

На правах рукописи



Курапцев Алексей Сергеевич

**Кооперативный спонтанный распад в ансамбле  
точечных квазинеподвижных атомов и его  
влияние на радиационные свойства среды**

01.04.02 Теоретическая физика

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург - 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (ФГАОУ ВО «СПбПУ»).

Научный руководитель: ***Соколов Игорь Михайлович***  
доктор физико-математических наук,  
профессор

Официальные оппоненты: ***Соколов Иван Вадимович***  
доктор физико-математических наук, доцент,  
профессор ФГБОУ ВО «СПбГУ»

***Трошин Александр Сергеевич***  
доктор физико-математических наук, доцент,  
профессор РГПУ им. А. И. Герцена

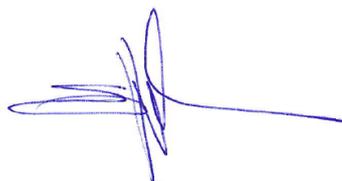
Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова»

Защита состоится «20» декабря 2017 в 17 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д212.229.29 при Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого», расположенном по адресу: Санкт-Петербург, 195251, Политехническая ул., 29, Главный учебный корпус, ауд. 118.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» и на сайте <http://www.spbstu.ru>.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 г.

Ученый секретарь диссертационного  
совета Д212.229.29,  
канд. физ.-мат. наук



Ермакова Наталья Юрьевна

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность и степень разработанности темы

Коллективные эффекты, имеющие место при взаимодействии многоатомных ансамблей с резонансным электромагнитным излучением, играют важную роль в атомной физике и оптике. Физической причиной этих эффектов является многократное рассеяние света в атомной среде. Для плотных резонансных сред, в которых расстояние между атомами соизмеримо с длиной световой волны, характер коллективных эффектов определяется также межатомным диполь-дипольным взаимодействием.

Диполь-дипольное взаимодействие между различными атомами может быть интерпретировано в рамках теории близкодействия как результат рекуррентного рассеяния фотонов, в том числе виртуальных. Это явление играет существенную роль в условиях, когда длина свободного пробега фотона в среде меньше или сравнима с длиной волны резонансного света. В таких условиях процесс спонтанного распада возбужденного атома в среде существенно отличается от распада изолированного атома, что оказывает влияние на оптические свойства среды. Это делает анализ возможных каналов распада атомного возбуждения с рождением вторичных рассеянных фотонов важной проблемой при описании взаимодействия света с плотным атомным ансамблем.

Резонансные взаимодействия приводят к формированию многочастичных суб- и супер-излучательных состояний. Наличие супер-излучательных состояний позволяет наблюдать такое явление как сверхизлучение, что открывает перспективы создания источников мощного импульсного излучения. Суб-излучательные состояния, время жизни которых существенно превышает естественное время жизни изолированного атома, могут использоваться для создания устройств хранения квантовой информации и оптических линий задержки.

Интерференционные эффекты при рекуррентном рассеянии света в плотных атомных ансамблях могут приводить к такому явлению как сильная (Андерсоновская) локализация света, которое состоит в появлении локализованных в пространстве состояний (мод) [1]. Успешная демонстрация и контроль эффекта сильной локализации представляли бы собой прорыв в разработке систем "остановки" света. Это явление может быть использовано для целого ряда инновационных технологий, в частности для хранения, передачи и обработки квантовой информации [2]. Кроме того, вопрос о локализации тесно связан с явлением лазерной генерации в случайно-неоднородной среде, вызывающим определенный практический интерес в связи с возможностью создания лазерных источников света с низкой пространственной когерентностью для таких приложений как, например, когерентная оптическая томография.

Особую актуальность исследованию кооперативных эффектов придает их важность для разработки оптических квантовых стандартов частоты нового поколения [3]. При сверхвысокой чувствительности современных первичных стандартов одним из ключевых вопросов являются сдвиги и уширения линий эталонного перехода, обусловленные межатомным взаимодействием.

Кооперативные эффекты наиболее сильно проявляют себя в атомных системах с большими сечениями рассеяния. Одной из таких систем являются холодные атомные газы, которые приготавливаются в специальных лазерных ловушках.

Лазерное охлаждение атомов до сверхнизких температур (порядка десятков микрокельвин) позволяет практически полностью устранить доплеровское уширение, связанное с тепловым движением атомов, и достичь больших значений времени квантовой декогеренции. В холодных атомных ансамблях ввиду взаимной резонансности всех атомов диполь-дипольное взаимодействие играет важную роль даже в случае сравнительно небольшой атомной плотности. В типичных экспериментах работают с оптическими переходами (т.е.  $\lambda_0 \sim 0.5$  мкм). В этих случаях кооперативные эффекты существенно проявляют себя, начиная со значений атомной плотности порядка  $10^{13}$  см<sup>-3</sup>. Преимуществами использования ансамблей холодных атомов являются высокая степень однородности системы и удобство управления при помощи внешних полей.

Другим классом объектов, в которых диполь-дипольное взаимодействие играет важную роль, являются ансамбли примесных атомов, находящихся в твердом теле. При работе с ними не требуется лазерное охлаждение в специальных ловушках, что позволяет снизить габариты устройств в конкретных приложениях и обеспечить автономность их работы.

Особенностью взаимодействия света с ансамблем примесных атомов, внедренных в диэлектрик, является влияние окружающего вещества на радиационные характеристики примесей. Случайные сдвиги уровней примесных атомов, связанные с внутрикристаллическими полями диэлектрической матрицы, нарушают их взаимную резонансность. Тем не менее, при высоких концентрациях примесей, характерных для реальных твердых тел, могут проявляться коллективные многоатомные эффекты, обусловленные диполь-дипольным взаимодействием.

Одним из главных преимуществ использования ансамблей примесных центров (атомов) в твердотельном диэлектрике является то, что такую систему можно поместить в микрорезонатор или волновод. Это позволяет существенно модифицировать оптические свойства атомного ансамбля, и главное – управлять этими свойствами. Начиная с работы Парселла [4], в которой впервые было описано влияние резонатора на скорость спонтанного распада, исследования в данном направлении были продолжены во многих научных группах (см. [5–7] и имеющиеся там ссылки). Взаимодействие света с атомными системами в присутствии наноструктур, таких как нановолокна, фотонно-кристаллические резонаторы и волноводы может быть основой для будущего развития приложений в квантовой метрологии, квантовых телекоммуникационных сетей, а также квантовой информатики.

Отличие структуры собственных полевых мод волноводов или резонаторов от мод свободного пространства меняет также характер обмена фотонами между различными атомами, помещенными в них, что, в свою очередь изменяет резонансное межатомное диполь-дипольное взаимодействие [8, 9] и обусловленные им кооперативные эффекты. К настоящему времени исследования модификаций диполь-дипольного взаимодействия, вызванных наличием резонатора, ограничены рассмотрением двух атомов, неподвижно расположенных в некоторых фиксированных точках внутри него. Коллективные эффекты, имеющие место в многоатомном ансамбле, помещенном в резонатор, практически не исследованы.

Несмотря на имеющиеся работы, посвященные изучению кооперативных эффектов, обусловленных диполь-дипольным взаимодействием, ряд вопросов в настоящее время исследо-

ван недостаточно подробно. Одной из наиболее важных проблем является влияние меж-атомных корреляций, связанных с пространственным расположением атомов, на оптические свойства среды. В условиях кооперативных эффектов отдельные атомы не могут рассматриваться как независимые источники вторичных волн. Здесь мы имеем дело, по-существу, с взаимодействием света с гигантской квазимолекулой, объединяющей в себе все атомы ансамбля. Для корректного учета межатомных корреляций необходимо отказаться от часто используемого приближения сплошной среды и проводить описание атомно-полевой системы на основе квантового микроскопического подхода, чему посвящена данная работа.

### **Цель диссертационного исследования**

Теоретическое исследование кооперативного спонтанного распада в плотном ансамбле точечных квазинеподвижных атомов и анализ его влияния на оптические свойства среды.

### **Задачи диссертационного исследования**

- 1) Расчёт динамики спонтанного распада возбужденного атома в плотном холодном атомном ансамбле. Анализ влияния межатомного диполь-дипольного взаимодействия на спонтанный распад.
- 2) Разработка формализма, позволяющего проанализировать кооперативный спонтанный распад в ансамбле примесных атомов, внедренных в твердый прозрачный диэлектрик.
- 3) Построение квантовой микроскопической теории кооперативных эффектов в ансамблях примесных атомов в твердом прозрачном диэлектрике, помещенном в резонатор Фабри-Перо.
- 4) Исследование кооперативного спонтанного распада в атомных системах, расположенных вблизи проводящей поверхности.
- 5) Анализ переноса и пленения излучения в плотном атомном ансамбле.
- 6) Исследование влияния кооперативных эффектов на оптические свойства плотных атомных ансамблей, в частности на диэлектрическую проницаемость.
- 7) Анализ влияния кооперативных эффектов на характер рассеяния излучения плотным атомным ансамблем.

### **Научная новизна работы**

В работе впервые:

- 1) Рассчитана динамика кооперативного спонтанного распада возбужденного атома в плотном многоатомном ансамбле на основе квантовой микроскопической теории с учётом дискретности среды, векторной природы электромагнитного поля и межатомных корреляций.

- 2) Изучены кооперативные эффекты, обусловленные диполь-дипольным взаимодействием, в ансамблях примесных атомов в твердотельном диэлектрике в условиях, когда неоднородное уширение много больше естественной ширины линии перехода.
- 3) Исследованы многоатомные кооперативные эффекты в атомных системах, находящихся в резонаторе Фабри-Перо, а также расположенных вблизи проводящей поверхности.
- 4) Рассчитана диэлектрическая проницаемость плотных невырожденных холодных атомных газов с последовательным учетом дискретности среды и межатомных корреляций.
- 5) Теоретически предсказано отсутствие сильной (Андерсоновской) локализации света в трёхмерных неупорядоченных изотропных плотных ансамблях квазинеподвижных атомов при отсутствии внешних управляющих полей даже в условиях выполнения критерия Иоффе-Регеля.
- 6) Получено аналитическое соотношение, позволяющее экстраполировать результаты микроскопической теории на случай атомных ансамблей макроскопических размеров.

### **Научная и практическая значимость**

Научная значимость заключается в развитии теории радиационных процессов в плотных многоатомных системах, таких как невырожденные холодные атомные газы, а также точечные примесные центры в твердотельном диэлектрике. В работе показана необходимость учёта межатомных корреляций при описании кооперативных эффектов в плотных атомных ансамблях и ограниченность применимости идеи среднего поля в условиях сильного диполь-дипольного взаимодействия. Показано, как результаты последовательной квантовой микроскопической теории могут быть использованы для анализа атомных ансамблей, содержащих макроскопическое число атомов.

В работе также исследовано, как влияет наличие резонатора Фабри-Перо или одной проводящей поверхности на радиационные процессы в плотном атомном ансамбле. Показано, что характер проявления кооперативных эффектов в таких условиях существенно отличается от случая свободного пространства.

Практическая значимость обусловлена тем, что разработанная теория позволяет интерпретировать результаты экспериментальных измерений, планировать эксперименты и оптимизировать методы практического применения. Холодные атомные газы и примесные атомы в твердотельных диэлектриках уже сейчас активно используются в квантовой метрологии, стандартизации частоты, лазерной генерации, квантово-информационных приложениях. При этом кооперативные эффекты в ряде случаев оказывают существенное влияние на работу конкретных устройств. В частности, для стандартов частоты на холодных атомах одним из ключевых вопросов является сдвиг частоты эталонного перехода, обусловленный межатомным диполь-дипольным взаимодействием. Кроме того, существуют различные варианты использования холодных атомов и примесных центров в диэлектрике в качестве ячеек квантовой памяти.

## Методология и методы исследования

Базовым методом теоретического исследования является квантовый микроскопический подход, который основан на решении уравнения Шредингера для объединенной системы, состоящей из атомной системы и электромагнитного поля, включая вакуумный термостат. Этот подход позволяет с единых позиций описать взаимодействие атомов с внешним излучением и между собой, а также спонтанный распад. Методом ограничения полевых состояний была получена конечномерная система уравнений для атомных переменных. Случайная неоднородность среды была учтена при помощи метода Монте-Карло. При численных расчетах был использован метод автоматического распараллеливания вычислений в среде MatLab.

## Положения, выносимые на защиту

- 1) Динамика спонтанного распада возбужденного атома в плотном ансамбле квазинеподвижных атомов в условиях, когда средняя длина свободного пробега фотона сравнима с резонансной длиной волны, описывается многоэкспоненциальным законом.
- 2) Кооперативные эффекты, обусловленные диполь-дипольным взаимодействием, могут оказывать влияние на характер спонтанного распада в ансамблях примесных атомов при наличии неоднородного уширения, даже в тех случаях, когда оно много больше естественной ширины линии перехода.
- 3) Кооперативный спонтанный распад в атомных системах, находящихся в резонаторе Фабри-Перо, а также расположенных вблизи проводящей поверхности, отличается от кооперативного распада в свободном пространстве.
- 4) Перенос излучения в трёхмерных неупорядоченных изотропных плотных атомных ансамблях без приложения внешних управляющих полей носит диффузионный характер даже в условиях выполнения критерия Иоффе-Регеля, т.е. сильная (Андерсоновская) локализация света в таких системах отсутствует.
- 5) Особенности коллективных эффектов в приграничных областях плотного атомного ансамбля влияют на законы отражения и преломления квазирезонансного света, делая их нефренелевскими.

## Степень достоверности результатов

Достоверность результатов обусловлена применением строгих и хорошо апробированных методов квантовой механики и электродинамики. Расчёты проведены "из первых принципов" квантовой механики, а использованные приближения строго обоснованы. Важнейшим фактором, подтверждающим достоверность результатов, является достигнутое хорошее согласие с результатами имеющихся экспериментов по рассеянию резонансного света на плотном невырожденном ансамбле холодных атомов. Кроме того, достоверность результатов подтверждается совпадением предельных случаев с результатами, полученными ранее другими авторами.

## Апробация работы

Результаты работы были доложены на следующих международных конференциях:

- Annual International Laser Physics Workshop (LPHYS)
  - 2016 г., Ереван, Армения
  - 2015 г., Шанхай, Китай
  - 2014 г., София, Болгария
  - 2011 г., Сараево, Босния и Герцеговина
- International Conference “Laser Optics”, Санкт-Петербург
  - 2016 г.,
  - 2014 г.,
- CoScaLiIV: “Workshop on Collective Scattering of Light”, Убатуба, Бразилия, 2016 г.,
- Strongly disordered optical systems: from the white paint to cold atoms, Каррес, Корсика, Франция, 2016 г.,
- Waves and imaging in random media, Париж, Франция, 2015 г.,
- 47th Conference of the European Group on Atomic Systems, EGAS 2015, Рига, Латвия, 2015 г.,
- 9th Alexander Friedmann International seminar, Санкт-Петербург, 2015 г.,
- European conference of atoms, molecules and photons, ЕСАМР 11, Орхус, Дания, 2013 г.,
- VII Международная конференция «Фундаментальные проблемы оптики», ФПО-2012, Санкт-Петербург, 2012 г.,
- VII Международная конференция молодых ученых и специалистов «Оптика - 2011», Санкт-Петербург, 2011 г.

Результаты работы были доложены на следующих всероссийских конференциях:

- семинар памяти Д.Н. Клышко
  - 2017 г., Завидово, Тверская область
  - 2015 г., Москва
  - 2013 г., Москва
- Политехнический молодежный фестиваль науки, Санкт-Петербург, 2013 г.,
- 19-ая Всероссийская научная конференция студентов-физиков, ВНКСФ-19, Архангельск, 2013 г.

Также результаты были представлены на городском межинститутском семинаре по квантовой оптике при РГПУ им. А.И. Герцена, семинаре по квантовой оптике на физическом факультете СПбГУ, неоднократно на семинарах кафедры "Теоретическая физика" СПбПУ и на научно-практической конференции "Неделя науки СПбГПУ".

## Личный вклад автора

Все теоретические результаты, представленные в диссертации, получены автором лично. Постановка задач, выбор методов исследования и анализ полученных результатов осуществлялись совместно с научным руководителем.

## Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка литературы. Общий объём диссертации 129 страниц, включая 36 рисунков. Список литературы включает 116 библиографических названий.

## СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** к диссертационной работе сформулированы актуальность выбранной темы, поставлена цель диссертационной работы, оговорены задачи, решаемые в работе, отмечены научная новизна и практическая значимость полученных в работе результатов, сформулированы основные методы, приведены положения, выносимые на защиту, отмечен личный вклад автора.

В **первой главе** проводится обзор существующих подходов к описанию влияния окружения на радиационные характеристики атомов и кооперативных явлений в атомных ансамблях [10–15]. Проводится сравнительный анализ предсказаний различных моделей, таких как модели пустой и виртуальной полости, "полностью микроскопическая" модель, метод цепочки уравнений Боголюбова – Борна – Грина – Кирквуда – Ивона (ББГКИ). Проанализированы микроскопические подходы к описанию радиационных процессов в ансамблях квазинеподвижных атомов, разработанные в различных научных группах. Описаны преимущества и недостатки. Аргументируется выбор квантового микроскопического подхода [16] как базового инструмента для диссертационного исследования.

Во второй части первой главы описан общий подход [16] к изучению динамики объединенной системы, состоящей из плотного атомного ансамбля и электромагнитного поля, который используется в последующих оригинальных главах диссертации. Преимуществом данного подхода является учет векторной природы поля, зеемановской структуры атомных уровней, дискретности среды и межатомных корреляций.

Во **второй главе** анализируется влияние диполь-дипольного взаимодействия на динамику спонтанного распада возбужденного атома. Рассматриваются как невырожденные ансамбли холодных атомов, так и точечные примесные центры в твердотельном диэлектрике.

Динамика спонтанного распада была найдена по формуле:

$$P_o(t) = \langle |b_o(t)|^2 \rangle. \quad (1)$$

Индексом "o" обозначено изначально возбужденное состояние. Без ограничения общности мы полагаем, что в начальный момент времени с достоверной вероятностью заселен только один зеемановский подуровень  $m = -1$  одного из атомов, который расположен в центре образца достаточно далеко от границ. Угловые скобки обозначают многократное усреднение методом Монте-Карло по случайным пространственным конфигурациям атомов в ансамбле, что обусловлено типичной для реальных экспериментов неупорядоченностью атомных ансамблей.

Помимо  $P_o(t)$  мы анализируем также временную зависимость скорости спонтанного распада  $\gamma(t)$ :

$$\gamma(t) = -\frac{1}{P_o(t)} \frac{dP_o(t)}{dt}. \quad (2)$$

На Рис. 1 показаны результаты расчета динамики спонтанного распада возбужденного атома в плотном невырожденном ансамбле холодных атомов, а также временная зависимость скорости спонтанного распада. Атомная плотность  $n = 0.05$ . Здесь и далее мы полагаем за единицу длины обратное волновое число резонансного излучения  $k_0^{-1} = \lambda_0/2\pi$ . Рис. 1 показывает, что в атомном ансамбле формируются коллективные суб- и суперизлучательные состояния. Динамика спонтанного распада возбужденного атома в плотном ансамбле описывается многоэкспоненциальным законом.

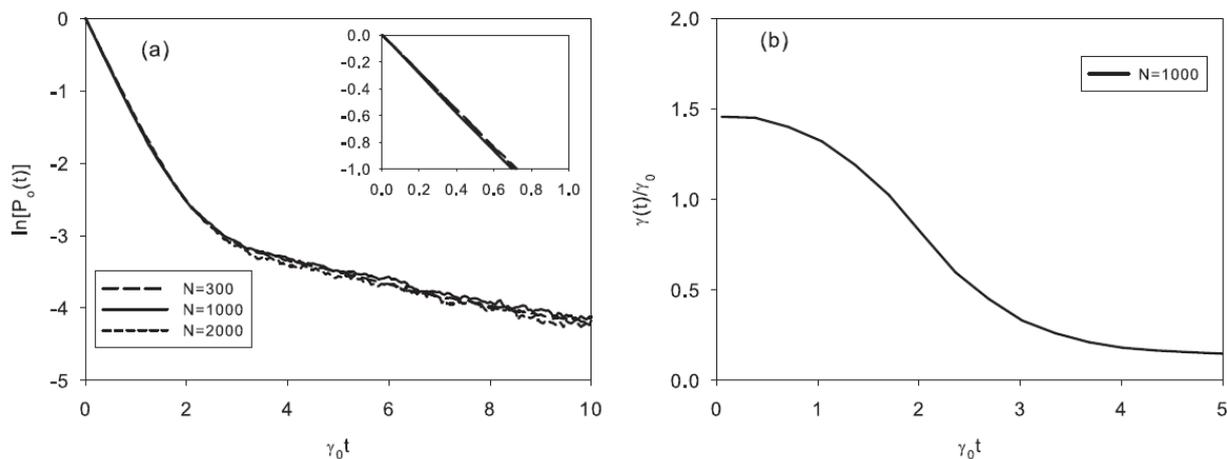


Рис. 1. Динамика спонтанного распада (a); временная зависимость скорости спонтанного распада (b). Атомная плотность  $n = 0.05$ .

На начальном участке временной зависимости  $t \leq \tau_0$  ( $\tau_0 = \gamma_0^{-1}$  – естественное время жизни возбужденного состояния изолированного атома) скорость спонтанного распада атома в ансамбле превышает  $\gamma_0$ . Это наглядно видно на Рис. 1(b). Это обусловлено преимущественным проявлением суперизлучательных быстро распадающихся состояний на данном временном интервале, так как субизлучательные еще не успевают существенно изменить свое начальное состояние. При  $t \geq \tau_0$  скорость спонтанного распада  $\gamma$  становится меньше  $\gamma_0$ , что связано с преимущественным проявлением субизлучательных медленно распадающихся состояний, так как суперизлучательные успевают практически полностью распасться. Небольшие шероховатости на Рис. 1(a) связаны с конечностью числа усреднений методом Монте-Карло при численном моделировании, они не были подвергнуты сглаживанию и демонстрируют точность вычислений. Кривая на Рис. 1(b) является сглаженной.

Во втором и третьем разделах второй главы исследуется кооперативный спонтанный распад в ансамблях квазинеподвижных примесных центров (атомов) в твердотельном прозрачном диэлектрике. Основное внимание в этих разделах уделено влиянию неоднородного уширения  $\delta$ , обусловленного внутрикристаллическими полями диэлектрика, на спонтанный распад примесных атомов. Продемонстрировано, что при увеличении неоднородного уширения кооперативные эффекты ослабевают, и динамика спонтанного распада становится

более близкой к одноатомному распаду. Показано, что при условии  $n\lambda_0^3\gamma_0/\delta \geq 1$  кооперативные эффекты играют существенную роль. Даже при большом неоднородном уширении соответствующие значения атомной плотности легко достигаются и являются типичными для реальных ситуаций.

В третьей главе рассматриваются кооперативные явления в атомных ансамблях, находящихся в резонаторе Фабри-Перо. В первом разделе этой главы проводится построение общей теории диполь-дипольного взаимодействия в резонаторе. Основу этой теории составляет нестационарное уравнение Шредингера для волновой функции  $\psi$  замкнутой объединенной системы, включающей в себя все атомы ансамбля и все моды электромагнитного поля, в том числе вакуумные,

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = \hat{H}\psi. \quad (3)$$

Гамильтониан объединенной системы записывается в виде

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}, \quad (4)$$

$$\hat{H}_0 = \hat{H}_f + \sum_a \hat{H}_a. \quad (5)$$

Здесь  $\hat{H}_a$  – гамильтонианы свободных атомов (без учета их взаимодействия с электромагнитным полем),  $\hat{H}_f$  – гамильтониан свободного электромагнитного поля в резонаторе,  $\hat{V}$  – оператор взаимодействия атомов с электромагнитным полем. Все операторы записываются в представлении Шредингера.

Оператор взаимодействия записывается в дипольном приближении,

$$\hat{V} = - \sum_a \hat{\mathbf{d}}^{(a)} \hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}_a). \quad (6)$$

В этом выражении  $\hat{\mathbf{d}}^{(a)}$  – оператор дипольного момента перехода атома  $a$ ,  $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$  – оператор напряженности электрического поля.

Вследствие модификации пространственной структуры полевых мод оператор  $\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r})$  в резонаторе имеет вид, отличающийся от стандартного выражения для полевого оператора в свободном пространстве. Данный оператор может быть найден путем стандартной процедуры квантования классического поля с соответствующими граничными условиями на зеркалах, и имеет следующий вид:

$$\hat{\mathbf{E}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k},\alpha} \frac{i\omega_k}{c} \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega_k}} \hat{a}_{\mathbf{k},\alpha} A_{\mathbf{k},\alpha}^0 \left\{ \mathbf{e}_x u_{\mathbf{k},\alpha}^x \sin(k_n z) + \mathbf{e}_y u_{\mathbf{k},\alpha}^y \sin(k_n z) + \right. \\ \left. \mathbf{e}_z u_{\mathbf{k},\alpha}^z \cos(k_n z) \right\} \exp(i\mathbf{k}_\parallel \mathbf{r}_\parallel) + H.c. \quad (7)$$

Здесь  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  и  $\mathbf{e}_z$  – единичные векторы выбранной системы координат;  $\mathbf{r}_\parallel = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y$ ;  $\mathbf{k}_\parallel = k_x\mathbf{e}_x + k_y\mathbf{e}_y$ ;  $k_n = \pi n/d$ ;  $d$  – расстояние между зеркалами;  $n = 0, 1, 2, \dots$ ;  $\mathbf{u}_{\mathbf{k},\alpha}$  – единичный вектор поляризации; ось квантования  $z$  направлена перпендикулярно плоскости зеркал, начало координат расположено на одном из зеркал;  $\omega_k = ck$  – частота фотона;  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_\parallel + \mathbf{e}_z k_n$ .

Выражение (7) содержит нормировочный множитель  $A_{\mathbf{k},\alpha}^0$ , который может быть найден исходя из стандартного вида гамильтониана поля,

$$A_{\mathbf{k},\alpha}^0 = \sqrt{\frac{8\pi c^2}{L^2 d}} \times \begin{cases} 1, & \text{если } n \in N \\ 1/\sqrt{2}, & \text{если } n = 0. \end{cases} \quad (8)$$

$L$  – линейный размер объёма квантования  $V_q = \{0 \leq z \leq d\} \times \{0 \leq x, y \leq L\}$ .

При решении уравнения (3) используем общий подход, предложенный Гайтлером [17], и в последующем примененный в работе [16]. Волновую функцию объединенной атомно-полевой системы ищем в виде разложения по полному набору собственных функций  $\psi_l$  оператора  $\hat{H}_0$ :

$$\psi = \sum_l b_l(t) \psi_l. \quad (9)$$

Индекс " $l$ " определяет состояние всех атомов и электромагнитного поля.

Подставив разложение (9) в уравнение Шредингера (3), получаем систему дифференциальных уравнений для амплитуд состояний  $b_l(t)$  объединенной системы

$$i\hbar \frac{\partial b_l(t)}{\partial t} - E_l b_l(t) = \sum_j V_{lj} b_j(t). \quad (10)$$

Здесь  $E_l$  – энергия  $l$ -го состояния системы невзаимодействующих атомов и электромагнитного поля.

Система (10) содержит бесконечное количество уравнений вследствие бесконечного числа степеней свободы полевой подсистемы. Мы ищем все интересующие нас наблюдаемые с точностью до второго порядка по постоянной тонкой структуры. В работе [18] было показано, что в рассматриваемом приближении достаточно ограничиться следующим набором состояний:

- 1) Однократно возбужденные атомные состояния  $|g, \dots, g, e, g, \dots, g\rangle \otimes |vac\rangle$ ,  $E_{e_a} = \hbar\omega_a$ .
- 2) Резонансные полевые состояния  $|g, \dots, g\rangle \otimes |\mathbf{k}, \alpha\rangle$ ,  $E_g = \hbar\omega_k$ .
- 3) Нерезонансные полевые состояния с одним фотоном и двумя возбужденными атомами  $|g, \dots, g, e, g, \dots, g, e, g, \dots, g\rangle \otimes |\mathbf{k}, \alpha\rangle$ ,  $E_{e_a e_b} = \hbar(\omega_a + \omega_b) + \hbar\omega_k$ .

После ограничения количества рассматриваемых состояний система уравнений (10) по-прежнему остается бесконечной, однако теперь мы можем её решить, формально выразив полевые переменные  $b_g$  и  $b_{ee}$  через атомные  $b_e$  и затем подставив полученные выражения в уравнения для амплитуд однократно возбужденных атомных состояний  $b_e$ . Полученная система уравнений для  $b_e$  является конечномерной, и мы её решаем численно. Размерность системы определяется количеством атомов  $N$  и структурой их энергетических уровней. В работе рассмотрен переход  $J = 0 \leftrightarrow J = 1$  ( $J$  – квантовое число полного углового момента) с учётом зеемановской структуры возбужденного состояния,  $m = -1; 0; +1$ . При этом матрица системы имеет размеры  $3N \times 3N$ . Знание величин  $b_e$  позволяет выразить амплитуды состояний  $b_g$  и  $b_{ee}$ , и, следовательно, волновую функцию объединенной системы.

Ввиду того, что оператор взаимодействия  $\hat{V}$  в резонаторе модифицирован по сравнению

со свободным пространством, кооперативные эффекты в резонаторе проявляют себя иначе. В работе получены базовые уравнения, описывающие как радиационные свойства отдельных атомов, так и диполь-дипольное взаимодействие в резонаторе Фабри-Перо.

Во втором разделе третьей главы на основе развитой теории исследована динамика спонтанного распада в микрорезонаторе. Влияние резонатора на кооперативные эффекты проявляет себя наиболее сильно в случае  $d < \lambda_0/2$ . На Рис. 2 представлены результаты для сравнительно небольшой атомной плотности  $n = 2 \times 10^{-3}$  как при наличии микрорезонатора, так и в его отсутствии. При такой плотности кооперативные эффекты, обусловленные меж-атомным диполь-дипольным взаимодействием, в отсутствие микрорезонатора практически не наблюдаются. В этом можно убедиться, сравнив кривые 3 и 4 на Рис. 2. Незначительные отличия становятся заметными лишь при больших временах, когда распад практически полностью произошел.

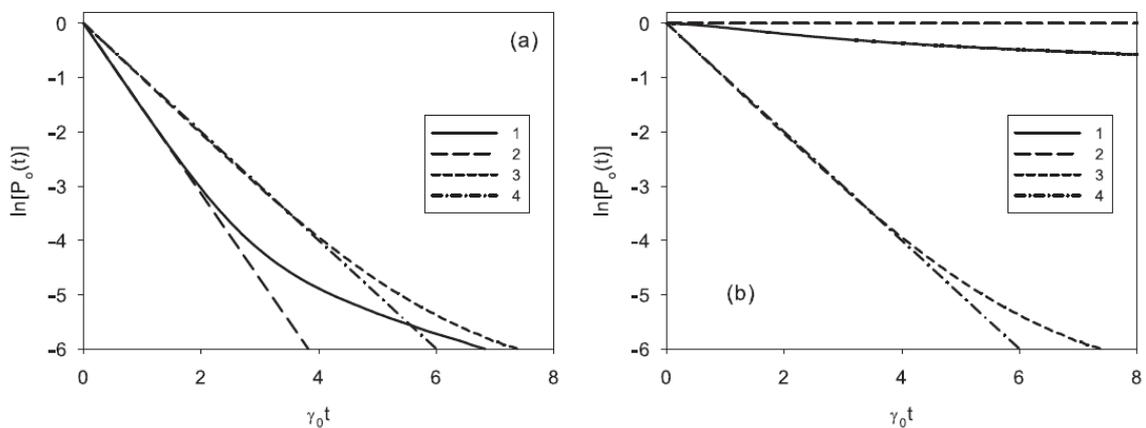


Рис. 2. Динамика спонтанного распада,  $n = 2 \times 10^{-3}$ ,  $\delta = 0$ ,  $m = 0$  (a),  $m = \pm 1$  (b), 1 – атомный ансамбль в микрорезонаторе, 2 – одиночный атом в микрорезонаторе, 3 – атомный ансамбль в свободном пространстве, 4 – одиночный атом в свободном пространстве.

Анализируя динамику спонтанного распада атома в микрорезонаторе (кривые 1 и 2 на Рис. 2) можно сделать вывод, что в этом случае роль диполь-дипольного взаимодействия становится значительно заметнее. В случае распада атомов, возбужденных на подуровни  $m = \pm 1$  (Рис. 2(b)) она является определяющей. Это связано с тем, что в случае  $d < \lambda_0/2$  спонтанный распад одиночного атома в микрорезонаторе для этих подуровней полностью подавлен [5]. И только наличие других, невозбужденных примесных атомов делает распад возможным. Причиной этого является обмен энергией между возбужденным атомом и близлежащими атомами через затухающие полевые моды. Таким образом, спонтанный распад здесь является принципиально коллективным эффектом.

В третьем разделе третьей главы проанализирован кооперативный спонтанный распад в атомных системах, расположенных вблизи проводящей поверхности. Это было сделано на основе развитого формализма для резонатора Фабри-Перо, рассматривая атомный ансамбль расположенным вблизи одного из зеркал, и устремляя  $d$  к бесконечности. Показано, что динамика кооперативного спонтанного распада существенно зависит от расположения изначально возбужденного атома. Чем дальше этот атом расположен от проводящей поверхности, тем меньше влияние поверхности на кооперативный распад. Если расстояние между изначально

возбужденным атомом и поверхностью меньше или порядка  $\lambda_0$ , то проводящая поверхность значительно модифицирует кооперативный спонтанный распад.

В четвертой главе исследуется влияние коллективных эффектов на оптические свойства атомного ансамбля на основе анализа характеристик взаимодействующего с ним излучения. В первом разделе этой главы анализируется динамика населенности возбужденного состояния для всего ансамбля, которая связана с интенсивностью вторичного излучения, рассеянного во все направления. Населенность возбужденного состояния пропорциональна суммарной вероятности атомного возбуждения  $P_{sum}(t)$ , которая может быть вычислена как сумма  $|b_e(t)|^2$  по всем атомам. Кроме того, проанализировано время пленения излучения  $\tau$ , оцененное исходя из условия  $P_{sum}(\tau) = 1/e$ . Показано, что в резонаторе время пленения излучения может быть больше, чем в свободном пространстве. Зависимость времени пленения излучения от размера атомного ансамбля  $\tau(R)$  сложная, но при больших  $R$  она близка к параболической, что характерно для диффузионного переноса излучения в среде.

Во втором разделе четвертой главы проанализировано распространение когерентной компоненты стационарного монохроматического излучения в плотном атомном ансамбле. На основе анализа атомной поляризации, наведенной этим излучением, рассчитаны длина волны излучения в среде, коэффициент экстинкции и дисперсия диэлектрической проницаемости. Показано, что при высокой плотности атомов вещественная часть диэлектрической проницаемости принимает отрицательные значения в определенном спектральном диапазоне. Продемонстрировано, что спектральная зависимость диэлектрической проницаемости имеет сдвиг в синюю область, что не подтверждает результат модели Лорентц-Лоренца. Анализ зависимости диэлектрической проницаемости от атомной плотности показал наличие эффекта насыщения при больших плотностях. Также показано, что в некотором диапазоне частот выполняется критерий Иоффе-Регеля для сильной локализации света, т.е. длина свободного пробега фотона меньше длины волны излучения в среде.

В третьем разделе четвертой главы проанализирован перенос излучения в плотном атомном ансамбле на основе расчета пространственного распределения атомного возбуждения при облучении среды слабым монохроматическим светом. Результаты соответствующих вычислений показаны на Рис. 3. Различные кривые на Рис. 3 соответствуют различным отстройкам частоты пробного излучения  $\Delta$  от резонансной частоты перехода изолированного атома. Как видно из рисунка, атомное возбуждение, за исключением торцевых пограничных областей, убывает линейно для всех рассмотренных частот пробного излучения. Расчеты были проведены в широком диапазоне значений атомной плотности и размеров среды. Для всех рассмотренных случаев наблюдалось линейное убывание населенности возбужденного состояния по мере распространения излучения в среде. Проведенный анализ позволил заключить, что перенос излучения в трёхмерных неупорядоченных изотропных плотных атомных ансамблях без приложения внешних управляющих полей носит диффузионный характер, в том числе и в тех областях, для которых выполняется критерий Иоффе-Регеля, а также где вещественная часть диэлектрической проницаемости отрицательна. Это позволяет сделать вывод об отсутствии сильной (Андерсоновской) локализации света в таких средах при указанных условиях. Данный результат демонстрирует неприменимость популярной моде-

ли скалярного поля для анализа коллективных эффектов в плотных атомных ансамблях, которая предсказывает наличие сильной локализации света при рассмотренных условиях.

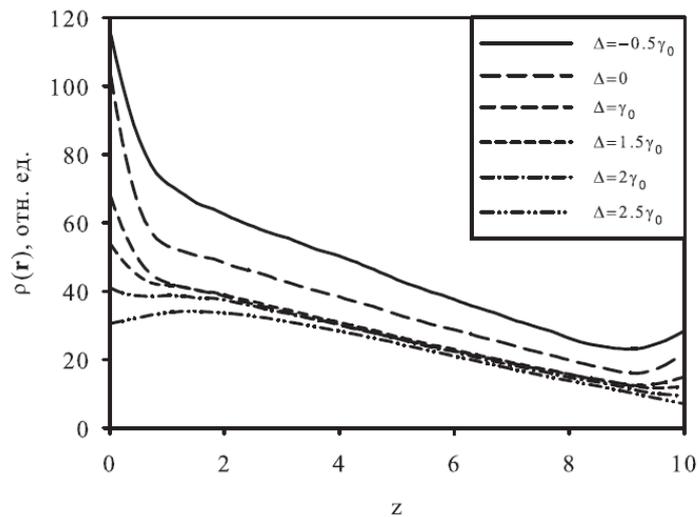


Рис. 3. Пространственное распределение возбужденных атомов при облучении светом различной частоты. Концентрация атомов  $n = 0.3$ . Расчет проведен для области  $r < 6$  однородного в среднем цилиндрического образца радиуса  $R = 15$  и длины  $L = 10$ .

В четвертом разделе четвертой главы проанализирован характер рассеяния излучения плотным атомным ансамблем. Проведено сравнение вычисленной интенсивности рассеянного излучения с результатами эксперимента наших коллег из группы, руководимой профессором M. D. Havey (Old Dominion University, Norfolk, VA, USA). Атомные ансамбли, которые создаются в экспериментах этой научной группы, характеризуются гауссовым пространственным распределением атомной плотности,

$$n(\mathbf{r}) = n_0 \exp\left(-\frac{x^2 + z^2}{2r_{tr}^2} - \frac{y^2}{2r_l^2}\right). \quad (11)$$

Здесь  $r_l$  и  $r_{tr}$  – продольный и поперечный гауссовы радиусы атомного ансамбля,  $n_0$  – пиковое значение атомной плотности, которое достигается в центре образца. Количество атомов в экспериментах наших коллег на 2 – 3 порядка превышает те значения, которые доступны для численного моделирования. В связи с этим, нами был разработан закон масштабирования, позволяющий экстраполировать результаты теоретических расчетов на атомные ансамбли больших размеров, с которыми имеют дело в эксперименте, см. [19].

На Рис. 4 показана зависимость интенсивности рассеянного излучения от поперечной оптической толщины атомного ансамбля. Направление детектирования составляло  $30^\circ$  по отношению к направлению падающего излучения. Расчеты были проведены для атомного ансамбля с продольным гауссовым радиусом  $r_l = 60$ , пиковое значение атомной плотности в центре  $n_0 = 0.05$ . Полное число атомов было выбрано  $N = 6800$ . Поперечный размер  $r_{tr}$  и соответствующая оптическая толщина  $b_{tr}$  изменялись, при этом число атомов оставалось постоянным (разумеется, при этом изменялась пиковая атомная плотность в центре  $n_0$ ).

Мы наблюдаем хорошее согласие теории с экспериментом. Отметим, что закон масштабирования [19] был получен в предположении большой оптической толщины  $b_{tr} \gg 1$ , что

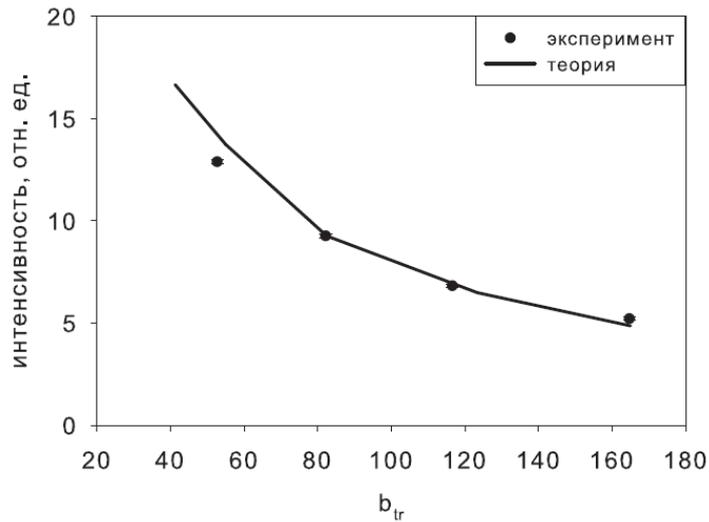


Рис. 4. Зависимость полной интенсивности рассеянного света от поперечной оптической толщины атомного ансамбля.  $N = 6800$ ,  $r_l = 60$ .

накладывает определенные ограничения на возможность сравнения теории с экспериментом при  $b_{tr} \sim 1$ .

В этом же разделе исследовано когерентное зеркальное отражение резонансного света от плоской границы раздела вакуума с плотным атомным ансамблем. Показано, что такое отражение не может быть описано формулами Френеля, так как для резонансного света приграничная неоднородность оптических свойств среды играет ключевую роль.

**В заключении** кратко сформулированы основные результаты работы:

Показано, что в условиях многократного и рекуррентного рассеяния света динамика спонтанного распада возбужденного атома описывается многоэкспоненциальным законом. Продемонстрировано, что на начальном этапе эволюции мгновенная скорость распада превышает  $\gamma_0$ , а на больших временах по сравнению с естественным временем жизни свободного атома эта скорость становится меньше  $\gamma_0$ . При этом модель непрерывной среды не позволяет корректно описать процесс спонтанного распада.

Показано, что кооперативные эффекты могут оказывать существенное влияние на динамику спонтанного распада в ансамбле примесных атомов в твердотельном прозрачном диэлектрике даже при большом неоднородном уширении. Сформулированы условия, при которых эти эффекты имеют место.

Разработана последовательная квантовая теория влияния диполь-дипольного взаимодействия в ансамблях точечных примесных центров, заключенных в резонатор Фабри-Перо, на характер их взаимодействия с электромагнитным излучением. Показано, что резонатор может существенно влиять на характер коллективных эффектов, обусловленных диполь-дипольным взаимодействием активных центров друг с другом. Одним из наиболее интересных результатов здесь является наличие кооперативного спонтанного распада при расстоянии между зеркалами  $d < \lambda_0/2$  с тех зеemanовских подуровней возбужденного состояния, с которых одноатомный спонтанный распад полностью подавлен.

Исследован кооперативный спонтанный распад в атомном ансамбле, расположенном вблизи проводящей поверхности. Показано, что динамика кооперативного спонтанного рас-

пада существенно зависит от расположения изначально возбужденного атома. Если расстояние между изначально возбужденным атомом и поверхностью меньше или порядка  $\lambda_0$ , то проводящая поверхность значительно модифицирует кооперативный спонтанный распад.

Проанализирован ряд оптических свойств среды, на которые оказывает влияние меж-атомное диполь-дипольное взаимодействие. Рассчитано время пленения излучения в среде, комплексный показатель преломления и диэлектрическая проницаемость, пространственное распределение атомного возбуждения при облучении атомного ансамбля слабым когерентным монохроматическим светом.

Проведена теоретическая интерпретация эксперимента по рассеянию слабого когерентного света на плотном невырожденном ансамбле холодных атомов, выполненного в группе M. D. Havey, Old Dominion University, Norfolk, VA, USA. В частности, продемонстрировано хорошее согласие рассчитанной зависимости интенсивности рассеянного излучения от оптической толщины с результатами эксперимента.

Исследовано зеркальное отражение резонансного света от плоской границы раздела вакуума с плотным атомным ансамблем. В рамках микроскопического подхода рассчитано угловое распределение рассеянного излучения, соотношение когерентной и некогерентной компонент в отраженном свете, получен коэффициент отражения.

## ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- 1) Kuraptsev, A. S. Light trapping in an ensemble of pointlike impurity centers in a Fabry-Perot cavity / A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov // *Phys. Rev. A.*— 2016.— Vol. 94. P. 022511.
- 2) Kuraptsev, A. S. Reflection of resonant light from a plane surface of an ensemble of motionless point scatters: Quantum microscopic approach / A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov // *Phys. Rev. A.*— 2015.— Vol. 91. P. 053822.
- 3) Kuraptsev, A. S. Spontaneous decay of an atom excited in a dense and disordered atomic ensemble: quantum microscopic approach / A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov // *Phys. Rev. A.*— 2014.— Vol. 90. P. 012511.
- 4) Fofanov, Ya. A. Spatial distribution of optically induced atomic excitation in a dense and cold atomic ensemble / Ya. A. Fofanov, A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov, M. D. Havey // *Phys. Rev. A.*— 2013.— Vol. 87. P. 063839.
- 5) Fofanov, Ya. A. Dispersion of the dielectric permittivity of dense and cold atomic gases / Ya. A. Fofanov, A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov, M. D. Havey // *Phys. Rev. A.*— 2011.— Vol. 84. P. 053811.
- 6) Sokolov, I. M. A scaling law for light scattering from dense and cold atomic ensembles / I. M. Sokolov, A. S. Kuraptsev, D. V. Kupriyanov, M. D. Havey, S. Balik // *J. Mod. Opt.*— 2013.— Vol. 60. P. 50 - 56.
- 7) Курапцев, А. С. Микроскопическая теория диполь-дипольного взаимодействия в ансамблях примесных атомов в резонаторе Фабри-Перо / А. С. Курапцев, И. М. Соколов // *ЖЭТФ.*— 2016.— Т. 150, вып. 2(8).— С. 275-287.
- 8) Курапцев, А. С. Влияние коллективных эффектов на процесс распространения электромагнитного излучения в плотных ультрахолодных атомных ансамблях / А. С. Курапцев, И. М. Соколов, Я. А. Фофанов // *Оптика и спектроскопия.*— 2012.— Т. 112, № 3.— С. 444 - 453.
- 9) Kuraptsev, A. S. Peculiarities of excitation trapping in dense polyatomic ensemble in a Fabry-Perot cavity / A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov // *J. Phys.: Conf. Ser.*— 2017.— Vol. 826.— P. 012023.

- 10) Kuraptsev, A. S. Coherent specular reflection of resonant light from a dense ensemble of motionless point-like scatters in a slab geometry / A. S. Kuraptsev, I. M. Sokolov, Ya. A. Fofanov // *Int. J. Mod. Phys.: Conf. Ser.*— 2016.— Vol. 41.— P. 1660141.
- 11) Kuraptsev, A. S. Density-dependent modifications of the transition spectrum of an atom located inside cold atomic ensemble / A. S. Kuraptsev // *J. Phys.: Conf. Ser.*— 2015.— Vol. 594.— P. 012047.
- 12) Курапцев, А. С. Сравнение макро- и микроскопического методов расчета диэлектрической проницаемости плотных ультрахолодных атомных облаков / А. С. Курапцев, И. М. Соколов // *Научно-технические ведомости СПбГПУ.*— 2012.— Т. 2.— С. 73 - 79.

### Список цитируемой литературы

- [1] Wiersma, D. S. Localization of light in a disordered medium / D. S. Wiersma, P. Bartolini, A. Lagendijk, al. et. // *Nature.* — 1997. — Vol. 390. — Pp. 671–673.
- [2] Bouwmeester, D. The Physics of Quantum Information / D. Bouwmeester, A. Ekert, Zeilinger A. — Springer-Verlag, 2001.
- [3] Campbell, G. K. The absolute frequency of the  $^{87}\text{Sr}$  optical clock transition / G. K. Campbell, A. D. Ludlow, S. Blatt, al. et. // *Metrologia.* — 2008. — Vol. 45. — P. 539.
- [4] Purcell, E. M. Spontaneous emission probabilities at radio frequencies / E. M. Purcell // *Proceedings of the American Physical Society.* — Vol. 69. — American Physical Society, 1946. — P. 681.
- [5] Agarwal, G. S. Quantum electrodynamics in the presence of dielectrics and conductors. IV. General theory for spontaneous emission in finite geometries / G. S. Agarwal // *Phys. Rev. A.* — 1975. — Vol. 12, no. 4. — Pp. 1475–1497.
- [6] Kleppner, D. Inhibited spontaneous emission / D. Kleppner // *Phys. Rev. Lett.* — 1981. — Vol. 47, no. 4. — Pp. 233–236.
- [7] Соколов, И. В. О задержке спонтанного распада в резонаторе / И. В. Соколов // *Опт. и Спектр.* — 1982. — Т. 53, № 1. — С. 9–11.
- [8] Kobayashi, T. Resonant dipole-dipole interaction in a cavity / T. Kobayashi, Q. Zheng, T. Sekiguchi // *Phys. Rev. A.* — 1995. — Vol. 52, no. 4. — Pp. 2835–2846.
- [9] Agarwal, G. S. Microcavity-induced modification of the dipole-dipole interaction / G. S. Agarwal, S. D. Gupta // *Phys. Rev. A.* — 1998. — Vol. 57, no. 1. — Pp. 667–670.
- [10] Dicke, R. H. Coherence in spontaneous radiation processes / R. H. Dicke // *Phys. Rev.* — 1954. — Vol. 93. — P. 99.
- [11] Glauber, R. J. Quantum optics of dielectric media / R. J. Glauber, Lewenstein M. // *Phys. Rev. A.* — 1991. — Vol. 43. — P. 467.
- [12] Milonni, P. W. Field quantization and radiative processes in dispersive dielectric media / P. W. Milonni // *J. Mod. Opt.* — 1995. — Vol. 42. — Pp. 1991–2004.
- [13] Crenshaw, M. E. Effects of local fields on spontaneous emission in dielectric media / M. E. Crenshaw, C. M. Bowden // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 85. — P. 1851.

- [14] Fu, H. Microscopic theory of spontaneous decay in a dielectric / H. Fu, P. R. Berman // Phys. Rev. A. — 2005. — Vol. 72. — P. 022104.
- [15] Кузнецов, Д. В. Локальное поле и скорость радиационной релаксации в диэлектрической среде / Д. В. Кузнецов, Вл. К. Рерих, М. Г. Гладуш // ЖЭТФ. — 2011. — Т. 140. — С. 742–754.
- [16] Соколов, И. М. Микроскопическая теория рассеяния слабого электромагнитного излучения плотным ансамблем ультрахолодных атомов / И. М. Соколов, Д. В. Куприянов, М. Д. Хэви // ЖЭТФ. — 2011. — Т. 139. — С. 288–304.
- [17] Гайтлер, В. Квантовая теория излучения / В. Гайтлер. — Изд-во иностр. лит., 1956.
- [18] Stephen, M. J. First-order dispersion forces / M. J. Stephen // Journal of Chemical Physics. — 1964. — Vol. 40. — P. 669.
- [19] Sokolov, I. M. A scaling law for light scattering from dense and cold atomic ensembles / I. M. Sokolov, A. S. Kuraptsev, D. V. Kupriyanov et al. // J. Mod. Opt. — 2013. — Vol. 60. — Pp. 50–56.