

На правах рукописи



Серов Виталий Дмитриевич

**Резонансный модифицированный процесс
Брейта-Уилера в сильном электромагнитном
поле**

1.3.3. Теоретическая физика

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург

2025

Работа выполнена в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого».

Научный руководитель:

Дубов Виктор Викторович, доктор физико-математических наук, доцент

Официальные оппоненты:

Корнев Алексей Станиславович, доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры теоретической физики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Воронежский государственный университет», г. Воронеж.

Бобыль Александр Васильевич, доктор физико-математических наук, профессор, ведущий научный сотрудник лаборатории физико-химических свойств полупроводников федерального государственного бюджетного учреждения науки «Физико-технический институт им. А.Ф. Иоффе Российской академии наук», г. Санкт-Петербург.

Ведущая организация: федеральное государственное бюджетное учреждение высшего образования и науки «Санкт-Петербургский национальный исследовательский Академический университет имени Ж.И.Алфёрова Российской академии наук», г. Санкт-Петербург.

Защита состоится 17 сентября 2025 г. в 17:30 на заседании диссертационного совета У 1.3.3.09 на базе федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» (195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 29, аудитория 265 второго учебного корпуса).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «СПбПУ» и на сайте <https://www.spbstu.ru/>.

Автореферат разослан « » 2025 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета У 1.3.3.09,
д-р физ.-мат. наук, доцент



Орленко
Елена Владимировна

Общая характеристика работы

Актуальность темы.

Квантовая электродинамика (КЭД) является неотъемлемой составляющей Стандартной модели, и высочайшая точность её предсказаний неоднократно подтверждалась экспериментально. Это достигается путём добавления большого числа поправок в рядах теории возмущений благодаря малости соответствующей константы связи — постоянной тонкой структуры α . Однако при добавлении в рассмотрение внешнего поля, например, магнитного или когерентного лазерного, константа связи эффективно увеличивается, поэтому пертурбативный подход становится неэффективным. С увеличением напряжённостей этих полей всё более значительную роль в физических процессах играют квантовые нелинейные эффекты, изучение которых важно, например, для астрофизики магнетаров и нейтронных звёзд.

Ключевую роль в зарождении КЭД во внешнем поле сыграли работы Волкова [1] (нахождение решения уравнения Дирака для электрона в поле плоской электромагнитной волны), Швингера [2], Брауна и Киббла [3] (нахождение функции Грина для электрона в поле плоской электромагнитной волны). Также этому способствовало появление первого лазера в 1960 году, давшее начало интенсивным теоретическим исследованиям в новых областях физики (нелинейная оптика, лазерная плазма, квантовая электродинамика в лазерном поле и других). Дальнейшее развитие и совершенствование лазеров, связанные прежде всего с уменьшением длительности импульса и увеличением пиковой интенсивности, сделали возможным проведение экспериментов для изучения взаимодействия излучения с веществом в релятивистском режиме. Это коррелирует с колоссальным количеством работ, опубликованных за последние три десятилетия.

Одной из особенностей процессов КЭД второго и выше порядков по постоянной тонкой структуры во внешнем поле является возможность наличия так называемых резонансов Олейника [4; 5]. Их суть заключается в том, что благодаря фотонам внешнего поля становятся разрешёнными некоторые процессы низших порядков (например, однофотонное рождение электрон-позитронной пары), которые не являлись бы таковыми без внешнего поля, поэтому при некоторых условиях промежуточная виртуальная частица может выйти на массовую оболочку и стать реальной. Это приводит к то-

му, что процесс более высокого порядка эффективно распадается на два последовательных процесса более низкого порядка. При этом получаемое дифференциальное сечение может на несколько порядков величины превышать соответствующее нерезонансное [6].

Одним из фундаментальных примеров процесса КЭД второго порядка по постоянной тонкой структуры является рождение электрон-позитронной пары двумя гамма-квантами, или так называемый процесс Брейта-Уилера. Во внешнем лазерном поле он изучался теоретически во многих работах. Однако именно резонансный случай в сильном поле ранее практически не изучался.

Основным параметром при описании процессов КЭД во внешнем поле является классический релятивистски-инвариантный параметр [7]

$$\eta = \frac{eF\lambda}{mc^2}, \quad (1)$$

который численно равен отношению работы поля на длине волны к энергии покоя электрона. Здесь e и m — заряд и масса электрона, F и λ — напряжённость и приведённая длина волны поля. Исходя из величины этого параметра, внешние поля классифицируются как слабые ($\eta \ll 1$), сильные ($\eta \gtrsim 1$) или сверхсильные ($\eta \gg 1$). В данной работе основное внимание уделяется случаю сильного поля, но также обсуждаются границы применимости используемых методов для сверхсильных полей. Случай слабого поля тоже отдельно рассматривается.

В настоящее время становится всё больше лазерных систем мощностью порядка 10 ПВт, пиковые интенсивности которых могут превышать отметку в 10^{23} Вт/см², соответственно, для них параметр $\eta \gtrsim 100$. Отсюда следует актуальность теоретического изучения процессов КЭД в сильном электромагнитном поле, в частности, резонансного процесса Брейта-Уилера.

Степень разработанности темы исследования обусловлена математическим формализмом КЭД во внешнем поле. За недавнее время было опубликовано несколько работ (например, К. Кьяна или Х.-Х. Сонга), в которых проводится теоретическое рассмотрение и численное моделирование процесса Брейта-Уилера в нерезонансном случае. В диссертации обращается внимание на возможность резонансного протекания данного процесса.

Целью данной работы является построение релятивистской теории резонансного процесса Брейта-Уилера в сильном и слабом поле плоской электромагнитной волны.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Используя общие методы КЭД во внешнем электромагнитном поле, определить амплитуду данного процесса в сильном поле и представить её в виде суммы парциальных амплитуд.
2. Детально изучить резонансную кинематику процесса. Выяснить, от каких величин зависят резонансные энергии конечных частиц.
3. Используя методы квантовой теории поля, вычислить резонансное дифференциальное сечение процесса в сильном поле.
4. Провести анализ полученного резонансного сечения, сравнить полученный результат с аналогичным для нерезонансного случая, а также проанализировать предельные случаи.
5. Отдельно рассмотреть случай слабого поля.

Методология и методы исследования основаны на вычислительных техниках, применяемых для расчёта процессов КЭД во внешнем поле. Рассмотрение проводится полуклассически: внешняя волна считается классическим полем, а остальные присутствующие частицы берутся как квантово-механические объекты на фоне этого поля. Для аналитических вычислений используется ультрарелятивистское приближение, применимость которого коррелирует с необходимыми для появления резонанса условиями. Итоговый анализ полученного дифференциального сечения проводился численно.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Резонансные энергии конечной электрон-позитронной пары значительно зависят от их углов вылета, а также от квантовых параметров, равных отношениям энергий начальных гамма-квантов к характерным энергиям соответствующих процессов первого порядка.
2. В сильном поле допустимы процессы с определённым числом поглощённых фотонов внешней волны, начиная с некоторого минимального значения, которое определяется отношением энергии начального гамма-кванта к характерной энергии стимулированного процесса

Брейта-Уилера. В случае слабого поля имеется пороговое значение для энергии по крайней мере одного из начальных гамма-квантов.

3. Дифференциальное сечение резонансного процесса, полученное в условиях отсутствия интерференции каналов реакции, превышает нерезонансное на несколько порядков величины.

Научная новизна:

1. Впервые создана релятивистская теория для процесса Брейта-Уилера в сильном поле плоской монохроматической волны.
2. Впервые найдены резонансные энергии конечной электрон-позитронной пары.
3. Впервые получено аналитическое дифференциальное сечение резонансного процесса Брейта-Уиллера, проанализированы предельные случаи.
4. Впервые показано, что резонансное дифференциальное сечение процесса Брейта-Уилера может существенно превышать соответствующее нерезонансное сечение.

Практическая значимость заключается в развитии теоретических представлений о процессе Брейта-Уилера. Полученные характерные особенности могут быть использованы при подготовке экспериментов по наблюдению процессов КЭД во внешнем поле (например, в международных научно-исследовательских центрах SLAC, ELI, LUXE и других).

Достоверность полученных результатов обеспечивается использованием хорошо развитых методов квантовой теории поля, в частности, квантовой электродинамики во внешнем поле. Результаты находятся в соответствии с результатами, полученными другими авторами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на 2 всероссийских и 3 международных конференциях:

1. 17th Russian Gravitational Conference — International Conference on Gravitation, Cosmology and Astrophysics (RUSGRAV-17), June 28–July 4 2020, Saint Petersburg, Russian Federation.
2. SPIE Optics + Optoelectronics 2021, April 19-22 2021, Prague, Czech Republic (Online Only).
3. Всероссийская научная конференция «Неделя науки ФизМех», 4-9 апреля 2022 г. — СПб.

4. VII International Conference “Models in Quantum Field Theory” (MQFT-22), October 10-14 2022, Saint Petersburg, Russian Federation.
5. Всероссийская научная конференция «Неделя науки ФизМех», 3-7 апреля 2023 г. — СПб.

Личный вклад. Автор внёс определяющий вклад в проведении аналитических выкладок и использовании математических программ для численных расчетов дифференциальных сечений, а также определению физического смысла основных параметров задачи.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 7 печатных изданиях, 4 из которых изданы в журналах, индексируемых Scopus и Web of Science и рекомендованных ВАК, 3 — в тезисах докладов.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и её практическая значимость, описывается используемая методология.

Первая глава посвящена обзору научной литературы по изучаемой тематике.

В **разделе 1.1** приводятся примечательные работы по КЭД во внешних (лазерных) полях, основной акцент делается на больших обзорах. Упомянутые исследования являются лишь малой частью опубликованных работ за последние десятилетия, что демонстрирует большой интерес к рассматриваемой тематике.

В **разделе 1.2** упоминаются статьи, посвящённые рассматриваемому в диссертации процессу Брейта-Уилера. В них основное внимание уделяется необходимости разрабатываемых экспериментов на новейших лазерных установках.

Раздел 1.3 посвящён работам по резонансным процессам КЭД во внешнем поле. Акцент делается на работах, опубликованных за последнее время группой из СПбПУ, в которую входит автор.

Вторая глава посвящена рассмотрению резонансного процесса Брейта-Уилера, модифицированного полем плоской электромагнитной волны в случае сильного поля.

В **разделе 2.1** обсуждается классический релятивистски-инвариантный параметр, который определяет нелинейность эффектов при взаимодействии поля волны с веществом и в принятой естественной системе единиц $\hbar = c = 1$ записывается как

$$\eta = \frac{eF}{m\omega}, \quad (2)$$

где e и m — заряд и масса электрона, F — напряжённость поля, а ω — круговая частота внешней волны. Так как при достижении критической напряжённости поля Швингера $F_* \approx 1,3 \cdot 10^{16}$ В/см перестаёт быть справедливым уравнение Дирака, необходимо ввести ограничение сверху на параметр η при помощи следующей оценки

$$\eta \ll \eta_{max}, \quad \eta_{max} = \min \left(\frac{E_{\pm}}{m} \right), \quad (3)$$

где $E_{\pm}$ — энергии конечных частиц (в рассматриваемом процессе — электрона и позитрона). Тогда, при рассмотрении энергий $E_{\pm} \lesssim 10^2$ ГэВ такое ограничение оценивается как $\eta \ll \eta_{max} \sim 10^5$, что работает для напряжённостей поля вплоть до $F \ll F_{max} \sim 10^{15}$ В/см (или интенсивностей $I \ll I_{max} \sim 10^{28}$ Вт/см²).

Также вводятся понятия 4-квазиимпульса и эффективной массы, которые заменяют собой обычные 4-импульсы и массы при рассмотрении процессов в сильном поле ($\eta \gtrsim 1$) [7]

$$\tilde{p} = p + \eta^2 \frac{m^2}{(pk)} k, \quad m_* = m \sqrt{1 + \eta^2}, \quad (4)$$

где k — 4-импульс фотона внешнего поля.

Раздел 2.2 посвящён написанию амплитуды для модифицированного внешним полем процесса Брейта-Уилера. Для этого применяются стандартные методы квантовой теории поля.

В **разделе 2.3** детально рассматривается резонансная кинематика процесса.

Резонансный модифицированный внешним полем процесс Брейта-Уилера характеризуется четырьмя каналами реакции, которые представлены на Рисунке 1.

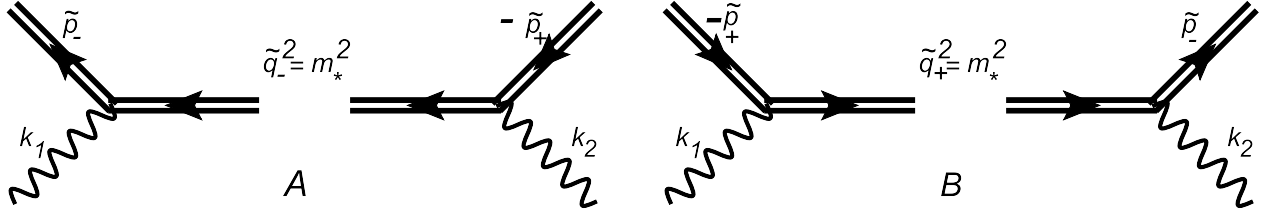


Рис. 1 — Диаграммы Фейнмана для резонансного процесса Брейта-Уилера во внешнем электромагнитном поле, каналы А и В. Обменные к ним каналы С и D соответственно отличаются перестановкой начальных гамма-квантов ($k_1 \leftrightarrow k_2$). Каналы А и С имеют электронное промежуточное состояние, а В и D — позитронное

Для возникновения резонансов Олейника необходимо потребовать, чтобы энергии начальных гамма-квантов и конечной электрон-позитронной пары были ультрарелятивистскими

$$\omega_{1,2} \gg m, \quad E_{\pm} \gg m, \quad (5)$$

и направления импульсов начальных и конечных частиц должны лежать в узком конусе углов, а сам конус должен находиться вдали от направления распространения волны

$$\theta_{j\pm} \equiv \angle(\mathbf{k}_j, \mathbf{p}_{\pm}) \ll 1, \quad \theta_i \equiv \angle(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) \ll 1, \quad (6)$$

$$\theta \equiv \angle(\mathbf{p}_{\pm}, \mathbf{k}) \sim 1, \quad \theta_j \equiv \angle(\mathbf{k}_j, \mathbf{k}) \sim 1, \quad j = 1, 2; \quad \theta \approx \theta_1 \approx \theta_2. \quad (7)$$

Требуемая геометрия для всех участвующих частиц схематично показана на Рисунке 2.

При выполнении резонансных условий промежуточные состояния выходят на массовую поверхность

$$\tilde{q}_-^2 = m_*^2, \quad \tilde{q}_+^2 = m_*^2, \quad (8)$$

что приводит к эффективному распаду изначального процесса второго порядка по постоянной тонкой структуры на два последовательных процесса первого порядка: стимулированный внешним полем процесс Брейта-Уилера и стимулированный внешним полем эффект Комптона, каждому из которых

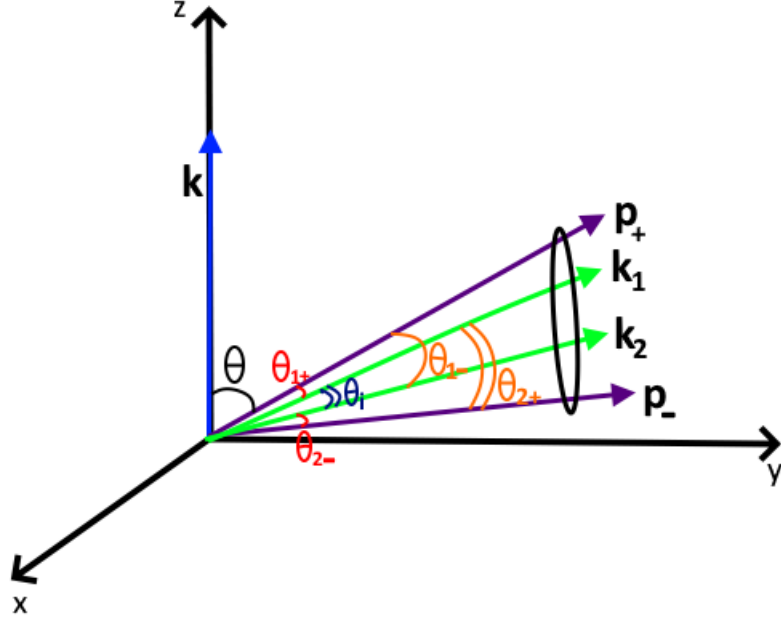


Рис. 2 — Геометрия начальных и конечных частиц для резонансного процесса Брейта-Уилера во внешнем поле

приписывается характерная энергия ω_{BW} и ω_C соответственно

$$\omega_{BW} = \frac{m_*^2}{\omega \sin^2 \frac{\theta}{2}}, \quad \omega_C = \frac{1}{4} \omega_{BW}. \quad (9)$$

Резонансная энергия конечного позитрона для канала А определяется стимулированным внешним полем процессом Брейта-Уилера и представляется в виде

$$E_+ = \frac{\omega_2}{2(\varepsilon_{2BW(r)} + \delta_{2+}^2)} \left[\varepsilon_{2BW(r)} \pm \sqrt{\varepsilon_{2BW(r)}(\varepsilon_{2BW(r)} - 1) - \delta_{2+}^2} \right]. \quad (10)$$

При этом энергия конечного электрона может быть найдена из общего закона сохранения энергии

$$E_- = \omega_i - E_+, \quad \omega_i = \omega_1 + \omega_2, \quad (11)$$

где вводится квантовый параметр

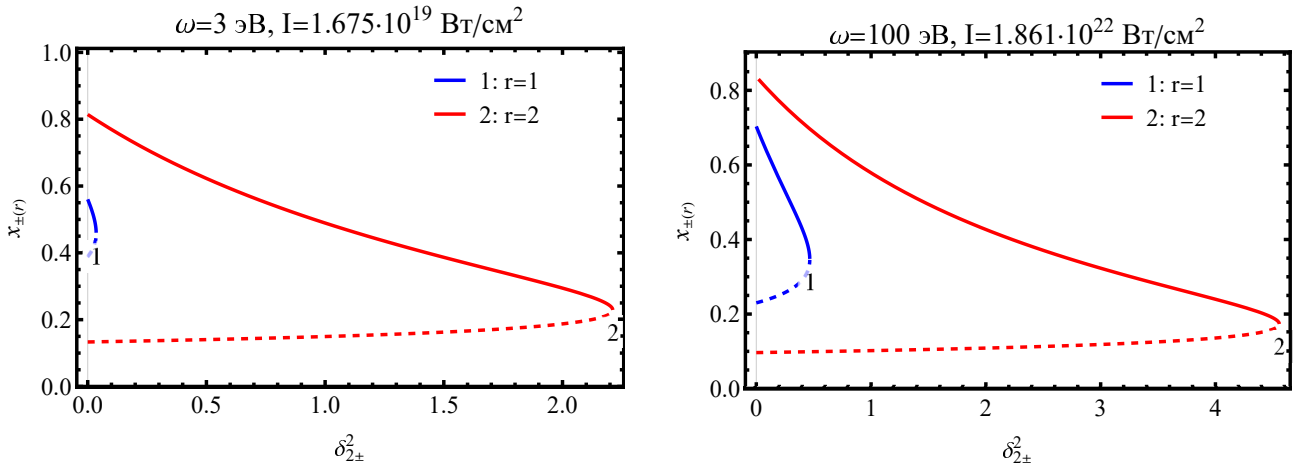
$$\varepsilon_{2BW(r)} = r\varepsilon_{2BW} \geq 1, \quad \varepsilon_{2BW} = \frac{\omega_2}{\omega_{BW}}, \quad (12)$$

и r — число поглощённых фотонов внешней волны. Аргументом функции (10) является угол вылета конечного позитрона, который находится в определении ультрарелятивистского параметра

$$\delta_{2+} = \frac{\omega_2}{2m_*} \theta_{2+}. \quad (13)$$

Отмечается, что для канала В энергия конечного электрона определяется выражением (10) с заменами $E_+ \leftrightarrow E_-$, $\delta_{2+} \leftrightarrow \delta_{1-}$, $\varepsilon_{2BW(r)} \leftrightarrow \varepsilon_{1BW(r)}$, а энергия конечного позитрона — выражением (11) с заменой $E_- \leftrightarrow E_+$.

На Рисунке 3 представлены графики зависимостей энергии конечного позитрона от его углов вылета для некоторых значений параметров ω , I и r . Для удобства эти энергии приводятся в единицах суммарной энергии начальных гамма-квантов ($x_+ = \frac{E_+}{\omega_i}$).



а) $\omega_1 = 10$ ГэВ, $\omega_2 = 180$ ГэВ Вт/см²

б) $\omega_1 = 0,5$ ГэВ, $\omega_2 = 7$ ГэВ Вт/см²

Рис. 3 — Зависимости энергий конечного позитрона (в единицах суммарной начальной энергии) от углов вылета δ_{2+}^2 для $r = 1$ и $r = 2$. Сплошным линиям соответствует выражение (10) со знаком «+» перед квадратным корнем, пунктирным — со знаком «−»

Также отмечается, что данный процесс может иметь пороговый характер. В случае, если энергия начального гамма-кванта меньше характерной, должно существовать минимальное значение для числа поглощённых фотонов

$$r \geq r_{min} = \lceil \varepsilon_{2BW}^{-1} \rceil \quad (\omega_2 < \omega_{BW}). \quad (14)$$

Раздел 2.4 посвящён вычислению дифференциального сечения для резонансного процесса Брейта-Уилера.

Максимальное дифференциальное сечение для неполяризованных начальных и конечных частиц для канала А может быть записано в следующем виде

$$R_{2+(rr')}^{max} = \frac{d\sigma_{rr'}^{max}}{d\delta_{2+}^2} = r_e^2 c_{\eta i} \Psi_{+(rr')}. \quad (15)$$

Здесь $r_e = e^2/m$ — классический радиус электрона, $c_{\eta i}$ зависит только от начальных параметров, а функция $\Psi_{+(rr')}$ определяет спектрально-угловое распределение конечной электрон-позитронной пары:

$$\Psi_{+(rr')} = \frac{E_+}{\varepsilon_{2BW}^2(\omega_i - E_+)} K_{1-(r')} P_{2+(r)}. \quad (16)$$

Функции $P_{2+(r)}$ и $K_{1-(r')}$ определяют вероятности стимулированного процесса Брейта-Уилера и стимулированного эффекта Комптона соответственно. Они были найдены аналитически в виде

$$P_{2+(r)} = J_r^2(\gamma_{2+(r)}) + \eta^2(2u_{2+(r)} - 1) \left[\left(\frac{r^2}{\gamma_{2+(r)}^2} - 1 \right) J_r^2 + J_r'^2 \right], \quad (17)$$

$$K_{1-(r')} = -4J_{r'}^2(\gamma_{1-(r')}) + \eta^2 \left[2 + \frac{u_{1-(r')}}{1 + u_{1-(r')}} \right] (J_{r'-1}^2 + J_{r'+1}^2 - 2J_{r'}^2). \quad (18)$$

что находится в согласии с [7]. Аргументы функций Бесселя для стимулированного процесса Брейта-Уилера записываются как

$$\gamma_{2+(r)} = 2r \frac{\eta}{\sqrt{1 + \eta^2}} \sqrt{\frac{u_{2+(r)}}{v_{2+(r)}} \left(1 - \frac{u_{2+(r)}}{v_{2+(r)}} \right)}, \quad (19)$$

и аналогично для стимулированного эффекта Комптона (r' — число излучённых фотонов внешней волны)

$$\gamma_{1-(r')} = 2r' \frac{\eta}{\sqrt{1 + \eta^2}} \sqrt{\frac{u_{1-(r')}}{v_{1-(r')}} \left(1 - \frac{u_{1-(r')}}{v_{1-(r')}} \right)}. \quad (20)$$

Эти аргументы зависят от кинематических инвариантов

$$u_{1-(r')} = \frac{(k_1 k)}{(p_- k)} \approx \frac{\omega_1}{E_-}, \quad v_{1-(r')} = \frac{2r'(q_- k)}{m_*^2} \approx \varepsilon_{1C(r')} \left(\frac{E_-}{\omega_1} - 1 \right), \quad (21)$$

$$u_{2+(r)} = \frac{(k_2 k)^2}{4(p_+ k)(q - k)} \approx \frac{\omega_2}{4E_+ \left(1 - \frac{E_+}{\omega_2}\right)}, \quad v_{2+(r)} = r \frac{(k_2 k)}{2m_*^2} \approx \varepsilon_{2BW(r)}, \quad (22)$$

которые вычислены в ультрарелятивистском приближении.

На Рисунке 4 представлены графики зависимостей максимального дифференциального сечения (15) от угла вылета конечного позитрона для некоторых значений параметров ω , I , r и r' .

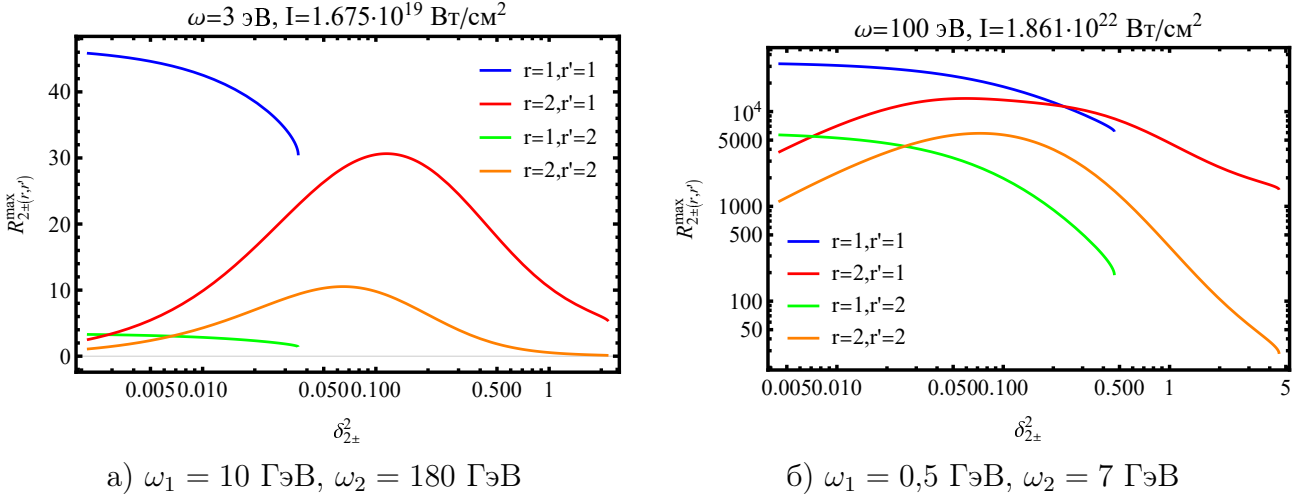


Рис. 4 — Зависимости максимального дифференциального сечения $R_{2+(rr')}^{max(*)}$ (15) от угла вылета δ_{2+}^2 в единицах r_e^2 для разных значений числа фотонов внешней волны (r, r')

Ниже приведены таблицы с наибольшими значениями $R_{2+(rr')}^{max(*)}$ для максимальных дифференциальных сечений (15), графики для которых изображены на Рисунке 4. Таблица 1 соответствует Рисунку 4а, Таблица 2 соответствует Рисунку 4б. В них также приведены значения для ультрарелятивистских параметров $\delta_{2+}^{2(*)}$ и энергии конечного позитрона (в единицах суммарной начальной энергии) $x_+^{(*)}$, при которых достигается значение $R_{2+(rr')}^{max(*)}$.

Выражение для спектрально-углового распределения (16) упрощается в случае $\varepsilon_{2BW} \gg 1$, $\varepsilon_{1BW} \ll 1$, $\varepsilon_{1C} = \frac{\omega_1}{\omega_C} \sim 1$

$$\Psi_{+(rr')} \approx \frac{8\eta^2 r^2 K_{1-(r')}}{(1 + 4\delta_{2+}^2 + r\varepsilon_{1C})(1 + 4\delta_{2+}^2)} \left[\left(\frac{r^2}{\gamma_{2+}^2} - 1 \right) J_r^2(\gamma_{2+}) + J_r'^2 \right]. \quad (23)$$

При этом аргументы функций преобразуются следующим образом

$$\gamma_{2+} \approx 4r \frac{\eta}{\sqrt{1 + \eta^2}} \frac{\delta_{2+}}{1 + 4\delta_{2+}^2}, \quad (24)$$

Таблица 1 — Наибольшие значения $R_{2+(rr')}^{max(*)}$ для максимального дифференциального сечения (15) с параметрами $\omega = 3$ эВ, $I = 1,675 \cdot 10^{19}$ ВТ/см², $\omega_1 = 10$ ГэВ, $\omega_2 = 180$ ГэВ (Рисунок 4а)

(r, r')	$\delta_{2+}^{2(*)}$	$x_+^{(*)}$	$R_{2+(rr')}^{max(*)}$
(1,1)	0	0,56	47
(1,2)	0	0,56	3
(2,1)	0,12	0,76	31
(2,2)	0,06	0,78	11

Таблица 2 — Наибольшие значения $R_{2+(rr')}^{max(*)}$ для максимального дифференциального сечения (15) с параметрами $\omega = 100$ эВ, $I = 1,861 \cdot 10^{22}$ ВТ/см², $\omega_1 = 0,5$ ГэВ, $\omega_2 = 7$ ГэВ (Рисунок 4б)

(r, r')	$\delta_{2+}^{2(*)}$	$x_+^{(*)}$	$R_{2+(rr')}^{max(*)}$
(1,1)	0	0,70	$3,3 \cdot 10^4$
(1,2)	0	0,70	$6,0 \cdot 10^3$
(2,1)	0,06	0,82	$1,4 \cdot 10^4$
(2,2)	0,07	0,81	$5,9 \cdot 10^3$

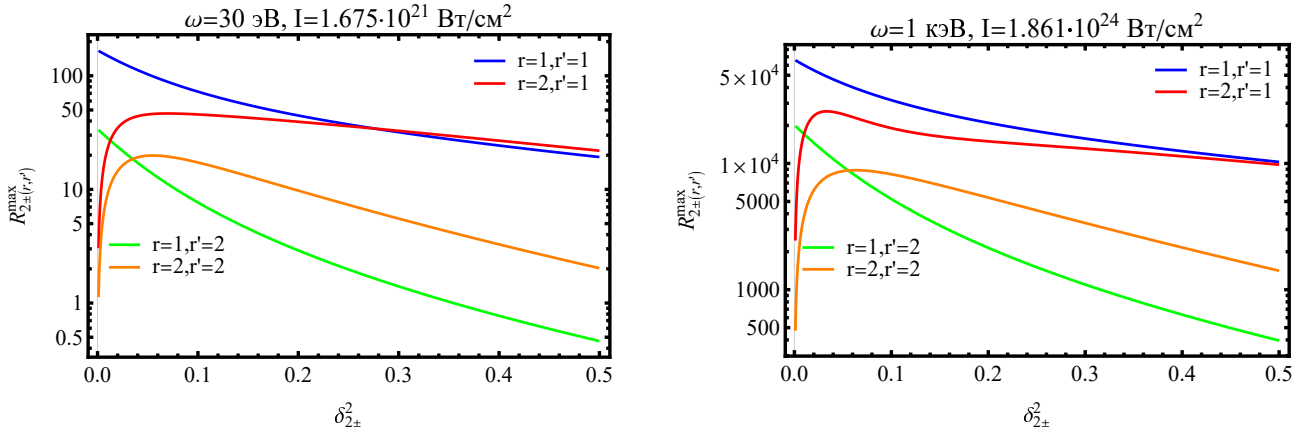
$$u_{2+} \approx \frac{r\varepsilon_{2BW}}{1 + 4\delta_{2+}^2} \gg 1, \quad (25)$$

$$\gamma_{1-} \approx 2r \frac{\eta}{\sqrt{1 + \eta^2}} \frac{\sqrt{(r'/r)\beta_+ - 1}}{\beta_+}, \quad \beta_+ = (1 + 4\delta_{2+}^2) \left[1 + \frac{1 + 4\delta_{2+}^2}{r\varepsilon_{1C}} \right], \quad (26)$$

$$u_{1-} \approx \left[1 + \frac{1 + 4\delta_{2+}^2}{r\varepsilon_{1C}} \right]^{-1}. \quad (27)$$

На Рисунке 5 приведены графики зависимостей максимального дифференциального сечения (15) от угла вылета конечного позитрона с учётом упрощения (23) для некоторых значений параметров ω , I , r и r' .

Ниже приведены таблицы с наибольшими значениями $R_{2+(rr')}^{max(*)}$ для максимальных дифференциальных сечений (15) с учётом упрощения (23), графики для которых изображены на Рисунке 5. Таблица 3 соответствует Рисунку 5а, Таблица 4 соответствует Рисунку 5б. В них также приведены значения для ультрарелятивистских параметров $\delta_{2+}^{2(*)}$, при которых достигается значение $R_{2+(rr')}^{max(*)}$.



а) $\omega_1 = 1$ ГэВ, $\omega_2 = 17,4$ ГэВ

б) $\omega_1 = 50$ МэВ, $\omega_2 = 522$ МэВ

Рис. 5 — Зависимости максимального дифференциального сечения $R_{2+(rr')}^{max(*)}$ (15) от угла вылета δ_{2+}^2 в единицах r_e^2 для разных значений числа фотонов внешней волны (r, r') с учётом упрощения (23)

Таблица 3 — Наибольшие значения $R_{2+(rr')}^{max(*)}$ для максимального дифференциального сечения (15) с учётом упрощения (23) с параметрами $\omega = 30$ эВ, $I = 1,675 \cdot 10^{21}$ ВТ/см², $\omega_1 = 1$ ГэВ, $\omega_2 = 17,4$ ГэВ (Рисунок 5а)

(r, r')	$\delta_{2+}^{2(*)}$	$R_{2+(rr')}^{max(*)}$
(1,1)	0	$1,7 \cdot 10^2$
(1,2)	0	$3,4 \cdot 10^1$
(2,1)	0,07	$4,7 \cdot 10^1$
(2,2)	0,06	$2,0 \cdot 10^1$

При рассмотрении случая $\varepsilon_{2BW} \gg 1$, $\varepsilon_{1C} \ll 1$ также упрощаются выражения (18) и (26):

$$K_{1-(r')} = -4J_{r'}^2(\gamma_{1-}) + 2\eta^2(J_{r'-1}^2 + J_{r'+1}^2 - 2J_{r'}^2), \quad (28)$$

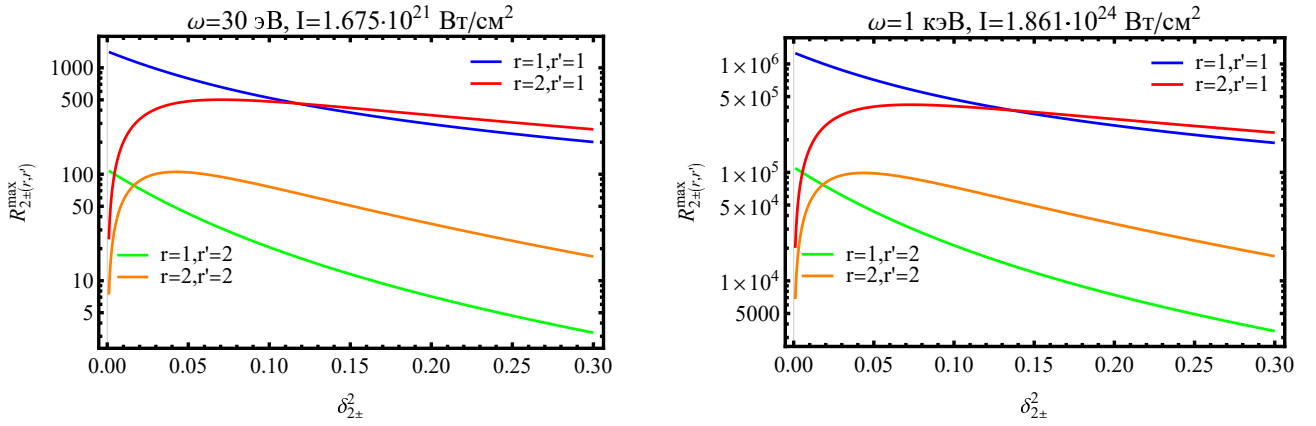
$$\gamma_{1-} \approx 2r \frac{\eta}{\sqrt{1+\eta^2}} \frac{\sqrt{r'\varepsilon_{1C}}}{1+4\delta_{2+}^2}, \quad u_{1\mp} \approx \frac{r\varepsilon_{1C}}{1+4\delta_{2+}^2} \ll 1. \quad (29)$$

На Рисунке 6 приведены графики зависимости максимального дифференциального сечения (15) от угла вылета конечного позитрона с учётом упрощений (23), (28), (29) для некоторых значений параметров ω , I , r и r' .

Ниже приведены таблицы с наибольшими значениями $R_{2+(rr')}^{max(*)}$ для максимальных дифференциальных сечений (15) с учётом упрощений (23), (28),

Таблица 4 — Наибольшие значения $R_{2+(rr')}^{max(*)}$ для максимального дифференциального сечения (15) с учётом упрощения (23) с параметрами $\omega = 1$ кэВ, $I = 1,861 \cdot 10^{24}$ Вт/см², $\omega_1 = 50$ МэВ, $\omega_2 = 522$ МэВ (Рисунок 5б)

(r, r')	$\delta_{2+}^{2(*)}$	$R_{2+(rr')}^{max(*)}$
(1,1)	0	$6,7 \cdot 10^4$
(1,2)	0	$2,0 \cdot 10^4$
(2,1)	0,03	$2,6 \cdot 10^4$
(2,2)	0,06	$8,8 \cdot 10^3$



а) $\omega_1 = 0,35$ ГэВ, $\omega_2 \gg \omega_{BW} = 17,4$ ГэВ

б) $\omega_1 = 12$ МэВ, $\omega_2 \gg \omega_{BW} = 522$ МэВ

Рис. 6 — Зависимости максимального дифференциального сечения $R_{2+(rr')}^{max(*)}$ (15) от угла вылета δ_{2+}^2 в единицах r_e^2 для разных значений числа фотонов внешней волны (r, r') с учётом упрощений (23), (28), (29)

(29), графики для которых изображены на Рисунке 6. Таблица 5 соответствует Рисунку 6а, Таблица 6 соответствует Рисунку 6б. В них также приведены значения для ультрарелятивистских параметров $\delta_{2+}^{2(*)}$, при которых достигается значение $R_{2+(rr')}^{max(*)}$.

В разделе 2.5 собраны основные выводы по главе, которые заключаются в следующем:

- резонансные энергии конечных электрона и позитрона являются функциями их углов вылета, а также квантовых параметров эффекта Комптона $\varepsilon_{1C(r')}$ и процесса Брейта-Уилера $\varepsilon_{2BW(r)}$;
- углы вылета конечных частиц связаны между собой в силу общего закона сохранения энергии, поэтому для каждого канала реакции

Таблица 5 — Наибольшие значения $R_{2+(rr')}^{max(*)}$ для максимального дифференциального сечения (15) с учётом упрощений (23), (28), (29) с параметрами $\omega = 30$ эВ, $I = 1,675 \cdot 10^{21}$ Вт/см², $\omega_1 = 0,35$ ГэВ, $\omega_2 \gg \omega_{BW} = 17,4$ ГэВ (Рисунок 6а)

(r, r')	$\delta_{2+}^{2(*)}$	$R_{2+(rr')}^{max(*)}$
(1,1)	0	$1,4 \cdot 10^3$
(1,2)	0	$1,1 \cdot 10^2$
(2,1)	0,07	$5,0 \cdot 10^2$
(2,2)	0,04	$1,1 \cdot 10^2$

Таблица 6 — Наибольшие значения $R_{2+(rr')}^{max(*)}$ для максимального дифференциального сечения (15) с учётом упрощений (23), (28), (29) с параметрами $\omega = 1$ кэВ, $I = 1,861 \cdot 10^{24}$ Вт/см², $\omega_1 = 12$ МэВ, $\omega_2 \gg \omega_{BW} = 522$ МэВ (Рисунок 6б)

(r, r')	$\delta_{2+}^{2(*)}$	$R_{2+(rr')}^{max(*)}$
(1,1)	0	$1,3 \cdot 10^6$
(1,2)	0	$1,1 \cdot 10^5$
(2,1)	0,07	$2,3 \cdot 10^5$
(2,2)	0,04	$9,9 \cdot 10^4$

- энергии конечных частиц являются функциями угла вылета той из них, которая участвует в стимулированном процессе Брейта-Уилера;
- найдены возможные ограничения на число поглощённых r и излучённых r' фотонов внешней волны;
- получено релятивистское резонансное дифференциальное сечение Брейта-Уилера в сильном поле плоской монохроматической электромагнитной волны;
- резонансное максимальное дифференциальное сечение сильно зависит от характерной энергии для стимулированного процесса Брейта-Уилера, а также начального ультрарелятивистского параметра и резонансной ширины ($R_{\pm(rr')}^{max} \sim \omega_{BW}^{-2} \delta_{\eta i}^{-2} K^{-2}(\varepsilon_{1C})$);
- резонансное максимальное дифференциальное сечение (15) может на несколько порядков величины превышать нерезонансное.

Третья глава посвящена рассмотрению резонансного процесса Брейта-Уилера в случае слабого поля.

В **разделе 3.1** обсуждается, что случай слабого поля $\eta \ll 1$ позволяет сделать следующие упрощения при рассмотрении процесса:

- 4-квазиимпульсы и эффективные массы частиц (4) заменяются на обычные 4-импульсы и массы, так как соответствующие добавки в определениях (4) пропорциональны параметру η ;
- число фотонов внешней волны r и r' в рассматриваемых процессах первого порядка ограничивается значением 1, и приводит к наибольшим значениям для вероятностей через функции Бесселя с малыми аргументами (например, выражения (17) и (19)).

Раздел 3.2 посвящён рассмотрению резонансной кинематики процесса Брейта-Уилера в слабом поле.

Резонансная энергия конечного позитрона для канала А определяется стимулированным внешним полем процессом Брейта-Уилера и представляется в виде

$$E_+ = \frac{\omega_2}{2(\varepsilon_2 + (\delta_{2+}^{(0)})^2)} \left[\varepsilon_2 \pm \sqrt{\varepsilon_2(\varepsilon_2 - 1) - (\delta_{2+}^{(0)})^2} \right], \quad (30)$$

где вводится квантовый параметр

$$\varepsilon_2 = \frac{\omega_2}{\omega_{thr}}, \quad \omega_{thr} = \frac{m^2}{\omega \sin^2 \frac{\theta}{2}}, \quad (31)$$

а также ультрарелятивистский параметр

$$\delta_{2+}^{(0)} = \frac{\omega_2 \theta_{2+}}{2m}. \quad (32)$$

При этом должно выполняться условие

$$\varepsilon_2 \geq 1 \iff \omega_2 \geq \omega_{thr}. \quad (33)$$

Таким образом, введённая энергия ω_{thr} , которая получена из характерной энергии для стимулированного процесса Брейта-Уилера ω_{BW} (9) в пределе $\eta \ll 1$, является пороговой энергией.

Как и в случае сильного поля, энергия конечного электрона может быть найдена из общего закона сохранения энергии (11).

Также отмечается, что для канала В энергия конечного электрона определяется выражением (30) с заменами $E_+ \leftrightarrow E_-$, $\delta_{2+}^{(0)} \leftrightarrow \delta_{1-}^{(0)}$, $\varepsilon_2 \leftrightarrow \varepsilon_1$, а энергия конечного позитрона — выражением (11) с заменой $E_- \leftrightarrow E_+$.

Раздел 3.3 посвящён нахождению дифференциального сечения для резонансного процесса Брейта-Уилера в слабом поле.

Максимальное дифференциальное сечение для неполяризованных начальных и конечных частиц для канала А может быть записано в следующем виде

$$R_{2+(11)}^{max} = \frac{d\sigma_{11}^{max}}{d(\delta_{2+}^{(0)})^2} = r_e^2 c_i \Psi_{+(11)}. \quad (34)$$

Здесь c_i — функция, зависящая только от начальных параметров, $\Psi_{+(11)}$ определяет спектрально-угловое распределение конечной электрон-позитронной пары:

$$\Psi_{+(11)} = \frac{E_+}{\varepsilon_2^2(\omega_i - E_+)} K_{1-(1)} P_{2+(1)}. \quad (35)$$

Функции $P_{2+(1)}$ и $K_{1-(1)}$ определяют вероятности стимулированного процесса Брейта-Уилера и стимулированного эффекта Комптона, в которых участвуют по одному фотону внешней волны, соответственно. В случае слабого поля их вид упрощается путём разложения по параметру $\eta \ll 1$:

$$P_{2+(1)} \approx \eta^2 \left[\frac{u_{2+(1)}}{v_{2+(1)}} \left(1 - \frac{u_{2+(1)}}{v_{2+(1)}} \right) + \frac{1}{4}(2u_{2+(1)} - 1) \right], \quad (36)$$

$$K_{1-(1)} \approx \eta^2 \left[2 + \frac{u_{1-(1)}^2}{1 + u_{1-(1)}} - \frac{4u_{1-(1)}}{v_{1-(1)}} \left(1 - \frac{u_{1-(1)}}{v_{1-(1)}} \right) \right]. \quad (37)$$

При этом соответствующие кинематические инварианты могут быть найдены из выражений (21) и (22) с заменами $\varepsilon_{1C} \rightarrow \varepsilon_1$, $\varepsilon_{2BW} \rightarrow \varepsilon_2$.

На Рисунке 7 представлены графики зависимости максимального дифференциального сечения (34) (в единицах r_e^2) от угла вылета конечного позитрона для некоторых значений энергий начальных гамма-квантов.

В разделе 3.5 собраны основные выводы по главе, которые заключаются в следующем:

- аналогично случаю сильного поля, резонансные энергии конечных электрона и позитрона являются функциями их углов вылета, а также квантовых параметров ε_1 и ε_2 ;

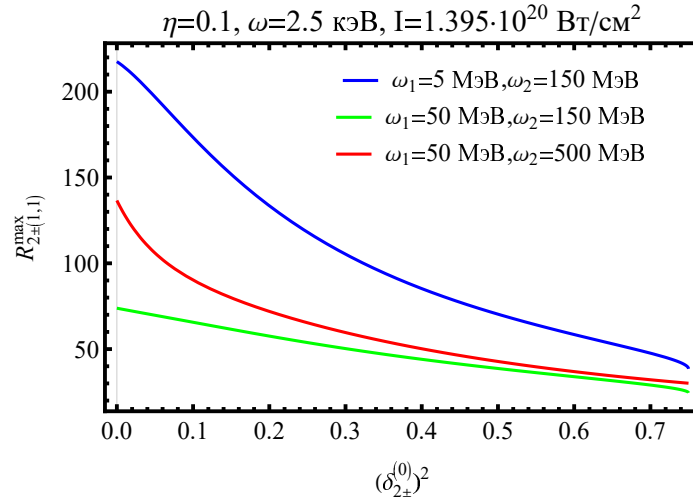


Рис. 7 — Зависимости максимального дифференциального сечения $R_{2\pm(11)}^{max(*)}$ (34) от углов вылета $(\delta_{2\pm}^0)^2$ в единицах r_e^2 для некоторых значений энергий начальных гамма-квантов, пороговая энергия $\omega_{thr} = 100$ МэВ, начальный ультрарелятивистский параметр подобран из условия $\delta_i K(\varepsilon_1) = 10^{-2}$

- углы вылета конечных частиц связаны между собой в силу общего закона сохранения энергии, поэтому для каждого канала реакции энергии конечных частиц являются функциями угла вылета той из них, которая участвует в стимулированном процессе Брейта-Уилера;
- найдено пороговое значение ω_{thr} (31) для энергии по крайней мере одного из начальных гамма-квантов, при котором рассматриваемый процесс становится разрешённым в слабом поле;
- резонансное максимальное дифференциальное сечение сильно зависит от пороговой энергии для стимулированного процесса Брейта-Уилера, а также начального ультрарелятивистского параметра и резонансной ширины ($R_{\pm(11)}^{max} \sim \omega_{thr}^{-2} \delta_i^{-2} K^{-2}(\varepsilon_1)$);
- резонансное максимальное дифференциальное сечение (34) может на несколько порядков величины превышать нерезонансное.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Создана релятивистская теория процесса Брейта-Уилера в сильном поле плоской монохроматической волны.
2. Детально изучена резонансная кинематика процесса Брейта-Уилера в сильном поле. Показано, что энергетический спектр конечных частиц (электрона и позитрона) значительным образом зависит от

их углов вылета, а также параметров, которые являются отношениями энергий начальных гамма-квантов к характерным энергиям возникающих процессов первого порядка.

3. Анализ полученных резонансных энергий показал, что процесс может иметь пороговый характер. Физически это является особенностью наличия стимулированного внешним полем процесса Брейта-Уилера. В слабом поле это приводит к наличию минимально допустимого значения для энергии хотя бы одной из начальных частиц. В сильном поле это выражается возможным ограничением на минимальное число поглощённых фотонов внешней волны, что может значительно уменьшить итоговую вероятность процесса. Таким образом, выбором энергий начальных гамма-квантов исходя из вычисленного значения для характерной энергии можно добиться различимости обменных каналов реакции.
4. Установлена зависимость между углами вылета конечных частиц, так как их энергии связаны между собой в силу общего закона сохранения. Таким образом, для каждого канала реакции энергии конечных частиц являются функциями только одного из углов вылета, связанного с частицей в вершине со стимулированным процессом рождения пары. Это позволяет различать каналы с разными (электронным и позитронным) промежуточными состояниями.
5. Получено аналитическое выражение для дифференциального сечения резонансного модифицированного процесса Брейта-Уилера в ультрарелятивистском приближении без учёта интерференции каналов реакции. Установлено, что вероятность резонансного процесса может значительно (на несколько порядков величины) превышать аналогичную для случая отсутствия резонанса.

В **приложении А** продемонстрировано вычисление амплитуды модифицированного внешним полем процесса Брейта-Уилера.

В **приложении Б** представлены вычисления возникающих следов от произведений гамма-матриц, приводящие к функциям $P_{2+(r)}$ (17) и $K_{1-(r')}$ (18), коотрые соответствуют вероятностям соответствующих стимулированных процессов первого порядка.

Публикации автора по теме диссертации

1. *Serov V. D., Roshchupkin S. P., Dubov V. V.* Resonant effect for Breit–Wheeler process in the field of an X-ray pulsar // Universe. — 2020. — т. 6, № 11. — с. 190.
2. *Серов В. Д., Рощупкин С. П., Дубов В. В.* Резонансный процесс Брейта–Уиллера в сильном электромагнитном поле // Теоретическая и математическая физика. — 2023. — т. 216, № 3. — с. 577–589.
3. *Roshchupkin S. P., Serov V. D., Dubov V. V.* Generation of Narrow Beams of Ultrarelativistic Positrons (Electrons) in the Breit–Wheeler Resonant Process Modified by the Field of a Strong Electromagnetic Wave // Photonics. — 2023. — т. 10, № 8. — с. 949.
4. *Roshchupkin S. P., Serov V. D., Dubov V. V.* The Generation of High-Energy Electron–Positron Pairs during the Breit–Wheeler Resonant Process in a Strong Field of an X-ray Electromagnetic Wave // Symmetry. — 2023. — т. 15, № 10. — с. 1901.
5. Resonant production of high-energy electron-positron pairs and gamma quanta in the quantum electrodynamics processes in strong laser fields / S. Roshchupkin [и др.] // High Power Lasers and Applications. т. 11777. — SPIE. 2021. — с. 40–55.
6. *Рощупкин С. П., Серов В. Д., Дубов В. В.* Резонансный эффект рождения ультрарелятивистской электрон-позитронной пары двумя гамма-квантами в сильном монохроматическом электромагнитном поле // Неделя науки ФизМех : сборник статей Всероссийской научной конференции, 4–9 апреля 2022 г. — СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС. 2022. — с. 96–99.
7. *Дубов В. В., Серов В. Д., Рощупкин С. П.* Резонансный процесс Брейта–Уиллера в высокотемпературной лазерной плазме // Неделя науки ФизМех : сборник материалов Всероссийской научной конференции, 3–7 апреля 2023 г. — СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС. 2023. — с. 225–228.

Список литературы

1. *Volkov D.* On a class of solutions of the Dirac equation // Z. Phys. — 1935. — т. 94, № 3/4. — с. 250—260.
2. *Schwinger J.* On gauge invariance and vacuum polarization // Physical Review. — 1951. — т. 82, № 5. — с. 664.
3. *Brown L. S., Kibble T.* Interaction of intense laser beams with electrons // Physical Review. — 1964. — т. 133, 3A. — A705.
4. *Олейник В.* Резонансные эффекты в поле интенсивного лазерного луча // ЖЭТФ.—1967.—52.—С. — 1967. — т. 1049. — с. 53.
5. *Oleinik V.* Resonance effects in the field of an intense laser ray ii // Sov. Phys. JETP. — 1968. — т. 26, № 6. — с. 1132—1138.
6. *Roshchupkin S.* Resonant effects in collisions of relativistic electrons in the field of a light wave // Laser Physics. — 1996. — т. 6, № 5. — с. 837—858.
7. *Рутус В. И., Никишов А. И.* Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле. Труды ФИАН, 111. — М. : Наука, 1979.