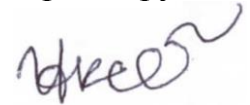


На правах рукописи



**Керестень Илья Алексеевич**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ПРОЦЕССОВ УКЛАДКИ КАБЕЛЯ ПОД ВОДОЙ**

**05.13.18 – Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ**

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Санкт-Петербург

2019

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном  
учреждении высшего образования  
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Научный руководитель: **Боровков Алексей Иванович**  
кандидат технических наук, доцент

Официальные оппоненты: **Родионов Александр Александрович**  
доктор технических наук, профессор, заведующий  
кафедрой «Строительная механика корабля»  
Федерального государственного бюджетного  
образовательного учреждения высшего образования  
«Санкт-Петербургский государственный морской  
технический университет»

**Шевченко Денис Владимирович**  
кандидат технических наук, заместитель  
генерального директора по науке Общества с  
ограниченной ответственностью «Всесоюзный  
научно-исследовательский центр транспортных  
технологий»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Государственный университет морского и речного  
флота имени адмирала С.О. Макарова»

Защита состоится «11» декабря 2019 года в \_\_\_\_\_ часов на заседании  
диссертационного совета Д 212.229.13 на базе федерального государственного  
автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-  
Петербургский политехнический университет Петра Великого» по адресу: 195251,  
г. Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 29, I корпус, аудитория 41.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГАОУ ВО «Санкт-  
Петербургский политехнический университет Петра Великого»  
<http://www.spbstu.ru/>.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

Ученый секретарь  
Диссертационного совета Д 212.229.13  
доктор технических наук, профессор



Григорьев Борис Семенович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность.** Для современного общества прокладка кабелей под водой играет крайне важную роль и является глобальным процессом, т.к. только на сегодняшний день десятки развитых стран, таких как Франция, Великобритания, США, Корея, ОАЭ и многие другие, занимаются кабелеукладкой. Многокилометровые проложенные под водой кабели используются для передачи телефонных разговоров, видеозаписей и Интернет-данных; электроснабжения островов, морских нефтяных и газовых платформ, ветровых, волновых и приливных электростанций, океанологических лабораторий.

Сегодня прокладка подводного телекоммуникационного кабеля под водой – это наиболее распространенный и надежный способ установления стабильных коммуникационных связей между континентами. Также прокладка подводного силового кабеля – это, зачастую, единственный способ осуществления электроснабжения городов, станций и лабораторий, изолированных водной преградой.

Укладка кабеля под водой является сложным технологическим процессом, ведь средняя глубина океана составляет 3.7 километра, а протяженность кабельных линий может достигать тысяч километров. Общая же длина всех кабельных систем, проложенных под водой, превышает 1 млн. км. Этого достаточно, чтобы 25 раз обогнуть Землю.

Работы по укладке кабелей под водой продолжают и сегодня. Помимо выполнения ремонтных работ и поддержания эксплуатационного состояния уже проложенных кабельных систем, активно создаются новые. К 2020 году планируется введение в строй целого ряда кабельных систем. Корпорации Google и RTI готовятся к реализации кабельной системы Гонконг – Гуам (HG-G), длиной 3900 км и соединяющей г. Ченкуанью Нью Таун с дер. Пити. Также корпорация Google анонсировала прокладку еще одной кабельной системы: США – Франция (Dunant), длиной 6400 км и соединяющей г. Верджиния-Бич с комунной Сент-Илер-де-Рье.

Для проведения математического моделирования кабелеукладки под водой требуется описать сложную нелинейную динамику протяженной кабельной линии с учетом гидродинамических сил сопротивления. Проблематика состоит в разработке цифровой наукоемкой платформы, позволяющей не только проводить инженерные и научные оценки формы и натяжения провисающего участка кабеля, но и дополнять ее различными нелинейными физико-механическими явлениями.

**Цель исследования** состоит в разработке цифровой математической модели процесса укладки кабеля под водой, позволяющей учитывать многочисленные физико-механические явления, имеющие место при проведении реальных морских работ.

Для достижения поставленной цели рассматриваются следующие **задачи исследования**:

- Анализ современных математических моделей укладки кабеля, а также смежных задач, связанных с применением теории механики кабеля и движением в жидкой среде;
- Разработка математической модели динамического равновесия кабеля при его укладке под водой с учетом:
  - растяжимости кабеля согласно закону Гука;
  - влияния подводного течения с профилем скорости, зависящим от глубины;
- Разработка комплекса программ для определения формы и натяжения провисающего участка кабеля;
- Разработка математической модели движения кабеля при его укладке под водой с учетом:
  - микроструктуры кабеля;
  - рассогласования скоростей схода кабеля и движения судна, вызванного сматыванием кабеля с барабана лебедки.
- Разработка интегрированной в конечно-элементный программный комплекс программы для приложения нагрузки на элементы кабеля.

**Методы решения.** Для решения поставленных задач применялись различные методы и программное обеспечение. Для решения общих задач использована конечно-разностная схема и итерационный многомерный метод Ньютона для решения системы нелинейных дифференциальных уравнений на языке программирования Matlab MathWorks. Также применялось прямое конечно-элементное моделирование с использованием явной схемы решения программного комплекса ABAQUS Explicit, а также языка программирования Fortran. Для решения некоторых частных задач об определении статического равновесия деформируемых систем использовалась неявная схема решения, реализованная в программных комплексах ABAQUS Implicit и ANSYS. Для моделирования динамики абсолютно жестких тел использовались методы GSTIFF и WSTIFF программного комплекса ADAMS и его модуля Machinery. Для подготовки геометрических моделей использовались системы автоматизированного проектирования SolidWorks и Siemens NX.

**Достоверность результатов исследования и сделанных выводов** подтверждаются многочисленными проведенными верификационными проверками, обоснованным применением современных программных систем, а также адекватностью физического представления о процессе и объекте исследования. Проведены проверки численных методов, а также проведено сравнение с известным аналитическим решением Меркина.

**Научная новизна** состоит в следующем:

- Для цифровой математической модели процесса укладки кабеля под водой:
  - впервые учтен профиль подводного течения для задачи Рауса-Аппеля;
  - впервые учтена многокомпонентная гетерогенная микроструктура кабеля за

счет использования рассчитанных эффективных характеристик кабеля и рассогласование скоростей схода кабеля и движения судна, вызванная сматыванием с барабана лебедки.

- Проведено исследование влияния скорости движения судна, механических свойств кабеля, подводного течения, микроструктуры и параметров рассогласованного движения на форму и натяжения провисающего участка кабеля.

**На защиту выносятся следующие положения:**

- Цифровые математические модели процесса укладки кабеля под водой;
- Программа для приложения нестационарной пространственной нагрузки на кабель, интегрированная в конечно-элементный программный комплекс;
- Результаты определения эффективных коэффициентов жесткости кабелей различных марок;
- Результаты исследования влияния скорости укладки кабеля, механических свойств кабеля, подводного течения, микроструктуры и рассогласования скоростей схода кабеля и движения судна на форму и натяжение провисающего участка кабеля.

**Практическая значимость работы** определяется возможностью проведения быстрой инженерной оценки формы и натяжения кабеля при его укладке под водой с использованием разработанного комплекса программ. Проведена оценка влияния профиля подводного течения в Норвежском море.

**Теоретическая значимость работы** состоит в разработанных цифровых математических моделях укладки кабеля под водой, допускающих возможность учета многочисленных физических явлений, имеющих место при проведении реальных морских работ.

**Апробация работы.** Результаты научно-исследовательской деятельности Керестеня И.А. по теме диссертации представлены на 5 докладах: дважды на конференции «Неделя науки СПбПУ» в 2015 и 2017 годах в Санкт-Петербурге; на конференции «Инженерные технологии MSC Software для высших учебных заведений» в 2016 году в МАДИ в Москве; на научном семинаре «Математическое моделирование процесса укладки кабеля под водой и анализ работоспособности роторного механизма с цевочной передачей» на кафедре «Механика и процессы управления» в ИПММ СПбПУ в Санкт-Петербурге в 2019 году; на съезде «XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механике» в 2019 году в Уфе. В 2017 году диссертационная работа была поддержана грантом комитета по науке и высшей школы правительства Санкт-Петербурга для студентов и аспирантов вузов, отраслевых академических институтов, расположенных на территории Санкт-Петербурга.

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 9 работ, из них 2 публикации в изданиях рекомендованных ВАК по специальности диссертационной работы и 1 свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ,

которое приравнивается к публикации из перечня ВАК.

**Структура и объем.** Работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы, включающего 106 наименований, и двух приложений. Основная часть работы изложена на 85 страницах машинописного текста. Работа содержит 45 рисунков, 3 таблицы.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обосновывается актуальность проблематики и приводится краткое содержание диссертационной работы.

**В первой главе** диссертации приведены общие сведения о процессе исследования – укладка кабеля под водой, а также об объекте исследования – подводный коммуникационный или силовой кабель. Представлен обзор литературы по современным работам в области механики деформируемого кабеля. В частности, одним из направлений исследования являются проблемы определения напряженно-деформированного состояния, прочности и разрушение кабеля. Работы 2008 и 2010 годов Немова А.С., Войнова И.Б., Боровкова А.И. и др. посвящены определению жесткостных характеристик канатов с иерархической структурой численным методом. Работа 2015 года D. Zhang и M. Ostoja-Starzewski посвящена исследованию изгибной жесткости участка троса. Работа 2016 года Y. Yu и др. посвящена исследованию трехточечного изгиба участка троса. Работа 2016 года K.H. Leong и др. посвящена вопросам разрушения кабеля для дистанционного динамика микрофона. Работа 2018 F.F. Luz и др. посвящена исследованию разрушения троса при растяжении.

В механике кабелей также рассматриваются задачи теплопроводности кабелей с гетерогенной структурой. Работа 2011 года M. Karahan и Ö Kalenderli посвящена исследованию температурного состояния и токовой нагрузки силового кабеля с гетерогенной структурой, проложенных в почве. Работа 2014 года S. Nolyk и др. также посвящена исследованию температурного состояния силового кабеля с гетерогенной структурой в зависимости от токовой нагрузки для различных геометрических конфигураций кабеля. Работа 2019 года Z. Xu и др. посвящена исследованию температурного состояния подводного силового кабеля с гетерогенной структурой. Работы 2016 года S. Dubitsky и др. и 2018 года J.C. del-Pino-López и др. посвящены исследованию вопросов электродинамики силового кабеля с гетерогенной структурой.

**Вторая глава** диссертации посвящена детальному описанию современного состояния, а также истории открытия и развития математических моделей об укладке кабеля под водой. Представлен обзор литературы по современным математическим моделям смежных задач о швартовании, буксировке и движению системы «судно – кабель – подводный аппарат». Схожесть этих классов задач обусловлена использованием теории механики нити движущейся в водной среде. Глава резюмируется описанием возможных направлений для проведения научного

исследования.

Задача о сматывании нити с горизонтально движущейся катушки и укладке ее под водой в виде установившегося динамического равновесия известна в литературе как задача Рауса-Аппеля. Впервые, Э. Раус в 1860 году рассмотрел эту задачу аналитически с учетом гидродинамических сил сопротивления воды, без учета растяжимости и течения воды. В отсутствие экспериментальных данных о сопротивлении кабелей, Э. Раус принял допущение, что сопротивление воды перемещению участка кабеля действует противоположно направлению перемещения, не зависит от угла атаки и пропорционально первой степени скорости. В 1893 году П. Аппель получил полное аналитическое решение задачи, поставленной Э. Раусом. Для случая плоского расположения весомой нерастяжимой гибкой нити в однородном потоке наиболее законченное решение задачи получил А.Н. Крылов, занимавшийся этой задачей в 1909 году в приложении к якорному тросу подводной мины. А.Н. Крылов предположил, что приходящаяся на единицу массы нити сила гидродинамического сопротивления действует в плоскости потока перпендикулярно направлению нити и по величине квадратично пропорциональна скорости с синусом угла атаки нити. В 1941 году А.П. Минаков расширил аналитическое решение возможностью учета растяжимости нити. Экспериментальные исследования сопротивления нитей, канатов и проволок в потоке проводились с начала XX века, со времени появления первых аэродинамических труб. Первые продувки тросов проводились на сравнительно больших углах атаки. Продувка канатов на малых углах атаки требовала более тонкой методики эксперимента. Только в 1961-1962 годах И.Р. Матросовым и С.Н. Чубаровым были опубликованы экспериментальные результаты определения коэффициентов лобового сопротивления и «подъемной силы» для каната при различных углах атаки, подтвердившие модель гидродинамического сопротивления, предложенную А.Н. Крыловым. В 1966-1970 годах Н.И. Алексеев пересмотрел аналитическое решение этой задачи с учетом экспериментально обоснованной модели гидродинамических сил сопротивления. В 1980 году Д.Р. Меркин приводит аналитическое решение задачи Рауса-Аппеля и конечный вид интегральных уравнений, описывающих форму и натяжение провисающей части тяжелой нерастяжимой нити в декартовой системе координат, связанной с движущимся судном.

В работах 2015-2016 годов Z. Ren, R. Skjetne и др. рассматривают задачу о численном моделировании швартования судна для фиксации месторасположения на поверхности воды. В качестве численного метода исследования, как правило, применяется метод конечных элементов. В рамках внешних сил, действующих на кабель, учитывается действие силы тяжести, силы Архимеда, силы нормального и касательного гидродинамического сопротивления, связанные с обтеканием кабеля подводным течением и влияние присоединенных масс жидкости.

В работе 2015 года J. Park и N. Kim рассматривают задачу о численном

моделировании буксировки подводного робота кабелем в сопротивляющейся среде. В качестве численного метода исследования применяется формулировка полных узловых координат. В рамках внешних сил, действующих на кабель, учитывается действие силы тяжести, силы Архимеда, силы нормального и касательного гидродинамического сопротивления связанного с движением кабеля при буксировке, а также влияние присоединенных масс жидкости. В работе 2017 года М. Vu и др. рассматривают совместное движение системы «судно – подводный робот» в сопротивляющейся среде. Для решения системы дифференциальных уравнений применяется метод стрельбы. В рамках внешних сил действующих на кабель учитывается действие силы тяжести, силы Архимеда, силы нормального и касательного гидродинамического сопротивления, связанные с движением кабеля при буксировке. В работах 2009, 2017-2018 годов В.В. Костенко и др. рассматривают движение подводного робота связанного кабелем с судном. В качестве численного метода применяется программа ZONA для гибкой нерастяжимой нити. В рамках внешних сил, действующих на кабель, учитывается действие силы тяжести, силы Архимеда, силы нормального и касательного гидродинамического сопротивления вызванная обтеканием в однородном потоке воды.

**Третья глава** диссертации посвящена математическому моделированию укладки кабеля как механической системы динамического равновесия в состоянии, т.н. «кажущегося покоя». Учтены растяжимость кабеля согласно закону Гука и влияние подводного течения с профилем скорости, изменчивым по глубине. В качестве численного метода исследования применяется итерационный многомерный метод Ньютона на базе конечно-разностной схемы. Проведены численные проверки и сравнение численного решения, полученного с использованием разработанного автором комплекса программ, с известным аналитическим решением. Рассмотрено влияние механических свойств кабеля и согласованной скорости укладки на форму и натяжение провисающего участка кабеля. Выполнена оценка формы и натяжения кабеля вблизи газового месторождения Ормен Ланге.

Рассматривается горизонтальное движение катушки со скоростью  $V$  (см. рис. 1), с которой сматывается нить со скоростью схода, совпадающей со скоростью движения катушки, и укладывается под водой на неподвижную горизонтальную плоскость глубины  $H$ . При равномерном и прямолинейном движении катушки, с течением времени провисающая часть нити приобретает установившуюся форму динамического равновесия. Исследуемыми характеристиками являются форма и натяжение нити.



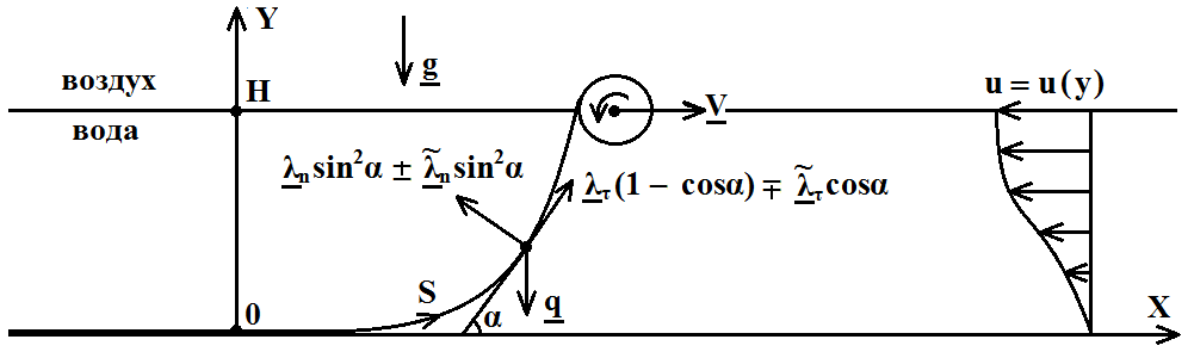


Рис. 1 Постановка задачи Рауса-Аппеля с учетом подводного течения с профилем скорости, зависящим от глубины

Уравнение движения нити вдоль установившейся линии кажущегося покоя при наличии внешних сил в естественных координатах имеет вид:

$$\frac{dT^*}{ds} + \underline{P} = 0, \frac{ds}{dl} = f(T). \quad (1)$$

Здесь  $T^*$  – кажущееся натяжение нити,  $\underline{P}$  – погонная равнодействующая сил, действующих на нить после растяжения,  $s$  – дуговая координата после растяжения,  $l$  – дуговая координата до растяжения,  $T$  – действительное натяжение нити,  $f(T)$  – закон растяжимости нити. Рассмотрим плоское движение нити и запишем проекции первого уравнения системы (1) на касательную и главную нормаль, а также запишем соотношения для радиуса кривизны  $\rho$  и влияние растяжимости нити согласно закону Гука:

$$\begin{aligned} \frac{dT^*}{ds} &= q \sin \alpha - \lambda_\tau (1 - \cos \alpha) \mp \tilde{\lambda}_\tau \cos \alpha = q \sin \alpha - \lambda_\tau (1 - \cos \alpha) \mp C_\tau u(y) \cos \alpha, \\ \frac{T^*}{\rho} &= q \cos \alpha - \lambda_n \sin^2 \alpha \mp \tilde{\lambda}_n \sin^2 \alpha = q \cos \alpha - \lambda_n \sin^2 \alpha \mp \chi_n u^2(y) \sin^2 \alpha, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\rho = \frac{ds}{d\alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} \frac{dx}{d\alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} \frac{dy}{d\alpha}, \quad q = \frac{q_0}{f(T)} = \frac{q_0}{1 + \frac{T}{\sigma E}} = \frac{q_0}{1 + \frac{T^* + \mu V^2}{\sigma E}}. \quad (3)$$

Здесь  $q$  – погонный вес нити,  $\lambda$  – гидродинамическая сила сопротивления,  $\alpha$  – угол между касательной к нити  $\tau$  и ординатой  $y$ ,  $u$  – скорость подводного течения, знак «-» соответствует встречному течению, а «+» – попутному,  $\sigma$  – площадь поперечного сечения нити,  $\mu$  – погонная масса нити.

Разделив первое уравнение на второе системы (2) с учетом уравнений связи и закона растяжимости (3) можно получить систему дифференциальных уравнений для определения кажущегося натяжения нити  $T^*$ , и положения различных точек нити, определяемых абсциссой  $x$ , ординатой  $y$  и дуговой координатой  $s$ . Для решения системы (4) с граничными условиями вида (5) необходимо, в первую очередь, разрешить первое и третье уравнения системы (4) совместно.

$$\begin{aligned}
\frac{dT^*}{d\alpha} &= \frac{q_0\sigma E \sin \alpha - \{\lambda_\tau(1 - \cos \alpha) \pm C_\tau u(y) \cos \alpha\}(\sigma E + T^* + \mu V^2)}{q_0\sigma E \cos \alpha - \{\lambda_n \sin^2 \alpha \pm \chi_n u^2(y) \sin^2 \alpha\}(\sigma E + T^* + \mu V^2)} T^*, \\
\frac{dx}{d\alpha} &= \frac{\cos \alpha (\sigma E + T^* + \mu V^2)}{q_0\sigma E \cos \alpha - \{\lambda_n \sin^2 \alpha \pm \chi_n u^2(y) \sin^2 \alpha\}(\sigma E + T^* + \mu V^2)} T^*, \\
\frac{dy}{d\alpha} &= \frac{\sin \alpha (\sigma E + T^* + \mu V^2)}{q_0\sigma E \cos \alpha - \{\lambda_n \sin^2 \alpha \pm \chi_n u^2(y) \sin^2 \alpha\}(\sigma E + T^* + \mu V^2)} T^*, \\
\frac{ds}{d\alpha} &= \frac{\sigma E + T^* + \mu V^2}{q_0\sigma E \cos \alpha - \{\lambda_n \sin^2 \alpha \pm \chi_n u^2(y) \sin^2 \alpha\}(\sigma E + T^* + \mu V^2)} T^*, \\
x_{\alpha=0} &= 0, y_{\alpha=0} = 0, y_{\alpha=\alpha_{\max}} = H, s_{\alpha=0} = 0.
\end{aligned} \tag{4}$$

Для удобства реализации численного решения аналитической нелинейной модели разработан алгоритм, состоящий из нескольких последовательных этапов.

**Этап 1:** Задание входных параметров, необходимых для решения: диаметр нити  $d$ , модуль упругости нити  $E$ , плотность нити  $\gamma_{\text{нити}}$ , плотность воды  $\gamma_{\text{воды}}$ , динамическая вязкость воды  $\eta$ , ускорение свободного падения  $g$ , скорость укладки  $V$ , глубина укладки  $H$ .

**Этап 2:** Пересчет эффективных параметров, участвующих в решении, на базе входных параметров: погонная масса нити  $\mu$ , площадь поперечного сечения нити  $\sigma$ , погонный вес нерастянутой нити  $q_0$ , погонная нормальная  $\lambda_n$  и касательная  $\lambda_\tau$  гидродинамические силы сопротивления.

**Этап 3:** Выбор настроек решателя: величина угла приращения  $d\alpha$  и количество итераций  $k$ . Для корректного численного решения необходимо рассмотреть несколько вариантов настроек решателя. Отметим, что применение итерационного метода Ньютона предполагает цикличное повторение этапов 4-8  $k$  раз для стабилизации решения.

**Этап 4:** Задание начального приближения, для первой итерации можно использовать известное аналитическое решение Меркина для аналитической линейной модели.

**Этап 5:** Определение верхнего предела  $\alpha_{\max}$  в соответствие с формулой (6):

$$\alpha = \left[ 0; \arccos \left\{ \frac{-q_0\sigma E + \sqrt{q_0^2\sigma^2 E^2 + 4(\lambda_n \pm \chi_n u^2(H))^2 (\sigma E + T_{y=H} + \mu V^2)^2}}{2(\lambda_n \pm \chi_n u^2(H))(\sigma E + T_{y=H} + \mu V^2)} \right\} \right]. \tag{6}$$

**Этап 6:** Для численного решения первого и третьего дифференциальных уравнений системы (4) используется конечно-разностная схема, позволяющая сформировать систему нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned}
\frac{T_{i+1}^* - T_i^*}{\alpha_{i+1} - \alpha_i} &= \frac{q_0\sigma E \sin \alpha_i - \{\lambda_\tau(1 - \cos \alpha_i) \pm C_\tau u(y_i) \cos \alpha_i\}(\sigma E + T_i^* + \mu V^2)}{q_0\sigma E \cos \alpha_i - \{\lambda_n \sin^2 \alpha_i \pm \chi_n u^2(y_i) \sin^2 \alpha_i\}(\sigma E + T_i^* + \mu V^2)} T_i^*, \\
\frac{y_{i+1} - y_i}{\alpha_{i+1} - \alpha_i} &= \frac{\sin \alpha_i (\sigma E + T_i^* + \mu V^2)}{q_0\sigma E \cos \alpha_i - \{\lambda_n \sin^2 \alpha_i \pm \chi_n u^2(y_i) \sin^2 \alpha_i\}(\sigma E + T_i^* + \mu V^2)} T_i^*.
\end{aligned} \tag{7}$$

**Этап 7:** Для численного решения системы нелинейных алгебраических уравнений (7) применим итерационный метод Ньютона, который в данном случае будет иметь

следующий вид:

$$\mathbf{J}^{(k)} \Delta \Phi^{(k)} = -\mathbf{F}^{(k)}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{N \times 1}^* \\ \mathbf{y}_{(N-2) \times 1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J}_{2(N-1) \times 2(N-1)} = \begin{bmatrix} \mathbf{J1}_{(N-1) \times (N)} & \mathbf{J2}_{(N-1) \times (N-2)} \\ \mathbf{J3}_{(N-1) \times (N)} & \mathbf{J4}_{(N-1) \times (N-2)} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Здесь  $\mathbf{J}^{(k)}$  – матрица Якоби,  $\Delta \Phi^{(k)}$  – поправка к приближению для системы,  $\mathbf{F}^{(k)}$  – невязка системы,  $\Phi^{(k)}$  – приближение для системы.

**Этап 8:** Заключительным этапом является определение абсциссы  $x$  и дуговой координаты  $s$  с применением явного метода Эйлера, а также переход от кажущегося натяжения  $\mathbf{T}^*$  к действительному  $\mathbf{T}$ :

$$x_{i+1} = x_i + \frac{T_i^* (\alpha_{i+1} - \alpha_i) \cos \alpha_i (\sigma E + T_i^* + \mu V^2)}{q_0 \sigma E \cos \alpha_i - \{\lambda_n \sin^2 \alpha_i \pm \chi_n u^2(y_i) \sin^2 \alpha_i\} (\sigma E + T_i^* + \mu V^2)}, \quad (9)$$

$$s_{i+1} = s_i + \frac{T_i^* (\alpha_{i+1} - \alpha_i) (\sigma E + T_i^* + \mu V^2)}{q_0 \sigma E \cos \alpha_i - \{\lambda_n \sin^2 \alpha_i \pm \chi_n u^2(y_i) \sin^2 \alpha_i\} (\sigma E + T_i^* + \mu V^2)},$$

$$T_i = T_i^* + \mu V^2. \quad (10)$$

На рис. 2. представлены результаты определения формы и натяжения провисающего участка кабеля для кабелей, свойства которых указаны в табл. 1.

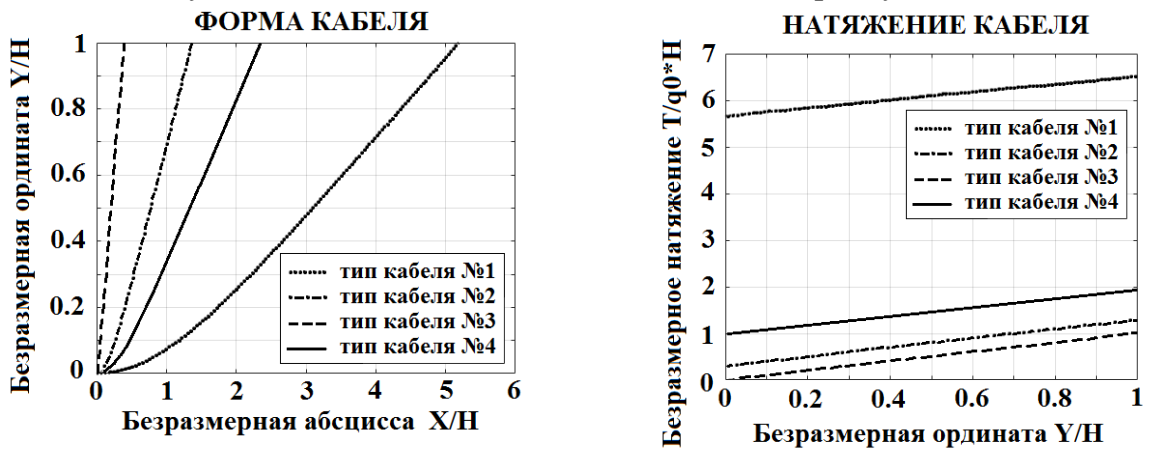


Рис. 2 Влияние механических характеристик кабеля на форму и натяжение провисающей части кабеля

Табл. 1 Механические параметры кабеля

Легенда	$\gamma_{\text{нпм}}$ , кг/м <sup>3</sup>	$E$ , Па	$d$ , м
.....	1300	$7 \cdot 10^8$	0.041
—•—•—	3112.5	$9 \cdot 10^9$	0.047
— — —	5500	$2.55 \cdot 10^{10}$	0.1003
————	7850	$2.15 \cdot 10^{11}$	0.00599

На рис. 3 представлено влияние встречного подводного течения, с профилем, характерным для Норвежского моря.

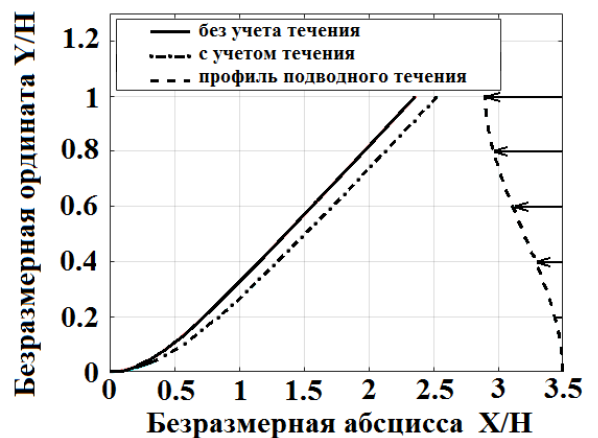


Рис. 3 Форма кабеля в Норвежском море вблизи газового месторождения Ормен Ланге

**В четвертой главе** диссертации рассматривается математическое моделирование движения кабеля при его укладке под водой с использованием разработанной автором программы нестационарного пространственного нагружения кабеля, интегрированной в конечно-элементный программный комплекс. В качестве численного метода исследования применяется прямое конечно-элементное моделирование в программной системе ABAQUS с использованием разработанной автором интегрированной программы. Проведены численные проверки и сравнения с аналитическими решениями. Впервые учтена многокомпонентная гетерогенная микроструктура кабеля в виде эффективных характеристик кабеля и рассогласованность скорости схода кабеля, вызванная сматыванием с барабана лебедки.

Для учета вышеописанных нелинейных эффектов, расширим уравнение статического равновесия нити (1) – рассмотрим систему дифференциальных уравнений для изгибных колебаний балки Бернулли-Эйлера при наличии осевой силы и продольных колебаний стержня относительно прогиба  $w$  и удлинения  $u$ .

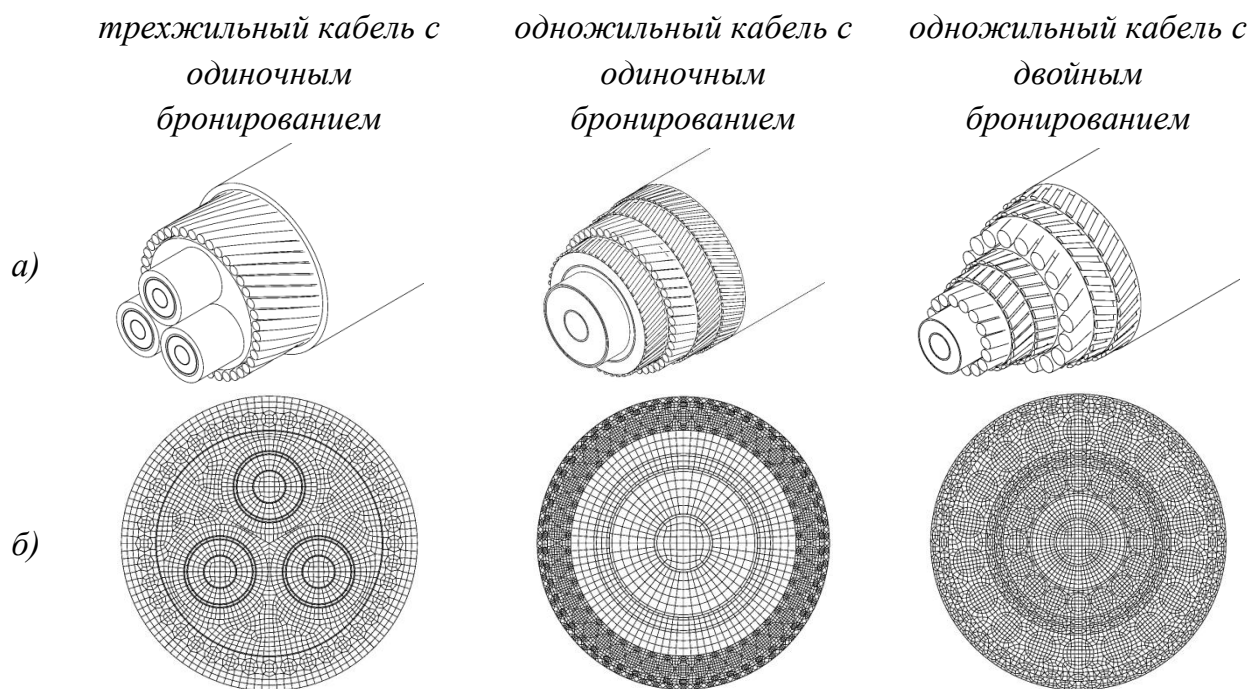
$$\begin{aligned} EI \frac{\partial^4 w(s,t)}{\partial s^4} - \frac{\partial}{\partial s} \left( T(s,t) \frac{\partial w(s,t)}{\partial s} \right) + \gamma \sigma \frac{\partial^2 w(s,t)}{\partial t^2} &= q_w(s,t), \\ -\sigma E \frac{\partial^2 u(s,t)}{\partial s^2} + \gamma \sigma \frac{\partial^2 u(s,t)}{\partial t^2} &= q_u(s,t). \end{aligned} \quad (11)$$

Для реализации прямого конечно-элементного процессов укладки кабеля необходимо разработать конечно-элементную модель включающую следующие ключевые составляющие: геометрическая поверхность дна; геометрическая область, ограниченная поверхностью дна и поверхностью воды, в этой области прикладывается гидродинамическая сила сопротивления среды (отсутствие стандартных инструментов для приложения нагрузки, зависящей от расположения, скорости движения и ориентации кабеля обосновало необходимость разработки интегрированной программы по определению пользовательской нагрузки, блок-схема которой представлена на рис. 4.а.).



Рис. 4: а – блок-схема математической модели движения кабеля при его укладке под водой; б – распределение натяжения на установившейся форме кабеля

Полный учет микроструктуры кабеля (см. рис. 5.а) при его укладке под водой не предоставляется возможным, т.к. потребовал бы чрезмерно больших вычислительных и временных ресурсов для описания напряженно-деформированного состояния многокомпонентной гетерогенной конструкции кабеля для определения его влияния на укладку кабеля под водой. В связи с этим проводится аналогия между многокомпонентной гетерогенной конструкцией кабеля и однородной моделью с эффективными коэффициентами жесткости.



*Рис. 5 Рассматриваемые конструкции подводного силового кабеля: а – пространственная полномасштабная геометрическая модель; б – сечение конечно-элементной модели*

Для определения эффективного модуля упругости кабеля  $E$ , эффективного модуля сдвига кабеля  $G$ , эффективного момента инерции кабеля на изгиб  $I$  и эффективного момента инерции кабеля на кручение  $J$  рассматриваются три задачи теории упругости о растяжении, изгибе и кручении (см. рис. 6) для конечно-элементной модели кабелей различных типов, сечения которых представлены на рис. 5.б.

По результатам сопоставления формы провисающего кабеля на примере задачи о стационарном провисании кабеля закрепленного по концам, представленным на рис. 7, можно сказать, что только одножильный кабель с одиночным бронированием обладает таким высоким значением эффективной жесткости –  $EI$ , что для описания формы этого кабеля недостаточно использовать теорию механики нити. Любопытно, что кабель с большим диаметром обладает большей эффективной изгибной жесткостью  $EI$  чем кабель с большим бронированием. С точки зрения механики это объясняется большим влиянием геометрической удаленности материалов кабеля от нейтральной линии по сравнению с увеличением жесткости конструкции кабеля.

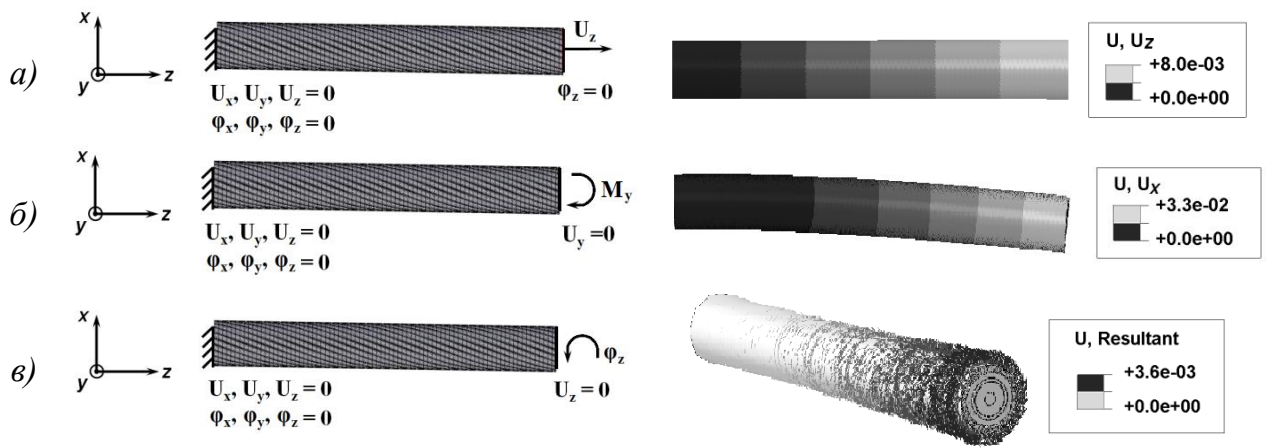


Рис. 6 Граничные условия и распределение перемещений задач теории упругости для определения эффективных коэффициентов жесткости: а – растяжение; б – изгиб; в – кручение.

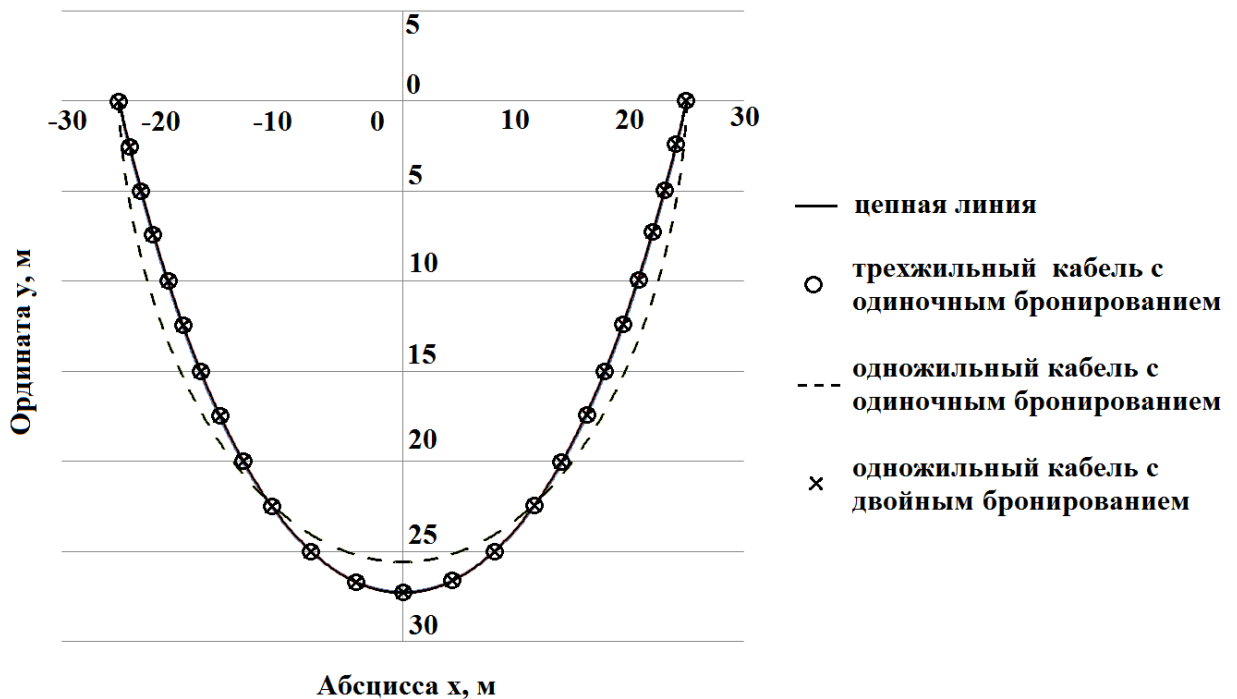
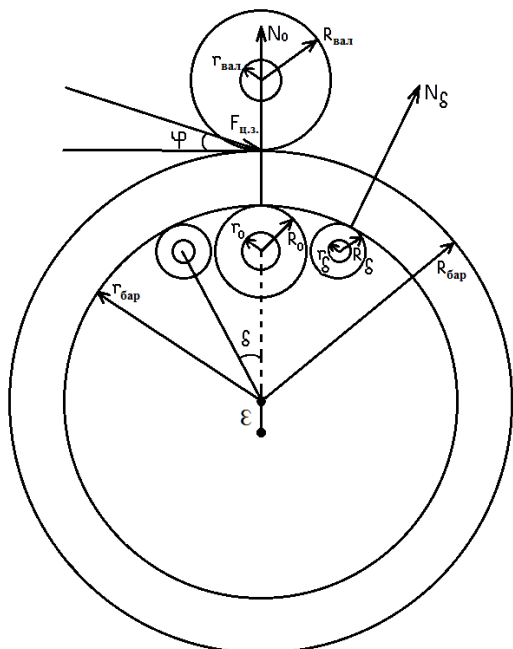


Рис. 7 Сравнение формы кабеля для кабелей различных типов на примере задачи о стационарном провисании кабеля в воде

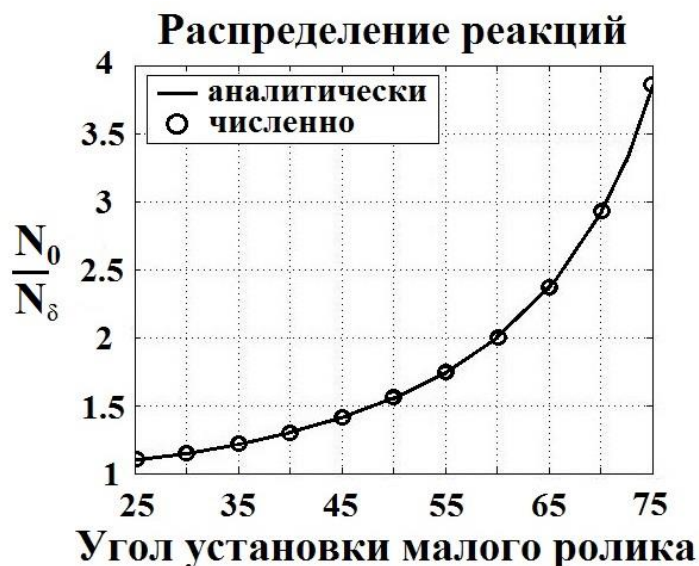
Кроме влияния микроструктуры кабеля, также рассмотрен эффект рассогласованного динамического движения. Одной из возможных причин нестационарного движения является сматывание кабеля с барабана лебедки.

Для учета этого эффекта последовательно рассматриваются серия связанных друг с другом аналитически и численно в программной системе MSC.ADAMS: определение статического распределения реакций для схемы крепления барабана лебедки (см. рис. 8); определение момента силы, необходимого для запуска лебедки (см. рис. 9.а); определение потребляемой мощности электродвигателя при вращении барабана согласно заданному скоростному режиму (см. рис. 9.б).

В качестве лебедки, обеспечивающей сматывание кабеля, рассмотрим механизм, представляющий из себя барабан, обладающий эксцентриситетом, с намотанным на него кабелем, который опирается на вращающиеся опорные ролики. На рис. 8.б приведено отношение реакций большого опорного ролика к малому в зависимости от угла установки малого ролика  $\delta$ .



а) основные механические параметры



б) чувствительность к углу установки малого опорного ролика  $\delta$

Рис. 8 Схема устройства лебедки и сопоставление аналитического и численного решения на примере определения распределения реакций схемы крепления

Моментом силы, необходимым для запуска лебедки является сумма момента силы трения опорных роликов приведенная к валу и собственного момента трения:

$$M_{\text{пуска}} = \frac{R_{\text{вал}}}{R_{\text{бара.}} \cos \varphi} \left( \frac{r_{\text{бара.}}}{R_0} \mu \tilde{N}_0 r_0 + 2 \frac{r_{\text{бара.}}}{R_\delta} \mu \tilde{N}_\delta r_\delta + m_{\text{бара.}} g \varepsilon \right) + \mu F_{\text{вал}} r_{\text{вал}}, \quad (12)$$

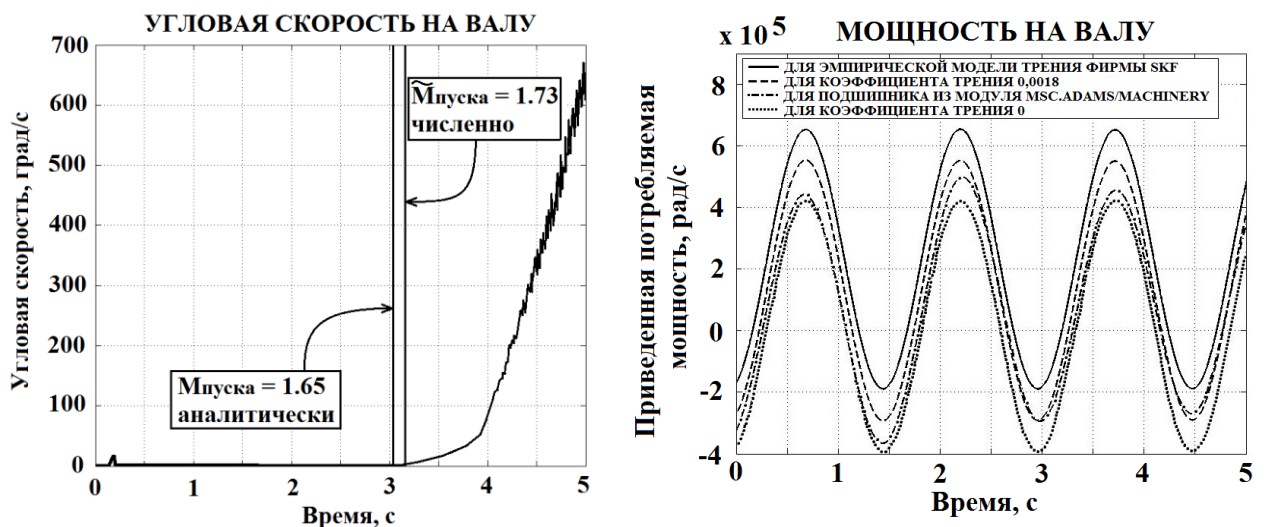
где  $\varphi$  – угол зацепления,  $\mu$  – коэффициент трения,  $\varepsilon$  – эксцентриситет барабана. На рис. 9.а представлена зависимость угловой скорости приводного вала при линейно возрастающем моменте силы на валу.

После преодоления статических сил сопротивления возможна эксплуатация лебедки согласно заданному скоростному режиму работы барабана лебедки. Для определения внешнего момента силы сформируем выражение для Лагранжиана механической системы (13) и подставим его в уравнение Лагранжа 2 рода (14).

$$L = \left[ J_{\text{вал}} + \frac{1}{\eta^2} J_{\text{бара.}} + \frac{2}{\eta^2} \left( \frac{r_{\text{бара.}}}{R_\delta} \right)^2 J_\delta + \frac{1}{\eta^2} \left( \frac{r_{\text{бара.}}}{R_0} \right)^2 J_0 \right] \frac{(\dot{\varphi}_{\text{вал}})^2}{2} - \frac{m_{\text{бара.}} g \varepsilon}{\eta} \left[ 1 - \cos \left( \frac{\varphi_{\text{вал}}}{i} \right) \right]. \quad (13)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_{\text{вал}}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_{\text{вал}}} = M_{\text{внеш.}} - \mu F_{\text{вал}} r_{\text{вал}} - \mu \left[ \frac{N_0}{\eta} \frac{r_{\text{бара.}}}{R_0} r_0 + \frac{2 N_\delta}{\eta} \frac{r_{\text{бара.}}}{R_\delta} r_\delta \right]. \quad (14)$$

Здесь  $\eta$  – КПД зубчато-цевочной передачи;  $i$  – передаточное отношение;  $J_{вал} / J_{бар.} / J_{\delta} / J_0$  – момент инерции вала/барабана/большого опорного ролика/малого опорного ролика. На рис. 9.б приведено сопоставление различных диссипативных моделей для подшипников, установленных в большом и малых опорных роликах: идеальная модель с коэффициентом трения скольжения, равным 0; модель с коэффициентом трения скольжения, равным 0.0018; эмпирическая модель трения шведской компании SKF, учитывающая условия нагружения, вид подшипника, скоростной режим и другие факторы; модель трения подшипника из модуля MSC.ADAMS/Machinery, позволяющего использовать параметризованную модель подшипника из вложенной библиотеки данных. Колебания, представленные на рис. 9.б обусловлены наличием эксцентриситета у барабана лебедки.



а) зависимость угловой скорости приводного вала при линейно возрастающем моменте силы на валу

б) сравнение различных способов описания подшипника качения на примере приведенной потребляемой мощности приводного вала лебедки

Рис. 9 Результаты определения момента силы, необходимого для запуска лебедки и потребляемой мощности электродвигателя при вращении барабана лебедки согласно заданному скоростному режиму работы

Рассмотрим теперь динамическое движение укладки кабеля как механической системы динамического рассогласованного движения, обусловленное сматыванием кабеля с барабана лебедки. Важно понимать, что рассогласованное движение – нестационарное. Вследствие этого будет отсутствовать установившаяся форма динамического равновесия, как это было ранее на рис. 2, 3 и 4б. В виду того, что весь процесс укладки кабеля при рассогласованном движении – переходный процесс, то форма, приобретаемая кабелем, определяется величиной рассогласования и временем, в течение которого проводилась рассогласованная укладка кабеля. Рассмотрим 10% рассогласование скорости движения судна-кабелеукладчика и скорости схода кабеля. На рис. 10



представлено влияние длительности процесса рассогласованного движения на форму кабеле при его укладке под водой.

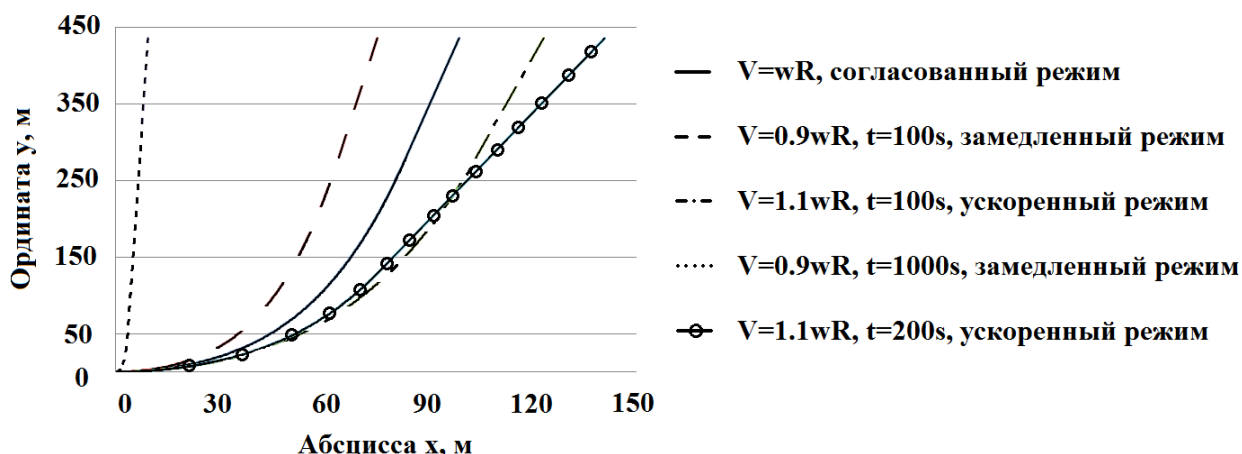


Рис. 10 Влияние времени, в течение которого проводилась рассогласованная укладка кабеля на приобретаемую форму кабеля

Из анализа результатов, представленных на рис. 10, можно заметить, что при замедленном режиме укладки кабеля (скорость движения судна ниже скорости схода кабеля), форма кабеля постепенно приобретает вертикальное положение, а в случае ускоренного режима (скорость движения судна выше скорости схода кабеля) – вначале увеличивается провисающий участок кабеля, а в дальнейшем кабель приобретает более вытянутую и линейную форму.

**В заключении** диссертации сформулированы основные выводы:

1. Разработана математическая модель динамического равновесия кабеля при его укладке под водой с учетом растяжимости кабеля согласно закону Гука и влияния профиля подводного течения, изменчивого по глубине.
2. Разработан комплекс программ для инженерной оценки формы и натяжения провисающего участка кабеля на языке программирования Matlab MathWorks.
3. Разработана математическая модель движения кабеля при его укладке под водой с учетом микроструктуры кабеля и рассогласования скоростей схода кабеля и движения судна, обусловленного сматыванием кабеля с барабана лебедки.
4. Разработана программа по приложению нестационарной пространственной нагрузки на кабель на языке программирования Fortran, интегрированная в конечно-элементный программный комплекс.

**Опубликованные научные работы по теме диссертации:**

1. Керестень И.А., Войнов И.Б., Михайлов А.А., Боровков А.И. Рационализация процессов пуска и работы катушечного механизма // Неделя науки СПбПУ : материалы научного форума с международным участием. Институт прикладной математики и механики. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2015. – С. 82-84.

2. Керестень И.А., Войнов И.Б., Михайлов А.А., Боровков А.И. Численное моделирование, исследование и анализ процессов пуска и работы роторного механизма // Неделя науки СПбПУ : материалы научного форума с международным участием. Лучшие доклады. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2016. – С. 190-194.

3. Керестень И.А., Войнов И.Б., Михайлов А.А., Боровков А.И. Идентификация параметров контактной взаимосвязи Impact-метода MSC.ADAMS, исследование распределения реакций схемы крепления роторного механизма [электронный ресурс] : [сайт] – Москва, 2016. – 6 с. – Режим доступа: [http://docs.mscsoftware.ru/conf/vuz2016/21\\_Keresten-tesis.pdf](http://docs.mscsoftware.ru/conf/vuz2016/21_Keresten-tesis.pdf) (23.05.2016).

4. Керестень И.А., Плотников Ф.С., Войнов И.Б., Михайлов А.А., Боровков А.И. Численное моделирование зацепления цевочной передачи роторного механизма и исследование чувствительности факторов зацепления к изменению межосевого расстояния // Неделя науки СПбПУ : материалы научной конференции с международным участием. Институт прикладной математики и механики. – СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2017. – С. 115-118.

5. Керестень И.А. Численная идентификация пределов работоспособности цевочной передачи роторного механизма и исследование чувствительности факторов зацепления на изменение межосевого расстояния // Двадцать вторая Санкт-Петербургская Ассамблея молодых ученых и специалистов: Сборник тезисов. – СПб. : Изд-во СПбГУПТД, 2017. – С. 154-155.

**6. Керестень И.А., Михайлов А.А., Войнов И.Б., Боровков А.И. Численное моделирование укладки растяжимого кабеля на дно моря с движущегося судна с учетом гидродинамических сил сопротивления воды // Подводные исследования и робототехника. 2019 №1 (27). С. 12-20.**

**7. Керестень И.А., Войнов И.Б. Конечно-разностная программа укладки кабеля под водой // Свидетельство о регистрации программы для ЭВМ № 2019613644, Роспатент, М., 20.03.19.**

8. Керестень И.А., Михайлов А.А., Войнов И.Б., Боровков А.И. Алгоритм численного определения формы и натяжения провисающей части растяжимой гибкой нити при сматывании с движущейся катушки под водой на горизонтальную плоскость // XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Аннотации докладов. – Уфа: РИЦ БашГУ, 2019 С. 19.

**9. Керестень И.А., Корнилова Е.В., Михайлов А.А. Конечно-элементное определение эффективных коэффициентов жесткости для силовых подводных кабелей с гетерогенной структурой // Морские интеллектуальные технологии. 2019 №3 (45) том 3. С. 208-215.**