

На правах рукописи



Баталов Лев Алексеевич

Взаимодействие магнонов и явления типа «порядок из беспорядка» в антиферромагнетиках с дипольными силами и критическая динамика, описываемая кинетическими уравнениями с дробными производными

Специальность: 01.04.02 — Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Санкт-Петербург — 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении «Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова».

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
профессор
Сыромятников Арсений Владиславович,
ведущий научный сотрудник
отделения теоретической физики
ФГБУ «ПИЯФ им. Б. П. Константинова».

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор
Прудников Павел Владимирович,
профессор кафедры теоретической физики
ФГБОУ ВО «Омский государственный университет
им. Ф.М. Достоевского».

кандидат физико-математических наук,
старший научный сотрудник
Алексеев Павел Сергеевич,
старший научный сотрудник Сектора
теории оптических и электрических явлений
в полупроводниках, ФТИ им. А.Ф. Иоффе.

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
учреждение высшего образования и науки
«Санкт-Петербургский национальный
исследовательский Академический университет
Российской академии наук»

Защита состоится 17 мая 2017 года в 16:00 часов на заседании совета Д
212.229.29 на базе ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого» по адресу: 195251, Санкт-Петербург, Поли-
техническая ул. 29, ауд. 118 главного учебного корпуса.

С диссертацией можно ознакомиться в Фундаментальной библиотеке и на
официальном сайте ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого» <http://www.spbstu.ru/>

Автореферат разослан «___» _____ 2017 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 212.229.29, к.ф.-м.н.

Ермакова Наталья Юрьевна

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Концепция элементарных возбуждений (квазичастиц) является мощным инструментом в современной теории многих тел. Согласно этой концепции, каждое слабо возбужденное состояние системы может быть представлено как набор слабо взаимодействующих квазичастиц, каждая из которых несет квант импульса \mathbf{k} и энергии $\epsilon_{\mathbf{k}}$. Процессы спонтанного распада и слияния между квазичастицами приводят к конечности их времени жизни $\tau_{\mathbf{k}}$ и появлению отличного от нуля затухания $\Gamma_{\mathbf{k}} \sim 1/\tau_{\mathbf{k}}$. Представление о квазичастицах разумно вводить только при достаточно большом времени их жизни, когда их затухание много меньше их энергии $\Gamma_{\mathbf{k}} \ll \epsilon_{\mathbf{k}}$. Так как наименьшую энергию имеют длинноволновые элементарные возбуждения, слабо возбужденное состояние представляет собой ансамбль длинноволновых квазичастиц. Поэтому в рамках концепции предполагается, что элементарные возбуждения с малыми \mathbf{k} хорошо определены при низких температурах, когда систему можно считать слабо возбужденной. Это предположение подтверждено в многочисленных экспериментах на разных системах и в теоретических расчетах, выполненных в огромном количестве моделей. Что же касается коротковолновых квазичастиц, они могут быть плохо определенными или не существовать вовсе. Классическим примером является жидкий ${}^4\text{He}$, спектр которого имеет точку окончания. [1] Однако обычно коротковолновые квазичастицы также оказываются хорошо определенными. Поэтому большое внимание в последнее время привлекает небольшое количество систем, в которых обнаружено аномально сильное затухание коротковолновых элементарных возбуждений. [6, 9]

В связи с этим, тем более интересным становится вопрос о возможности обнаружения аномально затухания длинноволновых квазичастиц в магнитных системах при температурах много меньших критической. В работе [3] было показано, что в трехмерном антиферромагнетике Гейзенберга (АФГ) с малой одноионной анизотропией имеет место оценка $\Gamma_{\mathbf{k}} \ll \epsilon_{\mathbf{k}}$ при $k \ll 1$ и $T \ll T_N$, где T_N — температура Нееля. В частности, было обнаружено, что $\Gamma_{\mathbf{k}} \sim \epsilon_{\mathbf{k}}^2 \tau^3 \ln \tau$ при $S \sim 1$ и $k \ll \tau^3$, где $\tau = T/T_N \ll 1$. Для больших спинов $S \gg 1$, когда реализуется режим $T_N/S \ll T \ll T_N$, затухание оценивается как $\Gamma_{\mathbf{k}} \sim \epsilon_{\mathbf{k}}^2 \tau^2$ при $k \ll 1$. Таким образом, согласно этим результатам, длинноволновые элементарные возбуждения в АФГ (магноны) — хорошо определенные квазичастицы, если в системе нет дальнедействующих взаимодействий.

С другой стороны, недавно было обнаружено, что малое дальнедействующее дипольное взаимодействие в двумерных и трехмерных ферромагнетиках Гейзенберга приводит к аномально сильному затуханию части

длинноволновых магнонов при $T \ll T_C$, где T_C — температура Кюри. [7, 8] При очень малом, но конечном значении импульса, на графике Γ_k/ϵ_k возникает пик, высота которого порядка единицы. Было показано, что именно дальнедействующий характер дипольных сил приводит к такому эффекту. Этот результат не укладывается в рамки концепции квазичастиц. В связи с этим представляется важным и интересным изучить влияние дипольных сил на затухание магнонов в АФГ на простой кубической (ПК) решётке.

Серьезным препятствием для экспериментального наблюдения аномального затухания длинноволновых магнонов является тот факт, что в абсолютном большинстве реальных магнетиков этот эффект экранируется магнитокристаллической анизотропией, которая приводит к щели в спектре. Кроме того, довольно трудно наблюдать аномальное затухание экспериментально из-за очень маленькой величины соответствующего импульса ($10^{-3} \div 10^{-4} \text{ \AA}^{-1}$). Поэтому, остается актуальной задача о нахождении соответствующих соединений для наблюдения описанного эффекта.

Огромное внимание сейчас привлекают явления типа “порядок из беспорядка”. В основе таких явлений лежит снятие вырождения в системе (часто бесконечного вырождения) квантовыми или температурными флуктуациями. Механизм снятия вырождения “порядок из беспорядка” играет особенно большую роль во многих активно исследуемых сейчас фрустрированных системах, основное состояние которых очень сильно вырождено (из-за фрустрации).

Одним из известных примеров системы, в которой реализуется “порядок из беспорядка”, является АФГ на гранецентрированной кубической (ГЦК) решетке, в котором обменное взаимодействие с шестью следующими за ближайшими спинами (т.е., вдоль ребра куба) преобладает над обменом с ближайшими двенадцатью спинами. Такая система может быть представлена, в виде четырех антиферромагнитных кубических подрешеток, вложенных друг в друга (см. Рис. 1(a)). Причем любой спин из любой подрешетки находится в нулевом молекулярном поле спинов других подрешеток. То есть, классическое основное состояние имеет бесконечное вырождение, связанное с произвольной ориентацией намагниченности любой из подрешеток. Квантовые флуктуации снимают это вырождение и приводят к коллинеарной ориентации всех четырех подрешеток (явление типа “порядок из беспорядка”). Ранее было установлено также, что дипольные силы в пределе классических магнитных моментов еще больше уменьшают вырождение основного состояния и делают плоскости (111) “легкими” плоскостями для намагниченности (при этом магнитная структура выглядит, как ферромагнитные плоскости (111), упорядоченные антиферромагнитно (см. Рис. 1(b)).

Данная модель хорошо описывает следующие известные антиферро-

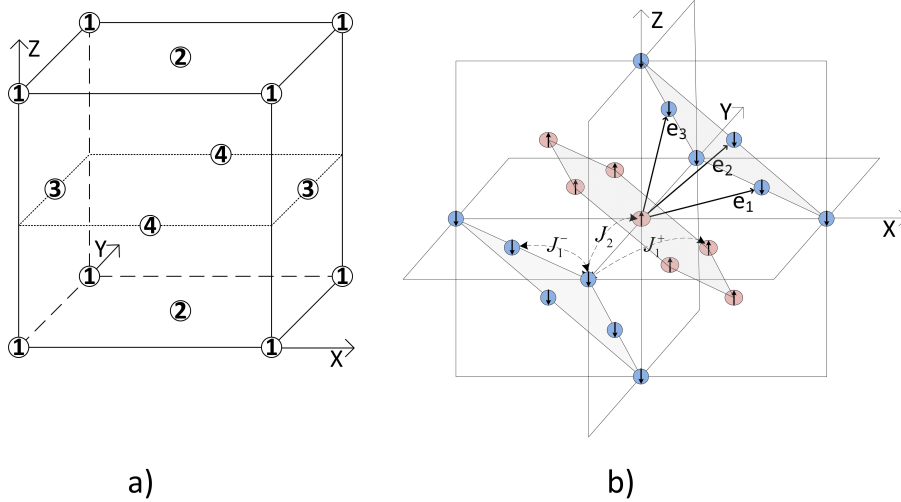


Рис. 1: (а) Антиферромагнетик на ГЦК решетке. Цифры показывают, к какой из четырех антиферромагнитных кубических подрешеток принадлежит данный спин. (б) Магнитная структура антиферромагнетика на ГЦК решетке, которая реализована в рассматриваемой модели через механизм “порядок из беспорядка”. Спины, принадлежащие различным ферромагнитным плоскостям (111) (заштрихованы), которые расположены в антиферромагнитном порядке вдоль направления [111], показаны разными цветами и обозначены стрелками \uparrow и \downarrow . Также показаны обменные константы J_1^\pm , J_2 и векторы решетки $\mathbf{e}_{1,2,3}$.

магнетики: MnO , $\alpha\text{-MnS}$, $\alpha\text{-MnSe}$, EuTe и EuSe . Так как магнитные ионы Mn^{2+} и Eu^{2+} находятся в изотропных состояниях, характеризующихся почти нулевым орбитальным моментом, спин-орбитальное взаимодействие очень мало. Следовательно и магнитокристаллическая анизотропия чрезвычайно мала. Поэтому дипольное взаимодействие является основным источником анизотропии в этих материалах. В экспериментах на упомянутых выше веществах был обнаружен коллинеарный магнитный порядок, предсказанный теорией. Однако экспериментально было установлено также, что внутри легких плоскостей (111) есть направления легкого намагничивания: $[11\bar{2}]$, $[1\bar{2}1]$ и $[\bar{2}11]$. Природа этой внутривоскостной анизотропии до сих пор не установлена.

Ещё одним до конца не решённым вопросом является влияние дальнедействующих взаимодействий на динамику систем вблизи критических точек. Недавно было показано, что дальнедействующие взаимодействия в системе могут приводить к тому, что кинетические уравнения, описывающие критическую динамику таких систем, имеют дробную пространственную производную. [4] С другой стороны, уравнения с дробной производной по времени описывают систему, подверженную действию цветного шума. [2] В тоже время до сих пор не были проанализированы кинетические уравнения с дробными производными как по времени, так и по координатам. Этот анализ представляется важной, не решенной до сих пор задачей.

Цель и задачи работы. Целью диссертационной работы являлось

теоретическое исследование влияния дальнедействующих дипольных сил на свойства АФГ на ПК и ГЦК решетках, а также изучение кинетических уравнений с дробными производными. В частности, предполагалось сделать следующее.

1. Исследовать в первом порядке $1/S$ -разложения (S — величина спина) влияние квантовых флуктуаций на энергию магнонов в АФГ с дипольными силами на ПК и ГЦК решетках.
2. Рассчитать в первом порядке $1/S$ -разложения затухание длинноволновых магнонов для АФГ с дипольными силами на ПК решётке. Предложить вещества, подходящие для экспериментального изучения эффекта аномально сильного затухания (если таковой обнаружится).
3. Исследовать влияние квантовых и температурных флуктуаций на энергию основного состояния АФГ с дипольными силами на ПК и ГЦК решетках. Установить наблюдаются ли при этом явления типа “порядок из беспорядка”. Найти выражение для вклада в анизотропию флуктуационной природы. Произвести соответствующие расчеты для MnO , $\alpha\text{-MnS}$, $\alpha\text{-MnSe}$, EuTe и EuSe и сравнить с экспериментальными данными.
4. Проанализировать кинетические уравнения с дробными производными как по времени, так и по координатам

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Квантовые флуктуации снимают вырождение основного состояния антиферромагнетика Гейзенберга (АФГ) с дипольными силами на простой кубической (ПК) решетке и дают вклад в кубическую анизотропию через механизм “порядок из беспорядка”.
2. Квантовые флуктуации сильно перенормируют энергию $\epsilon_{\mathbf{k}}$ длинноволновых элементарных возбуждений АФГ с дипольными силами на ПК и гранецентрированной кубической (ГЦК) решетках: они приводят к появлению щели в спектре, пропорциональной характерной энергии дипольного взаимодействия.
3. Дипольные силы приводят к значительному увеличению затухания $\Gamma_{\mathbf{k}}$ длинноволновых магнонов в АФГ на ПК решетке при малых температурах $T \ll T_N$. В случае величины спина $S \sim 1$ магноны остаются хорошо определенными квазичастицами, $\Gamma_{\mathbf{k}} \ll \epsilon_{\mathbf{k}}$, в то время как в случае $S \gg 1$ для части магнонов $\Gamma_{\mathbf{k}} \sim \epsilon_{\mathbf{k}}$.

4. Затухание длинноволновых магнонов сильно увеличивается в АФГ с дипольными силами на ПК решетке при $T \ll T_N$ при наличии в системе кубической анизотропии, конкурирующей с дипольной. При этом $\Gamma_{\mathbf{k}}$ становится порядка $\epsilon_{\mathbf{k}}$ для части магнонов даже в случае $S \sim 1$. Это явление может наблюдаться экспериментально в $\text{TlMn}_{1-x}\text{Co}_x\text{F}_3$ и $\text{RbMn}_{1-x}\text{Co}_x\text{F}_3$ при $x \approx 0.0004$ и $x \approx 0.00034$, соответственно.
5. Квантовые флуктуации через механизм “порядок из беспорядка” дают вклад в анизотропию в “легких” плоскостях (111), экспериментально обнаруженную в соединениях MnO , $\alpha\text{-MnS}$, $\alpha\text{-MnSe}$, EuTe и EuSe , которые описываются моделью АФГ с дипольными силами на ГЦК решетке. Флуктуационный вклад в эту анизотропию является одним из основных в EuTe .
6. В системах, критическая динамика которых описывается кинетическим уравнением с дробными производными по координатам и времени, индекс Фишера η и динамический критический индекс z для порядка дробной производной по времени $1/2$ имеют вид $\eta = 0.0125\epsilon^2 + O(\epsilon^3)$ и $z = 4 + 0.1555\epsilon^2 + O(\epsilon^3)$ во втором порядке ϵ -разложения.

Научная новизна и практическая значимость.

1. Найдено выражение для спектра АФГ с дипольными силами на ПК решетке в первом порядке по $1/S$. Показано, что квантовые флуктуации сильно перенормируют энергию длинноволновых магнонов: они приводят к появлению щели в спектре, пропорциональной характерной энергии дипольного взаимодействия. Исследована зависимость величины щели от температуры. Такой расчёт проведен впервые.
2. Впервые рассчитано затухание длинноволновых магнонов в квантовом АФГ с дипольными силами на ПК решетке при малых температурах. Получено аномально сильное затухание части магнонов, и показана возможность экспериментального наблюдения этого явления в $\text{TlMn}_{1-x}\text{Co}_x\text{F}_3$ и $\text{RbMn}_{1-x}\text{Co}_x\text{F}_3$ при $x \approx 0.0004$ и $x \approx 0.00034$, соответственно. Эти результаты должны использоваться при интерпретации соответствующих экспериментальных данных.
3. Впервые продемонстрировано, что дипольные силы приводят к вкладу флуктуационной природы в анизотропию, экспериментально обнаруженную в “легкой” плоскости (111) в антиферромагнетиках MnO , $\alpha\text{-MnS}$, $\alpha\text{-MnSe}$, EuTe и EuSe . Впервые произведен расчёт константы анизотропии и щели в спектре магнонов в соответствующей модели

и показано, что вклад в анизотропию флуктуационной природы является одним из основных в EuTe .

4. Впервые проанализирована модель релаксационной динамики на основе уравнений аномальной диффузии, включающих дробные производные по времени и координатам. Выполнен расчёт критических индексов для порядка дробной производной по времени $1/2$ во втором порядке ε -разложения.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на международных конференциях:

The European Turbulence Conference 14, г. Лион, Франция, 2013; Moscow International Symposium on Magnetism "MISM-2014", Москва, 2014; International Symposium "Spin Waves 2015", Санкт-Петербург, 2015;

и на российских конференциях и школах:

конференция "Физика и прогресс", Санкт-Петербург, 2013; 48-ая Школа ПИЯФ по Физике конденсированного состояния, Санкт-Петербург, 2014; конференция "Совещание по использованию рассеяния нейтронов и синхротронного излучения в конденсированных средах", Санкт-Петербург, 2014; I Конференция молодых ученых и специалистов ПИЯФ (КМУС-2014), Гатчина, 2014; 49-ая Школа ПИЯФ по Физике конденсированного состояния, Санкт-Петербург, 2015; II Конференция молодых ученых и специалистов ПИЯФ (КМУС-2015), Гатчина, 2015.

Публикации. Содержание диссертации полностью отражено в трёх статьях (без учета материалов конференций), опубликованных в рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК РФ и входящих в базы данных Web of Science и Scopus. Список публикаций приведен в конце автореферата.

Личный вклад автора. Диссертация является самостоятельной законченной научно-исследовательской работой. Все представленные к защите аналитические и численные результаты были получены диссертантом лично.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, двух приложений и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 114 страниц машинописного текста. Библиография содержит 112 наименований. Рисунки и таблицы нумеруются по главам.

Содержание работы

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель, научная новизна и практическая ценность работы, перечислены основные результаты, и приводится краткое содержание работы.

Первая глава носит обзорный характер. Она содержит необходимые сведения о дальнедействующем магнитном дипольном взаимодействии в магнетиках: обсуждаются, в частности, общие свойства дипольного тензора $Q_{lm}^{\alpha\beta}$, разложение Фурье-компонент дипольного тензора $Q_{\mathbf{k}}^{\alpha\beta}$ вблизи точек $\mathbf{k} = (0, 0, 0)$ и $\mathbf{k} = (\pi, \pi, \pi)$, соотношения между компонентами дипольного тензора для простой кубической (ПК) и гранецентрированной кубической (ГЦК) решеток, обоснование применения преобразования Дайсона–Малеева ($1/S$ -разложения, где S — величина спина) для описания длинноволновых магнонов. Отдельно дан обзор результатов А. В. Сыромятникова [7, 8] по наличию в ферромагнетиках с дипольными силами областей импульсов, в которых затухание магнонов $\Gamma_{\mathbf{k}}$ сравнимо с их энергией $\epsilon_{\mathbf{k}}$.

Также в первой главе приводятся необходимые сведения о современной теории критических явлений, обосновывается допустимость применения уравнений аномальной диффузии для описания критической динамики систем с дальнедействующим взаимодействием. Излагаются свойства дробных производных, приводятся доводы в пользу выбора представления Капуто для производной по времени в управляющих динамических уравнениях.

Во **второй главе** исследуется аномальное затухание части длинноволновых магнонов в антиферромагнетике Гейзенберга (АФГ) на ПК решетке для системы, в которой действуют только обменное и дипольное взаимодействия с характерными энергиями ω_0 и J , соответственно. Выводится бозе-аналог спинового гамильтониана, содержащий произведения операторов рождения и уничтожения магнонов $a_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ и $a_{\mathbf{k}}$. Вводится формализм функций Грина. Получено следующее выражение для анизотропной поправки к классической энергии основного состояния в первом исчезающем порядке по ω_0/J :

$$\frac{\Delta E_{gs}}{N} = C \frac{S\omega_0^2}{J} (\gamma_x^2\gamma_y^2 + \gamma_x^2\gamma_z^2 + \gamma_z^2\gamma_y^2), \quad (1)$$

$$C = \frac{J}{16\omega_0^2 N} \sum_{\mathbf{q}} \frac{(J_0 - J_{\mathbf{q}})^2 \left((Q_{\mathbf{q}}^{xx} - Q_{\mathbf{q}}^{yy})^2 - 4(Q_{\mathbf{q}}^{xy})^2 \right)}{(J_0^2 - J_{\mathbf{q}}^2)^{3/2}} \approx 0.0022, \quad (2)$$

где $J_{\mathbf{q}}$ — Фурье-компонента обменного взаимодействия, N — число спинов в решетке, $\gamma_{x,y,z}$ — направляющие косинусы вектора намагниченности подрешеток по отношению к соответствующим осям декартовой системы

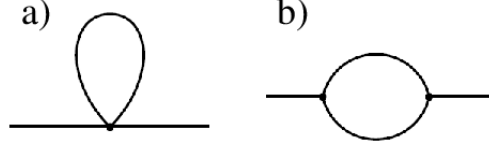


Рис. 2: Диаграммы, вносящие вклад в перенормировку спектра магнонов в первом порядке по $1/S$.

координат, параллельным рёбрам куба. Компоненты дипольного тензора в (2) также взяты относительно этих осей. Так как $C > 0$, легкими направлениями для намагниченности подрешеток являются рёбра куба.

Найден спектр системы в спин-волновом приближении (классический спектр), т.е., без учета взаимодействия между магнонами. Вблизи точек $\mathbf{k} = (0, 0, 0)$ и $\mathbf{k} = (\pi, \pi, \pi)$ он имеет вид

$$\begin{aligned} \epsilon_{0\mathbf{k}}^{\pm} &\approx Dk \left(1 - k^2 L_2(\theta_{\mathbf{k}}, \varphi_{\mathbf{k}}) \pm \frac{\omega_0}{8J_0} L_1(\varphi_{\mathbf{k}}) \sin^2 \theta_{\mathbf{k}} \right), \\ L_1(\varphi_{\mathbf{k}}) &\approx 2\sqrt{2} |\cos 2\varphi_{\mathbf{k}}|; \quad L_2(\theta_{\mathbf{k}}, \varphi_{\mathbf{k}}) \approx L_2 = 0.069, \end{aligned} \quad (3)$$

где $D = SJ\sqrt{12}$ — скорость магнонов, углы $\theta_{\mathbf{k}}$ и $\varphi_{\mathbf{k}}$ взяты в сферической системе координат с осью z параллельной намагниченности подрешеток. Отметим, что дипольные силы приводят к расщеплению спектра спиновых волн (магнонов) на две ветви, $\epsilon_{\mathbf{k}}^+$ и $\epsilon_{\mathbf{k}}^-$, оставляя его бесщелевым.

Анализ диаграмм первого порядка по $1/S$, изображенных на Рис. 2, показывает, что спектр сильно перенормируется в длинноволновой области. Во-первых, в его вещественной части появляется щель, и он приобретает следующий вид:

$$\epsilon_{1\mathbf{k}}^{\pm} = \begin{cases} \Delta, & k \ll \Delta/D, \\ Dk \left(1 - L_2 k^2 + \frac{\Delta^2}{2(Dk)^2} \pm \frac{\omega_0}{96J} L_1(\varphi_{\mathbf{k}}) \sin^2 \theta_{\mathbf{k}} \right), & k \gg \Delta/D, \end{cases} \quad (4)$$

где щель Δ , полученная из расчёта диаграмм, равна

$$\Delta = \sqrt{24CS\omega_0}, \quad (5)$$

причём константа C определена в (2). Как продемонстрировано в диссертации, совпадение констант C в уравнениях (2) и (5) не случайно и имеет глубокий физический смысл: появление низкосимметричного взаимодействия (1) в системе должно приводить к исчезновению голдстоуновской моды и появлению щели в спектре, величина которой определяется этим взаимодействием. На Рис. 3 представлены выражения (3) и (4) для конкретного набора параметров.

Далее анализируется диаграмма, показанная на Рис. 2(b) и описываю-

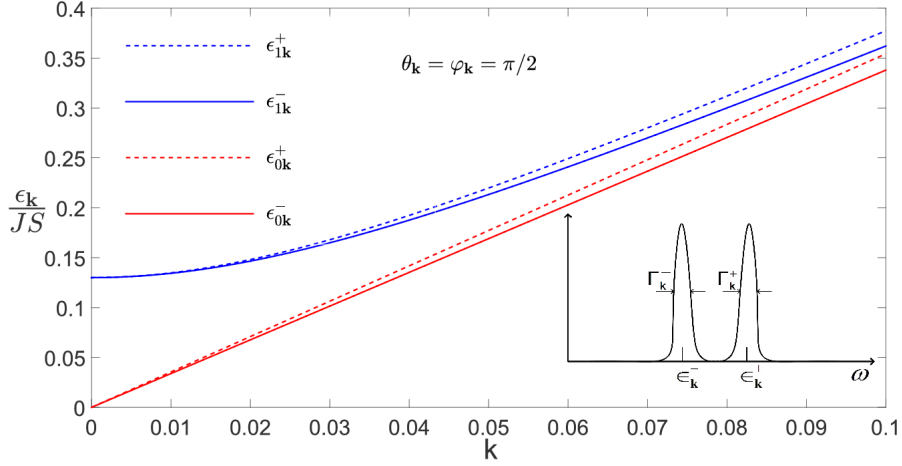


Рис. 3: Спектр магнонов в линейной теории спиновых волн и в первом порядке по $1/S$ (см. (3) и (4)) для $S = 1/2$ и $\omega_0 = 0.4J$. Вставка схематично иллюстрирует сумму двух динамических структурных факторов $\mathcal{S}^{xx}(\omega, \mathbf{k}) + \mathcal{S}^{yy}(\omega, \mathbf{k})$.

щая процессы распада и слияния двух магнонов. В результате у магнонов с энергиями $\epsilon_{1\mathbf{k}}^{\pm}$ появляется затухание $\Gamma_{\mathbf{k}}^{\pm}$. Анализируются кинематические соотношения для этих процессов. Отдельно проводится расчёт затухания, обусловленного распадом магнонов, и отдельно — их слиянием.

Из полученных формул, приведенных в диссертации (они слишком громоздки, чтобы выписывать их здесь), следует, что $\Gamma_{\mathbf{k}}^{\pm}$ спадают как k^2 при уменьшении k от $k \sim 1$ до $k \sim \sqrt{\frac{\omega_0}{J}}$. При дальнейшем уменьшении k , спад сменяется подъёмом, и $\Gamma_{\mathbf{k}}^{\pm}$ растут, как $1/k^4$. Этот подъём продолжается до области $k \sim \Delta/D$, где рост сменяется экспоненциальным спаданием из-за щели в спектре. Таким образом, затухание имеет пик при $k \sim \Delta/D$, высота которого по порядку величины равна $\omega_0 T/D$, а отношение затухания к энергии магнона $\Gamma_{\mathbf{k}}^{\pm}/\epsilon_{\mathbf{k}}^{\pm}$ пропорционально вблизи пика $T/D \ll 1$ (см. Рис. 4). Исходя из этого, сделан вывод, что магноны — хорошо определенные квазичастицы в квантовом АФГ с дипольными силами при $T \ll T_N$, где $T_N \sim JS^2$ — температура Нееля.

Далее рассмотрен случай $S \gg 1$, когда возможно рассмотреть режим $JS^2 \sim T_N \gg T \gg D \sim JS$. При таких T щель в спектре Δ_{\gg} начинает сильно зависеть от температуры:

$$\Delta_{\gg}^2 = C_{\gg} S^2 \omega_0^2 \frac{T}{S^2 J}, \quad C_{\gg} \approx 0.018. \quad (6)$$

В этом режиме отношение $\Gamma_{\mathbf{k}}^{\pm}/\epsilon_{\mathbf{k}}^{\pm}$ также имеет пик при $k \sim \Delta_{\gg}/D$, высота которого порядка единицы (т.е., не имеет параметрической малости). Таким образом, для $S \gg 1$ найдено аномально сильное затухание малой

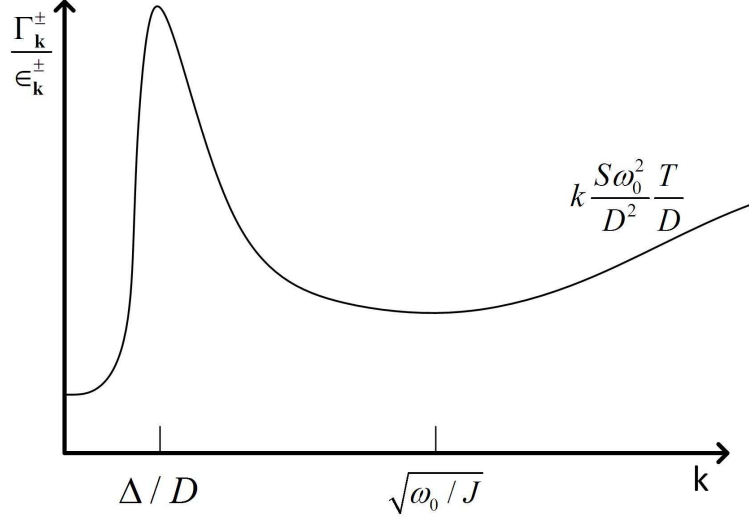


Рис. 4: Эскиз отношения $\Gamma_{\mathbf{k}}^{\pm}/\epsilon_{\mathbf{k}}^{\pm}$ при $T \gg S\sqrt{J\omega_0}$. Показаны также асимптотики при $k \gg \sqrt{\omega_0/J}$. Высота пика при $k \sim \Delta/D$ пропорциональна $T/D \ll 1$ для $S \sim 1$ и порядка единицы для $S \gg 1$ при $D \ll T \ll T_N$. Высота пика в квантовом антиферромагнетике может, тем не менее, достигать значений порядка единицы, если щель в спектре магнонов существенно уменьшена анизотропией, конкурирующей с дипольной анизотропией (1).

части длинноволновых магнонов (с $k \sim \frac{\Delta}{D}$ и $\sin 2\theta_{\mathbf{k}} \sim 1$) при малых температурах $T \ll T_N$.

Обсуждается возможность экспериментальной проверки полученных во второй главе результатов. Спектр может быть найден из данных по неупругому рассеянию нейтронов, описываемых динамическим структурным фактором $\mathcal{S}^{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$. Особенно простой вид имеет сумма $\mathcal{S}^{xx}(\omega, \mathbf{k}) + \mathcal{S}^{yy}(\omega, \mathbf{k})$, так как она не зависит от углов:

$$\mathcal{S}^{xx}(\omega, \mathbf{k}) + \mathcal{S}^{yy}(\omega, \mathbf{k}) \propto 2\pi \frac{SJ_0}{\omega} \left(\delta(\omega - \epsilon_{0\mathbf{k}}^+) + \delta(\omega + \epsilon_{0\mathbf{k}}^+) + \delta(\omega - \epsilon_{0\mathbf{k}}^-) + \delta(\omega + \epsilon_{0\mathbf{k}}^-) \right), \quad (7)$$

где $\mathbf{k} \sim \mathbf{k}_0$. Вставка на Рис. 3 схематично иллюстрирует формулу (7), где учтено, что дельта-функции размываются из-за затухания и превращаются в лоренцианы.

В конце главы рассмотрена возможность уменьшения щели Δ в спектре магнонов. Для этого к исходному гамильтониану добавляется гамильтониан кубической одноионной анизотропии. При этом в системе предполагается также наличие примесных узлов, с концентрацией примесей x , для которых спин и константа анизотропии иные, чем в основном магнетике. Показывается, что при некоторой концентрации x_* щель в спектре формально исчезает, что приводит к аномальному затуханию части длинно-

волновых магнонов. Оценки показывают, что часть магнонов становится плохо определенной уже при $\Delta < \omega_0(T/D)^2 \ll \omega_0$.

Указаны два подходящих вещества, в которых можно было бы экспериментально наблюдать аномальное затухание длинноволновых магнонов при низких температурах: это кристаллы с ПК решеткой $\text{TlMn}_{1-x}\text{Co}_x\text{F}_3$ с $x_* = 0.0004$ и $\text{RbMn}_{1-x}\text{Co}_x\text{F}_3$ с $x_* = 0.00034$. При $x = 0$ в этих кристаллах имеется магнитокристаллическая анизотропия, которая делает легким направлением диагональ куба. Допирование ионами кобальта с большой одноионной анизотропией приводит в этих материалах к смене легкой оси с $\langle 111 \rangle$ на $\langle 100 \rangle$. Таким образом, подобрав концентрацию кобальта, можно существенно понизить величину щели в спектре магнонов и наблюдать эффект аномального затухания.

В **третьей главе** рассматривается АФГ на ГЦК решетке, который показан на Рис. 1. Учитывается обменное взаимодействие как между ближайшими, так и следующими за ближайшими спинами (см. Рис. 1(b)) с обменными константами J_1 и $J_2 > 0$, соответственно. При этом считается, что последнее больше первого ($J_2 > |J_1|$). Такая модель описывает целый ряд хорошо известных соединений: MnO , $\alpha\text{-MnS}$, $\alpha\text{-MnSe}$, EuTe и EuSe . При рассмотрении MnO , учитывается также слабое ромбическое искажение решетки, приводящее к двум разным константам обменного взаимодействия J_1^\pm между ближайшими спинами (см. Рис. 1(b)).

Сначала анализируется классическая энергия системы и еще раз показывается, что дипольные силы делают плоскости (111) “легкими” плоскостями для намагниченности. Затем получено следующее выражение для классического спектра магнонов при $k \ll 1$ и $\omega_0 \ll |J_1^\pm|, J_2$:

$$\epsilon_{\mathbf{k}}^- = D(\theta_{\mathbf{k}}, \phi_{\mathbf{k}})k, \quad (8)$$

$$\epsilon_{\mathbf{k}}^+ = \sqrt{D(\theta_{\mathbf{k}}, \phi_{\mathbf{k}})^2 k^2 + \Delta_+^2}, \quad (9)$$

где $D(\theta_{\mathbf{k}}, \phi_{\mathbf{k}})$ — скорость магнонов, выражение для которой приведено в диссертации, а квадрат щели в классическом спектре равен

$$\Delta_+^2 = 36S^2(J_1^+ + J_2)\eta\omega_0. \quad (10)$$

При $J_1^+ = J_1^-$, ветвь спектра (8) получается бесщелевой не только в окрестности точки $\mathbf{k} = (0, 0, 0)$, но и в точках $\mathbf{k} = (\pi, 0, 0)$, $(0, \pi, 0)$ и $(0, 0, \pi)$ (при выборе вектора антиферромагнетизма $\mathbf{k}_0 = (\pi, \pi, \pi)$). Однако квантовые флуктуации приводят к щелям в этих точках даже при отсутствии дипольных сил. Данный результат связан с эффектом “порядок из беспорядка”. Квантовые флуктуации при учете дипольных сил дают также щели в точках $\mathbf{k} = (0, 0, 0)$ и (π, π, π) .

Получено следующее выражение для анизотропной поправки к энергии

основного состояния в первом порядке по $1/S$ и в третьем порядке по ω_0 :

$$\langle \mathcal{H} \rangle_{anis} = -NK_2 \cos^2 3\varphi, \quad (11)$$

$$K_2 = \frac{S\omega_0^3}{J_2^2} C, \quad (12)$$

где константа C зависит от обменных констант и компонент дипольного тензора (довольно громоздкое выражение для нее приведено в диссертации), а φ — угол между намагниченностью подрешеток и одним из трех направлений в плоскости (111): $[11\bar{2}]$, $[1\bar{2}1]$ и $[\bar{2}11]$. Поскольку $C > 0$, эти направления являются “легкими” (опять “порядок из беспорядка”).

Так как квантовые флуктуации нарушают вращательную инвариантность в плоскостях (111), квантовые поправки первого порядка по $1/S$ приводят к щели в ранее бесщелевой ветви $\epsilon_{\mathbf{k}}^-$, квадрат которой равен $\Delta_-^2 = 36K_2(J_1^+ + J_2)$.

В конце третьей главы проводится сравнение с имеющимися экспериментальными данными для MnO, α -MnS, α -MnSe, EuTe и EuSe. Показано, что квантовые поправки к Δ_+ сдвигают вычисленные значения ближе к экспериментальным данным. Для соединений MnO, α -MnS и α -MnSe, дипольный вклад в Δ_- много меньше экспериментально измеренных значений. Поэтому сделан вывод, что флуктуационный вклад в анизотропию в плоскостях (111) в этих соединениях пренебрежимо мал.

Совершенно другая ситуация наблюдается в EuTe. Анализ температурной зависимости щели Δ_- , оцененной из данных АФР, показывает, что её величина лежит в интервале $0.06 \div 0.17$ К. Наши вычисления также дают $0.06 \div 0.17$ К. Таким образом, можно ожидать, что в EuTe механизм “порядок из беспорядка” вносит существенный вклад в анизотропию в плоскости (111).

В **четвертой главе** изучается предельно общее уравнение аномальной диффузии на параметр порядка φ со случайным гауссовым шумом F

$$\zeta \partial_t \varphi + {}^c D_t^\alpha \varphi = \lambda \left(b \Delta \varphi - (-\Delta)^{\sigma/2} \varphi - g \varphi^m / m! - \tau \varphi \right) + F, \quad (13)$$

где α — порядок дробной производной по времени, σ — порядок пространственной дробной производной, m — степень нелинейности. Обе дробные производные являются нелокальными функционалами. Параметры b и ζ устремляются к нулю. Для самосогласованности модели на коррелятор шума наложено условие $\langle F(x, t) F(x', t') \rangle = 2\lambda \delta(t - t')$. Далее задача нахождения критических индексов в модели (13) сводится к ренормировке функционала с удвоенным числом полей по методу Мартина-Сигга-Роза [5]. Находятся пропагаторы такой модели, развивается диаграммная техника (см. Рис. 5) и записывается уравнение ренормгруппы.

$$\begin{aligned}
\langle \varphi' \varphi^m \rangle_{1i} &= \text{diagram with } m+1 \text{ legs} + \frac{m!}{\left(\frac{m-1}{2}\right)! \left(\frac{m+1}{2}\right)!} \text{diagram with } \frac{m+1}{2} \text{ lines} \\
\langle \varphi' \varphi' \rangle_{1i} &= \text{diagram with 2 legs} - \frac{1}{m!} \text{diagram with } m \text{ lines} \\
\langle \varphi \varphi' \rangle_{1i} &= \text{diagram with 2 legs} - \frac{1}{(m-1)!} \text{diagram with } m \text{ lines}
\end{aligned}$$

Рис. 5: Пертурбативное разложение для 1-неприводимых корреляционных функций вплоть до их низшего порядка для $m > 3$. Для $m = 3$ разложение корреляционной функции $\langle \varphi \varphi' \rangle$ имеет однопетлевую диаграмму, дающую вклад в константу ренормировки Z_4 .

Сами критические индексы ищутся в рамках ε -разложения, где ε — отклонение от логарифмической размерности пространства

$$d_c = \sigma \left(\frac{2}{m-1} + \frac{1}{\alpha} \right). \quad (14)$$

Как показывает анализ ренормировок констант, требования существования ИК-стабильной точки и непрерывной зависимости критических индексов от α и σ приводят к следующим равенствам: $\sigma = 2$, $m = 3$ и $\alpha = 1/l$, где l — целое положительное число. Для этого случая в диссертации приведены общие выражения для критических индексов с точностью до ε^2 . Критический индекс корреляционной длины ν получился не зависящим от α , а для индекса Фишера η и динамического критического индекса z имеем при $\alpha = 1/2$, соответственно,

$$\eta^{(1/2)} = 0.0125\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3) \quad (15)$$

$$z^{(1/2)} = 4 + 0.1555\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3). \quad (16)$$

Заключение содержит список основных результатов, полученных в работе.

В **Приложении 1** приведены выражения для функций Грина и общее выражение для спектра антиферромагнетика Гейзенберга с дипольными силами на ПК решетке.

В **Приложении 2** приведены выражения для собственно-энергетических частей, определяющих ренормировку спектра магнонов в антиферромагнетике Гейзенберга на ПК решетке.

В **Приложении 3** описывается метод численного нахождения компонент дипольного тензора и интегрирования выражений, содержащих эти компоненты.

Список литературы

- [1] Дзялошинский И.Е. Абрикосов А.А., Горьков Л.П. *Методы квантовой теории поля в статистической физике*. Физматгиз, Москва, 1962.
- [2] Julius Bonart, Leticia F Cugliandolo, and Andrea Gambassi. Critical langevin dynamics of the o(n) ginzburg–landau model with correlated noise. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2012(01):P01014, 2012.
- [3] A. B. Harris, D. Kumar, B. I. Halperin, and P. C. Hohenberg. Dynamics of an antiferromagnet at low temperatures: Spin-wave damping and hydrodynamics. *Phys. Rev. B*, 3:961–1024, Feb 1971.
- [4] Eric Lutz. Fractional langevin equation. *Phys. Rev. E*, 64:051106, Oct 2001.
- [5] P. C. Martin, E. D. Siggia, and H. A. Rose. Statistical dynamics of classical systems. *Phys. Rev. A*, 8:423–437, Jul 1973.
- [6] Neil J. Robinson, Fabian H. L. Essler, Ivelisse Cabrera, and Radu Coldea. Quasiparticle breakdown in the quasi-one-dimensional ising ferromagnet CoNb_2O_6 . *Phys. Rev. B*, 90:174406, 2014.
- [7] A. V. Syromyatnikov. Spin-wave interaction in two-dimensional ferromagnets with dipolar forces. *Phys. Rev. B*, 77:144433, 2008.
- [8] A. V. Syromyatnikov. Anomalously large damping of long-wavelength quasiparticles caused by long-range interaction. *Phys. Rev. B*, 82:024432, 2010.
- [9] M. E. Zhitomirsky. Decay of quasiparticles in quantum spin liquids. *Phys. Rev. B*, 73(10):100404, 2006.

Список публикаций по теме диссертации

1. L. A. Batalov and A. A. Batalova, "Critical dynamics in systems controlled by fractional kinetic equations", *Physica A: Statistical mechanics and its Applications* **392**(4), 602–611 (2013) [10 pages]

2. L. A. Batalov and A. V. Syromyatnikov, "Breakdown of long-wavelength magnons in cubic antiferromagnets with dipolar forces at small temperature", *Phys. Rev. B* **91**, 224432 (2015) [21 pages]
3. L. A. Batalov and A. V. Syromyatnikov, "Order-by-disorder effects in antiferromagnets on face-centered cubic lattice", *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* **404**, 180 (2016) [7 pages]
4. L. A. Batalov , "The Langevin-like model of an anomalous transport", Posters proceedings of the European Turbulence Conference 14, 2014
5. L. A. Batalov and A. V. Syromyatnikov,"Anomalously large damping of long-wavelength magnons induced by dipolar forces in cubic antiferromagnets", Moscow International Symposium on Magnetism 2014 (MISM 2014), Moscow, Russia, 29 June-3 July 2014, book of abstracts, 656
6. Л. А. Баталов и А. В. Сыромятников,"Ренормировка спектра спиновых волн в трехмерном антиферромагнетике с дипольным взаимодействием", Совещание и Молодежная конференция по использованию рассеяния нейтронов и синхротронного излучения в конденсированных средах (РНСИ-КС-2014), Санкт-Петербург, Россия, 27-31 октября 2014, сборник тезисов, 112
7. L. A. Batalov and A. V. Syromyatnikov,"Order-by-disorder effects in antiferromagnets on face-centred cubic lattice", VI Euro-Asian Symposium "Trends in MAGnetism" (EASTMAG-2016), Krasnoyarsk, Russia, 15 - 19 August 2016, book of abstracts, 48

Научное издание

Баталов Лев Алексеевич

Взаимодействие магнонов и явления типа «порядок из беспорядка» в антиферромагнетиках с дипольными силами и критическая динамика, описываемая кинетическими уравнениями с дробными производными

Подписано в печать 14.03.2017. Заказ 256.

Формат 60 × 90 1/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.
Издательско-полиграфический отдел ФГБУ ПИЯФ
Ленинградская обл., Гатчина, Орлова Роща,
+7 (813) 714-60-55