

Математическое моделирование физических процессов

Научная статья

УДК 539.3

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18203>

ПРИМЕНЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПОВЕДЕНИЯ СЛОИСТЫХ ПАНЕЛЕЙ С ТЕТРАЭДРАЛЬНЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ

О. В. Антонова¹ , М. В. Иванов¹, А. А. Михайлов¹, В. А. Кузьмин²

¹ Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого,
Санкт-Петербург, Россия;

² ООО «Тетрал», Санкт-Петербург, Россия

 antonova_ov@spbstu.ru

Аннотация. В работе выполнено математическое моделирование с целью описания поведения слоистых панелей с тетраэдральным заполнителем под действием различных нагрузок. При этом была реализована серия численных расчетов в программном комплексе конечно-элементного анализа ANSYS. При моделировании использованы полученные ранее эффективные упругие характеристики, что позволило заменить прямое моделирование структуры тетраэдрального заполнителя элементами простой формы с применением ортотропного материала, имеющего эквивалентные характеристики. Решена задача о трехточечном изгибе пластины, проанализировано деформированное состояние панели и характер ее прогиба. Установлена необходимость применения принципов разномодульной теории упругости при моделировании таких объектов и учета эффективных упругих характеристик, полученных при растяжении и сжатии ячейки периодичности. Даны рекомендации по использованию в расчетах итерационного изменения свойств материала и эффективных характеристик, полученных при растяжении и сжатии ячейки периодичности.

Ключевые слова: тетраэдральный заполнитель, слоистая панель, эффективные упругие характеристики, метод конечных элементов

Для цитирования: Антонова О. В., Иванов М. В., Михайлов А. А., Кузьмин В. А. Применение математического моделирования для описания поведения слоистых панелей с тетраэдральным заполнителем // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. 2025. Т. 18. № 2. С. 30–40. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18203>

Статья открытого доступа, распространяемая по лицензии CC BY-NC 4.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Original article

DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18203>

APPLICATION OF MATHEMATICAL MODELING FOR DESCRIBING THE BEHAVIOR OF LAYERED PANELS WITH A TETRAHEDRAL CORE

O. V. Antonova¹ , M. V. Ivanov¹, A. A. Mikhailov¹, V. A. Kuzmin²

¹ Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russia

² Ltd «Tetral», St. Petersburg, Russia

 antonova_ov@spbstu.ru



Abstract. In the paper, mathematical modeling methods for describing the behavior of sandwich panels with a tetrahedral core under various loads have been used, and a series of numerical calculations carrying out by the ANSYS software. In so doing the previously obtained effective elastic characteristics were taken, which made it possible to replace the direct modeling of the tetrahedral core structure with elements of a simple form using orthotropic material with equivalent characteristics. The problem of the plate's three-point bending was solved, and a deformed state and deflection character of the panel were analyzed. The necessity of applying the heteromodal elasticity theory when modeling such objects and of taking into account the effective elastic characteristics obtained by tension and compression of the periodicity cell was established. Recommendations were given for the use of periodicity cells when computing the iterative changes in material properties and effective characteristics obtained during tension and compression.

Keywords: tetrahedral core, layered panel, effective elastic characteristics, finite element method

For citation: Antonova O. V., Ivanov M. V., Mikhailov A. A., Kuzmin V. A., Application of mathematical modeling for describing the behavior of layered panels with a tetrahedral core, St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics. 18 (2) (2025) 30–40. DOI: <https://doi.org/10.18721/JPM.18203>

This is an open access article under the CC BY-NC 4.0 license (<https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>)

Введение

В связи с возрастающими потребностями различных отраслей промышленности к использованию композитных панелей с заполнителями разного вида, все чаще требуется проведение анализа и расчетное обоснование применения таких конструктивных элементов с привлечением методов математического моделирования, использующего высокопроизводительное вычислительное оборудование и современное программное обеспечение [1, 2]. При проектировании, подготовке и проведении испытаний и, как следствие, моделировании таких панелей и изделий из них [3 – 5], повышенное внимание уделяется особенностям структуры и формы именно заполнителя [6, 7]. Наиболее широкое распространение в настоящее время получил сотовый заполнитель в составе различных элементов авиационной, автомобильной техники, а также строительных конструкций [8 – 11]. Отметим, что соты имеют закрытую структуру ячеек и хорошо подходят для тепловой защиты; кроме того, они обеспечивают прочность, надежность и несущую способность при значительных нагрузках [12].

С другой стороны, структуры с ферменным заполнителем обладают менее эффективным сопротивлением нагружению [13], но обеспечивают возможность вентиляции. Именно поэтому такие виды заполнителя зарекомендовали себя как решение, способное продлить срок службы строительных фасадов путем защиты от негативного влияния внешних климатических воздействий [14 – 16]. Одна из возможных конфигураций заполнителя – это тетраэдральный заполнитель, представляющий собой комбинацию из усеченных тетраэдров [17, 18].

При моделировании композитную панель с сотовым или ферменным заполнителем можно описать как композиционный материал со сложной микроструктурой. В вычислительной механике сплошных сред заполнитель допустимо считать однородным материалом, эффективные свойства которого могут быть как анизотропными, так и ортотропными [19, 20]. При численном моделировании панели с тетраэдральным заполнителем рассматриваются как конструктивно ортотропный композиционный материал [21, 22].

Для того чтобы корректно осуществить такой подход, на первом этапе выделяется ячейка периодичности и задаются ее эффективные упругие характеристики. Последние часто определяют с использованием метода прямой гомогенизации [23], который позволяет вычислить эффективные значения ортотропных физико-механических параметров композиционного материала со сложной микроструктурой; метод применим и для двоякопериодических структур.

Основная цель данной работы – обосновать расчетным путем необходимость применения принципов разномодульной теории упругости для моделирования композиционных панелей с заполнителем.

Для этого были поставлены и решены следующие задачи:
 рассчитать жесткостные параметры панели с тетраэдральным заполнителем при растяжении и сжатии;
 определить напряженно-деформированное состояние панели в задаче о трехточечном изгибе.

Объект исследования

Общий вид конструкции панели и тетраэдрального заполнителя с его геометрическими характеристиками, которые рассмотрены в данном случае, представлены на рис. 1. Панели такого вида нашли преимущественное применение в строительной отрасли, а именно – в конструкциях вентилируемых фасадов и ограждающих сооружений.

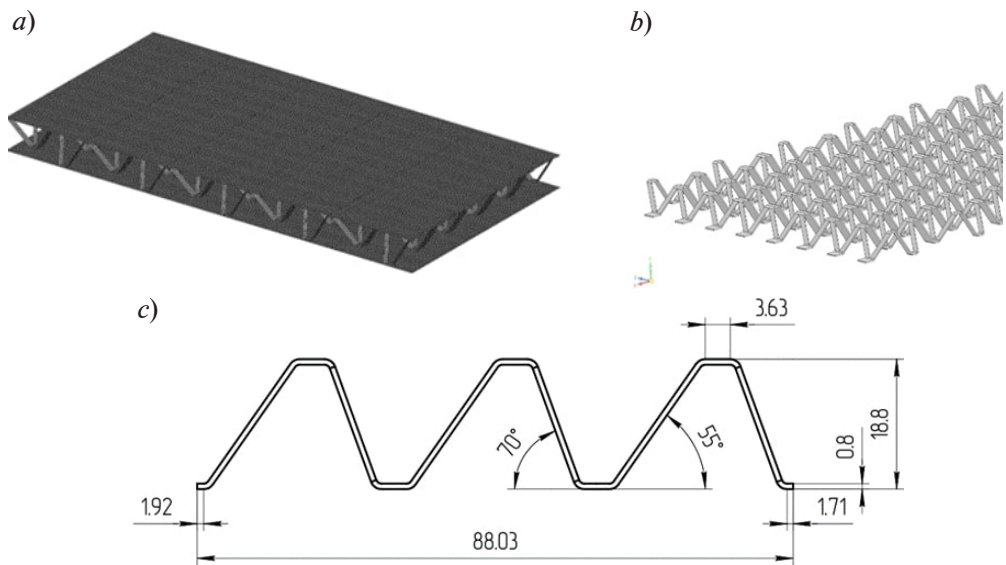


Рис. 1. Общий вид панели с тетраэдральным заполнителем (а), ее заполнитель (b) и его геометрические характеристики (с)

Значения физико-механических параметров используемого материала АМГ2 следующие:
 Плотность, кг/м³2 680;
 Модуль упругости, ГПа71,0;
 Временное сопротивление, МПа190;
 Предел текучести, МПа80;
 Коэффициент Пуассона0,33.

Предполагается, что для изготовления несущих листов панели и заполнителя используется один и тот же материал.

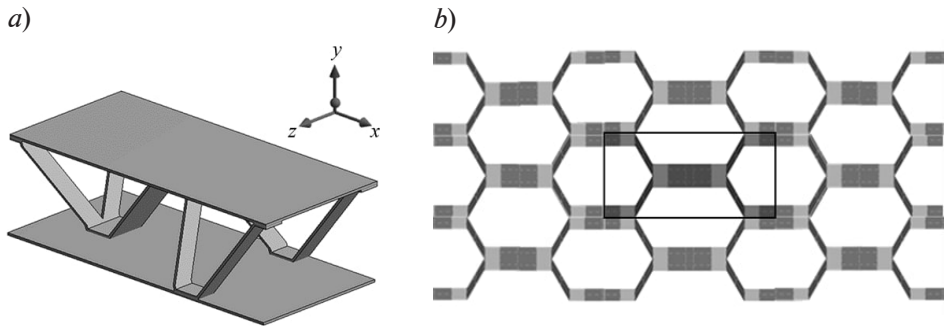


Рис. 2. Схематические изображения ячейки периодичности (а) и тетраэдрального заполнителя (вид сверху) (b); прямоугольником выделена эта ячейка

Рассматриваемая ячейка периодичности, имеющая размеры $28 \times 58 \times 19$ мм, представлена рис. 2.

Значения упругих параметров были определены методом прямой гомогенизации (соответствующие результаты и подробное описание метода приведены в работе [24]). Использованный метод прямой гомогенизации основан на кинематико-статических граничных условиях [25] и позволил определить ортотропные эффективные физико-механические свойства композиционного материала со сложной микроструктурой.

Задача о трехточечном изгибе композитной панели

Указанная задача представляет как научный, так и практический интерес [26 – 28]. Рассмотрим такую задачу для пластины с тетраэдральным заполнителем, причем структура заполнителя будет моделироваться без каких-либо упрощений, а конструкция представляться в виде однородной среды с эффективными свойствами.

Схема нагружения в задаче о трехточечном изгибе такой панели (ее габаритные размеры – $292 \times 140 \times 19$ мм) представлена на рис. 3.

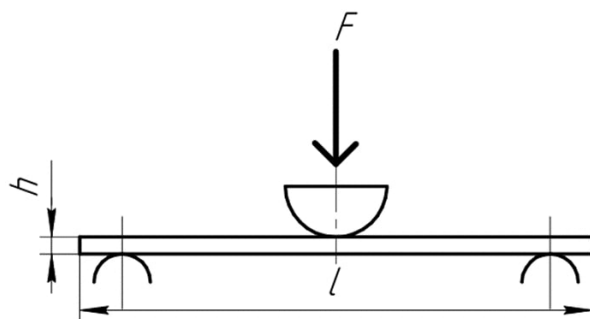


Рис. 3. Схема нагружения к постановке задачи о трехточечном изгибе панели. Показаны геометрические параметры и направление нагружающей силы F

При численном моделировании были использованы оболочечные нелинейные конечные элементы. После проведения анализа сходимости была выбрана модель, состоящая из 156050 элементов, число узлов – 532325; характерный размер элемента – 1 мм.

На основании проведенного расчета проанализируем деформированное состояние панели. На рис. 4 представлены вертикальные перемещения рассматриваемой панели и график зависимости ее прогиба в центральном сечении вдоль длины l .

Из представленных результатов видно, что для пластины с тетраэдральным

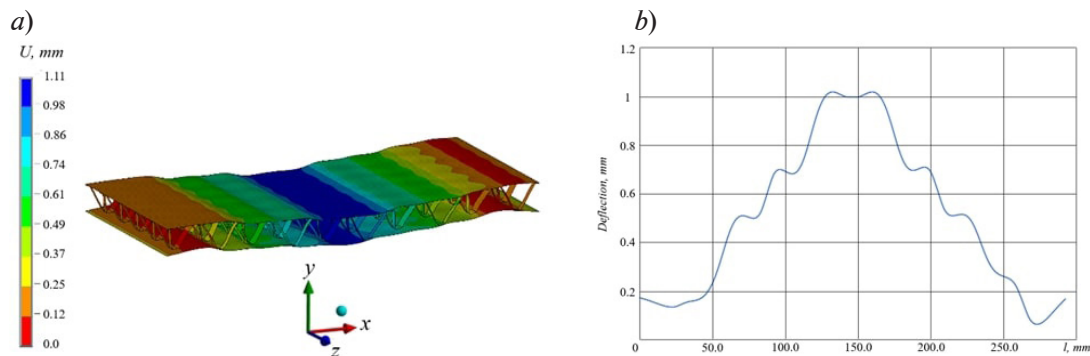


Рис. 4. Деформированное состояние сэндвич-панели: *a* – вертикальные перемещения (цветовая шкала, масштаб 10 : 1), *b* – график зависимости прогиба панели в ее центральном сечении вдоль длины l (см. рис. 3)

заполнителем наблюдается влияние расположения заполнителя на величину и характер прогиба. В местах креплений заполнителя прогиб меньше.

Для дальнейшего изложения процедуры моделирования следует установить соответствие между средним прогибом панели с заполнителем и прогибом при изгибе аналогичной панели, но изготовленной из однородного разномодульного материала с ортотропными характеристиками. Подчеркнем, что для этого необходимо сравнить поведение под нагрузкой двух объектов:

- панель с тетраэдральным заполнителем,
- панель из однородного разномодульного материала с ортотропными характеристиками.

Для указанного сравнения предварительно рассмотрим две вспомогательные задачи: оценку поведения ячейки периодичности при растяжении и сжатии, анализ возможности применения принципов разномодульной теории упругости. Отметим, что постановки этих задач представляют самостоятельный научный интерес.

Применение принципов разномодульной теории упругости

При переходе на макроуровень возникает вопрос о корректном учете геометрических особенностей выбранной ячейки периодичности и ее поведения под нагрузкой. Тетраэдральный наполнитель в составе слоистых конструкций, обладая сложной структурой, ведет себя различным образом при растяжении и сжатии [25, 29, 30], что делает обоснованным применение подходов, лежащих в основе разномодульной теории упругости [31 – 33].

Как известно, в классической теории упругости механические характеристики однородного изотропного материала, описываются двумя упругими константами: модулем Юнга E и коэффициентом Пуассона ν .

Согласно же разномодульной теории упругости, материал имеет разные модули Юнга для случаев одноосного растяжения и одноосного сжатия: E^+ и E^- соответственно, а также разные коэффициенты Пуассона, характеризующие поперечное сужение при растяжении и поперечное расширение при сжатии: ν^+ и ν^- , соответственно.

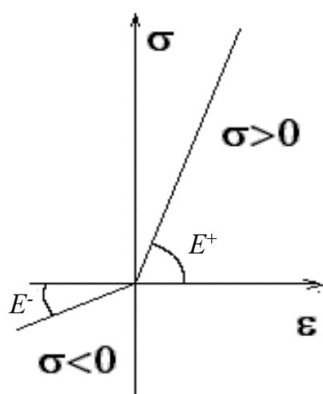


Рис. 5. Начальный участок характерной диаграммы деформирования (напряжение σ – деформация ε) согласно разномодульной теории упругости: материал обладает модулями упругости E^+ для одноосного растяжения и E^- для одноосного сжатия

Согласно разномодульной теории упругости, диаграмму деформирования в первом приближении можно представить в виде двух прямых (рис. 5).

Для проверки применимости указанного подхода и его обоснования, другими словами, – возможности применения принципов разномодульной теории упругости при проектировании конструкций из слоистых панелей с тетраэдральным наполнителем, была проведена серия численных экспериментов по растяжению ячейки периодичности (см. рис. 2, б) в направлениях осей x , y и z .

Эти расчеты были выполнены с помощью программного комплекса ANSYS Mechanical. При численном моделировании были использованы оболочечные нелинейные конечные элементы. После проведения анализа сходимости была выбрана модель, состоящая из 4148 элементов и числа узлов 13177; характерный размер элемента составил 1 мм. Ранее такая же конечно-элементная модель использовалась в работе [24].

На рис. 6 представлено распределение интенсивности напряжений по Мизесу при растяжении и сжатии ячейки вдоль оси x .

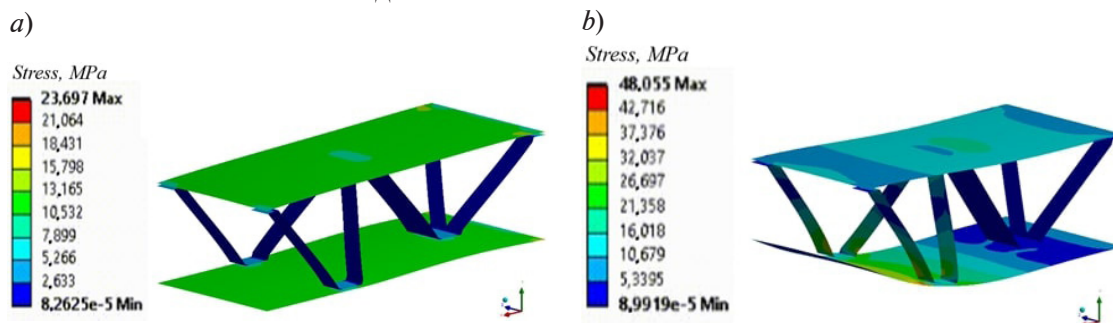


Рис. 6. Интенсивность механических напряжений по Мизесу (см. цветовые шкалы) для ячейки периодичности при растяжении (а) и сжатии (б) вдоль оси x

Поведение ячейки периодичности при растяжении и сжатии

График зависимостей силы реакции от максимального перемещения $U_{\max}$ при разных направлениях воздействия представлен на рис. 7. Пунктиром показана линейная зависимость усилия от перемещения в области сжатия с жесткостью, равной жесткости при растяжении. Значения реакций при смене знака воздействия приведены в табл. 1.

Таким образом, сравнение поведения ячейки периодичности при растяжении и сжатии продемонстрировало различие в величине реакций при воздействии в направлениях x и y .

Отметим, что на этом этапе исследования были использованы значения эффективных упругих характеристик (табл. 2), представленных нами в работе [24].

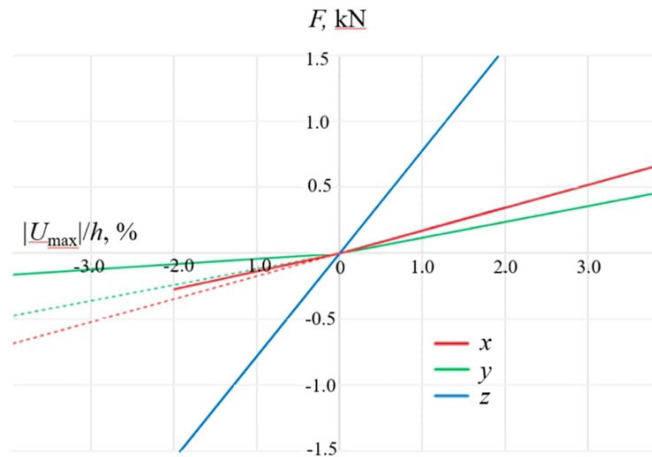


Рис. 7. График зависимостей силы реакции от нормализованного максимального перемещения при разных направлениях воздействия (по осям x , y , z).

Пунктирными прямыми показаны линейные зависимости усилия от перемещения в области сжатия с жесткостью, равной жесткости при растяжении

Таблица 1

Сравнение реакций ячейки периодичности при смене направления и знака приложения нагрузки

Направление воздействия	Значение параметра		
	$+F_1$, кН	$-F_2$, кН	$ U_{\max} /h$, %
Ось x	0,347	0,271	2
Ось y	5,991	2,032	50
Ось z	1,561	1,562	2

Обозначения: $+F_1$, $-F_2$ — силы реакции при растяжении и сжатии, соответственно; $|U_{\max}|/h$ — отношение максимального перемещения по каждой оси к толщине листа.

Таблица 2

Значения эффективных упругих параметров, использованные в расчетах

Модули Юнга, ГПа	Коэффициенты Пуассона	Модули сдвига, ГПа
$E_1^* = 58,60$	$\nu_{12}^* = 0,31$; $\nu_{21}^* = 0,03$	$G_{12}^* = 1,030$
$E_2^* = 0,899$	$\nu_{23}^* = 0,01$; $\nu_{32}^* = 0,10$	$G_{23}^* = 0,113$
$E_3^* = 4,53$	$\nu_{13}^* = 0,29$; $\nu_{31}^* = 0,30$	$G_{13}^* = 0,832$

Примечание. Значения параметров, приведенные в таблице, были ранее представлены нами в работе [24].

Данные на рис. 7 и в табл. 1 демонстрируют, что в направлениях x и y наблюдаются различные значения реакций при смене знака воздействия. Особенно сильно это выражено для направления y (вертикального). Этот результат позволяет сделать вывод, что для описания поведения конструкций с выбранным видом заполнителя применение разномодульной теории упругости вполне обосновано. Для более же точного описания поведения ячейки периодичности необходимо находить эффективные характеристики и для случая сжатия.

Заключение

Результаты численного моделирования показали, что композитная панель с выбранным видом тетраэдрального заполнителя обладает различными жесткостными характеристиками при сжатии и растяжении.

Обоснована целесообразность применения метода гомогенизации совместно с принципами разномодульной теории упругости для повышения точности описания поведения пластины на макроуровне.

Полученные результаты открывают возможности для дальнейших исследований. На следующем этапе предстоит подтвердить соответствие величины среднего прогиба панели с заполнителем аналогичному прогибу при изгибе панели, сделанной из однородного разномодульного материала. Необходимо также сравнить поведение панели с тетраэдральным заполнителем с поведением панели из однородного разномодульного материала с ортотропными характеристиками. Необходимо отдельно отметить, что разномодульное поведение конструкции планируется описывать путем итерационного уточнения равновесного состояния для текущей деформированной конфигурации конструкции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Onyibo E. C., Safaei B. Application of finite element analysis to honeycomb sandwich structures: a review // Reports in Mechanical Engineering. 2022. Vol. 3. No. 1. Pp. 192–209.
2. Faizdi M. K., Abdullah S., Abdullah M. F., Azman A. H., Hui D., Singh S. S. K. Review of current trends for metal-based sandwich panel: Failure mechanisms and their contribution factors // Engineering Failure Analysis. 2021. Vol. 123. May. P. 105302.
3. Makweche D., Morgan D. A review of the characteristics and structural behaviour of sandwich panels // Proceedings of the Institution of Civil Engineers: Structures and Buildings. 2022. Vol. 175. No. 12. Pp. 965–979.
4. Catapano A., Montemurro M. A multi-scale approach for the optimum design of sandwich plates with honeycomb core. Part I: homogenization of core properties // Composite Structures. 2014. Vol. 118. December. Pp. 664–676.
5. Xu X. F., Qiao P. Homogenized elastic properties of honeycomb sandwich with skin effect // International Journal of Solids and Structures. 2002. Vol. 39. No. 8. Pp. 2153–2188.
6. Паймушин В. Р., Галимов Н. К. Об устойчивости трехслойных пластин с легким заполнителем при изгибе // Труды семинара по теории оболочек. Казань: Изд. Казанского физико-технического ин-та АН СССР, 1974. Вып. 5. С. 35–42.
7. Queheillalt D. T., Wadley H. N. G. Cellular metal lattices with hollow trusses // Acta Materialia. 2005. Vol. 53. No. 2. Pp. 303–313.
8. Kreja I. A literature review on computational models for laminated composite and sandwich panels // Central European Journal of Engineering. 2011. Vol. 1. No. 1. Pp. 59–80.
9. Wadley H. N. G., Fleck N. A., Evans A. G. Fabrication and structural performance of periodic cellular metal sandwich structures // Composites Science and Technology. 2003. Vol. 63. No. 16. Pp. 2331–2343.
10. Wadley H. N. G. Multifunctional periodic cellular metals // Philosophical Transactions of the Royal Society A. 2006. Vol. 364. No. 1838. Pp. 31–68.
11. Feng Y., Qiu H., Gao Y., Zheng H., Tan J. Creative design for sandwich structures: A review // International Journal of Advanced Robotic Systems. 2020. Vol. 17. No. 3 (May–June) doi:10.1177/1729881420921327.
12. Паймушин В. Н., Закиров И. М., Луканкин С. А., Закиров И. И., Холмогоров С. А. Усредненные упругие и прочностные характеристики сотового заполнителя и теоретико-



экспериментальный метод их определения // *Механика композитных материалов*. 2012. Т. 48. № 5. С. 745–764.

13. **Абдуллин И. Н., Гайнутдинов В. Г.** Проектирование рациональных трехслойных конструкций со стержневым заполнителем. Изд. Казанского национального исследовательского технического университета им. А. Н. Туполева –КАИ (КНИТУ–КАИ), 2017. 31 с.

14. **Найштут Ю. С.** Сотовые строительные конструкции. М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов (АСВ), 1998. 140 с.

15. **Панин В. Ф., Гладков Ю. А.** Конструкции с заполнителем. М.: Машиностроение, 1991. 272 с.

16. **Ендогур А. И., Вайнберг М. В., Иерусалимский К. М.** Сотовые конструкции. Выбор параметров и проектирование. М.: Машиностроение, 1986. 200 с.

17. **Кузьмин В. А.** Заполнитель с ферменной объемной структурой многослойной композитной панели. Пат. 2710157С1 Российская Федерация, МПК В32В 7/00, В32В 15/00, В32В 3/12. Заявитель и патентообладатель Кузьмин В. А. № 2019106951: заявл. 12.03.2019; опубл. 25.02.2020.

18. **Кузьмин В. А.** Способ изготовления заполнителя с ферменной объемной структурой и многослойных панелей на его основе. Пат. № 2710177С1 Российская Федерация, МПК В32В 7/00, В32В 15/00, В32В 3/12. Заявитель и патентообладатель Кузьмин В.А. № 2019106952: заявл. 12.03.2019; опубл. 24.12.2019.

19. **Lim J.-H., Kang K.-J.** Mechanical behavior of sandwich panels with tetrahedral and Kagome truss cores fabricated from wires // *International Journal of Solids and Structures*. 2006. Vol. 43. No. 17. Pp. 5228–5246.

20. **Dragoni E.** Optimal mechanical design of tetrahedral truss cores for sandwich constructions // *Journal of Sandwich Structures & Materials*. 2013. Vol. 15. No. 4. Pp. 464–484.

21. **Joo J.-H., Kang K.-J.** Modified metallic octet truss cellular cores for sandwich structures fabricated by an expanded metal forming process // *Journal of Sandwich Structures & Materials*. 2009. Vol. 12. No. 3. Pp. 327–349.

22. **Yang W., Xiong J., Feng L.-J., Pei Ch., Wu L.-Z.** Fabrication and mechanical properties of three-dimensional enhanced lattice truss sandwich structures // *Journal of Sandwich Structures & Materials*. 2018. Vol. 22. No. 5. Pp. 1594–1611.

23. **Боровков А. И., Меза Д. А.** Гомогенизация однонаправленных волокнистых и гранулированных упругих композитов // *Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета*. 2009. № 3 (84). С. 135–153.

24. **Иванов М. В., Михайлов А. А., Антонова О. В., Кузьмин В. А.** Анализ упругого поведения и определение эффективных характеристик слоистых панелей с тетраэдральным заполнителем // *Неделя науки ФизМех: Сборник материалов Всероссийской научной конференции*. 3–7 апреля 2023 г. СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2023. С. 261–263.

25. **Боровков А. И.** Эффективные физико-механические свойства волокнистых композитов. М.: Изд-во ВИНТИ. 1985. 113 с.

26. **Боровков А. И., Мамчиц Д. В., Немов А. С., Новокшенов А. Д.** Задачи моделирования и оптимизации панелей переменной жесткости и конструкций из слоистых композитов // *Известия Российской академии наук. Механика твердого тела*. 2018. № 1. С. 113–122.

27. **Букатый С. А., Осадчий Н. В.** Решение плоской задачи теории упругости об изгибе шарнирно-закрепленной многослойной панели с круговой осью // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. 2022. № 2. С. 49–57.

28. **Жигун В. И., Плюме Э. З., Кристоне С. А., Краснов Л. Л.** Метод определения модуля сдвига композитных материалов из опытов на трехточечный поперечный изгиб // *Механика композитных материалов*. 2022. Т. 58. № 6. С. 1157–1174.

29. **Ломакин Е. В., Работнов Ю. Н.** Соотношения теории упругости для изотропного разномодульного тела // *Известия АН СССР. Механика твердого тела*. 1978. № 6. С. 29–34.

30. **Гайнутдинов В. Г., Абдуллин И. Н., Мусави-Сафави С. М.** О расчете проектных значений плотности рациональной трехслойной конструкции со стержневым заполнителем // *Известия вузов. Авиационная техника*. 2016. № 1. С. 59–63.

31. **Амбарцумян С. А., Хачатрян А. А.** Основные уравнения теории упругости для материалов, разносопротивляющихся растяжению и сжатию // *Известия АН СССР. Механика твердого тела*. 1966. № 2. С. 44–53.

32. Амбарцумян С. А. Разномодульная теория упругости М.: Наука, 1982. 320 с.
33. Цвелодуб И. Ю. О разномодульной теории упругости // Прикладная механика и техническая физика. 2008. Т. 49. № 1. С. 157–164.

REFERENCES

1. Onyibo E. C., Safaei B., Application of finite element analysis to honeycomb sandwich structures: a review, Rep. Mech. Eng. 3 (1) (2022) 192–209.
2. Faidzi M. K., Abdullah S., Abdullah M. F., et al., Review of current trends for metal-based sandwich panel: Failure mechanisms and their contribution factors, Eng. Fail. Anal. 123 (May) (2021) 105302.
3. Makweche D., Morgan D., A review of the characteristics and structural behaviour of sandwich panels, Proc. Inst. Civil Eng.: Struct. Build. 175 (12) (2022) 965–979.
4. Catapano A., Montemurro M., A multi-scale approach for the optimum design of sandwich plates with honeycomb core. Part I: homogenization of core properties, Compos. Struct. 118 (Dec) (2014) 664–676.
5. Xu X. F., Qiao P., Homogenized elastic properties of honeycomb sandwich with skin effect, Int. J. Solids Struct. 39 (8) (2002) 2153–2188.
6. Paymushin V. R., Galimov N. K., Ob ustoychivosti trekhsloynnykh plastin s legkim zapolnitelem pri izgibe [On the bending stability of three-layer plates with light aggregate], Tr. seminarov po teorii obolochek [Proc. of the Seminar on the Theory of Shells], Zavoisky Physical-Technical Institute, the USSR Academy of Sciences, Kazan. (5) (1974) 35–42 (in Russian).
7. Queheillalt D. T., Wadley H. N. G., Cellular metal lattices with hollow trusses, Acta Mater. 53 (2) (2005) 303–313.
8. Kreja I., A literature review on computational models for laminated composite and sandwich panels, Cent. Eur. J. Eng. 1(1) (2011) 59–80.
9. Wadley H. N. G., Fleck N. A., Evans A. G., Fabrication and structural performance of periodic cellular metal sandwich structures, Compos. Sci. Technol. 63 (16) (2003) 2331–2343.
10. Wadley H. N. G., Multifunctional periodic cellular metals, Phil. Trans. R. Soc. A. 364 (1838) (2006) 31–68.
11. Feng Y., Qiu H., Gao Y., et al., Creative design for sandwich structures: A review, Int. J. Adv. Robot. Syst. 17 (3) (2020) doi:10.1177/1729881420921327.
12. Paimushin V. N., Zakirov I. M., Lukankin S. A., et al., Averaged elastic and strength characteristics of honeycomb core and theoretical and experimental method for their determination, Mech. Compos. Mater. 48 (5) (2012) 511–524.
13. Abdullin I. N., Gaynutdinov V. G., Proektirovaniye ratsionalnykh trekhsloynnykh konstruktsey so sterzhnevym zapolnitelem [The design of rational three-layer structures with core filler], Tupolev Kazan National Research Technical University publishing, (KNITU-KAI), Kazan, Russia, 2017 (in Russian).
14. Nayshut Yu. S., Sotovyie stroitelnyye konstruktsey [Honeycomb building structures], Publishing House of the Association of Construction Universities (ACU), Moscow, 1998 (in Russian).
15. Panin V. F., Gladkov Yu. A., Konstruktsii s zapolnitelem [Constructions with core], Mashinostroyeniye Publishing, Moscow, 1991 (in Russian).
16. Endogur A. I., Weinberg M. V., Ierusalimsky K. M., Sotovyie konstruktsey. Vybor parametrov i proektirovaniye [Honeycomb structures. Parameter selection and design], Mashinostroyeniye Publishing, Moscow, 1986 (in Russian).
17. Kuzmin V. A., Zapolnitel s fermennoy obyemnoy strukturoy mnogoslownoy kompozitnoy paneli [A core with truss bulk structure of a sandwich composite panel], Pat. No. 2710157C1 Russian Federation, MPK B32B 7/00, B32B 15/00, B32B 3/12. Kuzmin Valeriy Anatolievich is a declarant and patentee. No. 2019106951; declar. 12.03.2019; publ. 25.02.2020.
18. Kuzmin V. A., Sposob izgotovleniya zapolnitelya s fermennoy obyemnoy strukturoy i mnogoslownykh paneley na yego osnove [Method of producing a filler with a truss bulk structure and sandwich panels based on it], Pat. No. 2710177C1 Russian Federation, MPK B32B 7/00, B32B 15/00, B32B 3/12; Kuzmin Valeriy Anatolievich is a declarant and patentee. No. 2019106952; declar. 12.03.2019; publ. 24.12.2019.

19. **Lim J.-H., Kang K.-J.**, Mechanical behavior of sandwich panels with tetrahedral and Kagome truss cores fabricated from wires, *Int. J. Solids Struct.* 43 (17) (2006) 5228–5246.
20. **Dragoni E.**, Optimal mechanical design of tetrahedral truss cores for sandwich constructions, *J. Sandw. Struct. Mater.* 15 (4) (2013) 464–484.
21. **Joo J.-H., Kang K.-J.**, Modified metallic octet truss cellular cores for sandwich structures fabricated by an expanded metal forming process, *J. Sandw. Struct. Mater.* 12 (3) (2009) 327–349.
22. **Yang W., Xiong J., Feng L.-J., et al.**, Fabrication and mechanical properties of three-dimensional enhanced lattice truss sandwich structures, *J. Sandw. Struct. Mater.* 22 (5) (2018) 1594–1611.
23. **Borovkov A. I., Aleman Meza D.**, Homogenization of unidirectional fiber and granular elastic composites, *Nauchno-Tekhnicheskiye Vedomosti Sankt-Peterburgskogo Gosudarstvennogo Politehnicheskogo Universiteta* [St. Petersburg Polytechnic State University Journal of Engineering Science and Technology]. (3(84)) (2009) 135–153 (in Russian).
24. **Ivanov M. V., Mikhailov A. A., Antonova O. V., Kuz'min V. A.**, Analiz uprugogo povedeniya i opredelenie effektivnykh harakteristik sloistyh panelej s tetraedral'nyim zapolnitelem [An analysis of elastic behavior and determination of effective characteristics of laminated panels with tetrahedral core], *Proc. All-Russian Conf. "The Science Week at the Institute of Physics and Mechanics"*, April 3–7, 2023, St. Petersburg Peter the Great Polytechnic University (2023) 261–263 (in Russian).
25. **Borovkov A. I.**, Effective physical and mechanic properties of fiber composites, Publishing of Russian Institute for Scientific and Technical Information (VINITI RAS), Moscow, 1985 (in Russian).
26. **Borovkov A. I., Mamchits D. V., Nemov A. S., Novokshenov A. D.**, Problems of modeling and optimization of variable-hardness panels and structures made of layered composites, *Mechanics of Solids.* 53 (1) (2018) 93–100.
27. **Bukatny S. A., Osadchy N. V.**, Solution of the plane problem of the theory of elasticity on bending of an articulated fixed multilayer panel with a circular axis, *PNRPU Mechanics Bulletin.* (2) (2022) 49–57 (in Russian).
28. **Zhigun V. I., Plume E. Z., Kristone S. A., Krasnov L. L.**, Method for determining the shear moduli of composite materials from experiments in the three-point transverse bending, *Mech. Compos. Mater.* 2023. 58 (6) (2023) 811–822.
29. **Lomakin E. V., Rabotnov Yu. N.**, A theory of elasticity for an isotropic body with different moduli in tension and compression, *Mechanics of Solids.* 13 (6) (1978) 25–30.
30. **Gainutdinov V. G., Abdullin I. N., Musavi-Safavi S. M.**, Calculation of design relative density for rational sandwich structure with truss core, *Russian Aeronautics.* 59 (1) (2016) 64–68.
31. **Ambartsumyan S. A., Khachatryan A. A.**, The basic equations of the theory of elasticity for materials with different stiffness in tension and compression, *Mechanics of Solids.* 1 (2) (1966) 29–34.
32. **Ambartsumyan S. A.**, *Raznomodul'naya teoriya uprugosti* [Multi-module theory of elastisity], Nauka Publishing, Moscow, 1982 (in Russian).
33. **Tsvlodub I. Yu.**, Multimodulus elasticity theory, *J. Appl. Mech. Tech. Phys.* 49 (1) (2008) 129–135.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

АНТОНОВА Ольга Владимировна — кандидат технических наук, доцент Высшей школы механики и процессов управления Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
antonova_ov@spbstu.ru
ORCID: 0000-0002-4318-7050

ИВАНОВ Максим Вячеславович — аспирант Физико-механического института Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29
ivanov.m@compmechlab.ru
ORCID: 0009-0003-5702-2251

МИХАЙЛОВ Александр Александрович — аспирант Физико-механического института Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого, Санкт-Петербург, Россия.

195251, Россия, г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29

michailov@compmechlab.com

ORCID: 0000-0002-1025-0148

КУЗЬМИН Валерий Анатольевич — генеральный директор ООО «Тетрал», Санкт-Петербург, Россия.

194354, Россия, г. Санкт-Петербург, пр. Луначарского, 19 (к. 1, лит. А).

valerkuzmin@yandex.ru

ORCID: 0009-0002-2129-1591

THE AUTHORS

ANTONOVA Olga V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

antonova_ov@spbstu.ru

ORCID: 0000-0002-4318-7050

IVANOV Maksim V.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

ivanov.m@compmechlab.ru

ORCID: 0009-0003-5702-2251

MIKHAILOV Aleksandr A.

Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

29 Politechnicheskaya St., St. Petersburg, 195251, Russia

michailov@compmechlab.com

ORCID: 0000-0002-1025-0148

KUZMIN Valerii A.

LLC "Tetral"

19, build 1, letter A, Lunacharsky Ave., St. Petersburg, 194354, Russia

valerkuzmin@yandex.ru

ORCID: 0009-0002-2129-1591

Статья поступила в редакцию 26.12.2024. Одобрена после рецензирования 20.02.2025. Принята 20.02.2025.

Received 26.12.2024. Approved after reviewing 20.02.2025. Accepted 20.02.2025.