way from Interstitial Cells of Cajal (ICC), via Interstitial Cajal-Like Cells (ICLC) to TELOCYTES // Journal of Cellular and Molecular Medicine. 2010. Vol. 14. No. 4. Pp. 729–740.
43. Hinescu M. E., Popescu L. M. Interstitial Cajal-like cells (ICLC) in human atrial myocardium // Journal of Cellular and Molecular Medicine. 2005. Vol. 9. No. 4. Pp. 972–975.
44. Cretoiu D., Hummel E., Zimmermann H., Popescu L. M. Human cardiac telocytes: 3D imaging by FIB-SEM tomography // Journal of Cellular and Molecular Medicine. 2014. Vol. 18. No. 11. Pp. 2157–2164.
45. Митрофанова Л. Б., Хазратов А. О., Гурщенков А. В., Осадчий А. М., Горшков А. Н., Гальковский Б. Э. Морфологическое исследование телоцитов в левом предсердии у пациентов с длительно персистирующей фибрилляцией предсердий // Российский кардиологический журнал. 2019. № 7. С. 53–62.
46. Чекмарева И. А., Деев Р. В., Чернова О. Н., Бихтеев И. У., Емелин А. М. Клетки, соответствующие телоцитам выявлены в патологически измененной скелетной мышце // Гены и Клетки. 2022. Т. 17. № 1. С. 38–41.
47. Чекмарева И. А., Паклина О. В., Скрипченко Д. В. Телоциты (интерстициальные кахалеподобные клетки) маточных труб при остром и хроническом сальпингите // Гены и Клетки. 2021. Т. 16. № 2. С. 39–46.
48. Одинцова И. А., Слуцкая Д. Р., Березовская Т. И. Телоциты: локализация, структура, функции и значение в патологии // Гены и Клетки. 2022. Т. 17. № 1. С. 6–12.
49. Caplan J., Niethammer M., Taylor R. M., Czymmek K. J. The power of correlative microscopy: multi-modal, multi-scale, multi-dimensional // Current Opinion in Structural Biology. 2011. Vol. 21. No. 5. Pp. 686–693.
50. Müller-Reichert T., Verkade P. (Eds.). Correlative light and electron microscopy II. Book Series: “Methods in Cell Biology”. Vol. 124. Cambridge, US: Academic Press, 2014 (October). Pp. 2–442.
51. Kühn S., Lopez-Montero N., Chang Y. Y., Sartori-Rupp A., Enninga J. Imaging macropinosomes during Shigella infections // Methods. 2017. Vol. 127. 15 August. Pp. 12–22.

REFERENCES

1. **Pelchen-Matthews A., Marsh M.**, Electron microscopy analysis of viral morphogenesis, In book: Cellular electron microscopy (Book Ser.: Methods in Cell Biology, Vol. 79). Academic Press, Cambridge, US (2007) 515–542.
2. **Sachse M., Fernández de Castro I., Tenorio R., Risco C.**, Chapter one – The viral replication organelles within cells studied by electron microscopy, In book: F. A. Rey (Ed.), Complementary strategies to understand virus structure and function (Book Ser.: Advances in Virus Research. Vol. 105, Academic Press, Cambridge, US (2019) 1–33.
3. **Khankishiyev F. R.**, To the 50th anniversary of hepatitis B virus visualization: Identification of hepatitis B viral particles as an important step in comprehending of nature of this virus and its infection, *Biomeditsina [Biomedicine]*. (4) (2020) 31–34 (in Russian).
4. **Manykin A. A., Yezhov V. V., Belov S. V., et al.**, An ultrastructural study of the cervix epithelium infected with the human papillomavirus types 16 and 18 before and after treatment with contrasting thermo-laser therapy, *Problems of Virology*. (1) (2014) 47–49 (in Russian).
5. **Bily T., Palus M., Eyer L., et al.**, Electron tomography analysis of tick-borne encephalitis virus infection in human neurons, *Sci. Rep.* 5 (1) (2015) 10745.
6. **Villinger C., Neusser G., Kranz C., et al.**, 3D analysis of HCMV induced-nuclear membrane structures by FIB/SEM tomography: insight into an unprecedented membrane morphology, *Viruses*. 7 (11) (2015) 5686–5704.
7. **Kryukov E. V., Zhdanov K. V., Kozlov K. V., et al.**, Electron microscopic changes in the nasal membrane of patients with COVID-19 depending on the clinical form and the period of the disease, *Journal of Infectology*. 13 (2) (2021) 5–13 (in Russian).
8. **Melkumyants A. M., Buryachkovskaya L. I., Lomakin N. V., et al.**, Protective effect of sulodexide in COVID-19 infection, *Farmakologiya & Farmakoterapiya [Pharmacology & Pharmacotherapy]* (4) (2021) 56–58 (in Russian).
9. **Ivanov I. I., Zagorulko A. K., Prochan E. N.**, Ultrastrukturnyye izmeneniya platsenty pri preeklampsii beremennykh [Ultrastructural changes in the placenta in eclampsia of pregnant women], *Aktualni problemi suchasnoï meditsini: Visnik ukraïnskoï medichnoï stomatologichnoï akademii [Actual Problems of Modern Medicine: Bulletin of the Ukrainian Medical Dental Academy]* 4 (32) (2010) 74–77 (in Russian).
10. **Peretyatko L. P., Storozhenko T. V., Kurganova E. A., Nazarov S. B.**, Abruptio placentae: Morphology and morphometric parameters of the structural components of the basal decidua, *Morphological Newsletter*. 22 (2) (2014) 55–63 (in Russian).
11. **Dyatlova L. I., Chesnokova N. P., Rogozhina I. E., et al.**, Features of changes in the ultrastructure of the placenta and amniotic sac at chorioamnionitis, their diagnostic value, *Modern Problems of Science and Education*. (5) (2015) 30 (in Russian).
12. **Dyatlova L. I., Glukhova T. N.**, Morphological aspects of fetal membrane damage in maskarrige of pregnancy by results of scanning electronic microscopy, *Medical & Pharmatseutical Journal "Pulse"*. 24 (7) (2022) 106–111 (in Russian).
13. **Pavlova T. V., Petrukhin V. A., Malyutina E. S., et al.**, New information in the study of clinical and morphological aspects of endocrinopathies in pregnant women, *Russian Bulletin of Obstetrician-Gynecologist*. 20 (5) (2020) 13–20 (in Russian).
14. **Bragina E. E., Bocharova E. N.**, Quantitative electron microscopic examination of sperm for male infertility diagnosis, *Andrologiya i genitalnaya khirurgiya [Andrology & Genital Surgery]*. 15 (1) (2014) 41–50 (in Russian).
15. **Ibishev Kh. S., Sinelnik E. A., Magomedov G. A., et al.**, The role of electron microscopy of ejaculate in the diagnosis of infertility associated with human papillomavirus, *Urologiia*. (3) (2023) 42–46 (in Russian).
16. **Moretti E., Suter G., Collodel G.**, The importance of transmission electron microscopy analysis of spermatozoa: Diagnostic applications and basic research, *Syst. Biol. Reprod. Med.* 62 (3) (2016) 171–183.
17. **Bragina E. E., Abdumalikov R. A., Kurilo L. F., Shileyko L. V.**, Elektronno-mikroskopicheskoye izucheniye spermatozoidov cheloveka [Electron microscopic study of human spermatozoa], *Problemy reproduksii [Reproductive Problems]*. 6 (6) (2000) 62–71 (in Russian).



18. Zotov V. V., Salnikov V. V., Pozdeyeva N. A., Changes in the ultrastructure of the corneal stroma after crosslinking, *Practical Medicine*. (4-1 (59)) (2012) 95–96 (in Russian).
19. Kravchik M. V., Rodina E. S., Subbot A. M., et al., Visualization of normal ocular surface microflora via impression cytology sample using scanning electron microscopy with lanthanide contrasting, *Russian Annals of Ophthalmology*. 138 (6) (2022) 5–13 (in Russian).
20. Khalatyan A. S., Pimonova O. I., Subbot A. M., Novikov I. A., Rapid test of eye surface microbiota visualization, *Sovremennyye tekhnologii v oftalmologii* [Modern Technologies in Ophthalmology]. (4) (2020) 264–265 (in Russian).
21. Novikov I. A., Kravchik M. V., Pak O. A., et al., Express-diagnosis of the diseases of the eye and its appendages by scanning electron microscopy with supravital staining, *Russian Annals of Ophthalmology*. 139 (3-2) (2023) 136–144 (in Russian).
22. Grigoryeva A. E., Eremina A. V., Druzhinin I. B., et al., Diagnosticheskiy potentsial elektronno-mikroskopicheskogo analiza sleznoy zhidkosti lyudey [Diagnostic potential of electron microscopic analysis of human lacrimal fluid], *Ophthalmosurgery*. (4) (2013) 104–107 (in Russian).
23. Eremina A. V., Grigoryeva A. E., Druzhinin I. B., et al., Possibility of using of electron microscopic analysis of human lacrimal fluid and vitreous, *Vestnik Tambovskogo Universiteta, Ser. Estestvennyye i Tekhnicheskiye Nauki* [Derzhavin Tambov University Bulletin, Ser. Natural & Technical Sciences]. 19 (4) (2014) 1114–1119 (in Russian).
24. Grigoryeva A. E., Eremina A. V., Tamkovich S. N., et al., Ultrastructural analysis of tear fluid in patients suffering from diabetic retinopathy, *Bulletin of Siberian Branch of Russian Academy of Medical Sciences*. 34 (3) (2014) 31–36 (in Russian).
25. Rihs I. A., Astakhov S. Yu., Ivan'kova E. M., et al., Cases of opacity of intraocular lenses in artificial eyes: Analysis of the results of microstructural studies, *Ophthalmol. Rep.* 13 (3) (2020) 21–28 (in Russian).
26. Gröne H.-J., Kiss E., Nephrotic syndrome: histopathological differential diagnostics. Part 2: Disease of minimal changes, focal segmental glomerulosclerosis, membranous glomerulonephritis, *Nefrology*. 11 (4) (2007) 88–94 (in Russian).
27. Sethi S., Fervenza F. C., Standardized classification and reporting of glomerulonephritis, *Nefrology*. 23 (4) (2019) 27–35 (in Russian).
28. Guseva S. V., Leonov S. V., Pinchuk P. V., Shakiryanova Yu. P., Possibilities of scanning electron microscopy with energy-dispersion analysis in the study of gunshot injuries, *Forensic Medical Expertise*. 64 (3) (2021) 41–44 (in Russian).
29. Kuzmina V. A., Pinchuk P. V., Leonov S. V., et al., Modern possibilities of identification of the barrier material in case of a gunshot injury, *Dalnevostochnyy meditsinskiy zhurnal* [Far Eastern Medical Journal]. (2) (2022) 46–50 (in Russian).
30. Chichocki T., Gonsior B., Höfert M., et al., Elemental composition of the human atherosclerotic artery wall, *Histochemistry*. 83 (1) (1985) 87–92.
31. Kolesova O. V., Poylov V. Z., Solodnikov S. Yu., et al., X-ray fluorescence elemental analysis of atherosclerotic plaque composition, *Vestnik of Perm National Research Polytechnic University. Chem. Technol. Biotechnol.* (2) (2014) 7–17 (in Russian).
32. Sazhin A. S., Pakhtusova N. A., Kolesova O. V., Poylov V. Z., Methods of atherosclerotic plaques composition analysis, *Vestnik of Perm National Research Polytechnic University. Chem. Technol. Biotechnol.* (4) (2015) 24–34 (in Russian).
33. Pukhov D. E., Vasilev S. V., Zotov A. S., et al., Localization habits and composition of mineral deposits in atherosclerotic plaques of coronary arteries according to the scanning electron microscopy and X-ray diffractometry, *Journal of Atherosclerosis & Dislipidemias*. (1(14)) (2014) 40–49 (in Russian).
34. Eysmont O. L., Pashkevich L. A., Mohammadi M. T., et al., Clinical and morphological characteristics and microbiological analyzes of the hip joint tissues in patients with avascular necrosis of the femoral head, *Meditsinskiye Novosti* [Medical News]. 2015. (12) (2015) 59–64 (in Russian).
35. Rerikh V. V., Avetisyan A. R., Zaydman A. M., et al., Experimental osseointegration of hydroxyapatite granules in the lumbar vertebral bodies, *Khirurgiya Pozvonochnika* [Russian Journal of Spine Surgery]. (4) (2013) 43–51.
36. Irianov Y. M., Spatial organization and peculiarities of mineralization of the regenerates, formed under stable fixation of bone fragments with the Ilizarov apparatus, *Genij Ortopedii* [Genius of Orthopedics]. (1) (1998) 39–44 (in Russian).

37. Stupina T. A., Chtchudlo M. M., Erofeyev S. A., Light and scanning electron microscopy of articular cartilage in automatic leg lengthening, *Genij Ortopedii* [Genius of Orthopedics]. (4) (2004) 9–13 (in Russian).
38. Babenko O. A., Gaidash A. A., Bashirov R. S., et al., Structure, chemical composition, and mechanic properties of bone tissue under the effect of natural zeolites and fluorine, *Bulletin of Siberian Medicine*. 8 (4) (2009) 10–17 (in Russian).
39. Bozhkova S. A., Gordina E. M., Markov M. A., et al., The effect of vancomycin and silver combination on the duration of antibacterial activity of bone cement and methicillin-resistant staphylococcus aureus biofilm formation, *Travmatologiya i Ortopediya Rossii* [Traumatology and Orthopedics of Russia]. 27 (2) (2021) 54–64 (in Russian).
40. Møllerud S., Frydenvang K., Pickering D. S., Kastrup J. S., Lessons from crystal structures of kainate receptors, *Neuropharmacology*. 112-A (Jan) (2017) 16–28.
41. Borczyk M., Radwanska K., Giese K. P., The importance of ultrastructural analysis of memory, *Brain Res. Bull.* 173 (Aug) (2021) 28–36.
42. Popescu L. M., Fausone-Pellegrini M. S., TELOCYTES – a case of serendipity: the winding way from Interstitial Cells of Cajal (ICC), via Interstitial Cajal-Like Cells (ICLC) to TELOCYTES, *J. Cell. Mol. Med.* 14 (4) (2010) 729–740.
43. Hinescu M. E., Popescu L. M., Interstitial Cajal-like cells (ICLC) in human atrial myocardium, *J. Cell. Mol. Med.* 9 (4) (2005) 972–975.
44. Cretoiu D., Hummel E., Zimmermann H., Popescu L. M., Human cardiac telocytes: 3D imaging by FIB-SEM tomography, *J. Cell. Mol. Med.* 18 (11) (2014) 2157–2164.
45. Mitrofanova L. B., Khazratov A. O., Gurshchenkov A. V., et al., Morphological study of telocytes in the left atrium in patients with long-term persistent atrial fibrillation, *Russian Journal of Cardiology*. (7) (2019) 53–62 (in Russian).
46. Chekmareva I. A., Deev R. V., Chernova O. N., et al., Cells corresponding to telocytes have been detected in pathologically altered skeletal muscle, *Genes & Cells*. 17 (1) (2022) 38–41 (in Russian).
47. Chekmareva I. A., Paklina O. V., Skripchenko D. V., Telocytes (interstitial cajal like cells) of the fallopian tubes in acute and chronic salpingitis, *Genes & Cells*. 16 (2) (2021) 39–46 (in Russian).
48. Odintsova I. A., Slutskaya D. R., Berezovskaya T. I., Telocytes: localization, structure, functions and significance in pathology, *Genes & Cells*. 17 (1) (2022) 6–12 (in Russian).
49. Caplan J., Niethammer M., Taylor R. M., Czymmek K. J., The power of correlative microscopy: multi-modal, multi-scale, multi-dimensional, *Curr. Opin. Struct. Biol.* 21 (5) (2011) 686–693.
50. Müller-Reichert T., Verkade P. (Eds.), *Correlative light and electron microscopy II* (Book Ser. “Methods in Cell Biology”, Vol. 124), Academic Press, Cambridge, US (2014) 2–442.
51. Kühn S., Lopez-Montero N., Chang Y. Y., et al., Imaging macropinosomes during *Shigella* infections, *Methods*. 127 (15 Aug) (2017) 12–22.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ИВЧЕНКО Евгений Викторович — доктор медицинских наук, заместитель начальника Военно-медицинской академии имени С. М. Кирова (ВМА) по научной работе ВМА Министерства обороны Российской Федерации, Санкт-Петербург, Россия.

194044, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Академика Лебедева, 6

gniiivm_2@mail.ru

ORCID: 0000-0001-5582-1111

ГОЛОВКО Константин Петрович — доктор медицинских наук, начальник научно-исследовательского центра Военно-медицинской академии имени С. М. Кирова Министерства обороны Российской Федерации, Санкт-Петербург, Россия.

194044, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Академика Лебедева, 6

labws@mail.ru

ORCID: 0000-0002-1584-1748



ИВАНЬКОВА Елена Михайловна — кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Военно-медицинской академии имени С. М. Кирова Министерства обороны Российской Федерации; старший научный сотрудник Филиала федерального государственного бюджетного учреждения «Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова Национального исследовательского центра «Курчатовский институт» — Институт высокомолекулярных соединений, Санкт-Петербург, Россия.

194044, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Академика Лебедева, 6

ivelen@mail.ru

ORCID: 0000-0002-4823-0695

СОКОЛОВА Маргарита Олеговна — младший научный сотрудник Военно-медицинской академии имени С. М. Кирова Министерства обороны Российской Федерации, Санкт-Петербург, Россия.

194044, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Академика Лебедева, 6

sokolova.rita@gmail.com

ORCID: 0000-0002-3457-4788

ГЛУШАКОВ Руслан Иванович — доктор медицинских наук, начальник научно-исследовательского отдела (медико-биологических исследований) Военно-медицинской академии имени С. М. Кирова Министерства обороны Российской Федерации, Санкт-Петербург, Россия.

194044, Россия, г. Санкт-Петербург, ул. Академика Лебедева, 6

glushakoffruslan@yandex.ru

ORCID: 0000-0002-0161-5977

THE AUTHORS

IVCHENKO Evgeniy V.

The S. M. Kirov Military Medical Academy of the Ministry of Defense of the Russian Federation

6 Academician Lebedev St., St. Petersburg, 194044, Russia

gniiivm_2@mil.ru

ORCID: 0000-0001-5582-1111

GOLOVKO Konstantin P.

The S. M. Kirov Military Medical Academy of the Ministry of Defense of the Russian Federation

6 Academician Lebedev St., St. Petersburg, 194044, Russia

labws@mail.ru

ORCID: 0000-0002-1584-1748

IVAN'KOVA Elena M.

The S. M. Kirov Military Medical Academy of the Ministry of Defense of the Russian Federation;

Branch of Petersburg Nuclear Physics Institute Named by B. P. Konstantinov of National Research Centre «Kurchatov Institute» — Institute of Macromolecular Institute of Macromolecular Compounds

6 Academician Lebedev St., St. Petersburg, 194044, Russia

ivelen@mail.ru

ORCID: 0000-0002-4823-0695

SOKOLOVA Margarita O.

The S. M. Kirov Military Medical Academy of the Ministry of Defense of the Russian Federation

6 Academician Lebedev St., St. Petersburg, 194044, Russia

sokolova.rita@gmail.com

ORCID: 0000-0002-3457-4788

GLUSHAKOV Ruslan I.

The S. M. Kirov Military Medical Academy of the Ministry of Defense of the Russian Federation

6 Academician Lebedev St., St. Petersburg, 194044, Russia

glushakoffruslan@yandex.ru

ORCID: 0000-0002-0161-5977

*Статья поступила в редакцию 02.10.2024. Одобрена после рецензирования 28.11.2024.
Принята 28.11.2024.*

Received 02.10.2024. Approved after reviewing 28.11.2024. Accepted 28.11.2024.

Научная статья

УДК 539.126.3

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18111>

**ВОЗМОЖНОСТИ ИЗМЕРЯТЬ СВОЙСТВА $\phi(1020)$ -МЕЗОНА
В СТОЛКНОВЕНИЯХ ЯДЕР ВИСМУТА ПРИ ЭНЕРГИИ 9,2 ГэВ
В УСКОРИТЕЛЕ NICA НА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
УСТАНОВКЕ MPD**

**Я. А. Бердников¹, Д. А. Иванищев¹ , Д. О. Котов¹,
М. В. Малаев¹, А. Ю. Рябов²**

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия;

² Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова
НИЦ «Курчатовский институт», Санкт-Петербург, Россия

 ivanishchev_da@pnpi.nrcki.ru

Аннотация. В статье представлены результаты исследования возможности измерять свойства резонанса $\phi(1020)$ -мезона в столкновениях ядер висмута при энергии 9,2 ГэВ с помощью экспериментальной установки (ЭУ) MPD на ускорителе NICA. Выполнены модельные расчеты столкновений тяжелых ядер и взаимодействия образовавшихся частиц с веществом ЭУ MPD для распада $\phi(1020) \rightarrow K^+ + K^-$. Прослежены зависимости ключевых параметров процессов от поперечного импульса для различных интервалов по центральности столкновений ядер висмута в области быстрот от $-0,5$ до $+0,5$. Получены оценки массового разрешения ЭУ MPD, эффективности регистрации в ЭУ MPD и спектров по поперечному импульсу для $\phi(1020)$. Проведена оценка объема выборки данных столкновений ядер висмута, позволяющей восстановить свойства $\phi(1020)$ с достаточно хорошей точностью для исследования рождения этого мезона.

Ключевые слова: столкновение ядер висмута, рождение, мезон, ускоритель NICA, детектор MPD

Финансирование: Работа выполнена в рамках Государственного задания на проведение фундаментальных исследований (код темы FSEG-2024-0033).

Для цитирования: Бердников Я. А., Иванищев Д. А., Котов Д. О., Малаев М. В., Рябов А. Ю. Возможности измерять свойства $\phi(1020)$ -мезона в столкновениях ядер висмута при энергии 9,2 ГэВ в ускорителе NICA на экспериментальной установке MPD // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 129–141. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18111>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18111>

**FEASIBILITY TO MEASURE THE PROPERTIES
OF $\phi(1020)$ MESON IN COLLISIONS OF BISMUTH NUCLEI
AT AN ENERGY OF 9.2 GeV IN THE NICA COLLIDER
USING THE MPD EXPERIMENTAL SETUP**

**Ya. A. Berdnikov¹, D. A. Ivanishchev¹ , D. O. Kotov¹,
M. V. Malaev¹, A. Yu. Riabov²**

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia;

² Petersburg Nuclear Physics Institute named by B. P. Konstantinov
of NRC «Kurchatov Institute», St. Petersburg, Russia

 ivanishchev_da@pnpi.nrcki.ru

Abstract. We report results on a feasibility study of measuring the properties of $\phi(1020)$ resonance in collisions of bismuth nuclei at an energy of 9.2 GeV using the MPD detector at the NICA collider. Model calculations of heavy nuclei collisions and the secondary particles – the MPD material interaction have been performed for the $\phi(1020) \rightarrow K^+ + K^-$ decay. The dependencies of the process's key parameters on the transverse momentum for different intervals of centrality of bismuth nuclei collisions were obtained in the rapidity range from -0.5 to $+0.5$. The evaluations of the mass resolution, detection efficiency of the MPD detector and the transverse momentum spectra for the $\phi(1020)$ resonance were made. The sample size of bismuth nuclei collision data that allowed the $\phi(1020)$ resonance properties to be reconstructed with a sufficiently good accuracy to conduct a study of the $\phi(1020)$ meson production was estimated.

Keywords: bismuth nuclei collisions, production, meson, NICA collider, MPD detector

Funding: The reported study was carried out within the framework of the State Assignment for Fundamental Research (Subject Code FSEG-2024-0033).

For citation: Berdnikov Ya. A., Ivanishchev D. A., Kotov D. O., Malaev M. V., Riabov A. Yu., Feasibility to measure the properties of $\phi(1020)$ meson in collisions of bismuth nuclei at an energy of 9.2 GeV in the NICA collider using the MPD experimental setup, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 129–141. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18111>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Исследование горячего и плотного ядерного вещества, образующегося в столкновениях тяжелых релятивистских ядер, является одним из приоритетных направлений физики высоких энергий. Такое вещество в лабораторных условиях получают в столкновениях тяжелых ионов на ускорителях SPS (CERN, Швейцария) [1], RHIC (BNL, США) [2] и LHC (CERN, Швейцария) [3]. В ближайшем будущем, после ввода в эксплуатацию ускорительных комплексов FAIR (GSI, Германия) [4] и NICA (Объединенный институт ядерных исследований (ОИЯИ), наукоград Дубна Московской области, Россия) [5] появится дополнительная возможность изучать такое вещество в области больших барионных плотностей и меньших температур фазовой диаграммы состояния сильновзаимодействующего ядерного вещества, по сравнению с ускорителями LHC и RHIC [5]. Аббревиатура NICA (*англ.* Nuclotron-based Ion Collider facility) подразумевает краткое название коллайдера тяжелых ионов на основе нуклотрона.

При столкновении двух релятивистских тяжелых ядер в малом объеме, сравнимом с областью перекрытия ядер, выделяется значительное количество энергии и образуется



плотное и горячее вещество [6]. Реакция начинается с первичных нуклон-нуклонных столкновений, потом наступает предравновесная фаза, образуется кварк-глюонная плазма, сформировавшаяся ядерная система/среда/файербол расширяется и остывает, затем следует смешанное состояние кварк-глюонной плазмы с адронным газом, после этого образуется адронная фаза, и в конце концов рожденные частицы покидают область столкновения.

Характеристики образовавшейся ядерной среды изучают косвенно через определение свойств рожденных частиц в конечном состоянии, измеренных различными детекторными подсистемами экспериментальной установки. Особую роль среди всех типов рожденных частиц при измерении свойств плотного и горячего ядерного вещества играют короткоживущие резонансы [7]. Измерение свойств короткоживущих адронных резонансов, таких как $\rho(770)$, $K^*(892)$, $\phi(1020)$, $\Sigma(1385)$, $\Lambda(1520)$ и $\Xi(1530)$, – это важная часть физических программ экспериментов по изучению столкновений тяжелых ядер. Указанные резонансы обильно рождаются в столкновениях тяжелых ядер и могут быть зарегистрированы детекторными подсистемами. Систематическое измерение свойств резонансов с различным барионным числом, странностью и временем жизни позволяет изучать не только различные эффекты, проявляющиеся в горячей и плотной ядерной среде, такие как избыточный выход странности, избыточный выход барионов по отношению к мезонам, но и механизмы адронизации при промежуточных и больших поперечных импульсах, динамику реакций и процессов, формирующих спектры поперечного импульса частиц, а также время жизни и плотность адронного газа.

Короткоживущие резонансы характеризуются малыми временами жизни τ и охватывают достаточно широкий диапазон τ : от примерно 1 фм/с для $\rho(770)$ -мезонов до примерно 46 фм/с для $\phi(1020)$ -мезонов. Часть таких резонансов распадается внутри плотного и горячего ядерного вещества. Данное свойство резонансов позволяет использовать их для изучения адронной фазы. Дочерние частицы, рожденные в адронном газе вследствие адронных распадов таких резонансов, могут рассеиваться на окружающих их адронах и поэтому изменять первоначальное направление движения и импульс, а это в итоге приводит к потере измеряемого сигнала.

С другой стороны, рожденные в избытии адроны адронного газа могут рекомбинировать, когда образуют новые резонансы. В результате изменяются дифференциальные выходы и другие спектральные характеристики резонансов, такие как их масса и ширина. Измеряемые выходы резонансов определяются следующими характеристиками:

- их выход на момент химического замораживания,
- время жизни (существования),
- плотность адронного газа,
- время жизни резонансов,
- сечение рассеяния.

При изучении рождения резонансов на ускорителях RHIC и LHC [8] в области энергий $\sqrt{s_{NN}} = 7,7 - 5000$ ГэВ было обнаружено подавление выхода резонансов с временами жизни $\tau < 20$ фм/с в центральных столкновениях тяжелых ядер, по сравнению с периферийными столкновениями таких ядер и столкновениями протонов при той же самой энергии взаимодействия. Подавление выхода объясняется рассеянием дочерних частиц на окружающих их адронах и доминированием этого процесса над рекомбинацией частиц в адронной фазе. Для более долгоживущих резонансов изменения выхода не было обнаружено. В результате эксперимента ALICE на ускорителе LHC удалось оценить время жизни адронной фазы в столкновениях ядер свинца при энергии в системе центра масс на пару нуклонов $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$ ТэВ [6]. С целью этой оценки в эксперименте ALICE были измерены отношения выходов резонансов к выходам квазистабильных частиц с похожим кварковым составом в зависимости от множественности заряженных частиц в конечном состоянии. Эти отношения были измерены в протонных столкновениях и столкновениях ядер свинца при одинаковой энергии: $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$ ТэВ. Найденное время жизни адронной фазы составило около 4 – 7 фм/с, что сопоставимо с временем жизни $K^*(892)$ -мезона (равно примерно 4 фм/с) и гораздо меньше времени жизни $\phi(1020)$ -мезона.

Особый интерес среди короткоживущих резонансов представляет $\phi(1020)$ -мезон, обладающий временем жизни 46,2 фм/с (наибольшее среди короткоживущих резонан-

сов) и массой 1020 МэВ [9]. Благодаря большому времени жизни, рождение $\phi(1020)$ -мезонов менее подвержено влиянию адронной фазы, что позволяет его использовать в базовых измерениях для сравнения с рождением более короткоживущих резонансов. Масса $\phi(1020)$ -мезона сравнима с массой протона, имеющего другой кварковый состав и барионное число.

Данная особенность $\phi(1020)$ -мезона позволяет исключать зависимость от массы при исследовании механизмов формирования спектров частиц в области малых и промежуточных поперечных импульсов. Такие исследования проводят посредством измерения отношений спектров рождения барионов к спектрам рождения мезонов. На ускорителях RHIC и LHC был обнаружен избыточный выход барионов по отношению к выходу мезонов в области промежуточных поперечных импульсов в центральных столкновениях тяжелых ядер (так называемая «барионная аномалия») [10]. Выход барионов в области промежуточных импульсов подавляется меньше по отношению к их выходу в столкновениях протонов, чем выход мезонов, при той же самой энергии столкновений.

Барионную аномалию, наблюдаемую на ускорителе RHIC в столкновениях ядер золота при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 200$ ГэВ [11], удалось описать рекомбинационной моделью структурных кварков. Барионы, состоящие из трех кварков, получают большую прибавку к поперечному импульсу, по сравнению с мезонами, состоящими только из двух кварков, что и приводит к избыточному выходу барионов. Отношение выходов $p/\phi(1020)$ в центральных столкновениях ядер свинца при энергии 2,7 ТэВ [10], измеренное на ускорителе LHC, оказалось лежащим в пределах ошибок измерений, которые не зависят от поперечного импульса p_T в области $p_T < 4$ ГэВ/с.

Приблизительно одинаковые формы спектров рождения по поперечному импульсу мезонов и барионов с близкими массами, в центральных столкновениях тяжелых ядер соответствуют предсказаниям гидродинамических моделей, в которых форма спектров рождения определяется радиальным коллективным потоком и зависит в основном от массы частицы, в отличие от рекомбинационных моделей, где форма спектра определяется кварковым составом частицы.

Другой важной особенностью $\phi(1020)$ -мезона является его кварковый состав. Легкий векторный $\phi(1020)$ -мезон состоит из s - и $\bar{s}$ -кварков и представляет собой частицу со скрытой странностью. Такое строение $\phi(1020)$ -мезона позволяет изучать механизмы рождения странности. Избыточный выход странных частиц в центральных столкновениях тяжелых релятивистских ядер, по сравнению с их выходом в столкновениях протонов при той же самой энергии столкновения, считается признаком образования кварк-глюонной плазмы [12]. Избыточный выход странных частиц (K -мезоны, Λ -, Ξ -, Ω -барионы, $\phi(1020)$ -, $\Sigma(1385)$ -, $\Lambda(1520)$ -, $\Xi(1530)$ -резонансы и др.) экспериментально наблюдается в столкновениях тяжелых ядер при энергиях ускорителей AGS, SPS, RHIC и LHC [13]. Экспериментальные наблюдения качественно согласуются с предсказаниями моделей канонического подавления выхода странности [14] в сталкивающихся системах с малой множественностью, за исключением $\phi(1020)$ -мезона. Благодаря скрытой странности $\phi(1020)$ -мезон нечувствителен к каноническому подавлению и является ключевой частицей для изучения механизмов, ответственных за рождение странности. Более того, исследования рождения $\phi(1020)$ -мезона в столкновениях тяжелых ядер в диапазоне энергий $\sqrt{s_{NN}} = 17 - 5000$ ГэВ показали, что этот мезон ведет себя как частица с открытой странностью [13].

В настоящее время отсутствуют теоретические модели, воспроизводящие результаты измерений избыточного выхода частиц, содержащих s -кварки, одновременно в столкновениях протонов, протон-ядерных столкновениях и столкновениях тяжелых ядер, характеризующихся высокой множественностью.

Еще одна особенность $\phi(1020)$ -мезона — это малое сечение его взаимодействия с нестранными адронами, благодаря которому $\phi(1020)$ -мезон практически не реагирует на адронные воздействия в конечном состоянии [15]. Изменение формы пика ϕ -мезона в распределении по инвариантной массе его дочерних частиц может свидетельствовать о восстановлении киральной симметрии [16]. Пик $\phi(1020)$ -мезона в распределении по инвариантной массе обычно обладает малой шириной и не перекрывается пиками от распадов других резонансов. Доминирующим каналом распада $\phi(1020)$ -мезона



выступает адронный канал $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$ (вероятность распада $\approx 49\%$), но особый интерес представляют лептонные каналы распада

$$\phi(1020) \rightarrow e^+e^-, \phi(1020) \rightarrow \mu^+\mu^-$$

(в обоих случаях вероятности распада составляют около $3 \cdot 10^{-4}\%$).

В силу малой вероятности распада, а также высокого уровня комбинаторного фона, восстановление свойств $\phi(1020)$ -мезонов в лептонных каналах распада представляет собой чрезвычайно сложную экспериментальную задачу [17]. Лептоны покидают область ядерного столкновения, практически не взаимодействуя с ядерной средой, и свойства распавшегося $\phi(1020)$ -мезона не искажаются. Признаки восстановления киральной симметрии можно обнаружить путем сравнения результатов измерений в адронном канале распада с лептонным каналом распада с учетом разрешения детекторов. Масса $\phi(1020)$ -мезона практически равна сумме масс двух каонов. Разница между массой $\phi(1020)$ -мезона и двух каонов составляет всего около 32 МэВ. Таким образом, выход $\phi(1020)$ -мезонов, восстановленный в канале распада $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$, чувствителен как к изменению формы пика ϕ -мезона в распределении по инвариантной массе, так и к изменению свойств каонов [17].

В ОИЯИ на базе ускорителя Нуклотрон строится ускорительный комплекс со встречными пучками NICA (ввод в эксплуатацию ускорительного комплекса запланирован на 2025 г.). Аналогично многим современным коллайдерам, ускоритель NICA будет работать в режиме как сталкивающихся пучков, так и в режиме столкновений пучка с неподвижной мишенью. Ожидается, что в режиме сталкивающихся пучков первыми столкновениями на коллайдере NICA будут взаимодействия ядер висмута друг с другом и ядер ксенона с энергией $\sqrt{s_{NN}} = 7,0 - 9,2$ ГэВ. Далее, по мере настройки ускорительного комплекса, будут достигнуты проектные параметры и ускоритель NICA сможет сталкивать легкие (p , d , C и др.) и тяжелые (Xe , Bi , Au и др.) ядра в диапазоне энергий $\sqrt{s_{NN}} = 4 - 11$ ГэВ с максимальной светимостью $10^{27} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$ и частотой столкновений от 50 Гц до 7 кГц. На ускорителе NICA уже проводится эксперимент с фиксированной мишенью по исследованию барионного вещества BM@N (расшифровывается как барионная материя на Нуклотроне).

После ввода в эксплуатацию накопительных колец, заработают еще два эксперимента: детектор физики спина (*англ.* Spin Physics Detector (SPD)) — по изучению физики спина в столкновениях легких ядер и многофункциональный детектор (*англ.* Multi-Purpose Detector (MPD)) — по изучению процессов в столкновениях тяжелых ядер [5]. Запуск эксперимента MPD состоится вместе с пуском ускорительного комплекса NICA в 2025 году. Столкновения тяжелых ядер в диапазоне энергии ускорителя NICA с энергией $\sqrt{s_{NN}} = 4 - 11$ ГэВ соответствуют множественности заряженных частиц в конечном состоянии $dN_{ch}/d\eta \approx 100 - 200$ в области малых быстрот [18]. Модельные расчеты на основе генераторов событий UrQMD, RHSD и AMPT показывают, что при такой множественности для столкновений ядер золота при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 4 - 11$ ГэВ свойства резонансов существенно изменяются под воздействием поздней адронной фазы, образующейся в таких столкновениях [19, 20]. Изменения качественно согласуются с результатами экспериментальных исследований рождения резонансов на ускорителях RHIC и LHC.

Таким образом, при энергиях ускорителя NICA, в столкновениях тяжелых ядер ожидается рождение достаточно плотного адронного газа с временем жизни, сопоставимым с временем жизни всей сталкивающейся системы. Резонансы служат идеальными индикаторами механизмов адронизации в области малых и промежуточных поперечных импульсов, эффекта избыточного выхода странности, эффекта избыточного выхода барионов по отношению к мезонам, динамики реакций и процессов, формирующих спектры поперечного импульса частиц, а также эффектов поздней адронной фазы. Изучение рождения резонансов — это важная составляющая физической программы эксперимента MPD.

Цель настоящего исследования — определить возможность измерения свойств $\phi(1020)$ -мезона с помощью экспериментальной установки MPD в ускорителе NICA в столкновениях ядер висмута при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 9,2$ ГэВ в канале распада $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$, в области быстрот $|y| < 0,5$.

Исследование выполнено путем модельных расчетов столкновений тяжелых ядер и взаимодействия образовавшихся частиц с веществом экспериментальной установки MPD.

Экспериментальная установка MPD и методика модельного расчета

Эта установка представляет собой 4 π -спектрометр, спроектированный для регистрации и измерения основных характеристик фотонов, электронов и адронов [5]. MPD будет состоять из центрального и двух передних спектрометров. Центральный будет состоять из цилиндрического соленоидального сверхпроводящего магнита, время-проекционной камеры (*англ.* Time Projection Chamber (TPC)), времяпролетного (*англ.* Time-Of-Flight (TOF)) детектора и электромагнитного калориметра (*англ.* Electromagnetic Calorimeter (ECal)). Камера TPC, расположенная в однородном магнитном поле с индукцией 0,5 Тл, создаваемом магнитом, будет осуществлять регистрацию треков заряженных частиц. Также посредством измерения энергетических потерь заряженных частиц в рабочем газе (90% Ar + 10% CH₄ (при атмосферном давлении плюс 2 мбар)) детектора TPC будет осуществляться идентификация треков заряженных частиц.

Для дополнительной идентификации частиц на основе времени пролета частиц будет использован детектор TOF. Калориметр ECal будет регистрировать фотоны и лептоны, а также применяться для идентификации частиц. Передние спектрометры будут состоять из черенковских счетчиков FFD (*англ.* Fast Forward Detector (FFD)) и переднего адронного калориметра (*англ.* Forward Hadron Calorimeter (FHCAL)).

Детекторы FFD и FHCAL предназначены для отбора неупругих столкновений ядер, определения геометрии столкновения, в том числе центральности и плоскости реакции, и измерения времени столкновения, необходимого для времяпролетных измерений. В будущем в центральную часть детектора MPD установят внутреннюю трековую систему на основе кремниевых детекторов ITS для измерения вторичных вершин распадов частиц с тяжелыми кварками, а в переднюю – дополнительные форвардные детекторы. Система сбора данных детектора MPD рассчитана на накопление данных со скоростью до 6,5 ГБ/с и с частотой столкновений 7 кГц. Подсистемы детектора MPD будут обладать достаточно большим аксептансом. Основные подсистемы центральной части экспериментальной установки MPD покрывают интервал по псевдобыстроте немного меньше двух единиц. Передние детекторы покрывают достаточно широкую область от 2 до 5 ед. псевдобыстроты.

До ввода в эксплуатацию ускорительного комплекса NICA и экспериментальной установки MPD, исследовать возможность измерения свойств различных частиц при условиях, достижимых на ускорителе NICA, можно только на основе модельных расчетов. В настоящей работе для модельного расчета столкновений ядер висмута при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 9,2$ ГэВ использовался генератор событий UrQMD [21]. В данном генераторе событий моделируется адронная фаза.

Взаимодействие частиц, образованных в ходе модельных расчетов столкновений ядер, с веществом детектора, а также восстановление треков и других основных характеристик частиц в детекторе MPD осуществлялось посредством программного пакета MpdRoot [5]. Программный пакет MpdRoot есть официальное программное обеспечение эксперимента MPD. В основу данного программного пакета, как и в основу подобных программных пакетов других экспериментов по изучению столкновений релятивистских ядер, заложен программный комплекс моделирования взаимодействия элементарных частиц с веществом GEANT. Также в программный пакет MpdRoot заложена наиболее актуальная конфигурация детекторных подсистем экспериментальной установки MPD и их характеристики. Программный пакет MpdRoot выдает отклики детекторных подсистем на проходящие через них частицы и позволяет использовать алгоритмы восстановления характеристик частиц, идентичные применяемым при анализе экспериментальных данных.

Возможность измерения свойств $\phi(1020)$ -мезона на экспериментальной установке MPD изучалась в канале распада $\phi(1020) \rightarrow K^+ K^-$. При этом использовались алгоритмы и методики, ранее разработанные для похожих исследований в столкновениях ядер золота (Au + Au) при энергиях $\sqrt{s_{NN}} = 4,0, 7,7$ и 11 ГэВ [22] и ядер висмута (Bi + Bi) при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 9,2$ ГэВ [23].



По сравнению с исследованиями, выполненными в работе [23], в этой работе в модельных расчетах применялось как более актуальное и реалистичное описание детекторных подсистем экспериментальной установки MPD, так и более эффективные алгоритмы восстановления треков заряженных частиц. Более того, в настоящей работе использовалась в 10 раз большая выборка столкновений ядер висмута (50 млн. столкновений). Усовершенствованные методики расчетов и расширенная выборка позволили не только точнее оценить свойства $\phi(1020)$ -мезона в столкновениях ядер висмута при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 9,2$ ГэВ, но и впервые получить результаты в зависимости от центральности столкновений (что наиболее важно).

Для восстановления параметров $\phi(1020)$ -мезона противоположно заряженные частицы, идентифицированные как каоны, комбинировались в пары в пределах одного смоделированного столкновения ядер висмута. Рассматривались только столкновения с вершиной взаимодействия, восстановленной детектором TPC, не превышающей 130 см от точки пересечения пучков.

Центральность столкновений определялась по числу треков заряженных частиц, восстановленных времяпроекционной камерой TPC [23]. Под центральностью подразумевается вероятность нахождения события во всей выборке сгенерированных событий, в которой число восстановленных треков заряженных частиц было бы большим, чем в данном событии с центральностью X %. Центральность варьировали в диапазоне от 0 до 100 %, где меньшее значение центральности соответствует событиям с большим числом восстановленных треков в TPC. Детектор FFD неэффективен для регистрации наиболее периферийных столкновений, и для анализа отбирались столкновения ядер висмута с центральностью 0 – 90 %. Для повышения эффективности восстановления $\phi(1020)$ -мезонов и снижения фоновой составляющей, в кандидаты в каоны среди всех заряженных частиц отбирались те, которые имеют псевдобыстроту менее 1 и поперечный импульс более 100 МэВ.

Применялась новая, более эффективная методика восстановления треков заряженных частиц, позволяющая восстанавливать треки всего по 10 точкам, измеренным в TPC (вместо 20), а также учитывающая тип идентифицированной частицы при восстановлении трека. Идентификация заряженных частиц в конечном состоянии осуществлялась одновременно как по энергетическим потерям заряженных частиц в рабочем газе TPC, так и по времяпролетным измерениям детектора TOF. Отбирались только пары заряженных частиц с быстротой меньше половины. Далее вычислялась масса и поперечный импульс пары.

Пример спектра восстановленной инвариантной массы пары противоположно заряженных каонов (M_{KK}) для интервала по поперечному импульсу пары от 0,4 до 0,6 ГэВ/с показан на рис. 1.

Спектр восстановленной инвариантной массы содержит пик, соответствующий распаду $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$, и фон. Комбинаторная составляющая фона обусловлена объединением в пары всех заряженных частиц события, удовлетворяющих критериям отбора. Комбинаторный фон оценивали методом смешивания однотипных событий. Дочерние частицы брались из разных событий с близкими характеристиками, такими как координата вершины взаимодействия вдоль оси пучка и множественность вторичных частиц. Смешивали десять событий для уменьшения статистических неопределенностей. Полученный комбинаторный фон нормировался таким образом, чтобы он совпадал со спектром восстановленной инвариантной массы пары противоположно заряженных каонов в области больших масс, где не ожидается корреляций. Комбинаторный фон был вычтен из спектра.

Спектр восстановленной инвариантной массы пар противоположно заряженных каонов M_{KK} после вычитания комбинаторной составляющей фона показан на рис. 1, *b*. Наблюдается ярко выраженный пик, соответствующий распадам $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$. Для определения выхода $\phi(1020)$ -мезонов в каонном канале распада, спектр восстановленной инвариантной массы пар K^+K^- был аппроксимирован суммой функции Брейта – Вигнера, свернутой с функцией Гаусса (описывает пик), с полиномом второй степени (описывает остаточный коррелированный фон). Функция Брейта – Вигнера учитывает природную форму пика резонанса, а функция Гаусса необходима для учета массового разрешения детектора. При аппроксимации пика массовое разрешение было задано его оценочной

величиной. Остаточный коррелированный фон возникает из-за струй и ошибочно восстановленных распадов более тяжелых адронов; обычно его описывают полиномом. Аналогичный набор функций используется экспериментом ALICE на ускорителе LHC для измерения выхода резонансов [3].

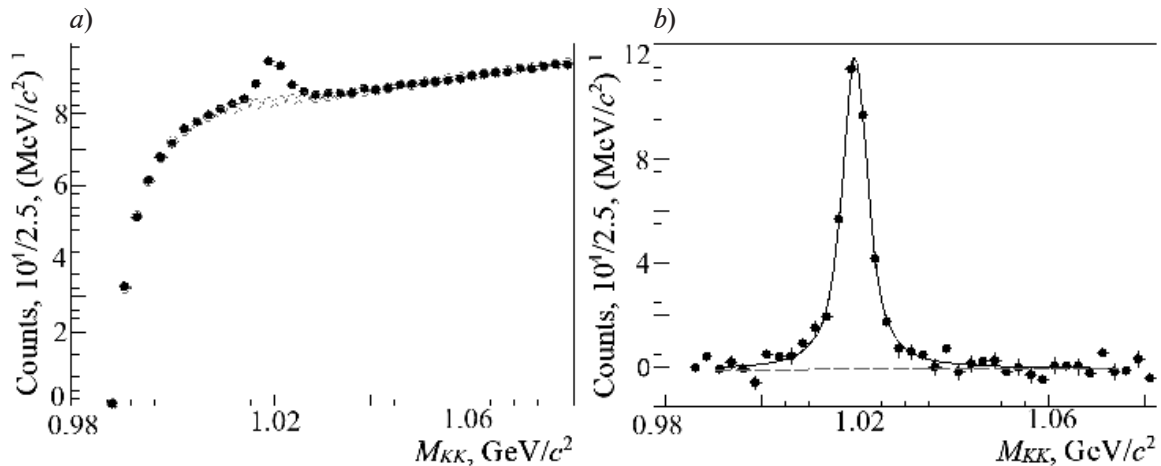


Рис. 1. Спектры инвариантной массы пары противоположно заряженных каонов (пзК, черные символы) в столкновениях ядер висмута (Bi + Bi) $\sqrt{s_{NN}} = 9,2$ ГэВ до (a) и после (b) вычитания комбинаторного фона (кружки);

Спектры восстановлены в области поперечных импульсов p_T пары пзК $0,4 < p_T^{KK} < 0,6$ ГэВ/с. Использованы: функция Брейта – Вигнера, свернутая с функцией Гаусса, описывающая пик (сплошная линия), и полином второй степени, описывающий коррелированный фон (пунктир)

Массовое разрешение экспериментальной установки для каонного канала распада $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$ ($\sigma_{M_{KK}}$) было вычислено как ширина распределения разницы между восстановленной массой $\phi(1020)$ -мезона и ее истинного значения, сформированного генератором событий. Массовое разрешение оценивалось для разных интервалов по поперечному импульсу. Зависимость массового разрешения от поперечного импульса пары противоположно заряженных каонов представлена на рис. 2. Массовое разрешение экспериментальной установки составляет 1 – 2 МэВ, что свидетельствует о возможности с хорошей точностью определять форму пика $\phi(1020)$ -мезона и отслеживать ее изменение. Интеграл функции Брейта – Вигнера, свернутой с функцией Гаусса, брался в качестве индикатора выхода $\phi(1020)$ -мезонов. Выходы были получены для различных интервалов по поперечному импульсу и центральности столкновений ядер висмута.

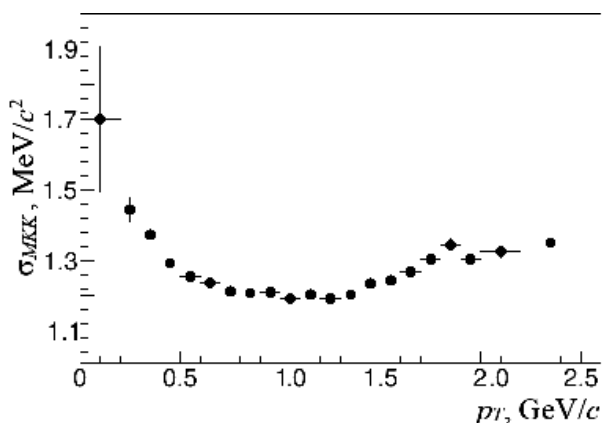


Рис. 2. Зависимость массового разрешения многофункционального детектора MPD ($\sigma_{M_{KK}}$) от поперечного импульса p_T пары противоположно заряженных каонов для распада $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$ в столкновениях ядер висмута при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 9,2$ ГэВ

Эффективность ϵ регистрации $\phi(1020)$ -мезонов в канале распада $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$ рассчитывалась как отношение числа восстановленных $\phi(1020)$ -мезонов к их полному числу, сгенерированному в генераторе событий, с учетом вероятности распада в исследуемом канале. Эффективность регистрации была вычислена в зависимости от поперечного импульса пары и центральности столкновений (рис. 3).

Видно, что эффективность регистрации увеличивается с ростом значения поперечного импульса пары и достигает 35 % в области поперечных импульсов свыше 2 ГэВ/с. Наблюдается умеренная зависимость эффективности регистрации от центральности



столкновений. Таким образом, $\phi(1020)$ -мезоны с поперечным импульсом более 0,4 ГэВ/с можно восстановить в канале распада $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$ в экспериментальной установке MPD в области быстрот $|y| < 0,5$. Возможность восстановления $\phi(1020)$ -мезонов в области промежуточных и больших поперечных импульсов ограничена только накопленной выборкой экспериментальных данных.

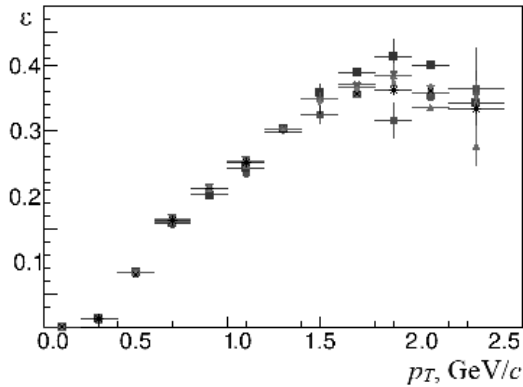


Рис. 3. Зависимость эффективности регистрации $\phi(1020)$ -мезонов (ε) в канале распада $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$ с помощью MPD от поперечного импульса пары противоположно заряженных каонов. Эффективность была вычислена для столкновений ядер висмута при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 9,2$ ГэВ для семи интервалов по центральности, %: 0 – 10 (*), 10 – 20 (♦), 20 – 30 (*), 30 – 40 (▼), 40 – 50 (▲), 50 – 60 (■) и 60 – 90 (•)

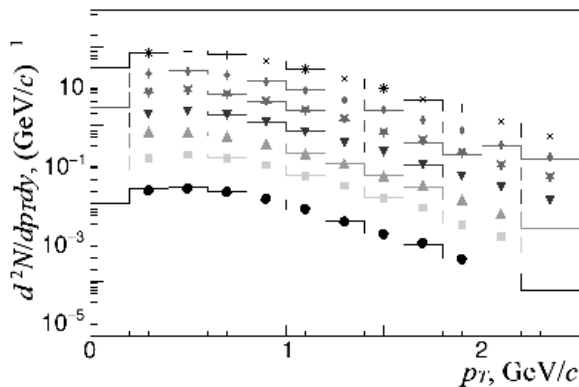


Рис. 4. Восстановленные спектры по поперечному импульсу (символы) и аналогичные спектры, первоначально сгенерированные генератором событий (линии) для $\phi(1020)$ -мезона в области быстрот $|y| < 0,5$.

Эти данные относятся к тем же столкновениям и энергии, для тех же интервалов центральности и символик, которые приведены на рис. 3. Для наглядности спектры показаны на одном графике, для чего они соответственно увеличены

Результаты расчетов

Дифференциальный выход, аналогично другим исследованиям рождения легких мезонов в столкновениях тяжелых ядер [24], был вычислен по следующей формуле:

$$\frac{d^2N}{dp_T dy} = \frac{N(p_T)}{N_{ev} \varepsilon(p_T) \Delta p_T \Delta y},$$

где p_T , ГэВ/с, – поперечный импульс $\phi(1020)$ -мезона; y – быстрота; $N(p_T)$ – выход $\phi(1020)$ -мезонов; $\varepsilon(p_T)$ – эффективность регистрации, учитывающая не только геометрический аксептанс экспериментальной установки MPD, но и вероятность распада по каналу $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$; N_{ev} – число анализируемых столкновений ядер висмута; Δp_T , ГэВ/с, – диапазон поперечных импульсов, в пределах которого определяется выход $\phi(1020)$ -мезона.

Полученные спектры по поперечному импульсу для $\phi(1020)$ -мезона показаны на рис. 4. Там же для сравнения представлены реальные спектры по поперечному импульсу $\phi(1020)$ -мезонов, сгенерированные генератором событий. Спектры получены для различных интервалов по центральности столкновений ядер висмута при энергии $\sqrt{s_{NN}} = 9,2$ ГэВ в области быстрот $|y| < 0,5$. Видно, что для спектров характерно подобие, что свидетельствует о правильности применения разработанной в работе методики анализа.

Полученная в работе оценка спектров по поперечному импульсу позволяет оценить размер выборки столкновений ядер висмута, необходимой для измерения свойств $\phi(1020)$ -мезона в исследуемом канале распада. Для измерения свойств $\phi(1020)$ -мезона в зависимости от поперечного импульса и центральности столкновений необходима выборка, превышающая 50 млн. столкновений ядер висмута.

Заключение

Таким образом, в статье представлены результаты исследования возможности измерения свойств $\phi(1020)$ -мезона в столкновениях ядер висмута при энергии 9,2 ГэВ с помощью экспериментальной установки MPD на ускорителе NICA. Исследование

выполнено путем моделирования распада $\phi(1020) \rightarrow K^+K^-$, при котором получены зависимости основных параметров процесса от поперечного импульса для различных интервалов по центральности столкновений ядер висмута в области быстрот от $-0,5$ до $0,5$. Показано, что накопление более 50 млн. столкновений ядер висмута позволит восстановить свойства $\phi(1020)$ -мезона с достаточно хорошей точностью для проведения исследования рождения $\phi(1020)$ -мезона в широкой области поперечных импульсов от $0,4$ до $2,5$ ГэВ/с и центральностей столкновений ядер висмута с интервалом 10 % для центральных и полупериферийных столкновений, а также с интервалом 30 % для периферийных.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Adhikary H., Adrich P. Search for a critical point of strongly-interacting matter in central 40Ar + 45Sc collisions at 13 A – 75 A GeV/c beam momentum // The European Physical Journal C. 2024. Vol. 84. No. 7. P. 741.
2. Aboona B. E., Adam J., Adams J. R., et al. (STAR Collaboration). Observation of directed flow of hypernuclei $\Lambda^3\text{H}$ and $\Lambda^4\text{H}$ in $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV Au + Au collisions at RHIC // Physical Review Letters. 2023. Vol. 130. No. 21. P. 212301.
3. Adam J., Adamová D., Aggarwal M. M., et al. (ALICE Collaboration). $K^*(892)^0$ and $\phi(1020)$ meson production at high transverse momentum in pp and Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV // Physical Review C. 2017. Vol. 95. No. 6. P. 064606.
4. Ablyazimov T., Abuhoza A., Adak R. P., et al. Challenges in QCD matter physics – The scientific programme of the compressed baryonic matter experiment at FAIR // The European Physical Journal A. 2017. Vol. 53. No. 3. P. 60.
5. Abgaryan V., Acevedo Kado R., Ivanishchev D., Kotov D., Malayev M. Status and initial physics performance studies of the MPD experiment at NICA // The European Physical Journal A. 2022. Vol. 58. No. 7. P. 140.
6. Acharya S., Adamová D., Adler A., et al. (ALICE Collaboration) Evidence of rescattering effect in Pb–Pb collisions at the LHC through production of $K^*(892)^0$ and $\phi(1020)$ mesons // Physics Letters B. 2020. Vol. 802. 10 March. P. 135225.
7. Riabov V. Short-lived resonances as probes of the medium produced in heavy-ion collisions // Particles. 2021. Vol. 4. No. 1. Pp. 1–10.
8. Abdallah M. S., Aboona B. E., Adam J., et al. (STAR Collaboration) K^{*0} production in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 7.7, 11.5, 14.5, 19.6, 27,$ and 39 GeV from the RHIC beam energy scan // Physical Review C. 2023. Vol. 107. No. 3. P. 034907.
9. Workman R. L., Burkert V. D., Crede V., et al. (Particle Data Group and others). Review of Particle Physics // Progress in Theoretical and Experimental Physics. 2022. Vol. 2022. No. 8. P. 083C01.
10. Abelev B., Adam J., Adamová D., et al. (ALICE Collaboration). $K^*(892)^0$ and $\phi(1020)$ production in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV // Physical Review C. 2015. Vol. 91. No. 2. P. 024609.
11. Adcox K., Adler S. S., Afanasiev S., et al. (PHENIX Collaboration). Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus–nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX Collaboration // Nuclear Physics A. 2005. Vol. 757. No. 1–2. Pp. 184 – 283.
12. Shor A., ϕ -Meson production as a probe of the Quark Gluon Plasma // Physical Review Letters. 1985. Vol. 54. No. 11. Pp. 1122–1125.
13. Adam J., Adamová D., Aggarwal M. M., et al. (ALICE Collaboration). Multi-strange baryon production in p –Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV // Physics Letters B. 2016. Vol. 758. 10 July. Pp. 389–401.
14. Fochler O., Vogel S., Bleicher M., Greiner C., Koch-Steinheimer P., Xu Z. Canonical strangeness suppression in microscopic transport models // Physical Review C. 2006. Vol. 74. No. 3. P. 034902.
15. Бердников Я. А., Иванищев Д. А., Котов Д. О., Рябов В. Г., Рябов Ю. Г. Рождение ϕ -мезонов в столкновениях релятивистских протонов, ядер меди и ядер золота при энергии 62,4 ГэВ // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2010. № 1 (94). С. 103–109.
16. Бердников Я. А., Иванищев Д. А., Котов Д. О., Рябов В. Г., Рябов Ю. Г. Рождение ϕ -мезонов в столкновениях ядер дейтерия и ядер золота при энергии 200 ГэВ // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2010. № 2 (98). С. 135–140.



17. Бердников Я. А., Иванищев Д. А., Котов Д. О., Рябов В. Г., Рябов Ю. Г. Рождение ϕ -мезонов в столкновениях ядер меди при энергии 200 ГэВ // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2009. № 4 (88). С. 57–62.
18. Adare A., Afanasiev S., Berdnikov Y., et al. (PHENIX Collaboration) Transverse energy production and charged-particle multiplicity at midrapidity in various systems from $\sqrt{s_{NN}} = 7.7$ to 200 GeV // Physical Review C. 2016. Vol. 93. No. 2. P. 024901.
19. Ivanishchev D., Kotov D., Malaev M., et al. Measurement of short-lived $\phi(1020)$ and $K^*(892)^0$ resonances in heavy-ion collisions at NICA energies using the MPD experiment // Journal of Physics: Conference Series. 2019. Vol. 1400. No. 5. P. 055051.
20. Ivanishchev D., Kotov D., Kryshen E., et al. Measurement of the neutral and charged $K^*(892)$ mesons in the MPD experiment at NICA // EPJ Web of Conferences. 2019. Vol. 222. 19 November. P. 02005.
21. Bleicher M., Zabrodin E., Spieles C., et al. Relativistic hadron-hadron collisions in the ultra-relativistic quantum molecular dynamics model // Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics. 1999. Vol. 25. No. 9. P. 1859–1896.
22. Ivanishchev D., Kotov D., Malaev M., Riabov V., Ryabov Yu. Resonance reconstruction in the MPD // Particles. 2021. Vol. 4. No. 1. Pp. 29–36.
23. Иванищев Д. А., Котов Д. О., Крышень Е. Л., Малаев М. В., Рябов В. Г. Адронные резонансы как пробники поздней адронной фазы в столкновениях тяжелых ионов при энергиях ускорителя NICA // Физика элементарных частиц и атомного ядра. 2023. Т. 54. № 3. С. 461–472.
24. Бердников Я. А., Иванищев Д. А., Котов Д. О., Рябов В. Г., Рябов Ю. Г. Рождение короткоживущих нейтральных каонов в столкновениях ядер дейтерия и золота при энергии 200 ГэВ // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2011. № 3 (129). С. 134–139.

REFERENCES

1. Adhikary H., Adrich P., Search for a critical point of strongly-interacting matter in central 40Ar + 45Sc collisions at 13 A – 75 A GeV/c beam momentum, Eur. Phys. J. C. 84 (7) (2024) 741.
2. Aboona B. E., Adam J., Adams J. R., et al. (STAR Collaboration), Observation of directed flow of hypernuclei $\Lambda^3\text{H}$ and $\Lambda^4\text{H}$ in $\sqrt{s_{NN}} = 3$ GeV Au + Au collisions at RHIC, Phys. Rev. Lett. 130 (21) (2023) 212301.
3. Adam J., Adamová D., Aggarwal M. M., et al. (ALICE Collaboration), $K^*(892)^0$ and $\phi(1020)$ meson production at high transverse momentum in pp and Pb–Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV, Phys. Rev. C. 95 (6) (2017) 064606.
4. Ablyazimov T., Abuhoza A., Adak R. P., et al., Challenges in QCD matter physics – The scientific programme of the compressed baryonic matter experiment at FAIR, Eur. Phys. J. A. 53 (3) (2017) 60.
5. Abgaryan V., Acevedo Kado R., Ivanishchev D., et al., Status and initial physics performance studies of the MPD experiment at NICA, Eur. Phys. J. A. 58 (7) (2022) 140.
6. Acharya S., Adamová D., Adler A., et al. (ALICE Collaboration), Evidence of rescattering effect in Pb–Pb collisions at the LHC through production of $K^*(892)^0$ and $\phi(1020)$ mesons, Phys. Lett. B. 802 (10 March) (2020) 135225.
7. Riabov V., Short-lived resonances as probes of the medium produced in heavy-ion collisions, Particles. 4 (1) (2021) 1–10.
8. Abdallah M. S., Aboona B. E., Adam J., et al. (STAR Collaboration), K^*0 production in Au + Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 7.7, 11.5, 14.5, 19.6, 27,$ and 39 GeV from the RHIC beam energy scan, Phys. Rev. C. 107 (3) (2023) 034907.
9. Workman R. L., Burkert V. D., Crede V., et al. (Particle Data Group and Others), Review of particle physics, Prog. Theor. Exp. Phys. 2022 (8) (2022) 083C01.
10. Abelev B., Adam J., Adamová D., et al. (ALICE Collaboration), $K^*(892)^0$ and $\phi(1020)$ production in Pb–Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV, Phys. Rev. C. 91 (2) (2015) 024609.
11. Adcox K., Adler S. S., Afanasiev S., et al. (PHENIX Collaboration), Formation of dense partonic matter in relativistic nucleus–nucleus collisions at RHIC: Experimental evaluation by the PHENIX Collaboration, Nucl. Phys. A. 757 (1–2) (2005) 184 – 283.

12. **Shor A.**, ϕ -Meson production as a probe of the Quark Gluon Plasma, Phys. Rev. Lett. 54 (11) (1985) 1122–1125.
13. **Adam J., Adamová D., Aggarwal M. M., et al.** (ALICE Collaboration), Multi-strange baryon production in p -Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV, Phys. Lett. B. 758 (10 July) (2016) 389–401.
14. **Fochler O., Vogel S., Bleicher M., et al.**, Canonical strangeness suppression in microscopic transport models, Phys. Rev. C. 74 (3) (2006) 034902.
15. **Berdnikov Ya. A., Ivanishchev D. A., Kotov D. O., et al.**, Phi-meson production in relativistic protons, copper nuclei and gold nuclei collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 62.4$ GeV, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. (1 (94)) (2010) 103–108 (in Russian).
16. **Berdnikov Ya. A., Ivanishchev D. A., Kotov D. O., et al.**, Phi-meson production in deuterium and gold nuclei collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. (2 (98)) (2010) 135–140 (in Russian).
17. **Berdnikov Ya. A., Ivanishchev D. A., Kotov D. O., et al.**, Phi-meson production in copper nuclei collisions at 200 GeV, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. (4 (88)) (2009) 57–62 (in Russian).
18. **Adare A., Afanasiev S., Berdnikov Y., et al.** (PHENIX Collaboration), Transverse energy production and charged-particle multiplicity at midrapidity in various systems from $\sqrt{s_{NN}} = 7.7$ to 200 GeV, Phys. Rev. C. 93 (2) (2016) 024901.
19. **Ivanishchev D., Kotov D., Malaev M., et al.**, Measurement of short-lived $\phi(1020)$ and $K^*(892)^0$ resonances in heavy-ion collisions at NICA energies using the MPD experiment, J. Phys. Conf. Ser. 1400 (5) (2019) 055051.
20. **Ivanishchev D., Kotov D., Kryshen E., et al.**, Measurement of the neutral and charged $K^*(892)$ mesons in the MPD experiment at NICA, EPJ Web Conf. 222 (19 Nov) (2019) 02005.
21. **Bleicher M., Zabrodin E., Spieles C., et al.**, Relativistic hadron-hadron collisions in the ultra-relativistic quantum molecular dynamics model, J. Phys. G. Nucl. Part. Phys. 25 (9) (1999) 1859–1896.
22. **Ivanishchev D., Kotov D., Malaev M., et al.**, Resonance reconstruction in the MPD, Particles. 4 (1) (2021) 29–36.
23. **Ivanishchev D. A., Kotov D. O., Kryshen E. L., et al.**, Hadronic resonances as probes of late hadronic phase in heavy-ion collisions at NICA energies, PEPAN. 54 (3) (2023) 461–472 (in Russian).
24. **Berdnikov Ya. A., Ivanishchev D. A., Kotov D. O., et al.**, K_s^* -mesons production in $d + Au$ collisions at center-of-mass energy of 200 GeV per nucleon pair, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. (3 (129)) (2011) 134–139 (in Russian).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

БЕРДНИКОВ Ярослав Александрович — доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы фундаментальных физических исследований Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

yberdnikov1947@gmail.com

ORCID: 0000-0003-0309-5917

ИВАНИЩЕВ Дмитрий Александрович — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Высшей школы фундаментальных физических исследований Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

ivanishchev_da@pnpi.nrcki.ru

ORCID: 0000-0003-3298-3702

КОТОВ Дмитрий Олегович — кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы фундаментальных физических исследований Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

Dmitriy.kotov@gmail.com

ORCID: 0000-0002-3395-0454



МАЛАЕВ Михаил Владимирович — кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Высшей школы фундаментальных физических исследований Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

Mmalayev@gmail.com

ORCID: 0009-0001-9974-0169

РЯБОВ Андрей Юрьевич — аспирант Петербургского института ядерной физики имени Б. П. Константинова НИЦ «Курчатовский институт», г. Гатчина Ленинградской области, Россия.

188300, Россия, Ленинградская область, г. Гатчина, микрорайон Орлова роща, 1

andrei.riabov@cern.ch

ORCID: 0009-0007-9874-9819

THE AUTHORS

BERDNIKOV Yaroslav A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

yberdnikov1947@gmail.com

ORCID: 0000-0003-0309-5917

IVANISHCHEV Dmitry A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

ivanishchev_da@pnpi.nrcki.ru

ORCID: 0000-0003-3298-3702

KOTOV Dmitry O.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

Dmitriy.kotov@gmail.com

ORCID: 0000-0002-3395-0454

MALAEV Mikhail V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

Mmalayev@gmail.com

ORCID: 0009-0001-9974-0169

RIABOV Andrei Yu.

Petersburg Nuclear Physics Institute named by B. P. Konstantinov of NRC «Kurchatov Institute»

1, Orlova Roshcha (Mcr.), Gatchina, Leningrad Region, 188300, Russia

andrei.riabov@cern.ch

ORCID: 0009-0007-9874-9819

Статья поступила в редакцию 16.11.2024. Одобрена после рецензирования 28.11.2024. Принята 28.11.2024.

Received 16.11.2024. Approved after reviewing 28.11.2024. Accepted 28.11.2024.

Научная статья

УДК 539.12

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM18112>

АСИММЕТРИИ ПРЯМЫХ ФОТОНОВ В ПРОДОЛЬНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ПРОТОН-ПРОТОННЫХ СТОЛКНОВЕНИЯХ ПРИ ЭНЕРГИИ 27 ГэВ

А. А. Лобанов , Я. А. Бердников

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,

Санкт-Петербург, Россия

 lobanov2.aa@edu.spbstu.ru

Аннотация. В работе рассмотрено применение генеративно-сопоставительной сети (ГСС) для предсказания рождения прямых фотонов при столкновении неполяризованных либо продольно-поляризованных протонов при энергии $\sqrt{s} = 27$ ГэВ. Установлено, что ГСС позволяет точно воспроизводить распределения физических характеристик рожденного прямого фотона. Показана возможность рассчитывать двойную продольную спиновую асимметрию A_{LL} , взяв за основу величины, предсказанные ГСС.

Ключевые слова: асимметрия, прямые фотоны, нейронная сеть, генеративно-сопоставительная сеть

Финансирование: Работа выполнена в рамках Государственного задания на проведение фундаментальных исследований (код темы FSEG-2024-0033).

Для цитирования: Лобанов А. А., Бердников Я. А. Асимметрии прямых фотонов в продольно-поляризованных протон-протонных столкновениях при энергии 27 ГэВ // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 142–148. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18112>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18112>

DIRECT PHOTON ASYMMETRIES IN THE LONGITUDINALLY POLARIZED PROTON-PROTON COLLISIONS AT AN ENERGY OF 27 GeV

A. A. Lobanov , Ya. A. Berdnikov

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

 lobanov2.aa@edu.spbstu.ru

Abstract. In this paper, we explore the potential of the generative-adversarial network (GAN) in order to predict the production of direct photons in the collision of unpolarized or longitudinally polarized protons at an energy of $\sqrt{s} = 27$ GeV. Our findings demonstrate that the GAN has been established to be capable of accurately reproducing the distributions of the physical characteristics of the produced direct photons. Moreover, the possibility to calculate the double longitudinal spin asymmetry of ALL was shown taking the values predicted by the GAN as a basis.

Keywords: asymmetry, direct photons, neural network, generative-adversarial network

Funding: The reported study was carried out within the framework of the State Assignment for Fundamental Research (Subject Code FSEG-2024-0033).



For citation: Lobanov A. A., Berdnikov Ya. A., Direct photon asymmetries in the longitudinally polarized proton-proton collisions at an energy of 27 GeV, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 142–148. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18112>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Формирование спина протона является одной из проблем современной физики, не имеющей исчерпывающего решения [1]. На данный момент отсутствует полное теоретическое описание вкладов кварков и глюонов в суммарный спин протона. В связи с этим необходимы эксперименты, которые бы позволили объяснить, как и при каких условиях формируется спин нуклонов [1].

Одним из таких экспериментов, возможно, станет использование детектора SPD (Spin Physics Detector), регистрирующего столкновение пучков на коллайдере NICA [1]. Согласно физической программе, планируется изучение вклада глюонов в спин протона [1]. Для описания этого вклада используют спиральные функции распределения глюона $\Delta g(x)$ [1].

При столкновении продольно-поляризованных протонов при рождении частиц возникает двойная продольная спиновая асимметрия (Double Longitudinal Spin Asymmetry (DLSA)). Исследования DLSA проводились в процессах рождения заряженных пионов [2], (J/ψ) -мезонов [3], струй (jets) [4]. Однако их описание осложняется тем, что требует использования моделей адронизации.

Для того чтобы избежать использования сложных моделей адронизации при изучении DLSA, можно использовать реакцию рождения прямых фотонов (direct photons) [5].

Однако при изучении прямых фотонов возникают другие затруднения. Во-первых, число таких фотонов невелико в каждом событии столкновения протонов [5]. Во-вторых, есть сложности с выделением прямых фотонов в событии, связанные с наличием других источников фотонов, например, после распада нейтрального пиона π^0 [5].

Одним из возможных подходов к устранению перечисленных проблем является применение генеративных методов машинного обучения [6]. С их помощью появляется возможность предсказывать рождение прямых фотонов в результате протон-протонных столкновений.

Особый интерес представляет возможность такого предсказания в случае столкновений поляризованных протонов. Если иметь прогноз относительно этих столкновений, как отмечено выше, то открывается доступ к спиральной функции распределения глюона $\Delta g(x)$.

Для вышеописанных задач целесообразно использовать генеративно-состязательную сеть (ГСС) [7]. Последняя ранее была нами использована для построения генератора событий глубоконеупругого лептон-протонного рассеяния и показала хорошие результаты [8].

Методика исследования

Предварительные замечания. Рассмотрим более подробно рождение прямых фотонов в столкновениях протонов. Прямыми называют фотоны, которые рождаются при рассеянии партонов. Наибольший вклад в общее сечение процесса рождения прямых фотонов дают два явления: комптоновское рассеяние $gq(\bar{q}) \rightarrow \gamma q(\bar{q})$ (наибольший вклад) и кварк-антикварковая аннигиляция $q\bar{q} \rightarrow \gamma g$ [5]. Что касается рождения двух прямых фотонов в конечном состоянии, например по реакции $gg \rightarrow \gamma\gamma$, то оно характеризуется вкладом в указанное сечение процесса на уровне одного процента [5].

В рамках теоремы о факторизации сечение процесса для прямых фотонов можно записать следующим образом [5]:

$$d\sigma_{AB \rightarrow \gamma X} = \sum_{a,b=q\bar{q},g} \int dx_a dx_b f_a^A(x_a, Q^2) f_b^B(x_b, Q^2) d\sigma_{ab \rightarrow \gamma X}(x_a, x_b, Q^2), \quad (1)$$

где f_a^A, f_b^B – функции распределения партонов для адронов A и B ; x_a, x_b – доли импульсов адрона A либо B , которую несет партон a либо b ; Q^2 – квадрат 4-импульса переданного импульса в процессе рассеяния партонов a и b ; $\sigma_{ab \rightarrow \gamma X}(x_a, x_b, Q^2)$ – сечение рассеяния партонов a и b , которое можно рассчитать в рамках квантовой хромодинамики [5].

В случае столкновения продольно-поляризованных протонов $p \rightarrow p^{(\leftarrow)}$ DLSA определяется как

$$A_{LL} = \frac{d\Delta\sigma}{d\sigma}, \quad (2)$$

где $\Delta\sigma$ – сечение рождения при столкновении продольно-поляризованных протонов; σ – сечение рождения в случае столкновения неполяризованных протонов.

Сечение рождения прямых фотонов $d\Delta\sigma$ в случае столкновения поляризованных протонов описывается с помощью PDF, но уже для поляризованных партонов [5]. На основе этих функций, аналогично выражению (1), сечение рождения прямых фотонов запишется как

$$d\Delta\sigma_{AB \rightarrow \gamma X} = \sum_{a,b=q\bar{q},g} \int dx_a dx_b \Delta f_a^A(x_a, Q^2) \Delta f_b^B(x_b, Q^2) d\Delta\sigma_{ab \rightarrow \gamma X}(x_a, x_b, Q^2), \quad (3)$$

где $\Delta f_a^A, \Delta f_b^B$ – функции распределения поляризованных партонов для адронов A и B ; $\Delta\sigma_{ab \rightarrow \gamma X}(x_a, x_b, Q^2)$ – сечение рассеяния поляризованных партонов a и b [5].

Описание методики. Для получения данных применялся генератор Монте-Карло PYTHIA8 [9]. Использование моделирования продиктовано отсутствием экспериментальных данных, так как на данный момент SPD находится еще на этапе строительства.

Для изучения реакции рождения прямых фотонов были использованы следующие параметры PYTHIA8;

PromptPhoton: qg2qgamma = on,

PromptPhoton: qqbar2ggamma = on,

MultipartonInteractions: pT0Ref = 2.2.

При расчете столкновений неполяризованных протонов использовался PDF NNPDF31_nlo_as_0118 [10].

При расчете столкновений поляризованных протонов был использован PDF NNPDFpol11_100 [11]. Этот PDF был измерен для продольно-поляризованных протон-протонных столкновений $p \rightarrow p^{(\leftarrow)}$. Включение его в расчет PYTHIA8 позволяет учитывать вклад от поляризации протонов, что ранее применялось, например, в работе [3].

Были сгенерированы выборки по 500 тыс. столкновений протонов с использованием генератора PYTHIA8, настроенного с вышеописанными параметрами как с неполяризованным PDF (NNPDF31_nlo_as_0118), так и с поляризованным PDF (PDFpol11_100). Оба расчета проводились при энергии центра масс $\sqrt{s} = 27$ ГэВ.

Из сгенерированных выборок получены следующие величины:

p_{zq1}, p_{zq2} – z -компоненты импульса первого и второго партонов, взаимодействие которых рождает фотон;

p_x^-, p_y^- и p_z^- -компоненты импульса рожденного прямого фотона.

Выбор такой совокупности величин обусловлен ее достаточностью для кинематического описания столкновения и расчета асимметрии A_{LL} по формуле (3). Использование только z -компонент импульса партонов продиктовано нулевыми значениями остальных компонент (x - и y -) в системе центра масс протонов, сталкивающихся вдоль оси z .

При обучении нейронной сети был использован другой набор величин, а именно

$$T(p_{zq1}) = \ln(p_{zq1}), T(p_{zq2}) = \ln(-p_{zq2}), p_x, p_y, p_z.$$

Преобразованные величины $T(p_{zq1})$ и $T(p_{zq2})$ применяются потому, что после преобразований распределение величин становится более гладким и оказывается ближе к нормальному распределению. Указанная особенность положительно сказывается на обучении ГСС [8].

Формирование архитектуры ГСС осуществлялось на основе результатов, достигнутых нами в работе [8]. Использовался тип ГСС с функцией потерь вида, характерного для метода наименьших квадратов [12].

Процесс обучения ГСС длился 1 тыс. эпох. Величина батча была выбрана равной 500. RMSProp [13] использовался в качестве оптимизатора градиентного спуска, шаги



обучения для генератора и дискриминатора составляли $2 \cdot 10^{-4}$ и 10^{-4} , соответственно.

Архитектура генератора в ГСС основана на обработке 128-мерного вектора, элементы которого распределены по нормальному закону с нулевым средним и единичным стандартным отклонениями. Этот вектор дополняется информацией о типе поляризации события, что позволяет генератору предсказывать данные с нужной поляризацией. Генератор обладает семью скрытыми слоями, каждый из которых содержит 512 нейронов. В качестве активационной функции в каждом слое применяется функция "Leaky ReLU" с коэффициентом 0,2 [14]. На выходе генератора находится шесть нейронов, каждый из которых соответствует определенной физической величине: $T(p_{zq1})$, $T(p_{zq2})$, p_x , p_y , p_z .

Дискриминатор принимает в свою очередь на вход данные, предсказанные генератором, и информацию о типе поляризации. Архитектура дискриминатора аналогична архитектуре генератора, но с добавлением нормализации спектра (Spectral Normalization) для каждого скрытого слоя [14]. Выход дискриминатора представляет собой единственный нейрон с линейной функцией активации.

Результаты моделирования

На рис. 1 представлены результаты моделирования РYTHIA8 и предсказания ГСС для распределений импульсов партонов p_{zq1} и p_{zq2} , а также прямых фотонов $p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}$ и p_z при столкновениях между неполяризованными и между продольно-поляризованными протонами с энергией центра масс $\sqrt{s} = 27$ ГэВ. Импульсы выражены в единицах ГэВ/ c^2 . По вертикальным осям отложена множественность (Multiplicity), которая определяется как количество отсчетов в каждой бине гистограммы, нормированное на общее число событий. Для каждой гистограммы приведены отношения предсказаний ГСС к РYTHIA8 (GAN/PYT). Кроме того, в качестве численной

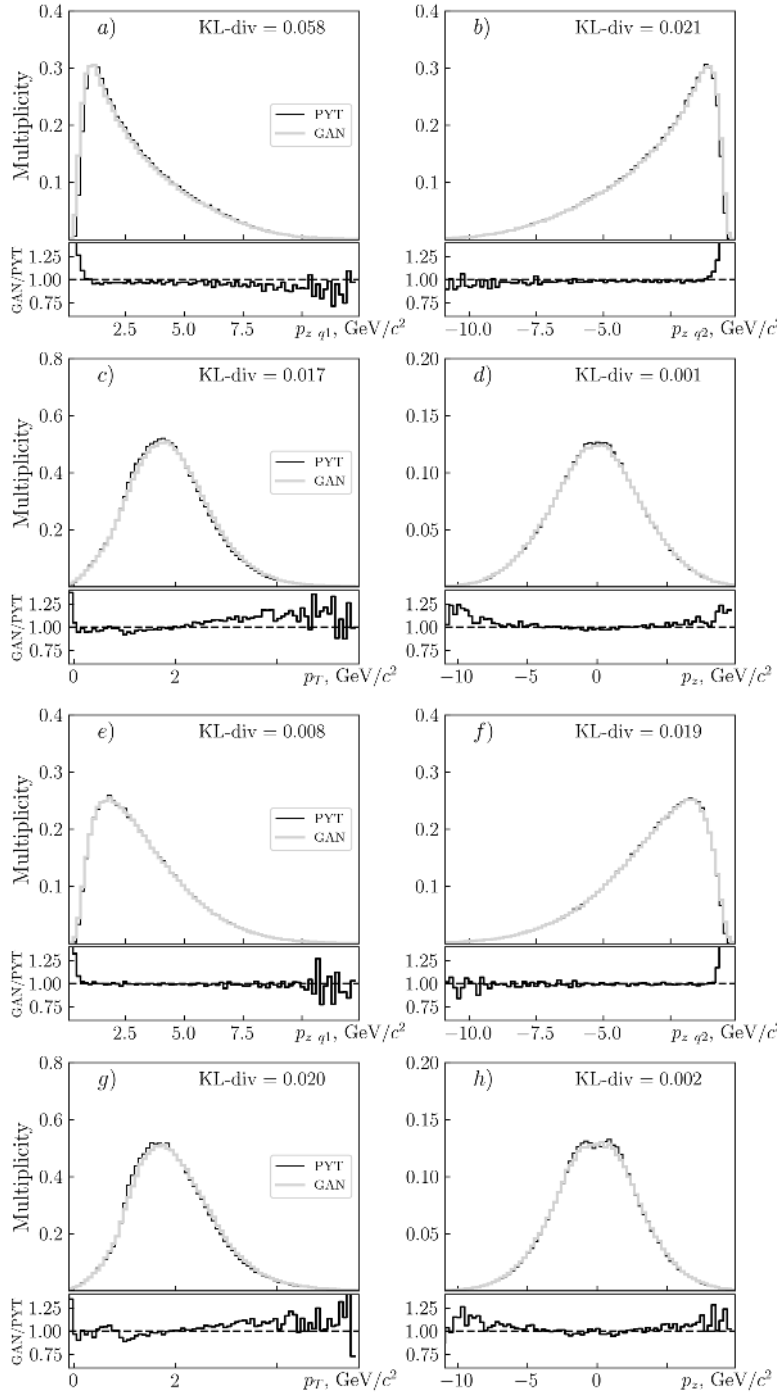


Рис. 1. Сравнение результатов предсказаний ГСС и моделирования с помощью РYTHIA8 (серые и черные кривые, соответственно) для импульсов партонов p_{zq1} и p_{zq2} (a, b, e, f) и прямых фотонов p_T и p_z (c, d, g, h) для случаев неполяризованных (a – d) и продольно-поляризованных (e – h) протонов

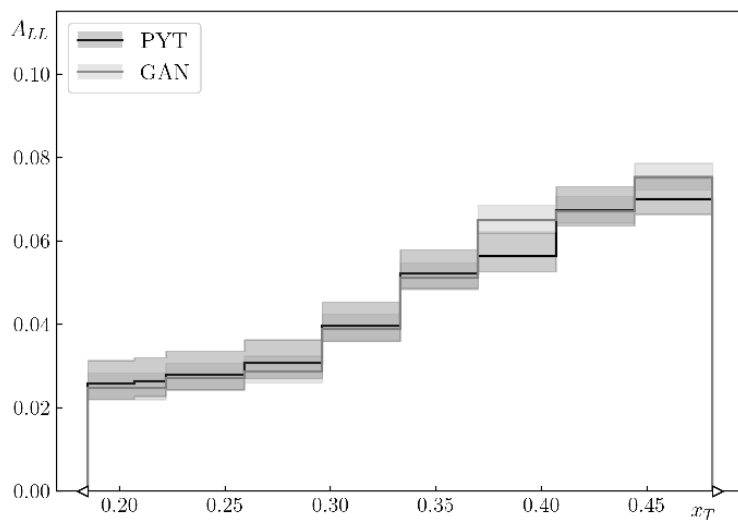


Рис. 2. График зависимости асимметрий A_{LL} от доли импульса x_T прямого фотона при столкновении продольно-поляризованных протонов, при энергии центра масс $\sqrt{s} = 27$ ГэВ.

Закрашенная область отражает неопределенность, связанную с выбором масштаба сильного взаимодействия $(p_T/2)^2 < Q^2 < (2p_T)^2$. Данные получены с помощью ГСС и PYTHIA8 (кривые серого и черного цветов, соответственно)

основе предсказания ГСС и моделирования с помощью PYTHIA8. Из этого рисунка следует, что предсказания ГСС позволяют получать значения асимметрий A_{LL} , совпадающие со значениями PYTHIA8 с точностью до неопределенностей. Эти неопределенности связаны с выбором масштаба сильного взаимодействия в диапазоне $(p_T/2)^2 < Q^2 < (2p_T)^2$.

Заключение

В работе рассмотрено применение генеративно-сопоставительной сети (ГСС) для предсказания характеристик рожденного прямого фотона в столкновении протонов при энергии центра масс $\sqrt{s} = 27$ ГэВ.

Установлено, что разработанная модель ГСС обладает высокой точностью в предсказании компонент импульса прямого фотона, а также p_z -компонент импульса партонов, которые породили прямой фотон при своих взаимодействиях в случаях столкновения как неполяризованных ($p + p$), так и продольно-поляризованных ($p \rightarrow p^{(\leftarrow)}$) протонов.

Кроме того, показано, что на основе предсказаний ГСС можно точно предсказывать значения двойной продольной спиновой асимметрии A_{LL} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Arbuzov A., Bacchetta A., Butenschoen M., et al. On the physics potential to study the gluon content of proton and deuteron at NICA SPD // Progress in Particle and Nuclear Physics. 2021. Vol. 119. July. P. 103858.
2. Acharya U., Adare A., Aidala C., et al. (PHENIX Collaboration), Measurement of charged pion double spin asymmetries at midrapidity in longitudinally polarized $p + p$ collisions at $\sqrt{s} = 510$ GeV // Physical Review D. 2020. Vol. 102. No. 3. P. 032001.
3. Adare A., Aidala C., Ajitanand N. N., et al. (PHENIX Collaboration), Measurements of double-helicity asymmetries in inclusive J/ψ production in longitudinally polarized $p + p$ collisions at $\sqrt{s} = 510$ GeV // Physical Review D. 2016. Vol. 94. No. 11. P. 112008.
4. Djawotho P. and (for the STAR Collaboration). Gluon polarization and jet production at STAR // Journal of Physics: Conference Series. 2011. Vol. 295. P. 012061.

оценки сходства распределений величин представлены значения расстояния Кульбака — Лейблера (KL-div) [16] для каждого распределения.

Сравнение результатов моделирования и предсказания ГСС показывает, что распределения, полученные с помощью ГСС, практически не отличаются от результатов моделирования PYTHIA8, о чем свидетельствуют графики отношений предсказаний ГСС и PYTHIA8. Что же касается случая продольно-поляризованных протон-протонных столкновений, то и для него не нарушаются предсказания ГСС.

На рис. 2 представлена зависимость асимметрий A_{LL} (получена по формуле (2)) от доли импульса $x_T = \frac{2p_T}{\sqrt{s}}$ пря-

мого фотона, рассчитанных на



5. Guskov A. and on behalf of the SPD working group. Physics with prompt photons at SPD // Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1435. P. 012035.
6. Harshvardhan G. M., Mahendra K. G., Manjusha P., Siddharth S. R. A comprehensive survey and analysis of generative models in machine learning // Computer Science Review. 2020. Vol. 38. November. P. 100285.
7. Goodfellow I., Pouget-Abadie J., Mirza M., Xu B., Warde-Farley D., Ozair S., Courville A., Bengio Y. Generative adversarial networks // Communications of the ACM. 2020. Vol. 63. No. 11. Pp. 139–144.
8. Лобанов А. А., Бердников Я. А., Музязев Е. В. Генеративно-состязательная сеть как основа генератора полуинклюзивного глубоконеупругого рассеяния лептона на поляризованном протоне // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2024. Т. 17. № 1. С 93–102.
9. Sjöstrand T., Mrenna S., Skands P. A brief introduction to PYTHIA 8.1 // Computer Physics Communications. 2008. Vol. 178. No. 11. Pp. 852–867.
10. Ball R. D., Bertone V., Carrazza S., et al. Parton distributions from high-precision collider data // The European Physical Journal C. 2017. Vol. 77. 04 October. P. 663.
11. Nocera E. R., Ball R. D., Forte S., Ridolfi G., Rojo J. A first unbiased global determination of polarized PDFs and their uncertainties // Nuclear Physics B. 2014. Vol. 887. October. Pp. 276–308.
12. Mao X., Li Q., Xie H., Lau R. Y. K., Wang Zh., Smolley S. P. On the effectiveness of least squares generative adversarial networks // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. 2019. Vol. 41. No. 12. Pp. 2947–2960.
13. Xu D., Zhang Sh., Zhang H., Mandic D. P. Convergence of the RMSProp deep learning method with penalty for nonconvex optimization // Neural Networks. 2021. Vol. 139. July. Pp. 17–23.
14. Sharma O. A new activation function for deep neural network // Proceedings of the International Conference on Machine Learning, Big Data, Cloud and Parallel Computing (COMITCon). IEEE, Faridabad, India, February 14–16, 2019. Pp. 84–86.
15. Miyato T., Kataoka T., Koyama M., Yoshida Y. Spectral normalization for Generative Adversarial Networks. arXiv: 1802.05957/v1, 2018. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1802.05957>.
16. Shlens J. Notes on Kullback – Leibler divergence and likelihood. arXiv: 1404.2000, 2014. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1404.2000>.

REFERENCES

1. Arbuzov A., Bacchetta A., Butenschoen M., et al., On the physics potential to study the gluon content of proton and deuteron at NICA SPD, Progr. Part. Nucl. Phys. 119 (July) (2021) 103858.
2. Acharya U., Adare A., Aidala C., et al. (PHENIX Collaboration), Measurement of charged pion double spin asymmetries at midrapidity in longitudinally polarized $p + p$ collisions at $\sqrt{s} = 510$ GeV, Phys. Rev. D. 102 (3) (2020) 032001.
3. Adare A., Aidala C., Ajitanand N. N., et al. (PHENIX Collaboration), Measurements of double-helicity asymmetries in inclusive J/ψ production in longitudinally polarized $p + p$ collisions at $\sqrt{s} = 510$ GeV, Phys. Rev. D. 94 (11) (2016) 112008.
4. Djawotho P. and (for the STAR Collaboration), Gluon polarization and jet production at STAR, J. Phys. Conf. Ser. 295 (2011) 012061.
5. Guskov A. and on behalf of the SPD working group. Physics with prompt photons at SPD, J. Phys. Conf. Ser. 1435 (2020) 012035.
6. Harshvardhan G. M., Mahendra K. G., Manjusha P., Siddharth S. R., A comprehensive survey and analysis of generative models in machine learning, Comp. Sci. Rev. 38 (Nov) (2020) 100285.
7. Goodfellow I., Pouget-Abadie J., Mirza M., et al., Generative adversarial networks, Commun. ACM. 63 (11) (2020) 139–144.
8. Lobanov A. A., Berdnikov Ya. A., Muzyaev E. V., A generative adversarial network as the basis for a semi-inclusive deep inelastic lepton scattering generator on a polarized proton, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 17 (1) (2024) 93–102 (in Russian).
9. Sjöstrand T., Mrenna S., Skands P., A brief introduction to PYTHIA 8.1, Comput. Phys. Commun. 178 (11) (2008) 852–867.
10. Ball R. D., Bertone V., Carrazza S., et al., Parton distributions from high-precision collider data, Eur. Phys. J. C. 77 (04 Oct) (2017) 663.

11. Nocera E. R., Ball R. D., Forte S., et al., A first unbiased global determination of polarized PDFs and their uncertainties, Nucl. Phys. B. 887 (Oct) (2014) 276–308.
12. Mao X., Li Q., Xie H., et al., On the effectiveness of least squares generative adversarial networks, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. 41 (12) (2019) 2947–2960.
13. Xu D., Zhang Sh., Zhang H., Mandic D. P., Convergence of the RMSProp deep learning method with penalty for nonconvex optimization, Neur. Net. 139 (July) (2021) 17–23.
14. Sharma O., A new activation function for deep neural network, Proc. Int. Conf. Machine Learn., Big Data, Cloud and Parallel Comput. (COMITCon). IEEE, Faridabad, India, Febr. 14–16 (2019) 84–86.
15. Miyato T., Kataoka T., Koyama M., Yoshida Y., Spectral normalization for Generative Adversarial Networks, arXiv: 1802.05 957/v1, 2018. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1802.05957>.
16. Shlens J., Notes on Kullback – Leibler divergence and likelihood, arXiv: 1404.2000, 2014. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1404.2000>.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ЛОБАНОВ Андрей Александрович — студент Физико-механического института Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
lobanov2.aa@edu.spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-8910-4775

БЕРДНИКОВ Ярослав Александрович — доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы фундаментальных физических исследований Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
berdnikov@spbstu.ru
ORCID: 0000-0003-0309-5917

THE AUTHORS

LOBANOV Andrey A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
lobanov2.aa@edu.spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-8910-4775

BERDNIKOV Yaroslav A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
berdnikov@spbstu.ru
ORCID: 0000-0003-0309-5917

Статья поступила в редакцию 25.07.2024. Одобрена после рецензирования 07.08.2024. Принята 07.08.2024.

Received 25.07.2024. Approved after reviewing 07.08.2024. Accepted 07.08.2024.

Механика

Научная статья

УДК 539.3

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18113>

НЕСТАЦИОНАРНАЯ ДИНАМИКА АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ ЧОУ, СВЯЗАННОЙ С УПРУГО-ИНЕРЦИОННЫМ ОСНОВАНИЕМ

Д. О. Сердюк ¹, А. В. Земсков ^{1,2} , А. Ю. Ершов ¹

¹ Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
Москва, Россия;

² Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия
 azemskov1975@mail.ru

Аннотация. В работе исследована нестационарная динамика тонкой упругой анизотропной неограниченной пластины Чоу, связанной с упруго-инерционным основанием. Рассмотрена модель анизотропии, в которой упругая среда имеет одну плоскость симметрии, геометрически совпадающую со срединной плоскостью пластины. Основание пластины характеризуется его коэффициентом жесткости и массовым коэффициентом. Постановка задачи включает уравнения движения в перемещениях, начальные условия и условия на бесконечности. Решение задачи построено с применением метода фундаментальных решений и интегральных преобразований Фурье по пространственным координатам и Лапласа по времени. Оригиналы по Фурье найдены численно с применением метода интегрирования быстро осциллирующих функций. Приведен пример расчета.

Ключевые слова: фундаментальное решение, анизотропный материал, пластина Чоу, нестационарное возмущение, интегральное преобразование

Финансирование: Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 23-21-00189).

Для цитирования: Сердюк Д. О., Земсков А. В., Ершова А. Ю. Нестационарная динамика анизотропной пластины Чоу, связанной с упруго-инерционным основанием // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 149–162. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18113>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18113>

TRANSIENT DYNAMICS OF AN ANISOTROPIC CHOW PLATE MOUNTED ON AN ELASTIC-INERTIAL BASE

D. O. Serdyuk ¹, A. V. Zemskov ^{1,2} , A. Yu. Ershova ¹

¹ Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia;

² Institute of Mechanics, Lomonosov State University, Moscow, Russia
 azemskov1975@mail.ru

Abstract. In the paper, the unsteady dynamics of a thin elastic anisotropic unbounded Chow plate mounted on an elastic-inertial base has been studied. An anisotropy model where the elastic medium had one plane of symmetry geometrically coinciding with the median plane of the plate was considered. The base was specified by its stiffness coefficient and mass one. The problem statement included equations of motion in displacements, initial conditions and those

of infinity. The solution of the problem was constructed using the method of fundamental solutions and integral Fourier transforms in spatial coordinates and Laplace ones in time. The Fourier originals were found numerically using the method of integrating rapidly oscillating functions. An example of the calculation was given.

Keywords: fundamental solution, anisotropic material, Chow plate, transient waves, integral transformation

Funding: The reported study was funded by Russian Science Foundation (Project No. 23-21-00189).

For citation: Serdyuk D. O., Zemskov A. V., Ershova A. Yu., Transient dynamics of an anisotropic Chow plate mounted on an elastic-inertial base, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 149–162. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18113>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Тонкостенные конструкции, в том числе пластины, относятся к числу конструктивных элементов, которые широко применяются в самых разных отраслях промышленности.

Легкость и рациональность форм, присущие таким конструкциям, сочетаются с их высокой технологичностью. Для их производства часто используются уже хорошо зарекомендовавшая себя технология листового проката [1, 2]. Развиваются и аддитивные технологии [3 – 5]. Для создания композиционных материалов исследуется возможность внедрения нитей сложной структуры [6], в том числе для производства материалов с пространственным армированием. Обращение к подобным технологиям приводит к целенаправленному или, как в случае технологии листового проката, побочному производству пластин, обладающих анизотропией свойств материала, включая конструктивную.

Необходимость в таких конструктивных решениях возникает в наукоемких отраслях, например в авиакосмической промышленности. Это, в свою очередь, стимулирует разработку соответствующих математических моделей и подходов к их решению при проектировании новых агрегатов. Несмотря на установившийся характер нагрузок в технических системах (циклические, статические), при моделировании импульсных или ударных воздействий необходимо пользоваться методами нестационарной динамики.

На этом пути решение соответствующих начально-краевых задач сопряжено с немалыми математическими трудностями, поскольку искомые результаты зависят не только от пространственных координат, но и от времени. При этом далеко не всегда имеется возможность воспользоваться процедурой разделения переменных, что существенно осложняет выполнение преобразования Лапласа как основного инструмента решения нестационарных задач.

Наиболее основательные исследования в области нестационарной динамики пластин начали проводиться во второй половины XX века, что существенным образом инициировано развитием вычислительной техники. В работах Т. С. Чоу [7, 8] были получены динамические уравнения ортотропных многослойных пластин на основе концепций балочной теории Тимошенко, которые учитывают эффекты поперечного сдвига и инерции вращения. К. Э. Фельстрём и О. Линдблом провели экспериментальные и теоретические исследования характера распространения нестационарных волн нормальных перемещений в изотропных, ортотропных и анизотропных пластинах для случая действия ударной нагрузки [9 – 11]. Ю. Микловиц в своих работах [12, 13] исследовал процессы распространения нестационарных изгибных волн в неограниченных изотропных пластинах и продольных волн в анизотропных пластинах. К. Дарос в своей работе [14] представил динамическое фундаментальное решение для анизотропных пластин Кирхгофа. В работах [15 – 21] методом конечных элементов проведены исследования нестационарной динамики анизотропных, трехслойных и многослойных пластин при ударных нагрузках и контактном воздействии.



Представленный краткий обзор охватывает широкий спектр подходов к исследованию нестационарных процессов в анизотропных пластинах. В современных исследованиях заметна тенденция к преобладающему применению численных процедур, основанных на применении методов конечных разностей, конечных и граничных элементов. При этом практически отсутствуют работы, посвященные разработке аналитических методов решения задач нестационарной динамики пластин. Между тем, именно аналитические решения позволяют выполнять полноценные параметрические исследования напряженно-деформированного состояния пластины в зависимости от характера нагрузки и физических свойств материала.

Следует также отметить достаточно большое разнообразие существующих моделей пластин — от наиболее простых, основанных на гипотезах Кирхгофа, до более сложных, типа Тимошенко, которые учитывают, в отличие от первых, сдвиговые деформации.

Теория пластин Чоу представляет собой некий промежуточный вариант, сочетающий в себе простоту модели Кирхгофа и возможность учета при этом сдвиговых деформаций.

В данной работе решена аналитически новая нестационарная задача теории упругости, а именно — найдены новые фундаментальные решения для нормального перемещения анизотропной пластины Чоу [7]. Достоверность теории пластины Чоу проверена экспериментально [9].

Постановка задачи

В прямоугольной системе координат $Ox_1x_2x_3$ исследуется нестационарная динамика неограниченной упругой пластины Чоу, связанной с упруго-инерционным основанием и находящейся под действием нестационарного давления $p(x_1, x_2, t)$ (рис. 1). Срединная плоскость пластины совпадает с плоскостью Ox_1x_2 .

Пластина имеет постоянную толщину. Основание характеризуется двумя параметрами: жесткостью c и массовым коэффициентом m_f .

Уравнения движения анизотропной пластины Чоу, находящейся под действием распределенной поверхностной нагрузки $p(x_1, x_2, t)$, имеют следующий вид [7, 8]:

$$\begin{aligned} \rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} (w_b + w_s) &= hK_2 (w_s) + p - c (w_b + w_s) - m_f \frac{\partial^2}{\partial t^2} (w_b + w_s), \\ \rho I \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 w_b}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w_b}{\partial x_2^2} \right) &= IK_1 (w_b) + hK_2 (w_s), \end{aligned} \quad (1)$$

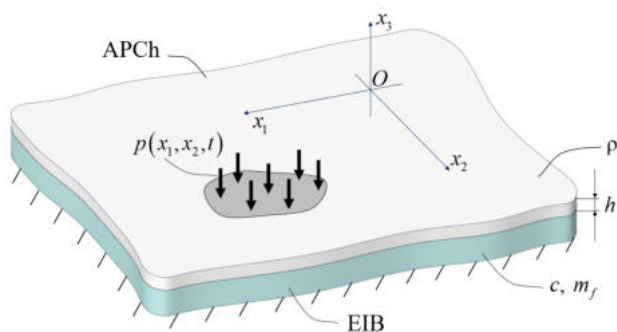


Рис. 1. Постановка задачи: неограниченная упругая анизотропная пластина Чоу (APCh) толщиной h связана с упруго-инерционным основанием (EIB) и подвергается нестационарному давлению $p(x_1, x_2, t)$; ρ — плотность материала APCh; c, m_f — жесткость и массовый коэффициент EIB

где p , Па, — нагрузка; ρ , кг/м³, — плотность материала пластины; h , м, — ее толщина; c , Па/м, — жесткость основания; m_f , кг/м², — его массовый коэффициент; w_b, w_s , м, — нормальные перемещения, вызванные изгибом и сдвигом пластины, соответственно; I , м³, — погонный момент инерции, $I = h^3/12$; K_1, K_2 — дифференциальные операторы уравнений движения.

Рассмотрена упругая среда с одной плоскостью симметрии. Эта плоскость геометрически совпадает со срединной плоскостью пластины Ox_1x_2 . В этом случае физические характеристики упругой среды характеризуются восемью компонентами тензора упругих постоянных:

$$c_{11}, c_{12}, c_{16}, c_{22}, c_{26}, c_{44}, c_{55}, c_{66},$$

и они входят в выражения для K_1 и K_2 :

$$K_1 = c_{11} \frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + c_{22} \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} + 2(c_{12} + 2c_{66}) \frac{\partial^4}{\partial x_1^2 \partial x_2^2} + 4c_{16} \frac{\partial^4}{\partial x_1^3 \partial x_2} + 4c_{26} \frac{\partial^4}{\partial x_1 \partial x_2^3},$$

$$K_2 = c_{55} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + c_{44} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}.$$
(2)

Полное нормальное перемещение пластины Чоу определяется суммой нормальных перемещений, вызванных как ее изгибом, так и ее сдвигом:

$$w(x_1, x_2, t) = w_b(x_1, x_2, t) + w_s(x_1, x_2, t);$$

это особенность данной модели и отличает ее, в частности, от моделей пластин Кирхгофа и Тимошенко.

В предположении неограниченности пластины уравнения (1) дополняются условиями ограниченности искомых полей на бесконечности и нулевыми начальными условиями, которые означают, что пластина в начальный момент времени находится в невозмущенном состоянии:

$$w_b|_{t=0} = \frac{\partial w_b}{\partial t} \Big|_{t=0} = w_s|_{t=0} = \frac{\partial w_s}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0,$$

$$\lim_{r \rightarrow \infty} w_b(x_1, x_2, t) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} w_s(x_1, x_2, t) = 0, \quad r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}.$$
(3)

Фундаментальные решения

Решение задачи (1) – (3) построено с применением метода фундаментальных решений (функций Грина, функций влияния):

$$w(x_1, x_2, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^t G_b(x_1 - \xi, x_2 - \zeta, t - \tau) p(\xi, \zeta, \tau) d\tau d\zeta d\xi +$$

$$+ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^t G_s(x_1 - \xi, x_2 - \zeta, t - \tau) p(\xi, \zeta, \tau) d\tau d\zeta d\xi,$$
(4)

где $G_b(x_1, x_2, t)$, $G_s(x_1, x_2, t)$, с/кг, – фундаментальные решения (функции Грина) для нормальных перемещений, вызванных изгибом и сдвигом пластины, соответственно.

Постановка задачи о фундаментальных решениях следует из уравнений движения, начальных условий и условий ограниченности решения на бесконечности (1) – (3), где в качестве нагрузки выступает дельта-функция Дирака $\delta(x_1, x_2)\delta(t)$:

$$\rho h \frac{\partial^2}{\partial t^2} (G_b + G_s) = h K_2 (G_s) + \delta(x_1, x_2) \delta(t) - c (G_b + G_s) - m_f \frac{\partial^2}{\partial t^2} (G_b + G_s),$$

$$\rho I \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial^2 G_b}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 G_b}{\partial x_2^2} \right) = I K_1 (G_b) + h K_2 (G_s),$$
(5)

$$G_b|_{t=0} = \frac{\partial G_b}{\partial t} \Big|_{t=0} = G_s|_{t=0} = \frac{\partial G_s}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0,$$
(6)

$$\lim_{r \rightarrow \infty} G_b(x_1, x_2, t) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} G_s(x_1, x_2, t) = 0, \quad r = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}.$$

Решение задачи (5), (6) построено с применением прямых и обратных интегральных преобразований Фурье по пространственным координатам x_1, x_2 и Лапласа по времени t [22]:

$$\mathbf{A}\mathbf{g}^{FL} = \mathbf{q}^{FL},$$

$$\mathbf{g}^{FL} = (G_b^{LF}, G_s^{LF})^T, \quad \mathbf{q}^{FL} = (q^{FL}, 0)^T, \quad q^{FL} = 1/(\rho h + m_f),$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} s^2 + \frac{c}{\rho h + m_f} & s^2 + \frac{hQ_1 + c}{\rho h + m_f} \\ -s^2 Q_2 - \frac{Q_3}{\rho} & \frac{12Q_1}{\rho h^2} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$Q_1 = Q_1(q_1, q_2) = c_{55}q_1^2 + c_{44}q_2^2, \quad Q_2 = Q_2(q_1, q_2) = q_1^2 + q_2^2,$$

$$Q_3 = Q_3(q_1, q_2) = c_{11}q_1^4 + c_{22}q_2^4 + 2(c_{12} + 2c_{66})q_1^2q_2^2 + 4c_{16}q_1^3q_2 + 4c_{26}q_1q_2^3,$$

где

$$\begin{Bmatrix} G_b^{LF}(q_1, q_2, s) \\ G_s^{LF}(q_1, q_2, s) \end{Bmatrix} = \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty \int_{-\infty}^\infty \begin{Bmatrix} G_b(x_1, x_2, t) \\ G_s(x_1, x_2, t) \end{Bmatrix} e^{-i(q_1x_1 + q_2x_2) - s\tau} dx_1 dx_2 dt.$$

Решение системы (7) имеет вид

$$G_b^{LF} = \frac{1}{\rho h + m_f} \frac{R_1}{s^4 + R_3s^2 + R_4}, \quad G_s^{LF} = \frac{1}{\rho h + m_f} \frac{s^2 + R_2}{s^4 + R_3s^2 + R_4}; \quad (8)$$

$$R_1 = R_1(q_1, q_2) = \frac{12Q_1}{Q_2\rho h^2}, \quad R_2 = R_2(q_1, q_2) = \frac{Q_3}{Q_2\rho}, \quad (9)$$

$$R_3 = R_3(q_1, q_2) = R_1 + R_2 + \frac{Q_1h + c}{\rho h + m_f}, \quad R_4 = R_4(q_1, q_2) = \frac{c(R_1 + R_2) + Q_1hR_2}{\rho h + m_f}.$$

Корни знаменателя в решении (8) находятся по формулам

$$s_{1,2} = \pm i\alpha, \quad s_{3,4} = \pm i\beta, \quad \alpha = \alpha(q_1, q_2) = \sqrt{\frac{R_3 - \sqrt{D}}{2}},$$

$$\beta = \beta(q_1, q_2) = \sqrt{\frac{R_3 + \sqrt{D}}{2}}, \quad D = R_3^2 - 4R_4, \quad \sqrt{D} < R_3.$$

Оригиналы по Лапласу фундаментальных решений (8) строятся аналитически с помощью вычетов:

$$\begin{Bmatrix} G_b^F(q_1, q_2, t) \\ G_s^F(q_1, q_2, t) \end{Bmatrix} = \sum_{k=1}^4 \lim_{s \rightarrow s_k} \left[(s - s_k) \begin{Bmatrix} G_b^{LF}(q_1, q_2, s_k) \\ G_s^{LF}(q_1, q_2, s_k) \end{Bmatrix} \right] e^{s_k t};$$

это приводит к выражениям

$$G_b^F(q_1, q_2, t) = -\frac{1}{\rho h + m_f} [f_1 \sin(\alpha t) + f_2 \sin(\beta t)], \quad (10)$$

$$G_s^F(q_1, q_2, t) = \frac{1}{\rho h + m_f} [g_1 \sin(\alpha t) + g_2 \sin(\beta t)],$$

где

$$f_1 = f_1(q_1, q_2) = \frac{R_1}{\alpha^3 - \alpha\beta^2}, \quad f_2 = f_2(q_1, q_2) = \frac{R_1}{\beta^3 - \beta\alpha^2},$$

$$g_1 = g_1(q_1, q_2) = \frac{\alpha^2 - R_2}{\alpha^3 - \alpha\beta^2}, \quad g_2 = g_2(q_1, q_2) = \frac{\beta^2 - R_2}{\beta^3 - \beta\alpha^2}.$$

Обращение преобразования Фурье осуществляется численно, на основе метода интегрирования быстро осциллирующих функций [23]:

$$G_b(x_1, x_2, t) = \frac{\Delta_1^2}{16\pi^2} \sum_{k=0}^{R-1} \sum_{f=0}^{R-1} e^{i \left[(q_{1k+1} + q_{1k})x_1 + (q_{2f+1} + q_{2f})x_2 \right]} L(x_1, x_2, t),$$

$$L_{kf}(x_1, x_2, t) = e^{-i(m_1+m_2)} G_b^F(q_{1k}, q_{2f}, t) + e^{i(-m_1+m_2)} G_b^F(q_{1k}, q_{2f+1}, t) +$$

$$+ e^{i(m_1-m_2)} G_b^F(q_{1k+1}, q_{2f}, t) + e^{i(m_1+m_2)} G_b^F(q_{1k+1}, q_{2f+1}, t), \quad (11)$$

$$G_s(x_1, x_2, t) = \frac{\Delta_2^2}{16\pi^2} \sum_{p=0}^{F-1} \sum_{c=0}^{F-1} e^{i \left[(q_{1p+1} + q_{1p})x_1 + (q_{2c+1} + q_{2c})x_2 \right]} J(x_1, x_2, t),$$

$$J(x_1, x_2, t) = e^{-i(j_1+j_2)} G_s^F(q_{1k}, q_{2f}, t) + e^{i(-j_1+j_2)} G_s^F(q_{1k}, q_{2f+1}, t) +$$

$$+ e^{i(j_1-j_2)} G_s^F(q_{1k+1}, q_{2f}, t) + e^{i(j_1+j_2)} G_s^F(q_{1k+1}, q_{2f+1}, t), \quad (12)$$

где

$$m_1 = \frac{\Delta_1}{2} x_1, \quad m_2 = \frac{\Delta_1}{2} x_2, \quad \Delta_1 = \frac{2E}{R},$$

$$q_{1k} = -E + k\Delta_1, \quad q_{2f} = -E + f\Delta_1, \quad q_{1k+1} = -E + (k+1)\Delta_1, \quad q_{2f+1} = -E + (f+1)\Delta_1,$$

$$j_1 = \frac{\Delta_2}{2} x_1, \quad j_2 = \frac{\Delta_2}{2} x_2, \quad \Delta_2 = \frac{2Q}{F},$$

$$q_{1p} = -Q + p\Delta_2, \quad q_{2c} = -Q + c\Delta_2, \quad q_{1p+1} = -Q + (p+1)\Delta_2, \quad q_{2c+1} = -Q + (c+1)\Delta_2.$$

В соотношениях (11), (12) параметры численного интегрирования E и Q (границы интегрирования), а также R и F (шаги интегрирования) вычисляются с использованием двойного итерационного цикла аналогично методу, описанному в статье [24]. Это позволяет обеспечить построение фундаментальных решений с заданной точностью.

Новые фундаментальные решения G_b (11) и G_s (12) позволяют исследовать нестационарную динамику не только анизотропных пластин, но и пластин, материал которых ортотропный, трансверсально-изотропный или изотропный.

Пример исследования фундаментальных решений

Условия задачи и анализ результатов. В качестве примера рассмотрим две пластины, выполненные из ортотропного (Е-стекловолокно [25]) и анизотропного (углепластик [26]) материалов. Физические свойства материалов пластин приведены в таблице. Обе пластины имеют толщину $h = 0,003$ м и связаны с упруго-инерционным основанием, обладающим жесткостью $c = 100$ Па/м и массовым коэффициентом $m_f = 30$ кг/м².

Таблица

Физические свойства материалов пластин, выбранных в качестве примера

Материал	Компоненты тензора упругих постоянных, ГПа	ρ , кг/м ³
Е-стекловолокно (ортотропный)	$c_{11} = 48,210, c_{12} = 5,357,$ $c_{16} = 0, c_{22} = 12,500, c_{26} = 0,$ $c_{44} = 3,850, c_{55} = c_{66} = 5,000$	2000
Углепластик (анизотропный)	$c_{11} = 95,50, c_{12} = 28,90, c_{16} = 44,70,$ $c_{22} = 25,90, c_{26} = 15,60, c_{44} = 4,40,$ $c_{55} = 6,45, c_{66} = 32,70$	1957

Примечание. Пластины имеют одинаковую толщину $h = 0,003$ м.



На рис. 2 представлены пространственные зависимости фундаментальных решений $G_b(x_1, x_2, t)$ и $G_s(x_1, x_2, t)$ в выбранный момент времени $t = 8$ мс (см. формулы (11) и (12) соответственно). Анализ этих данных позволяет выявить особенности распространения возмущений: для ортотропной среды отчетливо видны две плоскости симметрии, тогда как для анизотропной наблюдается асимметричный характер указанного распространения. Стоит отметить, что амплитуды фундаментальных решений G_s оказались на четыре порядка меньше амплитуд функции G_b . Следовательно, и вклад в нормальное перемещение пластины фундаментальное решение G_s даст незначительный.

Новые фундаментальные решения G_b (11) и G_s (12) также позволяют исследовать пластины без учета упруго-инерционного основания или рассматривать случай только упругого основания.

Оценим на примере нестационарной функции (11), как параметры инерционного основания c и m_f влияют на характер поведения фундаментального решения. Исходные геометрические данные и параметры анизотропного материала пластины из углепластика следующие [9]:

Толщина, м 0,0041,
Плотность материала, кг/м³ 1957,
Компоненты тензора
упругих постоянных, ГПа . . . $c_{11} = 23,51, c_{12} = 1,74, c_{16} = 0,88,$
 $c_{22} = 14,63, c_{26} = -3,54, c_{44} = 4,44,$
 $c_{55} = 4,22, c_{66} = 8,88$

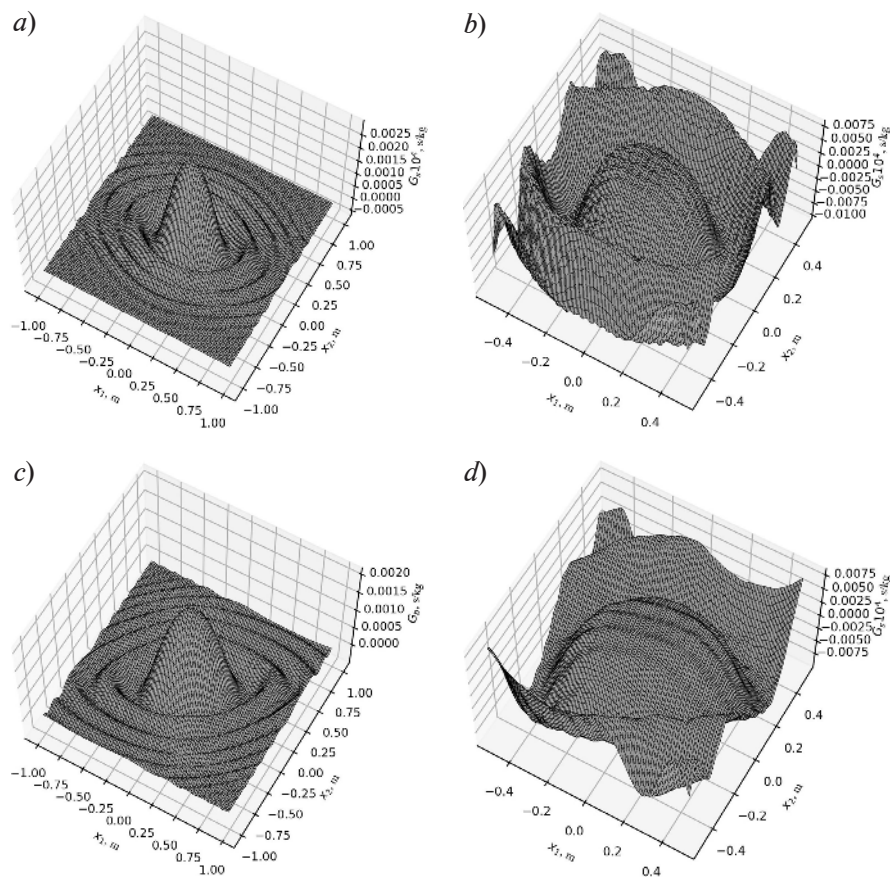


Рис. 2. 3D-зависимости фундаментальных решений $G_b(x_1, x_2, t)$ (a,c) и $G_s(x_1, x_2, t)$ (b,d) для нормальных перемещений, вызванных изгибом (a,c) и сдвигом (b,d) пластин из Е-стекловолокна (a,b) и углепластика (c,d). Взят момент времени $t = 8$ мс

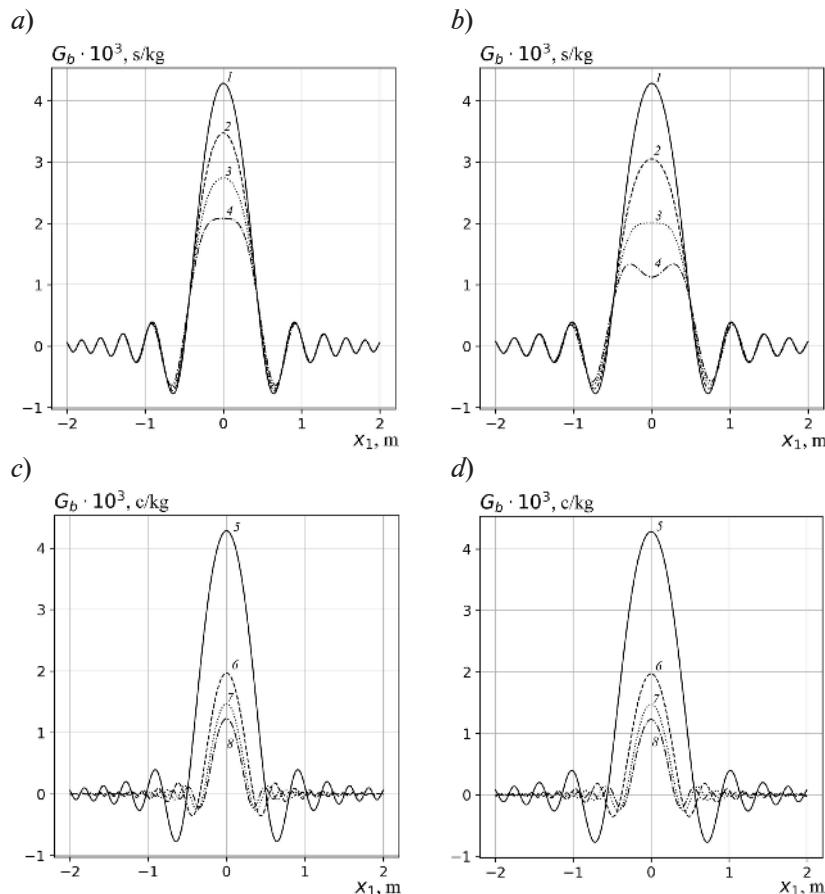


Рис. 3. Влияние коэффициента жесткости (*a, b*) и массового коэффициента (*c, d*) основания пластины Чоу на характер функции G_b в моменты времени t , мс: 8 (*a, c*) и 10 (*b, d*).

Значения коэффициента жесткости c , МПа/м: 0 (кривая 1), 1 (кривая 2), 2 (3), 3 (4) и $c = 100$ Па/м (кривые 5 – 8); значения массового коэффициента m_f , кг/м²: 0 (кривые 1 – 5), 30 (кривая 6), 60 (7), 90 (8)

На рис. 3, *a, b* представлено поведение фундаментального решения $G_b(x_1)$ в моменты времени $t = 8$ и 10 мс при варьировании значения коэффициента жесткости основания c , причем массовый коэффициент основания постоянный: $m_f = 0$ кг/м². Здесь кривые 1 – 4 соответствуют следующим значениям c , МПа/м: 0, 1, 2 и 3, соответственно. На рис. 3, *a, b* видно, что с увеличением жесткости основания максимальная амплитуда фундаментального решения снижается. Кроме того, при изменении момента времени t с 8 до 10 мс интенсивность снижения амплитуды возрастает по мере увеличения жесткости основания.

Рис. 3, *c, d* иллюстрирует поведение фундаментального решения $G_b(x_1)$ в моменты времени 8 и 10 мс при варьировании значения массового коэффициента основания m_f по постоянному значению $c = 100$ Па/м. Здесь кривые 5 – 8 соответствуют следующим значениям m_f , кг/м²: 0, 30, 60 и 90, соответственно. Следует отметить, что массовый коэффициент m_f по мере увеличения его значения не только снижает максимальную амплитуду фундаментального решения, но и замедляет во времени распространение возмущений (см. рис. 3, *c, d*).

Построенные новые фундаментальные решения (11), (12) позволяют исследовать нестационарную динамику анизотропных, ортотропных или изотропных пластин Чоу на упруго-инерционном основании или вообще без него при решении прямых, обратных или контактных нестационарных задач другими исследователями. Ниже приведен пример решения прямой задачи.

Пример решения прямой задачи. Рассматривается воздействие двух нагрузок, распределенных по прямоугольным площадкам, которые следуют выражению вида

$$p(x_1, x_2, t) = \sum_{i=1}^2 A_i(t) H(t) H\left(\frac{c_i}{2} - |x_1 - a_i|\right) H\left(\frac{d_i}{2} - |x_2 - b_i|\right), \quad (13)$$

где

$$a_1 = -0,3, b_1 = 0, c_1 = 0,03, d_1 = 0,03, a_2 = 0,3, b_2 = 0, c_2 = 0,03, d_2 = 0,03,$$

$$A_1(t) = -120000 \sin(200\pi t) e^{-1000t} H(0,01 - t),$$

$$A_2(t) = -20000[(1 - \cos(200\pi t))H(0,01 - t)];$$

эти нагрузки действуют на пластину Чоу, связанную с упруго-инерционным основанием.

В этом выражении $A_i(t)$ – законы изменения амплитуды i -ой площадки давления; $H(t)$ – функция Хэвисайда; a_i, b_i – координаты по осям x_1, x_2 действия i -ой равнодействующей площадки давления в начальный момент времени; c_i, d_i – размеры i -ой прямоугольной площадки давления.

Материал пластины – углепластик (исходные расчетные данные, в том числе упругие постоянные, приведены выше). Толщина пластины и параметры основания приняты следующие: $h = 0,006$ м, $c = 0,4$ МПа/м, $m_f = 10$ кг/м².

Схема нагружения и закон для амплитуды нестационарной нагрузки приведены на рис. 4.

Подстановка выражения (13) в условия (4), с учетом фундаментальных решений (11) и (12), приводит к результатам, приведенным на рис. 5: нормальные перемещения анизотропной пластины Чоу на упруго-инерционном основании.

Пространственные картины нормального перемещения в фиксированные моменты времени (см. рис. 5) демонстрируют их сложную зависимость как от расстояний, так и от времени. В момент времени $t = 2$ мс хорошо виден асимметричный характер возмущений, обусловленный анизотропными свойствами материала пластины.

Далее можно наблюдать, как возмущения от двух источников давления постепенно достигают друг друга (момент $t = 4$ мс), что приводит к их объединению ($t = 6$ мс) и взаимовлиянию в целом ($t = 8$ мс).

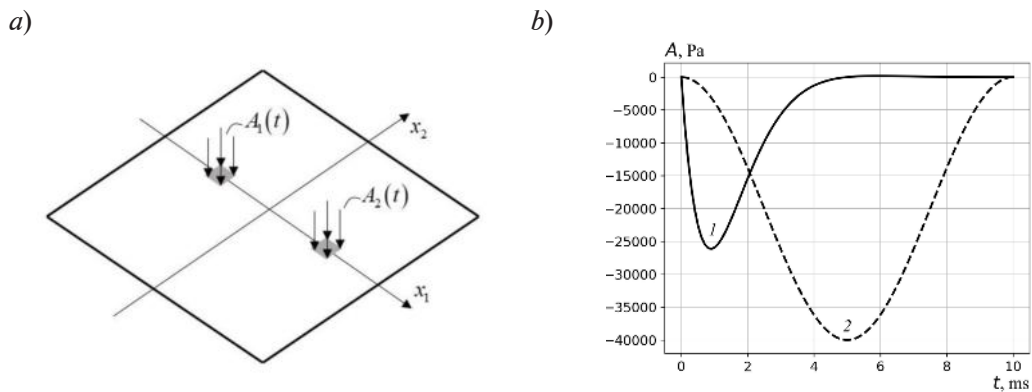


Рис. 4. Графическое представление условий задачи по нестационарному воздействию: a – схема нагружения; b – динамика амплитуд нагрузок $A_1(t)$ (кривая 1) и $A_2(t)$ (кривая 2)

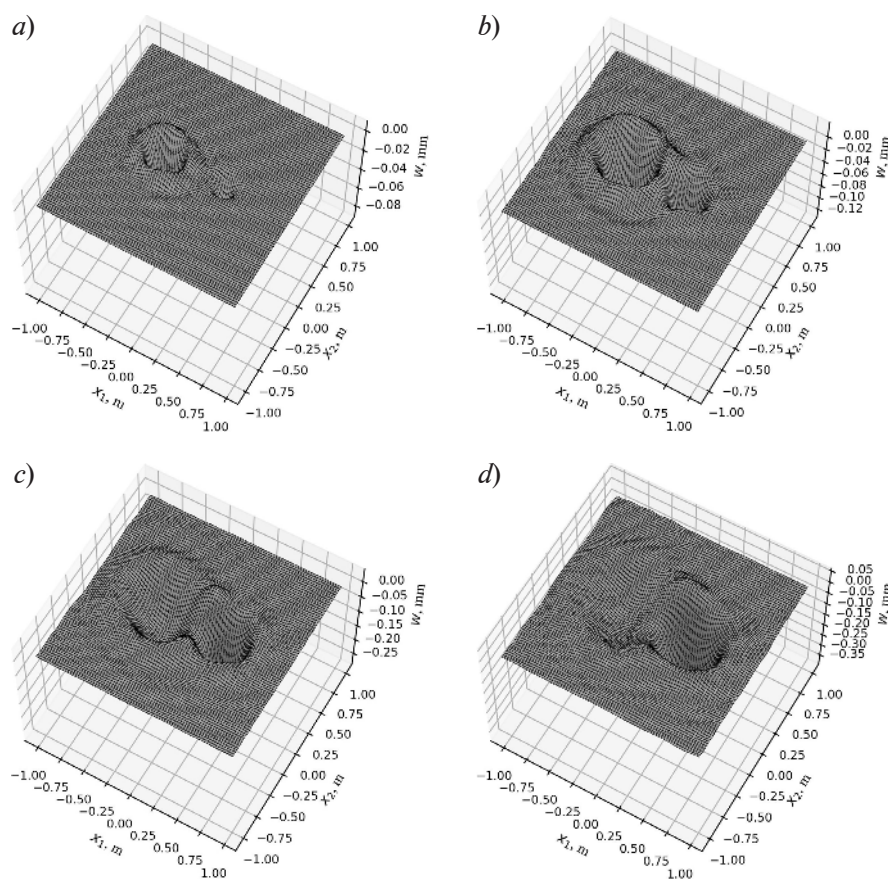


Рис. 5. Нестационарные нормальные перемещения анизотропной пластины Чоу на упруго-инерционном основании в разные моменты времени t , мс:
2 (a), 4 (b), 6 (c), 8 (d)

Заключение

В данной работе были получены новые решения для нестационарной задачи теории упругости, поставленной для тонкой упругой анизотропной неограниченной пластины Чоу, которая связана с упруго-инерционным основанием. Эти новые фундаментальные решения представляют собой значимый вклад в исследование нестационарных процессов не только в анизотропных пластинах, но и в изотропных, трансверсально-изотропных и ортотропных конструкциях.

Данное достижение открывает возможности для применения новых фундаментальных решений в различных областях, включая исследование нестационарной динамики пластин с начальными возмущениями, решение контактных задач, задач с адгезией, а также в обратных ретроспективных исследованиях для определения закона нагрузки на основе нормальных перемещений.

Практическая значимость полученных результатов заключается в возможности выработки инженерных рекомендаций для решения прикладных задач, связанных с исследованием нестационарных нормальных перемещений пластин в моменты времени, когда возмущения еще не достигли опор. Связь функции нормальных перемещений с известными физическими соотношениями для погонных изгибающих моментов, а также с нормальными и касательными напряжениями и, кроме того (через обратный закон Гука), с деформациями позволяет существенно улучшить результаты исследований, основываясь на фундаментальных решениях, полученных в работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Осипок Т. В., Зайдес С. А. Оценка анизотропии механических свойств листового проката из углеродистой стали // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2020. Т. 24. № 5. С. 1007–1018.
2. Trzepieciński T., Gelgele H. L. Investigation of anisotropy problems in sheet metal forming using finite element method // International Journal of Material Forming. 2011. Vol. 4. No. 4. Pp. 357–369.
3. Погодин В. А., Рабинский Л. Н., Ситников С. А. Технологические аспекты 3D печати деталей газоразрядной камеры электроракетного двигателя // СТИН. 2019. № 4. 20–22.
4. Qian X., Mayur O., Ayse A., Geoffrey M. G., Zachary P. S., William A. P., Ryan P. L., Jeffrey R. A critical review and commentary on recent progress of additive manufacturing and its impact on membrane technology // Journal of Membrane Science. 2022. Vol. 645. 5 March. P. 120041.
5. Абрамов А. А., Цыганков П. Ю., Меньшутин Н. В. Изучение методов и технологий трехмерной печати для получения высокопористых материалов // Успехи в химии и химической технологии. 2020. Т. 34. № 6 (229). С. 85–87.
6. Лурье С. А., Кривень Г. И., Рабинский Л. Н. О прочности модифицированного волокнистого композита с вискеризованными волокнами // Композиты и наноструктуры. 2019. Т. 11. № 1 (41), С. 1–15.
7. Chow T. S. On the propagation of flexural waves in an orthotropic laminated plate and its response to an impulsive load // Journal of Composite Materials. 1971. Vol. 5. No. 3. Pp. 306–319.
8. Chow T. S. Theory of unsymmetric laminated plates // Journal of Applied Physics. 1975. Vol. 46. No. 1. Pp. 219–221.
9. Fallström K.-E., Lindblom O. Transient bending wave propagation in anisotropic plates // Journal of Applied Mechanics. 1998. Vol. 65. No. 4. Pp. 930–938.
10. Lindblom O., Naslund R., Persson L.-E., Fallström K.-E. A study of bending waves in infinite and anisotropic plates // Applications of Mathematics. 1997. Vol. 42. No. 3. Pp. 213–232.
11. Fallström K.-E., Olofsson K., Saldner H. O., Schedin S. Dynamic material parameters in an anisotropic plate estimated by phase-stepped holographic interferometry // Optics and Lasers in Engineering. 1996. Vol. 24. No. 5. Pp. 429–454.
12. Miklowitz J. Flexural stress waves in an infinite elastic plate due to a suddenly applied concentrated transverse load // Journal of Applied Mechanics. 1960. Vol. 27. No. 4. Pp. 681–689.
13. Scott R. A., Miklowitz J. Transient elastic waves in anisotropic plates // Journal of Applied Mechanics. 1967. Vol. 34. No. 1. Pp. 104–110.
14. Daros C. H. The dynamic fundamental solution and BEM formulation for laminated anisotropic Kirchhoff plates // Engineering Analysis with Boundary Elements. 2015. Vol. 54. No. 2. Pp. 19–27.
15. Liu G. R., Tani J., Ohyoshi T., Watanabe K. Watanabe transient waves in anisotropic laminated plates. Part 1: Theory // Journal of Vibration and Acoustics. 1991. Vol. 113. No. 2. Pp. 230–234.
16. Reddy J. N. Dynamic (transient) analysis of layered anisotropic composite-material plates // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1983. Vol. 19. No. 2. Pp. 237–255.
17. Wu H.-Y. T., Chang F.-K. Transient dynamic analysis of laminated composite plates subjected to transverse impact // Computers & Structures. 1989. Vol. 31. No. 3. Pp. 453–466.
18. Jin T., Yin X., Wang H., Zhang L., Qi X., Deng Q., Yu B., Hao Q., Dong X. Numerical–analytical model for transient dynamics of elastic–plastic plate under eccentric low-velocity impact // Applied Mathematical Modelling. 2019. Vol. 70. June. Pp. 490–511.
19. Zhang J., Zhu X., Yang X., Zhang W. Transient nonlinear responses of an auxetic honeycomb sandwich plate under impact loads // International Journal of Impact Engineering. 2019. Vol. 134. December. P. 103383.
20. Wahab M. A., Jabbour T., Davies P. Prediction of impact damage in composite sandwich plates // Matériaux & Techniques. 2019. Vol. 107. No. 2. P. 201.
21. Raghu P., Rajagopal A., Reddy J. N. Nonlocal transient dynamic analysis of laminated composite plates // Mechanics of Advanced Materials and Structures. 2020. Vol. 20. No. 13. Pp. 1076–1084.
22. Горшков А. Г., Медведский А. Л., Рабинский Л. Н., Тарлаковский Д. В. Волны в сплошных средах. М.: Физматлит, 2004. 472 с.
23. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М.: Наука, 1975. 630 с.

24. Сердюк А. О., Сердюк Д. О., Федотенков Г. В. Фундаментальное решение для анизотропной пластины на инерционном основании // Проблемы прочности и пластичности. 2022. Т. 84. № 4. С. 523–535.

25. Nesry T., Singh B., Nallamothe R. B., Dunbushe C. G. Design and analysis of composite mono leaf spring for Toyota LHD Hilux Double Cabin // International Journal of Mechanical Engineering. 2022. Vol. 7. No. 6. Pp. 649–682.

26. Игумнов Л. А., Марков И. П., Пазин В. П. Гранично-элементное решение краевых задач трехмерной анизотропии теории упругости // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Сер. Механика. 2013. № 1 (3). С. 115–119.

REFERENCES

1. Osipok T. V., Zaides S. A., Evaluation of anisotropy of mechanical properties of carbon steel flat products, Proc. Irkutsk State Tech. Univ. 24 (5) (2020) 1007–1018 (in Russian).

2. Trzepieciński T., Gelgele H. L., Investigation of anisotropy problems in sheet metal forming using finite element method, Int. J. Mater. Form. 4 (4) (2011) 357–369.

3. Pogodin V. A., Rabinskij L. N., Sitnikov S. A., 3D printing of components for the gas-discharge chamber of electric rocket engines, Russ. Eng. Res. 39 (9) (2019) 797–799.

4. Qian X., Mayur O., Ayse A., et al., A critical review and commentary on recent progress of additive manufacturing and its impact on membrane technology, J. Membr. Sci. 645 (5 March) (2022) 120041.

5. Abramov A. A., Tsygankov P. U., Menshutina N. V. Studying methods and technologies of 3D printing for obtaining highly-porous materials, Usp. Khim. [Advances in Chemistry and Chemical Technology], 34 (6) (2020) 85–87 (in Russian).

6. Lurie S. A., Kriven G. I., Rabinskiy L. N., On strength of modified fiber composite with fuzzy fibers, Compos. Nanostruct. 11 (1) (2019) 1–15 (in Russian).

7. Chow T. S., On the propagation of flexural waves in an orthotropic laminated plate and its response to an impulsive load, J. Compos. Mater. 5 (3) (1971) 306–319.

8. Chow T. S., Theory of unsymmetric laminated plates, J. Appl. Phys. 46 (1) (1975) 219–221.

9. Fallström K.-E., Lindblom O., Transient bending wave propagation in anisotropic plates, J. Appl. Mech. 65 (4) (1998) 930–938.

10. Lindblom O., Naslund R., Persson L.-E., Fallström K.-E., A study of bending waves in infinite and anisotropic plates, Appl. Math. 42 (3) (1997) 213–232.

11. Fallström K.-E., Olofsson K., Saldner H. O., Schedin S., Dynamic material parameters in an anisotropic plate estimated by phase-stepped holographic interferometry, Opt. Lasers Eng. 24 (5) (1996) 429–454.

12. Miklowitz J., Flexural stress waves in an infinite elastic plate due to a suddenly applied concentrated transverse load, J. Appl. Mech. 27 (4) (1960) 681–689.

13. Scott R. A., Miklowitz J., Transient elastic waves in anisotropic plates, J. Appl. Mech. 34 (1) (1967) 104–110.

14. Daros C. H., The dynamic fundamental solution and BEM formulation for laminated anisotropic Kirchhoff plates, Eng. Anal. Boundary Elem. 54 (2) (2015) 19–27.

15. Liu G. R., Tani J., Ohyoshi T., Watanabe K., Watanabe transient waves in anisotropic laminated plates. Part 1: Theory, J. Vib. Acoust. 113 (2) (1991) 230–234.

16. Reddy J. N., Dynamic (transient) analysis of layered anisotropic composite-material plates, Int. J. Numer. Methods Eng. 19 (2) (1983) 237–255.

17. Wu H.-Y. T., Chang F.-K., Transient dynamic analysis of laminated composite plates subjected to transverse impact, Comput. Struct. 1989. 31 (3) (1989) 453–466.

18. Jin T., Yin X., Wang H., et al., Numerical–analytical model for transient dynamics of elastic-plastic plate under eccentric low-velocity impact, Appl. Math. Model. 70 (June) (2019) 490–511.

19. Zhang J., Zhu X., Yang X., Zhang W., Transient nonlinear responses of an auxetic honeycomb sandwich plate under impact loads, Int. J. Impact Eng. 134 (Dec) (2019) 103383.

20. Wahab M. A., Jabbour T., Davies P., Prediction of impact damage in composite sandwich plates, Matér. Tech. 107 (2) (2019) 201.

21. Raghu P., Rajagopal A., Reddy J. N., Nonlocal transient dynamic analysis of laminated composite plates, Mech. Adv. Mater. Struct. 20 (13) (2020) 1076–1084.

22. Gorshkov A. G., Medvedskii A. L., Rabinskii L. N., Tarlakovskii D. V., Volny v sploshnykh sredakh [Waves in continuous media], Fizmatlit Publishing, Moscow, 2004 (in Russian).
23. Bakhvalov N. S., Numerical methods: Analysis, algebra, ordinary difference equations, Mir Publishers, Moscow. 1977.
24. Serdyuk A. O., Serdyuk D. O., Fedotenkov G. V., A fundamental solution for an anisotropic plate on an inertial foundation, Probl. Strength & Plasticity. 84 (4) (2022) 523–535 (in Russian).
25. Nesry T., Singh B., Nallamothe R. B., Dunbushe C. G., Design and analysis of composite mono leaf spring for Toyota LHD Hilux Double Cabin, Int. J. Mech. Eng. 7 (6) (2022) 649–682.
26. Igumnov L. A., Markov I. P., Pazin V. P., Boundary-element analysis of boundary-value problems of 3D anisotropic elasticity, Vestnik of Lobachevsky University of Nizhni Novgorod. Mechanics. 1(3) (2013) 115–119 (in Russian).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

СЕРДЮК Дмитрий Олегович — кандидат технических наук, доцент кафедры 902 Московского авиационного института (национальный исследовательский университет), Москва, Россия.

125993, Россия, Москва, Волоколамское шоссе, 4, А-80, ГСП-3
d.serduk55@gmail.com
ORCID: 0000-0003-0082-1856

ЗЕМСКОВ Андрей Владимирович — доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник научно-исследовательского отдела кафедры 311 «Прикладные программные средства и математические методы» Московского авиационного института (национальный исследовательский университет), ведущий научный сотрудник лаборатории динамических испытаний Научно-исследовательского института механики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия.

125993, Россия, Москва, Волоколамское шоссе, 4, А-80, ГСП-3
azemskov1975@mail.ru
ORCID: 0000-0002-2653-6378

ЕРШОВА Алена Юрьевна — кандидат технических наук, доцент кафедры «Сопротивление материалов, динамика и прочность машин» Московского авиационного института (национальный исследовательский университет), Москва, Россия.

125993, Россия, Москва, Волоколамское шоссе, 4, А-80, ГСП-3
yershova_a@mail.ru
ORCID: 0009-0006-4382-3244

THE AUTHORS

SERDYUK Dmitry O.

Moscow Aviation Institute (National Research University)
4 Volokolamskoe Ave, Moscow, 125993, Russia
d.serduk55@gmail.com
ORCID: 0000-0003-0082-1856

ZEMSKOV Andrei V.

Moscow Aviation Institute (National Research University)
Institute of Mechanics, Lomonosov State University
4 Volokolamskoe Ave, Moscow, 125993, Russia
azemskov1975@mail.ru
ORCID: 0000-0002-2653-6378

ERSHOVA Alena Yu.

Moscow Aviation Institute (National Research University)

4 Volokolamskoe Ave, Moscow, 125993, Russia

yershova_a@mail.ru

ORCID: 0009-0006-4382-3244

*Статья поступила в редакцию 02.07.2024. Одобрена после рецензирования 26.11.2024.
Принята 26.11.2024.*

Received 02.07.2024. Approved after reviewing 26.11.2024. Accepted 26.11.2024.

Прикладная и вычислительная математика

Научная статья

УДК 519.2-519.6

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18114>

АНАЛИЗ СИНГУЛЯРНОГО СПЕКТРА: ПРОБЛЕМЫ И РЕШЕНИЯ

Ю. А. Пичугин , Н. Ю. Пичугин

Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения,

Санкт-Петербург, Россия

 yury-pichugin@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена различным аспектам метода анализа сингулярного спектра (SSA). Изначальная цель метода — оптимизировать гармонический спектральный анализ временных рядов. Дано теоретическое обоснование SSA на основе интегральных уравнений. Рассмотрен вопрос адекватного оценивания автоковариационной матрицы (АМ). Выдвинут метод оценки периодов собственных векторов АМ, рассматриваемых как базисные функции времени (ВТФ). Рассмотрены проблемы повторяющихся частот и частотных наложений в структуре ВТФ. Эти наложения могут иметь как более низкую, так и более высокую частоту, по сравнению с основной частотой ВТФ. Отмечена возможность искажения оценки периода ВТФ из-за относительно высокочастотных наложений. Для решения проблемы предложена модификация SSA (SSA-НС), позволяющая результативнее и корректнее решать основную задачу. Решения проблем подкреплены численными примерами.

Ключевые слова: анализ сингулярного спектра, временной ряд, оценивание ковариаций, проблема размерности, повторяющиеся частоты

Для цитирования: Пичугин Ю. А., Пичугина Н. Ю. Анализ сингулярного спектра: проблемы и решения // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 163–181. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18114>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18114>

A SINGULAR SPECTRUM ANALYSIS: PROBLEMS AND SOLUTIONS

Yu. A. Pichugin , N. Yu. Pichugina

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, St. Petersburg, Russia

 yury-pichugin@mail.ru

Abstract. The paper has examined various aspects of the singular spectrum analysis (SSA) method. The original purpose of the method is to optimize harmonic (spectral) analysis of time series. A theoretical justification based on integral equations was given for the SSA. A solution to the problem of large dimensionality of the autocovariance matrix (AM) was proposed. A method for estimating the periods of AM eigenvectors considered as basis time functions (BTF) was put forward. The problems of repetitive frequencies and frequency overlaps in the BTF structure were discussed. Those overlaps could have lower or higher frequencies than the main BTF one. A possibility of distortion of the BTF period estimate due to relatively high-frequency superpositions was noted. To solve this problem, a modification of SSA (SSA-HC) has been proposed, that allows for a more correct and effective solution to the main problem. The solutions to problems were supported by numerical examples.

Keywords: singular spectrum analysis, time series, covariance estimation, dimensionality problem, repeated frequencies

For citation: Pichugin Yu. A., Pichugina N. Yu., A singular spectrum analysis: problems and solutions, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 163–181. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18114>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Анализ сингулярного спектра (*англ.* Singular Spectrum Analysis (SSA)), лишь возникнув, сразу приобрел большую популярность в исследованиях временных рядов различного рода, описывающих разнообразные процессы (природные, экономические, социальные и пр.). SSA представляет собой приложение метода главных компонент (*англ.* Principal Component Analysis (PCA)) к анализу временных рядов и состоит из следующих этапов.

Первый этап. Оценивается матрица автокорреляций (либо автоковариаций). Первый этап оценки можно осуществлять разными способами: классическим (см., например, монографию [1]) и методом «гусеница» (*англ.* Caterpillar method, см., например, монографию [2]). Далее для простоты будет употребляться термин «метод гусеницы». В случае оценивания, которое используется в классическом анализе временных рядов, размерность автокорреляционной матрицы равна $N \times N$, где N есть длина исходного ряда. В методе гусеницы некоторый отрезок ряда фиксированной длины («гусеница») принимается за реализацию случайного вектора, а общая совокупность реализаций, составляющих выборочную матрицу, получается за счет пошаговых сдвигов.

Второй этап. Вычисляются собственные значения и собственные векторы автокорреляционной (или автоковариационной) матрицы. В силу симметрии и положительной определенности автоковариационных и автокорреляционных матриц их собственные значения совпадают с сингулярными. Отсюда и возникло данное название метода — «Анализ сингулярного спектра».

В этой статье мы ограничимся использованием аббревиатуры SSA и далее будем употреблять термин «собственные значения».

Третий этап. Собственные векторы, отвечающие основной значимой части спектра (последняя определяется тестированием спектра или субъективно), используются как базис для сглаживания исходного ряда с минимальной среднеквадратичной погрешностью, что обеспечивается PCA. Здесь коэффициенты разложения по базису собственных векторов автоковариационной (автокорреляционной) матрицы и есть главные компоненты.

Другим вариантом третьего, завершающего этапа может быть определение периодов собственных векторов (см. ниже), когда основным объектом изучения становится базис главных компонент временного ряда. При этом решается задача выяснения периодов, которые являются носителями некоторой основной доли общей дисперсии ряда. Эта доля определяется, как отмечено выше, на основе статистических тестов и критериев, оценивающих значимую часть спектра, или субъективно. Последнее превращает SSA в весьма эффективную альтернативу стандартному спектральному анализу, если учитывать явную избыточность последнего. Напомним, что спектральный анализ занимается оценкой всех возможных частот (периодичностей), содержащихся во временном ряду, не ставя перед собой задачу оптимального выбора. Это обстоятельство и послужило поводом для привлечения алгебраических методов, коим и является метод PCA.

Таким образом, SSA, являясь, в сущности, методом главных компонент, решает задачу оптимизации гармонического спектрального анализа. В некоторых работах, где используется метод гусеницы, можно встретить термин «главные компоненты временных рядов» [2, 3], что, по нашему мнению, лучше отражает суть метода.

Стоит отметить, что SSA по методу гусеницы имеет значительно большую популярность [2 – 5], чем таковой, который базируется на классическом оценивании автоковариаций. Последнее связано, по-видимому, не столько с тем, что в методе гусеницы рекомендуемая размерность автокорреляционной матрицы не превышает половины длины



исходного ряда и может варьироваться (что, несомненно, привлекательно), сколько с тем, что условие стационарности исследуемого ряда не является принципиальным для использования этого метода. В классическом методе SSA стационарность есть неперемное условие, а проблема большой размерности, как будет показано далее, решается применением соответствующих методов вычисления.

Следует особо отметить, что интерес к использованию тех или иных методов исследования в настоящее время во многом определяется наличием программных средств, которые эти методы реализуют.

Цели настоящей работы сводились к следующему: рассмотреть все проблемы, возникающие при реализации классического SSA и предложить пути их решения непосредственно в численных алгоритмах.

Это должно открыть возможности создать соответствующие программные продукты для использования SSA в различных исследованиях.

В основном здесь рассмотрены вычислительные аспекты метода, но и общая идея, несомненно, может быть интересна и тем читателям, которые знакомятся с SSA впервые.

Теоретическая основа SSA

Рассмотрим следующее однородное интегральное уравнение:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-p|x-y|} f(y) dy = \lambda f(x), \quad (1)$$

где параметр $p > 0$; λ — некоторое неизвестное число; $f(x)$ — неизвестная функция, являющаяся решением данной задачи.

Уравнение (1) есть частный случай однородного уравнения Фредгольма. Обычно коэффициент λ принято писать перед интегралом, но здесь следует подчеркнуть, что λ — это собственное значение интегрального оператора в левой части уравнения (1). Записанному в таком виде уравнению (1) можно поставить в соответствие дискретный матричный аналог:

$$\mathbf{R}\mathbf{X} = \lambda\mathbf{X}, \quad (2)$$

где $\mathbf{R}$ — матрица с элементами $r_{ij} = R(i, j) = e^{-p|i-j|}$; $\mathbf{X}$ — неизвестный ненулевой вектор; λ — неизвестное собственное значение матрицы $\mathbf{R}$ (как и в уравнении (1)).

Вектор $\mathbf{X}$, удовлетворяющий уравнению (2), есть собственный вектор матрицы $\mathbf{R}$, равно как и функция $f(x)$, удовлетворяющая уравнению (1), есть собственная функция интегрального оператора с корреляционным ядром

$$R(x, y) = e^{-p|x-y|}$$

(см. далее).

Нетрудно показать, что функция вида

$$f_1(x) = \sin qx \text{ или } f_2(x) = \cos qx,$$

где $q > 0$, представляет собой решение уравнения (1).

Действительно,

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-p|x-y|} \sin qy dy = \int_0^{\infty} e^{-pt} \sin q(x+t) dt + \int_0^{\infty} e^{-pt} \sin q(x-t) dt = 2 \sin qx \int_0^{\infty} e^{-pt} \cos qtdt$$

где $t = |x - y|$.

Вычислив последний интеграл или заглянув в таблицу преобразований Лапласа, получаем:

$$\int_0^{\infty} e^{-pt} \cos qtdt = \frac{p}{p^2 + q^2}.$$

Окончательно имеем уравнение вида

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-p|x-y|} \sin qy dy = \frac{2p}{p^2 + q^2} \sin qx.$$

Аналогично получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-p|x-y|} \cos qy dy = \frac{2p}{p^2 + q^2} \cos qx,$$

т. е. в обоих случаях справедливо выражение

$$\lambda = \frac{2p}{p^2 + q^2}. \quad (3)$$

Из формулы (3) следует, что с увеличением частоты q уменьшается собственное значение λ , соответствующее этой частоте. В практических же задачах это соответствующая доля общей дисперсии (см. далее).

Из линейности определенного интеграла следует, что функции вида

$$f(x) = \alpha \sin qx + \beta \cos qx = A \sin(qx + \varphi) \quad (4)$$

при любых значениях коэффициентов α и β , а соответственно, и при любых значениях

$$\text{амплитуды } A = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \text{ и фазы } \varphi = \arcsin\left(\beta / \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\right),$$

могут быть решениями уравнения (1), т. е. собственными функциями интегрального оператора в левой части этого уравнения.

В итоге видно, что решениями (2), т. е. собственными векторами матрицы $\mathbf{R}$ оказываются дискретные аналоги гармоник, но общее количество этих решений не превосходит размерности матрицы $\mathbf{R}$.

Из работ по анализу временных рядов (см. монографию [1]) известно, что функция дискретных аргументов

$$R(i, j) = e^{-p|i-j|} \quad (5)$$

при соответствующем подборе значения параметра p есть автокорреляционная функция некоторого стационарного временного ряда, принадлежащего классу дискретных процессов, которые можно описывать моделью авторегрессии первого порядка.

В итоге следует выделить главное: собственные векторы выборочной автокорреляционной матрицы стационарного ряда должны быть дискретными аналогами гармоник или быть достаточно близкими к гармоникам. При этом имеется возможность, что отклонения выборочной автокорреляционной функции от идеального случая, выраженного формулой (5), могут вести и к отклонениям собственных векторов матрицы автокорреляций от дискретных аналогов гармоник (это утверждение продемонстрировано далее, при этом предложен метод решения указанной проблемы).

Необходимо учитывать, что в случае стационарных временных рядов автоковариационная функция $C(i, j)$ отличается от автокорреляционной функции лишь множителем σ^2 , т. е. следует выражению

$$C(i, j) = \sigma^2 R(i, j) \quad (6)$$

(σ^2 — дисперсия членов временного ряда), поэтому и матрица взаимных ковариаций $\mathbf{C}$ отличается от автокорреляционной матрицы $\mathbf{R}$ лишь тем же множителем, т. е. $\mathbf{C} = \sigma^2 \mathbf{R}$.

Из этого следует, что эти матрицы имеют один и тот же набор нормированных собственных векторов с точностью до знака.

Из линейной алгебры известно, что собственные векторы симметричной вещественной матрицы взаимно ортогональны и при условии различных собственных значений образуют базис пространства R^N . С другой стороны, всякое i -е значение каждого из нормированных собственных векторов автоковариационной матрицы $\mathbf{C}$ соответствует некоторому



моменту времени τ_i , поэтому собственные векторы матрицы $\mathbf{C}$ рассматриваются как дискретные базисные функции времени (*англ.* Basis Time Function (BTF)):

$$\psi_j(\tau), j = 1, 2, \dots, N$$

(здесь и далее термин «дискретные» опускается).

Отметим, что каждая BTF служит носителем соответствующей доли общей дисперсии ($\sigma^2 N$) данного временного ряда. В научной литературе закрепилось и другое название: эмпирические ортогональные функции (*англ.* Empirical Orthogonal Functions (EOFs)). Однако, как будет показано далее, неперенное требование строгой взаимной ортогональности целесообразно снять, поскольку это даст существенный положительный эффект.

Оценивание ковариаций

Будем предполагать, что исходные данные представляют собой временной ряд $\{y_i\}_{i=1}^N$, или в векторно-матричной форме как

$$\mathbf{Y} = (y_1, y_2, \dots, y_N)^T$$

(T – оператор транспонирования).

Здесь необходимо вычислить оценки ковариаций, которые образуют матрицу $\mathbf{C}$. В ряде литературных источников (см., например, монографию [6]) предлагается использовать несмещенную оценку вида

$$\hat{c}_{ij} = \hat{c}(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{t=1}^{N-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y}), \quad (7)$$

где $k = |i - j|$; $\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N y_t$; $i, j = 1, 2, \dots, N$.

Однако в упомянутом выше (и весьма популярном) издании по анализу временных рядов [1] предлагается использовать смещенные оценки вида

$$\hat{c}_{ij} = \tilde{c}(k) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^{N-k} (y_t - \bar{y})(y_{t+k} - \bar{y}). \quad (8)$$

В качестве аргументации авторы этого издания Г. Дженкинс и Д. Ваттс рассмотрели непрерывный процесс авторегрессии первого порядка $Y(\tau)$, где τ – непрерывное время. Автоковариационная функция этого процесса есть непрерывный аналог выражения (6) с учетом формулы (5) как функция величины сдвига u , а оценки, аналогичные оценкам (7) и (8), вычисляемые на временном интервале $[0, T]$, соответственно имеют следующий вид:

$$\hat{c}(u) = \frac{1}{T-u} \int_0^{T-u} (Y(\tau) - \bar{Y})(Y(\tau+u) - \bar{Y}) d\tau, \quad (7a)$$

$$\tilde{c}(u) = \frac{1}{T} \int_0^{T-u} (Y(\tau) - \bar{Y})(Y(\tau+u) - \bar{Y}) d\tau, \quad (8a)$$

где $0 \leq u \leq T$, $\bar{Y} = \frac{1}{T} \int_0^T Y(\tau) d\tau$.

Стоит отметить, что в монографии [1], в правых частях формул (7a) и (8a), рассматривались как положительные, так и отрицательные значения запаздывания u . Поэтому в правых частях этих формул авторы использовали модуль $|u|$ вместо величины u .

Вычисляя дисперсии оценок (7a) и (8a), Г. Дженкинс и Д. Ваттс обнаружили, что дисперсия оценки $\tilde{c}(u)$ (см. формулу (8a)) стремится к нулю при $u \rightarrow T$, в то время как дисперсия оценки $\hat{c}(u)$ (см. формулу (7a)) не только не убывает, но и стремится к бесконечности в случае неограниченного интервала.

В связи с этим вполне естественно, что в дискретном случае использование оценки (7) приведет к завышенным по модулю значениям, по сравнению с их математическим ожиданием.

Отметим здесь еще один важный момент. Ковариационная матрица случайного вектора всегда положительно определена, или в случае, когда распределение вырождено и в спектре матрицы есть нули, — полуопределена. То же самое справедливо и для оценок этих матриц, а в SSA — для оценок, полученных по методу гусеницы. В нашей работе [7] обнаружилось, что применение оценок $\hat{c}_{ij}$ (7) к данным климатических температурных рядов привело к потере положительной определенности автоковариационных матриц. В спектрах этих матриц появились отрицательные значения. Следовательно, мы имеем еще один весомый аргумент к использованию оценок $\tilde{c}_{ij}$ (8).

Вычисление собственных значений и собственных векторов автоковариационной матрицы и решение проблемы большой размерности

После оценивания автоковариаций мы имеем дело уже не с исходным рядом, а с его автоковариационной матрицей. Первое, что существенно снижает интерес к SSA, — это перспектива вращать (приводить к диагональному виду) матрицу размерности $N \times N$ для вычисления ее спектра и собственных векторов (см. выше). Однако применение метода итераций фон Мизеса [8], как будет показано в настоящем разделе, полностью решает проблему большой размерности и позволяет применять SSA к анализу временных рядов произвольной длины. Это обеспечивается тем фактом, что вся информация об автоковариационной матрице содержится в ее первой строке.

Прежде чем изложить суть алгоритма и метод решения проблемы большой размерности, напомним, что евклидова норма вектора $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$ определяется равенством

$$\|\mathbf{X}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2}.$$

Для того чтобы не вводить дополнительных обозначений переменных, будем использовать знак $:=$ (присвоить значение). Предварительно задаем точность вычислений $\varepsilon > 0$, а количество вычисленных собственных векторов m считаем равным нулю ($m = 0$). Нижний индекс присваивается для указания номера собственного вектора или номера компоненты, а верхний ($0, n, n + 1$, см. далее) будет использован для указания номера итерации циклической части алгоритма.

Алгоритм 1. Шаг 0 (предварительная часть алгоритма ($n := 0$)).

Присвоение компонентам вектора $\mathbf{X}^0$ произвольных значений; Нормирование

$$\mathbf{X}^0 := \|\mathbf{X}^0\|^{-1} \mathbf{X}^0. \quad (9)$$

Если всем компонентам $\mathbf{X}^0$ присвоить значения $1/\sqrt{N}$, то нормирование (9) не требуется.

Шаг 1 (циклическая часть алгоритма, $n \geq 0$).

Умножение на матрицу $\tilde{\mathbf{C}}$:

$$\mathbf{X}^{n+1} := \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{X}^n. \quad (10)$$

Шаг 2. Вычисление приближения к собственному значению:

$$l^n := (\tilde{\mathbf{C}} \mathbf{X}^n)^T \mathbf{X}^n = (\mathbf{X}^{n+1})^T \mathbf{X}^n. \quad (11)$$

Вычисленное по формуле (11) значение l^n известно как частное Рэлея. Здесь деление на $(\mathbf{X}^n)^T \mathbf{X}^n$ отсутствует, так как ввиду нормирования выполняется равенство $(\mathbf{X}^n)^T \mathbf{X}^n = 1$.

Шаг 3. Нормирование нового значения приближения собственного вектора:

$$\mathbf{X}^{n+1} := \|\mathbf{X}^{n+1}\|^{-1} \mathbf{X}^{n+1}. \quad (12)$$

Шаг 4. Вычисление косинуса угла φ_n между последовательными приближениями собственного вектора:

$$\cos \varphi_n := (\mathbf{X}^{n+1})^T \mathbf{X}^n. \quad (13)$$



Шаг 5. Проверка условия завершения циклической части:

$$\cos \varphi_n \geq 1 - \varepsilon. \quad (14)$$

Если условие (14) не выполнено, то возвращаемся к шагу 1 (действию формулы (10)). При выполнении условия (14) увеличиваем количество собственных векторов $m := m + 1$ и завершаем процесс вычисления собственного вектора и собственного значения $\mathbf{X}_m := \mathbf{X}^{n+1}, \lambda_m := l^n$.

Конец Алгоритма 1.

Очевидно, что с большой размерностью мы сталкиваемся главным образом в действии, описанном формулой (10), где приближение собственного вектора умножается на матрицу $\tilde{\mathbf{C}}$ размерности $N \times N$. Однако, как уже отмечено выше, все элементы $\tilde{c}_{ij}$ матрицы есть элементы множества оценок ковариаций (см. формулу (8)). В частности, множество элементов первой строки матрицы $\tilde{\mathbf{C}}$ есть

$$\{\tilde{c}_{1j} = \tilde{c}(j-1), j = 1, 2, \dots, N\},$$

а все остальные строки состоят из этих же элементов.

В связи с этим нет необходимости хранения в оперативной памяти всей матрицы $\tilde{\mathbf{C}}$, а компоненты вектора $\mathbf{X}^{n+1}$ в формуле (10) можно вычислить следующим образом [9]:

$$\begin{aligned} x_1^{n+1} &:= \sum_{j=1}^N \tilde{c}(j-1)x_j^n; & x_N^{n+1} &:= \sum_{j=1}^N \tilde{c}(N-j)x_j^n; \\ x_i^{n+1} &:= \sum_{j=1}^i \tilde{c}(i-j)x_j^n + \sum_{j=i+1}^N \tilde{c}(j-i)x_j^n \quad (i = 2, 3, \dots, N-1). \end{aligned}$$

Здесь нижний индекс есть номер компоненты соответствующего вектора.

Если использовать модуль разности i и j , т. е. $|i-j|$, то можно обойтись одной формулой, удобной в программной реализации:

$$x_i^{n+1} := \sum_{j=1}^N \tilde{c}(|i-j|)x_j^n \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (10a)$$

Анализ Алгоритма 1 с применением формулы (10a) приводит к заключению, что он полностью решает проблему большой размерности.

Замечание 1. Нетрудно показать (и это очень важный момент), что Алгоритм 1 в качестве λ_1 дает максимальное собственное значение.

Применение Алгоритма 1 для вычисления следующих собственных значений и собственных векторов автоковариационной матрицы $\mathbf{C}$ потребует выполнения ортогонализации Грамма – Шмидта. Так, если вычислено m нормированных собственных векторов $\{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_m\}$ и требуется вычислить следующий вектор, то необходимо выполнять следующие действия:

$$\mathbf{X}^0 := \mathbf{X}^0 - \sum_{j=1}^m (\mathbf{X}_j^T \mathbf{X}^0) \mathbf{X}_j, \quad (15)$$

$$\mathbf{X}^{n+1} := \mathbf{X}^{n+1} - \sum_{j=1}^m (\mathbf{X}_j^T \mathbf{X}^{n+1}) \mathbf{X}_j. \quad (16)$$

Ортогонализацию приближения вектора $\mathbf{X}^0$ (15) следует выполнять непосредственно перед нормированием (9), а ортогонализацию вектора $\mathbf{X}^{n+1}$ (16) – перед нормированием (12). При полном отсутствии погрешности вычислений достаточно ортогонализации (15). Однако ошибки вычислений неизбежны, хотя бы из-за округления. Поэтому ортогонализация (16) не позволит этим ошибкам увести последовательные приближения следующего собственного вектора в пространство уже вычисленных собственных векторов.

Проблема большой размерности возникает вновь из-за множества векторов $\{\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_m\}$, которое с ростом m от нуля до N приводит к необходимости хранения большого объема информации ($m \times N$ чисел).

На данный момент, когда оперативная память компьютеров достаточно велика, эта проблема теряет свою актуальность. Ранее вычисленные собственные векторы можно было сразу записывать в память (на диск) компьютера и извлекать (считывать) из памяти (с диска) компьютера последовательно для реализации процедуры ортогонализации (см. формулы (15) и (16)), что вполне реализуемо на уровне программного продукта, решающего эту задачу.

Таким образом, проблема большой размерности в SSA временных рядов относительно большой длины полностью решена.

Оценка периода базисной функции времени (ВТФ)

Технически задача оценка периода ВТФ не представляется сложной. Пусть $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_N)^T$ – это один из вычисленных собственных векторов матрицы $\tilde{\mathbf{C}}$, т. е. ВТФ (см. выше). Множество нулей ВТФ будем обозначать $\{z_1, z_2, \dots, z_p\}$. Для вычисления периода ВТФ используем следующий простой алгоритм.

Алгоритм 2. Шаг 0. Предварительно количеству нулей присвоим значение 0, т. е. $p := 0$.

Шаг 1. Пусть номер j (номер компоненты вектора $\mathbf{X}$) пробегает значения от 1 до N .

Если $x_j = 0$ или $x_j x_{j+1} < 0$, то $p := p + 1$, $z_p := j$.

Шаг 2. Присваиваем номеру j значение z_1 ($j := z_1$).

Если $|x_j| \leq |x_{j+1}|$, то $z_1 := j + |x_j|/(|x_j| + |x_{j+1}|)$.

Если же $|x_j| > |x_{j+1}|$, то $z_1 := j + 1 - |x_{j+1}|/(|x_j| + |x_{j+1}|)$.

Шаг 3. Повторяем шаг 2, заменяя z_1 на z_p .

Шаг 4. Вычисляем значение периода по формуле

$$T = \frac{2}{p-1} \sum_{i=1}^{p-1} (z_{i+1} - z_i) = \frac{2(z_p - z_1)}{p-1}. \quad (17)$$

Конец Алгоритма 2.

Как нетрудно заметить, шаг 1 Алгоритма 2 определяет множество точек, предшествующих нулям (непрерывной, т. е. воображаемой) ВТФ, среди которых с очень малой вероятностью могут оказаться и нули. Как следует из шага 4, период вычисляется с использованием только первого и последнего элементов этого упорядоченного множества (z_1 и z_p). Поэтому на втором и третьем шагах эти значения уточняются.

В нашей работе [10] оценка периода (17) была использована без второго и третьего шагов Алгоритма 2 (без уточнения значений z_1 и z_p). Идея такого подхода состоит в том, что погрешности определения значений z_1 и z_p , полученных на шаге 1 и фигурирующих в формуле (17), как правило, существенно меньше разности (см. формулу (17)) между этими значениями. Однако если учесть, что в окрестности нуля синusoида близка к прямой, то значения z_1 и z_p можно уточнить, что и осуществляется на втором и третьем шагах Алгоритма 2.

Кроме оценки периода (17), в работе [10] использовалась и оценка на основе не нулей, а экстремумов. При этом, как и в Алгоритме 2, сначала количество экстремумов принималось $q := 0$ и далее вычислялось множество точек экстремумов $\{u_1, u_2, \dots, u_q\}$ по правилу:

($j := 1, 2, \dots, N$); если $|x_{j-1}| \leq |x_j| \geq |x_{j+1}|$, то $q := q + 1$, $u_q := j$.

Величина периода вычислялась по аналогичной формуле:

$$T' = \frac{2(u_q - u_1)}{q-1}. \quad (17a)$$

Значения u_1 и u_q в этой формуле не требуют уточнений в силу вспомогательной роли оценки T' : явно выраженное неравенство $T > T'$ может служить индикатором наложения относительно высокой частоты в структуре ВТФ, что будет продемонстрировано в следующем разделе.

Здесь следует отметить, что на этом этапе завершено описание SSA, которое включает в себя оценки автоковариаций, вычисление собственных векторов автоковариационной матрицы и оценки периодов собственных векторов, рассматриваемых как ВТФ.

Далее рассмотрены проблемы, решение которых ведет к существенной модификации SSA.



Проблема повторяющихся частот и частотных наложений

Результаты первого применения описанного выше метода были опубликованы в нашей статье [10]. Рис. 1 из этой статьи графически представляет первые четыре ВТФ ряда среднегодовых значений приземной температуры воздуха в Санкт-Петербурге-Петрограде-Ленинграде-Санкт-Петербурге за 120 лет (1881 – 2000). Видно, что эти ВТФ лишь напоминают гармоники, так как не обладают постоянством амплитуды и периода.

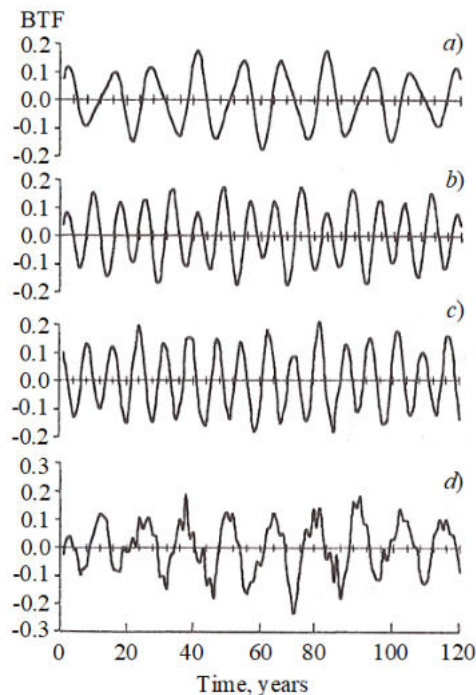


Рис. 1. Первые 4 базисные функции времени (ВТФ) среднегодовой температуры в Санкт-Петербурге-Петрограде-Ленинграде-Санкт-Петербурге за 120 лет (1881 – 2000), полученные методом SSA (Пример 1, см. работу [10])

ные. На рис. 1, *a – c* можно видеть наложения относительно низкой частоты, которые приводят к нестабильности амплитуды, и, вообще говоря, не затрудняют оценку периода ($T \approx T'$), что было показано выше на примере X_2 и X_3 . На рис. 1, *d*, где представлен вектор X_4 , имеет место наложение относительно высоких частот ($T > T'$: $T = 10,17$ года, а $T' = 3,90$ года). Это придает гребням гармоник зубчатый вид. Нетрудно заметить, что если эти зубья расположены вблизи пересечения с осью, то могут появиться дополнительные нули, искажающие оценку (17), т. е. оценка основного периода T окажется ошибочной. В этой ситуации стоит воздержаться от применения термина «шум» по двум причинам. Во-первых, чтобы объединить оба случая, учитывая при этом, что относительно низкочастотные наложения не принято называть шумом, а во-вторых, потому что шумом называют чужеродную составляющую исходного ряда, тогда как мы имеем дело с ВТФ.

В работе [10] для решения этой проблемы предлагалось применить данный метод (Алгоритм 1) к самим ВТФ, выделяя таким образом основное колебание. Очевидно, что такой подход к решению проблемы трудно реализовать в едином программном продукте, так как он приводит к разветвленному алгоритму. Поэтому здесь предлагается другое решение этой проблемы.

Поскольку такое явление нередко имеет место и в реальных данных наблюдений, климатологи избегают термина «периодичность», заменяя его термином «цикличность». Статья [10] практически не раскрывала всей математической сути метода, т. е. она не раскрывала метод вычисления собственных векторов (BFT) и не содержала формулу (10а), но при этом позволила выявить две проблемы.

Первая, менее существенная, состоит в том, что мы одну и ту же частоту (один и тот же период) можем получить дважды из-за взаимной ортогональности гармоник, которые сдвинуты относительно друг друга на четверть периода как функции $\sin t$ и $\cos t$. Эта проблема решается относительно просто через сложение собственных значений (т. е. дисперсий) этой частоты. Например, достаточно близки периоды второй и третьей ВТФ:

$$X_2 (T = 7,86 \text{ года}, T' = 7,80 \text{ года}), \\ X_3 (T = 7,73 \text{ года}, T' = 7,79 \text{ года}).$$

В разделе «Численные примеры...» мы дадим объяснения тому, почему небольшие расхождения периода можно игнорировать и считать подобные случаи повторениями.

Вторая проблема состоит в наличии частотных наложений в структуре ВТФ, которые бывают двух типов: относительно низкочастотные и относительно высокочастотные.

Решение проблем повторяющихся частот и частотных наложений.

Метод «кочан капусты»

После оценки ковариаций вычислим лишь первую ВТФ ($\mathbf{X}_1$) и оценку периода $T(T_1 := T)$. Затем вычтем данную периодическую составляющую из исходного центрированного ряда $\mathbf{Y}_0$ ($\mathbf{Y}_0 = \mathbf{Y} - \bar{y}\mathbf{1}$, все элементы вектора $\mathbf{1}$ равны единице) используя формулу, аналогичную формулам ортогонализации (см. формулы (15) и (16)):

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{Y}_0 - \alpha \mathbf{X}_s(T_1) - \beta \mathbf{X}_c(T_1), \quad (18)$$

где компоненты векторов $\mathbf{X}_s(T_1)$ и $\mathbf{X}_c(T_1)$ соответственно выражаются как

$$x_{sj} = \sin\left(\frac{2\pi(j-1)}{T_1}\right), x_{cj} = \cos\left(\frac{2\pi(j-1)}{T_1}\right), j = 1, 2, \dots, N,$$

В общем случае векторы $\mathbf{X}_s(T_1)$ и $\mathbf{X}_c(T_1)$ не являются строго взаимно ортогональными. Последнее имеет место лишь в случае, когда полупериод $T_1/2$ делит длину ряда N нацело. Поэтому составим из столбцов (векторов) $\mathbf{X}_s(T_1)$ и $\mathbf{X}_c(T_1)$ матрицу $\mathbf{X}(T_1)$ размерности $N \times 2$ следующего вида:

$$\mathbf{X}(T_1) = (\mathbf{X}_s(T_1), \mathbf{X}_c(T_1)).$$

Тогда значения коэффициентов α и β в выражении (18) получаем по формуле

$$(\alpha, \beta)^T = (\mathbf{X}^T(T_1)\mathbf{X}(T_1))^{-1}\mathbf{X}^T(T_1)\mathbf{Y}_0.$$

Дисперсию, объясняемую этой периодичностью T_1 , оценим как разность значений

$$\Delta \text{var}(\mathbf{Y}_1) = \text{var}(\mathbf{Y}_0) - \text{var}(\mathbf{Y}_1) = (\tilde{c}_0(0) - \tilde{c}_1(0))N, \quad (19)$$

где $\tilde{c}_0(0)$ — оценка дисперсии σ^2 исходных членов ряда; $\tilde{c}_1(0)$ — оценка дисперсии членов ряда, полученного после применения формулы (18).

Другими словами, данная периодичность T_1 представляет собой носитель дисперсии $\Delta \text{var}(\mathbf{Y}_1)$. Очевидно, что для значения, полученного по формуле (19), должно выполняться соотношение $\Delta \text{var}(\mathbf{Y}_1) \geq \lambda_1$ в силу того, что выполнение процедуры (18) решает проблему повторяющихся частот. Такая процедура, несомненно, эффективнее, чем непосредственное вычитание проекции $\mathbf{Y}_0$ на $\mathbf{X}_1$, которое, с учетом нормирования $\mathbf{X}_1$, имеет вид

$$\mathbf{Y}_1 = \mathbf{Y}_0 - (\mathbf{Y}_0^T \mathbf{X}_1) \mathbf{X}_1 = \mathbf{Y}_0 - \sqrt{\lambda_1} \mathbf{X}_1. \quad (20)$$

В последнем случае

$$\mathbf{Y}_1^T \mathbf{Y}_1 = \mathbf{Y}_0^T \mathbf{Y}_0 - \lambda_1 = \tilde{c}(0)N - \lambda_1$$

(см. далее формулу (23)).

Преимущество нового подхода проще объяснить на языке линейной алгебры. В равенствах (20) мы вычитаем из вектора $\mathbf{Y}_0$ его ортогональную проекцию на линейное пространство, порожденное вектором $\mathbf{X}_1$. Однако, если игнорировать частотные наложения, то в силу того, что T_1 есть период $\mathbf{X}_1$, мы можем воспроизвести $\mathbf{X}_1$ как линейную комбинацию векторов $\mathbf{X}_s(T_1)$ и $\mathbf{X}_c(T_1)$, т. е.

$$\mathbf{X}_1 \in \Lambda(\{\mathbf{X}_s(T_1), \mathbf{X}_c(T_1)\}),$$

или

$$\Lambda(\{\mathbf{X}_1\}) \subset \Lambda(\{\mathbf{X}_s(T_1), \mathbf{X}_c(T_1)\}), \quad (21)$$

где $\Lambda(\{*\})$ — линейная оболочка множества $\{*\}$.

Отсюда следует, что ортогональная проекция центрированного ряда

$$(\text{вектора } \mathbf{Y}_0 \text{ на } \Lambda(\{\mathbf{X}_s(T_1), \mathbf{X}_c(T_1)\})),$$

вычитаемая в формуле (18), не может быть меньше ортогональной проекции $\mathbf{Y}_0$ на пространство, порожденное $\mathbf{X}_1$, т. е. $\Delta \text{var}(\mathbf{Y}_1)$ не может быть меньше λ_1 ($\Delta \text{var}(\mathbf{Y}_1) \geq \lambda_1$).



К этому следует добавить и большую корректность формулы (18), по сравнению с (20), так как вычитаются гармоники, а не их приблизительное подобие. Ниже мы неоднократно еще подчеркнем этот важный момент.

Далее применим к ряду Y_1 , полученному по формуле (18), определенную последовательность действий, т. е. следующий алгоритм.

Алгоритм 3 (модифицированный SSA).

Шаг 1. Оценка автоковариаций (использовать формулу (8)).

Шаг 2. Вычисление только первой BTF (по Алгоритму 1).

Шаг 3. Оценка периода BTF (по Алгоритму 2);

Шаг 4. Извлечение полученной периодичности (использовать формулу (18)) и оценка ее доли дисперсии (формула (19)).

Конец Алгоритма 3.

Продолжая этот процесс (повторяя Алгоритм 3), мы получим последовательность значений периода T_j и дисперсии $\Delta \text{var}(Y_j)$, $j = 1, 2, \dots$, «раздевая» исходный временной ряд по периодам (частотам), как кочан капусты по листу.

Накопленная дисперсия извлеченных периодичностей на j -м шаге следует выражению (см. формулу для дисперсии (19)):

$$\text{Total var}_j = \sum_{l=1}^j \Delta \text{var}(Y_l) = (\tilde{c}_0(0) - \tilde{c}_j(0))N.$$

Далее мы проиллюстрируем на численных примерах действие метода модифицированного SSA, который дополним словосочетанием «кочан капусты» (англ. SSA – Head of Cabbage (SSA–HC)).

Численные примеры и дальнейшая трактовка метода SSA–HC

Пример 1. В качестве первого примера рассмотрим все тот же ряд среднегодовых значений приземной температуры Санкт-Петербурга-Петрограда-Ленинграда-Санкт-Петербурга за 120 лет (1881 – 2000). Однако, в отличие от работы [10], где исходные данные были предоставлены непосредственно климатологами Главной геофизической обсерватории им. А. И. Воейкова (г. Санкт-Петербург, Россия), в этом численном примере использованы сведения из интернет-сайта [11], где климатические данные представлены в округленном виде (до одной десятой градуса).

В табл. 1 приведены первые пятнадцать шагов применения SSA–HC для анализа вышеуказанных среднегодовых значений приземной температуры. Кроме того, в таблицу включены собственные значения $\lambda_1(j)$, соответствующие собственным векторам $X_1(j)$ (BTF), которые вычислены на втором шаге Алгоритма 3 и на j -м шаге (повторении) алгоритма SSA–HC. Эти значения приведены в процентах от общей дисперсии исходного временного ряда Y_0 , т. е. согласно формуле

$$\lambda_1(j) := \frac{\lambda_1(j) \cdot 100\%}{\text{tr} \tilde{C}_0} = \frac{\lambda_1(j) \cdot 100\%}{\tilde{c}_0(0) \cdot N},$$

где $\text{tr} \tilde{C}_0$ – след автоковариационной матрицы исходного временного ряда (Y_0); $\tilde{c}_0(0)$ – ее диагональный элемент, равный дисперсии члена ряда; $N = 120$.

Также преобразовываются и все остальные величины, относящиеся к дисперсии. Суммируя 15 значений третьего столбца табл. 1, получаем величину 33,888 %, что чуть выше половины значения Total var_{15} (66,733 %, см. табл. 1), а это объясняется соотношением

$$\Lambda(\{X_1(j)\}_{j=1}^k) \subset \Lambda(\{X_s(T_j), X_c(T_j)\}_{j=1}^k), \quad (22)$$

причем j – шаг SSA–HC, $k = 15$.

Это соотношение (22) следует из выражения (21), которое справедливо и для всех $j \geq 2$.

При использовании метода SSA–HC график первой BTF (рис. 2, а), естественно, не изменился (см. рис. 1, а), т. е. округление данных из интернет-сайта [11] не оказало существенного влияния.

Отметим важный момент. В структуре BTF $X_1(j)$, полученных методом SSA–HC и представленных на рис. 2, а также других, там не представленных, наблюдаются лишь

Таблица 1

Результаты применения метода SSA-НС к временному ряду среднегодовых значений приземной температуры в Санкт-Петербурге- Петрограде-Ленинграде-Санкт-Петербурге за 120 лет (Пример 1)

J	T_j	$\lambda_1(j)$	$\Delta \text{var}(\mathbf{Y}_j)$	Total var. $_j$
	лет	%		
1	13,012	3,915	7,912	7,912
2	7,752	3,641	8,163	16,075
3	2,249	3,304	7,556	23,631
4	4,963	2,761	4,939	28,571
5	2,673	2,652	5,270	33,841
6	5,761	2,571	4,950	38,791
7	2,364	2,469	4,788	43,578
8	3,401	2,256	3,865	47,443
9	4,729	2,092	3,529	50,973
10	3,687	2,061	3,215	54,187
11	11,167	2,006	2,794	56,982
12	2,052	1,930	2,384	59,366
13	20,599	1,816	2,714	62,080
14	8,799	1,794	2,336	64,416
15	4,416	1,619	2,318	66,733

Обозначения: SSA-HC – модифицированный анализ сингулярного спектра, названный термином «кочан капусты»; j – шаг SSA-HC (количество повторений Алгоритма 3); T_j – период $\mathbf{X}_1(j)$, т. е. BTF, полученной на j -м шаге; $\lambda_1(j)$ – собственное значение, отвечающее вектору $\mathbf{X}_1(j)$ (дано в процентах от общей дисперсии исходного временного ряда $\mathbf{Y}_0$); $\Delta\text{var}(\mathbf{Y}_j)$ – дисперсия, объясняемая периодом T_j ; Total var. – накопленная дисперсия периодичностей, извлеченных за j шагов.

Примечания. 1. Временной ряд охватывает период с 1881 до 2000 г. ($N = 120$). 2. Представлены первые 15 шагов применения метода SSA-НС. 3. Значения T_j , которые повторили результаты работы [10], выделены жирным шрифтом.

наложения относительно низкочастотных колебаний. Последние, в отличие от наложений относительно высокочастотных колебаний, не препятствуют адекватной оценке периода, которая используется в SSA-НС (см. формулу (18)).

Для сравнения методов SSA-НС и SSA в табл. 2 приведены результаты применения SSA к тому же ряду температурных данных (см. табл. 1) [11].

Принципиальное различие табл. 2 и 1 состоит в том, что в табл. 1 значения $\lambda_1(j)$ были приведены лишь для иллюстрации соотношения (22), которое косвенно свидетельствует о лучшей результативности метода SSA-НС, по сравнению с SSA. В случае применения SSA роль $\Delta \text{var}(\mathbf{Y}_j)$ играет само значение λ_j как величины дисперсии, которая обусловлена периодом колебаний температуры T_j . Поэтому значения накопленной дисперсии Total var_j получаются путем суммирования значений λ_i ($i = 1, 2, \dots, j$). На 15-м шаге применения SSA накопленная дисперсия составляет 49,387 % от общей дисперсии ряда, что на 17,346 % меньше, чем в случае применения SSA-НС (см. табл. 1).

Однако здесь имеет место еще один достаточно интересный момент. Анализ данных табл. 2 показывает, что при обычном SSA значение доли дисперсии $\lambda_1 = 3,915$ % объясняется периодом в 13 лет (точное значение 13,012 г.). Ниже в табл. 2 мы видим, что практически тот же период в 13 лет (в табл. 2 это значение 12,890 г.) объясняет и дисперсию $\lambda_4 = 3,873$ %. В результате сложения получается значение 7,787 %. В табл. 1, где даны результаты применения метода SSA-НС, значение $\text{var}(\mathbf{Y}_1) = 7,912$ % тоже объясняется



Таблица 2

Результаты применения метода SSA к временному ряду среднегодовых значений приземной температуры в Санкт-Петербурге-Петрограде-Ленинграде-Санкт-Петербурге за 120 лет (Пример 1)

j	T_j	$\lambda_j(j)$	Total var _j
	лет	%	
1	13,012	3,915	3,915
2	7,786	3,741	7,656
3	2,249	3,292	10,948
4	12,890	3,873	14,821
5	7,754	3,744	18,565
6	2,256	3,241	21,806
7	2,995	3,096	24,902
8	2,801	3,107	28,009
9	2,473	3,139	31,148
10	3,886	3,106	34,254
11	3,231	3,006	37,261
12	4,015	3,247	40,508
13	3,790	3,056	43,564
14	3,097	2,980	46,545
15	3,950	2,842	49,387

Примечания. 1. Обозначения идентичны использованным в табл. 1. 2. Временной ряд охватывает период с 1881 до 2000 г. ($N = 120$). 3. Представлены первые 15 шагов применения метода SSA. 4. Исходные данные взяты из интернет-сайта [11].

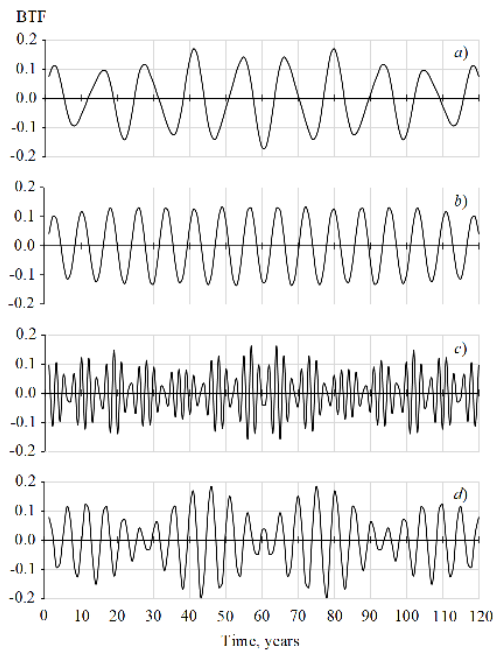


Рис. 2. Графики четырех ВТФ, аналогичные приведенным на рис. 1, но полученные методом SSA-НС

периодом 13 лет. Небольшое относительное расхождение между этими величинами дисперсии, равное 1,605 %, можно объяснить лишь тем, что относительно низкочастотные наложения (см. рис. 2,а), которые влияют на амплитуду, не исключаемые в SSA, оказывают отрицательное воздействие:

$$7,912\% \approx 7,787\%, \\ \text{но все же } 7,912\% > 7,787\%.$$

Напомним, что в SSA-НС мы извлекаем из ряда «чистые» гармоники, а не их приблизительное подобие, и оцениваем объясняемую ими дисперсию.

Главное, на что здесь следует обратить внимание, — это отсутствие в табл. 1 столь близких значений к периоду 13,012 года (повторений).

Здесь, как было обещано выше, мы объясним, почему близкие значения периода в табл. 2 можно считать повторением, например, 13,012 года и 12,890 года (относительное различие 0,946 %). Наш исследуемый ряд является дискретным представлением непрерывного процесса, спектр которого также непрерывен. Это косвенно отражено в Алгоритме 2. Извлекая из ряда гармонику с периодом T , что, собственно, и делается в SSA-НС, мы при этом для некоторого числа $\delta > 0$ такого, что отношение δ/T мало, существенно приближаем к нулю дисперсии периодичностей из целого интервала $(T - \delta; T + \delta)$. Поэтому значения периода, которые близки к 13,012 г., в SSA-НС могут встретиться при продолжении табл. 2 лишь с пренебрежимо малым значением дисперсии. Очевидно, что взаимная ортогональность ВТФ с близкими значениями периодов, полученных обычным SSA, имеет место не за счет этого небольшого расхождения величины периода, а за счет взаимного фазового сдвига приблизительно на четверть периода, как в случае с функциями $\sin t$ и $\cos t$.

Аналогичная ситуация имеет место и с близкими значениями периода 7,786 г. и 7,754 г. (см. табл. 2, относительное различие составляет 0,413 %). Складывая дисперсии, объясняемые этими периодами, получаем значение меньше, чем оценка дисперсии

периодичности 7,752 г. (см. табл. 1), полученная методом SSA-НС:

$$3,741 \% + 3,744 \% = 7,485 \% < 8,163 \%$$

Эти результаты вызывают некоторые сомнения относительно оптимальности обычного SSA.

Прежде чем рассматривать следующий пример, разясним несколько подробнее суть отличия метода SSA-НС от SSA.

В SSA центрированный исходный временной ряд в векторно-матричной форме, как нетрудно проверить, может быть представлен формулой

$$\mathbf{Y}_0 = \hat{\mathbf{Y}}_k + \boldsymbol{\varepsilon} = \sum_{j=1}^k \sqrt{\lambda_j} \mathbf{X}_j + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (23)$$

где $\{\lambda_j, \mathbf{X}_j\}_{j=1}^k$ – собственные значения и нормированные собственные векторы автокорреляционной матрицы исходного ряда ($k < N$); $\boldsymbol{\varepsilon}$ – вектор погрешностей представления (23).

В терминах функций времени формула (23) принимает вид

$$y_0(\tau_i) = \sum_{j=1}^k \sqrt{\lambda_j} \psi_j(\tau_i) + \varepsilon(\tau_i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (23a)$$

где $\{\psi_j(\tau)\}_{j=1}^k$ – это функции $\{\mathbf{X}_j\}_{j=1}^k$, рассматриваемые как ВТФ (см. раздел «Теоретическая основа SSA»).

При этом $\hat{\mathbf{Y}}_k$ есть ортогональная проекция $\mathbf{Y}_0$ на пространство, порожденное взаимно ортогональными собственными векторами матрицы $\tilde{\mathbf{C}}_0$, т. е. на $\Lambda(\{\mathbf{X}_j\}_{j=1}^k)$. Ортогональ-

ность проекции следует из того, что метод главных компонент (PCA) возник когда-то на основе метода наименьших квадратов (англ. Ordinary Least Squares (OLS), см. нашу статью

[12]). Поэтому он должен обеспечивать минимизацию суммы невязок $\sum_{i=1}^N \varepsilon^2(\tau_i)$. Однако в

случае применения PCA к стационарным временным рядам, т. е. в случае SSA, это далеко не так из-за возможного повторения частот (периодов), что и было показано на примере температурного ряда.

В SSA-НС вместо формулы (23) мы имеем представление вида

$$\mathbf{Y}_0 = \tilde{\mathbf{Y}}_k + \boldsymbol{\delta} = \sum_{j=1}^k \left\{ \alpha_j \mathbf{X}_s(T_j) + \beta_j \mathbf{X}_c(T_j) \right\} + \boldsymbol{\delta}, \quad (24)$$

или в терминах функций времени –

$$y_0(\tau_i) = \sum_{j=1}^k A_j \sin(2\pi\tau_i/T_j + \varphi_j) + \delta(\tau_i), \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (24a)$$

где амплитуда A_j и фаза φ_j вычисляются на основе значений α_j и β_j , как в формуле (4), а период T_j определяется из формы вектора $\mathbf{X}_1(j)$, рассматриваемого как ВТФ, следуя Алгоритму 2.

Таким образом, при использовании метода SSA-НС мы пошагово применяем PCA (т. е. по сути метод OLS) для нахождения формы колебания максимальной дисперсии $\mathbf{X}_1(j)$ среди оставшихся из возможных (см. Алгоритм 1 и Замечание 1). Далее, определив период T_j этой ВТФ ($\mathbf{X}_1(j)$, см. Алгоритм 2), мы выполняем преобразование (18), т. е. переходим к разложению по гармоникам (см. Алгоритм 3).

Проекция $\tilde{\mathbf{Y}}_k$ на $\Lambda(\{\mathbf{X}_s(T_j), \mathbf{X}_c(T_j)\}_{j=1}^k)$ не является строго ортогональной в силу того, что получена пошагово. Это означает, что сочетание последовательных шагов SSA с гармоническим анализом в методе SSA-НС приводит к отказу от жестких требований ортогональности. При этом для доказательства большей результативности SSA-НС, по



сравнению с SSA, мы не можем брать за основу соотношение (22), так как

$$\Lambda\left(\left\{\mathbf{X}_j\right\}_{j=1}^k\right) \neq \Lambda\left(\left\{\mathbf{X}_1(j)\right\}_{j=1}^k\right),$$

поскольку $\left\{\mathbf{X}_j\right\}_{j=1}^k$ – это множество собственных векторов $\tilde{\mathbf{C}}_0$, а $\left\{\mathbf{X}_1(j)\right\}_{j=1}^k$ – это множество первых собственных векторов (см. Алгоритм 1 и Замечание 1) последовательности матриц $\mathbf{C}_{j-1}$ ($j = 1, 2, \dots, k$).

И тем не менее, мы вправе ожидать большей результативности SSA-НС, по сравнению с SSA (а сравнение данных в табл. 1 и 2 это подтверждает), что при фиксированном k можно выразить неравенством

$$\sum_{i=1}^N \delta^2(\tau_i) \leq \sum_{i=1}^N \varepsilon^2(\tau_i),$$

или

$$\|\tilde{\mathbf{Y}}_k\| \geq \|\hat{\mathbf{Y}}_k\| \quad (25)$$

уже в силу того, что $\tilde{\mathbf{Y}}_k$ есть проекция (пусть и не строго ортогональная) на пространство существенно большей размерности, т. е.

$$\dim \Lambda\left(\left\{\mathbf{X}_s(T_j), \mathbf{X}_c(T_j)\right\}_{j=1}^k\right) > \dim \Lambda\left(\left\{\mathbf{X}_j\right\}_{j=1}^k\right).$$

Если возвести неравенство (25) в квадрат, то получается соответствующее неравенство для величин общих дисперсий этих составляющих исходного ряда.

Еще раз подчеркнем, что представление временного ряда (24) – не только более результативно, по сравнению с (23), но и более корректно в отношении гармонического спектрального анализа, так как в (24) мы представляем ряд именно гармониками, а не их приближительным подобием.

Пример 2. В качестве второго примера рассмотрим ряд ($N = 488$) значений давления, полученных на дне (за уступом) экспериментального лотка гидравлической лаборатории инженерно-строительного факультета Санкт-Петербургского государственного политехнического университета (ныне носит название «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»). С подробностями эксперимента можно ознакомиться в работе [13]. Значения были любезно предоставлены автором статьи [13]. Они даны в условных единицах (в миллиметрах водяного столба). Для Примера 2 были взяты значения с интервалом в 0,32 с. В табл. 3 приведены первые 15 шагов применения метода SSA-НС к этому ряду, где все значения представлены в процентах от дисперсии исходного ряда.

Здесь, как следует из пятого столбца табл. 3, 15 шагов применения метода SSA-НС набирают 44,522 % от общей дисперсии (см. Total var_{15}). Однако с учетом длины исходного ряда, $N = 488$, это значение демонстрирует, что относительная скорость накопления дисперсии оказывается в 2,7 раза выше, чем в случае ряда среднегодовых значений приземной температуры (см. Пример 1).

На рис. 3 представлены первые 4 ВТФ, вычисленные методом SSA-НС для ряда значений давления на дне экспериментального лотка. Напомним, что эти ВТФ являются собственными векторами последовательности автоковариационных матриц.

Замечание 2. Следует учесть, что при вычитании гармоник (см. формулу (18)) среднее значение оставшегося ряда может отклоняться от нуля как в положительную, так и в отрицательную стороны. Кроме того, может появиться незначительный тренд. В связи с этим необходимо после процедуры (18) проводить дополнительное центрирование ряда и последующее извлечение линейного тренда. Здесь стоит отметить, что извлечение линейного тренда следует проводить и при начальном центрировании. При извлечении тренда, естественно, изменится и значение дисперсии. Например, исходный ряд значений давления на дне экспериментального лотка содержал линейный тренд с коэффициентом $5,625 \cdot 10^{-3}$ у. е. $\cdot \text{с}^{-1}$, а извлечение этого тренда уменьшило дисперсию на 0,03 %. Извлечение гармоники с периодом 51,987 с (см. табл. 3) дало среднее значение $4,975 \cdot 10^{-3}$ у. е.

Таблица 3

Результаты применения метода SSA-НС к ряду значений давления воды на дне экспериментального лотка (Пример 2)

j	T_j	$\lambda_1(j)$	$\Delta\text{var}(Y_j)$	Total var _{j}
	секунды			
1	34,599	2,635	6,303	6,303
2	16,563	1,912	4,815	11,118
3	51,987	1,793	5,364	16,482
4	8,210	1,548	4,017	20,499
5	2,708	1,091	2,764	23,262
6	24,725	0,952	2,554	25,816
7	2,565	0,938	2,259	28,076
8	5,570	0,905	2,188	30,263
9	6,102	0,887	2,432	32,695
10	1,628	0,813	1,974	34,670
11	4,124	0,787	2,136	36,806
12	3,859	0,836	1,987	38,793
13	8,581	0,745	2,262	41,056
14	2,443	0,723	1,856	42,912
15	3,007	0,677	1,611	44,522

Примечания. 1. Обозначения идентичны использованным в табл. 1 и 2.

2. Представлены первые 15 шагов применения метода SSA-НС.

3. Экспериментальные данные были любезно предоставлены автором работы [13].

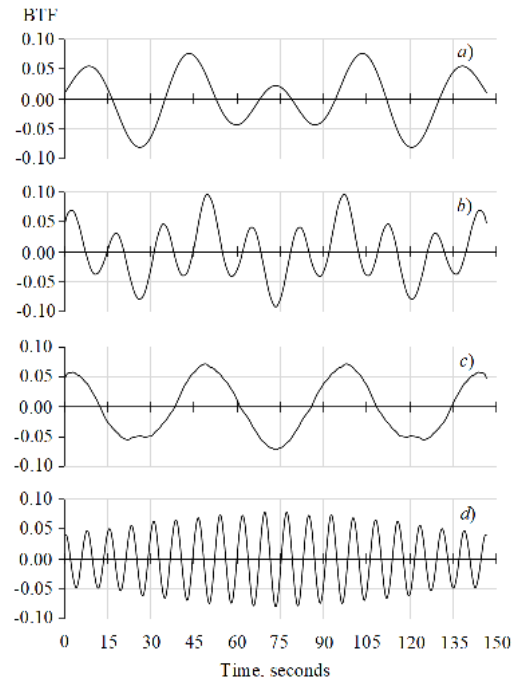


Рис. 3. Первые 4 BTF ряда значений давления на дне экспериментального лотка, полученные методом SSA-НС.

Исходные данные представлены автором работы [13]

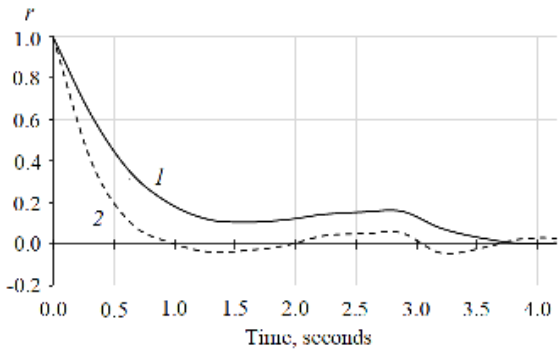


Рис. 4. Начальные фрагменты эмпирических автокорреляционных функций исходного ряда значений давления воды (кривая 1) и ряда, полученного после 15 шагов применения метода SSA-НС (кривая 2).

Исходные данные представлены автором работы [13]



и линейный тренд с коэффициентом $-1,111 \cdot 10^{-2}$ у. е. $\cdot$ с $^{-1}$, а повторное центрирование и извлечение тренда уменьшили дисперсию всего лишь на 0,116 %. В остальных случаях подобные коррекции уменьшали дисперсию менее чем на тысячную процента.

На рис. 4 представлены начальные фрагменты эмпирических автокорреляционных функций

$$r(\tau) = c(\tau)/\sigma^2 = c(\tau)/c(0)$$

(см. разделы «Теоретическая основа SSA» и «Оценивание ковариаций») исходного ряда давления воды и ряда, полученного после 15 шагов применения метода SSA-НС. Видно, что с извлечением 15 гармоник соответствующих периодов, оцененных в процессе SSA-НС, автокорреляция временного ряда заметно снизилась.

Очевидно, что данные в табл. 1 – 3 служат иллюстративным целям, и при необходимости их можно продолжить до требуемого уровня накопленной дисперсии.

Заключение

Подводя итоги настоящей работы, отметим следующие наиболее существенные моменты.

Применение к исследованию временных рядов методами SSA или SSA-НС (за исключением SSA по методу гусеницы) требует использования смещенной оценки автоковариаций (8).

Использование итераций фон Мизеса с формулой (10а) решает проблему большой размерности при вычислении собственных векторов автоковариационной матрицы, так как позволяет применять SSA и SSA-НС к временным рядам произвольной длины.

Оценку периода BTF можно улучшить за счет уточнения первого и последнего нулевых значений.

Как метод SSA, так и метод SSA-НС решают задачу оптимизации гармонического спектрального анализа, но применение SSA-НС обеспечивает большую результативность, по сравнению с SSA, решает проблемы повторяющихся частот и частотных наложений в структуре BTF и, в принципе, его следует признать более корректным.

Все рассмотренные алгоритмы легко реализуемы в программных продуктах.

Благодарности

Авторы выражают глубокую признательность кандидату технических наук А. А. Каверину (во время проведения эксперимента он был младшим научным сотрудником инженерно-строительного факультета Санкт-Петербургского государственного политехнического университета, а завершил свою деятельность главным конструктором ООО «Триплус-Инжиниринг») за предоставленные экспериментальные данные, послужившие в этом исследовании вторым численным примером применения SSA-НС; а также программисту М. И. Мещерякову, специалисту отдела разработки программного обеспечения ООО «Техноконтент», за помощь в реализации SSA-НС на языке программирования Python.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Дженкинс Г., Ваттс Д.** Спектральный анализ и его приложения. Пер. с англ. В 2-х вып. Выпуск 1. М.: Мир, 1971. 320 с.
2. Главные компоненты временных рядов: метод «Гусеница». Под ред. Д. Л. Данилова, А. А. Жиглявского. СПб.: Изд-во СПбГУ, 1997. 308 с.
3. **Пичугин Ю. А.** Выборочные главные компоненты скользящего отрезка в анализе временных рядов метеорологических данных // Метеорология и гидрология. 1999. № 8. С. 31–36.
4. **Awichi R., Müller W. G.** Improving SSA predictions by inverse distance weighting // REVSTAT – Statistical Journal. 2013. Vol. 11. No. 1. Pp. 105–119.
5. **Leles M. C. R., Sansão J. P. H., Mozelli L. A., Guimarães H. N.** A new algorithm in singular spectrum analysis framework: The Overlap-SSA (ov-SSA) // SoftwareX. 2018. Vol. 8. July–December. Pp. 26–32.
6. **Оппенгейм А. В., Шафер Р. В.** Цифровая обработка сигналов: Пер. с англ. М.: Связь, 1979. 416 с.

7. **Пичугин Ю. А.** Оценка статистической значимости и пространственной неоднородности линейных трендов приземной температуры воздуха // Известия Русского географического общества. 2003. Т. 135. № 6. С. 78–84.
8. **Уилкинсон Дж. Х., Райнш С.** Справочник алгоритмов на языке АЛГОЛ. Линейная алгебра. М.: Машиностроение, 1976. 390 с.
9. **Пичугин Ю. А.** Вычислительные особенности анализа сингулярного спектра // Сборник тезисов докладов II Международного форума «Математические методы и модели в высокотехнологическом производстве». 9 ноября 2022 г. Санкт-Петербург: ГУАП, 2022. С. 259–260.
10. **Пичугин Ю. А.** Итерационный анализ сингулярного спектра в оценке естественных цикличностей данных метеорологических наблюдений // Метеорология и гидрология. 2001. № 10. С. 34–39.
11. Погода и климат. Летопись погоды в Санкт-Петербурге (по online данным и литературным источникам). URL: <http://www.pogodaiklimat.ru/history/26063.htm>. Дата обращения 15. 07. 2024.
12. **Пичугин Ю. А.** Замечания к использованию главных компонент в математическом моделировании // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2018. Т. 11. № 3. С. 74–89.
13. **Каверин А. А.** Результаты экспериментальных исследований границ смены режимов течения за уступом // Инженерно-строительный журнал. 2013. № 2. С. 62–66.

REFERENCES

1. **Jenkins G. M., Watts D. G.**, Spectral analysis and its applications, Holden-Day, San Francisco, USA, 1969.
2. **Danilov D. L., Zhiglyavskii A. A.** (Eds.), The principal components of time series: The “Caterpillar method”, SPbSU Publishing, St. Petersburg, 1997 (in Russian).
3. **Pichugin Y. A.**, Sampling principal components of moving interval in the analysis of time series of meteorological data, Russian Meteorology and Hydrology. (8) (1999) 22–27.
4. **Awichi R., Müller W. G.**, Improving SSA predictions by inverse distance weighting, REVSTAT Stat. J. 11 (1) (2013) 105–119.
5. **Leles M. C. R., Sansão J. P. H., Mozelli L. A., Guimarrès H. N.**, A new algorithm in singular spectrum analysis framework: The Overlap-SSA (ov-SSA), SoftwareX. 8 (July–Dec) (2018) 26–32.
6. **Oppenheim A. V., Schaffer R. W.**, Digital signal processing, Pearson, London, 1975.
7. **Pichugin Yu. A.**, Estimation of statistical significance and space heterogeneity of surface air temperature, Proceedings of the Russian Geographical Society. 135 (6) (2003) 78 – 84 (in Russian).
8. **Wilkinson J. H., Reinsch C.**, Handbook for automatic computation, Vol. 2: Linear algebra (Grundlehren Der Mathematischen Wissenschaften, Vol. 186), Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg, Germany, 1971.
9. **Pichugin Yu. A.**, Computational features of singular spectrum analysis, Abstracts of the II Int. Forum “Computational and Mathematical Methods and Modelling in High-Tech Manufacturing”, Nov. 9, 2022, St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation. (2022) 259–260 (in Russian).
10. **Pichugin Yu. A.**, Iterative singular-spectrum analysis in estimating natural cyclicities in meteorological observation data, Russian Meteorology and Hydrology. (10) (2001) 24–28.
11. Погода и климат. Летопись погоды в Санкт-Петербурге (по online данным и литературным источникам) [The weather and climate. The weather annual chronicle in Saint Petersburg (according to online data and literary sources)]. URL: <http://www.pogodaiklimat.ru/history/26063.htm> (The access data is 15.07.2024).
12. **Pichugin Yu. A.**, Notes on using the principal components in the mathematical simulation, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 11 (3) (2018) 74–89 (in Russian).
13. **Kaverin A. A.**, Rezultaty eksperimentalnykh issledovaniy granits smeny rezhimov techeniya za ustupom [Results of experimental studies of the boundaries of a flow regime change behind a bench], Magazine of Civil Engineering. (2) (2013) 62–66 (in Russian).



СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ПИЧУГИН Юрий Александрович — доктор физико-математических наук, профессор Института инноватики и базовой магистерской подготовки Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия.

190000, Россия, г. Санкт-Петербург, Большая Морская ул., 61.

yury-pichugin@mail.ru

ORCID: 0000-0003-0646-364X

ПИЧУГИНА Ника Юрьевна — ассистент Института инноватики и базовой магистерской подготовки Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия.

190000, Россия, г. Санкт-Петербург, Большая Морская ул., 61.

nike.pichugina@gmail.com

ORCID: 0000-0002-9224-8761

THE AUTHORS

PICHUGIN Yury A.

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation

61 Bolshaya Morskaya St., St. Petersburg, 190000, Russia

yury-pichugin@mail.ru

ORCID: 0000-0003-0646-364X

PICHUGINA Nika Yu.

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation

61 Bolshaya Morskaya St., St. Petersburg, 190000, Russia

nike.pichugina@gmail.com

ORCID: 0000-0002-9224-8761

Статья поступила в редакцию 28.08.2024. Одобрена после рецензирования 06.11.2024. Принята 06.11.2024.

Received 28.08.2024. Approved after reviewing 06.11.2024. Accepted 06.11.2024.

Научная статья

УДК 535.5, 535-4, 535.012.2

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18115>

КОГЕРЕНТНЫЙ ДВОЙНОЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ОДНОМОДОВЫХ ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДОВ С СИЛЬНЫМ ЛИНЕЙНЫМ ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЕМ

А. И. Головченко¹, А. В. Петров¹, В. С. Темкин¹,
А. Б. Арчелков¹, М. К. Цибиногин², О. И. Котов¹ □

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия;

² ОАО, концерн "ЦНИИ «Электроприбор»", Санкт-Петербург, Россия
□ kotov@rphf.spbstu.ru

Аннотация. В работе детально проанализирован когерентный спектральный метод измерения параметров анизотропных волоконных световодов с учетом поляризационной дисперсии показателей преломления (ПП) и возможных угловых рассогласований осей двулучепреломления оптических элементов схемы. С использованием метода матриц Джонса рассмотрен измерительный поляризационный интерферометр и найдены зависимости его характеристик от параметров схемы. Показано, что отклонения величин осевых углов от оптимальных приводит к снижению контраста выходных интерференционных сигналов и появлению паразитных спектральных составляющих. Получены аналитические выражения для двулучепреломления и длины биений поляризационных мод с учетом дисперсии ПП, а также для спектральной передаточной функции поляризационного интерферометра и ее Фурье-образа. Экспериментально продемонстрированы особенности применения описанного метода для измерения ключевых параметров двулучепреломляющих волоконных световодов трех типов.

Ключевые слова: поляризация света, вектор Джонса, поляризационная мода, длина биений мод, анизотропный световод

Финансирование: Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-72-01101, <https://rscf.ru/project/23-72-01101/>.

Для цитирования: Головченко А. И., Петров А. В., Темкина В. С., Арчелков А. Б., Цибиногина М. К., Котов О. И. Когерентный двойной спектральный метод измерения параметров одномодовых волоконных световодов с сильным линейным двулучепреломлением // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 1. С. 182–200. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18115>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18115>

A COHERENT DOUBLE SPECTRAL METHOD FOR MEASURING THE PARAMETERS OF SINGLE-MODE OPTICAL FIBERS WITH STRONG LINEAR BIREFRINGENCE

A. I. Golovchenko¹, A. V. Petrov¹, V. S. Temkina¹,
A. B. Archelkov¹, M. K. Tsibinogina², O. I. Kotov¹ □



¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia;

² Concern CSRI "Elektropribor", JSC, St. Petersburg, Russia

✉ kotov@rphf.spbstu.ru

Abstract. In this work, a coherent spectral method for measuring the parameters of anisotropic optical fiber with taking into account polarization dispersion of refractive indices (RI) and possible angular mismatches of birefringence axes of the circuit optical elements has been analyzed thoroughly. Using the Jones matrix method, the measuring polarization interferometer was treated and the relationship between its characteristics and circuit parameters was obtained. The deviations of the axial angles from the optimal ones were shown to lead to a decrease in the contrast of the output interference signals and to the appearance of parasitic spectral components. Analytical expressions for the birefringence and beat length of polarization modes having regard to the RI dispersion, as well as for the spectral transfer function (STF) of the polarization interferometer and its Fourier image were derived. The features of the application of the described method for measuring the key parameters of three types of birefringent fibers were experimentally demonstrated.

Keywords: polarization of light, Jones vector, polarization mode, anisotropic light guide

Funding: The reported study was funded by Russian Science Foundation (Grant No. 23-72-01101). <https://rscf.ru/en/project/23-72-01101/>.

For citation: Golovchenko A. I., Petrov A. V., Temkina V. S., Archelkov A. B., Tsibinogina M. K., Kotov O. I., A coherent double spectral method for measuring the parameters of single-mode optical fibers with strong linear birefringence, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (1) (2025) 182–200. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18115>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

Волоконные световоды с сильным линейным двулучепреломлением (ДЛП) относятся к особому классу одномодовых световодов, обладающих свойством сохранения линейного состояния поляризации световых волн, которые по ним распространяются. Они широко применяются в оптических системах, требующих согласования по поляризации интерферирующих волн: в волоконных когерентных системах связи [1, 2], в волоконно-оптических датчиках [3] и в устройствах обработки информации [4 – 8]. Практическими параметрами таких световодов, позволяющими оценить их способность сохранять состояние линейной поляризации, служат ДЛП и длина биений поляризационных мод [9].

Линейное ДЛП определяется разностью показателей преломления $B = n_x - n_y$ двух ортогональных, линейно поляризованных волн, векторы напряженности электрического поля которых ориентированы вдоль осей x и y (так называемые поляризационные моды). Как правило, величину ДЛП находят путем измерения длины биений поляризационных мод $L_b = \lambda/B$.

Длиной биений этих мод называется длина, на которой изменение их разности фаз достигает 2π . Длину биений можно измерить, если подвергнуть исследуемое волокно воздействию, которое изменяет фазу распространяющегося излучения. Для реализации этого воздействия можно использовать фазовые модуляторы [10], а также устройства, реализующие поперечное давление [11], нагрев или удлинение исследуемого волокна [3].

Другой известный подход к изменению фазы излучения – это применение спектрального метода, при котором анализируется излучение, прошедшее через ДЛП-волокно при сканировании частоты оптического излучения.

Различают два варианта этого метода:

когерентный (с применением лазера);

некогерентный (с использованием суперлюминесцентного светодиода и оптического спектроанализатора).

При обоих подходах регистрируется наличие на выходе оптической схемы с ДЛП-волоконном сигнала интерференции поляризационных мод этого волокна, величина которого изменяется при вариации разности фаз поляризационных мод в результате сканирования оптической частоты; следует отметить, что в случае линейного изменения фазы соответствующий сигнал будет гармоническим. В обоих случаях длину биений можно оценивать посредством измерения периода сигнала интерференции при варьировании длины световой волны.

Существуют и другие способы измерения ДЛП, например, на основе обратного рассеяния света [12 – 14].

В последнее время активно применяются спектральные методы [15], что вызвано успешным развитием элементной базы и волоконных технологий оптических информационных систем. Разработаны непрерывные лазерные устройства с высокой когерентностью и большим диапазоном спектральной перестройки [16]. Созданы «дырчатые» одномодовые волокна, имеющие ДЛП порядка 10^{-4} , привлекательные в волоконно-оптических датчиках для измерения гидростатического давления и удлинения [17, 18].

Улучшаются параметры как самих ДЛП-волокон [19], так и методы измерения их характеристик [11, 20, 21]. Данный подход обладает тем преимуществом, что обеспечивает линейное сканирование фазы излучения в широком диапазоне без применения традиционных оптических модуляторов, что расширяет области его применения и повышает точность измерений.

Ранее в работе [15] было рассмотрено измерение параметров ДЛП-волокна путем возбуждения схемы одномодового поляризационного интерферометра (Single-Mode Polarization Interferometer (SMPI)) некогерентным источником (суперлюминисцентный диод (SLED)) и измерения периода получаемого интерференционного сигнала с помощью оптического спектроанализатора. Однако, как будет показано в настоящей работе, на практике форма указанного сигнала может отклоняться от гармонической, ввиду рассогласования между осями ДЛП исследуемого волокна и осями отводящего и подводящего волокон. В этом случае прямое измерение периода интерференционного сигнала может привести к неточным результатам.

В данной работе предлагается использовать двойное спектральное преобразование сигналов SMPI:

первое преобразование – нахождение оптического спектра пропускания поляризационного интерферометра, это так называемая спектральная передаточная функция (СПФ);

второе – спектральное преобразование Фурье интерференционных сигналов, формирующих СПФ.

Такое двойное преобразование позволяет корректно определять частоту и период низкочастотной спектральной компоненты Фурье-образа, соответствующей интерференции основных поляризационных мод. Данный подход может снижать уровень ошибки при нахождении периода интерференционного сигнала и соответственно длины биений поляризационных мод, связанной с возможными угловыми рассогласованиями элементов в схеме SMPI.

Аналогичный способ двойного спектрального преобразования ранее был использован нами для измерения параметров межмодового волоконного интерферометра как в когерентном, так и в некогерентном вариантах [22, 23]. Однако, как показано ниже, применение указанного метода в ДЛП-световодах имеет свои особенности, которые и обсуждаются в этой работе.

В настоящей работе проанализирован полностью волоконный вариант поляризационного интерферометра без использования каких-либо объемных оптических элементов. В статье представлена модель, описывающая данный подход и учитывающая возможные угловые рассогласования отдельных элементов оптического тракта в местах их стыковки, приводящие к искажениям результатов измерений.

Рассмотрен вопрос учета эффекта дисперсии коэффициентов преломления ортогональных поляризационных мод. Этот вопрос неоднократно рассматривался ранее [15, 24 – 26]. В данной работе получены аналитические выражения СПФ SMPI и изучено влияние дисперсии на ключевые параметры ДЛП волокон: длину биений поляризационных мод и двулучепреломление.



В работе проведено численное моделирование различных характеристик поляризационного интерферометра, таких как СПФ и ее Фурье-образ, ДЛП и длина биений поляризационных мод. Представлены результаты экспериментов по измерению параметров различных типов ДЛП-световодов, доказывающие их хорошее согласие с теоретическими моделями и возможность применения данного подхода для корректных измерений параметров волоконных световодов с линейным ДЛП.

Теоретический анализ

Одноволоконный поляризационный интерферометр. Для реализации метода измерения ДЛП, который рассматривается в настоящей работе, исследуемое волокно должно быть включено в схему одноволоконного поляризационного интерферометра (ОПИ) [15] (рис. 1).

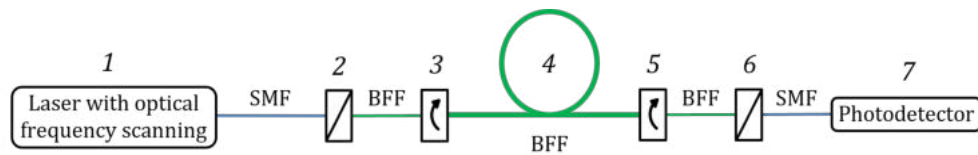


Рис. 1. Схема одноволоконного поляризационного интерферометра (ОПИ):

1 – лазер со сканированием оптической частоты; 2 – волоконный поляризатор; 3, 5 – сварные соединения; 4 – исследуемое волокно; 6 – волоконный поляризатор; 7 – фотодетектор; SMF – Single-Mode Fiber (одномодовое волокно), BFF – Birefringent Fiber (ДЛП-волокно)

Лазер 1 излучает свет, длина волны которого сканируется в определенном диапазоне:

$$\lambda_0 - 0,5 \cdot \Delta\lambda_{span}; \lambda_0 + 0,5 \cdot \Delta\lambda_{span}.$$

После прохождения поляризатора 2 линейно-поляризованный свет распространяется по одной из осей ДЛП-волокна, согласованной с поляризатором. Для возбуждения в исследуемом волокне двух поляризационных мод необходимо, чтобы оси исследуемого волокна были ориентированы относительно направления поляризации света на выходе поляризатора 2 под углом 45° . В нашем исследовании это было реализовано в ходе проведения сварки исследуемого волокна с подводящими волокнами при помощи аппарата, имеющего функции определения и согласования осей ДЛП с заданными углами (соединения 3 и 5). После прохождения исследуемого волокна и соединения 5, в отводящем ДЛП-волокне формируются две ортогональные поляризационные моды, каждая из которых возникает в результате интерференции двух поляризационных мод, возбужденных в исследуемом волокне. Одна из поляризационных мод в отводящем волокне полностью подавляется поляризатором 6, после чего интерференционный сигнал принимается фотоприемником 7.

Для анализа процессов в схеме ОПИ наиболее удобно применить метод матриц Джонса [27, 28]. Проведем краткий анализ нашей измерительной схемы.

Вектор Джонса на выходе первого поляризатора запишется в виде:

$$\mathbf{E}_{in} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Будем считать, что поляризатор на выходе схемы 6 ориентирован параллельно входному поляризатору 2. В этом случае соответствующую матрицу можно записать в виде

$$P_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Сварные соединения 3 и 5 для случая ориентации под углами $\psi_{1,2} = 45^\circ$ можно представить следующей матрицей поворота:

$$R_{1,2}(\psi_{1,2}) = \begin{pmatrix} \cos \psi_{1,2} & \sin \psi_{1,2} \\ -\sin \psi_{1,2} & \cos \psi_{1,2} \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Исследуемое ДЛП-волокно 4 описывается следующей матрицей:

$$W_0 = \begin{pmatrix} \exp[-i\beta_x(\lambda) \cdot L] & 0 \\ 0 & \exp[-i\beta_y(\lambda) \cdot L] \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где L – длина исследуемого волокна; $\beta_{x,y}(\lambda)$ – постоянные распространения ортогональных поляризационных мод (это функции длины волны λ , как записано).

Подчеркнем, что матрица (4) представлена для случая, когда амплитуды поляризационных мод равны.

Зависимость постоянных распространения $\beta_{x,y}(\lambda)$ от длины волны имеет принципиальное значение для дальнейшего анализа. Однако мы будем использовать более компактную запись $\beta_{x,y}$, подразумевая, тем не менее, эту зависимость.

Таким образом, с учетом выражений (2) – (4) можно записать полную матрицу Джонса для измерительной схемы:

$$\begin{aligned} W_\Sigma &= P_2 \cdot R_2(\psi_2) \cdot W_0 \cdot R_1(\psi_1) = \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{-i\beta_x L} & 0 \\ 0 & e^{-i\beta_y L} \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -e^{-i\beta_x L} + e^{-i\beta_y L} & e^{-i\beta_x L} + e^{-i\beta_y L} \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5)$$

С учетом выражений (1) и (5), вектор Джонса на выходе ОПИ можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{E}_{out} = W_\Sigma \cdot \mathbf{E}_{in} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -e^{-i\beta_x L} + e^{-i\beta_y L} & e^{-i\beta_x L} + e^{-i\beta_y L} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ e^{-i\beta_x L} + e^{-i\beta_y L} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Тогда интенсивность света на выходе измерительной схемы, в предположении отсутствия потерь, имеет простой вид:

$$\begin{aligned} I &= \mathbf{E}_{out}^+ \mathbf{E}_{out} = \frac{1}{4} (e^{i\beta_x L} + e^{i\beta_y L}) \cdot (e^{-i\beta_x L} + e^{-i\beta_y L}) = \frac{1}{4} [1 + e^{-i(\beta_x - \beta_y)L} + e^{i(\beta_x - \beta_y)L} + 1] = \\ &= \frac{1}{4} \{2 + 2 \cos[(\beta_x - \beta_y)L]\} = \frac{1}{2} \{1 + \cos[(\beta_x - \beta_y)L]\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Поскольку постоянные распространения зависят от длины волны, очевидно, что выходная интенсивность (см. формулу (7)) также зависит от длины волны. Фактически данную зависимость можно считать СПФ ОПИ.

Далее покажем, что длину биений мод ДЛП-волокна и, соответственно, его ДЛП можно измерять путем Фурье-анализа данной функции.

СПФ поляризационного интерферометра с учетом поляризационной дисперсии. Рассмотрим получение Фурье-образа СПФ, определяемой выражением (7).

Для дальнейшего анализа целесообразно провести разложение постоянных распространения поляризационных мод в ряд Тейлора по длине волны λ , с учетом линейных членов разложения:

$$\beta_{x,y}(\lambda) = \frac{2\pi n_{x,y}(\lambda_0)}{\lambda_0} + 2\pi \cdot \frac{d}{d\lambda} \left(\frac{n_{x,y}(\lambda_0)}{\lambda} \right)_{\lambda_0} \cdot (\lambda - \lambda_0), \quad (8)$$

где λ_0 – центральная длина волны разложения в ряд Тейлора.

С учетом производной в выражении (8) получаем:

$$\beta_{x,y}(\lambda) = \frac{2\pi n_{x,y}(\lambda_0)}{\lambda_0} + \left[\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot \frac{dn_{x,y}(\lambda)}{d\lambda} \right]_{\lambda_0} - \frac{2\pi}{\lambda_0^2} \cdot n_{x,y}(\lambda_0) \cdot (\lambda - \lambda_0). \quad (9)$$



В выражении (9) производные от коэффициентов преломления мод по длине волны λ фактически отражают эффект поляризационной дисперсии.

Если подставить выражение (9) в формулу (7), то получим выражение для интенсивности света на выходе ОПИ как функцию длины волны:

$$I_{out}(\lambda) = A \cdot \left\{ 1 + \cos \left[L \cdot \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \cdot (n_x^0 - n_y^0) - (\lambda - \lambda_0) \cdot \frac{2\pi}{\lambda_0^2} \left[(n_x^0 - n_y^0) - \lambda_0 \cdot \left(\left. \frac{dn_x(\lambda)}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} - \left. \frac{dn_y(\lambda)}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} \right) \right] \right) \right] \right\}, \quad (10)$$

где $n_{x,y}^0$ — коэффициенты преломления сердцевины для волн с поляризациями $\mathbf{E}_{x,y}$ на длине волны λ_0 ; A — амплитудный коэффициент, определяемый входным излучением.

Выражение (10) фактически представляет собой СПФ ОПИ с учетом разложения постоянных распространения в ряд Тейлора и имеет вид гармонической функции изменения интенсивности света на выходе интерферометра от длины волны источника посредством множителя $(\lambda - \lambda_0)$. Анализ выражения (10) позволяет заключить, что наличие поляризационной дисперсии приводит к изменению периода СПФ. Это утверждение будет продемонстрировано далее в расчетах.

С помощью выражения (10) можно оценить такую величину, как длину биений с учетом поляризационной дисперсии L_b^{gr} . Действительно, длина биений — это длина участка волокна, при которой разность фаз поляризационных мод изменяется на 2π . С учетом этого и условия изменения разности фаз мод на 2π при изменении длины волны $\lambda - \lambda_0$, выражения для длины биений мод и ДЛП с учетом поляризационной дисперсии L_b^{gr} можно записать в следующем виде:

$$L_b^{gr} = \frac{\lambda_0}{\Delta n_{x,y}^0 - \lambda_0 \cdot \left(\left. \frac{dn_x}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} - \left. \frac{dn_y}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} \right)} = \frac{\lambda_0}{B}, \quad (11)$$
$$B = \Delta n_{x,y}^0 - \lambda_0 \cdot \left(\left. \frac{dn_x}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} - \left. \frac{dn_y}{d\lambda} \right|_{\lambda_0} \right).$$

Из выражений (11) следует, что наличие поляризационной дисперсии приводит к уменьшению ДЛП и увеличению длины биений. Верхний индекс gr в обозначении L_b^{gr} отражает учет групповых скоростей интерферирующих поляризационных мод в формировании этой величины.

Поскольку при сканировании длины волны λ разность фаз поляризационных мод изменяется, очевидно, что длину биений можно оценить по СПФ. В случае линейного изменения оптической частоты будет формироваться СПФ, представляющая собой гармоническую функцию. При этом изменение длины волны $\delta\lambda_b$, на котором происходит изменение разности фаз поляризационных мод на 2π , будет соответствовать одному периоду СПФ. Это обстоятельство позволяет оценить длину биений по периоду СПФ.

Действительно, с учетом вышеизложенного, из выражений (10) и (11) получаем соотношение:

$$\frac{L}{L_b^{gr}} = \frac{\lambda_0}{\delta\lambda_b} \rightarrow L_b^{gr} = L \cdot \frac{\delta\lambda_b}{\lambda_0}, \quad (12)$$

где L — длина исследуемого волокна.

Поскольку L и λ_0 известны, то измерение $\delta\lambda_b$ с использованием СПФ позволяет определить длину биений L_b^{gr} из соотношения (12).

Здесь следует подчеркнуть, что в спектральном методе появляется дополнительный параметр, характеризующий ДЛП-волокно, — это $\delta\lambda_b$. Как отмечено выше, он определяется как интервал изменения длины волны света, соответствующий одному периоду СПФ. Из соотношения (12) видно, что этот параметр зависит и от других характеристик ДЛП-волокна. В первую очередь он зависит от длины световода, а также от его ДЛП и дисперсии, которые входят в выражение (11) для длины биений поляризационных мод. Именно этот параметр используется для определения длины биений в когерентном или некогерентном спектральных методах измерения L_b [15]. В нашем исследовании этот параметр вполне обоснованно получен при анализе разложения в ряд Тейлора постоянных распространения поляризационных мод.

Аналитическое выражение для Фурье-образа СПФ. С учетом соотношения (12) выражение (10) можно представить в более простом виде:

$$I(\lambda) = 1 + \cos \left[\Psi + \frac{2\pi L}{\lambda_0 L_b^{gr}} (\lambda - \lambda_0) \right], \quad (13)$$

где Ψ – постоянная фазовая составляющая, не зависящая от длины волны λ и выражаемая как $\Psi = 2\pi \cdot \Delta n_{x,y}^0 \cdot L / \lambda_0$.

Косинус-Фурье преобразование этого выражения имеет вид

$$\begin{aligned} S &= \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{\frac{\Delta\lambda_{span}}{2}}^{\frac{\Delta\lambda_{span}}{2}} \cos \left[\Psi + \frac{2\pi L}{\lambda_0 L_b^{gr}} (\lambda - \lambda_0) \right] \cdot \cos(K \cdot \delta\lambda) d\delta\lambda = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{\Delta\lambda_{span}}{2}}^{\frac{\Delta\lambda_{span}}{2}} \cos[\delta\lambda (K_0 - K)] d\delta\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \frac{\sin[\Delta\lambda_{span} (K_0 - K)]}{\Delta\lambda_{span} (K_0 - K)}, \end{aligned} \quad (14)$$

где K_0 – постоянная величина для данного интерферометра, $K_0 = 2\pi \cdot L / (\lambda_0 \cdot L_b^{gr})$; $\Delta\lambda_{span}$ – диапазон сканирования длины волны; $\delta\lambda = \lambda - \lambda_0$; K – аргумент в выражении (14), зависящий от длины волны.

С учетом соотношений (12) коэффициенты K и K_0 можно записать в следующем виде:

$$K_0 = \frac{2\pi \cdot L}{\lambda_0 \cdot L_b} = \frac{2\pi \cdot \lambda_0}{\lambda_0 \cdot \delta\lambda_b} = \frac{2\pi}{\delta\lambda_b}, \quad K = \frac{2\pi}{\delta\lambda}.$$

Здесь и далее для простоты выражений опущен верхний индекс в обозначении групповой длины биений.

Нормированное выражение (14) можно теперь записать в виде

$$S(\delta\lambda) = \frac{\sin \left[2\pi \left(\frac{\Delta\lambda_{span}}{\delta\lambda_b} - \frac{\Delta\lambda_{span}}{\delta\lambda} \right) \right]}{2\pi \left(\frac{\Delta\lambda_{span}}{\delta\lambda_b} - \frac{\Delta\lambda_{span}}{\delta\lambda} \right)}, \quad (15)$$

где $\Delta\lambda_{span}$ – диапазон сканирования длины волны, $\delta\lambda_b$ – период изменения интенсивности СПФ.

Выражение (15) фактически является Фурье-образом СПФ и зависит только от двух параметров: диапазона сканирования $\Delta\lambda_{span}$ и периода СПФ $\delta\lambda_b$. Очевидно, что функция $S(\delta\lambda)$ имеет экстремум при $\delta\lambda = \delta\lambda_b$. Таким образом, по положению данного экстремума на оси абсцисс можно определить период СПФ $\delta\lambda_b$ и длину биений поляризационных мод:

$$L_b = L \cdot \frac{\delta\lambda_b}{\lambda_0}.$$

Для дальнейшего анализа удобно сделать следующие замены:

$$N_0 = \frac{\Delta\lambda_{span}}{\delta\lambda_b}, \quad N = \frac{\Delta\lambda_{span}}{\delta\lambda}.$$

Тогда выражение (15) примет простой вид:

$$S(N) = \frac{\sin[2\pi(N_0 - N)]}{2\pi(N_0 - N)}. \quad (16)$$

Поясним смысл замен, сделанных при переходе от выражения (15) к (16). Величина N_0 , как следует из ее определения, данного в предыдущем абзаце, численно соответствует числу периодов СПФ в диапазоне сканирования значений длины волны $\Delta\lambda_{span}$.



Из этого следует утверждение, важное для практической реализации рассматриваемого подхода: применение быстрого преобразования Фурье к СПФ фактически обеспечивает нахождение N_0 , так как численное значение отсчета по шкале абсцисс, соответствующего некоторой спектральной компоненте быстрого преобразования Фурье, соответствует количеству периодов гармонического колебания, укладывающихся на данной выборке.

Исходя из этого, можно сформулировать простой алгоритм нахождения длины биений и ДЛП исследуемого волокна.

Шаг 1. Формирование схемы ОПИ, содержащей оптический лазерный источник с перестраиваемой длиной волны.

Шаг 2. Регистрация СПФ с последующим применением к ней быстрого преобразования Фурье.

Шаг 3. Определение численного значения отсчета N_0 , при котором наблюдается экстремум, характеризующий интерференцию поляризационных мод.

Шаг 4. Получение значения длины биений по выражению (12), с учетом замены $N_0 = \Delta\lambda_{span} / \delta\lambda_b$, при этом используется выражение

$$L_b = \frac{L \cdot \Delta\lambda_{span}}{\lambda_0 \cdot N_0}.$$

Шаг 5. Оценка величины ДЛП с помощью выражения (11) $\Delta n_{xy} \approx \frac{\lambda_0}{L_b}$.

На рис. 2 представлены СПФ и соответствующие Фурье-образы СПФ ОПИ для трех значений длины исследуемого волокна, полученные по формулам (10) и (16), соответственно. Выбраны следующие значения параметров расчета [29]:

$$\lambda_0 = 1550 \text{ нм}, \Delta\lambda_{span} = 80 \text{ нм}, n_x - n_y = 4,983 \cdot 10^{-4},$$

$$\frac{dn_x}{d\lambda} - \frac{dn_y}{d\lambda} = 3,2 \cdot 10^{-8} \text{ (нм)}^{-1}.$$

Видно, что с ростом длины исследуемого волокна пропорционально уменьшается период соответствующей СПФ и спектральная компонента в Фурье-образе смещается вправо по шкале абсцисс, что соответствует теоретическим ожиданиям. Также на рис. 2 *c, f* дополнительно приведены СПФ и их Фурье-образы, полученные для случая отсутствия поляризационной дисперсии. Видно, что наличие поляризационной дисперсии приводит к увеличению периода СПФ и смещению влево по шкале абсцисс соответствующей спектральной компоненты (т. е. к увеличению длины биений).

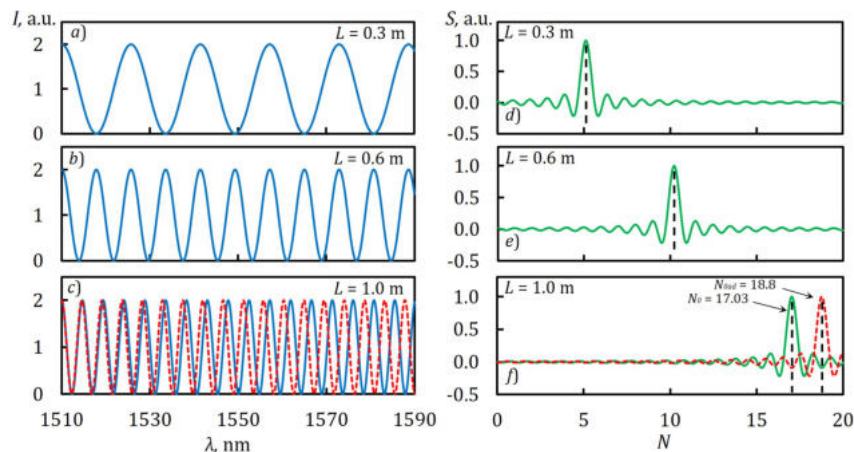


Рис. 2. СПФ ОПИ (*a – c*) и соответствующие Фурье-образы (*d – f*) для трех значений длины L исследуемого волокна. Дополнительно приведены СПФ и Фурье-образ для случая отсутствия поляризационной дисперсии (красные пунктиры на графиках (*c*) и (*f*));

N_0 , N_{0ad} – параметры, выражающие координату максимума спектральной компоненты при наличии и в отсутствие дисперсии, соответственно; значения параметров расчета даны в тексте

Из Фурье-образов, представленных на рис. 2, $d - f$, можно найти длину биений как

$$L_b^{gr} = \frac{L \cdot \Delta \lambda_{span}}{\lambda_0 \cdot N_0}.$$

Для всех трех случаев длина биений $L_b^{gr} = 3$ мм. Это соответствует теоретическим ожиданиям, так как длина биений волокна не зависит от его длины. Соответственно, ДЛП $\Delta n_{xy} \approx \lambda_0 / L_b^{gr} = 5,11 \cdot 10^{-4}$.

Для случая отсутствия дисперсии (красная пунктирная линия на рис. 2, f) аналогичные расчеты длины биений и ДЛП дали результаты 2,75 мм и $5,65 \cdot 10^{-4}$ соответственно. Таким образом, наличие поляризационной дисперсии приводит к увеличению длины биений и уменьшению ДЛП, что соответствует теоретическим ожиданиям.

В этом разделе статьи представлена модель ОПИ с учетом поляризационной дисперсии. Показано, что подход, направленный на получение Фурье-образа СПФ, позволяет эффективно определять длину биений исследуемого волокна. Также продемонстрировано, что разработанная модель позволяет оценивать влияние поляризационной дисперсии на ДЛП-волокна.

Анализ влияния углового рассогласования между осями ДЛП исследуемого волокна и осями подводящего и отводящего волокон. Анализ выражений (5) – (7) показывает, что оптимальный режим работы ОПИ реализуется в случае ориентации осей исследуемого волокна под углом $\psi_{1,2} = 45^\circ$ относительно осей подводящего и отводящего волокон, так как в этом случае ортогональные поляризационные моды в исследуемом волокне будут иметь равные амплитуды.

Однако при практической реализации схемы ОПИ, данные углы могут отклоняться от значений $\psi_{1,2} = 45^\circ$, ввиду неизбежных ошибок и погрешностей, возникающих при сборке интерферометра и сварке оптических волокон. В связи с этим мы сочли необходимым провести аналитическое рассмотрение случая углового рассогласования с целью определения его влияния на сигнал ОПИ.

Полная матрица Джонса для случая произвольных значений углов $\psi_{1,2}$ имеет следующий вид:

$$W_\Sigma = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{-i(\beta_x L)_2} & 0 \\ 0 & e^{-i(\beta_y L)_2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \psi_2 & \sin \psi_2 \\ -\sin \psi_2 & \cos \psi_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{-i\beta_x L} & 0 \\ 0 & e^{-i\beta_y L} \end{pmatrix} \times \\ \times \begin{pmatrix} \cos \psi_1 & -\sin \psi_1 \\ \sin \psi_1 & \cos \psi_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e^{-i(\beta_x L)_1} & 0 \\ 0 & e^{-i(\beta_y L)_1} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где $(\beta_{x,y} \cdot L)_1$ и $(\beta_{x,y} \cdot L)_2$ соответствуют «подводящему» и «отводящему» дополнительным волокнам, необходимым для присоединения оптических разъемов и «входящих» в схему ОПИ, соответственно.

Тогда выходной вектор Джонса принимает такой вид:

$$E_{out} = e^{-i[(\beta_y L)_1 + (\beta_y L)_2]} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ \sin \psi_2 \cdot \sin \psi_1 \cdot e^{-i\beta_x L} + \cos \psi_2 \cdot \cos \psi_1 \cdot e^{-i\beta_y L} \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Из выражения (18) видно, что параметры подводящего и отводящего волокон содержатся в фазовом множителе перед вектором Джонса. Очевидно, что на выходную интенсивность эти параметры влиять не должны.

Таким образом, интенсивность света, поступающего на фотоприемник, можно записать в следующем виде:

$$I = E_{out}^+ \cdot E_{out} = \cos^2 \psi_2 - \cos 2\psi_2 \sin^2 \psi_1 + \frac{1}{2} \cdot \sin 2\psi_2 \cdot \sin 2\psi_1 \cdot \cos[(\beta_x - \beta_y)L]. \quad (19)$$

Нетрудно видеть, что контраст и постоянная составляющая интерференционного сигнала есть функции углов сварки исследуемого волокна с подводящим и отводящим волокнами.



Можно записать контраст сигнала V и постоянную составляющую I_c в виде:

$$V = \frac{\sin 2\psi_2 \cdot \sin 2\psi_1}{2 \cdot [\cos^2 \psi_2 - \cos 2\psi_2 \sin^2 \psi_1]}, \quad (20)$$

$$I_c = \cos^2 \psi_2 - \cos 2\psi_2 \sin^2 \psi_1. \quad (21)$$

На рис. 3 представлены результаты расчета контраста интерференционного сигнала V и постоянной составляющей I_c от угла ψ_1 для трех значений угла ψ_2 по формулам (20) и (21), соответственно. Видно, что в отсутствие рассогласования (углы $\psi_{1,2} = 45^\circ$) контраст максимален, а постоянная составляющая равна половине максимальной интенсивности интерференционного сигнала. В случае отклонения углов $\psi_{1,2}$ от значения 45° наблюдаются изменения контраста и постоянной составляющей.

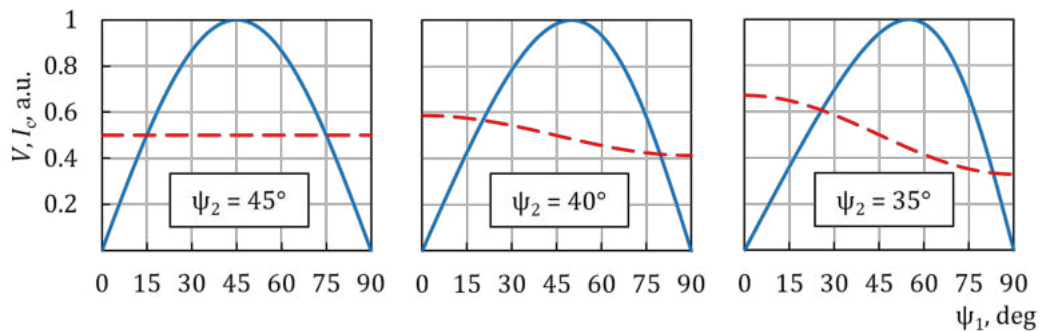


Рис. 3. Зависимости контраста интерференционного сигнала V (синие сплошные линии) и постоянной составляющей I_c (красные пунктирные линии) от угла ψ_1 для трех значений угла ψ_2

Анализ влияния углового рассогласования между осями волоконных поляризаторов и связанных с ними волокон. Рассмотрим другой, важный для практики случай, когда имеются угловые рассогласования между осями волоконных поляризаторов и связанных с ними волокон. В такой ситуации матрица Джонса всей системы имеет существенно более сложный вид. Для упрощения выражений предположим, что рассогласование имеется только на участке с первым поляризатором и «подводящим волокном». Другими словами, на входе схемы присутствует линейное состояние поляризации, однако ее ориентация не совпадает ни с одной из осей первого волокна и угол рассогласования равен α . Тогда выходная интенсивность ОПИ определяется выражением

$$I = \frac{1}{2} \cdot \left\langle \begin{aligned} &1 - \cos 2\alpha \cdot \left\{ \cos 2\Psi_1 \cdot \cos 2\Psi_2 + \right. \\ &\quad \left. + \sin 2\Psi_1 \cdot \sin 2\Psi_2 \cdot \cos [(\beta_x - \beta_y)L] \right\} + \\ &+ \sin 2\alpha \cdot \left\{ \cos 2\Psi_1 \cdot \sin 2\Psi_2 \cdot \cos [(\beta_{x1} - \beta_{y1})L_1] + \right. \\ &\quad \left. + \sin 2\Psi_1 \cdot \sin^2 \Psi_2 \cdot \cos [(\beta_x - \beta_y)L - (\beta_{x1} - \beta_{y1})L_1] - \right. \\ &\quad \left. - \sin 2\Psi_1 \cdot \cos^2 \Psi_2 \cdot \cos [(\beta_x - \beta_y)L + (\beta_{x1} - \beta_{y1})L_1] \right\} \end{aligned} \right\rangle, \quad (22)$$

где параметры с индексом 1 относятся к первому волокну (L_1), а параметры без индексов (L) соответствуют исследуемому ДЛП-волокну.

Выражение (22) содержит постоянную составляющую (1-я строка); гармонику, которая определяет ДЛП исследуемого волокна (2-я строка); гармонику, которая определяет ДЛП-волокну на входе схемы ОПИ — это первое (подводящее) оптическое волокно (3-я строка). Также присутствуют комбинационные частоты — разностная (4-я строка) и суммарная (5-я строка) гармоники.

Отметим, что в такой конфигурации схемы амплитуды всех составляющих в формуле (22) зависят от угла рассогласования α . Кроме того, в отличие от рассогласования в узлах сварки, в данном варианте появляются «паразитные» комбинационные составляющие с ДЛП, не соответствующим ДЛП измеряемого волокна. При угле $\alpha = 0^\circ$ все паразитные компоненты исчезают.

На рис. 4, *a – c* представлены СПФ, т. е. зависимости интенсивности интерференционного сигнала I от длины волны λ , полученные в соответствии с выражением (22) для трех значений угла рассогласования α и оптимальных углов, соответствующих ориентации осей исследуемого волокна $\psi_{1,2} = 45^\circ$. На рис. 4, *d – f* представлены соответствующие Фурье-образы данных зависимостей, полученные путем применения быстрого преобразования Фурье к соответствующим СПФ.

Аналогичные расчеты по формуле (22) были проведены при фиксированном угле $\alpha = 10^\circ$ и разных углах ψ_1 и ψ_2 (рис. 5).

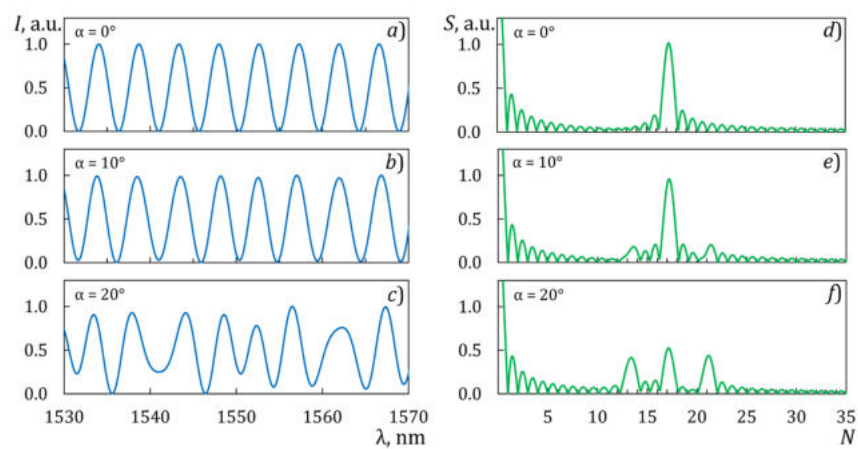


Рис. 4. СПФ (*a – c*) и соответствующие Фурье-образы (*d – f*) для трех вариантов угла рассогласования оси входного поляризатора с осями ДЛП α , при одинаковых углах ориентации осей ДЛП исследуемого волокна: $\psi_1 = \psi_2 = 45^\circ$

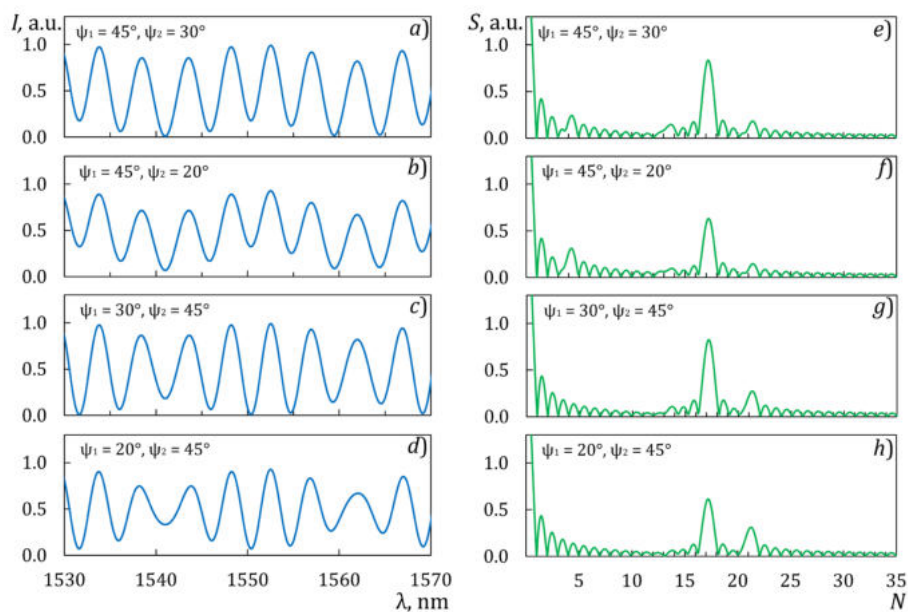


Рис. 5. СПФ (*a – d*) и соответствующие Фурье-образы (*e – h*) для четырех вариантов углов ориентации осей ДЛП исследуемого волокна при одинаковых углах рассогласования оси входного поляризатора с осями ДЛП α ($\alpha = 10^\circ$)



Видно, что в отсутствие рассогласования ($\alpha = 0^\circ$, $\psi_1 = \psi_2 = 45^\circ$) зависимость интенсивности интерференционного сигнала I от длины волны λ представляет собой гармоническую функцию (см. рис. 4, *a, d*). В то же время наличие углового рассогласования ($\alpha = 10^\circ$ и 20°) приводит к появлению дополнительных гармоник, искажению формы сигналов и снижению контраста (см. рис. 4, *b, c* и 5, *a – h*). Важно подчеркнуть, что при наличии углового рассогласования оценка периода интерференционного сигнала $I(\lambda)$ может оказаться ошибочной из-за невозможности точно определить период компоненты интерференции, соответствующей основной паре поляризационных мод. Однако период этой компоненты можно оценить корректнее, если использовать Фурье-образ интерференционного сигнала. Именно такой подход предлагается в настоящей статье.

Таким образом, в вышеизложенных разделах проанализированы зависимости СПФ от рассогласования углов при реализации схемы ОПИ. Показано, что отклонение углов сварки $\psi_{1,2}$ от значения 45° будет приводить к снижению контраста интерференционного сигнала. Также показано, что при рассогласовании ориентации поляризации входного излучения с осями подводящего волокна форма СПФ будет отклоняться от гармонической и в ее Фурье-образе будут появляться дополнительные гармоники. Ввиду появления дополнительных гармоник, оценка длины биений исследуемого волокна через прямое измерение периода интерференционного сигнала может быть ошибочной. Во избежание подобных ошибок, связанных с наличием дополнительных гармоник, мы предлагаем использовать Фурье-анализ интерференционного сигнала, что позволяет точнее оценивать период спектральной компоненты, соответствующей интерференции пары основных поляризационных мод.

Экспериментальные исследования ДЛП-волокон спектральным методом

Схема измерений параметров ДЛП-волокон. Чтобы зарегистрировать необходимые параметры, мы использовали сканирующий лазер и синхронизированный с ним фотоприемник, которые входят в систему функционала интеррогатора NI PXIe-4844. Сканирование проводилось по пилообразному закону. Ниже приведены параметры этого сканирования.

Параметр сканирования	Значение параметра
Частота, цикл./с	10
Оптическая мощность, мВт	0,06
Центральная длина волны излучения, нм	1550
Диапазон, нм	1510 – 1590 ($\Delta\lambda_{span} = 80$ нм)
Полоса оптических частот, ТГц	10
Шаг, пм	4 (0,5 ГГц).

На рис. 6 приведена схема измерительной установки для исследований ДЛП-волокон спектральным методом.

Методика измерений и результаты. Измерения проводились по методике, изложенной выше. Свет от лазерного источника сначала проходит через волоконно-оптический поляризатор, далее через отрезок волокна, сваренный под углом $\psi = 45^\circ$ к основным осям, затем поступает в исследуемое волокно. Для получения интерференционной картины свет снова минует оптический элемент, поворачивающий оси на 45° , и волоконно-оптический поляризатор. Далее выходной сигнал через циркулятор поступает на фотоприемник, синхронизированный с источником.

На рис. 7, *a – c* представлены экспериментально полученные СПФ, а на рис. 7, *d – f* – их Фурье-образы для исследованных волоконных световодов трех типов. С целью увеличения разрешения Фурье-образов использовался прием, известный в цифровой обработке сигналов [31]: перед применением быстрого преобразования Фурье к численному массиву, соответствующему СПФ, был добавлен массив, состоящий из нулей.

На рис. 7, *a – c* видно, что две поляризационные компоненты при интерференции образовали СПФ, представляющую собой квазигармонический сигнал, имеющий одну доминирующую спектральную компоненту. На основе полученных данных по СПФ можно получить необходимые сведения об искомом параметре длины биений двумя простыми способами.

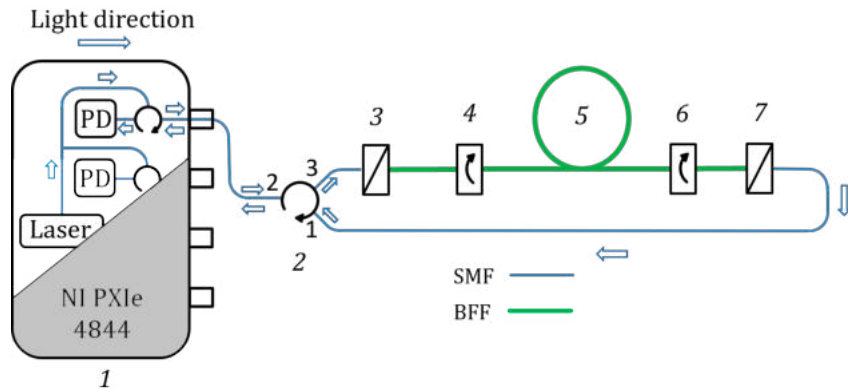


Рис. 6. Схема экспериментальной измерительной установки спектральным методом (стрелки указывают направление распространения света):

1 – интеррогатор NI PXIe-4844 (PD – фотодиод); 2 – оптический циркулятор; 3, 7 – волоконно-оптические поляризаторы; 4, 6 – элементы поворота осей ДЛП-волокна на 45°; 5 – исследуемое волокно

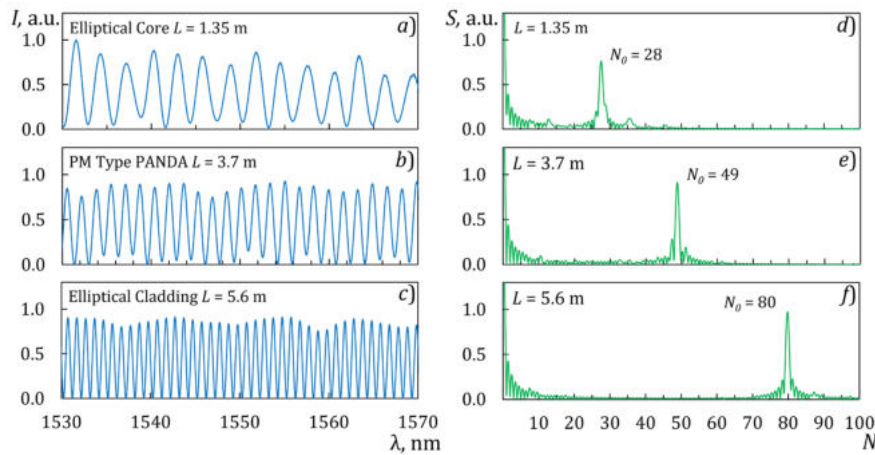


Рис. 7. Экспериментально полученные СПФ (a – c) и их Фурье-образы (d – f) для волокон трех типов: с эллиптической сердцевинкой (a,d), с напрягающей эллиптической оболочкой (c,f), а также типа PANDA (b,e)

Первый способ. Из экспериментальных данных можно найти $\delta\lambda_b$, а затем с помощью формулы $\frac{L_b}{L} = \frac{\delta\lambda_b}{\lambda_0}$, получить длину биений:

$$L_b = \frac{L \cdot \delta\lambda_b}{\lambda_0}.$$

Этот подход эквивалентен способу некогерентного возбуждения ДЛП-волокна и применению оптического спектроанализатора [15].

Второй способ. Он основан на методе Фурье-анализа СПФ, который предложен в настоящей статье. К зарегистрированным СПФ применяется быстрое преобразование Фурье. По полученным Фурье-образам находится значение параметра N_0 , выражающего координату максимума спектральной компоненты. Далее находится длина биений по следующей формуле:

$$L_b = \frac{L}{\lambda_0} \cdot \frac{\Delta\lambda_{span}}{N_0}.$$

Очевидно, что значения длины биений, полученные первым и вторым способами, будут совпадать по порядку величины. Однако предложенный в настоящей работе



подход — Фурье-анализ СПФ обеспечивает более точные результаты в тех случаях, когда форма СПФ отклоняется от гармонической вследствие неизбежных рассогласований в оптическом тракте.

Полученные характеристики исследованных ДЛП-волокон с разными типами ДЛП и имеющие разную длину, приведены в таблице.

Экспериментально полученные характеристики ДЛП-волокон

Тип волокна	L , м	N	L_b , мм	B , 10^{-4}
PANDA	3,70	48	3,97	3,9
	5,70	74		
С напрягающей эллиптической оболочкой	5,60	80	3,61	4,3
	7,50	104	3,72	4,2
С эллиптической сердцевинкой	1,35	28	2,53	6,1

Обозначения: L — длина волокна, N — число периодов СПФ на диапазоне сканирования длины волны $\Delta\lambda_{\text{span}}$, L_b — длина биений, B — двулучепреломление.

линейным двулучепреломлением с учетом дисперсии показателей преломления.

В теоретическом разделе рассмотрен поляризационный волоконный интерферометр как необходимый элемент измерительной оптической системы. Получены выражения для его основных характеристик с учетом эффекта дисперсии — спектральной передаточной функции и ее Фурье-образа, а также на их основе выведены выражения для двулучепреломления и длины биений мод. С этой целью использовалось разложение в ряд Тейлора постоянных распространения поляризационных мод по длине волны, что позволило учесть эффект дисперсии мод.

Кроме того, с помощью метода матриц Джонса подробно проанализировано влияние рассогласования между углами различных волоконных элементов в оптическом тракте на ключевые параметры поляризационного интерферометра. Показано, что отклонение от оптимального угла 45° в устройстве поворота осей ДЛП-волокна вызывает снижение контраста интерференционной картины. Расстройка по углу входного ДЛП-волокна приводит к появлению паразитных интерференционных сигналов с комбинационными величинами двулучепреломления. Представлены результаты модельных расчетов характеристик ДЛП-волокон, позволяющие корректно оценить основные параметры анизотропных световодов.

В экспериментальном разделе статьи описаны измерительная схема с использованием интеррогатора и методы обработки сигналов. Приведены спектральные передаточные функции ДЛП-волокон и их Фурье-образы. Представлены результаты экспериментальных исследований спектральным методом трех видов двулучепреломляющих волокон:

- типа PANDA,
- с напрягающей эллиптической оболочкой,
- с эллиптической сердцевинкой.

Образцы различались длиной и величиной двулучепреломления. Для каждого из них получены спектральные передаточные функции, их Фурье-образы, величины длины биений и двулучепреломления. Где оказалось возможным, было проведено сравнение характеристик, представленных производителем, с экспериментальными результатами, относящимися к световодам типа PANDA и к световодам с эллиптической сердцевинкой; в итоге получено их хорошее согласие.

Представленные в работе результаты для полученных в экспериментах и расчетах величин длин биений хорошо согласуются с параметрами коммерческих ДЛП-волокон и с результатами других авторов [30] для данного спектрального оптического диапазона. Например, длина биений ДЛП-световодов типа PANDA получилась равной 3,97 мм, что хорошо согласуется с техническими данными коммерческих волокон (3 — 5 мм).

Заключение

В статье представлено детальное теоретическое и экспериментальное исследование двойного спектрального метода измерения параметров анизотропных волоконных световодов с

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Фокин В. Г.** Когерентные оптические сети. Новосибирск: Изд. СибГУТИ, 2015. 372 с.
2. **Betti S., De Marchis G., Iannone E.** Coherent optical communications systems (Wiley Series in Microwave and Optical Engineering). New York: Wiley-Interscience, 1995. 539 p.
3. **Tian S., Tang Y., Zhang Y., et al.** Simultaneous measurement of strain and temperature based on dual cross-axis interference polarization-maintaining fiber interferometer // *Journal of Lightwave Technology*. 2022. Vol. 40. No. 14. Pp. 4878–4885.
4. **Leandro D., Lopez-Amo M.** All-PM fiber loop mirror interferometer analysis and simultaneous measurement of temperature and mechanical vibration // *Journal of Lightwave Technology*. 2018. Vol. 36. No. 4. Pp. 1105–1111.
5. **Sasaki K., Takahashi M., Hirata Y.** Temperature-insensitive Sagnac-type optical current transformer // *Journal of Lightwave Technology*. 2015. Vol. 33. No. 12. Pp. 2463–2467.
6. **Liu J., Liu Y., Xu T.** Bias error and its thermal drift due to fiber birefringence in interferometric fiber-optic gyroscopes // *Optical Fiber Technology*. 2020. Vol. 55. March. P. 102138.
7. **Pang F., Zheng H., Liu H., Yang J., Chen N., Shang J., Ramachandran S., Wang T.** The orbital angular momentum fiber modes for magnetic field sensing // *IEEE Photonics Technology Letters*. 2019. Vol. 31. No. 11. Pp. 893–896.
8. **Abdulhalim I., Gannot I., Pannell C. N.** All-fiber and fiber compatible acousto-optic modulators with potential biomedical applications // *Proceedings of SPIE*. 2006. Vol. 6083. 15 February. P. 60830K.
9. **Payne D. N., Barlow A. J., Hansen J. J. R.** Development of low- and high-birefringence optical fibers // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1982. Vol. 18. No. 4. Pp. 477–488.
10. **Filippov V. N., Kotov O. I., Nikolayev V. M.** Measurement of polarization beat length in single-mode optical fibres with a polarization modulator // *Electronics Letters*. 1990. Vol. 26. No. 10. Pp. 658–660.
11. **Calvani R., Caponi R., Cisternino F., Coppa G.** Method of measuring polarization and birefringence in single-mode optical fibers. Patent No. US-4866266-A. Assignee: Csel Centro Studi Lab Telecom (IT), United States. Priority: 1987/05/20. Grant: 1989/09/12.
12. **Kim B. Y., Choi S. S.** Analysis and measurement of birefringence in single-mode fibers using the backscattering method // *Optics Letters*. 1981. Vol. 6. No. 11. Pp. 578–580.
13. **Nakazawa M., Horiguchi T., Tokuda M., Uchida N.** Polarization beat length measurement in a single-mode optical fiber by backward Rayleigh scattering // *Electronics Letters*. 1981. Vol. 17. No. 15. Pp. 513–515.
14. **Ross J. N.** Birefringence measurement in optical fibers by polarization optical-timedomain reflectometry // *Applied Optics*. 1982. Vol. 21. No. 19. Pp. 3489–3495.
15. **Моршнев С. К., Губин В. П., Старостин Н. И., Пржиялковский Я. В., Сазонов А. И.** Измерение длины биений в двулучепреломляющих волоконных световодах // *Фотоника*. 2018. Т. 12. № 6 (74). С. 616–633.
16. **Ibrahim S. K., Farnan M., Karabacak D. M.** Design of a photonic integrated based optical interrogator // *Proceedings of SPIE*. 2017. Vol. 10110. Photonic Instrumentation Engineering IV. 20 February. Pp. 241–249.
17. **Mikhailov S., Matthes A., Bierlich J., Kobelke J., Wondraczek K., Berghmans F., Geernaert T.** Highly birefringent microstructured optical fiber for distributed hydrostatic pressure sensing with sub-bar resolution // *Optics Express*. 2022. Vol. 30. No. 11. Pp. 19961–19973.
18. **Urbanczyk N., Szpulak M., Statkiewicz-Barabach G., Martynkien T., Olszewski J.** Sensing capabilities of the birefringent holey fibers // *Proceedings of the 6th International Conference on Transparent Optical Networks*. Wroclaw, Poland, August, 2004. IEEE, 2004. (IEEE Cat. No. 04EX804). Vol. 2. Pp. 91–94.
19. **Eronyan M. A., Devetyarov D. R., Reutskiy A. A., Untilov A. A., Aksarin S. M., Meshkovskiy I. K., Bisyarin M. A., Pechenkin A. A.** Polarization-maintaining and radiation resistant optical fiber with germanosilicate optical core // *Optical Fiber Technology*. 2022. Vol. 68. January. P. 102789.
20. **Xu S., Shao H., Li Ch., Xing F., Wang Y., Li W.** A linear birefringence measurement method for an optical fiber current sensor // *Sensors*. 2017. Vol. 17. No. 7. P. 1556.
21. **Cao S., Xie S., Zhang M.** Polarization beat length estimation based on the statistical properties of Brillouin gain in SMF // *IEEE Photonics Technology Letters*. 2016. Vol. 28. No. 18. Pp. 1960–1963.



22. Петров А. В., Чапало И. Е., Бисярин М. А., Котов О. И. Межмодовый волоконный интерферометр на основе широкополосного источника света и анализатора оптического спектра для измерения внешних воздействий // Письма в Журнал технической физики. 2021. Т. 47. № 23. С. 8–11.
23. Petrov A. V., Chapalo I. E., Bisyarin M. F., Kotov O. I. Intermodal fiber interferometer with frequency scanning laser for sensor application // *Applied Optics*. 2020. Vol. 59. No. 33. Pp. 10422–10431.
24. Eickhoff W., Yen Y., Ulrich R. Wavelength dependence of birefringence in single-mode fiber // *Applied Optics*. 1981. Vol. 20. No. 19. Pp. 3428–3435.
25. Rashleigh S. C. Wavelength dependence of birefringence in highly birefringent fibers // *Optics Letters*. 1982. Vol. 7. No. 8. Pp. 294–296.
26. Barlow A., Payne D. The stress-optic effect in optical fibers // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. 1983. Vol. 19. No. 5. Pp. 834–839.
27. Ярив А., Юх П. Оптические волны в кристаллах. Пер. с англ. М.: Мир, 1987. 616 с.
28. Темкина В. С., Ликумович Л. Б., Арчелков А. Б., Бучилко И. Р., Медведев А. В., Петров А. В. Описание волоконных световодов с линейным двулучепреломлением при анализе практических оптоволоконных схем методом векторов и матриц Джонса // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2023. Т. 16. № 3. С. 95–114.
29. Liu J., Liu Y., Xu T. Analytical estimation of stress-induced birefringence in Panda-type polarization-maintaining fibers // *IEEE Photonics Technology Letters*. 2020. Vol. 32. No. 24. Pp. 1507–1510.
30. Андреев А. Г., Буреев С. В., Ероньян М. А., Комаров А. В., Крюков И. И., Мазунина Т. В., Полосков А. А., Тер-Нерсисянц Е. В., Цибиногина М. К. Повышение двулучепреломления в анизотропных волоконных световодах с эллиптической напрягающей оболочкой // *Оптический журнал*. 2012. Т. 79. № 9. С. 107–109.
31. Сергиенко А. Б. Цифровая обработка сигналов. СПб.: Питер, 2007. 751 с.

REFERENCES

1. Fokin V. G., *Kogerentnye opticheskie seti [Coherent optical networking]*, Published by Siberian State University of Telecommunications & Information Sci., Novosibirsk, 2015 (in Russian).
2. Betti S., De Marchis G., Iannone E., *Coherent optical communications systems (Wiley Series in Microwave and Optical Engineering)*, Wiley-Interscience, New York, 1995.
3. Tian S., Tang Y., Zhang Y., et al., Simultaneous measurement of strain and temperature based on dual cross-axis interference polarization-maintaining fiber interferometer, *J. Light. Technol.* 40 (14) (2022) 4878–4885.
4. Leandro D., Lopez-Amo M., All-PM fiber loop mirror interferometer analysis and simultaneous measurement of temperature and mechanical vibration, *J. Light. Technol.* 36 (4) (2018) 1105–1111.
5. Sasaki K., Takahashi M., Hirata Y., Temperature-insensitive Sagnac-type optical current transformer, *J. Light. Technol.* 33 (12) (2015) 2463–2467.
6. Liu J., Liu Y., Xu T., Bias error and its thermal drift due to fiber birefringence in interferometric fiber-optic gyroscopes, *Opt. Fiber Technol.* 55 (March) (2020) 102138.
7. Pang F., Zheng H., Liu H., et al., The orbital angular momentum fiber modes for magnetic field sensing, *IEEE Photonics Technol. Lett.* 31 (11) (2019) 893–896.
8. Abdulhalim I., Gannot I., Pannell C. N., All-fiber and fiber compatible acousto-optic modulators with potential biomedical applications, *Proc. SPIE*. 6083 (15 Febr) (2006) 60830K.
9. Payne D. N., Barlow A. J., Hansen J. J. R., Development of low- and high-birefringence optical fibers, *IEEE J. Quantum Electron.* 18 (4) (1982) 477–488.
10. Filippov V. N., Kotov O. I., Nikolayev V. M., Measurement of polarization beat length in single-mode optical fibres with a polarization modulator, *Electron. Lett.* 26 (10) (1990) 658–660.
11. Calvani R., Caponi R., Cisternino F., Coppa G., Method of measuring polarization and birefringence in single-mode optical fibers. Patent No. US-4866266-A, Assignee: Csel Centro Studi Lab Telecom (IT), United States. Priority: 1987/05/20. Grant: 1989/09/12.
12. Kim B. Y., Choi S. S., Analysis and measurement of birefringence in single-mode fibers using the backscattering method, *Opt. Lett.* 6 (11) (1981) 578–580.

13. Nakazawa M., Horiguchi T., Tokuda M., Uchida N., Polarization beat length measurement in a single-mode optical fiber by backward Rayleigh scattering, *Electron. Lett.* 17 (15) (1981) 513–515.
14. Ross J. N., Birefringence measurement in optical fibers by polarization optical-timedomain reflectometry, *Appl. Opt.* 21 (19) (1982) 3489–3495.
15. Morshnev S. K., Gubin V. P., Starostin N. I., et al., Beat length measurement optical fibers, *Photonics Russia*. 12 (6(74)) (2018) 616–633.
16. Ibrahim S. K., Farnan M., Karabacak D. M., Design of a photonic integrated based optical interrogator, *Proc. SPIE. 10110 (20 Febr.) Photonic Instrumentation Engineering IV* (2017) 241–249.
17. Mikhailov S., Matthes A., Bierlich J., et al., Highly birefringent microstructured optical fiber for distributed hydrostatic pressure sensing with sub-bar resolution, *Opt. Express*. 30 (11) (2020) 19961–19973.
18. Urbanczyk N., Szpulak M., Statkiewicz-Barabach G., et al., Sensing capabilities of the birefringent holey fibers, *Proc. the 6th Int. Conf. on Transparent Optical Networks, Wroclaw, Poland; Aug, 2004, IEEE. (IEEE Cat. No. 04EX804), 2* (2004) 91–94.
19. Eronyan M. A., Devetyarov D. R., Reutskiy A. A., et al., Polarization-maintaining and radiation resistant optical fiber with germanosilicate optical core, *Opt. Fiber Technol.* 68 (Jan) (2022) 102789.
20. Xu S., Shao H., Li Ch., et al., A linear birefringence measurement method for an optical fiber current sensor, *Sensors*. 17 (7) (2017) 1556.
21. Cao S., Xie S., Zhang M., Polarization beat length estimation based on the statistical properties of Brillouin gain in SMF, *IEEE Photon. Technol. Lett.* 28 (18) (2016) 1960–1963.
22. Petrov A. V., Chapalo I. E., Bisyarin M. F., Kotov O. I., Intermodal fiber interferometer based on broadband light source and optical spectrum analyzer for external perturbations measurement, *Pisma v Zhurnal Tekhnicheskoi Fiziki*. 47 (23) (2021) 8–11 (in Russian).
23. Petrov A. V., Chapalo I. E., Bisyarin M. F., Kotov O. I., Intermodal fiber interferometer with frequency scanning laser for sensor application, *Appl. Opt.* 59 (33) (2020) 10422–10431.
24. Eickhoff W., Yen Y., Ulrich R., Wavelength dependence of birefringence in single-mode fiber, *Appl. Opt.* 20 (19) (1981) 3428–3435.
25. Rashleigh S. C., Wavelength dependence of birefringence in highly birefringent fibers, *Opt. Lett.* 7 (8) (1982) 294–296.
26. Barlow A., Payne D., The stress-optic effect in optical fibers, *IEEE J. Quantum Electron.* 19 (5) (1983) 834–839.
27. Yariv A., Yeh P., *Optical waves in crystals: propagation and control of laser radiation* (Wiley Series in Pure and Applied Optics), John Wiley & Sons, New York, 1984.
28. Temkina V. S., Liokumovich L.B., Archelkov A. B., et al., Description of polarization-maintaining fibers in analyzing the practical fiber-optic circuits using the Jones formalism, *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics*. 16 (3) (2023) 95–114 (in Russian).
29. Liu J., Liu Y., Xu T., Analytical estimation of stress-induced birefringence in Panda-type polarization-maintaining fibers, *IEEE Photon. Technol. Lett.* 32 (24) (2020) 1507–1510.
30. Andreev A. G., Bureev S. V., Eron'yan M. A., et al., Increasing the birefringence in anisotropic single-mode fiber lightguides with an elliptical stress cladding, *J. Opt. Technol.* 79 (9) (2012) 608–609.
31. Sergienko A. B. *Tsifrovaya obrabotka signalov [Digital signal processing]*, “Peter” Publishing House, St. Petersburg, 2007 (in Russian).

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

ГОЛОВЧЕНКО Андрей Игоревич — аспирант Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
golovchenko.ai@edu.spbstu.ru
ORCID: 0009-0005-9699-8497



ПЕТРОВ Александр Викторович — кандидат физико-математических наук, доцент Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

petrov.av1@spbstu.ru

ORCID: 0000-0001-5216-6588

ТЕМКИНА Валентина Сергеевна — старший преподаватель Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

temkina_vs@spbstu.ru

ORCID: 0000-0003-2083-8989

АРЧЕЛКОВ Арсений Борисович — студент Института электроники и телекоммуникаций Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

arsarch11@gmail.com

ORCID: 0009-0007-4713-1293

ЦИБИНОГИНА Марина Константиновна — кандидат химических наук, ведущий инженер ОАО, концерна “ЦНИИ «Электроприбор»”.

197046, Россия, г. Санкт-Петербург, Малая Посадская ул., 30.

cmk_07@mail.ru

ORCID: 0000-0003-2300-084X

КОТОВ Олег Иванович — доктор физико-математических наук, профессор Высшей школы прикладной физики и космических технологий Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

kotov@rphf.spbstu.ru

ORCID: 0000-0001-8448-2024

THE AUTHORS

GOLOVCHENKO Andrew I.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

golovchenko.ai@edu.spbstu.ru

ORCID: 0009-0005-9699-8497

PETROV Aleksandr V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

petrov.av1@spbstu.ru

ORCID: 0000-0001-5216-6588

TEMKINA Valentina S.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

temkina_vs@spbstu.ru

ORCID: 0000-0003-2083-8989

ARCHELKOV Arseniy B.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
arsarch11@gmail.com
ORCID: 0009-0007-4713-1293

TSIBINOGINA Marina K

Concern CSRI Elektropribor, JSC
30 Malaya Posadskaya St., St. Petersburg, 197046, Russia
cmk_07@mail.ru
ORCID: 0000-0003-2300-084X

KOTOV Oleg I.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University
29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia
kotov@rphf.spbstu.ru
ORCID: 0000-0001-8448-2024

Статья поступила в редакцию 10.06.2022. Одобрена после рецензирования 08.07.2022.
Принята 08.07.2022.
Received 10.06.2022. Approved after reviewing 08.07.2022. Accepted 08.07.2022.

Научное издание

**НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ВЕДОМОСТИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА.
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ**

**«ST. PETERSBURG STATE POLYTECHNICAL UNIVERSITY JOURNAL.
PHYSICS AND MATHEMATICS»**

ТОМ 18, № 1, 2025

Учредитель и издатель – Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор).
Свидетельство о регистрации ПИИ № ФС77-51457 от 19.10.2012 г.

Редакция

д-р физ.-мат. наук, профессор *В. К. Иванов* – председатель ред. коллегии
д-р физ.-мат. наук, профессор *А. Э. Фотиади* – зам. председателя ред. коллегии
д-р физ.-мат. наук, профессор *В. В. Дубов*
д-р физ.-мат. наук, профессор *П. А. Карасёв*
канд. физ.-мат. наук, доцент *В. М. Капралова*
канд. физ.-мат. наук *О. А. Яцурижнская* – научный редактор, корректор
А. С. Колгатина – переводчик
Н. А. Бушманова – ответственный секретарь

Телефон редакции 8 (812) 552-62-16

Сайт <https://physmath.spbstu.ru/>

E-mail: physics@spbstu.ru

Компьютерная верстка *Н. А. Бушмановой*

Подписано в печать 31.03.2025. Формат 60х84/8. Печать цифровая.
Усл. печ. л. Тираж 1000. Заказ .

Отпечатано с готового оригинал-макета, предоставленного ИЦ "ИКИ",
в Издательско-полиграфическом центре
Санкт-Петербургского политехнического университета.
195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
Тел.: (812) 552-77-17; 550-40-14.

УСЛОВИЯ ПУБЛИКАЦИИ СТАТЕЙ
в журнале «Научно-технические ведомости
Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.
Физико-математические науки»

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Журнал «Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Физико-математические науки» является периодическим печатным научным рецензируемым изданием. Зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере информационных технологий и массовых коммуникаций (Свидетельство ПИ №ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.) и распространяется по подписке агентства «Роспечать» (индекс издания 71823).

С 2008 года журнал издавался в составе сериального издания "Научно-технические ведомости СПбГПУ". **Сохраняя преемственность и продолжая научные и публикационные традиции сериального издания «Научно-технические ведомости СПбГПУ», журнал издавали под сдвоенными международными стандартными сериальными номерами ISSN 1994-2354 (сериальный) 2304-9782.** В 2012 году он зарегистрирован как самостоятельное периодическое издание **ISSN 2304-9782** (Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-52144 от 11 декабря 2012 г.). С 2012 г. начат выпуск журнала в двуязычном оформлении.

Издание входит в Перечень ведущих научных рецензируемых журналов и изданий (перечень ВАК) и принимает для печати материалы научных исследований, а также статьи для опубликования основных результатов диссертаций на соискание ученой степени доктора наук и кандидата наук по следующим основным научным направлениям: **Физика, Математика, Механика**, включая следующие шифры научных специальностей: 1.1.8., 1.1.9., 1.3.2., 1.3.3., 1.3.4., 1.3.5., 1.3.6., 1.3.7., 1.3.8., 1.3.11., 1.3.19.

Журнал представлен в Реферативном журнале ВИНТИ РАН и включен в фонд научно-технической литературы (НТЛ) ВИНТИ РАН, а также в международную систему по периодическим изданиям «Ulrich's Periodicals Directory». Индексирован в базах данных «Российский индекс научного цитирования» (РИНЦ), Web of Science (Emerging Sources Citation Index).

Периодичность выхода журнала – 4 номера в год.

Редакция журнала соблюдает права интеллектуальной собственности и со всеми авторами научных статей заключает издательский лицензионный договор.

2. ТРЕБОВАНИЯ К ПРЕДСТАВЛЯЕМЫМ МАТЕРИАЛАМ

2.1. Оформление материалов

1. Рекомендуемый объем статей – 12-20 страниц формата А-4 с учетом графических вложений. Количество графических вложений (диаграмм, графиков, рисунков, фотографий и т.п.) не должно превышать шести.

2. Число авторов статьи, как правило, не должно превышать пяти человек.

3. Авторы должны придерживаться следующей обобщенной структуры статьи: вводная часть (актуальность, существующие проблемы – объем 0,5 – 1 стр.); основная часть (постановка и описание задачи, методика исследования, изложение и обсуждение основных результатов); заключительная часть (предложения, выводы – объем 0,5 – 1 стр.); список литературы (оформление по ГОСТ 7.0.5-2008).

В списки литературы **рекомендуется** включать ссылки на научные статьи, монографии, сборники статей, сборники конференций, электронные ресурсы с указанием даты обращения, патенты.

Как правило, **нежелательны** ссылки на диссертации и авторефераты диссертаций (такие ссылки допускаются, если результаты исследований еще не опубликованы, или не представлены достаточно подробно).

В списки литературы **не рекомендуется** включать ссылки на учебники, учебно-методические пособия, конспекты лекций, ГОСТы и др. нормативные документы, на законы и постановления, а также на архивные документы (если все же необходимо указать такие источники, то они оформляются в виде сносок).

Рекомендуемый объем списка литературы для обзорных статей – не менее 50 источников, для остальных статей – не менее 10.

Доля источников давностью менее 5 лет должна составлять не менее половины. Допустимый процент самоцитирования – не выше 10 – 20. Объем ссылок на зарубежные источники должен быть не менее 20%.

4. УДК (UDC) оформляется и формируется в соответствии с ГОСТ 7.90-2007.

5. Набор **текста** осуществляется в редакторе **MS Word**.

6. **Формулы** набираются в редакторе MathType (не во встроенном редакторе Word) (мелкие формулы, символы и обозначения набираются без использования редактора формул). **Таблицы** набираются в том же формате, что и основной текст. В тексте буква «ё» заменяется на букву «е» и оставляется только в фамилиях.

7. **Рисунки** (в формате .tiff, .bmp, .jpeg) и **таблицы** оформляются в виде отдельных файлов. Шрифт – **Times New Roman**, размер шрифта основного текста – 14, интервал – 1,5. Таблицы большого размера могут быть набраны кеглем 12. Параметры страницы: поля слева – 3 см, сверху и снизу – 2 см, справа – 1,5 см. Текст размещается без знаков переноса. Абзацный отступ – 1 см.

2.2. Представление материалов

1. Представление всех материалов осуществляется в электронном виде через электронную редакцию (<http://journals.spbstu.ru>). После регистрации в системе электронной редакции автоматически формируется персональный профиль автора, позволяющий взаимодействовать как с редакцией, так и с рецензентом.

2. Вместе с материалами статьи должно быть представлено экспертное заключение о возможности опубликования материалов в открытой печати.

3. Файл статьи, подаваемый через электронную редакцию, должен содержать только сам текст без названия, списка литературы, аннотации и ключевых слов, фамилий и сведений об авторах. Все эти поля заполняются отдельно через электронную редакцию.

2.3. Рассмотрение материалов

Предоставленные материалы (п. 2.2) первоначально рассматриваются редакционной коллегией и передаются для рецензирования. После одобрения материалов, согласования различных вопросов с автором (при необходимости) редакционная коллегия сообщает автору решение об опубликовании статьи. В случае отказа в публикации статьи редакция направляет автору мотивированный отказ.

При отклонении материалов из-за нарушения сроков подачи, требований по оформлению или как не отвечающих тематике журнала материалы не публикуются и не возвращаются.

Редакционная коллегия не вступает в дискуссию с авторами отклоненных материалов.

При поступлении в редакцию значительного количества статей их прием в очередной номер может закончиться **ДОСРОЧНО**.

E-mail: physics@spbstu.ru,

Тел. редакции 8 (812) 552-62-16.

Сайт журнала: <https://phymath.spbstu.ru/>