

На правах рукописи



Тимофеева Ольга Алексеевна

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ В РАЗВЕТВЛЕННЫХ ГАЛЕРЕЯХ
ВОДОПРОПУСКНЫХ СООРУЖЕНИЙ**

Специальность 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Санкт-Петербург – 2016

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Государственный университет морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова»

Научный руководитель: доктор технических наук, доцент
Васин Андрей Васильевич

Официальные оппоненты: **Береславский Эдуард Наумович**
заслуженный работник высшей школы РФ,
доктор физико-математических наук, профессор
ФГБОУ ВО «Санкт-Петербургский
государственный университет гражданской
авиации», г. Санкт-Петербург, профессор кафедры
прикладной математики

Липатов Игорь Викторович
доктор технических наук, доцент
ФГБОУ ВО «Волжский государственный
университет водного транспорта», г. Нижний
Новгород, профессор кафедры водных путей и
гидротехнических сооружений

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего
образования «Московская государственная
академия водного транспорта», г. Москва

Защита состоится « 30 » июня 2016 года в 16:00 на заседании диссертационного совета Д 212.229.10 в ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 21, 9-й учебный корпус, аудитория 121.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке на базе ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» и на сайте www.spbstu.ru.

Автореферат разослан « 05 » апреля 2016 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.229.10,
кандидат технических наук



Богач Наталья Владимировна

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. В современной технике возрастает значение проблем прочности. Идет быстрый процесс математизации инженерных знаний. Благодаря развитию математического, компьютерного моделирования и созданию на этой основе математических моделей прочностной надежности элементов конструкций все большее место занимают методы, которые ранее применялись лишь в дисциплинах математического характера. Для определения критериев прочностной надежности необходимо разработать четыре вспомогательных модели — материала, формы, нагружения и разрушения. В диссертации предлагается новая модель нагружения, основанная на динамическом воздействии воды на затвор гидротехнического сооружения.

В свою очередь модель нагружения оказывается тесно связанной с исследованием потока жидкости через короткие обходные галереи во время наполнения и опорожнения шлюзовых камер. В области за затвором возникающие из-за вязкости отрывные вихревые течения влекут постоянное изменение нагрузки на затвор. Опытные измерения показывают, что в процессе подъема затвор испытывает вибрацию. Потенциальные модели движения жидкости, а также модели, учитывающие только гидростатическую нагрузку, не дают правильного объяснения этого явления. С другой стороны, применение вязкостных моделей на основе уравнений Навье-Стокса сводится к использованию развитых пакетов на основе метода конечных элементов. Использование данных пакетов для решения нелинейных задач не позволяет проверить точность вычислений. Представляется актуальной задачей разработка простых и надежных методов расчета на основе линеаризации уравнений математической физики, для которых возможна оценка точности. Основное допущение стационарности движения жидкости, которое позволяет использовать двумерные уравнения движения идеальной жидкости, обусловлено тем, что скорость перемещения затвора во много раз меньше чем скорость жидкости.

Напряженно-деформированное состояние затворов исследуется в рамках теории пластин с перекрестной системой ребер жесткости [1]. Влияние ребер учитывается в соответствующих уравнениях в виде дополнительных слагаемых, содержащих обобщенные функции типа дельта-функции. Двумерные модели дают объяснения наблюдаемым эффектам при процессах наполнения шлюзовых камер через короткие обходные галереи и в вычислении воздействий на конструкции гидротехнических сооружений, что подтверждает актуальность.

Короткие обходные галереи шлюзовых камер могут иметь несколько водовыпусков. В судоходных шлюзах с большими напорами скорости течения достигают значительных величин, что приводит к возникновению волнений и вихрей против выпусков. Скорости течения на выходе потока распределены неравномерно (выше у вогнутой стенки), что может привести к размыву бетонных конструкций головы шлюза. Для разветвленных галерей известны опытные результаты: в работе [2] для достижения желательного распределения скоростей было предложено применить гасители скоростей в виде выступов,

расположенных на вогнутой стороне вертикальной стенки галереи. При изучении предложенных гасителей были произведены лабораторные исследования скоростей потока в выпускных отверстиях галерей, как без применения гасителей, так и с ними [2]. Как показывают эти опыты, результатом применения таких гасителей является более равномерное распределение скоростей по ширине выпуска, причем абсолютные величины наибольших скоростей струи падают примерно в два раза. Вследствие чего обеспечиваются хорошие качества стоянки судов, ожидающих входа в шлюз и возможность ожидающим судам заблаговременно подходить к голове шлюза, что дает экономию во времени шлюзования. Данная конструкция реализована на шлюзах Нижне-Свирского гидроузла, но математического обоснования не было выполнено. Если опираться на потенциальные модели, то выступы не влияют на поток. Разумный компромисс между вязкостными и потенциальными моделями представляют вихревые модели, т.е. модели, содержащие отрывные течения – такие как модель Лаврентьева.

Для математического моделирования течения в галерее с одним выпуском и выступом, расположенным на вертикальной стенке, в [3] была применена модель Гольдштика. Но потребности инженеров гидротехников заключаются в моделировании течения в разветвленных галереях, поскольку именно такие галереи спроектированы в реальных шлюзах. В новой модели предполагается, что в общем вихревом течении за выступом в каждом канале (или в водовыпуске) располагается своя зона обратного вихревого течения. Для галереи с двумя выпусками получены результаты, аналогичные результатам для галереи с одним выпуском. А именно, что наличие выступа позволяет снизить скорости у внешних границ галерей и сдвигает области обратного течения у нижних границ, что подтверждает опытные исследования.

Степень разработанности. С учетом вышеизложенного **основной целью** работы является совершенствование методов расчета параметров течения обходной галереи камеры шлюза с несколькими выпусками и динамической нагрузки на затвор галереи при помощи пошаговых статических измерений. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие **задачи**:

1. Определить особенности отрывных течений идеальной жидкости в разветвленной галерее;
2. Применить математическую модель Лаврентьева сопряжения течений идеальной жидкости при описании движения жидкости в обходных галереях с несколькими выпусками;
3. Построить новую математическую модель нагружения на плоские затворы обходных галерей, в которой расчет динамических характеристик затворов выполняется при помощи пошаговых измерений статических нагрузок для разной степени открытия затворов;
4. Разработать алгоритм и выполнить его программную реализацию для получения численных результатов, представить полученные результаты в форме графического интерфейса пользователя.

Научная новизна заключается в том, что разработаны алгоритмы и программное обеспечение для расчета модели нагружения на элементы ГТС

для всех режимов оперативной работы плоских затворов обходных галерей, построена математическая модель течения жидкости по обходной галерее с несколькими выпусками.

Теоретическая и практическая значимость работы. Результаты диссертации предполагается использовать для расчета количественных параметров течения потока в обходных галереях шлюзовых камер с несколькими выпусками. Разработанное программное обеспечение позволяет дать методические рекомендации для выбора оптимальных режимов работы составных элементов обходных галерей.

Методология и методы исследования. Теоретической и методологической основой исследования являются результаты научных исследований в области течения идеальной жидкости, расчета нагрузок на плоские затворы. Исследования базируются на методе граничных интегральных уравнений (МГИУ), методе граничных элементов (МГЭ) и методах «технической» теории упругости с применением известных лабораторных испытаний и компьютерного эксперимента. Расчеты производились с использованием разработанных алгоритмов и программ, созданных в символьной среде Maple.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Определение особенностей отрывных течений идеальной жидкости в разветвленных галереях. Применение модели Лаврентьева сопряжения течений при описании движения жидкости в обходных галереях с несколькими выпусками.
2. Построение новой математической модели нагружения на плоские затворы обходных галерей шлюзовых камер, в которой расчет динамических характеристик затворов выполняется при помощи пошаговых статических измерений для разной степени открытия затвора.
3. Разработка алгоритмов и их программная реализация для получения численных результатов. Оценка вычислительной точности. Представление полученных результатов в форме графического интерфейса пользователя.

Степень достоверности и апробация результатов. Разработаны и зарегистрированы в Реестре программ для ЭВМ в Федеральной службе по интеллектуальной собственности программы: «Метод граничных интегральных уравнений для расчета вихревых течений в водопропускных галереях шлюза», «Расчет давления на затвор обходной водопроводной галереи судоходного шлюза».

Основные положения диссертационной работы представлялись на Юбилейной XIII Санкт-Петербургской международной конференции «Региональная информатика (РИ-2012)», Санкт-Петербург, 24-26 октября 2012 г., на Международной научно-практической конференции «Тенденции развития естественных и математических наук», Новосибирск, 29 апреля 2013 г., на Международной научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные научные исследования: общественные, гуманитарные, естественные и технические науки», Москва, 30 апр. 2014г.

Публикации. Результаты работы опубликованы в научно-технических изданиях. Всего опубликовано 12 работ, в том числе 6 статей опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК. Получены Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ: №2013613636, №2014616781. Все результаты, входящие в текст диссертации выполнены автором лично, в совместных работах личный вклад автора составляет 50 %.

Структура и объем работы. Диссертация представлена в форме рукописи, состоящей из введения, 4 глав, заключения и 1 приложения. Общий объем рукописи 130 стр., в том числе 64 рисунка, 1 таблица; список использованных источников из 69 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе приводится обзор существующих результатов по исследованию нагрузок, испытываемых затворами водопропускных сооружений, приложению исследований по плоским отрывным течениям жидкости к практическим задачам в водопроводных галереях шлюзов; исследованию напряженно-деформированного состояния затворов средствами «технической» теории упругости; обзор метода граничных интегральных уравнений.

Во второй главе строится расчетная модель течения жидкости по разветвленным обходным галереям водопропускных сооружений шлюза на основе метода граничных элементов. Основной задачей этой главы является исследование вихревых течений в области разветвления галереи (Рисунок 1).

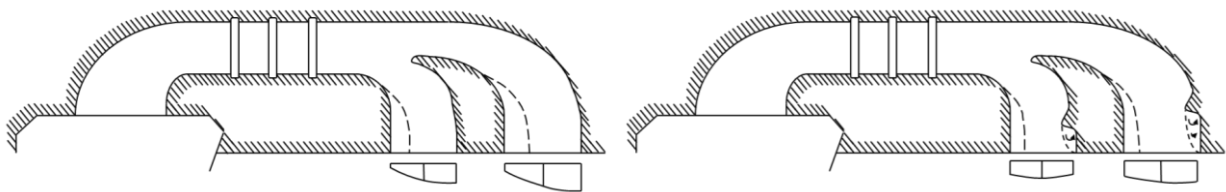


Рисунок 1. Схема галереи без выступов и с выступами

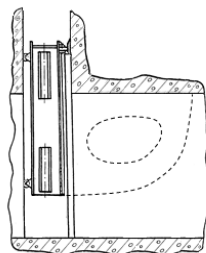


Рисунок 2. Вихревая область за затвором

Аналогичные вихревые зоны возникают за любым препятствием. В частности, в данной работе та же самая модель оказалась востребована для описания течения жидкости за затворами обходных галерей (Рисунок 2).

Основные уравнения гидродинамики в галереях общего вида не позволяют получить общее решение. Поэтому будем использовать численные методы, основанные на уравнениях движения в терминах функция тока – завихренность.

Прежде чем получить результаты для течения в разветвленных галереях построим математический аппарат решения на примере обтекания траншеи с прямоугольным сечением. Математические и опытные исследования в данной области имеются в работах Лаврентьева, Гольдштика, Плотникова [4]. По схеме

Лаврентьева движение распадается на две зоны: течение в области над траншеей (D_0) – потенциальное; течение в траншее (D_1) – вихревое с постоянной завихренностью $-\omega$. Постановка задачи: найти непрерывно-дифференцируемую функцию ψ , удовлетворяющую уравнению

$$\Delta\psi = \begin{cases} 0, & \psi(z) > 0 \\ \omega, & \psi(z) < 0 \end{cases} \quad (1)$$

с заданными граничными условиями. Решение квазилинейного уравнения предполагает определение линии раздела областей вихревого и потенциального течений (γ). Линия раздела находится итеративно. На каждой итерации при фиксированной γ решаем уравнение Пуассона:

$$\Delta\psi = \begin{cases} 0, & z \in D_1 \\ \omega, & z \in D_0 \end{cases} \quad (2)$$

с граничными условиями $\psi|_{\Gamma} = \varphi$, $\varphi \geq 0$. Представляя решение в виде

$$\psi = \omega(\psi_1 + \psi_2) + \psi_0, \quad (3)$$

где $\psi_1 = -\frac{1}{2\pi} \iint_{D_0} \ln \frac{1}{|\zeta - z|} d\zeta$ - потенциал площади,

ψ_2 – решение задачи Дирихле: $\Delta\psi_2 = 0$ в области D и граничными значениями $\psi_2|_{\Gamma} = -\psi_1|_{\Gamma}$,

ψ_0 – решение задачи Дирихле: $\Delta\psi_0 = 0$ в области D и граничными значениями $\psi_0|_{\Gamma} = \varphi$,

воспользуемся методами ГИУ и МГЭ. После определения функции (3) завихренность ω подбирается исходя из условия равенства нулю скорости течения в точке $(-0.5, 0)$. После выбора завихренности линия γ переносится на линию нулевого уровня и выполняется решение уравнения Пуассона (2) с новой линией раздела, что даст нам сходимость к решению задачи (1) [2]. Цикл завершается тогда, когда значения функции тока во всех узлах линии раздела равны нулю с определенной погрешностью.

Результат вычислений показан на Рисунке 3. Найденное значение завихренности $\omega = 4.57$, минимальное значение функции тока в исследуемой области равно $\psi_{\min} = -0.377$.

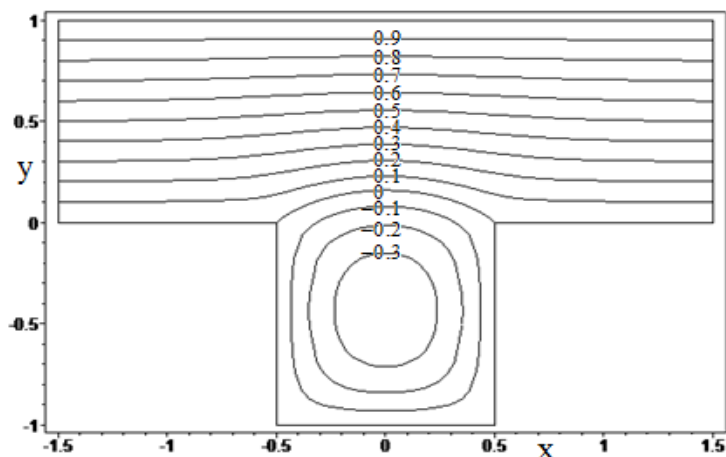


Рисунок 3. Результат вычислений

В параграфе 2 описывается численная реализация решения краевой задачи методом граничных элементов (МГЭ). Для этого граница Γ разбивается на участки $\{z_i\}_{i=1}^n$ и для узлов составляется система линейных уравнений вида:

$$\psi_2(z_j) = -\frac{1}{2}v(z_j) + \sum_{i \neq j} v(z_i) B_{i,j}, \quad (4)$$

где $B_{i,j} = B_i(x_j, y_j) = \frac{1}{2\pi} \theta \cdot \text{sign} \left(\frac{(x_j - x_i)(y_{i+1} - y_i) - (y_j - y_i)(x_{i+1} - x_i)}{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \right), \quad (5)$

θ - угол, под которым отрезок (z_i, z_{i+1}) виден из узла z_j :

$$\theta = \arccos \left(\frac{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (x_{i+1} - x_j)^2 + (y_{i+1} - y_j)^2 - (x_{i+1} - x_i)^2 - (y_{i+1} - y_i)^2}{2\sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \sqrt{(x_{i+1} - x_j)^2 + (y_{i+1} - y_j)^2}} \right).$$

После решения системы относительно неизвестных значений плотности $v_i = v(z_i)$ значение функции ψ_2 в области D восстанавливается по формуле:

$$\psi_2(z) = \sum_i v(z_i) B_i(z). \quad (6)$$

В параграфе 4 разработанный алгоритм применен для определения вихревых зон в области за затвором галереи. Схема плоского затвора [5] представлена на Рисунке 4.

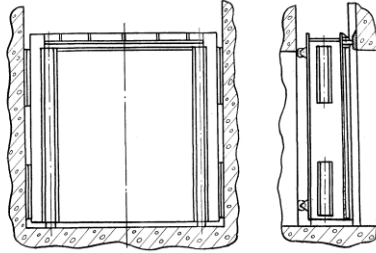


Рисунок 4. Схема плоского затвора

Исследуемая модель затвора и прилегающего участка галереи представляет прямоугольную область, а плоский затвор — поперечный прямолинейный выступ, расположенный на верхней границе. Плоское течение жидкости в области за затвором описывается моделью Лаврентьева [4], а именно: в области за затвором предполагается наличие отрывного вихревого течения с постоянной завихренностью ω , $\omega > 0$ (область D_0). В остальной области (D_1) течение потенциально. Линия раздела областей γ не задается, ее надо подобрать так, чтобы она была линией тока, и чтобы поле скоростей оставалось непрерывным в D . Для функции тока также получаем квазилинейное уравнение Гольдштика [4]

$$\Delta\psi = \begin{cases} 0, & \psi(z) < Q \\ -\omega, & \psi(z) > Q \end{cases} \quad (7)$$

с граничными условиями $\psi|_{\Gamma} = \psi_0$ (типа Дирихле, Неймана или смешанные).

На линии раздела течений γ получаем условие $\psi|_{\gamma} = Q$.

Алгоритм нахождения линии раздела представлен в виде блок-схемы (Рисунок 5).

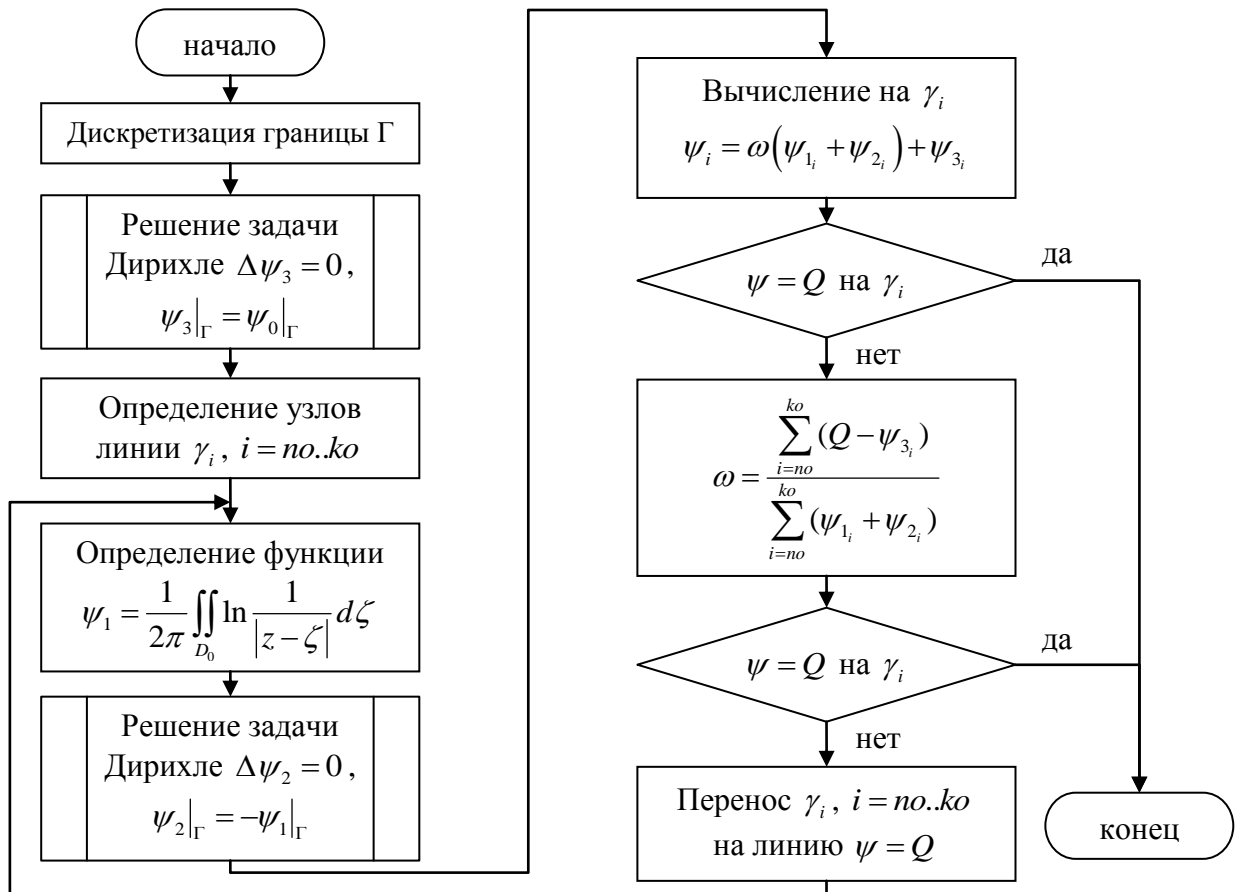


Рисунок 5. Блок-схема алгоритма

В параграфе 5 рассматривается течение идеальной жидкости за затвором обходной галереи со смешанными условиями для функции тока на границе. Такого рода условия удобны для исследования течений в обходных галереях, когда нет возможности вычислить значения функции тока на выходе или входе. Поставленная задача аналогична предыдущей задаче за исключением граничных условий. В матричном виде получим систему относительно неизвестных значений функции ψ_2 и ее производной $\partial\psi_2/\partial n$ в узлах границы z_j :

$$M_1 \cdot X_1 = M_2 \cdot X_2,$$

$$M_1 = [E + (-1 + E)B \quad -A], \quad M_2 = [A \quad -E + (1 - E)B], \quad X_1 = \begin{bmatrix} \psi_2 \\ \frac{\partial}{\partial n} \psi_2 \end{bmatrix}, \quad X_2 = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial n} \psi_2 \\ \psi_2 \end{bmatrix}.$$

где M_1 - матрица коэффициентов при неизвестных значениях,
 X_1 - вектор-столбец неизвестных значений,
 M_2 - матрица коэффициентов при известных значениях,
 X_2 - вектор-столбец известных значений функции,
узловые коэффициенты $B_{i,j} = B_i(x_j, y_j)$ определены в (5),

$$A_{i,j} = A_i(x_j, y_j) = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \ln \frac{1}{\sqrt{(x_i + (x_{i+1} - x_i)t - x_j)^2 + (y_i + (y_{i+1} - y_i)t - y_j)^2 + \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2}} dt \quad (8)$$

Система решается средствами Maple (пакет LinearAlgebra).

В параграфе 6 выполняется сравнение результатов, полученных в п.2.4 и в п.2.5. Параметры вихревых областей не имеют значительных различий (значения

скорректированных величин завихренности: $\omega = 21.012$ и $\omega = 21.065$ соответственно). Но выполнение вычислений с использованием значений производной функции тока на ее границе требует вычислений коэффициентов типа $A_{i,j}$, что оказывает отрицательное влияние на время выполнения программы: время выполнения программы из п.2.4 равно 2035 сек. (MatLab – 4919), в п.2.5. – 7878.

Сравнение вычисления сингулярных интегралов $A_{i,j}$ с помощью формулы (7) и с использованием стандартных гауссовых квадратур, примененное в МГИУ с постоянными граничными элементами в [6] выполняется в параграфе 2.6. Полученные результаты имеют между собой незначительные различия, главным образом из-за округления результатов, полученных методом Гаусса, до второго знака после запятой. Кроме того, при верификации разработанной техники особое внимание уделялось нелинейности уравнения (7). Проведенные численные эксперименты показали неединственность решения задачи типа (7) при заданных граничных условиях в параграфе 2.3.

Кроме того, в параграфе 4.3 выполняется сравнительный анализ метода граничных элементов с методом конечных элементов на основе решения вариационных задач. Результат расчета по обеим схемам показывает, что давления на затвор имеют разнонаправленный характер, и поэтому следует учитывать момент сил давления.

В параграфе 7 – основной содержательной части главы 2, исследуется течение в поворотной области галереи с двумя выпусками (Рисунок 6). При моделировании течения с несколькими выпусками предполагается наличие зоны обратного вихревого течения за выступом в каждом водовыпуске.

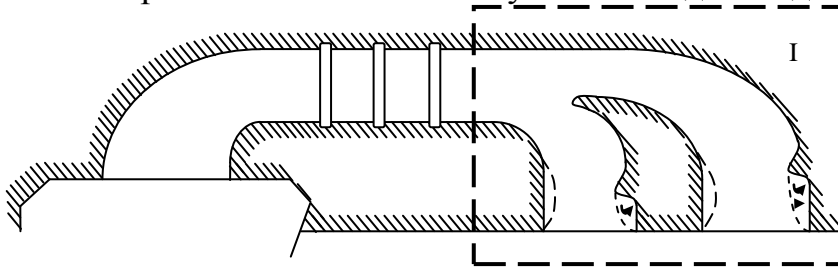


Рисунок 6. План обходной разветвленной галереи с выступами

Течение на участке галереи I, обозначенном на рис.7, состоит из трех вихревых течений: вихревое с завихренностью $-\omega_0, \omega_0 > 0$ в области D_0 , вихревое с завихренностью $\omega_1, \omega_1 > 0$ в области D_1 (ограниченной в галерее 1 вогнутой стенкой, выступом и линией γ_1), вихревое с завихренностью $\omega_2, \omega_2 > 0$ в области D_2 (ограниченной в галерее 2 вогнутой стенкой, выступом и линией γ_2). Для функции тока получаем обобщение уравнения Гольдштика:

$$\Delta\psi = \begin{cases} \omega_0, & z \in D_0 \\ -\omega_1, & z \in D_1 \\ -\omega_2, & z \in D_2 \end{cases} \quad (9)$$

с неизвестными областями D_0, D_1, D_2 и условием: $\psi|_{\gamma_1} = Q_1, \psi|_{\gamma_2} = Q_2$.

Метод решения уравнения состоит в итеративном процессе решения линейных задач – уравнений (9) с фиксированными линиями раздела γ_1, γ_2 . На

Рисунке 7 представлена картина линий тока области отрывных течений в галерее с выступом – сплошные линии и без – пунктирные линии. Значения параметров: $Q_1 = 4.613$, $Q_2 = 8$, $\omega_0 = 0.4$. Точность вычислений значений функции тока 0.01.

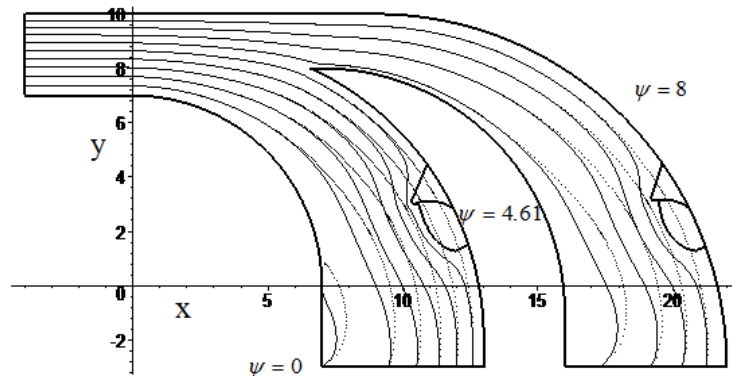


Рисунок 7. Наложение линий тока в двух типах галерей.

Из Рисунка 7 видно, что наличие выступа сдвигает области противотока на нижней границе. Изменение величин скоростей на уровне $y=0$ в выходных каналах представлено на Рисунке 8. Наличие выступа позволяет снизить скорости у внешней стенки галереи.

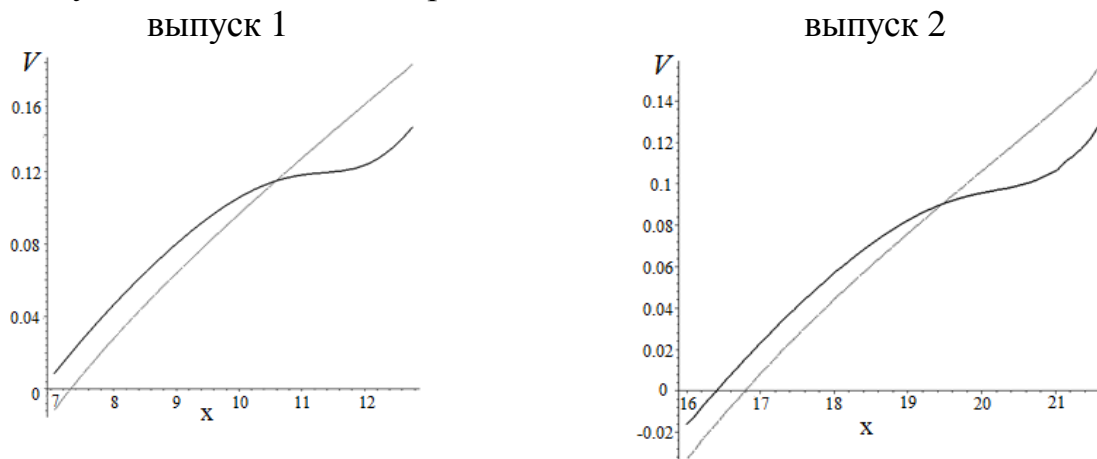


Рисунок 8. Графики скоростей течения

— 1 - для области с выступом; ···· 2 - для области без выступа

В третьей главе выполняется приложение полученных результатов к расчету статических нагрузок во время оперативной работы затворов водопропускных сооружений. Совокупность статических нагрузок для фиксированных положений затвора позволяет вычислить динамическую нагрузку на затвор. Затвор представляет собой плоскую прямоугольную пластину, подкрепленную системой ребер жесткости. Описывается метод расчета напряженно-деформированного состояния не полностью закрытых затворов для прямоугольной пластины ($0 \leq x \leq a$, $0 \leq y \leq b$), нагруженной поперечной нагрузкой $q(x, y)$ и подкрепленной ребрами, расположенными параллельно осям x и y по линиям $x = x_j$, $j = 1, 2, \dots, K_2$; $y = y_i$, $i = 1, 2, \dots, K_1$ [1]. Будем учитывать только изгибные жесткости ребер (EJ), которые считаем постоянными.

Разрешающее уравнение относительно функции прогиба $w(x, y)$ имеет вид

$$\nabla^4 w = \frac{q}{D} - \sum_{i=1}^{K_1} \lambda_{1i} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} \delta(y - y_i) - \sum_{j=1}^{K_2} \lambda_{2j} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \delta(x - x_j), \quad (10)$$

где $\lambda_{1i} = \frac{E_{1i} J_{1i}}{D}$, $i = 1, \dots, K_1$; $\lambda_{2j} = \frac{E_{2j} J_{2j}}{D}$, $j = 1, \dots, K_2$ - коэффициенты жесткости, E_{ij} , $i = 1, 2$, $j = 1, \dots, K_i$ - модуль Юнга, J_{ij} , $i = 1, 2$, $j = 1, \dots, K_i$ - момент инерции, ∇^4 - бигармонический оператор, $\delta(y)$ - дельта функция Дирака. Граничные условия для свободной кромки ($x = 0$, $x = a$) имеют вид:

$$\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) = 0, \quad \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - \nu) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) = 0, \quad (11)$$

а для шарнирно опертой кромки ($y = 0$, $y = b$), соответственно:

$$w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0. \quad (12)$$

Решение задачи (10)-(12) осуществляется на основе методов [1]. Ввиду линейности задачи можно найти общее решение в терминах одианрных тригонометрических рядов, форма записи которого позволяет удовлетворить практически любым граничным условиям:

$$w(x, y) = w_0(x, y) - \sum_{n=1}^{\infty} \sin \beta_n y \left\{ \sum_{k=1}^4 C_{kn} Z_{\beta_n k} + \sum_{j=1}^{K_2} \lambda_{2j} \beta_n^4 w_{nx}(x_j) \Psi_{j\beta_n}^*(x) \right\} - \sum_{m=1}^{\infty} \sin \alpha_m x \left\{ \sum_{k=1}^4 D_{km} Z_{\alpha_m k} + \sum_{i=1}^{K_1} \lambda_{1i} \alpha_m^4 w_{my}(y_i) \Psi_{i\alpha_m}^*(y) \right\}, \quad (13)$$

где C_{kn} , D_{km} - произвольные постоянные интегрирования, а для функций, используемых в формуле (13) имеем представление [1]:

$$\Psi_{j\beta_n}^*(x) = \Delta_{\beta_n}(x - x_j) \theta(x - x_j), \quad \Psi_{i\alpha_m}^*(y) = \Delta_{\alpha_m}(y - y_i) \theta(y - y_i),$$

$$\Delta_{\beta_n}(x - x_j) = \frac{1}{2\beta_n^3} \left\{ \beta_n(x - x_j) \operatorname{ch} \beta_n(x - x_j) - \operatorname{sh} \beta_n(x - x_j) \right\},$$

$$\Delta_{\alpha_m}(y - y_i) = \frac{1}{2\alpha_m^3} \left\{ \alpha_m(y - y_i) \operatorname{ch} \alpha_m(y - y_i) - \operatorname{sh} \alpha_m(y - y_i) \right\},$$

$Z_{\beta_n 1}(x) = \operatorname{sh}(\beta_n x)$, $Z_{\beta_n 2}(x) = \beta_n x \operatorname{ch}(\beta_n x)$, $Z_{\beta_n 3}(x) = \operatorname{ch}(\beta_n x)$, $Z_{\beta_n 4}(x) = \beta_n x \operatorname{sh}(\beta_n x)$, } - фундаментальные системы решений

соответствующих обыкновенных однородных уравнений, а через $\theta(x - x_j)$ обозначены функции Хевисайда. Функция $w_0(x, y)$ - частное решение уравнения

$$\nabla^4 w_0 = \frac{q}{D}.$$

Рассчитаем напряженно-деформированное состояние исследуемого в параграфе 2.4 затвора галереи. Затвор рассматривается как пластина, подкрепленная перекрестной системой ребер жесткости параллельно сторонам. Определим, что материал пластины и ребер жесткости - сталь с модулем Юнга

$E = 2 \times 10^5 \text{ МПа}$ и коэффициентом Пуассона $\nu = 0.3$. Вертикальные параллельные кромки шарнирно оперты, а другие две (горизонтальные) – свободные. Размер пластины по оси x : $a = 3 \text{ м}$, по оси y : $b = 3 \text{ м}$. Пластина подкреплена двумя горизонтальными ребрами жесткости: $y_1 = 1.0 \text{ м}$, $y_2 = 2.0 \text{ м}$, и двумя вертикальными ребрами: $x_1 = 1.0 \text{ м}$, $x_2 = 2.0 \text{ м}$. Обшивка пластины имеет постоянную толщину $h = 0.012 \text{ м}$.

Для расчета результирующего давления на затвор $q(x, y)$ воспользуемся уравнением Бернулли для установившегося течения идеальной жидкости. На Рисунке 9 показаны графики результирующих давлений. На Рисунках 9-11 приняты следующие обозначения графиков: 1 – затвор поднят на 50%, 2 – затвор поднят на 30%, 3 – затвор поднят на 10%, 4 – затвор закрыт (нагрузка гидростатическая).

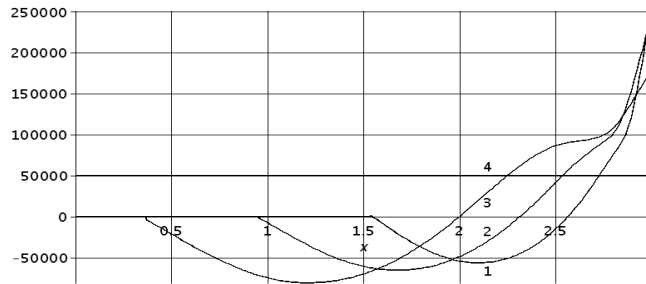


Рисунок 9. Графики давления $q(x, y)$

Подставив нагрузки $q(x, y)$ в (13) получим значения прогибов, графики которых на уровнях $y = 1.5$ и $x = 2.5$ показаны на Рисунках 10, 11. Касательные напряжения σ_x , σ_y , определяемые на тех же уровнях, вычисляются по формулам:

$$M_1 = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad \sigma_x = \frac{6M_1}{h^2}, \quad M_2 = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right), \quad \sigma_y = \frac{6M_2}{h^2}. \quad (14)$$

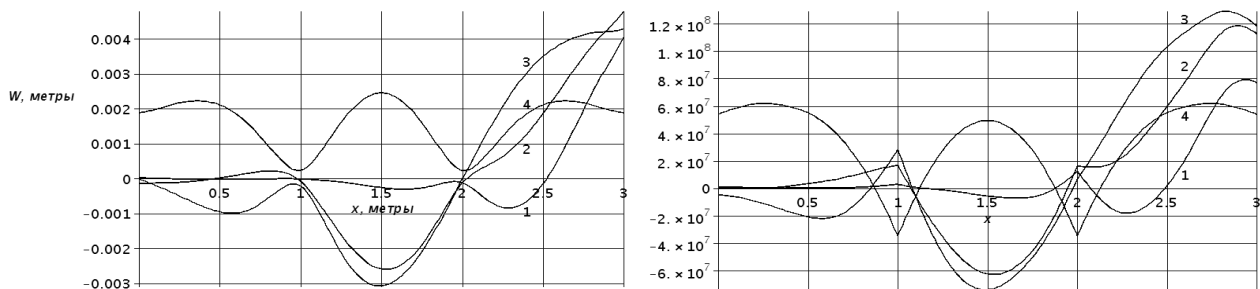


Рисунок 10. Графики прогибов w и напряжений S_y на уровне $y = 1.5$

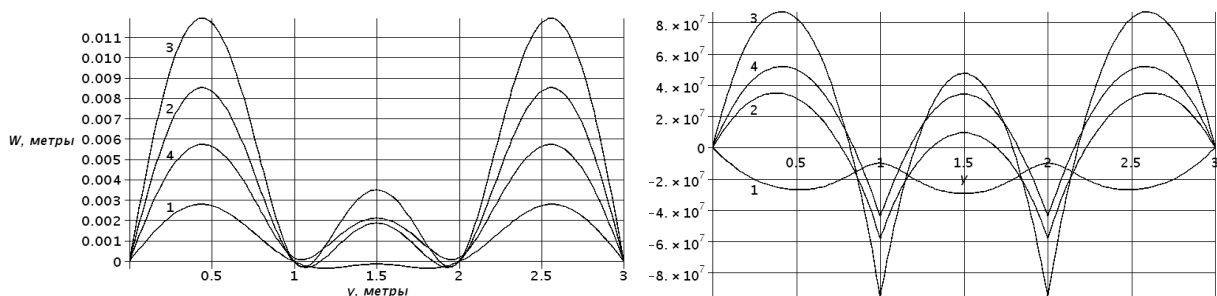


Рисунок 11. Графики прогибов w и напряжений S_x на уровне $x = 2.5$

В четвертой главе описаны интерфейсы программ для расчета статических нагрузок во время оперативной работы затворов и расчета скоростей

в области галереи, примыкающей к выступу. В программе для расчета статических нагрузок выполняется построение картины течения в галерее, затем происходит вычисление скорости течения перед затвором и за ним. Далее, указав необходимые значения параметров, получаем величины нагрузок на затвор.

В окне «Гидродинамические характеристики» показаны графики скорости течения перед затвором и за ним, график результирующего давления, действующего на затвор. При открытии окна «Прогиб» выполняется построение графика прогиба, изгибных напряжений, давления и гидростатической нагрузки на затвор, а также графики сечения (Рисунок 12).

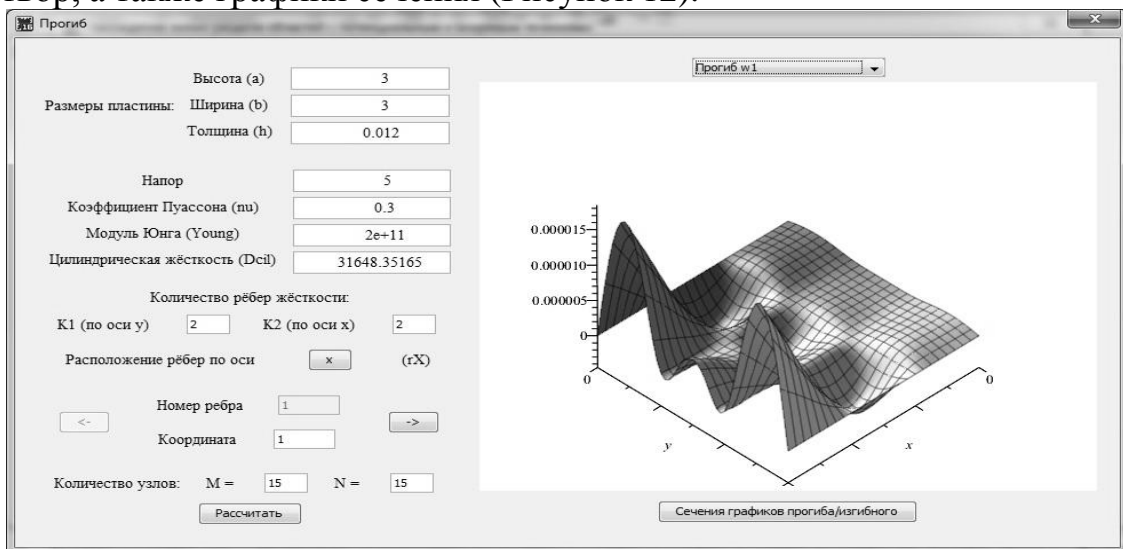


Рисунок 12. Окно «Прогиб»

В программе для расчета скоростей в области галереи, примыкающей к выступу, выполняется построение картины течения и вычисление скоростей потока. В главном окне определяются основные параметры течения. В окне «Параметры области» определяются параметры исследуемой области. После определения параметров области и построения линии раздела в главном окне доступно построение дополнительных линий тока и графиков скоростей потока на входе, выходе и произвольном сечении.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты работы:

1. Определены особенности отрывных течений идеальной жидкости в разветвленной галерее. Выполнено применение модели Лаврентьева сопряжения течений при описании движения жидкости в обходных галереях с несколькими выпусками.
2. Построена новая математическая модель нагружения на плоские затворы обходных галерей шлюзовых камер, в которой расчет динамических характеристик затворов выполняется при помощи пошаговых статических измерений для разной степени открытия затвора.
3. Выполнена разработка и построение алгоритмов и их программная реализация для получения численных результатов. Произведена оценка вычислительной точности. Полученные результаты представлены в форме графического интерфейса пользователя.

Список использованных источников

1. Голоскоков, Д.П. Численно-аналитические методы расчета упругих тонкостенных конструкций нерегулярной структуры: монография / Д.П. Голоскоков. – СПб.: Изд-во А. Кардакова, 2006. – 271 с.
2. Городенский, Н.Б. Гаситель вредных скоростей воды в выходных галереях судоходных шлюзов: Авторское свидетельство на изобретение №36916; 31.05.1934 / Н.Б. Городенский, Г.В. Эндер.
3. Васин, А.В. Математическое моделирование отрывных течений и их воздействий на гидротехнические сооружения: автореф. дис. ...д-ра техн. наук: 05.13.18 / Васин Андрей Васильевич. – СПб., 2013. – 38 с.
4. Гольдштик, М.А. Вихревые потоки / М.А. Гольдштик. – Новосибирск: Наука, Сиб. отделение, 1981. – 368 с.
5. Бутин, В.П. Повышение эффективности эксплуатации судоходных шлюзов на основе исследований, разработки и внедрения новых технических и технологических решений: дис. ...д-ра техн. наук: 05.22.19 / Бутин Владилен Петрович. – СПб., 1994. – 248 с.
6. Кацакаделис, Дж.Т. Граничные элементы: Теория и приложения. Пер. с англ. – М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2007. – 348 с.

ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Тимофеева, О.А. Определение линии раздела областей с потенциальным и вихревым течениями / А.В. Васин, О.А. Тимофеева // Журнал университета водных коммуникаций. – СПб.: СПГУВК, 2012. – №2(14). – С. 8-13.
2. Тимофеева, О.А. Моделирование зон вихревых течений в обводных галереях шлюзовых камер / А.В. Васин, О.А. Тимофеева // Гидротехническое строительство. – М.: «Фолиум», 2013. – №2. – С. 17-21.
Timofeeva O.A. Modeling zones of eddy currents in water-supply galleries of locks. Vasin A.V, Timofeeva O.A., Power Technology and Engineering, July 2013, Volume 47, Issue 2, pp 114-118, Publisher: Springer US (SCOPUS).
3. Тимофеева, О.А. Построение математической модели динамических нагрузок на затворы обходных галерей / А.В. Васин, Д.П. Голоскоков, О.А. Тимофеева // Журнал университета водных коммуникаций. – СПб.: ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова, 2013. – №3(19). – С. 13-18.
4. Тимофеева, О.А. Оценка точности метода граничных элементов в задачах математического моделирования движения потока по обводным галереям шлюзов / А.В. Васин, О.А. Тимофеева // Морские интеллектуальные технологии. – СПб.: ООО «Научно-исследовательский центр «Морские интеллектуальные технологии», 2013. – №2(20). – С. 33-36.
5. Тимофеева, О.А. Сравнение влияний динамических и статических нагрузок на затворы обходных галерей / А.В. Васин, Д.П. Голоскоков, О.А. Тимофеева // Вестник «Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова». – СПб.: ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова, 2013. – №1. – С. 8-15.
6. Тимофеева, О.А. Анализ численных методов расчета течения жидкости в водопропускных сооружениях/ О.А. Тимофеева // Вестник «Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С.О. Макарова». – СПб.: ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова, 2015. – №4(32). – С. 104-108.
7. Тимофеева, О.А. Задача Лаврентьева-Шабата склеивания вихревых и потенциальных течений / О.А. Тимофеева // Региональная информатика (РИ-2012). Юбилейная XIII Санкт-Петербургская международная конференция «Региональная информатика (РИ-2012)». Санкт-Петербург, 24-26 октября 2012 г.: Материалы конференции. – СПб.: СПОИСУ, 2012. – С. 205.

8. Тимофеева, О.А. Реализация решения задачи Гольдштика с использованием пакетов Maple и MatLab / О.А. Тимофеева // Математика и ее приложения: межвузовский сборник научных трудов. – СПб.: ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова, 2013. – №4(2012) – С. 217-227.
 9. Тимофеева, О.А. Моделирование течения в обходной галерее судоходного шлюза с использованием средств математического пакета Maple / О.А. Тимофеева // «Тенденции развития естественных и математических наук»: Материалы международной заочной научно-практической конференции (29 апреля 2013 г.). – Новосибирск: Изд. «СибАк», 2013. – С. 51-59.
 10. Тимофеева, О.А. Расчет скоростей потока в обходных галереях в системе Maple / О.А. Тимофеева // Международная научно-практическая конференция «Фундаментальные и прикладные научные исследования: общественные, гуманитарные, естественные и технические науки», г. Москва, 30 апр. 2014г.: сб. науч. докл. – М.: АНО Изд. Дом «Науч. обозрение», 2014. – С. 151-161.
 11. Тимофеева, О.А. Математическое моделирование течения в разветвленной обходной галерее / О.А. Тимофеева // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics: Сборник научно-методических статей. Т.1 / Кирсанов М.Н.(ред.). – М.: ИНФРА-М, 2015. – С. 9-12.
 12. Тимофеева, О.А. К вопросу о неединственности решения задачи Гольдштика / О.А. Тимофеева // Математика и ее приложения: межвузовский сборник научных трудов. – СПб.: ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова, 2015. – №5(2015) – С. 31-35.
- СВИДЕТЕЛЬСТВА
13. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2013613636 «Метод граничных интегральных уравнений для расчета вихревых течений в водопропускных галереях шлюза» / Васин А.В., Тимофеева О.А.// 11 апреля 2013.
 14. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2014616781 «Расчет давления на затвор обходной водопроводной галереи судоходного шлюза» / Тимофеева О.А.// 03 июля 2014.

Изд-во ГУМРФ им. адм. С.О. Макарова.
198035, Санкт-Петербург, Межевой канал, 2
Тел. 812-748-97-19, 748-97-23
e-mail:izdat@gumrf.ru
Заказ 167/16 от 23.03.16. Тираж 100 экз.