

**Министерство образования и науки
Российской Федерации**

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»**

К. Л. ЛАПШИН

ТЕОРИЯ ТУРБОМАШИН

Конспект лекций

**Санкт-Петербург
2016**

СОДЕРЖАНИЕ

Основные обозначения	3
Предисловие.....	5
Введение	6
Паротурбинная установка.....	6
Газотурбинная установка.....	8
Рабочие процессы в соплах турбины.....	10
Процессы сжатия в диффузорах компрессора.....	13
Кинематические схемы и принцип действия осевых турбомашин	16
Степень осевой турбины.....	16
Осевая компрессорная ступень.....	18
Формулы Эйлера	19
Сила, действующая на лопатку.....	19
Момент.....	22
Удельная мощность.....	25
Уравнение энергии для РК в относительном движении.....	27
Коэффициенты кинематического подобия осевых турбомашин	30
Выбор оптимальной окружной скорости для осевой активной турбинной ступени	32
Влияние кинематической степени реактивности на выбор оптимальной окружной скорости РЛ.....	37
Основы газодинамического расчёта и проектирования пространственных решёток турбомашин	42
Закрутка потока по закону потенциального вихря (постоянства циркуляции).....	45
Потери кинетической энергии в проточных частях турбомашин	51
Профильные потери.....	51
Влияние формы профиля на профильные потери.....	53
Влияние относительного шага на профильные потери.....	54
Влияние углов поворота и степени конфузорности на профильные потери.....	56
Влияние углов атаки на профильные потери	58
Вторичные потери в решётках турбомашин.....	60
Концевые потери.....	61
Потери от утечек рабочего тела.....	63
Дополнительные потери в ступенях с парциальностью.....	65
Окружные и внутренние КПД турбинной ступени.....	68
Влияние частоты вращения ротора на момент, мощность и КПД осевой турбинной ступени.....	70
Многоступенчатые турбомашинны	73
Ступени давления.....	75
Ступени скорости паровых турбин	77
Высоконагруженные ступени газовых турбин.....	83
Проектировочные расчеты проточных частей осевых турбомашин	84
Система уравнений сохранения.....	84
Осевая турбина.....	86
Осевой компрессор.....	90
Применение диффузора за последней ступенью турбины	94
Литература.....	102

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

1. Геометрия проточной части

u, z, r – оси координат, соответствующие направлениям окружной скорости u , оси турбины z и радиуса r ;

d – диаметр;

l – длина лопатки вдоль радиуса;

b – хорда профиля;

t – шаг решетки;

$\alpha_{0л}, \alpha_{1л}$ – входной и выходной углы направляющих лопаток, определяемые как углы между осью u и касательной к средней линии профиля;

$\beta_{1л}, \beta_{2л}$ – входной и выходной углы рабочих лопаток, определяемые как углы между осью u и касательной к средней линии профиля.

2. Кинематика потока

c, w, u – абсолютная, относительная и переносная (окружная) скорости;

ω – угловая частота вращения ротора;

n_p – частота вращения ротора;

α, β – углы между положительным направлением оси u и проекциями векторов абсолютной и относительной скоростей на плоскость $z-u$.

3. Параметры рабочего тела

h – энтальпия;

p – давление;

T – абсолютная температура;

ρ – плотность;

s – энтропия;

c_p – теплоемкость при постоянном давлении;

c_v – теплоемкость при постоянном объеме;

R – газовая постоянная;

k – показатель изоэнтропы.

Индексами $0, 1, 2$ отмечаются все величины, относящиеся соответственно к сечениям перед ступенью, перед рабочим колесом и за ним. Проекции скоростей на оси u, z и r отмечаются соответствующими индексами. Параметры в корневом сечении отмечаются одним штрихом, в периферийном – двумя штрихами, в среднем – индексом c . Углы α и β в некоторых случаях отсчитываются от направления, обратного оси u , в этом случае они отмечаются звездочкой: α^* и β^* . Теоретические скорости в процессах без потерь отмечаются индексом t .

4. Работа, расход, мощность, момент

H_0 – изоэнтропийный перепад энтальпий от полных параметров перед

турбинной ступенью до давления за ней;

H_0^* – изоэнтروпийный перепад энтальпий от полных параметров перед турбинной ступенью до давления торможения за ней;

H_1^* – изоэнтропийный перепад энтальпий в направляющем аппарате турбинной ступени, отсчитываемый от полных параметров;

H_2^* – изоэнтропийный перепад энтальпий в рабочем колесе турбинной ступени, отсчитываемый от полных параметров в относительном движении;

H_{2t} – изоэнтропийный перепад энтальпий в рабочем колесе;

ρ_T – термодинамическая степень реактивности, $\rho_T = H_{2t} / H_0$;

$\Delta H_1, \Delta H_2$ – потери кинетической энергии в направляющем аппарате и рабочем колесе турбинной ступени;

ζ_1, ζ_2 – коэффициенты потерь в направляющем аппарате и рабочем колесе турбинной ступени;

φ, ψ – коэффициенты скорости в направляющем аппарате и рабочем колесе турбинной ступени;

η_u, η_u^* – окружные коэффициенты полезного действия с учетом и без учета выходной потери;

η, η^* – внутренние коэффициенты полезного действия с учетом и без учета выходной потери;

G – массовый расход рабочего тела;

M – вращающий момент;

N, N_e – внутренняя и эффективная мощности.

5. Основные сокращения

НА – направляющий аппарат;

РК – рабочее колесо;

НЛ – направляющие лопатки;

РЛ – рабочие лопатки;

ТМ – турбомашина;

ПТУ – паротурбинная установка;

ГТУ – газотурбинная установка;

К – компрессор;

Т – турбина.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В конспекте лекций по дисциплине «Теория турбомашин» представлен комплекс научных знаний, который в дальнейшем служит основой при изучении таких дисциплин, как “Паровые и газовые турбины”, “Авиационные и энергетические турбомашины” и “Теория оптимального проектирования турбомашин”. Так как курс “Теория турбомашин” является первым курсом специальности для будущих инженеров – турбинистов, то, естественно, в нем преобладает упрощённый подход при изучении турбомашин различного типа. По существу, в курсе рассматриваются, в основном, одномерные адиабатные течения совершенного газа в проточных частях турбомашин на цилиндрических поверхностях тока. В силу ограниченного объема курса в нём излагается теория только осевых тепловых турбомашин, причем предпочтение отдаётся изучению теории турбин.

Первая печатная редакция конспекта лекций по дисциплине «Теория турбомашин» вышла в свет в 1999 году. Ниже читателю предлагается исправленный от небольших погрешностей и существенно дополненный по сравнению с первой редакцией электронный текст.

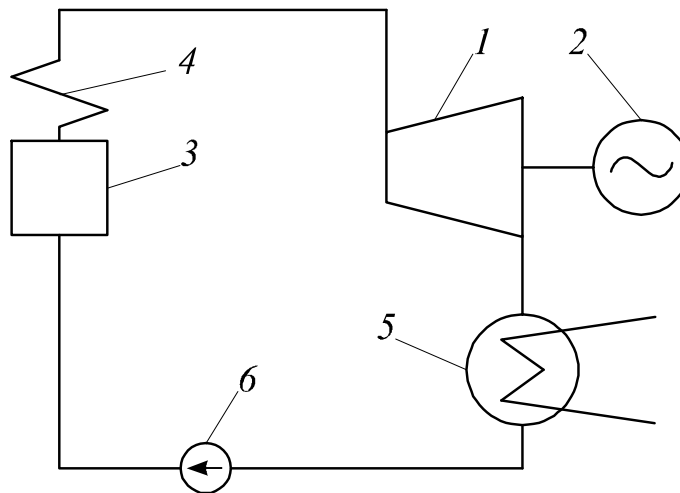
При изложении курса “Теория турбомашин” автор опирался, в основном, на фундаментальные труды своего учителя, профессора Ивана Ивановича Кириллова, значение которых в становлении и развитии этой дисциплины трудно переоценить [1]. Кроме того, привлекались труды профессоров: В.Х.Абианца, Г.С.Жирицкого, Г.Ю.Степанова, А.В.Щегляева и других.

Автор приносит благодарность инженеру Л.Н.Жижиной за компьютерный набор текста и аспирантам А.М. Арзуманову и Нгуену Ан Куангу за выполнение рисунков на компьютере.

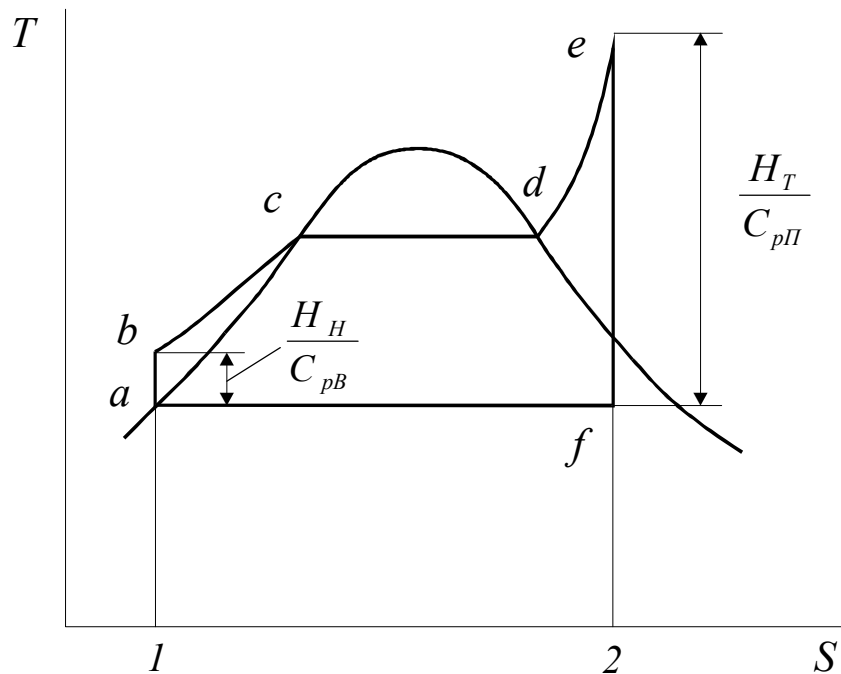
ВВЕДЕНИЕ

Под *турбомашинами* будем понимать технические устройства, предназначенные для преобразования потенциальной и внутренней энергии рабочего тела в механическую работу (или наоборот) посредством применения вращающегося лопаточного аппарата. Рабочее тело протекает через проточную часть ТМ непрерывно. Под это определение подходит широкий круг технических устройств различного назначения. Рассмотрим примеры использования *турбомашин* в современной технике.

ПАРОТУРБИННАЯ УСТАНОВКА



- 1–паровая турбина;
- 2–электрический генератор;
- 3–парогенератор;
- 4–пароперегреватель;
- 5–конденсатор;
- 6–питательный насос.



Паровая турбина и питательный насос представляют собой **турбомашины**. Рабочие тела этой простейшей ПТУ – идеальные пар и вода.

ПТУ функционирует следующим образом:

ab – сжатие воды в насосе;

bc – нагрев воды в парогенераторе до начала кипения;

cd – испарение воды в парогенераторе;

de – нагрев пара в пароперегревателе;

ef – расширение пара в турбине с выработкой мощности и передачей ее генератору 2;

fa – процесс конденсации пара.

Введем обозначения: q_1 – подведенная теплота. Она эквивалентна площади $1bcde21$:

$$q_1 = \text{площадь } 1bcde21 = h_e - h_b;$$

q_2 – теплота, отведенная от рабочего тела:

$$q_2 = \text{площадь } fal2f = h_f - h_a;$$

L – полезная работа цикла:

$$L = q_1 - q_2 = \text{площадь } abcdefa = h_e - h_b - (h_f - h_a) = h_e - h_f - (h_b - h_a) = H_T - H_H,$$

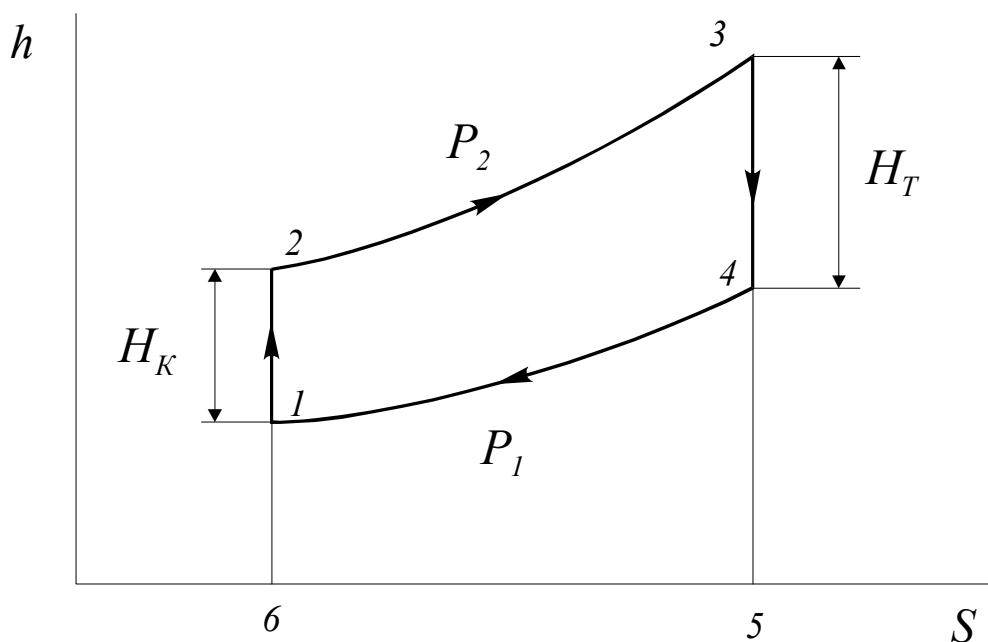
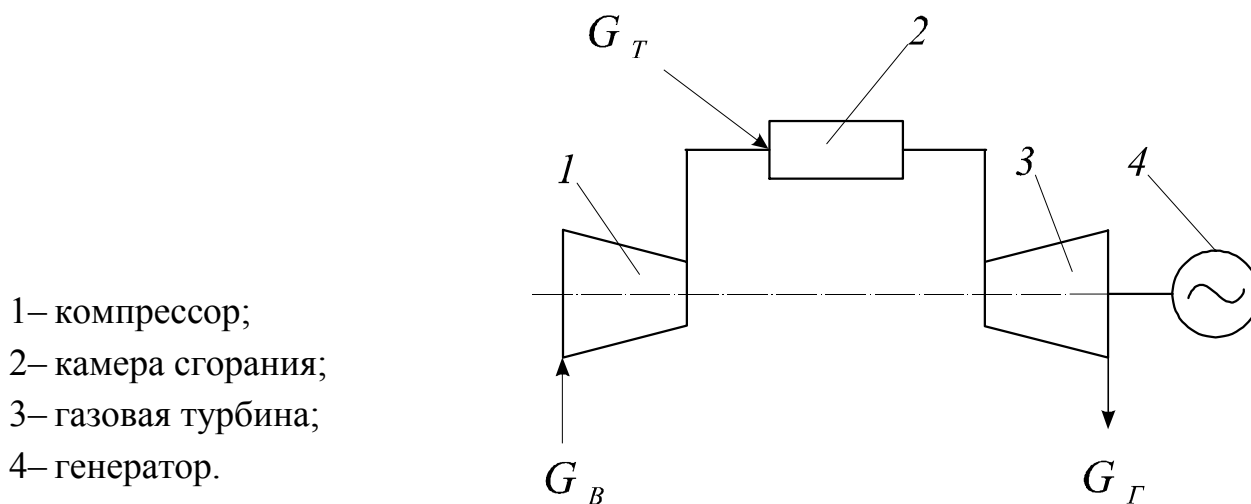
где H_T – удельная мощность турбины, H_H – удельная мощность насоса.

Эффективный КПД ПТУ $\eta_e = L/q_1$; $\eta_e = 44 \div 48\%$ для наиболее совершенных ПТУ. Наибольшая тепловая потеря – с охлаждающей водой в конденсаторе.

В СССР на Ленинградском металлическом заводе была создана рекордная одновальная быстроходная (3000 об/мин) паровая турбина: $N = 1200$ МВт, $p_0 =$

240 атм (23,5 МПа) , $t_0 = 550$ С, длина титановой рабочей лопатки последней ступени 1,2 м. Свыше 80% электрической энергии России вырабатывается с использованием паровых турбин на тепловых и атомных электрических станциях.

ГАЗОТУРБИННАЯ УСТАНОВКА



Компрессор и газовая турбина представляют собой *турбомашины*.
Рабочее тело этой простейшей ГТУ–идеальный воздух.

ГТУ функционирует следующим образом:

Линия 1–2 – процесс изоэнтропийного сжатия в воздушном компрессоре.

Линия 2–3 – подвод теплоты в камере сгорания.

Линия 3–4 – процесс изоэнтропийного расширения в газовой турбине.

Линия 4–1 – условный процесс охлаждения рабочего тела.

q_1 – теплота, подведенная в цикле:

$$q_1 = h_3 - h_2.$$

q_2 – теплота, которая отводится в цикле от рабочего тела:

$$q_2 = h_4 - h_1.$$

L – полезная работа цикла:

$$L = q_1 - q_2 = h_3 - h_2 - h_4 + h_1 = h_3 - h_4 - (h_2 - h_1) = H_T - H_K,$$

где H_T – удельная мощность турбины, H_K – удельная мощность компрессора.

Потери кинетической энергии в проточных частях ТМ приводят к увеличению мощности, потребляемой К, и уменьшению мощности, развиваемой Т. При этом существенно уменьшается полезная работа L и

эффективный КПД $\eta_e = \frac{L}{q_1}$ цикла. Поэтому важно работать над

аэродинамическим совершенствованием проточных частей ТМ.

В стационарной ГТУ полезная работа передается приводному агрегату, например, электрогенератору или газовому компрессору.

В первом варианте простейшая ГТУ используется в качестве пиковых энергетических установок, которые обычно работают не более нескольких часов в сутки для снятия пиков электрической нагрузки. Главное достоинство таких ГТУ – быстрый запуск (5÷10 мин) и возможность полной автоматизации.

Во втором варианте ГТУ используется в качестве привода газового компрессора на газоперекачивающих станциях.

В авиационных турбореактивных двигателях полезная работа цикла преобразуется в кинетическую энергию газа, вытекающего из реактивного сопла, за счет чего и создается реактивная тяга. В турбовинтовых, турбовальных и винтовентиляторных авиационных двигателях полезная работа цикла воспринимается соответствующим воздушным винтом.

Эффективность ГТУ существенно зависит от параметров газа на входе в турбину:

$$t_3 = 800 \div 900 \text{ С}, \quad \eta_e = 28 \div 30\%;$$

$$t_3 = 1100 \div 1200 \text{ С}, \quad \eta_e = 34 \div 36\%.$$

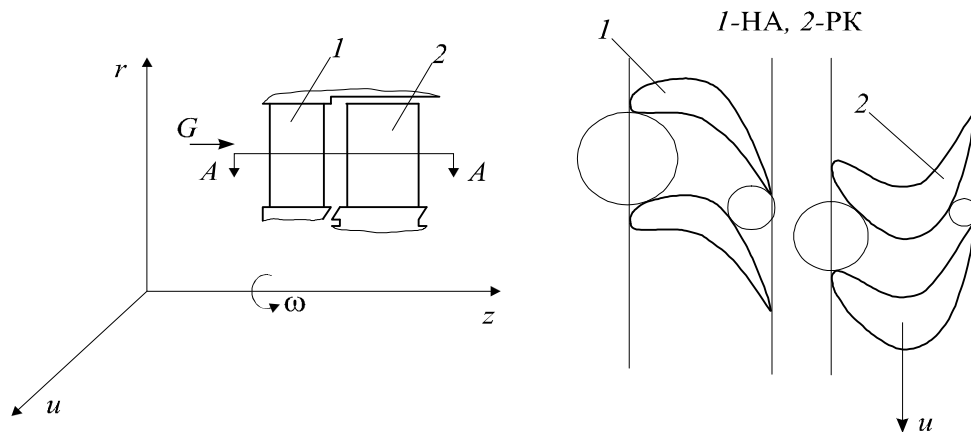
Особенно перспективными теперь считаются газопаровые установки (ГПУ). Они состоят из газотурбинного и паротурбинного контуров, причем теплота газов, покидающих газовую Т, используется для нагрева рабочего тела в паротурбинном контуре. КПД таких установок достигает $\eta_e = 50 \div 60\%$.

Простейшие ГТУ нашли также очень широкое применение в качестве турбонаддувочных агрегатов мощных дизелей. Дизели мощностью более 300 кВт обычно имеют турбонаддув. ТМ также применяются в космической и военной технике. Например, на жидкостных ракетных двигателях (ЖРД) используются турбонасосные агрегаты (ТНА). ТНА представляют собой газовую турбину, приводящую в действие насосы топлива и окислителя.

К **турбомашинам** относятся также гидротурбины, пропеллеры, винты и даже высокооборотные инструменты для подводных работ, использующие в качестве рабочего тела сжатый воздух.

РАБОЧИЕ ПРОЦЕССЫ В СОПЛАХ ТУРБИН

Современные турбины, как правило, выполняются многоступенчатыми, состоящими из некоторого количества ступеней, объединенных в единую проточную часть. Ступень турбины представляет собой совокупность направляющего аппарата и рабочего колеса.

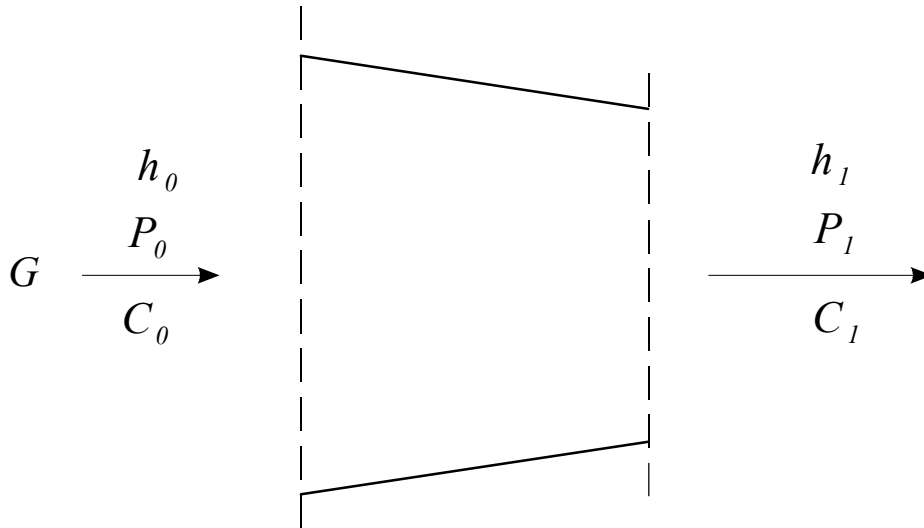


РК вместе с рабочими лопатками вращается относительно неподвижных направляющих лопаток. Рабочее тело в каналах между НЛ ускоряется и разворачивается. При этом обычно каналы для прохода газа представляют собой криволинейные сопла (конфузоры). Далее рабочее тело, обтекая вращающиеся РЛ, совершает полезную работу, которая передается приводному агрегату. При этом в относительном движении поток в каналах РЛ также ускоряется и поворачивается, т.е. они (каналы) представляют собой сопла.

В излагаемом курсе будем рассматривать адиабатное течение газа. Оно характеризуется тем, что теплота, которая выделяется вследствие трения о стенки и между струйками газа, мгновенно передается движущемуся газу, а

потери теплоты в окружающую среду отсутствуют. Таким образом, будем рассматривать теплоизолированные процессы течения газа.

Схема одномерного дозвукового течения через сопло (конфузор):



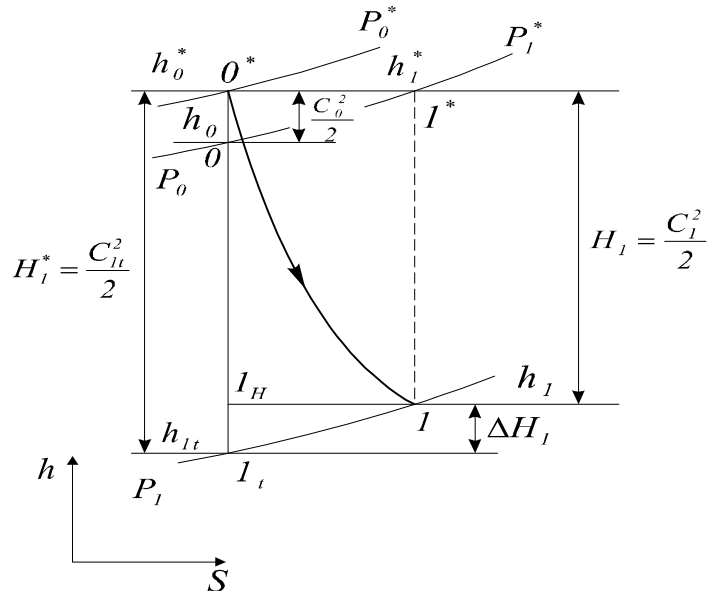
Адиабатный процесс для идеального газа называется изоэнтропийным. Так как идеальный газ лишен внутреннего трения, то отсутствуют потери, связанные с ним. Процессы расширения и сжатия идеального газа проходят при постоянной энтропии. В адиабатных процессах расширения и сжатия с трением энтропия увеличивается.

Рассмотрим процесс расширения газа в сопле в h,s -диаграмме.

Точка 0^* характеризует параметры торможения газа перед соплом.

Кривая 0^*-I изображает адиабатный процесс расширения газа в сопле, т.е. процесс без теплообмена, но с трением. В силу появления вязкого трения процесс идет с увеличением энтропии.

0^*-I_t – изоэнтропийный процесс расширения в сопле.



Как известно, для адиабатных потоков в соплах и диффузорах уравнение энергии имеет вид [1]:

$$h^* = h + \frac{c^2}{2} = \text{const}.$$

Энтальпия торможения потока в соплах и диффузорах остается величиной постоянной. Можно записать:

$$h_0 + \frac{c_0^2}{2} = h_0^* = h_{1t} + \frac{c_{1t}^2}{2} = h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_1^* = h^* = \text{const};$$

$$H_1 = \frac{c_1^2}{2} \text{ — полезная работа сопла;}$$

$$H_1^* = \frac{c_{1t}^2}{2} \text{ — изоэнтروпийная (теоретическая) работа сопла;}$$

$$\Delta H_1 = H_1^* - H_1 \text{ — потеря кинетической энергии:}$$

$$\Delta H_1 = \frac{c_{1t}^2 - c_1^2}{2}.$$

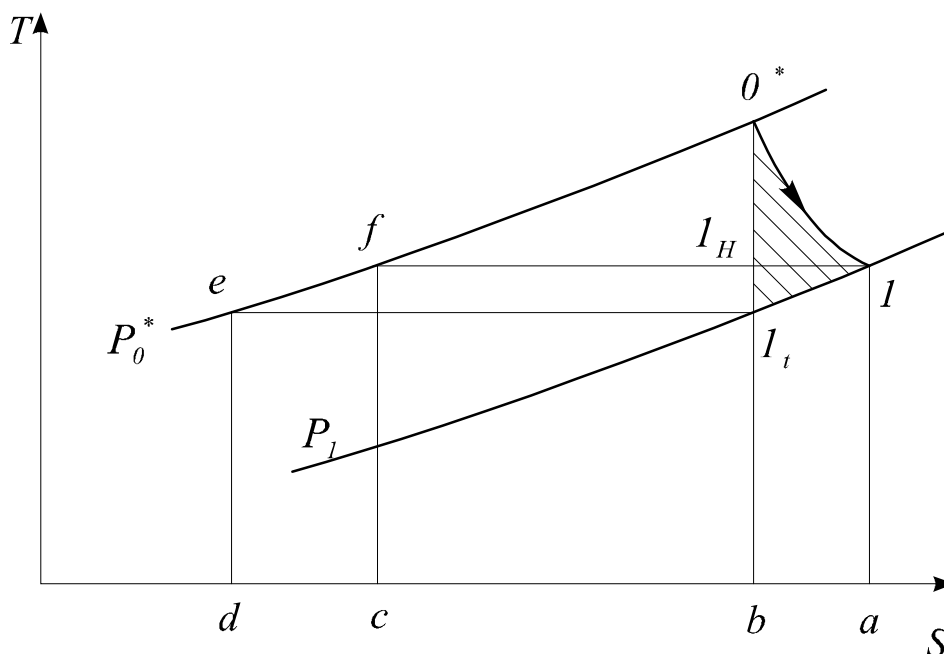
Для оценки потерь кинетической энергии вводятся следующие величины:

$\varphi = \frac{c_1}{c_{1t}}$ — коэффициент скорости, для стандартных турбинных сопел

$$\varphi = 0,95 \div 0,98;$$

$$\zeta_1 = \frac{\Delta H_1}{H_1^*} = 1 - \frac{c_1^2}{c_{1t}^2} = 1 - \varphi^2 \text{ — коэффициент потерь.}$$

Рассмотрим процесс расширения газа в сопле в T,s -диаграмме.



$0^* - 1$ — адиабатный процесс расширения газа в сопле.

$0^* - I_t$ – изоэнтروпийный процесс расширения в сопле.

Площадь 0^*lacf0^* характеризует количество теплоты, эквивалентное работе адиабатного процесса расширения газа в сопле.

Площадь 0^*bde0^* характеризует количество теплоты, эквивалентное работе изоэнтропийного процесса расширения газа в сопле.

Площадь 0^*bcf0^* характеризует количество теплоты, эквивалентное полезной работе сопла.

Потери кинетической энергии представляют собой разность изоэнтропийной и полезной работ и изображаются площадью $fcdef$. Работа сил трения представляет собой разность адиабатной и полезной работ и эквивалентна площади 0^*lab0^* .

Заметим, что площадь $fcdef \approx$ площади $labl_1l$. Таким образом, для сопел потери кинетической энергии меньше, чем работа сил трения, на величину площади $0^*ll_10^*$.

Для оценки совершенства процессов расширения используется КПД сопел, чаще всего – изоэнтропийный КПД. Он представляет собой отношение полезной работы к изоэнтропийной работе расширения газа в сопле:

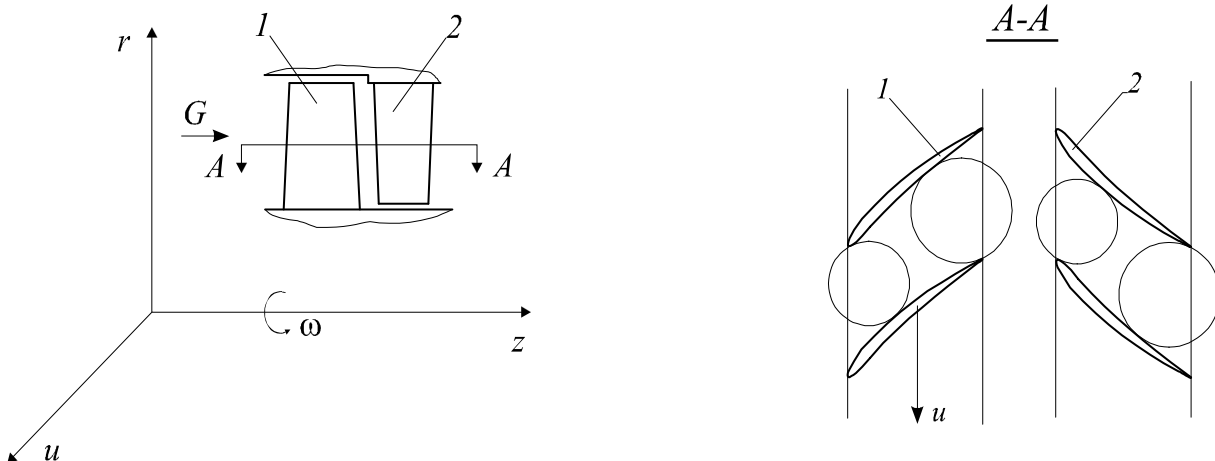
$$\eta = H_1 / H_1^* \text{ – в } h,s\text{-диаграмме,}$$

$$\eta = \text{площадь } 0^*bcf0^* / \text{площадь } 0^*bde0^* \text{ – в } T,s\text{-диаграмме.}$$

Этот КПД можно выразить через коэффициент скорости или коэффициент потерь

$$\eta = \frac{c_1^2}{c_{1t}^2} = \varphi^2 = 1 - \zeta.$$

ПРОЦЕССЫ СЖАТИЯ В ДИФФУЗОРАХ КОМПРЕССОРА

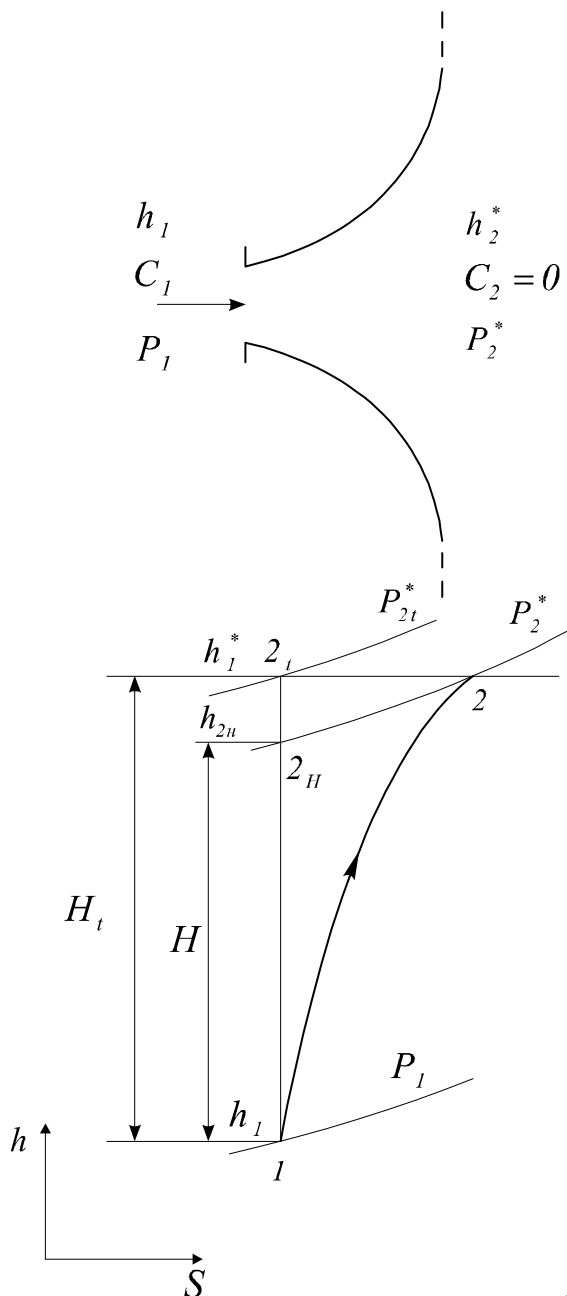


Как и для турбины, будем рассматривать осевой компрессор, состоящий из некоторого количества ступеней, объединенных в единую проточную часть.

Ступень осевого компрессора представляет собой совокупность рабочих 1 и направляющих 2 лопаток. Вращение рабочих лопаток и ротора осуществляется от двигателя (электромотор, турбина, дизель и т.д.). Каналы для прохода газа, как в рабочих, так и в направляющих решетках представляют собой криволинейные диффузоры (Д), в которых осуществляется сжатие газа.

Рассмотрим одномерный дозвуковой адиабатный поток в канале Д. Речь идет о дозвуковых потоках.

Для простоты рассуждений примем, что поток тормозится в этом канале полностью, так, что выходная скорость равна нулю.



$1-2$ – адиабатный процесс сжатия газа в Д;

$1-2_i$ – изоэнтروпийный процесс сжатия газа в Д.

Уравнение энергии для Д имеет вид:

$$h + \frac{c^2}{2} = h^* = const,$$

или

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_1^* = h_2 + \frac{c_2^2}{2} = h_2^*.$$

H – полезная работа Д, которая характеризует процесс повышения в нем давления. H_t – изоэнтропийная (теоретическая) работа Д.

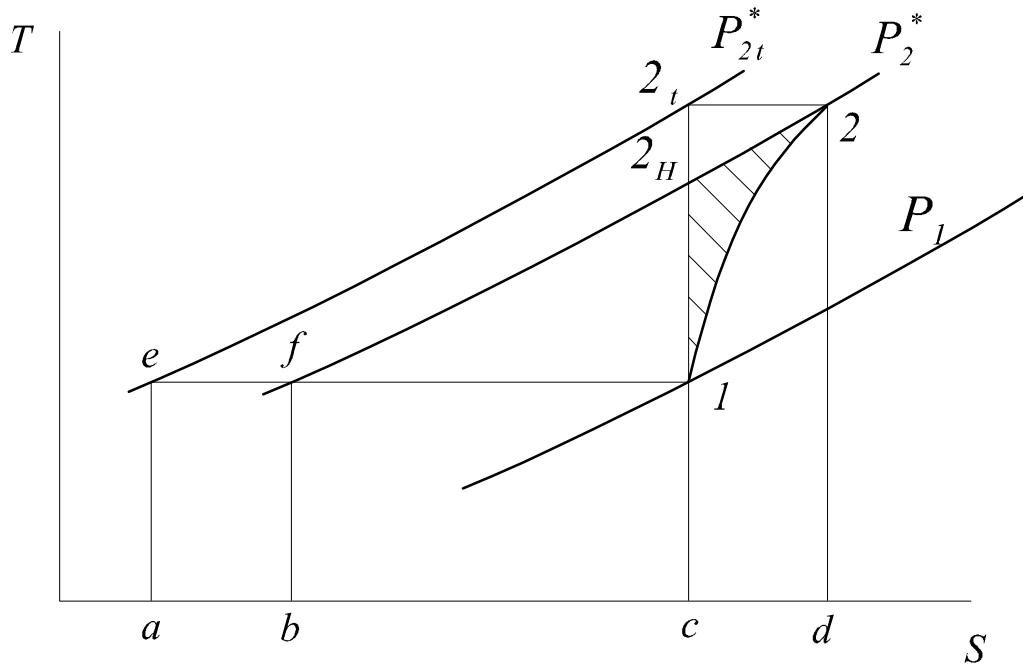
Вследствие потерь, связанных с трением о стенки и между струйками газа, $H < H_t$, следовательно, $p_2^* < p_{2i}^*$ и возникают потери кинетической энергии

$$\Delta H = H_t - H = h_2^* - h_{2H}.$$

ΔH – потери кинетической энергии: если бы не было сил трения, то эти потери преобразовались бы в энергию давления.

Рассмотрим процесс сжатия газа в диффузоре в T,s -диаграмме.

Линия $1-2$ характеризует адиабатный процесс сжатия, а линия $1-2_t$ – изоэнтروпийный процесс сжатия.



Площадь $bf2lcb$ эквивалентна адиабатной работе сжатия в Д.

Площадь $ae2_tca$ эквивалентна изоэнтропийной работе сжатия в Д.

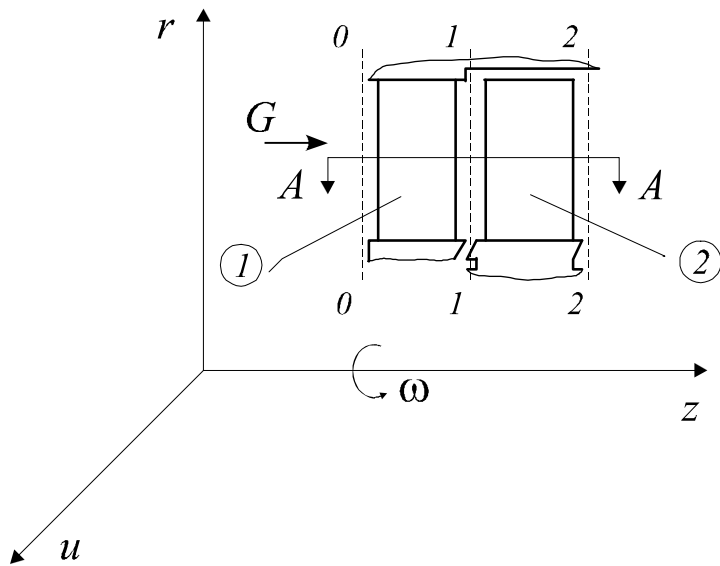
Площадь $bf2_ncb$ эквивалентна полезной работе сжатия в Д.

Так как площадь $ae2_tca \approx$ площади $bf2db$, то разность изоэнтропийной и полезной работ характеризует потери кинетической энергии, которые изображаются площадью $c2_n2dc$. Разность изоэнтропийной и адиабатной работ отображает работу сил трения и изображаются площадью $c12dc$. Видно, что потери кинетической энергии больше, чем работа сил трения. Как и для конфузоров, для Д введем КПД: изоэнтропийный

$$\eta_{из} = H / H_t \text{ – в } h,s\text{-диаграмме.}$$

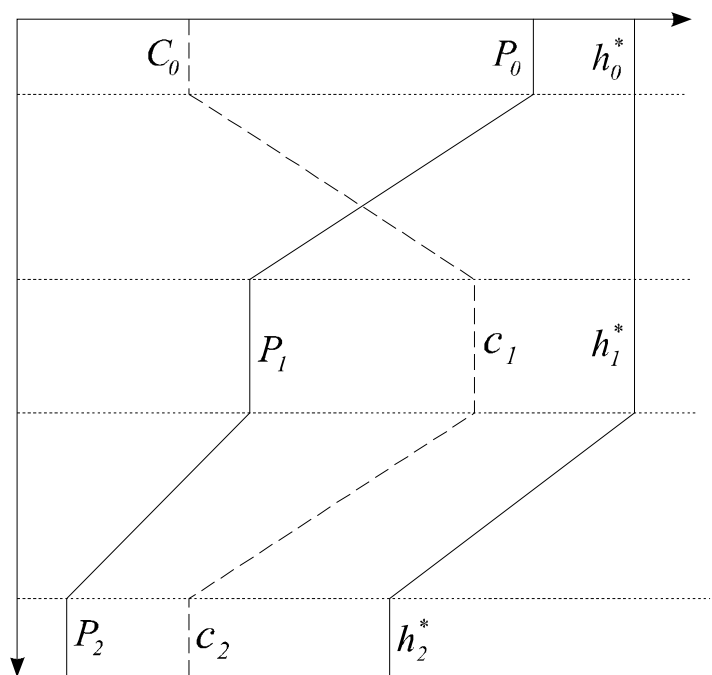
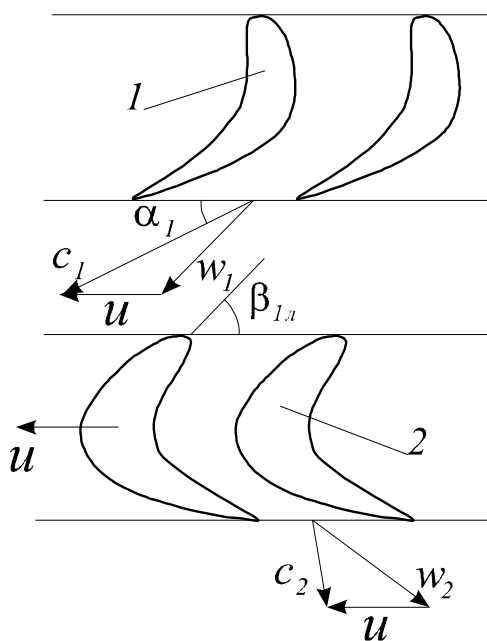
КИНЕМАТИЧЕСКИЕ СХЕМЫ И ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ СТУПЕНЕЙ ОСЕВЫХ ТУРБОМАШИН

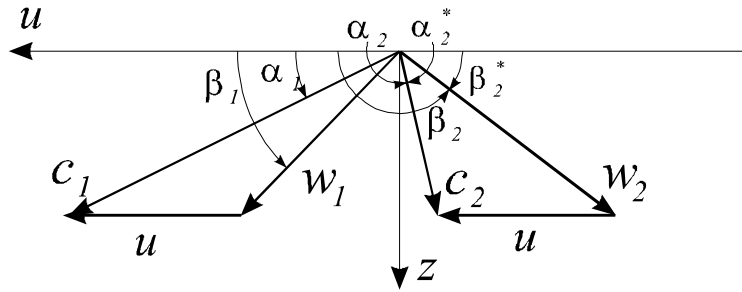
СТУПЕНЬ ОСЕВОЙ ТУРБИНЫ



Рассмотрим простейшую осевую ступень, состоящую из НЛ 1 и РЛ 2. Важную роль играют сечения 0-0, 1-1 и 2-2, так как во многих случаях анализ работы ступени строится на характеристиках

По "А" (повернуто)





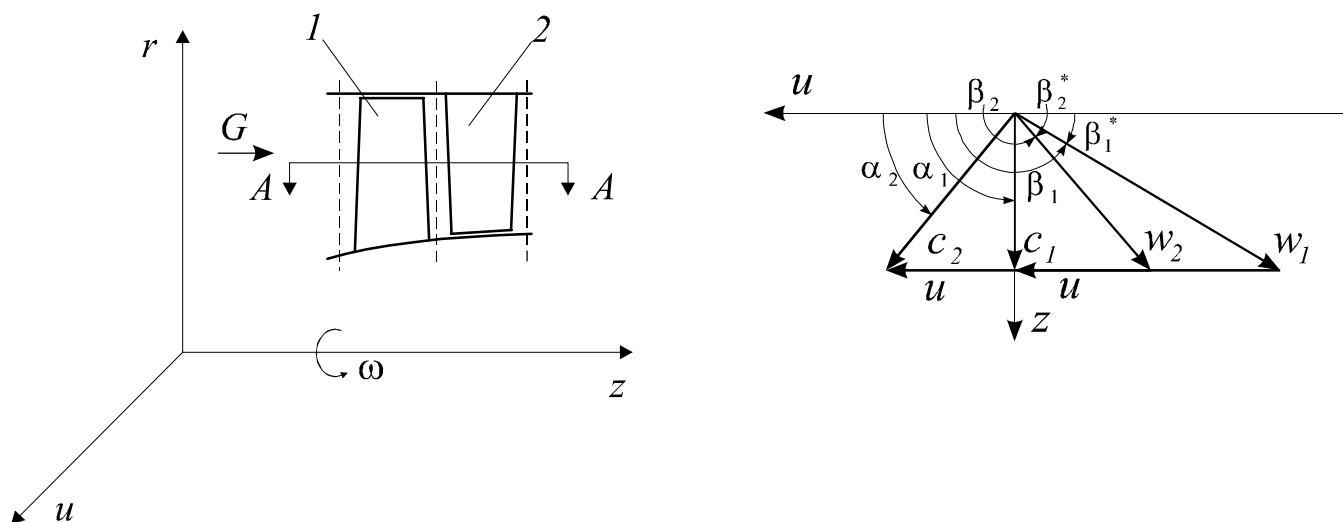
потока в этих сечениях. Поток рабочего тела с массовым расходом G поступает в НА. Как правило, рабочее тело имеет высокую температуру и давление. В конфузторных каналах НА газ разгоняется от скорости c_0 до скорости c_1 и разворачивается на некоторый угол α_1 к фронту решетки. РЛ 2 укреплены на вращающемся роторе и пробегают относительно НЛ с окружной скоростью u . Таким образом, можно применить основное кинематическое соотношение теории турбомашин, связывающее абсолютное, относительное и переносное движения:

$$\bar{c} = \bar{w} + \bar{u}.$$

Это соотношение позволяет строить так называемые треугольники скоростей за НА и РК. Таким образом, на РЛ газ натекает под углом β_1 со скоростью w_1 . На режиме проектирования, как правило, $\beta_{1л} \approx \beta_1$ ($\beta_{1л}$ – лопаточный угол, β_1 – угол потока). Обтекая РЛ, газ передает им часть кинетической энергии. В результате силового взаимодействия потока газа с РЛ появляется полезная мощность, которую поглощает приводной агрегат. В наиболее общем случае давление газа понижается как в области НА, так и в области РК. Скорость потока увеличивается в конфузторных каналах НА и уменьшается при обтекании РЛ. Энтальпия торможения в адиабатном потоке уменьшается только в области РЛ.

На треугольниках скоростей показаны углы потока α_1 , β_1 , α_2 и β_2 . Иногда применяют углы $\alpha_2^* = 180^\circ - \alpha_2$ и $\beta_2^* = 180^\circ - \beta_2$.

ОСЕВАЯ КОМПРЕССОРНАЯ СТУПЕНЬ



Осевая компрессорная ступень представляет собой совокупность рабочих 1 и спрямляющих 2 лопаток. РЛ закреплены на роторе, который приводится во вращение каким-либо двигателем (электромотор, турбина, дизель и т.д.). НЛ установлены в корпусе и неподвижны. Каналы для прохода газа как в РК, так и в спрямляющем аппарате (СА) представляют собой диффузоры. При прохождении через каналы РК газу посредством РЛ передается механическая энергия, которая преобразуется в кинетическую и внутреннюю энергии газового потока. В результате в области РЛ увеличивается энтальпия торможения, скорость и давление в потоке газа. При этом в относительном движении поток в каналах РЛ тормозится и $w_2 < w_1$, т.е. диффузорность канала проявляет себя по отношению к скоростям в относительном движении.

Как и для ступени турбины, можно записать:

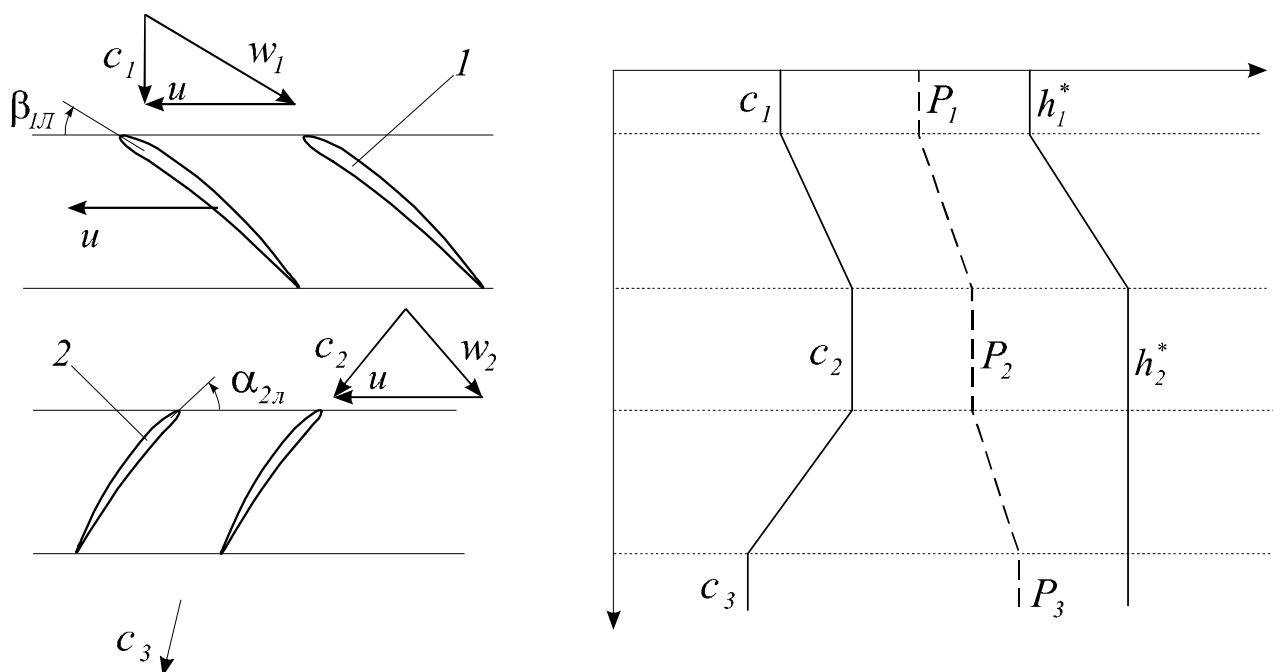
$$\bar{c} = \bar{w} + \bar{u}.$$

В НЛ поток также тормозится в диффузорных каналах, в результате чего растет давление $p_3 > p_2$ и уменьшается скорость $c_3 < c_2$. Энтальпия торможения в адиабатном потоке газа остается постоянной.

Для номинального режима работы решетки обычно проектируют таким образом, чтобы выполнялись условия:

$$\beta_{1л} \approx \beta_1; \alpha_{2л} \approx \alpha_2.$$

A-A

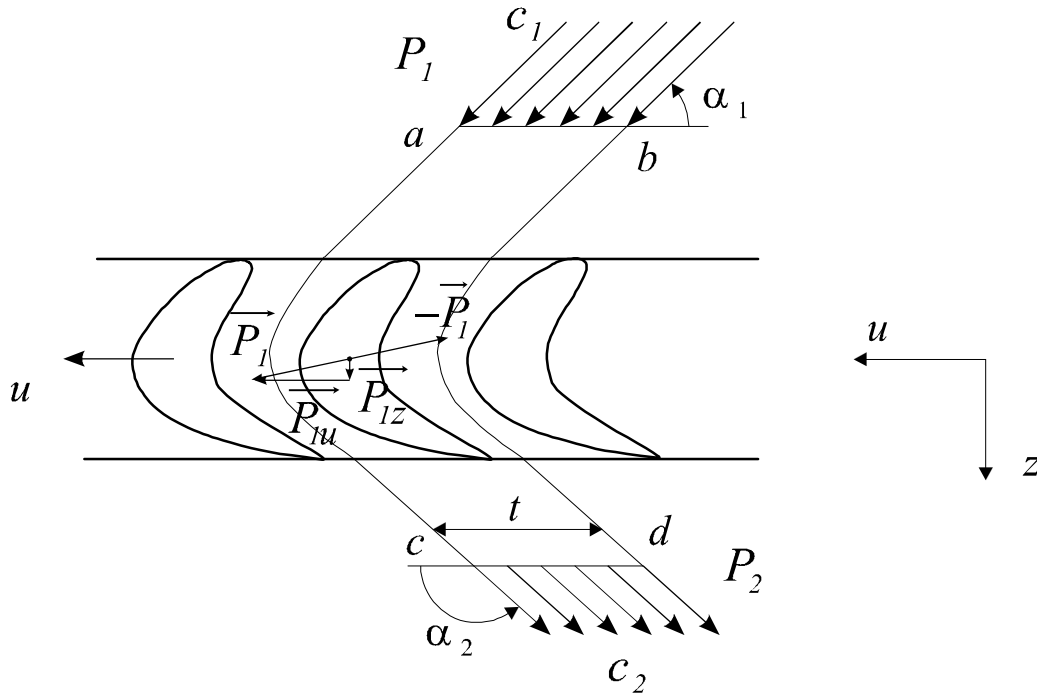


ФОРМУЛЫ ЭЙЛЕРА

СИЛА, ДЕЙСТВУЮЩАЯ НА ЛОПАТКУ ТУРБОМАШИНЫ

Рассмотрим установившееся (стационарное) обтекание газом плоской рабочей решетки турбомашин. Введем некоторый контрольный объем, ограниченный контуром $abcd$. Этот объем движется равномерно и прямолинейно с переносной скоростью u , поэтому на частички газа, заполняющие объем, не действуют силы инерции. Высота этого объема над плоскостью чертежа равна l м. Вдоль линий ab и cd , расположенных на достаточном удалении от решетки, скорости, углы и давления в потоке будем считать неизменными. Линии ac и bd представляют собой линии тока и расположены на расстоянии шага t друг от друга. На линии тока вектор абсолютной скорости потока является касательным к этой линии. Шагом t решетки назовем расстояние между сходственными точками двух соседних профилей. Так как движение газа через объем установившееся, то можно считать, что в любой момент времени выделенный объем заполнен

одинаковым количеством элементарных частичек газа с разными, но не зависящими от времени свойствами.



Применим к выделенному объему теорему теоретической механики. Производная по времени от количества движения некоторой системы материальных тел равняется главному вектору всех внешних сил, приложенных к рассматриваемой системе:

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = \bar{R} . \quad (1)$$

Для выделенного объема при установившемся течении количество движения меняется только за счет разности количеств движения на выходе и входе в объем:

$$\frac{d\bar{Q}}{dt} = G(\bar{c}_2 - \bar{c}_1), \quad (2)$$

где G – массовый расход газа в единицу времени через рассматриваемый канал. В соответствии с (1) и (2) имеем

$$\bar{R} = G(\bar{c}_2 - \bar{c}_1). \quad (3)$$

Рассмотрим составляющие главного вектора внешних сил \bar{R} , действующего на выделенный объем. Прежде всего, это силы гидродинамического давления, которые действуют по нормали к поверхности выделенного контура. По-видимому, играют свою роль лишь давления вдоль линий ab и cd , так как давления вдоль линий ac и bd взаимно уравновешиваются. Касательные силы трения на поверхностях ab и cd

отсутствуют в силу того, что поток на этих поверхностях равномерный. Касательными силами трения по поверхностям тока ac и bd в ядре потока пренебрегаем. Поэтому, кроме сил давления по поверхностям ab и cd , на выделенный объем действует сила со стороны лопатки $-\overline{\mathbf{p}}_1$. В состав этой силы $-\overline{\mathbf{p}}_1$ входят и касательные силы трения, возникающие на поверхности обтекаемой потоком лопатки. Следовательно, можно записать:

$$\overline{\mathbf{R}} = (p_1 - p_2)t\overline{\mathbf{i}} - \overline{\mathbf{p}}_1. \quad (4)$$

Со стороны потока на лопатку действует равная по величине, но противоположно направленная сила $\overline{\mathbf{p}}_1$. Эти силы друг друга не уравнивают, так как приложены к разным объектам: $-\overline{\mathbf{p}}_1$ - к объёму газа, $\overline{\mathbf{p}}_1$ - к вращающейся лопатке. В соответствии с формулами (4) и (3) можно записать:

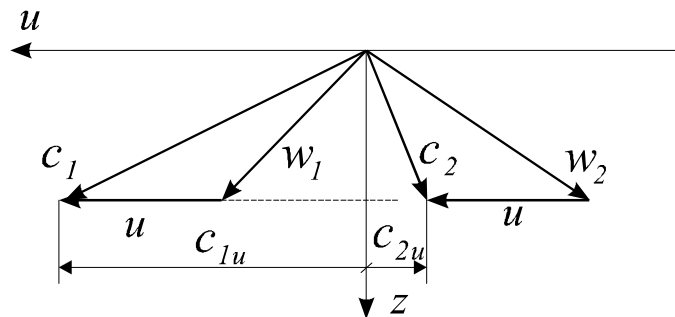
$$\overline{\mathbf{p}}_1 = (p_1 - p_2)t\overline{\mathbf{i}} + G(\overline{\mathbf{c}}_1 - \overline{\mathbf{c}}_2). \quad (5)$$

Проекции вектора $\overline{\mathbf{p}}_1$ на направление окружной скорости u и ось z запишем в следующем виде:

$$P_{1u} = G(c_{1u} - c_{2u}); \quad (6)$$

$$P_{1z} = (p_1 - p_2)t + G(c_{1z} - c_{2z}). \quad (7)$$

Для осевой турбинной ступени треугольники скоростей имеют следующий вид:

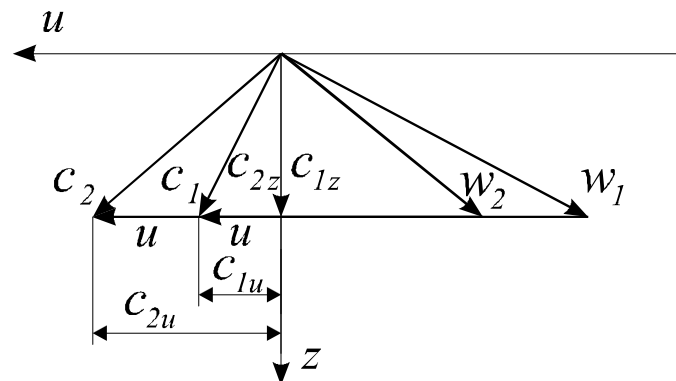


Так как $c_{1u} \gg c_{2u}$, $c_{1z} \approx c_{2z}$, $p_1 > p_2$, то $P_{1u} > 0$ и $P_{1z} > 0$.

Рассматривая (6) и (7), приходим к выводу, что для осевой турбинной ступени появляется положительная проекция силы P_{1u} , действующая на лопатку в направлении оси u . Эта сила P_{1u} развивает момент относительно оси z , а при вращении РК появляется полезная мощность. Так как $P_{1z} > 0$, то на

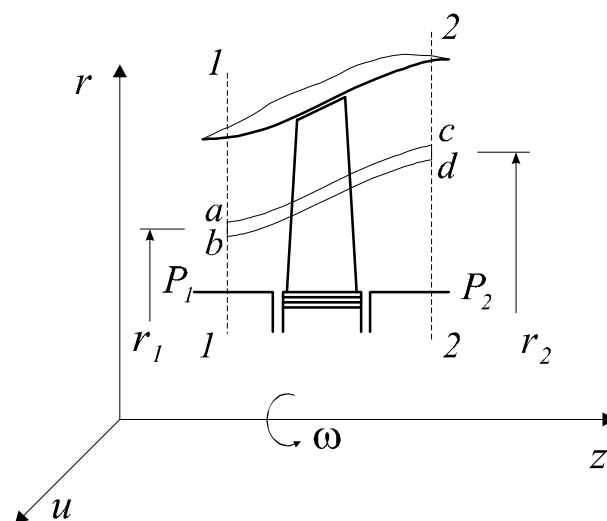
лопаточный аппарат и ротор турбины действует осевое усилие, направленное по ходу движения рабочего тела вдоль проточной части.

Для осевой компрессорной ступени треугольники скоростей имеют следующий вид:



Для вращения РК компрессорной ступени необходимо подводить мощность, так как $c_{1u} < c_{2u}$ и сила $P_{1u} < 0$. Сила $P_{1z} < 0$, так как $c_{1z} \approx c_{2z}$, а $p_2 > p_1$. Таким образом, в осевом К осевое усилие, действующее на РЛ и ротор, направлено против движения рабочего тела (в сторону всасывания). Разумеется, на неподвижные НЛ турбин и компрессоров также действуют силы со стороны потока, который их обтекает. При этом появляются моменты, приложенные к статору, но мощность не возникает, так как лопатки не вращаются.

МОМЕНТ, ДЕЙСТВУЮЩИЙ НА РЕШЁТКУ ТУРБОМАШИНЫ



Рассмотрим обтекание вращающейся решетки ТМ потоком газа. Течение примем установившимся (стационарным), т.е. не зависящим от времени.

Выделим в газе некоторый объем. Этот объем образован поверхностями тока ac и bd и кольцевыми поверхностями ab и cd , причём расстояние между a и b (c и d) выберем достаточно малым, таким, что изменением параметров газа вдоль ab и cd можно пренебречь. Сечения ab и cd расположены на некотором удалении от рабочей решетки, так, что изменениями параметров потока вдоль окружности этих колец также можно пренебречь. Это соответствует модели осесимметричного потока в межвенцовых зазорах проточных частей ТМ.

Для рассматриваемого объема, состоящего в любой момент времени из одинакового числа элементарных частиц газа с разными, но не зависящими от времени свойствами, применим теорему теоретической механики. Главный момент всех внешних сил, действующих на этот объем газа относительно оси z , равен векторной производной по времени от момента количества движения этого объема относительно той же оси:

$$\frac{d\overline{K}_z}{dt} = \overline{M}_z, \quad (1)$$

где \overline{K}_z – момент количества движения данного объема относительно оси z , а \overline{M}_z – главный момент всех внешних сил, действующих на выделенный объем.

Для стационарного движения изменение момента количества движения обусловлено только разностью моментов количества движения на выходе и входе в рассматриваемый объем:

$$\frac{d\overline{K}_z}{dt} = G(c_{2u} \cdot r_2 - c_{1u} \cdot r_1), \quad (2)$$

где G – массовый расход газа через выделенный объем.

Из формул (1) и (2) вытекает, что

$$M_z = G(c_{2u} \cdot r_2 - c_{1u} \cdot r_1). \quad (3)$$

Проанализируем, какие внешние силы, действующие на выделенный объем, создают момент относительно оси z . Силы гидродинамического давления по кольцевым поверхностям ab и cd момент не создают, так как они параллельны оси z . Силы гидродинамического давления вдоль поверхностей тока ac и bd также не создают момент относительно оси z , так как линии действия этих сил проходят через ось z .

Касательные силы трения на поверхностях ab и cd не возникают, так как принято, что поток на этих поверхностях равномерный. Касательные силы трения возникают по поверхностям ac и bd и, в принципе, создают момент относительно оси z . Вместе с тем, если привлечь аналогичный слой газа, примыкающий к рассматриваемому, то вдоль поверхности тока bd , например, в

примыкающем слое, касательные силы трения должны быть равны по величине, но противоположно направлены, иначе частицы газа сойдут с поверхности тока bd . Поэтому при интегрировании потока вдоль радиуса моменты касательных сил трения взаимно сокращаются, за исключением их значений на обводах проточной части, которыми будем пренебрегать. Для нашего случая главный момент всех внешних сил, действующих на выделенный объем, обусловлен действием лопаточного аппарата на поток. В этот момент входят также моменты от сил трения на поверхностях лопатки.

Со стороны потока на лопатки действует равный по величине и противоположно направленный момент:

$$M = -M_z. \quad (4)$$

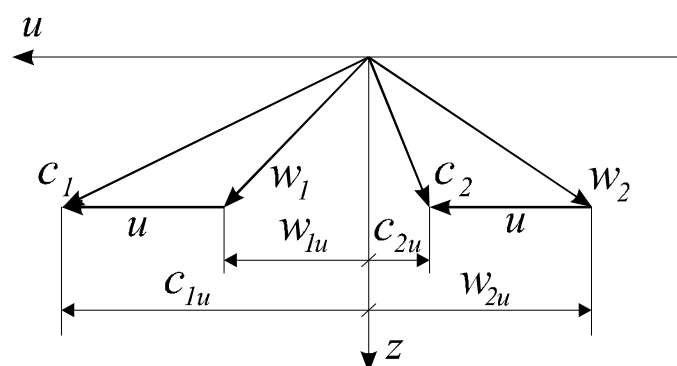
Эти моменты друг друга не уравнивают, так как приложены к разным объектам: M_z - объёму газа, M - к решётке лопаток. В соответствии с формулами (3) и (4) можно записать:

$$M = G(c_{1u} \cdot r_1 - c_{2u} \cdot r_2). \quad (5)$$

Для осевой турбинной ступени $c_{1u} \cdot r_1 \gg c_{2u} \cdot r_2$, поэтому $M > 0$. Для компрессорной ступени $c_{1u} \cdot r_1 < c_{2u} \cdot r_2 \Rightarrow M < 0$. Момент действует также и на неподвижный НА.

Рассмотрим осевую турбинную ступень, у которой течение близко к цилиндрическому, т.е. $u_1 = u_2 = u$, $r_1 = r_2 = r$. Тогда формула (5) может быть переписана так:

$$M = G \cdot r(c_{1u} - c_{2u}).$$



Из треугольников скоростей имеем: $c_{1u} = w_{1u} + u$, $c_{2u} = w_{2u} + u$. Подставив два последних выражения в формулу моментов, получим

$$M = G \cdot r(w_{1u} - w_{2u}).$$

УДЕЛЬНАЯ МОЩНОСТЬ

При вращении рабочей решетки турбины вырабатывается мощность

$$N = M \cdot \omega . \quad (1)$$

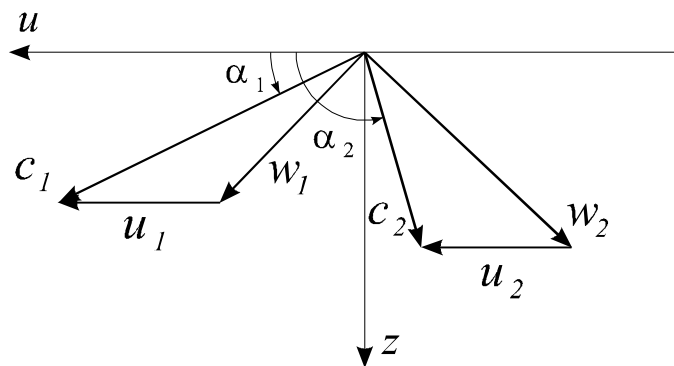
Так как $u = \omega \cdot r$, где ω – угловая частота вращения ротора, u – окружная скорость вращения, то

$$N = G(c_{1u} \cdot u_1 - c_{2u} \cdot u_2), \quad (2)$$

$$H_u = N / G = c_{1u} \cdot u_1 - c_{2u} \cdot u_2, \quad (3)$$

где H_u – удельная мощность. Удельная мощность – это мощность, развиваемая расходом в 1 кг/с рабочего тела. Очевидно, что для турбинной ступени $H_u > 0$, для компрессорной ступени $H_u < 0$. Для компрессорной ступени вводится понятие удельного напора:

$$H = -H_u.$$



Применив теорему косинусов к треугольникам скоростей, запишем:

$$2u_1 \cdot c_1 \cdot \cos \alpha_1 = c_1^2 + u_1^2 - w_1^2 ;$$

$$2u_2 \cdot c_2 \cdot \cos \alpha_2 = c_2^2 + u_2^2 - w_2^2 ;$$

$$c_1 \cdot \cos \alpha_1 = c_{1u} ; \quad c_2 \cdot \cos \alpha_2 = c_{2u} ;$$

$$c_{1u} \cdot u_1 = \frac{c_1^2}{2} + \frac{u_1^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} ; \quad (4)$$

$$c_{2u} \cdot u_2 = \frac{c_2^2}{2} + \frac{u_2^2}{2} - \frac{w_2^2}{2} . \quad (5)$$

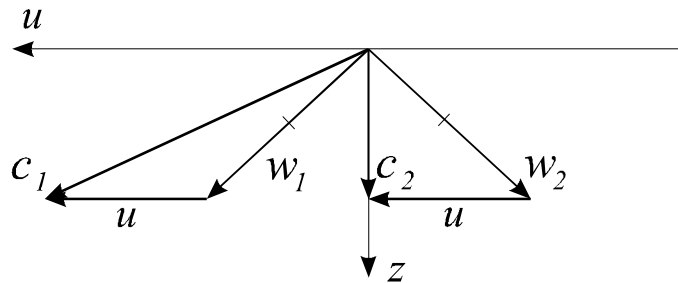
Подставив (4) и (5) в (3), получим:

$$H_u = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} . \quad (6)$$

Из (6) следует, что удельная мощность появляется в результате изменения удельной кинетической энергии потока в абсолютном, относительном и переносном движениях.

Рассмотрим процесс осевой активной турбинной ступени, для которой применяются условия: $r_1 = r_2 = r \Rightarrow u_1 = u_2 = u$; $w_1 = w_2$.

Треугольники скоростей для такой ступени имеют вид:

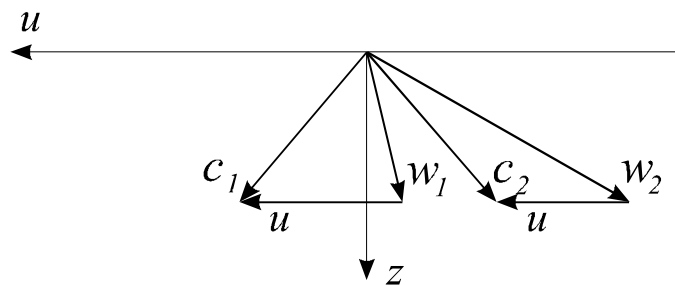


Если обратиться к уравнению (6), то для данного случая будем иметь

$$H_u = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2}.$$

Удельная мощность в соответствии с формулой (6) получается за счет изменения удельной кинетической энергии только в абсолютном движении.

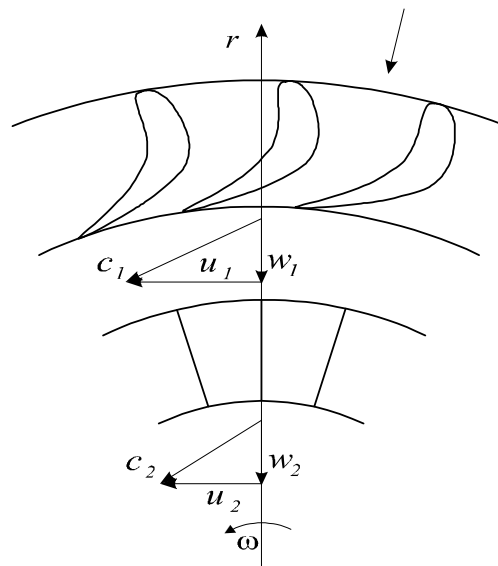
Рассмотрим осевую реактивную турбинную ступень, для которой $c_1 = c_2$ и $u_1 = u_2 = u$. Треугольники скоростей имеют вид:



Удельная мощность в соответствии с формулой (6) получается за счет изменения удельной кинетической энергии только в относительном движении:

$$H_u = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}.$$

Рассмотрим радиальную ступень:



Так как рабочее тело движется от периферии к оси ступени, то такая ступень называется центростремительной. Рабочая решетка этой ступени представляет собой набор пластин, установленных радиально. Из треугольников скоростей можно записать: $c_1^2 = u_1^2 + w_1^2$ и $c_2^2 = u_2^2 + w_2^2$. Подставив два последних выражения в формулу (6), получим $H_u = u_1^2 - u_2^2$. Удельная мощность получается за счет удвоенного изменения удельной кинетической энергии только в переносном движении.

УРАВНЕНИЕ ЭНЕРГИИ ДЛЯ РАБОЧЕГО КОЛЕСА ТМ В ОТНОСИТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ

Рассмотрим РК турбинной ступени, вращающееся в потоке газа. Пусть ab представляет собой поверхность тока. Выделим характерные сечения $1-1$ перед РК и $2-2$ – за РК. Для адиабатного потока газа уравнение энергии между сечениями $1-1$ и $2-2$ вдоль поверхности тока ab имеет следующий вид:

$$h_1^* = h_2^* + H, \quad (1)$$

где h_1^* – энтальпия торможения в сечении $1-1$; h_2^* – энтальпия торможения в сечении $2-2$; H – полезная работа.

Уравнение (1) показывает, что за счет отвода (съема) мощности энтальпия торможения в потоке рабочего тела в абсолютном движении уменьшается:

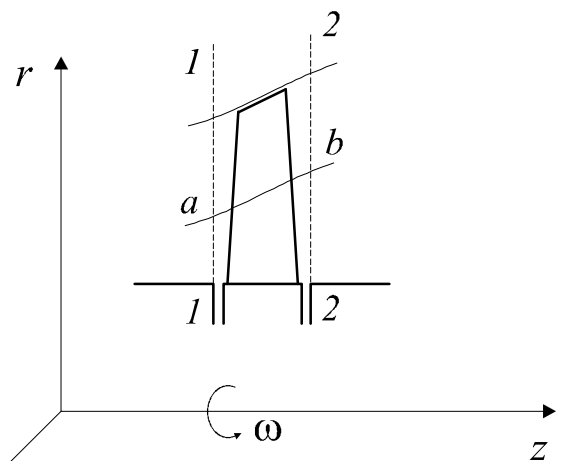
$$h_2^* = h_1^* - H.$$

Полезная работа (мощность) может быть вычислена по формуле Эйлера

$$H = H_u; \quad (2)$$

$$H_u = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2}. \quad (3)$$

По определению энтальпии торможения



$$h_1^* = h_1 + \frac{c_1^2}{2}; \quad h_2^* = h_2 + \frac{c_2^2}{2}. \quad (4)$$

Подставив формулы (2), (3), (4) в (1), получим

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} - \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} - \frac{u_2^2}{2} = h + \frac{w^2}{2} - \frac{u^2}{2} = h_w^* - \frac{u^2}{2} = const, \quad (5)$$

h_w^* – энтальпия торможения в относительном движении.

Получено уравнение энергии (5) для РК вдоль поверхности тока в относительном движении. Уравнение (1) – также уравнение энергии в области РК, но только в сечениях 1–1 и 2–2 (связка между сечениями 1–1 и 2–2). Преимущество уравнения (5) заключается в том, что оно выполняется вдоль поверхности тока, т.е. в любом месте поверхности тока, в том числе и внутри РК. Особенно ценный результат дает уравнение (5) для чисто осевых ТМ.

Во многих случаях для осевых ТМ принимается

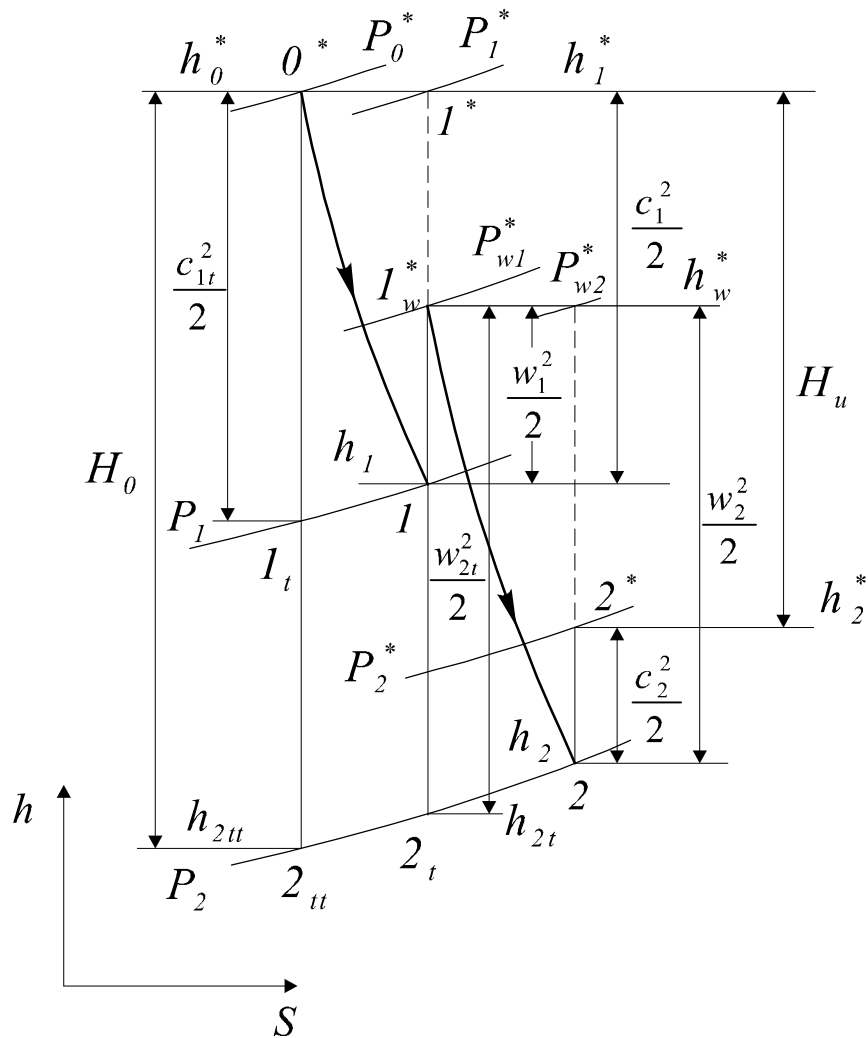
$$u_1 = u_2 = u.$$

Это соответствует гипотезе течения газа на цилиндрических поверхностях тока, соосных с осью ТМ. Тогда (5) приобретает вид:

$$h_1 + \frac{w_1^2}{2} = h_2 + \frac{w_2^2}{2} = h_w^* = const. \quad (6)$$

Вспомним уравнение энергии для неподвижного НА в абсолютном движении при адиабатном течении: $h^* = const$. По форме это уравнение полностью совпадает с (6). Таким образом, в РК достаточно перейти к относительному движению и тогда для расчета рабочих решеток можно использовать те же приемы, что и для расчёта направляющих решеток.

Рассмотрим процесс расширения рабочего тела в h,s -диаграмме для осевой турбинной ступени ($u_1 = u_2 = u$).



0^* – параметры торможения газа перед НА,

1_t – параметры в конце изоэнтروпийного процесса расширения в НА,

1 – параметры в конце адиабатного процесса расширения в НА,

1_w^* – параметры торможения перед рабочей решеткой в относительном движении,

2_t – параметры за рабочей решеткой в изоэнтропийном процессе расширения,

2 – параметры за рабочей решеткой в адиабатном процессе расширения,

2^* – параметры торможения за рабочей решеткой в абсолютном движении.

В результате по аналогии с НА для расчета потока в РК имеем некий треугольник $1_w^* 2 2_t$.

В соответствии с уравнением энергии $H_u = h_1^* - h_2^*$.

$$\eta_u = \frac{H_u}{H_0} \text{ – окружной КПД турбинной ступени.}$$

Этот КПД характеризует степень преобразования располагаемого изоэнтропийного перепада энтальпий H_0 в полезную мощность H_u , учитывая потери кинетической энергии в НА, РК и с выходной скоростью..

КОЭФФИЦИЕНТЫ КИНЕМАТИЧЕСКОГО ПОДОБИЯ СТУПЕНЕЙ ОСЕВЫХ ТУРБОМАШИН

Современные сложные технические объекты, к которым относятся и ТМ, изучаются с помощью методов математического и физического моделирования.

Математическое моделирование исследует систему уравнений, описывающих натурный объект (как правило, с помощью ЭВМ). Физическое моделирование обычно опирается на исследование некоторой уменьшенной модели натурального объекта при соблюдении условий подобия рабочих процессов в натуре и модели.

Наиболее эффективна комбинация математического и физического моделирования. При физическом моделировании вводятся понятия геометрического, кинематического и динамического подобия натуре и модели.

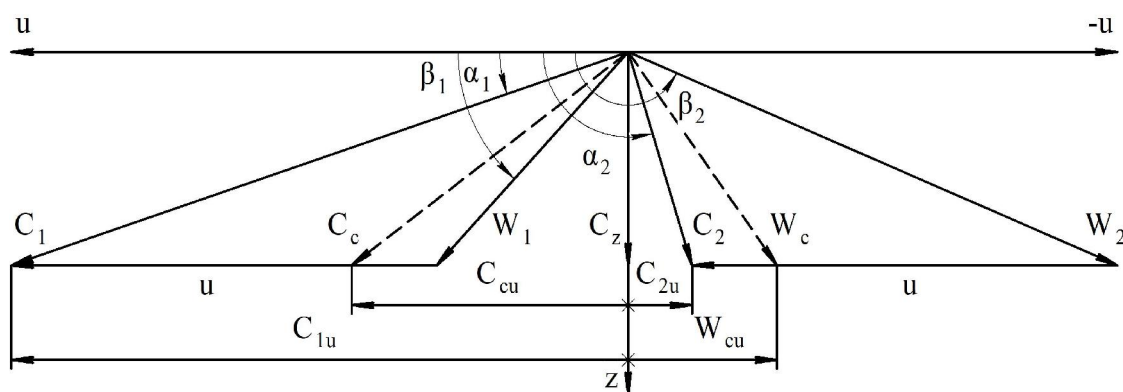
Геометрическое подобие означает, что все геометрические размеры модели получены уменьшением соответствующих размеров натуре в n раз.

Кинематическое подобие означает, что векторы скоростей в сходственных точках потока натуре и модели различаются на величину одного и того же скалярного множителя k .

Динамическое подобие для тепловых ТМ в основном сводится к подбору соответствующих чисел M и Re в модели таким образом, чтобы не нарушались основные физические явления в потоке модельной установки по сравнению с натурной.

Для упрощения выкладок ниже будем оперировать с так называемыми **условными** треугольниками скоростей осевых ТМ. Эти треугольники характеризуются равенствами:

$$c_{1z} = c_{2z} = c_z; \quad u_1 = u_2 = u.$$



Треугольники скоростей на средних диаметрах реальных ступеней цилиндров высокого и среднего давления паровых турбин, первых ступеней

газовых турбин и средних и последних ступеней осевых компрессоров во многих случаях близки по свойствам к *условным*.

Критерии кинематического подобия

1. Кинематическая степень реактивности ρ_k

Эта величина характеризует отношение составляющей удельной мощности, которая получается за счет ускорения потока в рабочей решетке в относительном движении, ко всей удельной мощности.

Обозначим $H_p = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$, тогда

$$\rho_k = \frac{H_p}{H_u}. \quad (1)$$

В соответствии с условными треугольниками скоростей

$$w_1^2 = w_{1u}^2 + c_z^2; \quad w_2^2 = w_{2u}^2 + c_z^2.$$

Для удельной мощности можно записать:

$$H_u = u \cdot (w_{1u} - w_{2u}).$$

Подставив последние выражения в формулу (1), получим

$$\rho_k = -\frac{w_{1u}^2 - w_{2u}^2}{2u \cdot (w_{1u} - w_{2u})} = -\frac{w_{1u} + w_{2u}}{2u}. \quad (2)$$

Введем средний вектор $\overline{\mathbf{w}_c} = \frac{\overline{\mathbf{w}_1} + \overline{\mathbf{w}_2}}{2}$ (см. рис. выше). Очевидно, что для проекции w_{cu} справедливо выражение

$$w_{cu} = \frac{w_{1u} + w_{2u}}{2}. \quad (3)$$

Подставив (3) в (2), получим

$$\rho_k = -\frac{w_{cu}}{u} = -\overline{\mathbf{w}_{cu}}. \quad (4)$$

В соответствии с выражением (4), кинематическая степень реактивности в условном треугольнике скоростей показывает расстояние между концом вектора $\overline{\mathbf{w}_c}$ и осью z в масштабе окружной скорости. По аналогии можно записать:

$$\overline{\mathbf{c}_c} = \frac{\overline{\mathbf{c}_1} + \overline{\mathbf{c}_2}}{2}; \quad c_{cu} = \frac{c_{1u} + c_{2u}}{2}.$$

При этом будет справедливо равенство

$$c_{cu} = w_{cu} + u.$$

Тогда формулу (4) можно записать так:

$$\rho_k = 1 - \frac{c_{cu}}{u} = 1 - \overline{c_{cu}}. \quad (5)$$

2. Коэффициент циркуляции (коэффициент нагрузки)

$$\overline{c_u} = \frac{H_u}{u^2}. \quad (6)$$

Коэффициент циркуляции характеризует степень загруженности ступени ТМ. Чем больше его значение (по модулю), тем большую мощность развивает турбинная ступень и тем большая мощность требуется для привода компрессорной ступени при прочих равных условиях. Рассматривая треугольники скоростей (условные), можно записать

$$\overline{c_u} = \frac{u \cdot (c_{1u} - c_{2u})}{u^2} = \frac{c_{1u} - c_{2u}}{u}. \quad (7)$$

Из формулы (7) видно, что коэффициент циркуляции характеризует в условном треугольнике скоростей расстояние между концами векторов $\overline{c_1}$ и $\overline{c_2}$ в масштабе окружной скорости u .

Для турбинной ступени:

$$c_{1u} \gg c_{2u}; \quad \overline{c_u} > 0. \quad \text{Обычно } \overline{c_u} \leq 2,5 \div 3,0.$$

Для компрессорной ступени:

$$c_{2u} > c_{1u}; \quad \overline{c_u} < 0. \quad \text{Обычно } \overline{c_u} \geq -0,5.$$

Большой (по модулю) коэффициент циркуляции означает сильную изогнутость профилей рабочих лопаток ступени турбомашины.

3. Коэффициент расхода

$$\overline{c_z} = \frac{c_z}{u}. \quad (8)$$

Коэффициент расхода характеризует расходную составляющую скорости в масштабе окружной скорости в условном треугольнике скоростей и пропускную способность ступени. Увеличение $\overline{c_z}$ при прочих равных условиях означает уменьшение высот лопаток в ступени ТМ.

Задание трех коэффициентов ρ_k , $\overline{c_u}$ и $\overline{c_z}$ полностью определяет конфигурацию безразмерных условных треугольников скоростей. Поэтому если в натурной и модельной ступенях эти коэффициенты одинаковые, то ступени кинематически подобны. К коэффициентам кинематического подобия относятся, в принципе, и углы потока α_1 , β_1 , α_2 и β_2 (см. рис. выше).

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ ОКРУЖНОЙ СКОРОСТИ ДЛЯ ОСЕВОЙ АКТИВНОЙ ТУРБИННОЙ СТУПЕНИ

При проектировании оптимальной турбинной ступени необходимо для заданного располагаемого перепада энтальпий H_0 выбрать для РЛ такую окружную скорость u_{opt} , чтобы получить максимальную удельную мощность H_u и, соответственно, максимальный окружной КПД $\eta_u = H_u / H_0$. Это одна из **центральных задач** теории осевых тепловых турбин.

Предположим, что для некоторого множества активных турбинных ступеней, для каждой из которых $\rho_k = 0$, применяется один и тот же направляющий аппарат. При этом угол α_1 , скорость $c_1 = C_0 = \sqrt{2H_0}$ и перепад энтальпий H_0 (см. рис.) для каждой из ступеней примем одинаковыми.

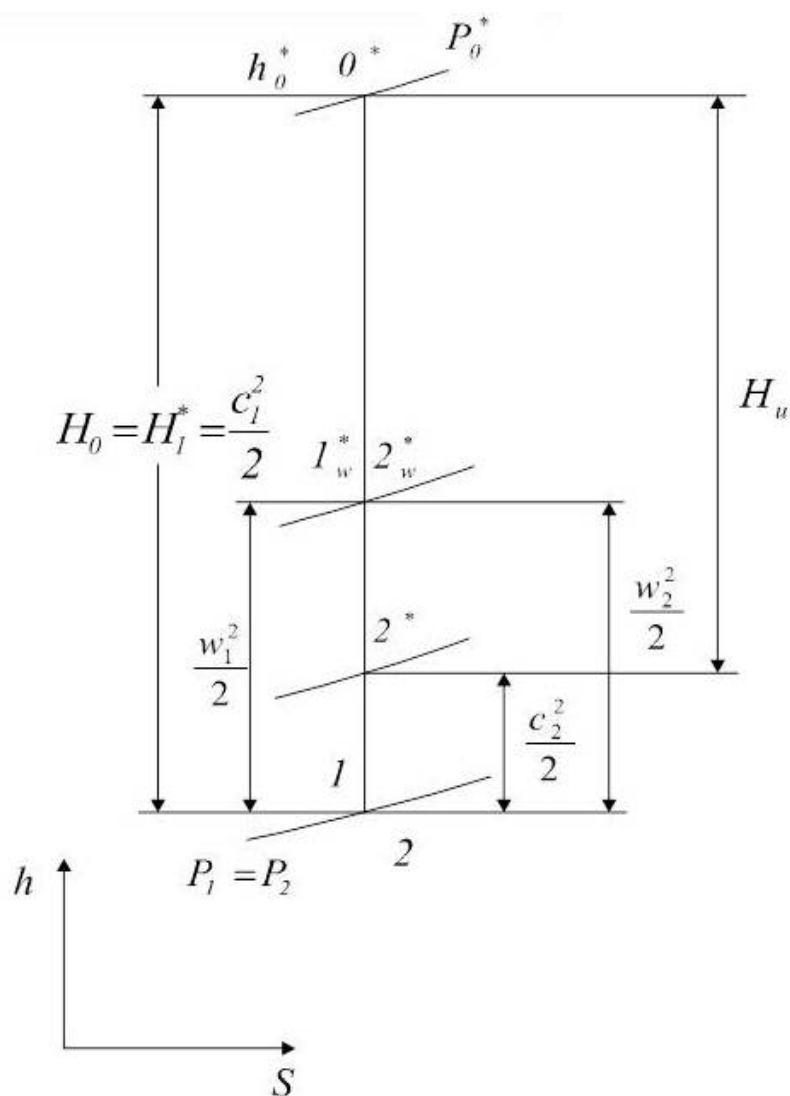


Рис. Процесс расширения газа в $h-s$ - диаграмме для активной ступени.

Запишем формулу Эйлера для удельной мощности H_u применительно к этому множеству турбинных ступеней при условиях: $u_1 = u_2 = u$, $w_1 = w_2$:

$$H_u = \frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}. \quad (1)$$

Величина $c_1^2/2$ в правой части формулы (1) одинакова для любой из ступеней нашего множества. Следовательно, максимальную удельную мощность будет иметь та ступень, у которой выходная скорость c_2 будет минимальна. Очевидно, что это будет та ступень, у которой вектор скорости c_2 совпадёт с направлением оси z (так называемый осевой выход потока) и будет равен расходной скорости c_z . Условные треугольники скоростей для оптимального и не оптимального вариантов активных турбинных ступеней показаны на рисунке ниже.

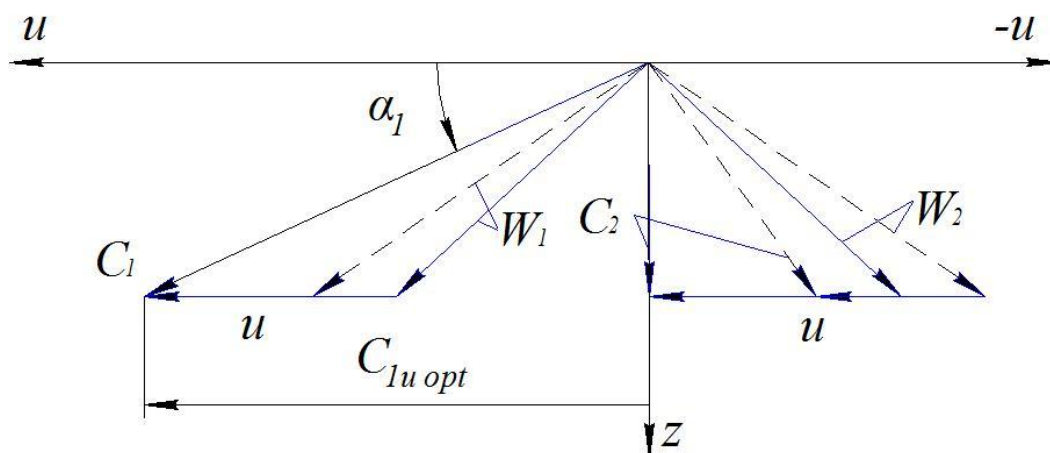


Рис. Треугольники скоростей для оптимальной (сплошные линии) и не оптимальной (штриховые линии) активных ступеней

Для оптимальной ступени из треугольников скоростей имеем $c_{1uopt} = 2u$, а $c_1 = c_{1u} / \cos \alpha_1$, поэтому

$$\left(\frac{u}{c_1}\right)_{opt} = \left(\frac{u}{C_0}\right)_{opt} = \frac{\cos \alpha_1}{2}. \quad (2)$$

Итак, на оптимальном режиме, характеризуемом формулой (2), осевая активная турбинная ступень развивает максимальную удельную мощность H_u . Так как располагаемый перепад энтальпий H_0 для рассматриваемого

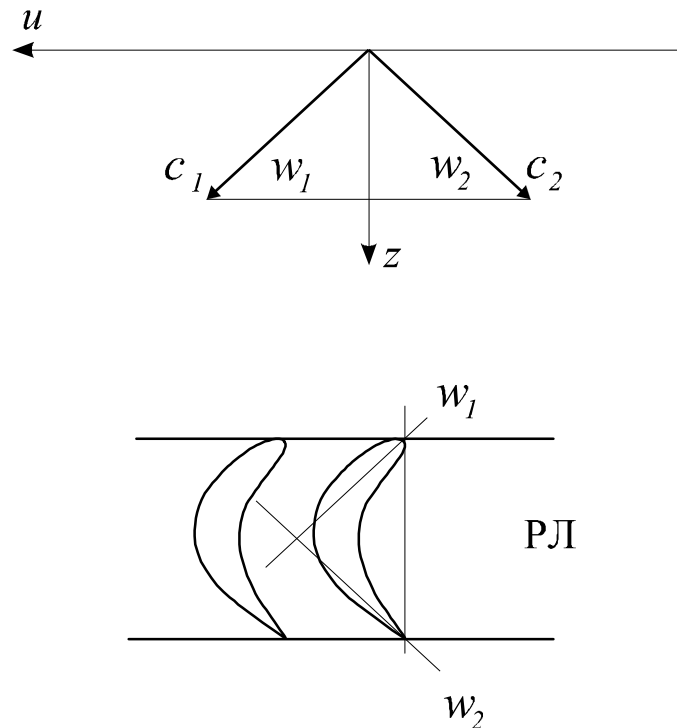
множества ступеней одинаков, то и окружной КПД будет также иметь максимальное значение на этом режиме:

$$\eta_{u \max} = H_u / H_0 = (c_1^2 / 2 - c_2^2 / 2) / (c_1^2 / 2) = 1 - \sin^2 \alpha_1 = \cos^2 \alpha_1. \quad (3)$$

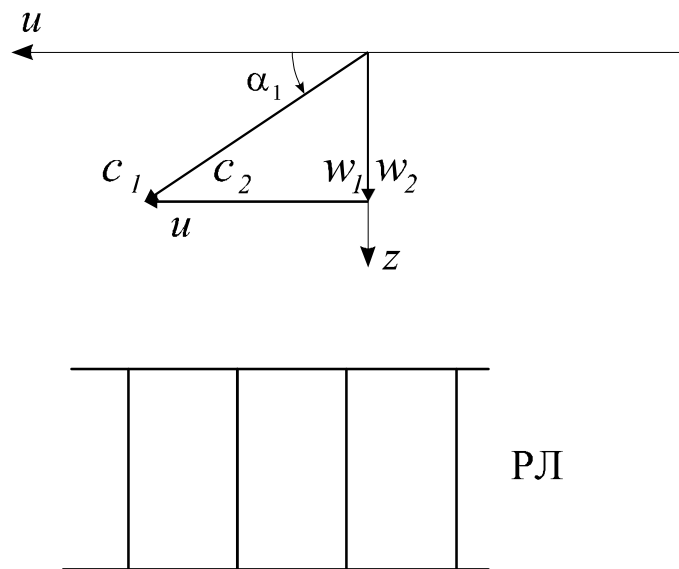
Из формулы (3) видно, что даже для идеального случая (не учитываем потери от трения и вихреобразования) $\eta_{u \max} < 1$, так как $\alpha_1 > 0$. Физически это объясняется тем, что через проточную часть ступени непрерывно должен протекать некоторый расход рабочего тела. Поэтому всегда будем иметь потери кинетической энергии с выходной скоростью.

В рассматриваемом множестве активных турбинных ступеней, как следует из треугольников скоростей, вектор скорости w_1 и, соответственно, w_2 могут изменяться от условий: $(c_1 = w_1, w_2 = c_2)$ до условий: $(c_1 = c_2, w_1 = w_2)$. Рассмотрим кинематику потока в этих крайних позициях.

1) $c_1 = w_1, w_2 = c_2$. Тогда $\eta_u = 0$, так как $u = 0, u / C_0 = 0$.

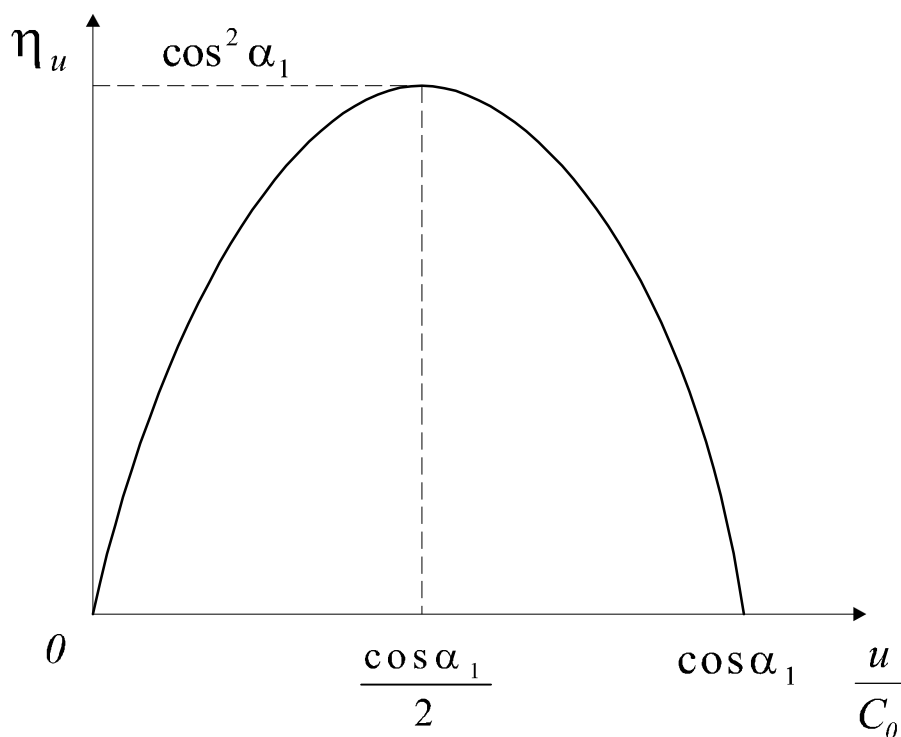


2) $c_1 = c_2, w_1 = w_2$. При этом в соответствии с формулами (2) и (4) $\eta_u = 0$, а $u/C_0 = \cos \alpha_1$.



Рабочая решетка в этом случае представляет собой набор пластин. Момент при этом не создается и удельная мощность равна нулю.

Представим полученные выше результаты в виде параболы [1]:



Рассмотрим коэффициент циркуляции на оптимальном режиме:

$$\overline{c_{u\ opt}} = \frac{H_u}{u^2} = \frac{u \cdot c_{1u} - u \cdot c_{2u}}{u^2} = \frac{2u}{u} = 2.$$

Определим коэффициент расхода на оптимальном режиме.

Так как $C_0 = c_1$ и $c_{1z} = c_1 \cdot \sin \alpha_1 = C_0 \cdot \sin \alpha_1$, то $C_0 = \frac{c_z}{\sin \alpha_1}$, тогда

$$\left(\frac{u}{c_z} \right)_{opt} = \frac{\operatorname{ctg} \alpha_1}{2},$$

$$\overline{c_{z\ opt}} = \frac{c_z}{u} = 2 \operatorname{tg} \alpha_1.$$

Оптимальная удельная мощность

$$H_{u\ opt} = u(c_{1u} - c_{2u}) = u(2u - 0) = 2u^2.$$

ВЛИЯНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СТЕПЕНИ РЕАКТИВНОСТИ НА ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОЙ ОКРУЖНОЙ СКОРОСТИ РЛ

Выше был изучен способ проектирования оптимальной турбинной ступени при $\rho_k = 0$. Вместе с тем, широкое применение имеют турбинные ступени при $\rho_k > 0$.

Рассмотрим, каким образом для ступени такого типа выбирать оптимальную окружную скорость РЛ. Запишем формулу удельной мощности для осевой турбинной ступени:

$$H_u = c_{1u} \cdot u - c_{2u} \cdot u. \quad (1)$$

Примем, что $c_{2u} \cdot u = a \cdot H_u.$ (2)

Коэффициент a характеризует долю удельной мощности, которая получается за счет закрутки потока за РК. В соответствии с формулами (1) и (2) можно записать:

$$c_{1u} \cdot u = H_u \cdot (1 + a). \quad (3)$$

Вспомним определение ρ_k :

$$\rho_k = 1 - \overline{c_{cu}} = 1 - \frac{c_{1u} + c_{2u}}{2u}. \quad (4)$$

Подставив в (4) выражения (2) и (3), получим:

$$\rho_k = 1 - \frac{H_u \cdot (1+a) + a \cdot H_u}{2u^2} = 1 - \frac{H_u}{2u^2} \cdot (1+2a). \quad (5)$$

Предположим, что имеем чисто активную ступень ($\rho_k = 0$) с осевым выходом потока, т.е. $a = 0$. Эта ступень работает в оптимальных условиях. Для нее примем $H_u = 2u_0^2$. Тогда формулу (5) можно записать в следующем виде:

$$\rho_k = 1 - \frac{u_0^2}{u^2} \cdot (1+2a), \quad (6)$$

где u_0 – окружная скорость для ступени с $\rho_k = 0$ и $a = 0$. Из формулы (6) получим:

$$\frac{u}{u_0} = \sqrt{\frac{1+2a}{1-\rho_k}}. \quad (7)$$

Формула (7) показывает, как изменяется окружная скорость u по сравнению со значением u_0 ($\rho_k = 0$, $a = 0$), если $\rho_k \neq 0$ и $a \neq 0$, т.е. по сравнению со ступенью активного типа. При этом принимается, что все ступени вырабатывают такую же удельную мощность ($H_u = 2u_0^2$), как и активная турбинная ступень с осевым выходом, но имеют различные располагаемые перепады энтальпий H_0 . Заметим, что отрицательная закрутка потока за ступенью ($a < 0$) позволяет выработать заданную удельную мощность при меньшей окружной скорости, чем при осевом выходе потока ($a = 0$). Этот признак характерен для высоконагруженных турбинных ступеней, свойства которых будут рассмотрены ниже.

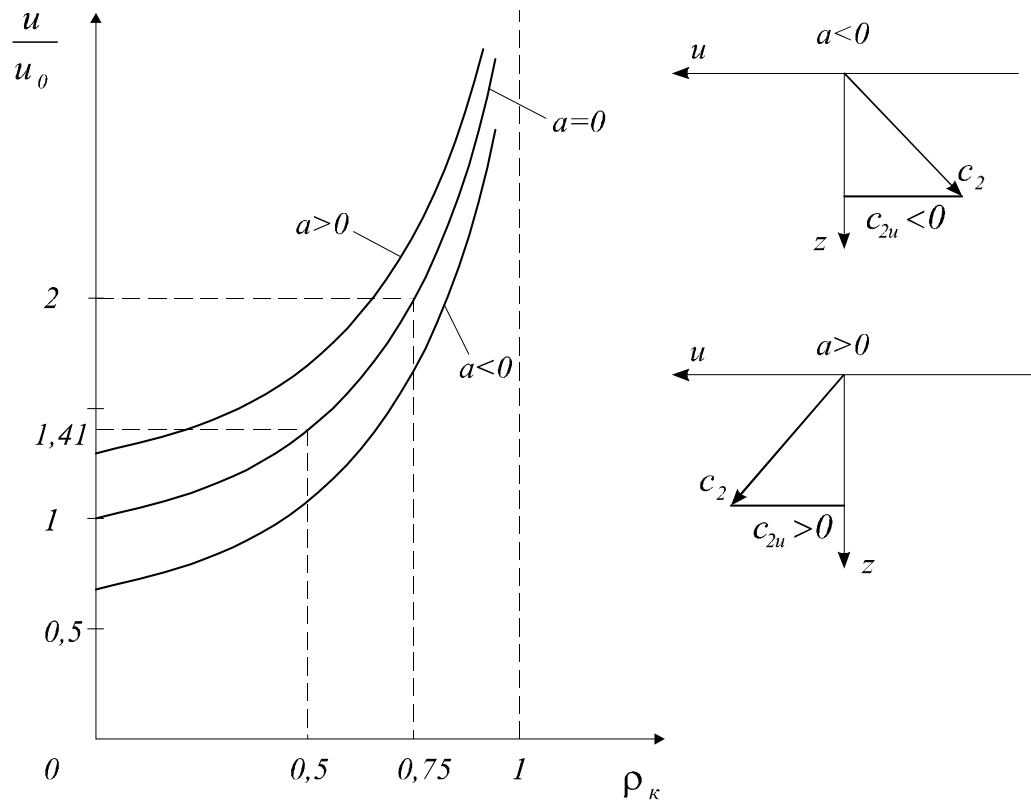
Изучим оптимальные ступени с осевым выходом, т.е. $a = 0$ в формуле (7). Тогда

$$u = u_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{1-\rho_k}}. \quad (8)$$

Рассмотрим варианты, анализируя формулу (8):

- 1) $\rho_k = 0$, $u = u_0$;
- 2) $\rho_k = 0,5$, $u \approx 1,41 \cdot u_0$;
- 3) $\rho_k = 0,75$, $u = 2u_0$;
- 4) $\rho_k = 1$, $u = \infty$.

При $\rho_k = 1$ невозможно одновременно получить заданную удельную мощность и обеспечить осевой выход потока, поэтому $u = \infty$ (рис. ниже).



Теперь, опираясь на решение, полученное при условии $\rho_k = 0$, перейдем к выбору оптимальной окружной скорости u для РЛ осевой **реактивной** ($\rho_k \neq 0$) турбинной ступени [2] при заданных: угле α_1 выхода потока из НА, кинематической степени реактивности $\rho_k = H_p / H_u$ (рис.) и располагаемом изоэнтروпийном перепаде энтальпий H_0 на ступень. Процесс расширения газа в реактивной ($\rho_k > 0$) ступени в $h-s$ - диаграмме представлен на рисунке.

Рассмотрим некоторое множество элементарных турбинных ступеней, каждая из которых вырабатывает одинаковую удельную мощность H_u при одинаковом располагаемом изоэнтропийном перепаде энтальпий H_0 в оптимальных условиях. Каждая ступень имеет различные: оптимальную окружную скорость u РЛ, угол α_1 за НА и кинематическую степень реактивности ρ_k при осевом выходе потока из ступени ($c_{2u} = 0$) и одинаковой расходной скорости $c_z = c_2$ (рис.). Такой набор элементарных ступеней вдоль радиуса получим, например, реализуя в реальной осевой турбинной ступени классическую закрутку потока по закону потенциального вихря, при условии осевого выхода потока из ступени ($c_{2u} = 0$) [1].

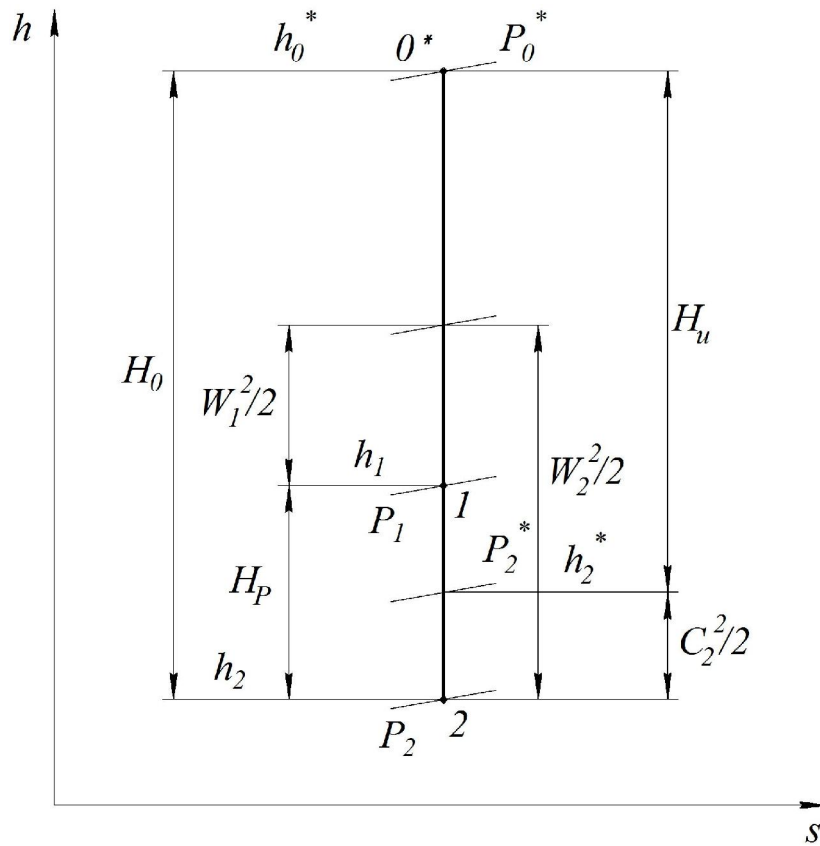


Рис. Процесс расширения газа в $h-s$ - диаграмме для реактивной ступени.

Так как и удельная мощность H_u , и располагаемый изоэнтروпийный перепад энтальпий H_0 для каждой ступени из рассматриваемого нами множества одинаковы, то, поделив левую и правую части формулы (8) на $C_0 = \sqrt{2H_0}$, получим:

$$\left(\frac{u}{C_0}\right)_{opt} = \left(\frac{u_0}{C_0}\right)_{opt} \cdot \sqrt{\frac{1}{1-\rho_k}} \quad (9)$$

Для активной турбинной ступени ранее установлено:

$$\left(\frac{u_0}{C_0}\right)_{opt} = \frac{\cos \alpha_{10}}{2}, \quad (10)$$

где угол α_{10} соответствует ступени активного типа при условии $\rho_k = 0$ (см. рис. ниже).

Для рассматриваемого множества элементарных турбинных ступеней с осевым выходом потока, так как удельная мощность у них одинакова, в соответствии с формулой Эйлера справедливо выражение:

$$c_{1u0}u_0 = c_{1u}u, \quad (11)$$

где c_{1u0} и c_{1u} - проекции векторов c_1 активной и реактивной ступеней на направление окружной скорости u .

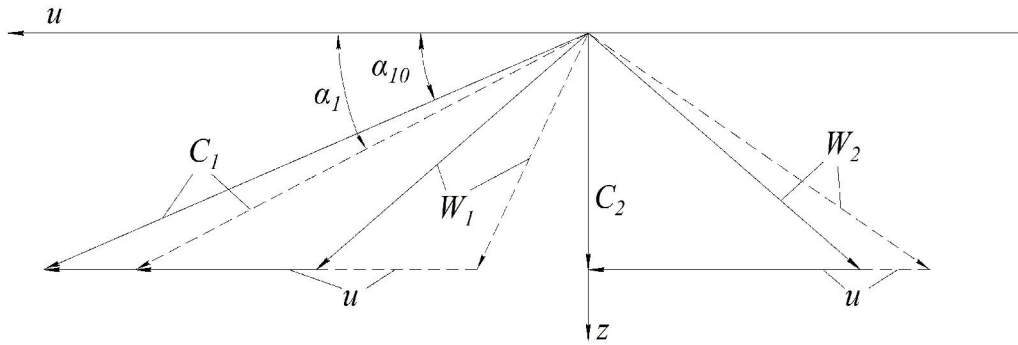


Рис. Активная ступень (сплошные линии), реактивная ступень (штриховые линии)

Разделив левую и правую части формулы (11) на c_2 , получим:

$$\operatorname{tg} \alpha_{10} = \frac{u_0}{u} \operatorname{tg} \alpha_1. \quad (12)$$

Совместное решение формул (8), (9), (10) и (12) запишем в следующем виде:

$$\left(\frac{u}{C_0} \right)_{opt} = \frac{\cos(\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \sqrt{1 - \rho_k}))}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 - \rho_k}}. \quad (13)$$

В монографии И.И.Кириллова [1] для реактивной турбинной ступени при условии $\rho_k = 0,5$ получена следующая формула:

$$\left(\frac{u}{C_0} \right)_{opt} = \frac{\cos \alpha_1}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha_1}}. \quad (14)$$

Расчеты, выполненные по формулам (13) и (14), например, для $\rho_k = 0,5$, $\alpha_1 = 20$ град, дают одинаковый результат:

$$\left(\frac{u}{C_0} \right)_{opt} = 0,6848.$$

Формула (13) получена для идеального газа и даёт точные результаты в рамках принятых допущений. Для расчета турбинных ступеней с учетом потерь кинетической энергии от трения и вихреобразования можно рекомендовать приближенную зависимость:

$$\left(\frac{u}{C_0} \right)_{opt} = \frac{\varphi \cdot \cos(\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \sqrt{1 - \rho_k}))}{2} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 - \rho_k}}. \quad (15)$$

где φ – коэффициент скорости для НА.

ОСНОВЫ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО РАСЧЕТА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РЕШЕТОК ТМ

Для проектирования современных высокоэкономичных ТМ одномерная теория уже недостаточна. Приходится учитывать изменение параметров, скоростей и углов потока вдоль радиуса в межвенцовых зазорах проточной части. Рассмотрим методы, позволяющие проектировать пространственные решетки ТМ [1,2]. Причем для этой цели, как будет показано ниже, будут также привлекаться, по-существу, одномерные расчеты, только не вдоль оси z , а вдоль оси r .

Постановка задачи

Допущения.

1. В расчетных сечениях $0-0$, $1-1$ и $2-2$ рассматривается стационарный, осесимметричный, адиабатный поток совершенного газа:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \varphi} = 0,$$

где $\frac{\partial}{\partial t}$ – частная производная параметров по времени; $\frac{\partial}{\partial \varphi}$ – частная производная параметров по окружной координате.

2. Радиальные скорости в расчетных сечениях и производные от этих скоростей будем считать пренебрежимо малыми. Из этого следует:

$$c_{0r} = c_{1r} = c_{2r} = \frac{\partial c_r}{\partial r} = \frac{\partial c_r}{\partial z} = 0.$$

3. На входе в ступень, в сечении $0-0$, энтальпию торможения и энтропию принимаем постоянными вдоль радиуса: $\frac{\partial h_0^*}{\partial r} = \frac{\partial s_0}{\partial r} = 0$. Принимаем также,

что при переходе от сечения $0-0$ к сечению $1-1$ энтропия вдоль каждой струйки тока увеличивается на одинаковую величину: $\Delta s_1 = s_1 - s_0 = const$. Тогда в сечении $1-1$ энтропия также постоянна вдоль радиуса. Энтальпия торможения в сечении $1-1$ постоянна вдоль радиуса в силу адиабатности течения:

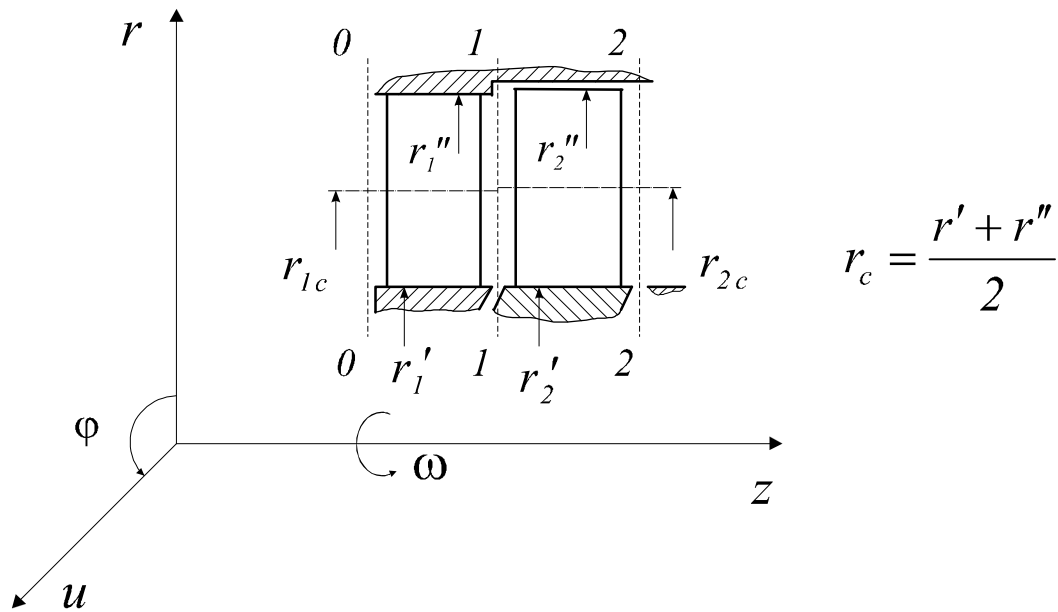
$$h_1^* = h_0^*.$$

Поэтому

$$\frac{\partial h_1^*}{\partial r} = \frac{\partial s_1}{\partial r} = 0.$$

4. Принимаем, что при переходе из сечения 1–1 в сечение 2–2 энтропия вдоль каждой струйки тока также увеличивается на одинаковую величину $\Delta s_2 = s_2 - s_1 = const$. Кроме того, считаем, что каждая элементарная струйка тока, пересекающая область РЛ, развивает одинаковую удельную мощность. Тогда в сечении 2–2 энтальпия торможения $h_2^* = h_1^* - H_u = const$; поэтому

$$\frac{\partial h_2^*}{\partial r} = \frac{\partial s_2}{\partial r} = 0.$$



Любая газодинамическая задача начинается с составления системы уравнений. В результате преобразований уравнений движения в форме Эйлера с учетом принятых допущений, можно записать так называемое уравнение радиального равновесия

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{dp}{dr} = \frac{c_u^2}{r}. \quad (1)$$

Уравнение (1) можно применять в нашей модели течения газа в любом расчетном сечении вдоль оси z . Преобразуем его к следующему виду:

$$\frac{dp}{dr} = \rho \cdot \frac{c_u^2}{r}, \quad (2)$$

где P – давление в потоке; ρ – плотность газа; c_u – проекция вектора скорости c на направление u .

Проанализируем дифференциальное уравнение (2). Из него вытекает следующее: если поток рабочего тела в расчетном сечении закручен, т.е.

$c_u \neq 0$, то $\frac{dp}{dr} > 0$ и, следовательно, давление в потоке будет расти вдоль радиуса от корневых сечений к периферийным. Соответственно, если $c_u = 0$, то производная $\frac{dp}{dr} = 0$ и давление вдоль радиуса будет постоянным.

Обоснование необходимости закрутки рабочих лопаток турбинной ступени

Рассмотрим поток в сечении 1-1 за НА турбинной ступени. Предположим, что на всех радиусах угол выхода потока из НА одинаков вдоль радиуса ($\alpha_1 = const$). На всех радиусах за НА будем иметь $c_{1u} \gg 0$. Тогда в соответствии с уравнением (2), получим

$$p'_1 < p_{1c} < p''_1 .$$

Так как на входе в ступень энтальпия торможения вдоль радиуса неизменна, то можно записать неравенство

$$c'_1 > c_{1c} > c''_1 .$$

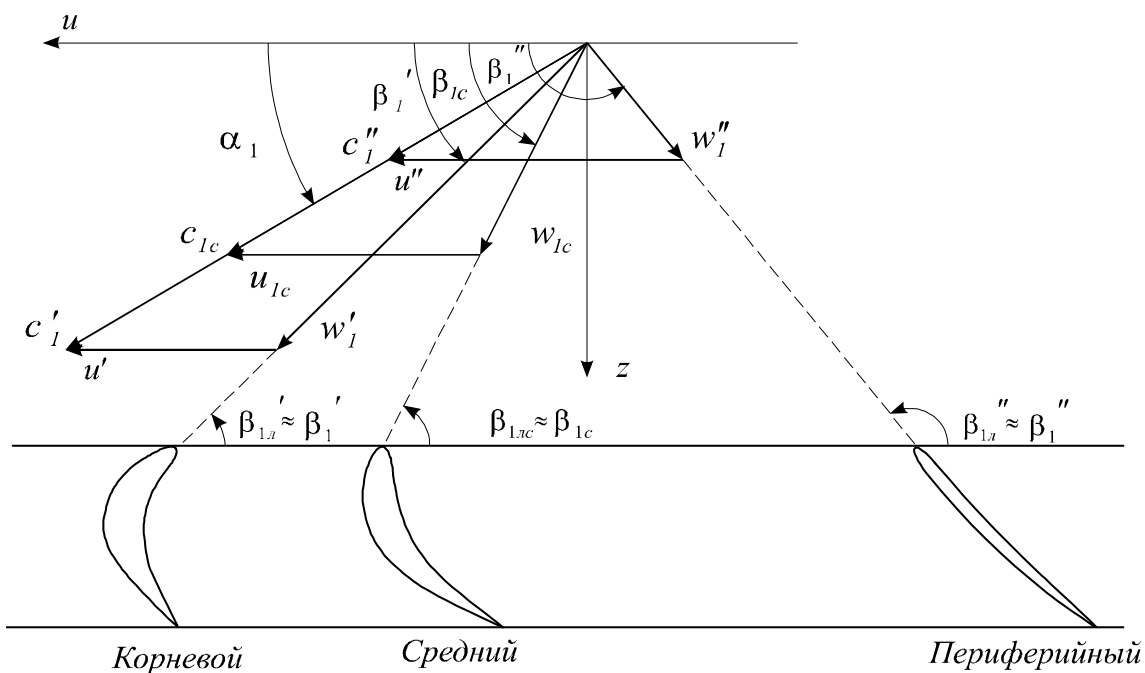
Окружная скорость прямо пропорциональна радиусу:

$$u = \omega \cdot r; \quad \omega = const .$$

Поэтому можно записать, что

$$u' < u_c < u'' .$$

Теперь изобразим треугольники скоростей за НЛ на корневом, среднем и периферийном радиусах:



Анализ треугольников скоростей показывает, что скорость w_1 в сечении $I-I$ существенно изменяется вдоль радиуса по величине и направлению. Так как углы β_1 подчиняются неравенству

$$\beta'_1 < \beta_{1c} < \beta''_1,$$

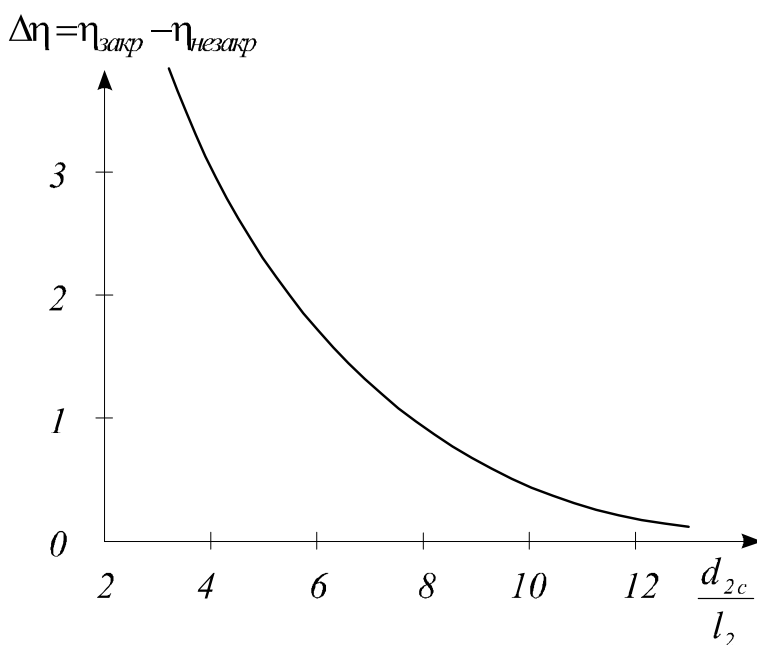
а профили проектируются из условия

$$\beta_{1n} \approx \beta_1,$$

то сечения РЛ на разных радиусах заметно различаются. РЛ приобретает переменный вдоль радиуса профиль, т.е. становится закрученной. Это и является причиной необходимости расчета пространственного потока.

Технология изготовления закрученной лопатки значительно сложнее, чем незакрученной. Если РЛ оставить незакрученной, то в корневых и периферийных сечениях появятся так называемые углы атаки, которые приведут к дополнительным потерям кинетической энергии и, в конечном счете, к снижению КПД турбинной ступени. Очевидно, что чем относительно длиннее ступень, тем больше углы атаки и больше потери. Для ступени с относительно короткими лопатками изменение параметров вдоль радиуса будет невелико. Теоретически всегда есть смысл закручивать лопатки.

График получен путем сравнительных испытаний турбинных ступеней. Видно, что для относительно коротких ступеней ($d_{2c}/l_2 > 12$) РЛ можно оставить незакрученными, так как разница в КПД между закрученными и незакрученными ступенями исчезает ($\Delta\eta \approx 0$).



Относительное удлинение ступени характеризует параметр

$\frac{d_{2c}}{l_2}$. Чем меньше этот параметр, тем больше закручена ступень.

Условно вводится терминология:

Ступени большой веерности (последние и предпоследние ступени паровых и газовых турбин) – $\frac{d_{2c}}{l_2} = 2,4 \dots 4$.

Ступени средней веерности – $\frac{d_{2c}}{l_2} = 4 \dots 12$.

Ступени малой веерности – $\frac{d_{2c}}{l_2} > 12$.

Ступени малой веерности можно выполнять незакрученными.

Вывод основного дифференциального уравнения для расчёта потока в межвенцовых зазорах

В рамках принятых допущений утверждается, что в межвенцовых зазорах проточной части энтальпия торможения h^* и энтропия s постоянны вдоль радиуса. Поэтому для анализа движения газа привлечем простейшее уравнение энергии, пригодное для изоэнтропийного процесса:

$$\frac{dp}{\rho} + c \cdot dc = 0. \quad (3)$$

Для совместного решения уравнений движения (1) и энергии (3) исключим из них величину $\frac{dp}{\rho}$. В результате получим:

$$c \cdot dc + \frac{c_u^2}{r} dr = 0. \quad (4)$$

ЗАКРУТКА ПОТОКА ПО ЗАКОНУ ПОТЕНЦИАЛЬНОГО ВИХРЯ (ПОСТОЯНСТВА ЦИРКУЛЯЦИИ)

Сечение 1–1

Запишем уравнение (4) для сечения 1–1:

$$c_1 \cdot dc_1 + \frac{c_{1u}^2}{r} \cdot dr = 0. \quad (5)$$

Из треугольников скоростей: $c_1^2 = c_{1u}^2 + c_{1z}^2$. Дифференцируем последнее выражение:

$$c_1 \cdot dc_1 = c_{1u} \cdot dc_{1u} + c_{1z} \cdot dc_{1z}. \quad (6)$$

Подставим (6) в (5) и сгруппируем члены:

$$c_{lu} \cdot dc_{lu} + \frac{c_{lu}^2}{r} \cdot dr + c_{lz} \cdot dc_{lz} = 0. \quad (7)$$

Разделим левую и правую части на dr :

$$c_{lu} \cdot \frac{dc_{lu}}{dr} + \frac{c_{lu}^2}{r} + c_{lz} \cdot \frac{dc_{lz}}{dr} = 0, \quad (8)$$

или

$$\frac{c_{lu} \cdot d(c_{lu} \cdot r)}{r \cdot dr} + c_{lz} \cdot \frac{dc_{lz}}{dr} = 0. \quad (9)$$

Дифференциальное уравнение (9) устанавливает связь между изменением скоростей c_{lu} и c_{lz} и имеет бесчисленное множество решений. К числу классических относится решение Н.Е. Жуковского (для воздушных винтов). Им было предложено принимать в сечении $I-I$

$$c_{lu} \cdot r = c_{luc} \cdot r_c = const. \quad (10)$$

Уравнение (10) описывает поле скоростей, индуцированное потенциальным вихрем. Отсюда первое название закрутки. Подставив (10) в (9), получим

$$c_{lz} \cdot \frac{dc_{lz}}{dr} = 0.$$

При этом $c_{lz} \neq 0$, а $\frac{dc_{lz}}{dr} = 0$ и тогда

$$c_{lz} = c_{lzc} = const. \quad (11)$$

Если $\omega = \frac{u}{r} = const$, то

$$u = u_c \cdot \frac{r}{r_c}. \quad (12)$$

Совокупность формул (10)–(12) позволяет построить треугольники скоростей и определить все параметры, скорости и углы потока на любом радиусе в сечении $I-I$.

Определим углы потока на различных радиусах:

$$\operatorname{tg} \alpha_l = \frac{c_{lz}}{c_{lu}} = \frac{c_{lzc}}{c_{luc} \cdot \frac{r_c}{r}} = \operatorname{tg} \alpha_{lc} \cdot \frac{r}{r_c}, \quad (13)$$

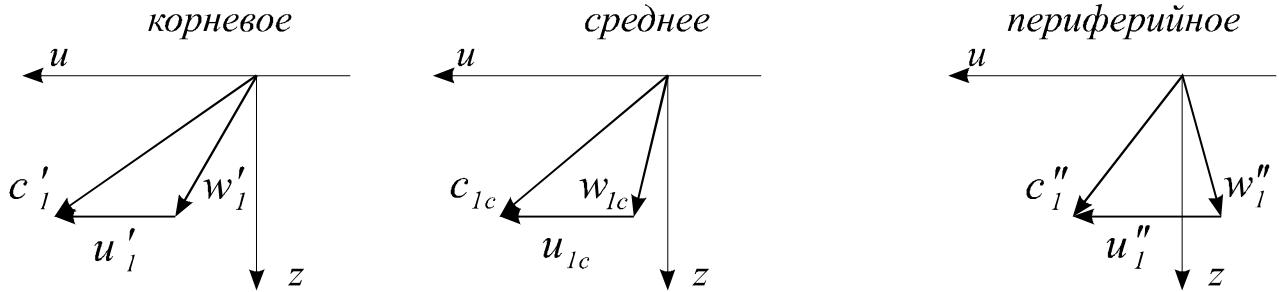
$$\operatorname{tg} \beta_l = \frac{c_{lz}}{c_{lu} - u} = \frac{c_{lzc}}{c_{luc} \cdot \frac{r_c}{r} - u_c \cdot \frac{r}{r_c}}. \quad (14)$$

Из формул (13) и (14) вытекает, что

$$\alpha'_1 < \alpha_{1c} < \alpha''_1 \quad \text{и} \quad \beta'_1 < \beta_{1c} < \beta''_1 .$$

Причем интенсивность изменения угла β_1 вдоль r будет существеннее, чем угла α_1 .

Построим треугольники скоростей за НА в корневом, среднем и периферийном сечениях:



Углы потока α_1 , получаемые из расчета закрутки потока, используются для проектирования закрученной НЛ при соблюдении условия $\alpha_1 \approx \alpha_{1л}$.

Сечение 2–2

Для расчета потока в сечении 2–2 также привлечем уравнение (4) в следующем виде:

$$c_2 \cdot dc_2 + \frac{c_{2u}^2}{r} dr = 0 . \quad (15)$$

Решая (15) в той же последовательности, что и для сечения 1–1, получим

$$\frac{c_{2u} \cdot d(c_{2u} \cdot r)}{r \cdot dr} + c_{2z} \frac{dc_{2z}}{dr} = 0 . \quad (16)$$

Уравнение (16) имеет единственное решение. Это связано с тем, что в рамках принятых допущений требуется соблюдения постоянства удельной мощности вдоль r , т.е.

$$H_u = c_{1u} \cdot u - c_{2u} \cdot u = c_{1uc} \cdot u_c - c_{2uc} \cdot u_c = const . \quad (17)$$

Так как выполняется условие (6) $c_{1u} \cdot r = c_{1uc} \cdot r_c$, то

$$c_{1u} \cdot r \cdot \omega = c_{1uc} \cdot r_c \cdot \omega; \quad c_{1u} \cdot u = c_{1uc} \cdot u_c .$$

Поэтому из (17) получим $c_{2u} \cdot u = c_{2uc} \cdot u_c = const$, или

$$c_{2u} \cdot r = c_{2uc} \cdot r_c = const . \quad (18)$$

Циркуляцией скорости вокруг профиля в решетке называется следующая величина:

$$\Gamma = t_2(c_{1u} - c_{2u}) = \frac{2\pi \cdot r}{z_2}(c_{1u} - c_{2u}) = \frac{2\pi}{z_2}(c_{1u} \cdot r - c_{2u} \cdot r) = const,$$

где t_2 – шаг рабочей решетки; z_2 – число РЛ. Таким образом, циркуляция скорости на разных радиусах рабочей решетки постоянна. Отсюда второе название закрутки (по закону постоянства циркуляции).

Уравнение (18) описывает поле скоростей потенциального вихря. Подставив (18) в (16), получим

$$c_{2z} = c_{2zc} = const. \quad (19)$$

Как и в сечении 1–1

$$u = u_c \cdot \frac{r}{r_c}. \quad (20)$$

Совокупность формул (18)–(20) дает возможность построить треугольники скоростей на любом радиусе в сечении 2–2, после чего можно определить все параметры, скорости и углы потока в сечении 2–2.

Рассмотрим изменение углов в сечении 2–2:

$$\operatorname{tg} \alpha_2^* = \frac{c_{2z}}{-c_{2u}} = \frac{c_{2zc}}{-c_{2uc} \cdot \frac{r_c}{r}} = \operatorname{tg} \alpha_{2c}^* \cdot \frac{r}{r_c}. \quad (21)$$

Из (21) следует, что

$$(\alpha_2^*)' < \alpha_{2c}^* < (\alpha_2^*)''.$$

Ранее нами установлено, что оптимальный режим работы турбинной ступени соответствует условию выхода потока за ней в осевом направлении. Если $\alpha_{2c}^* = 90^\circ$, то $\operatorname{tg} \alpha_{2c}^* = \infty$ и $\alpha_2^* = 90^\circ$. Таким образом, к положительным свойствам закрутки этого типа относится возможность получить осевой выход потока на всех радиусах за турбинной ступенью, причем при сохранении условия постоянства удельной мощности вдоль радиуса (единственный способ закрутки, который позволяет выполнить эти два условия одновременно). Кроме того, так как $p_2 = const$, располагаемый изоэнтروпийный перепад энтальпий H_0 на ступень на всех радиусах струек тока также будет одинаков.

Угол β_2^* изменяется вдоль радиуса в соответствии с выражением

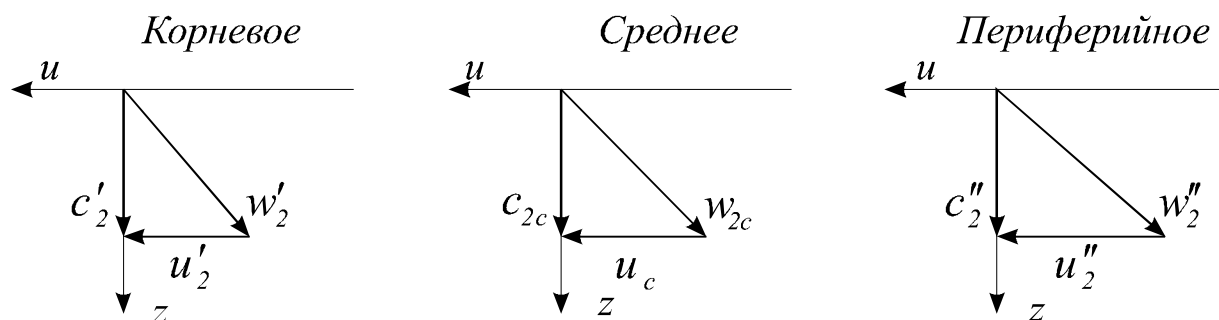
$$\operatorname{tg} \beta_2^* = \frac{c_{2z}}{-c_{2u} + u} = \frac{c_{2zc}}{-c_{2uc} \cdot \frac{r_c}{r} + u_c \cdot \frac{r}{r_c}}. \quad (22)$$

Если принять осевой выход за ступенью, то

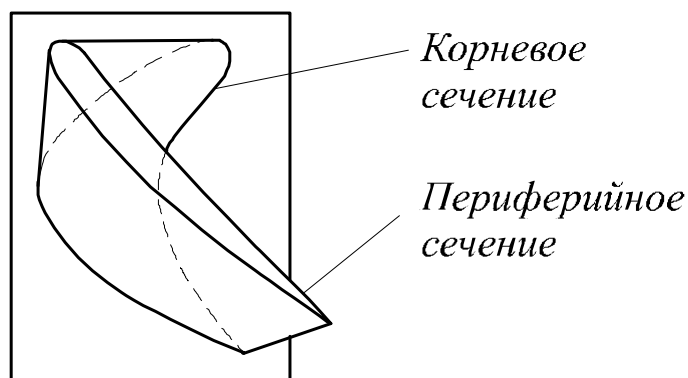
$$\operatorname{tg} \beta_2^* = \frac{c_{2zc} \cdot r_c}{u_c \cdot r} = \operatorname{tg} \beta_{2c}^* \cdot \frac{r_c}{r},$$

$$(\beta_2^*)' > \beta_{2c}^* > (\beta_2^*)''$$

Изобразим треугольники скоростей для корневого, среднего и периферийного радиусов в сечении 2-2 за ступенью. При этом будем полагать, что осевой выход потока обеспечивается на всех радиусах.



Рабочая лопатка (вид с периферии).



Классическая закрутка потока перед и за лопаточными венцами по закону постоянства циркуляции до сих пор широко применяется при проектировании современных турбомашин. В то же время стремление добиться максимальной эффективности вынуждает проектировщиков использовать и другие методы расчёта пространственного потока перед и за лопаточными венцами ступени турбомашин [1,3].

ПОТЕРИ КИНЕТИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ В ПРОТОЧНЫХ ЧАСТЯХ ТМ

ПРОФИЛЬНЫЕ ПОТЕРИ

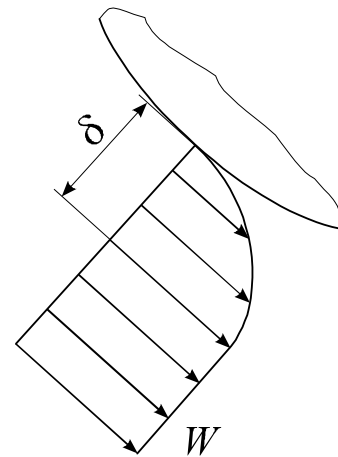
Профильные потери условно разделяются на две составляющие: потери трения и кромочные потери:

$$\zeta_{np} = \zeta_{тр} + \zeta_{кр}, \quad (1)$$

где ζ_{np} – коэффициент профильных потерь; $\zeta_{тр}$ – коэффициент потерь от трения; $\zeta_{кр}$ – коэффициент кромочных потерь.

Потери трения связаны с появлением на поверхности профилей пограничного слоя.

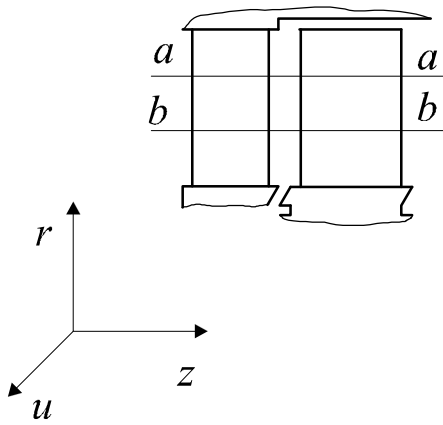
В пределах пограничного слоя скорость изменяется от нуля на поверхности тела до W в ядре потока. На передвижение частиц подторможенного газа в пограничном слое от входного до выходного сечения решетки затрачивается кинетическая энергия основного потока. Эти потери кинетической энергии называются потерями на трение.



За выходными кромками лопаток конечной толщины образуется разряжение (донный эффект). В эту зону разряжения стекают пограничные слои и подсасываются частички из ядра потока. За решеткой образуется вихревая структура, так называемый аэродинамический след.

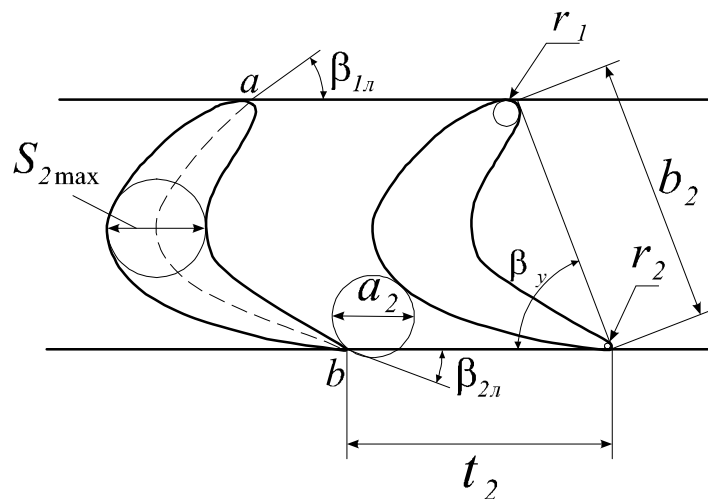
Сначала скорости на оси следа существенно меньше, чем в ядре. При удалении от решетки по оси x скорости в ядре и следе постепенно выравниваются вследствие турбулентного смешения. Появляются потери кинетической энергии, которые называются кромочными. Потери трения и кромочные потери часто соизмеримы по величине.

Профильные потери наиболее полно изучены на плоских решетках профилей.



Рассечем проточную часть ТМ цилиндрическими поверхностями $a - a$ или $b - b$, соосными с осью турбины z . На цилиндрических поверхностях получим следы от пересечения этих поверхностей с телами лопаток. Разрежем эти поверхности по образующим и развернем на плоскость. Следы на плоскости используем для создания прямых (плоских) решеток профилей.

Далее выполняются экспериментальные исследования этой решетки, а полученные результаты по потерям и углам выхода потока переносятся в



натурную ступень на радиус соответствующего сечения $a-a$ или $b-b$.

Основные параметры решетки профилей:

ab – средняя линия профиля, геометрическое место центров окружностей, вписанных в профиль;

$S_{2\max}$ – максимальная толщина профиля;

r_1, r_2 – радиусы скруглений входной и выходной кромок;

$\beta_{1л}, \beta_{2л}$ – входной и выходной лопаточные углы, т.е. углы между касательными к средней линии в точках a и b и фронтом решетки;

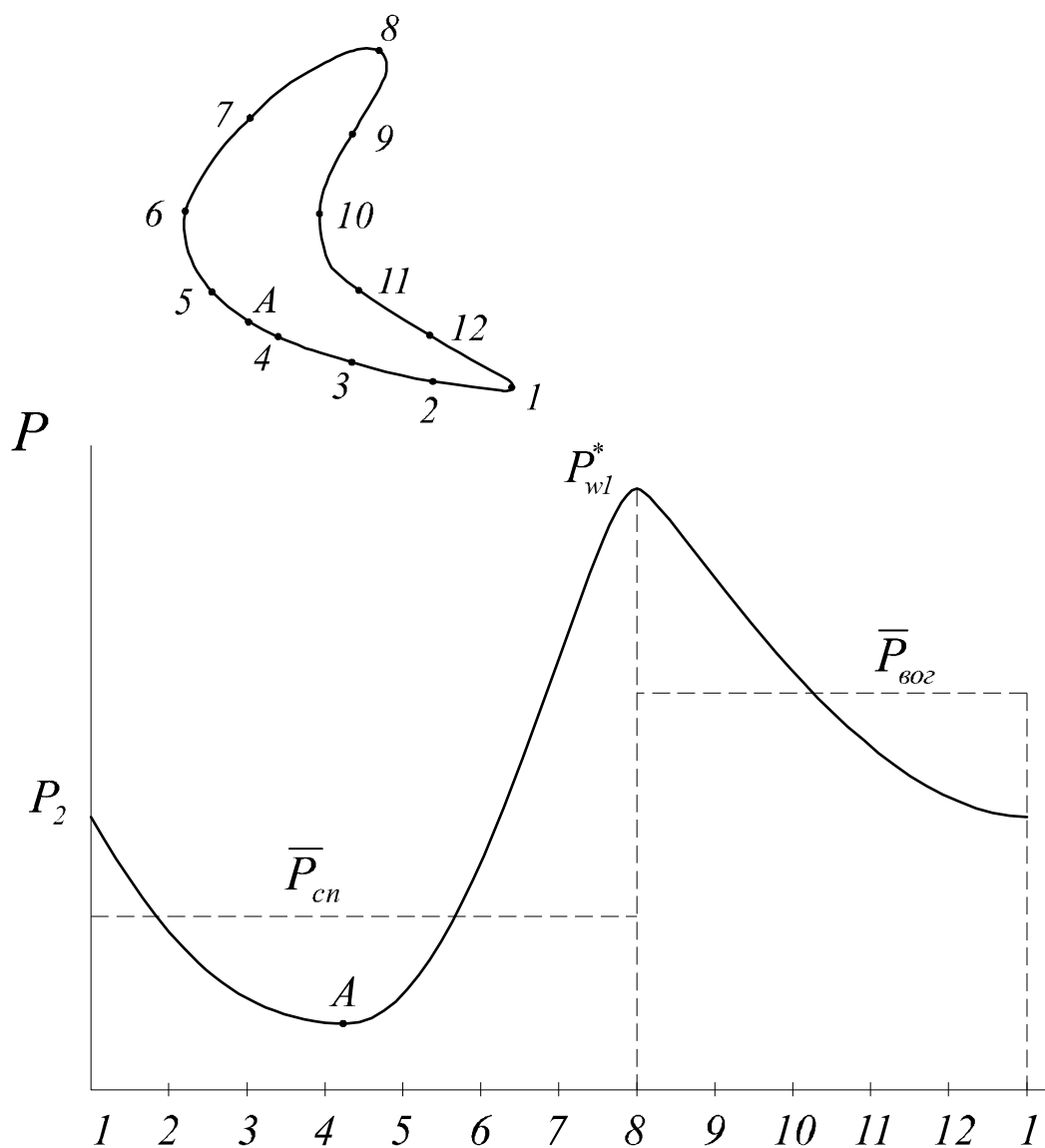
β_y – угол установки профиля в решетке;

a_2 – диаметр окружности, касающейся выходной кромки и “спинки” соседнего профиля (“горло” решетки);

b_2 – хорда профиля;

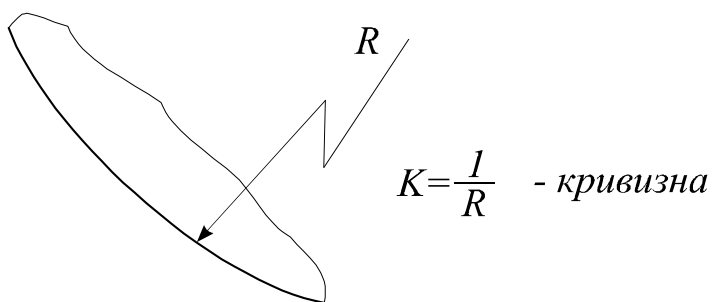
t_2 – шаг решетки: расстояние между сходственными точками двух соседних профилей.

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ ПРОФИЛЯ НА ПРОФИЛЬНЫЕ ПОТЕРИ



На рисунке изображено распределение давлений в потоке по обводу турбинного профиля. На носике профиля в точке 8 давление примерно равно давлению торможения в относительном движении p_{wl}^* . В районе точки 1 давление примерно равно давлению в потоке за решеткой. В точке A на “спинке” профиля давление в потоке минимально. От точки A к выходу

давление нарастает. Следовательно, участок А–I вдоль “спинки” характеризуется диффузорным течением. В этой зоне наиболее вероятно появление отрыва потока от “спинки”, что приводит к существенному росту потерь. Обозначим $\overline{p_{сн}}$ и $\overline{p_{вог}}$ среднеинтегральные давления на “спинке” и вогнутой поверхности. За счет того, что $\overline{p_{сн}} < \overline{p_{вог}}$, возникает сила, действующая на профиль.



При профилировании лопаток стремятся уменьшить размеры диффузорного участка и интенсивность диффузорности на “спинке” профиля. Для

этих целей применяются специальные кривые. По современным воззрениям, кривизна K обводов профиля должна плавно уменьшаться от входной до выходной кромки.

В некоторых случаях требуют непрерывности первой и второй производных по обводу профиля. Таким условиям удовлетворяют, например, параболы, лемнискаты, логарифмические спирали или полиномы высоких степеней. Считается, что излом кривой обвода профиля недопустим, так как на этом месте возможно появление отрыва пограничного слоя от обвода профиля.

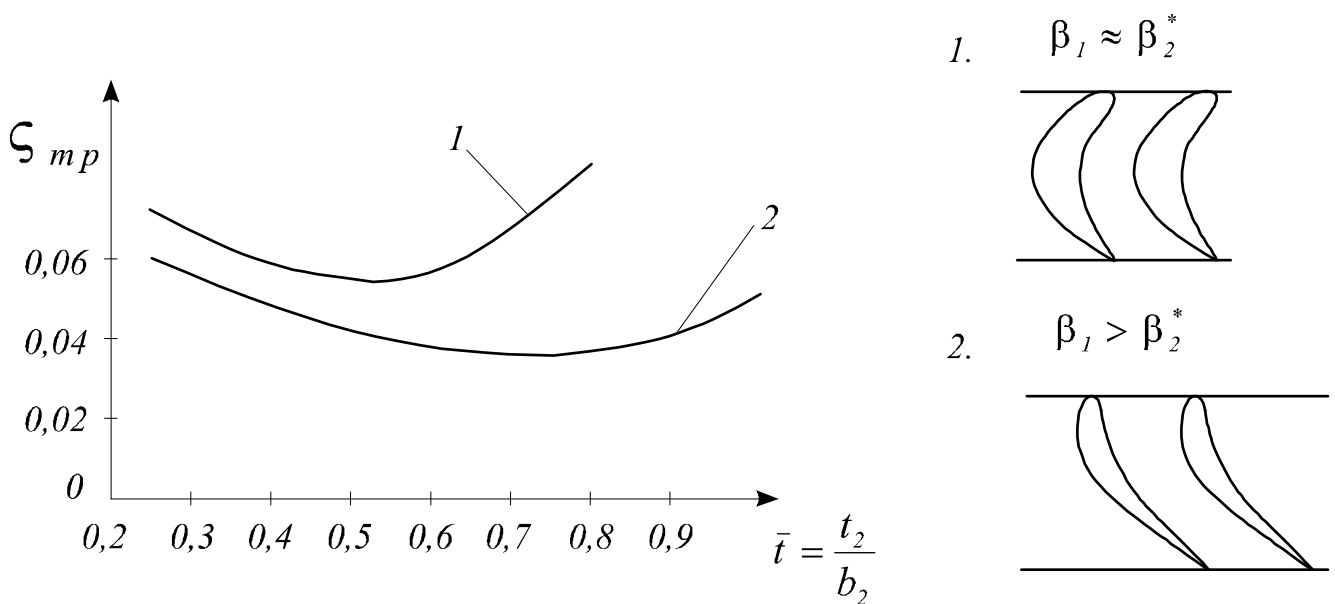
ВЛИЯНИЕ ОТНОСИТЕЛЬНОГО ШАГА НА ПРОФИЛЬНЫЕ ПОТЕРИ

Под относительным шагом понимают величину $\bar{t} = \frac{t}{b}$. Проще всего изменять относительный шаг, меняя число лопаток решетки профилей, т.е. изменяя расстояние между профилями решетки.

При большом числе лопаток, т.е. при малых относительных шагах \bar{t} , велики поверхности трения и много выходных кромок, вследствие чего профильные потери должны увеличиться.

При малом числе лопаток, т.е. при больших относительных шагах, увеличивается нагрузка на профиль и ухудшается его обтекание. Усиливаются диффузорные течения на “спинке”, что может привести к отрыву потока. Указанные явления объясняются уменьшением конфузурности канала между лопатками.

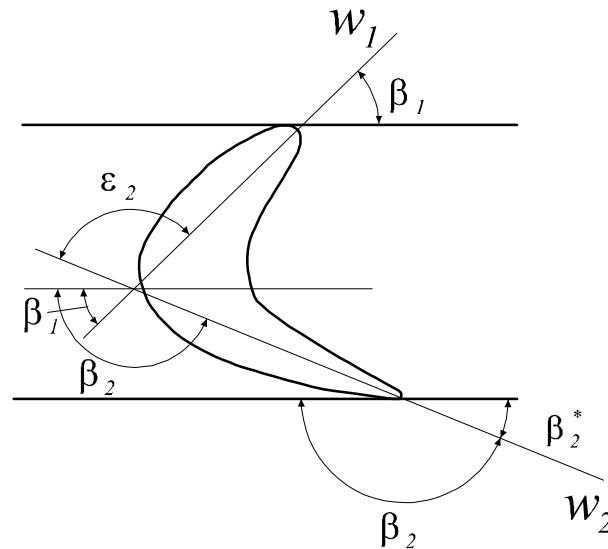
По-видимому, для каждого профиля существует оптимальный относительный шаг, при котором потери в решетке минимальны. Эти рассуждения подтвердились в эксперименте.



- 1 – профиль активного типа;
- 2 – профиль реактивного типа.

Видно, что активные профили более чувствительны к изменению величины \bar{t} , чем реактивные.

ВЛИЯНИЕ УГЛОВ ПОВОРОТА И СТЕПЕНИ КОНФУЗОРНОСТИ НА ПРОФИЛЬНЫЕ ПОТЕРИ



К числу параметров, определяющих свойства решеток, относится ε – угол поворота потока в решетке:

$$\varepsilon_2 = \beta_2 - \beta_1 = 180^\circ - (\beta_1 + \beta_2^*) \quad \text{для РЛ,}$$

$$\varepsilon_1 = 180^\circ - (\alpha_0 + \alpha_1) \quad \text{для НЛ.}$$

На номинальном режиме можно принять

$$\beta_1 \approx \beta_{1л}, \quad \beta_2^* \approx \beta_{2л}.$$

Тогда

$$\varepsilon_2 = 180^\circ - (\beta_{1л} + \beta_{2л});$$

$$\varepsilon_1 = 180^\circ - (\alpha_{0л} + \alpha_{1л}).$$

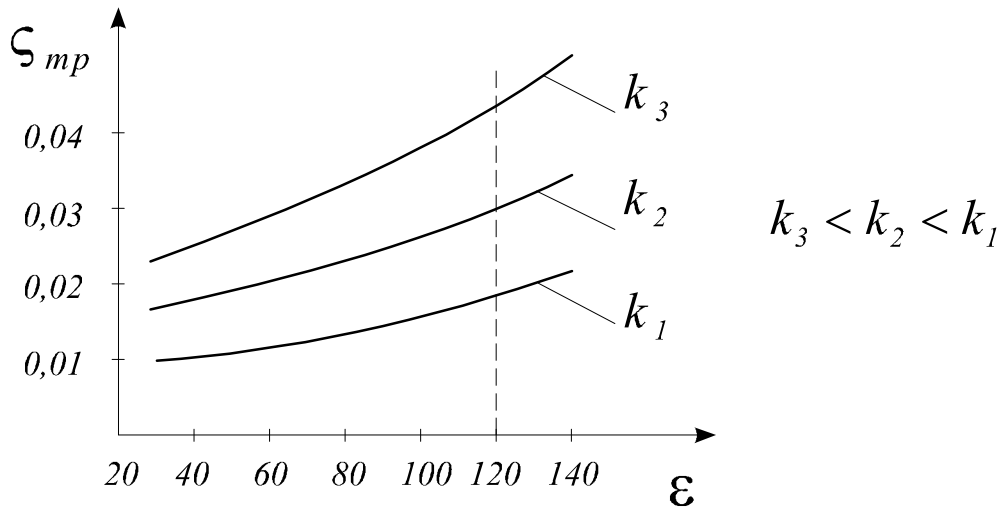
Чем больше угол поворота, тем большую изогнутость имеет профиль решетки. Для РЛ турбин обычно $\varepsilon_2 \leq 140 \div 150^\circ$, для РЛ компрессоров $\varepsilon_2 = \beta_1 - \beta_2 \leq 25 \div 30^\circ$.

Кроме угла поворота, для решёток турбин используется также понятие степени конфузорности:

$$k_2 = \frac{\sin \beta_{1л}}{\sin \beta_{2л}} \quad \text{для РЛ,}$$

$$k_1 = \frac{\sin \alpha_{0л}}{\sin \alpha_{1л}} \quad \text{для НЛ.}$$

Задание двух параметров: угла поворота и степени конфузурности, достаточно полно характеризует тип турбинной решетки. Поэтому эти параметры удобны для создания обобщенных характеристик турбинных решеток профилей.



При заданной степени конфузурности потери трения увеличиваются с ростом угла поворота потока. В этом случае растет изогнутость профилей и ухудшается их обтекание (особенно в районе “спинки”). При фиксированном угле поворота потери трения увеличиваются с уменьшением степени конфузурности. Это также объясняется ухудшением обтекания профилей при уменьшении конфузурности течения.

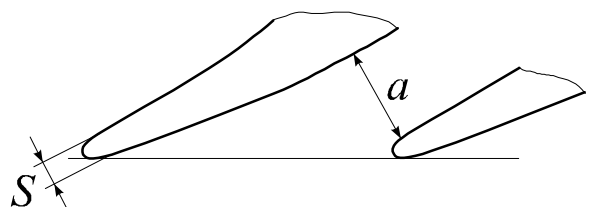
Подобные зависимости были получены в результате обобщения экспериментальных данных. Исследовалось свыше 100 турбинных решеток. Кривые графика затем аппроксимировались полиномами высоких степеней. Теперь при проектировании новых турбин эти экспериментальные данные можно использовать для предварительной оценки коэффициентов потерь трения.

Кромочные потери можно определить с помощью простой эмпирической

формулы:

$$\xi_{kp} = 0,2 \frac{S}{a} .$$

Таким образом, можно определить профильные потери в решетке

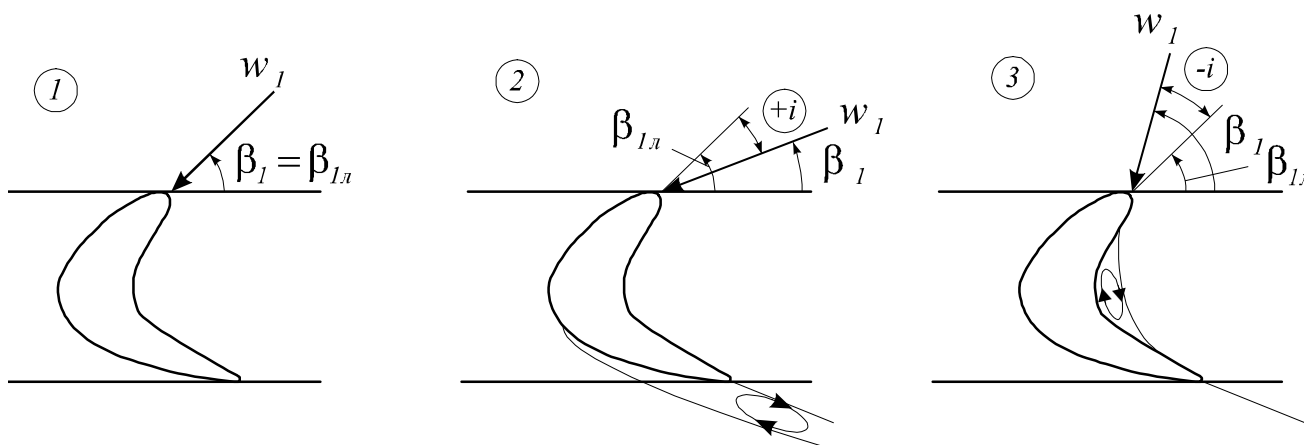


турбинных профилей:

$$\xi_{np} = \xi_{mp} + \xi_{кр}.$$

Кроме потерь от трения и кромочных, в реальных турбинах профильные потери существенно возрастают под влиянием неравномерности, нестационарности и турбулентности набегающего на решётки потока. Рекомендации по учету этих важных факторов изложены, например, в монографии [3].

ВЛИЯНИЕ УГЛОВ АТАКИ НА ПРОФИЛЬНЫЕ ПОТЕРИ



Углом атаки называется разность между лопаточным и поточным углами:

$$i = \beta_{1n} - \beta_1.$$

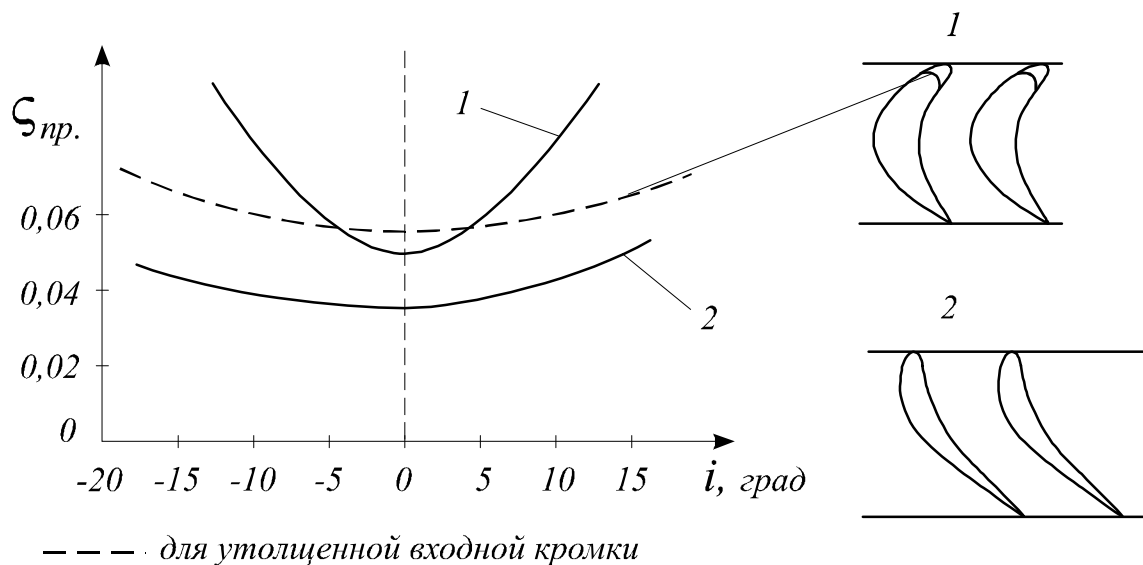
Углы атаки в ступени турбины появляются при отклонении режима ее работы от номинального, на котором выполнено ее проектирование.

Режим 1 – номинальный. На нем углы атаки обычно отсутствуют и рабочая решетка обтекается с минимальными потерями.

Режим 2 характеризуется положительными углами атаки.

Режим 3 характеризуется отрицательными углами атаки.

Рассмотрим влияние угла атаки на профильные потери в турбинных решетках профилей.

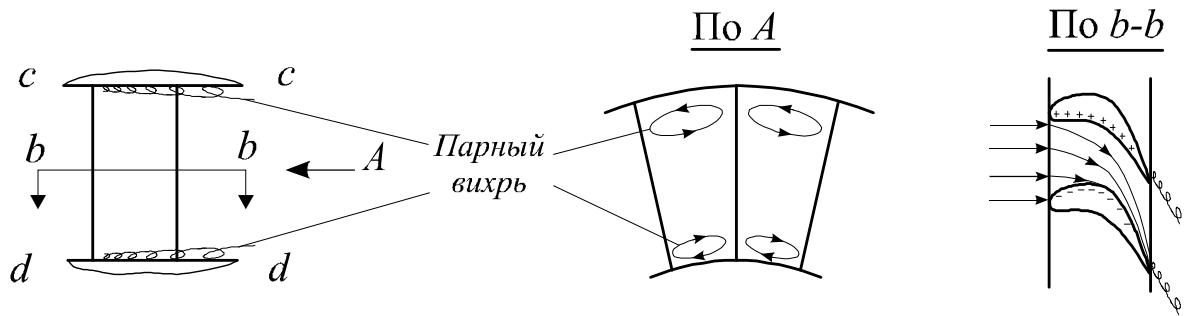


В турбинных решетках активного типа 1 потери нарастают при появлении как положительных, так и отрицательных углов атаки примерно одинаково. Каналы в решетках такого типа обычно близки к каналам постоянного сечения. Поэтому поток в них обладает малой устойчивостью к возмущению. При положительных углах атаки развивается отрыв от “спинки” профиля, а при отрицательных – от входной кромки. Отрывы приводят к резкому увеличению потерь.

Конфузорные решетки 2 – реактивного типа. Положительные углы атаки приводят к большему росту потерь, чем равные по модулю отрицательные. Это объясняется устойчивостью конфузорного потока, т.е. быстрой диссипацией отрывной зоны в районе входной кромки в ускоряющемся потоке. При прочих равных условиях увеличение радиуса входной кромки уменьшает чувствительность профиля к углам атаки. При этом, однако, увеличивается общий уровень профильных потерь на режимах, близких к номинальному.

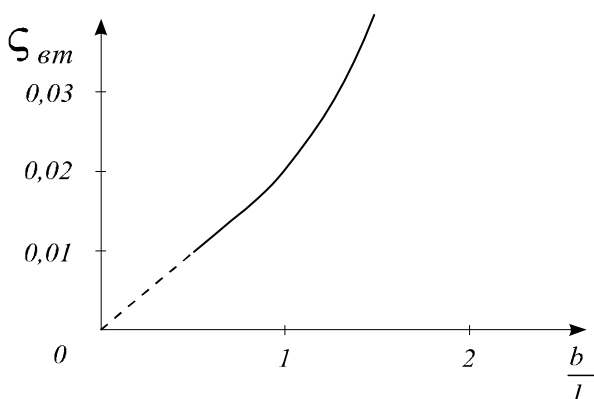
Рекомендации по расчету профильных потерь в зависимости от углов атаки для НА и РК ступеней реальных турбин представлены, например, в монографии [3].

ВТОРИЧНЫЕ ПОТЕРИ В РЕШЕТКАХ ТУРБОМАШИН



В криволинейных каналах решеток ТМ давление в потоке вдоль вогнутой поверхности, как правило, больше, чем вдоль выпуклой. В ядре потока (в сечении $b-b$) этот перепад давления в канале уравнивается центробежными силами инерции при повороте основного потока. Вблизи ограничивающих поверхностей, в пределах пограничного слоя (сечение $c-c$ или $d-d$), скорости существенно меньше, чем в ядре потока, и центробежные силы инерции уже не способны уравновесить перепад давления в канале. Под действием перепада давлений начинается перетекание частичек газа по обводам проточной части от вогнутой к выпуклой поверхности. Эти частички, скапливаясь в районе выходной кромки, образуют вихревые структуры, которые называются парным вихрем.

Диссипация (распад) вихревых структур за решеткой приводит к появлению потерь, которые называются вторичными. При изменении высоты решетки до определенных пределов вторичные потери остаются неизменными по величине. Для очень коротких решеток, когда периферийная и корневая вихревые структуры смыкаются, потери в них резко увеличиваются.



В газодинамических расчетах потери в НЛ и РЛ определяются так:

$$\xi_1 = \xi_{1np} + \xi_{1вт} \quad \text{для НЛ;}$$

$$\xi_2 = \xi_{2np} + \xi_{2вт} \quad \text{для РЛ.}$$

Профильные потери можно записать в таком виде:

$$\xi_{1np} = f(\varepsilon, k, s).$$

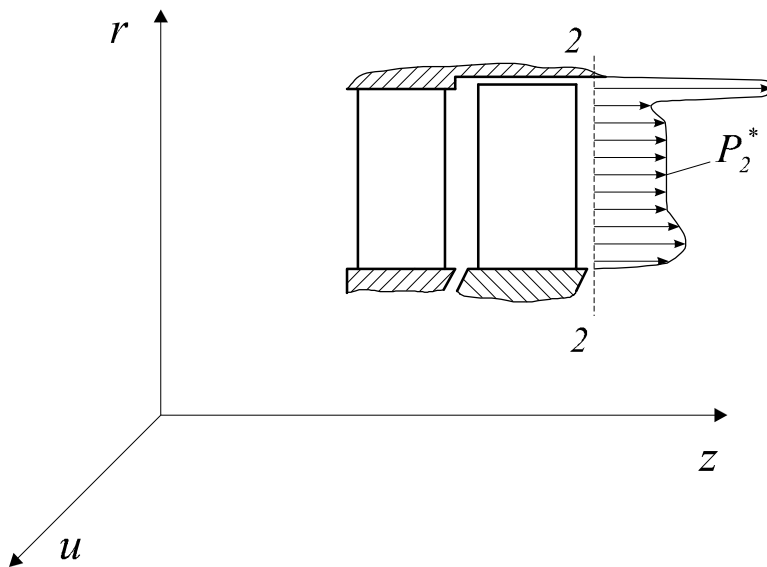
Вторичные потери можно определить по полуэмпирической формуле:

$$\xi_{1вт} = 2\xi_{1np} \cdot \frac{a_1}{l_1} \text{ для НЛ; } \xi_{2вт} = 2\xi_{2np} \cdot \frac{a_2}{l_2} \text{ для РЛ,}$$

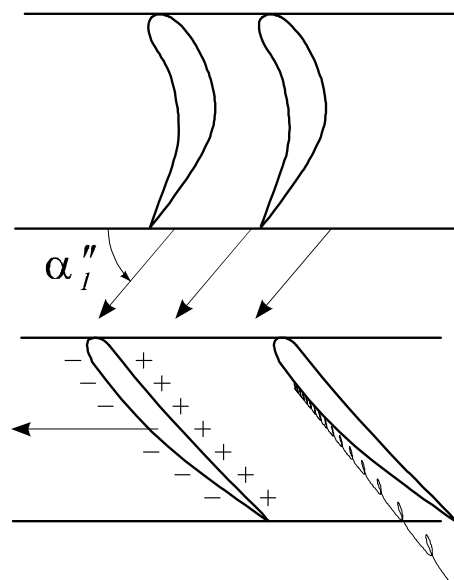
где a_1, a_2 – “горло” НЛ и РЛ на среднем диаметре; l_1, l_2 – высоты НЛ и РЛ.

По современным воззрениям, эффективным средством уменьшения вторичных потерь считаются тангенциальный наклон и саблевидность пера лопатки [3].

КОНЦЕВЫЕ ПОТЕРИ

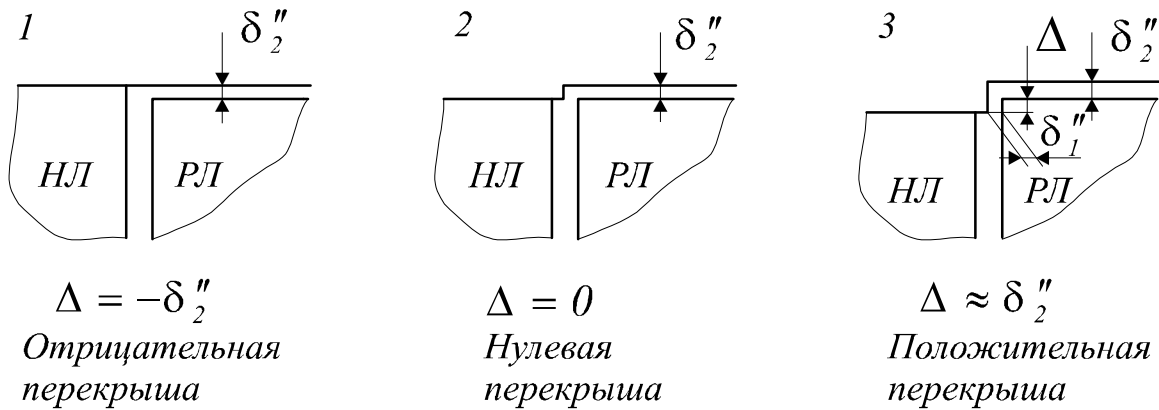


В пространстве над РЛ происходит перетекание части газа примерно под углом α''_1 . Эта струя газа усиливает естественное перетекание, связанное с перепадом давлений на вогнутой и выпуклой поверхностях профиля на периферии. В результате в периферийной части каждой



рабочей лопатки на “спинке” профиля образуется мощная вихревая структура, которая характеризуется провалом давления p_2^* у периферии, что приводит к появлению дополнительных потерь и уменьшению КПД ступени.

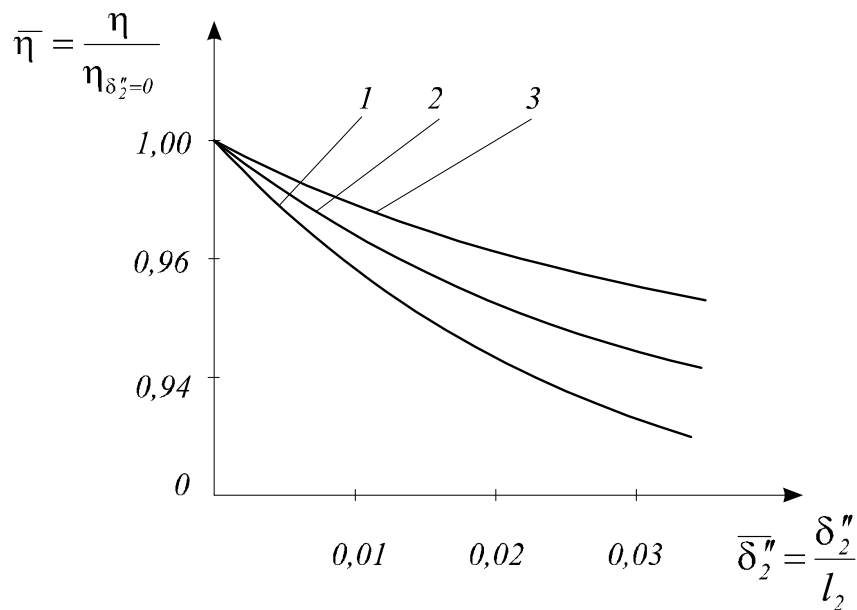
Периферийный обвод ступени можно оформить по-разному:



δ_2'' – радиальный зазор над РЛ;

Δ – перекрыша, $\Delta = r_{рл}'' - r_{нл}''$.

Результаты экспериментальных исследований показали, что наименьшие потери под влиянием радиального зазора δ_2'' характерны для ступени варианта 3 с положительной перекрышей.



В варианте 3 за уступом возникает циркуляционный вихрь, который представляет собой своеобразное уплотнение радиального зазора. Кроме того,

в этом варианте (по сравнению с вариантом 1) скоростной напор струи, вытекающей из НА у периферии в радиальный зазор, существенно меньше.

Важно оптимально выбирать перекрышу Δ и осевой зазор δ_1'' : $\Delta \approx \delta_2''$,
 $\delta_{1z}'' = (5 \div 6) \cdot \delta_2''$.

Для оценки концевых потерь можно рекомендовать эмпирическую формулу [3]

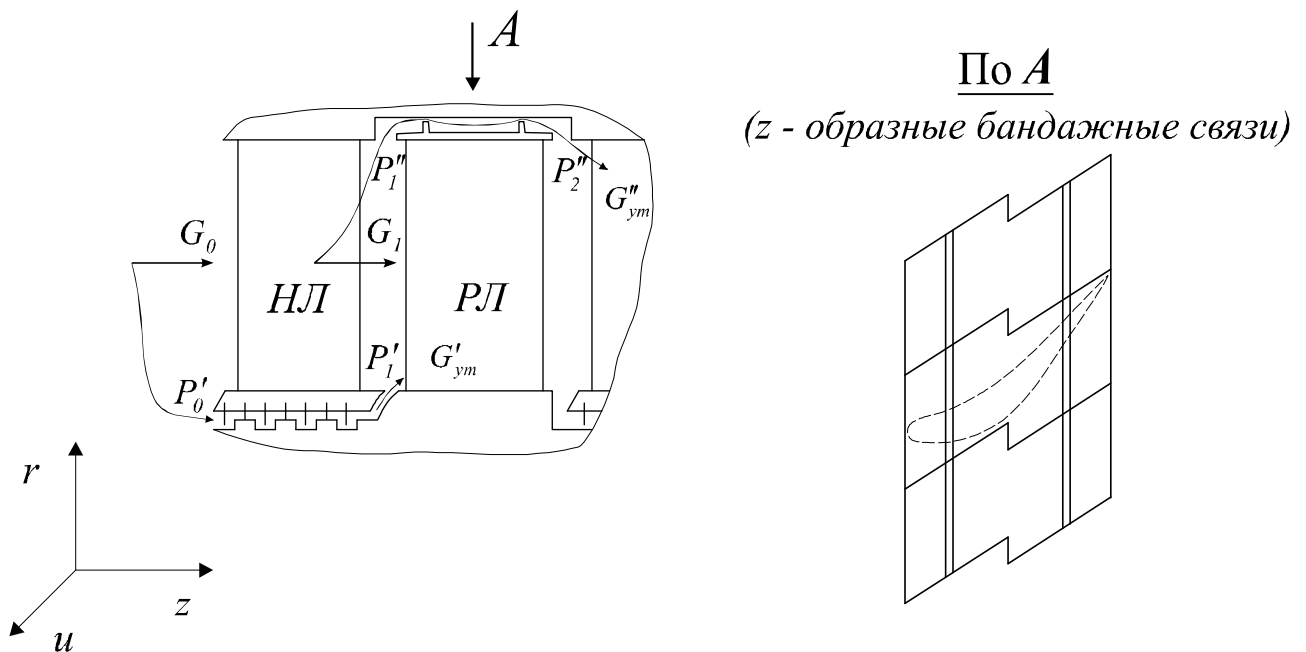
$$\Delta\eta \approx 2\overline{\delta_2''} ,$$

где $\Delta\eta = \eta_{\delta_2''=0} - \eta$.

Последнюю формулу рекомендуется использовать для варианта 3 с оптимальной положительной перекрышей.

Подчеркнем, что при выборе радиальных зазоров необходимо назначать их минимальными и в то же время исключая задевание роторных поверхностей о статорные на всех режимах работы ТМ. Это вызывает необходимость выполнения газодинамических расчетов и расчетов тепловых расширений элементов проточной части ТМ на переменных режимах.

ПОТЕРИ ОТ УТЕЧЕК РАБОЧЕГО ТЕЛА



Требование отсутствия задеваний роторных поверхностей о статорные вызывает необходимость назначения радиальных зазоров. Через эти зазоры

рабочее тело перетекает из области повышенного в область пониженного давления. На пути потоков протечек устанавливают лабиринтовые уплотнения, которые имеют большое гидравлическое сопротивление, за счет чего уменьшается расход протечки. Под влиянием протечек снижается КПД ступени.

Для протечек через диафрагменное уплотнение:

$$\Delta\eta'_{ym} = k'_{ym} \cdot \overline{G'_{ym}},$$

где $\Delta\eta'_{ym}$ – снижение КПД ступени под влиянием протечек рабочего тела через диафрагменное уплотнение,

k'_{ym} – коэффициент пропорциональности ($k'_{ym} \approx 0,5 \div 1$),

величина $k'_{ym} \approx 0,5$ характерна для входа протечки под углом, близким к направлению основного потока;

$$\overline{G'_{ym}} = \frac{G'_{ym}}{G_0}, \quad G'_{ym} = f((p'_0 - p'_1), \mu'_{ym}, F'_{ym}, z'_{ym});$$

μ'_{ym} – коэффициент расхода;

F'_{ym} – площадь щели под гребешками;

z'_{ym} – число гребешков лабиринтового уплотнения.

Снижение КПД ступени происходит вследствие того, что расход G'_{ym} поступает в область РЛ со значительными углами атаки. Это ухудшает работу корневых сечений РЛ.

Для протечек над бандажом РЛ:

$$\Delta\eta''_{ym} = k''_{ym} \cdot \overline{G''_{ym}},$$

где $\Delta\eta''_{ym}$ – снижение КПД ступени под влиянием протечек рабочего тела через диафрагменное уплотнение;

k''_{ym} – коэффициент пропорциональности ($k''_{ym} \approx 1$);

$$\overline{G''_{ym}} = \frac{G''_{ym}}{G_0}, \quad G''_{ym} = f((p''_1 - p''_2), \mu''_{ym}, F''_{ym}, z''_{ym});$$

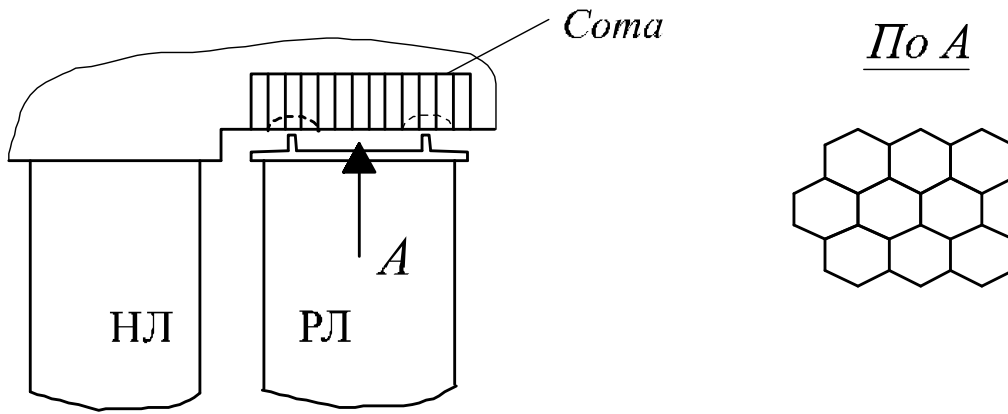
μ''_{ym} – коэффициент расхода бандажного уплотнения;

F''_{ym} – площадь щели над гребнями бандажа;

z''_{ym} – число гребней на бандаже.

Снижение КПД ступени под влиянием протечки над бандажом происходит потому, что расход G''_{ym} обходит РЛ и не участвует в выработке полезной мощности.

С целью уменьшения расходов протечек применяют сотовые уплотнения.

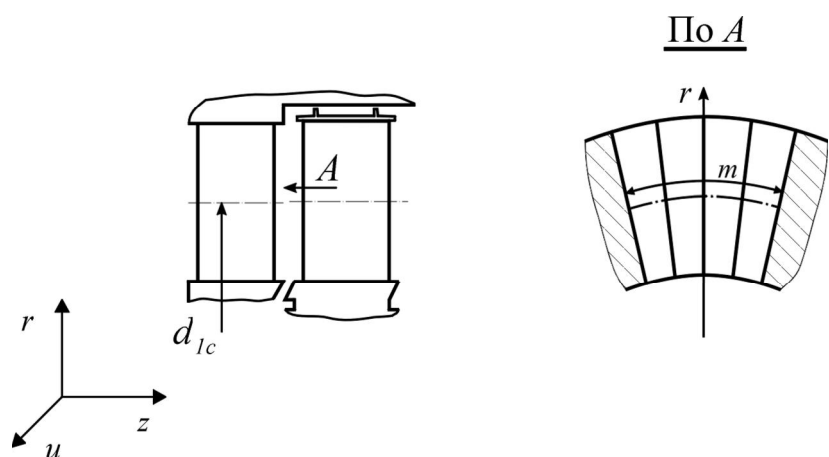


Задевания ротора о статор по сотовому уплотнению не опасны, поэтому в таких конструкциях применяют сборку без зазоров. Зазоры появляются в процессе выработки соты в эксплуатации. При этом за счет естественной минимизации радиальных зазоров можно получить прирост КПД ступени.

РЛ в осевых компрессорах, как правило, не имеют бандажных полок у периферии. Там вместо сот применяются специальные металлокерамические вставки, которые тоже допускают задевание лопаток о статор. При этом также можно назначать минимальный радиальный зазор.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ПОТЕРИ В СТУПЕНЯХ С ПАРЦИАЛЬНОСТЬЮ

В паровых турбинах малой мощности высоты лопаток первых ступеней при полном подводе пара могут оказаться чрезмерно малыми ($l < 10$ мм). Вследствие высокого уровня вторичных потерь, КПД этих ступеней будет



низким. Уменьшение диаметра ступени, с целью увеличения высот лопаток, невыгодно, так как придется уменьшить перепад на ступень и увеличить количество ступеней.

Поэтому в конструкциях паровых турбин малой мощности широко применяется парциальный (частичный) подвод рабочего тела. На предыдущем рисунке показано, что пар к НА подводится только на длине дуги, равной m .

Степенью парциальности (степенью впуска) называется отношение

$$\varepsilon = \frac{m}{\pi d_{1c}}$$

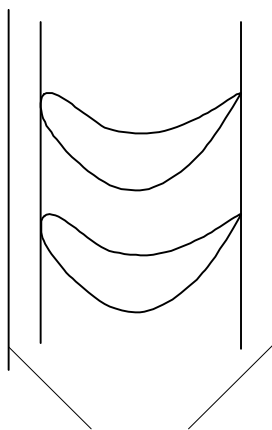
При полном подводе рабочего тела $\varepsilon = 1$. При парциальном подводе высота НЛ определяется так:

$$l_1 = \frac{G}{\pi d_{1c} \varepsilon \rho_1 c_{1z}}$$

Высота НЛ (и РЛ) обратно пропорциональна ε . При этом вторичные потери удается уменьшить, однако в ступенях такого типа возникают дополнительные потери.

1. Потери на трение и вентиляцию.

На неактивном участке подвода за НЛ происходит трение частичек пара, заполняющих каналы РЛ, и самих лопаток о застойный пар в этой зоне. Трение сопровождается хаотическими перетеканиями пара из окружающего пространства в каналы и обратно. С целью уменьшения перетеканий РЛ на неактивном участке заключают в кожух.



Кожух

На перемещение РК в застойной зоне затрачивается мощность. Эту мощность при наличии кожуха можно оценить по формуле

$$N_{m\kappa} = c \rho_2 (1 - \varepsilon) \pi \cdot d_{2c} \cdot l_2 \cdot u_{2c}^3 / 2, \quad (1)$$

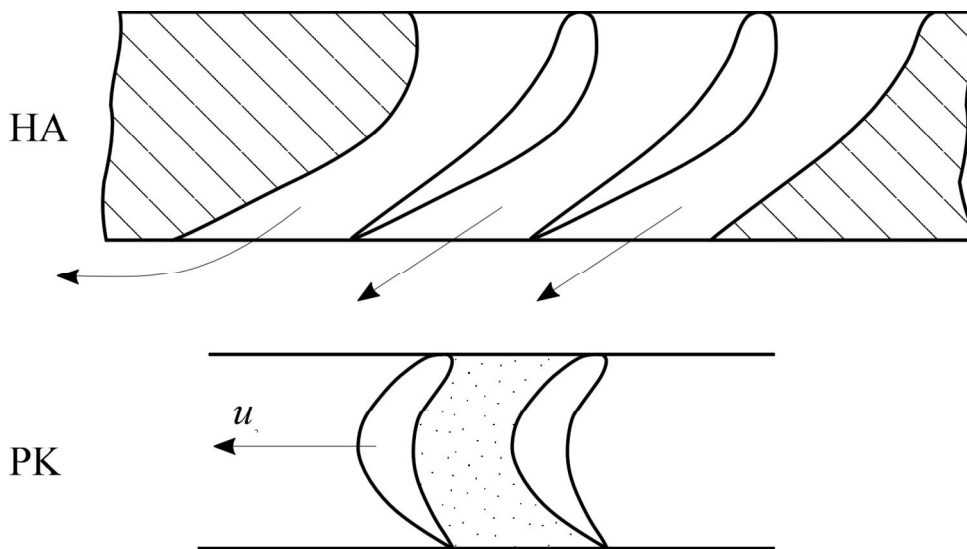
где $c = 0,04 + 0,52 \cdot \frac{l_2}{d_{2c}}$ – эмпирический коэффициент.

Снижение КПД ступени под влиянием трения и вентиляции можно оценить по следующей формуле:

$$\Delta \eta_{m\kappa} = \frac{N_{m\kappa}}{N_{meop}} = \frac{N_{m\kappa}}{G \cdot H_0} \quad (2)$$

2. Другой вид дополнительных потерь возникает на концах дуги подвода пара в НА. Когда РЛ подходят к участку подвода пара, то сначала

затрачивается энергия на продувку каналов, заполненных застойным паром. С другой стороны участка подвода пара происходит растекание его между НЛ и РЛ.



Эти потери называются потерями на границах струи. Снижение КПД при этом

$$\Delta\eta_{гр.с} = 0,3 z_c \left(\frac{B_2}{d_{2c} \varepsilon u_{2c} / C_0} \right), \quad (3)$$

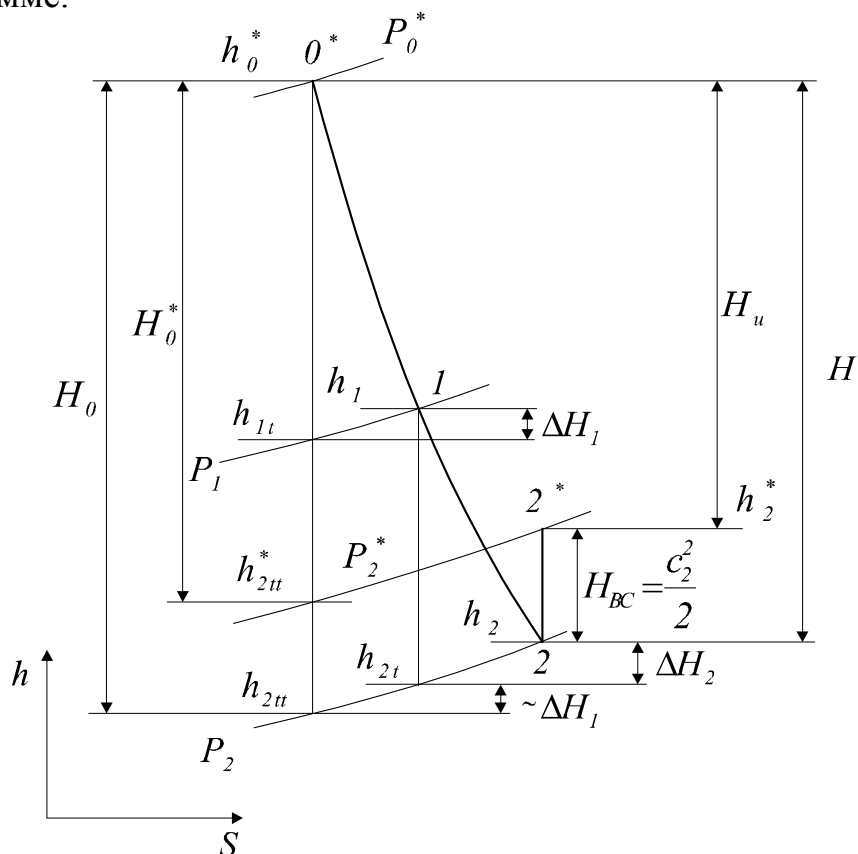
где z_c – число секторов с НЛ; B_2 – ширина РЛ.

Естественно предположить, что для каждого конкретного случая проектирования существует оптимальная степень парциальности. Её значение следует определить таким образом, чтобы найти максимальное значение КПД ступени с парциальностью. При уменьшении степени парциальности будут уменьшаться вторичные потери в направляющей и рабочей решетках, но увеличиваться потери трения и вентиляции и на границах струи.

Парциальные ступени в качестве первых регулирующих ступеней применяются также в конструкциях мощных паровых турбин с сопловым парораспределением. Выбор параметров таких ступеней следует выполнять на основе компьютерной оптимизации проточной части всей паровой турбины [3].

ОКРУЖНЫЕ И ВНУТРЕННИЕ КПД ТУРБИНОЙ СТУПЕНИ

Рассмотрим элементы процесса расширения газа в турбинной ступени в h,s -диаграмме.



Окружные КПД

1. Окружной КПД

$$\eta_u = \frac{H_u}{H_0} \approx \frac{H_0 - \Delta H_1 - \Delta H_2 - H_{bc}}{H_0}$$

характеризует степень преобразования располагаемого изэнтропийного перепада энтальпий в удельную мощность. Он учитывает потери в НЛ и РЛ и с выходной скоростью. Даже если бы газ был идеальным, т.е. $\Delta H_1 = \Delta H_2 = 0$, все равно $\eta_u < 1$, так как остались бы потери с выходной скоростью.

2. Окружной КПД по параметрам торможения

$$\eta_u^* = \frac{H_u}{H_0^*} \approx \frac{H_0 - \Delta H_1 - \Delta H_2 - H_{bc}}{H_0 - H_{bc}}$$

характеризует степень гидродинамического совершенства турбинной ступени.

Для идеального газа ($\Delta H_1 = \Delta H_2 = 0$) будем иметь $\eta_u = 1$.

3. Адиабатический КПД

$$\eta_{ad} = \frac{H}{H_0} \approx \frac{H_0 - \Delta H_1 - \Delta H_2}{H_0}$$

также характеризует степень гидродинамического совершенства турбин. Для случая идеального газа ($\Delta H_1 = \Delta H_2 = 0$) будем иметь $\eta_{ad} = 1$.

Внутренние КПД

1. Внутренний КПД турбинной ступени

$$\eta = \eta_u - \sum_{i=1}^n \Delta \eta_i,$$

где n – число дополнительных потерь; $\Delta \eta_i$ – снижение КПД под влиянием i -й дополнительной потери:

$$\sum_{i=1}^n \Delta \eta_i = \Delta \eta_{\delta_2''} + \Delta \eta_{G'_{ym}} + \Delta \eta_{m\sigma} + \dots$$

Принимается, что дополнительные потери приводят к уменьшению удельной мощности ступени:

$$\eta = \frac{H_i}{H_0}, \text{ где } H_i < H_u.$$

2. Внутренний КПД по параметрам торможения

$$\eta^* = \frac{H_i}{H_0^*} = \frac{H_i \cdot H_u \cdot H_0}{H_u \cdot H_0 \cdot H_0^*} = \frac{\eta \cdot \eta_u^*}{\eta_u}.$$

3. Адиабатический внутренний КПД

$$\eta_{ad.в} = \frac{H_i + c_2^2 / 2}{H_0}.$$

Так как $G = G_n$, $c_{1u} = c_{1un}$, а из треугольников скоростей

$$c_{2u} = c_{2un} - (u_n - u), \quad (2)$$

то

$$M = G_n \cdot r \cdot (c_{1un} - c_{2un} + u_n - u). \quad (3)$$

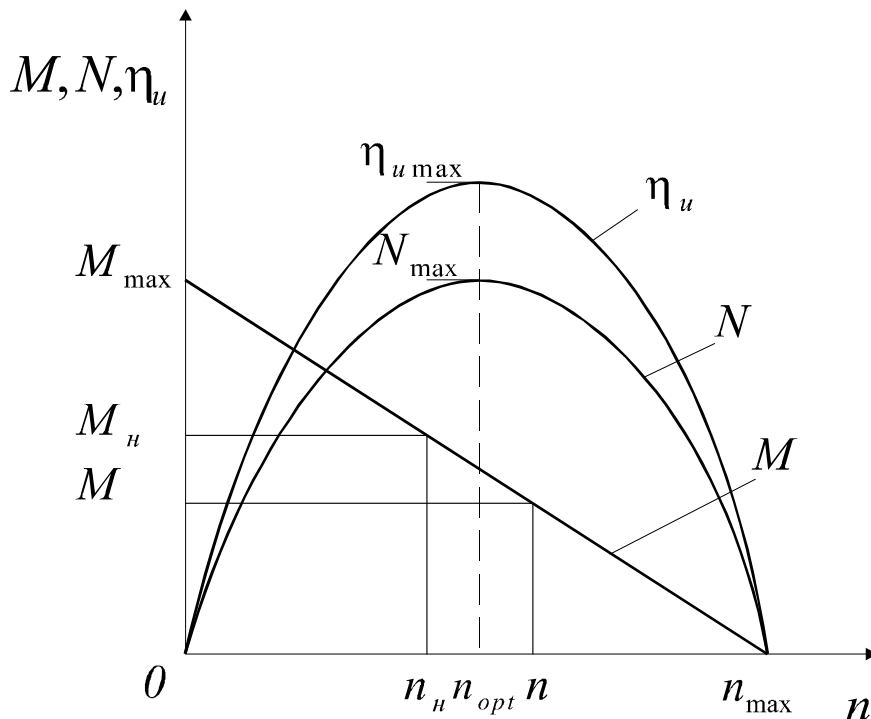
Из формулы (3) вытекает, что момент линейно зависит от окружной скорости u , т.е. от n , так как

$$u = \omega r = \frac{\pi n}{30} r.$$

В частности, видно, что турбинная ступень развивает максимальный момент при полностью заторможенном роторе ($n = 0$):

$$M = M_{max} = G_n r (c_{1un} - c_{2un} + u_n). \quad (4)$$

Изобразим характеристики осевой турбинной ступени.



Из подобия прямоугольных треугольников имеем:

$$(M_{max} - M_n) / n_h = (M_{max} - M) / n, \quad (5)$$

$$M = M_{max} - \frac{n}{n_h} (M_{max} - M_n),$$

$$M = M_n \left[\frac{M_{max}}{M_n} - \frac{n}{n_h} \left(\frac{M_{max}}{M_n} - 1 \right) \right]. \quad (6)$$

Примем $\mu = \frac{M_{max}}{M_n}$, тогда

$$M = M_n \left[\mu - \frac{n}{n_n} \cdot (\mu - 1) \right]. \quad (7)$$

Момент $M = 0$, когда $n = n_{max}$.

Из формулы (7) следует:

$$\mu - \frac{n}{n_n} \cdot (\mu - 1) = 0.$$

Следовательно, $n = n_{max} = \frac{\mu \cdot n_n}{\mu - 1}$. (8)

Мощность $N = M \cdot \omega$, и тогда формулу (7) можно представить в виде

$$\frac{N}{\omega} = \frac{N_n}{\omega_n} \cdot \left[\mu - \frac{n}{n_n} (\mu - 1) \right]. \quad (9)$$

Так как $\omega = \frac{\pi n}{30}$ и $\omega_n = \frac{\pi n_n}{30}$, то

$$N = N_n \cdot \frac{n}{n_n} \left[\mu - \frac{n}{n_n} (\mu - 1) \right]. \quad (10)$$

Исследуем параболическую функцию (10) на экстремум:

$N = N_{max}$ при такой n_{opt} , когда $\frac{\partial N}{\partial n} = 0$.

$$\frac{N_n}{n_n} \left[\mu - \frac{n}{n_n} (\mu - 1) \right] - \frac{N_n \cdot n}{n_n \cdot n_n} (\mu - 1) = 0;$$

$$\frac{N_n}{n_n} \left[\mu - \frac{n}{n_n} (\mu - 1) - \frac{n}{n_n} (\mu - 1) \right] = 0;$$

$$n = n_{opt} = \frac{\mu \cdot n_n}{2(\mu - 1)}. \quad (11)$$

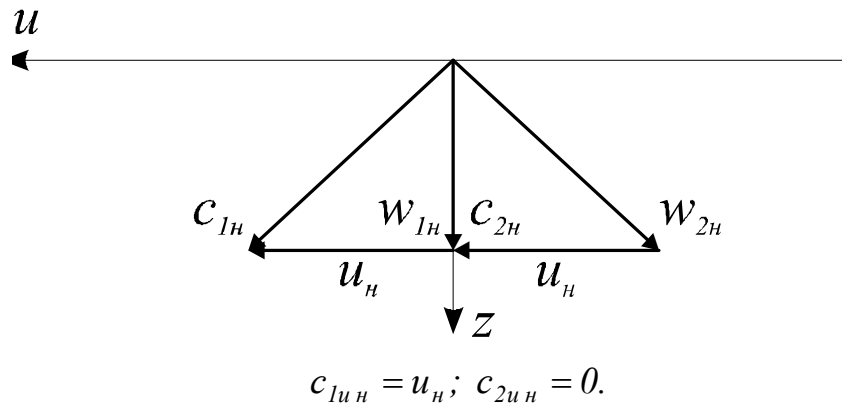
Подставив (11) в формулу (10), получим выражение для N_{max} :

$$N_{max} = N_n \frac{\mu n_n}{2(\mu - 1)n_n} \left[\mu - \frac{\mu n_n}{2(\mu - 1)n_n} (\mu - 1) \right];$$

$$N_{max} = N_n \frac{\mu^2}{4(\mu - 1)}. \quad (12)$$

Так как перепад энтальпий H_0 на ступень принят неизменным, то протекание кривой КПД η совпадает на графике по форме с кривой мощности N .

Рассмотрим турбинную ступень, у которой на номинальном режиме $\rho_{кн} = 0,5$ и треугольники скоростей имеют такой вид:



Тогда в соответствии с (4) имеем

$$M_{max} = 2M_n; \mu = M_{max} / M_n = 2.$$

Из (8) получим $n_{max} = 2n_n$ и в соответствии с (11)

$$n_{opt} = n_n.$$

Из (12):

$$N_{max} = N_n.$$

Для реальной ступени протекание характеристик несколько искажается по сравнению с рассмотренными под влиянием дополнительных потерь, связанных с углами атаки. При этом меняется степень реактивности и массовый расход рабочего тела, протекающего через ступень. Однако качественное протекание характеристик останется примерно таким же.

МНОГОСТУПЕНЧАТЫЕ ТУРБОМАШИНЫ

Как известно, максимальный КПД турбинная ступень развивает на оптимальном значении параметра $(u/C_0)_{opt}$, где $C_0 = \sqrt{2H_0}$. Для широкого класса турбинных ступеней $(u/C_0)_{opt} \approx 0,45 \dots 0,65$. Выбор окружной скорости u лимитируется соображениями прочности вращающихся деталей ротора. Пусть $u=400$ м/с, а $(u/C_0)_{opt}=0,5$, тогда $H_0=320$ кДж/кг - максимальный располагаемый

перепад энтальпий, который турбинная ступень способна переработать с высоким КПД. Общий располагаемый перепад энтальпий на турбину обычно существенно больше 320кДж/кг, поэтому современные паровые и газовые турбины, как правило, выполняются многоступенчатыми. В этом случае удастся добиться высокого КПД турбины, что означает малый расход топлива в процессе эксплуатации.

Достоинства многоступенчатой турбины:

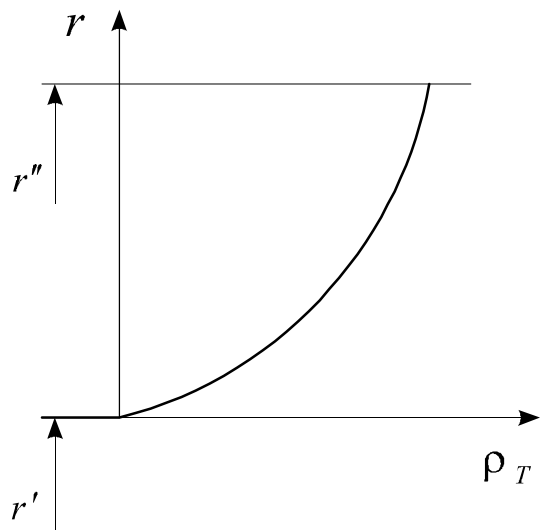
1. В многоступенчатой Т общий перепад энтальпий распределяется между отдельными ступенями. При этом для каждой ступени, при умеренных окружных скоростях u_2 , удастся задать близкий к оптимальному располагаемый перепад H_0 энтальпий на ступень, т.е. каждая ступень ставится в оптимальные условия работы. При умеренных окружных скоростях u_2 напряжения невелики. За счет этого обеспечивается надежность конструкции при больших ресурсах.

2. Если проточная часть конструктивно выполнена как единое целое и ступени непосредственно следуют друг за другом, то выходная кинетическая энергия из предыдущей ступени практически полностью используется в качестве доли располагаемого перепада энтальпий последующей ступени. Потерянной окажется только выходная кинетическая энергия за последней ступенью.

3. Ранее было доказано, что для конфузорных течений работа сил трения больше, чем потери кинетической энергии. Поэтому часть теплоты трения, выделившейся в первых ступенях, можно использовать в качестве доли располагаемого перепада энтальпий в последующих ступенях (явление возврата теплоты). Чем больше ступеней, тем больше потери и возврат теплоты. Однако необходимо стремиться к Т с возможно меньшими потерями, так как возврат теплоты не компенсирует полностью уменьшение КПД из-за потерь.

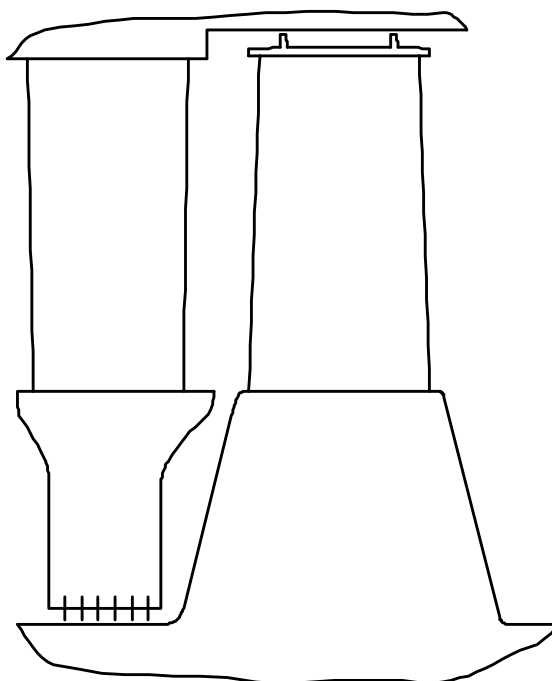
СТУПЕНИ ДАВЛЕНИЯ

Изобразим изменение термодинамической степени реактивности вдоль радиуса турбинной ступени.

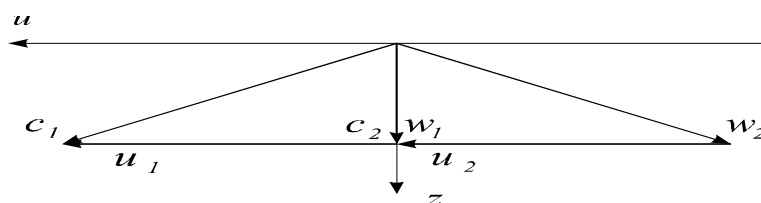


Обычно ρ_T увеличивается от корневых к периферийным сечениям ступени. Во многих отечественных и зарубежных конструкциях турбин в корневых сечениях ступени назначали $\rho'_T = 0,02 \div 0,05$. На средних диаметрах ρ_T существенно больше.

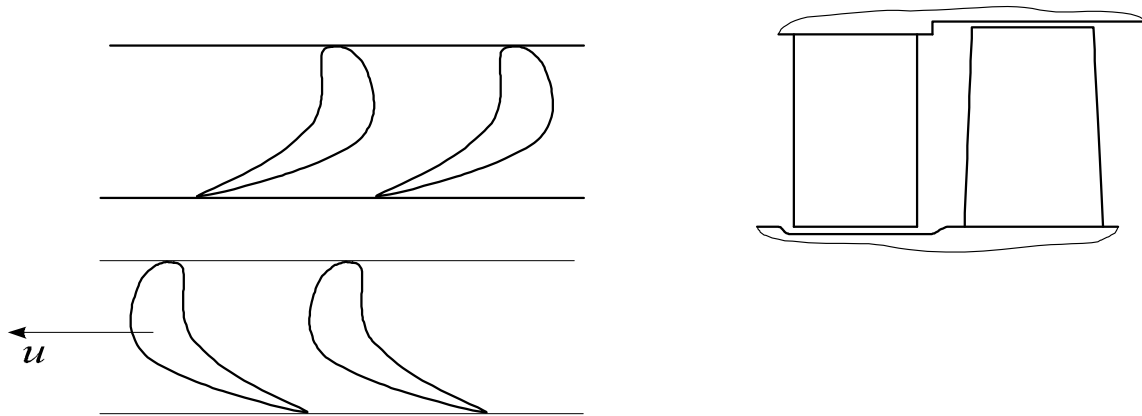
В ПТ ступени такого типа имеют обычно диафрагменную конструкцию:



За счёт применения развитой диафрагмы удаётся заметно уменьшить протечки пара через лабиринтовое уплотнение на малом диаметре и повысить тем самым КПД турбинной ступени.



Известны также конструкции ПТ, у которых степень реактивности ступеней на среднем диаметре $\rho_{Tc} \approx 0,5$, как на рисунке выше. В корневых сечениях ρ'_T также значительна ($\rho'_T \approx 0,4 \div 0,45$). В этом случае НЛ и РЛ часто имеют одинаковые профили и выполняются незакрученными.



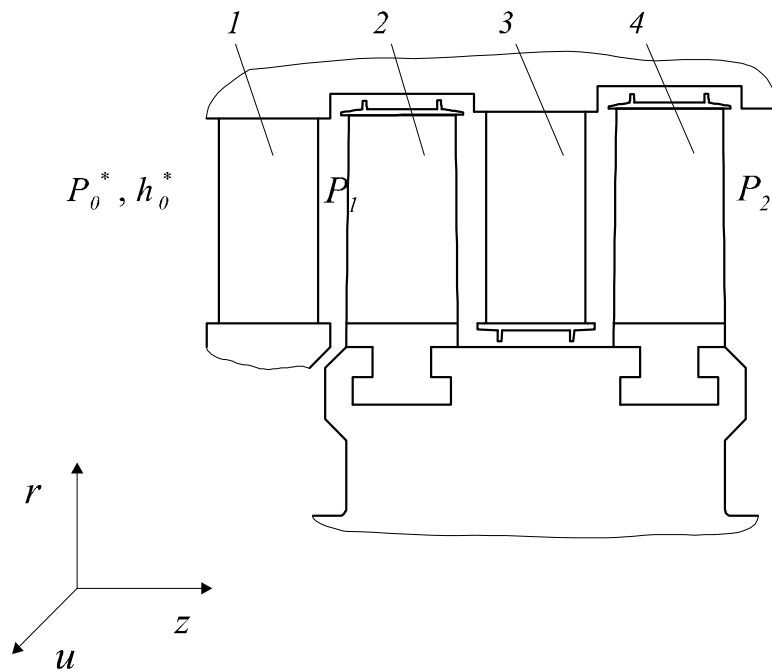
Проточные части таких Т, как правило, не имеют развитых диафрагм.

Турбинные ступени, у которых ρ_{Tc} на среднем диаметре положительна, объединяются в класс ступеней давления.

СТУПЕНИ СКОРОСТИ ПАРОВЫХ ТУРБИН

Ступени скорости (ступени большой циркуляции) относятся к классу высоконагруженных ступеней и широко применяются в конструкциях ПТ. Наиболее распространенными являются двухвенцовые ступени скорости, хотя известны и трехвенцовые конструкции ступеней скорости (имеется в виду количество венцов с рабочими лопатками).

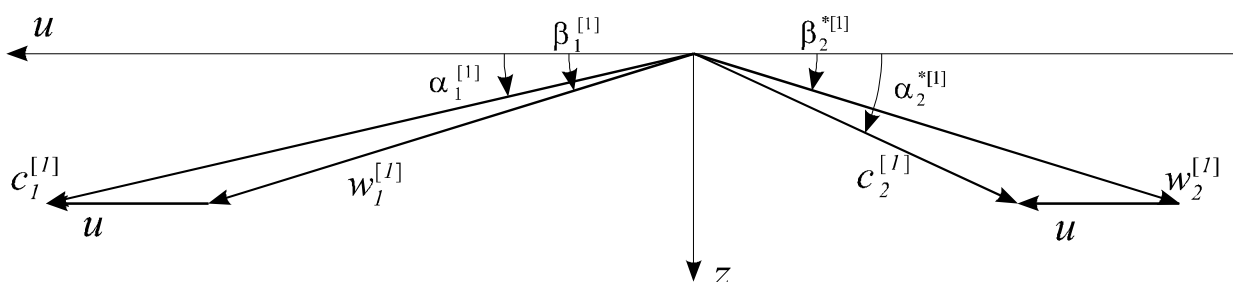
Ступени скорости, как правило, применяют в качестве первых в конструкциях ПТ малой и средней мощности. Паровые турбины большой мощности с сопловым парораспределением в качестве первой ступени обычно имеют одновенцовую ступень скорости.



В соплах 1 первой ступени происходит расширение пара от начальных параметров p_0^*, h_0^* до давления p_1 . При течении идеального пара принимается $p_1 = p_2$, т.е. весь перепад перерабатывается в соплах 1. Далее происходит съем мощности на РЛ 2. Поток на выходе из первой ступени существенно неосевой ($\alpha_{2[l]}^* < 90^\circ$). При этом выходная кинетическая энергия из первой ступени представляет собой располагаемый перепад энтальпий для второй ступени. В соплах 3 второй ступени происходит только разворот потока без его ускорения. Далее происходит съем мощности с РЛ 4 второй ступени, и пар покидает ступень скорости в осевом направлении. Изобразим треугольники скоростей для первой и второй ступеней.

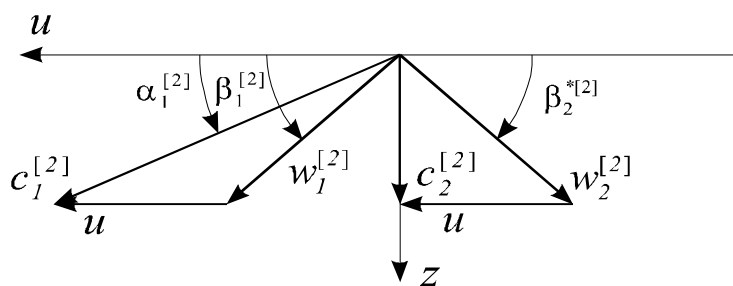
Первая ступень

Принимаем $\rho_k = 0$; $w_1^{[I]} = w_2^{[I]}$; $\beta_1^{[I]} = \beta_2^{*[I]}$.

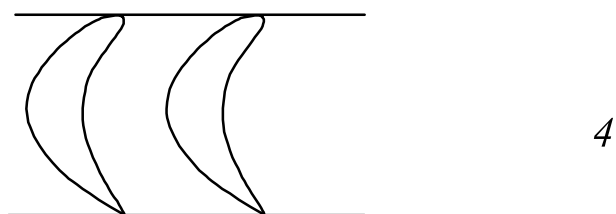
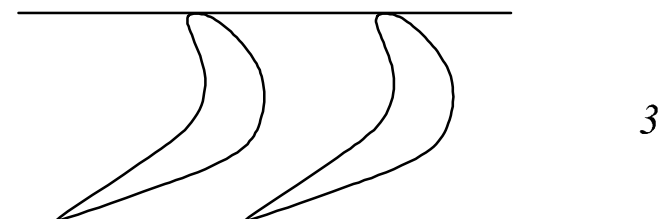
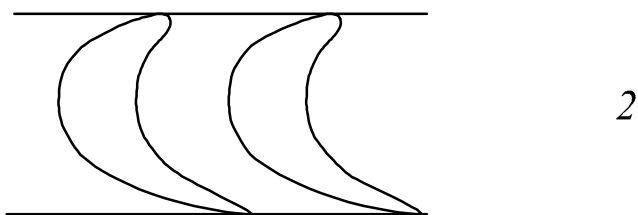
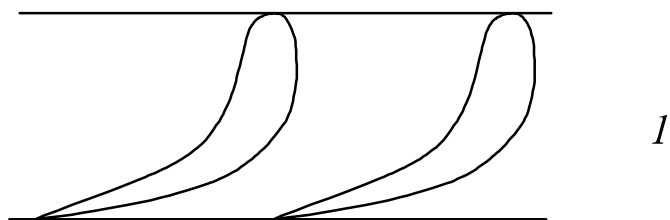


Вторая ступень

Принимаем $c_1^{[2]} = c_2^{[1]}$; $\alpha_1^{[2]} = \alpha_2^{*[1]}$; $\rho_k = 0$; $w_1^{[2]} = w_2^{[2]}$; $\beta_1^{[2]} = \beta_2^{*[2]}$.



Изобразим профили лопаток первой и второй ступеней.



Рассмотрим удельную мощность первой и второй ступеней:

$$H_u^{[1]} = u(c_{1u} - c_{2u}) = u(4u - (-2u)) = 6u^2;$$

$$H_u^{[2]} = u(c_{1u} - c_{2u}) = u(2u - 0) = 2u^2;$$

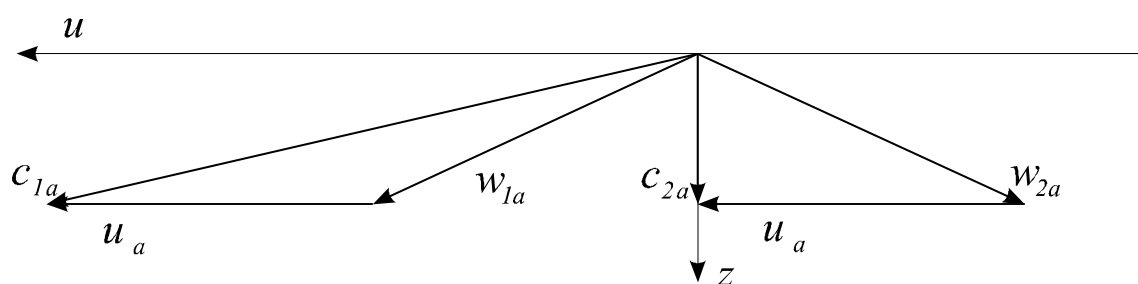
$$H_{u\Sigma} = 6u^2 + 2u^2 = 8u^2.$$

Первая ступень развивает в три раза бóльшую удельную мощность, чем вторая ступень. Поэтому первая ступень называется высоконагруженной, или ступенью большой циркуляции.

Сравним характеристики ступеней скорости и обычной активной осевой турбинной ступени. При сравнении примем, что обе ступени перерабатывают одинаковый перепад энтальпий H_0 и развивают одинаковую удельную мощность H_u . Если рассматривать течение идеального газа в обеих ступенях, то можно записать следующие дополнительные условия сравнения.

Так как одинаковы перепады H_0 , то $c_{1c} = c_{1a}$, где c – ступень скорости; a – активная ступень. Так как одинаковы перепады H_u , то $c_{2a} = c_{2c}^{[2]}$. Примем, что за активной ступенью выход также осевой и, следовательно, $c_{2za} = c_{2zc} = c_z$.

Изобразим треугольники скоростей активной ступени: $\rho_k = 0$; $w_{1a} = w_{2a}$.



Сравнивая треугольники скоростей активной ступени и треугольники скоростей ступени скорости, получим

$$u_a = 2u_c;$$

$$H_{ua} = u_a(c_{1ua} - c_{2ua}) = u_a(2u_a - 0) = 2u_a^2 = 2(2u_c)^2 = 8u_c^2.$$

Таким образом, для выработки той же самой удельной мощности для обычной осевой активной турбинной ступени требуется удвоенная окружная скорость. Если угловая частота вращения ротора одинакова ($\omega = const$), то

осевая турбинная ступень будет иметь в два раза больший диаметр, чем ступень скорости. Следовательно, при одинаковых расходах пара высоты лопаток в ступени скорости примерно в два раза больше, чем в активной ступени. За счет этого иногда можно избежать парциального подвода пара.

Как известно, максимальный КПД активной ступени

$$\eta_{u \max} = \cos^2 \alpha_1 \quad \text{при } (u/C_0)_{opt} = \cos \alpha_1 / 2;$$

$$\eta_u = 0 \quad \text{при } u/C_0 = 0 \text{ и } u/C_0 = \cos \alpha_1.$$

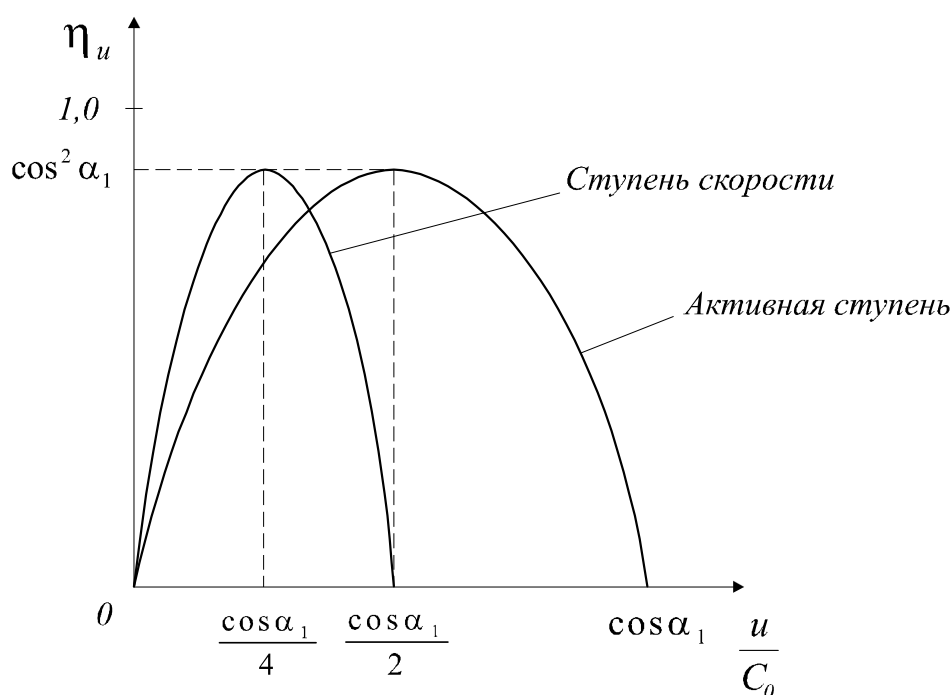
Для двухвенцового колеса скорости

$$\eta_{u \max} = H_u / H_o = \cos^2 \alpha_1 \quad \text{при } (u/C_0)_{opt} = \cos \alpha_1 / 4;$$

$$\eta_u = 0 \quad \text{при } u/C_0 = 0 \text{ и } u/C_0 = \cos \alpha_1 / 2,$$

$$\text{так как } u_c = u_a / 2.$$

В рабочих решетках первой ступени и в направляющих решетках второй ступени скорости углы поворота потока обычно велики ($\varepsilon > 130^\circ \div 140^\circ$). В НЛ первой ступени углы потока $\alpha_1^{[1]}$ малы, а скорости потока могут достигать сверхзвуковых значений. Поэтому потери кинетической энергии в лопаточных венцах ступени скорости обычно довольно велики. С целью их уменьшения при проектировании ступени скорости на среднем диаметре как первой, так и второй ступени назначают небольшую степень реактивности ($\rho_{T_c} = 0,05 \div 0,1$). Это позволяет стабилизировать течение в лопаточных венцах и снизить потери.



Ступени скорости выгодно применять для того, чтобы резко снизить давление и температуру и увеличить удельный объем пара. В этом случае уменьшаются протечки через переднее уплотнение вала турбины и появляется возможность либо увеличить степень парциальности на последующих ступенях, либо вообще перейти к полному подводу пара. Кроме того, за счет понижения температуры можно применить для ротора сталь перлитного класса, которая, по сравнению со сталью аустенитного класса, дешевле и хорошо обрабатывается.

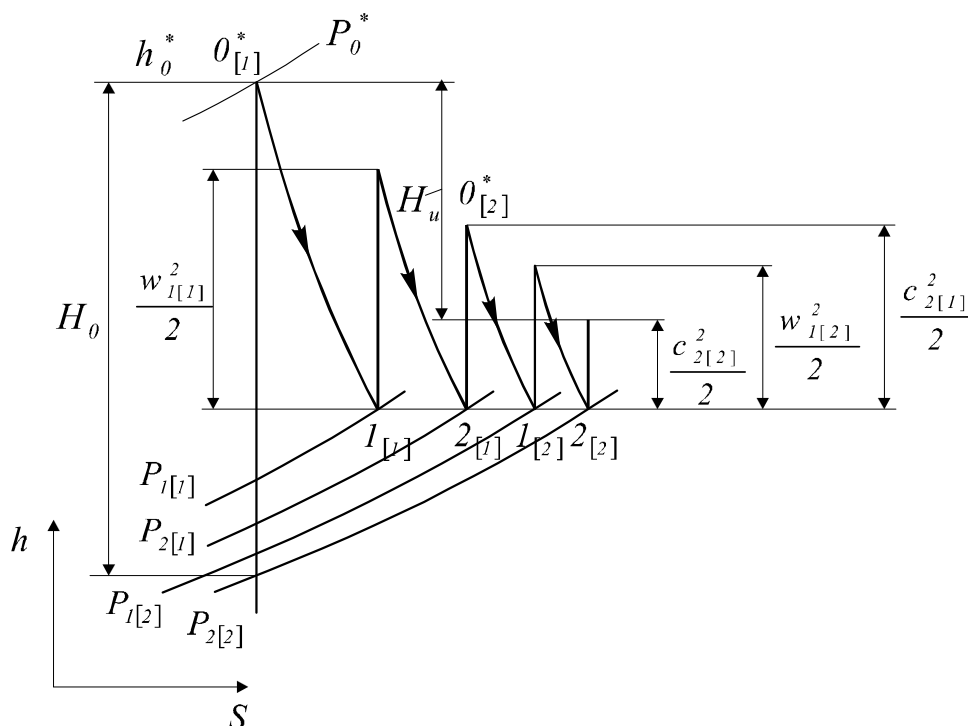
Изобразим процесс в h,s -диаграмме для ступени скорости с учетом потерь в проточной части. Примем, что треугольники скоростей остаются такими же, как ранее, т.е. $\rho_{k[1]} = \rho_{k[2]} = 0$.

Из условия задачи:

$$w_{1[1]}^2 / 2 = w_{2[1]}^2 / 2; c_{2[1]}^2 / 2 = c_{1[2]}^2 / 2; w_{1[2]}^2 / 2 = w_{2[2]}^2 / 2.$$

Из-за наличия трения получим:

$$p_0^* > p_{1[1]} > p_{2[1]} > p_{1[2]} > p_{2[2]}.$$



По экономичности ступень скорости, как правило, уступает ступеням обычного типа. Однако за счет роста КПД последующих ступеней и эффекта возврата теплоты во многих случаях ее применение экономически целесообразно.

ВЫСОКОНАГРУЖЕННЫЕ СТУПЕНИ ГАЗОВЫХ ТУРБИН

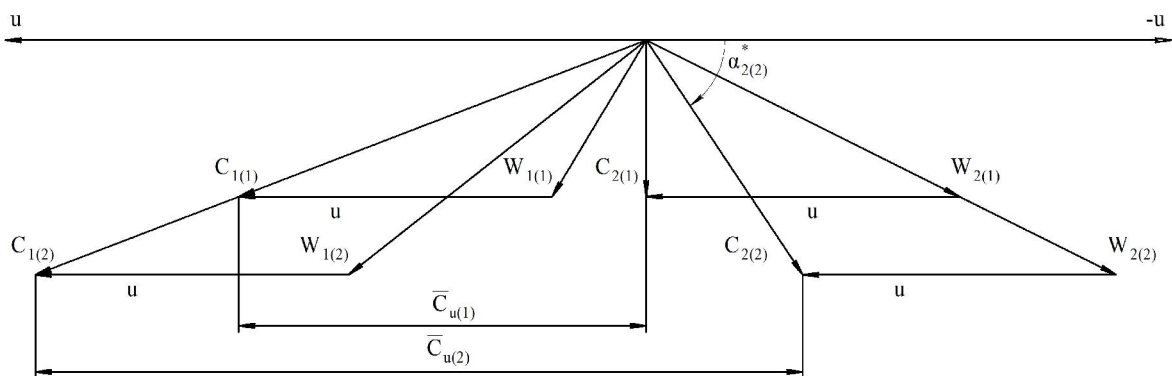
Основной тенденцией современного газотурбостроения является непрерывное увеличение температуры газа перед турбиной. При этом для создания надёжных конструкций газовых турбин приходится применять интенсивное охлаждение проточной части, в том числе и лопаточных венцов. Охлаждаемые лопатки существенно сложнее и дороже в производстве, чем неохлаждаемые. Поэтому понятно стремление конструкторов уменьшить количество охлаждаемых лопаточных венцов в проточной части газовой турбины.

Для этой цели в высокотемпературных газовых турбинах в качестве первой часто применяют ступень, по свойствам близкую к первой ступени двухвенцовой ступени скорости, свойства которой рассмотрены выше. Это так называемые высоконагруженные ступени (ступени большой циркуляции)[1,2].

Ранее было отмечено, что при окружной скорости $u=400$ м/с и параметре $u/C_0=0,5$ турбинная ступень способна переработать располагаемый изоэнтروпийный перепад энтальпий $H_0 = 320$ кДж/кг в оптимальных условиях, при осевом выходе потока из ступени ($\alpha_2^* = 90^\circ$), что обеспечит достижение близкого к максимальному внутреннего КПД.

Теперь предположим, что для первой высоконагруженной ступени газовой турбины также примем $u=400$ м/с, а $u/C_0=0,4$. Такая ступень способна переработать располагаемый изоэнтропийный перепад энтальпий $H_0=500$ кДж/кг, но уже не в оптимальных условиях, а при не осевом выходе потока из ступени ($\alpha_2^* < 90^\circ$). При этом температура в потоке газа за высоконагруженной ступенью существенно снизится по сравнению с оптимальной ступенью. Поэтому за счет применения высоконагруженной ступени удастся уменьшить число охлаждаемых венцов в проточной части ГТ.

Сравним по кинематике потока оптимальную и высоконагруженную ступени при условии $u=const$.



Прежде всего, в ступени 2 появился неосевой выход потока из ступени ($\alpha_2^* < 90^\circ$). Кроме того, ступень 2 имеет заметно больший коэффициент нагрузки, чем ступень 1 ($\bar{c}_{u2} > \bar{c}_{u1}$), поэтому она и называется высоконагруженной. Поток рабочего тела в таких ступенях характеризуется транс- и сверхзвуковыми скоростями ($M_{c_1} \geq 0,8 \div 0,9$), за счет чего и перерабатывается большой перепад энтальпий.

Высоконагруженная ступень в сочетании с последующей образует группу, близкую по свойствам к двухвенцовой ступени скорости. Основное отличие заключается в том, что и первая, и вторая ступени в этом случае могут иметь достаточно высокую степень реактивности ($\rho_{Tc} \geq 0,2 \div 0,3$), так как парциальный подвод в газовых турбинах обычно не применяется.

ПРОЕКТИРОВОЧНЫЕ РАСЧЕТЫ ПРОТОЧНЫХ ЧАСТЕЙ ТЕПЛОВЫХ ТУРБОМАШИН

Система уравнений сохранения

Рассмотрим одномерное адиабатное течение совершенного газа на средней поверхности тока в проточной части ступени многоступенчатой осевой тепловой турбины. Как обычно, выберем для каждой ступени расчетные сечения 0-0, 1-1 и 2-2 на входе и выходе из лопаточных венцов. В проективных расчетах многоступенчатых турбин параметры, скорости и углы потока в сечении 0-0 перед ступенью обычно принимаются равными их значениям в сечении 2-2 предыдущей ступени. Если же межступенчатые зазоры имеют значительную протяженность, то изменение параметров,

скоростей и углов потока в них при переходе от сечения 2-2 к сечению 0-0 можно учесть дополнительно.

Запишем систему уравнений, описывающую поток на средних диаметрах турбинной ступени с учетом принятых допущений. Разумеется, эта система уравнений пригодна и для описания потока газа на средней поверхности тока ступени осевого компрессора.

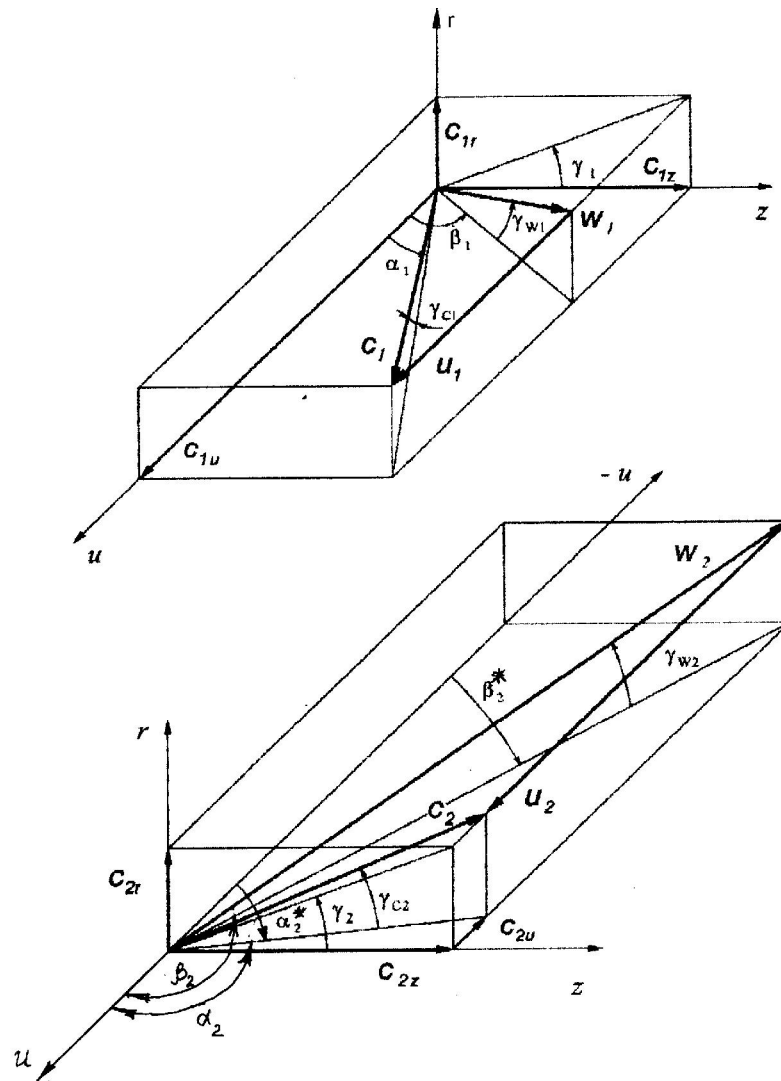


Рис. Пространственные треугольники скоростей в сечениях 1-1 и 2-2 турбинной ступени.

Уравнения неразрывности:

$$G = \rho_1 \cdot c_1 \cdot \cos \gamma_{c_1} \cdot \sin \alpha_1 \cdot F_1, \quad (1)$$

$$G = \rho_2 \cdot c_2 \cdot \cos \gamma_{c_2} \cdot \sin \alpha_2 \cdot F_2, \quad (2)$$

где G - массовый расход, ρ_1, ρ_2 - плотности, c_1, c_2 - скорости, $\gamma_{c_1}, \gamma_{c_2}, \alpha_1, \alpha_2$ - углы потока (рис.), F_1, F_2 - аксиальные площади в сечениях 1-1 и 2-2.

Уравнения энергии:

$$h_0^* = h_1^*, \quad (3)$$

$$h_1^* = h_2^* + H_u, \quad (4)$$

где h_0^*, h_1^* и h_2^* - энтальпии торможения газа в сечениях 0-0, 1-1, и 2-2;

H_u - удельная мощность, определяемая по формуле Эйлера:

$$H_u = c_1 \cdot \cos \gamma_{c_1} \cdot \cos \alpha_1 \cdot u_1 - c_2 \cdot \cos \gamma_{c_2} \cdot \cos \alpha_2 \cdot u_2, \quad (5)$$

где u_1, u_2 - переносные скорости в сечениях 1-1 и 2-2 (рис.).

Уравнения процесса:

$$p_1^* = p_0^* \cdot \chi_1, \quad (6)$$

$$p_2^* = p_1^* \cdot \chi_2 \cdot (h_2^* / h_1^*)^{k/(k-1)}, \quad (7)$$

где p_1^*, p_2^* - давления торможения, χ_1, χ_2 - коэффициенты неизоэнтропийности, k - показатель изоэнтропы расширения газа.

В систему уравнений (1)...(7) входит 21 основная величина: $G, c_1, \gamma_{c_1}, \alpha_1, F_1, c_2, \gamma_{c_2}, \alpha_2, F_2, H_u, u_1, u_2, h_0^*, h_1^*, h_2^*, p_0^*, p_1^*, p_2^*, \chi_1, \chi_2, k$. Плотности ρ_1 и ρ_2 определяются через основные величины с помощью дополнительных уравнений. Для проектировочного расчета турбинной ступени $G, p_0^*, h_0^*, \gamma_{c_1}, \gamma_{c_2}, \chi_1, \chi_2$ и k обычно полагаются известными. Остаются 13 неизвестных на 7 уравнений, поэтому система (1)...(7) имеет для каждого конкретного случая бесчисленное множество решений.

ОСЕВАЯ ТУРБИНА

Традиционные методики

Традиционные методики проектировочного газодинамического расчета ступени осевой тепловой турбины в своей основе содержат разработки, выполненные еще А.Стодолой [1]. Теперь обычно для расчета ступени в группе задают располагаемый изоэнтропийный перепад энтальпий H_0 , термодинамическую степень реактивности ρ_T , средние диаметры d_1, d_2 и высоты l_1, l_2 лопаточных венцов. С помощью 6 дополнительно заданных величин система уравнений (1)...(7) становится замкнутой и задача проектировочного газодинамического расчёта ступени турбины в «твёрдых»,

то есть известных, меридианных обводах проточной части приобретает решение.

Сразу есть смысл отметить, что для традиционных методик начальный этап проектирования многоступенчатой турбины не формализован в силу отсутствия аналитического решения задачи и поэтому проводится в «ручном» режиме. Приходится ориентировочно выбрать количество ступеней, распределить общий располагаемый перепад энтальпий на турбину между ступенями, а затем плавными кривыми наметить меридианные обводы проточной части, вычислив приближённо диаметры и высоты лопаток первой и последней ступеней. А далее стандартный проектировочный газодинамический расчёт турбины ведётся в далёких от совершенства и обычно требующих последующей коррекции «твёрдых» меридианных обводах проточной части.

Наиболее существенный недостаток традиционных методик заключается в том, что эти методики разработаны для ручного счета и поэтому неудобны для использования в компьютерном счете при поиске оптимального варианта проточной части турбины. Задаваемые произвольно для каждой ступени перепады энтальпий H_0 и степени реактивности ρ_T не являются независимыми переменными. Поэтому для традиционных методик затруднено применение методов нелинейной компьютерной оптимизации.

Следующий недостаток традиционных методик - неудобство, которое испытывает проектировщик при решении задач моделирования и унификации лопаточных венцов вновь проектируемых турбин с действующими. Как известно, конфигурация направляющих и рабочих лопаток тесно связана с углами $\alpha_2, \alpha_1, \beta_1, \beta_2$ потока. Для строгого кинематического моделирования, которое дает возможность использовать модельные и унифицированные ступени, в натуре и в модели следует обеспечить равенство углов потока $\alpha_2, \alpha_1, \beta_1, \beta_2$ и отношения u_1 / u_2 . В этом случае, очевидно, треугольники скоростей в натурной и модельной ступенях будут подобными. Добиться совпадения всех указанных величин для натурной и модельной ступеней при использовании традиционных методик довольно сложно. Поэтому в некоторых из них ограничиваются лишь равенством углов потока α_1, β_2 и отношения u_1 / u_2 для натурной и модели, допуская несовпадение лопаточных и поточных углов α_{0n} и α_2, β_{1n} и β_1 , что приводит к появлению углов атаки и дополнительных потерь кинетической энергии при обтекании направляющих и рабочих лопаток, и, в конечном счете, к снижению КПД турбинной ступени.

Метод кинематического моделирования

Рассмотрим основы принципиально новой методики проектировочного газодинамического расчета осевой тепловой турбины в «жидких», то есть не заданных, меридианных обводах проточной части, для которой удалось избежать недостатков, присущих традиционным методикам [3]. Для того, чтобы получить решение системы уравнений (1)...(7), примем, что для каждой ступени турбины заданы углы потока $\alpha_2, \alpha_1, \beta_1, \beta_2$ и окружные скорости u_1 и u_2 , то есть известны треугольники скоростей. Впервые такой подход был предложен в статье [5] для паровых и газовых турбин с постоянной для рабочих лопаток всех ступеней частотой вращения ротора ($\omega = idem$) и при условии отсутствия радиальных течений ($\gamma_1 = \gamma_2 = 0$).

Если углы потока можно задавать для каждой ступени в определенной степени произвольно, опираясь на выполненные ранее успешные прототипы, то значения скоростей u_1 и u_2 следует вычислять из основного замыкающего соотношения проточной части многоступенчатой турбины

$$N_T = \sum_{i=1}^n N_i, \quad (8)$$

где N_T - заданная мощность турбины, n - количество ступеней, N_i - мощность i -той ступени,

$$N_i = G_i \cdot H_{ui}. \quad (9)$$

Используя формулу Эйлера для удельной мощности и теорему синусов для косоугольных треугольников скоростей, представим формулу (9) так:

$$N_i = G_i u_{2i}^2 \left(\frac{\sin \beta_1 \cos \alpha_1 (d_1 / d_2)^2}{\sin(\beta_1 - \alpha_1)} - \frac{\sin \beta_2 \cos \alpha_2}{\sin(\beta_2 - \alpha_2)} \right)_i. \quad (10)$$

Подставив (10) в (8), получим удобную для практического использования фундаментальную формулу для проточной части многоступенчатой турбины любого типа (паровой или газовой) со скольжением роторов каскадов ($\omega \neq idem$):

$$u_{2n} = \sqrt{\frac{N_T}{G_l \cdot \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{G}{G_l} \left(\frac{d_2}{d_{2n}} \right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_{2n}} \right)^2 \left[\frac{\left(d_1 / d_2 \right)^2}{1 - \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1} - \frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2} \right] \right\}}_i}. \quad (11)$$

Формула (11) представляет собой стержневую основу аналитического решения задачи проектирования турбины в «жидких» меридианных обводах и

распространяет известную формулу Эйлера, полученную для отдельной ступени, на проточную часть многоступенчатой турбины. В формуле (11) u_{2n} - окружная скорость РЛ последней ступени, G_1 - массовый расход рабочего тела на входе в первую ступень, G/G_1 - относительные расходы по ступеням, которые задаются предварительно, для паровой турбины, например, из расчета системы регенерации, для газовой - из расчета системы охлаждения, ω_2/ω_{2n} - относительные частоты вращения рабочих лопаток по ступеням, которые также задаются предварительно. Относительные диаметры d_1/d_2 и d_2/d_{2n} влияют на форму меридианных обводов проточной части и также должны быть заданы.

Таким образом, если для каждой ступени турбины известны углы потока $\alpha_2, \alpha_1, \beta_1, \beta_2$ и отношения ω_2/ω_{2n} , d_1/d_2 и d_2/d_{2n} , то из формулы (11) можно получить конкретное решение при проектировании проточной части многоступенчатой турбины. Вычислив из (11) u_{2n} , через заданные ω_2/ω_{2n} , d_2/d_{2n} и d_1/d_2 находим окружные скорости u_1 и u_2 для каждой ступени. Затем при известных углах $\alpha_2, \alpha_1, \beta_1, \beta_2, \gamma_{c_1}, \gamma_{c_2}$ потока определяются скорости c_1, c_2, w_1, w_2 . Если на входе в турбину задать параметры торможения h_0^*, p_0^* , угловые частоты ω вращения роторов каскадов, а также физические свойства рабочего тела (κ и R), то, выполняя последовательный стандартный газодинамический расчет ступеней от первой к последней при известных треугольниках скоростей, можно определить диаметры d_1 и d_2 и высоты l_1 и l_2 лопаточных венцов. Таким образом, задачу одномерного проектировочного газодинамического расчета осевой тепловой турбины в «жидких» меридианных обводах проточной части следует признать решенной.

Основное достоинство предложенной методики в сравнении с традиционными заключается в том, что проектировочный расчет проточной части осевой тепловой турбины даже на начальном этапе проектирования оказывается полностью формализованным и поэтому особенно удобным для компьютерного счета на ЭВМ. Задаваемые для каждой ступени углы потока $\alpha_2, \alpha_1, \beta_1$, и β_2 представляют собой независимые переменные, каждой из которых можно варьировать в широких пределах. Последнее обстоятельство чрезвычайно важно для корректной постановки и решения задач нелинейной компьютерной оптимизации проточной части осевой тепловой турбины [3].

С другой стороны, предлагаемая методика весьма удобна для решения задач модернизации и унификации лопаточных венцов вновь проектируемых турбин с действующими. Если для всех ступеней проектируемой турбины задать те же значения $\alpha_2, \alpha_1, \beta_1, \beta_2, \gamma_{c_1}, \gamma_{c_2}, d_1/d_2$ и d_2/d_{2n} , что и в турбине -

прототипе, то получим структуру потока в проточной части, кинематически подобную прототипу. Это открывает широкие перспективы для моделирования и унификации лопаточных венцов. Отметим также, что правомерна постановка и решение смешанных задач: оптимизации части ступеней (или даже венцов) при сохранении кинематического моделирования по остальным венцам турбины [3].

Таким образом, предлагаемая методика проектировочного газодинамического расчета в «жидких» меридианных обводах проточной части имеет аналитическое решение, является универсальной и дает возможность рассматривать задачи моделирования и унификации лопаточных венцов как частный случай общей задачи оптимизации проточной части осевой тепловой турбины.

ОСЕВОЙ КОМПРЕССОР

Традиционные методики

Для осевого компрессора реализация идей моделирования и унификации лопаточных венцов представляется даже более важной, чем для турбины. Часто пытаются использовать проточную часть компрессора - прототипа в целом. Этот метод проектирования наиболее заманчив и вместе с тем имеет ряд недостатков, сужающих область его практического применения. Так как степень повышения давления π_k^* вновь проектируемых компрессоров имеет тенденцию к увеличению, то обычно возникают проблемы при подборе компрессора - прототипа на требуемую величину π_k^* .

Отмеченные выше недостатки метода моделирования компрессора в целом могут быть в известной степени преодолены за счет использования метода проектирования, основанного на моделировании отдельных ступеней. В соответствии с этим методом многоступенчатый компрессор может быть образован из одной или нескольких исходных модельных ступеней за счет их подрезки от втулки или периферии. Этот метод дает возможность использовать характеристики ступеней, полученные экспериментально, вследствие чего повышается достоверность расчетов. Вместе с тем ряд допущений, принятых в этом методе, в некоторых случаях сужает область его применения, особенно

для малорасходных компрессоров. Это, прежде всего, влияние подрезки на изменение характеристик модельной ступени и ряд других факторов.

Развитием метода модельных ступеней является метод модельных венцов. При моделировании венцов предполагается использование известного аэродинамического метода, основанного на продувках плоских решёток профилей, в сочетании с экспериментальными данными по поправочным коэффициентам, полученным из опытов с модельными и натурными ступенями. В этом случае лопаточные венцы при проектировании можно подрезать и поворачивать, а также менять густоту решётки, что расширяет диапазон использования этого метода.

Вместе с тем и метод модельных ступеней, и метод модельных венцов характеризуются тем, что их применение основано на использовании традиционных методик проекторочного газодинамического расчёта в «твёрдых», то есть заданных, меридианных обводах проточной части. В соответствии с этими методиками окружные скорости u_1, u_2 , кинематические степени реактивности ρ_k , напоры H , осевые скорости c_z (или высоты лопаток l) и ряд других важных параметров в силу отсутствия аналитического решения задаются для каждой из ступеней компрессора в «ручном» режиме в определённой степени произвольно, на основании общих рекомендаций. Углы потока $\alpha_1, \beta_1, \beta_2, \alpha_2$ (рис.), тесно связанные с конфигурацией рабочих и направляющих лопаток (РЛ и НЛ), в каждом варианте расчёта получаются различными, что затрудняет использование модельных или унифицированных лопаточных венцов.

Метод кинематического моделирования

Изучим основы методики одномерного проекторочного газодинамического расчёта проточной части осевого компрессора в «жидких», то есть не заданных, меридианных обводах проточной части. Эта методика основана на кинематическом моделировании потоков газа в проточной части проектируемого компрессора и компрессора-прототипа.

Рассмотрим проточную часть многоступенчатого компрессора, состоящую из элементарных ступеней. Поток рабочего тела для каждой ступени, как обычно в теории компрессоров, изучается на средней поверхности тока в межвенцовых зазорах проточной части (сечения 1-1, 2-2 и 3-3) перед и за лопаточными венцами и полагается там стационарным, осесимметричным и одномерным, процессы сжатия считаются адиабатными, а газ совершенным. Система уравнений сохранения, описывающая рассматриваемую модель, представлена выше. Для замыкания этой системы уравнений для каждой ступени требуется задать ряд величин. В качестве этих величин примем углы потока $\alpha_1, \beta_1, \beta_2, \alpha_2, \gamma_1, \gamma_2$ (рис. ниже) и коэффициенты $k_u = u_1 / u_2 = d_1 / d_2$ и $\bar{d} = u_2 / u_{2n} = \omega_2 \cdot d_2 / (\omega_{2n} \cdot d_{2n})$, где ω_{2n} - угловая частота вращения и d_{2n} - средний диаметр РЛ последней ступени. Конкретные значения углов и коэффициентов могут быть различными для каждой из ступеней и заданы, например, из газодинамического расчёта проточной части компрессора-прототипа, которую мы намерены моделировать.

При проектировании компрессора считаем известными давление p_1^* и температуру T_1^* торможения газа на входе в первую ступень, расход воздуха перед первой ступенью G_{B1} и степень повышения давления π_k^* . Задаются также расходы G_{BJ} воздуха в отборы и соответствующие им степени повышения давления π_{kJ}^* . Таким образом, в компрессоре рассматриваются несколько потоков газа, от входа в первую ступень до выхода из проточной части. Тогда теоретическая мощность, потребляемая компрессором

$$N_T = \sum_{J=1}^S N_{TJ}, \quad (1)$$

где S - число потоков, $N_{TJ} = G_{BJ} \cdot c_p \cdot T_1^* ((\pi_{kJ}^*)^{(K-1)/K} - 1)$ - теоретическая мощность

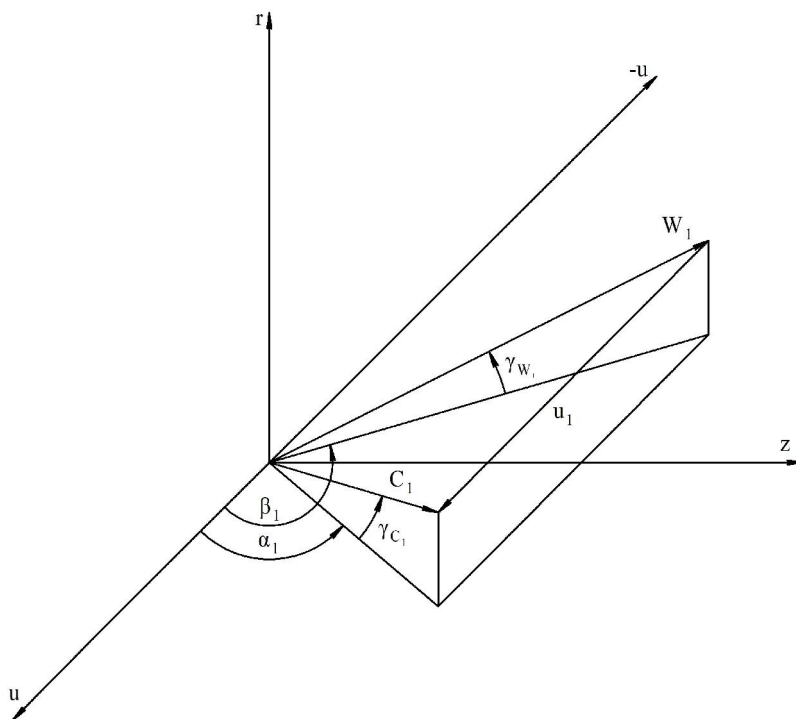
отдельного потока газа, причём $G_{B1} = \sum_{J=1}^S G_{BJ}$.

Приближенно примем, что все потоки газа в проточной части компрессора сжимаются с одинаковым КПД. Тогда связь между действительной N и теоретической N_T мощностью устанавливается из соотношения

$$N_T = N \cdot \eta_k^*, \quad (2)$$

где η_k^* - КПД проточной части компрессора по заторможенным параметрам.

Сечение 1-1



Сечение 2-2

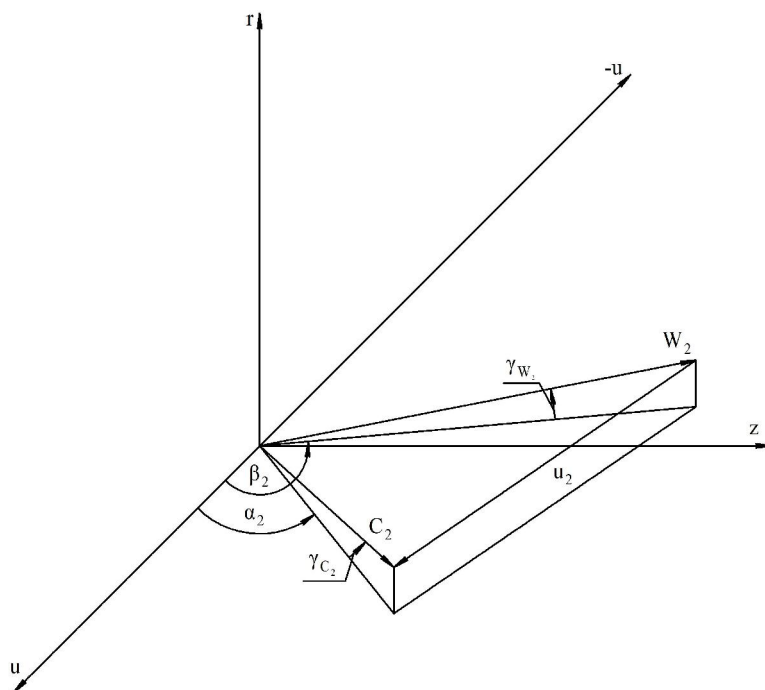


Рис. Треугольники скоростей в сечениях 1-1 и 2-2 перед и за РЛ.

Формулу (2) запишем в таком виде:

$$N_T = \eta_K^* \cdot \sum_{i=1}^n N_i, \quad (3)$$

где N_i - мощность, потребляемая i - той ступенью, n - количество ступеней.

В соответствии с формулой Эйлера напор ступени

$$N_i = G_{B_i} (c_{2u} \cdot u_2 - c_{1u} \cdot u_1) = G_{B_i} \cdot u_{2i}^2 \cdot (c_{2u} / u_2 - k_u^2 \cdot c_{1u} / u_1)_i, \quad (4)$$

где c_{2u}, c_{1u} - проекции векторов c_2 и c_1 на направление u (рис.).

Для треугольников скоростей с использованием теоремы синусов можно записать:

$$c_{2u} / u_2 = \sin \beta_2 \cdot \cos \alpha_2 / \sin(\beta_2 - \alpha_2), \quad (5) \quad c_{1u} / u_1 = \sin \beta_1 \cdot \cos \alpha_1 / \sin(\beta_1 - \alpha_1). \quad (6)$$

Решая совместно (3)...(6), получим удобную для практического применения фундаментальную формулу для проточной части многоступенчатого осевого компрессора со скольжением роторов каскадов ($\omega \neq idem$):

$$u_{2n} = \sqrt{\frac{N_T}{G_{B1} \cdot \eta_K^* \cdot \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{G_B}{G_{B1}} \left(\frac{d_2}{d_{2n}} \right)^2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_{2n}} \right)^2 \left[\frac{1}{1 - \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2} - \frac{(d_1 / d_2)^2}{1 - \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \beta_1} \right] \right\}_i}}. \quad (7)$$

Формула (7) представляет собой стержневую основу аналитического решения задачи проектирования компрессора в «жидких» меридианных обводах и распространяет формулу Эйлера, полученную для отдельной ступени, на проточную часть многоступенчатого компрессора.

Вычислив из (7) окружную скорость u_{2n} последней ступени, через заданные коэффициенты k_u и \bar{d} для каждой ступени определяются окружные скорости u_1 и u_2 , а затем скорости c_1, w_1, c_2 и w_2 . Далее по известным треугольникам скоростей выполняется стандартный проектировочный газодинамический расчёт проточной части осевого компрессора.

Таким образом, формула (7) даёт возможность получить конкретное аналитическое решение при проектировании проточной части многоступенчатого компрессора, в том числе и состоящего из нескольких каскадов, вращающихся с различными угловыми частотами. Естественно, таких решений множество, поскольку угловая частота ϖ_{2n} вращения ротора высокого давления может быть задана произвольно, лишь бы удовлетворялись

требования прочности РЛ, особенно первой ступени компрессора, и габариты проточной части соответствовали бы желаемым. Каждое решение, очевидно, следует получать методом последовательных приближений, так как априори заданная величина КПД η_k^* должна быть уточнена газодинамическим расчётом. Следует подчеркнуть, что одномерный проектировочный газодинамический расчёт многоступенчатого многокаскадного осевого компрессора оказывается полностью формализованным и поэтому особенно удобным для реализации на ЭВМ. Для однокаскадного компрессора подобный подход с постоянной для рабочих лопаток всех ступеней частотой вращения ротора ($\omega = idem$) и при условии отсутствия радиальных течений ($\gamma_1 = \gamma_2 = 0$) впервые был рассмотрен в статье [5].

Метод кинематического моделирования проточных частей многокаскадных осевых компрессоров является альтернативой традиционным методам проектирования и имеет широкие возможности при практическом применении. В самом деле, можно моделировать проточную часть компрессора-прототипа в целом, но допускаются также: надстройка проточной части компрессора-прототипа ступенями от этого или другого компрессора; разворот лопаточных венцов; изменения густот решеток и другие воздействия на конструкцию проектируемого компрессора.

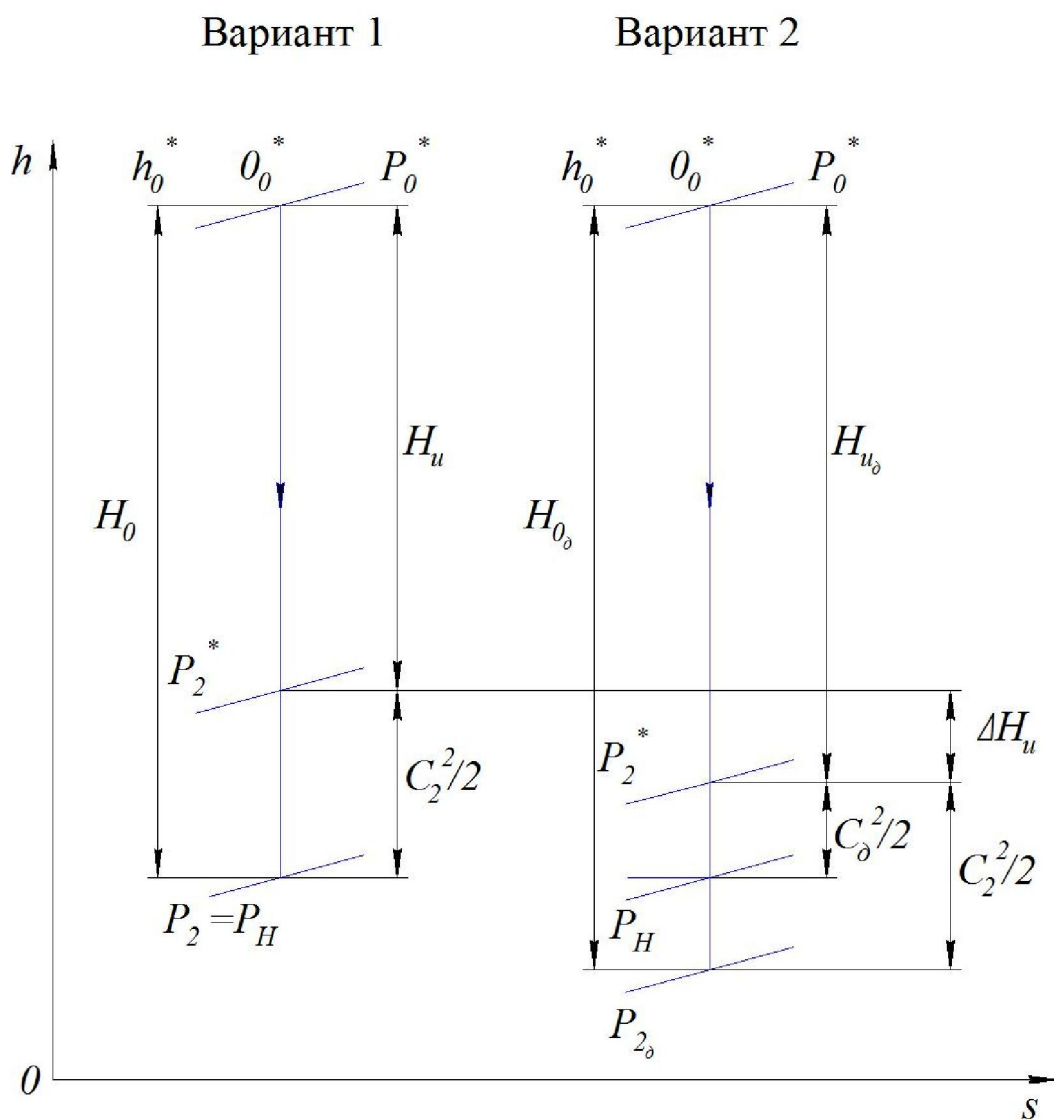
Изложенное выше позволяет сделать вывод о том, что метод кинематического моделирования имеет аналитическое решение и даёт возможность, на основе кинематики потока в проточной части компрессора-прототипа, проектировать варианты компрессоров с различными показателями и выбрать оптимальный вариант на этапе одномерных газодинамических расчётов.

ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФУЗОРА ЗА ПОСЛЕДНЕЙ СТУПЕНЬЮ ТУРБИНЫ

Современные паровые и газовые турбины с целью получения дополнительной мощности, как правило, оснащаются диффузором за последней ступенью. Вместе с тем, применение диффузора существенно

увеличивает габариты, массу и стоимость турбины. Поэтому на этапе выбора оптимальной конструкции турбины представляется важным иметь возможность простыми средствами приближённо оценить дополнительную мощность, развиваемую турбиной за счёт применения диффузора.

Назначение диффузора за последней ступенью турбины состоит в том, чтобы уменьшить за ней давление в потоке по сравнению с давлением окружающей среды. В этом случае увеличивается располагаемый перепад энтальпий на турбину, за счёт чего и удаётся выработать дополнительную мощность ΔN .



Сравним рабочий процесс (рисунок) в двух вариантах: 1- последняя ступень без диффузора, 2- последняя ступень с диффузором. Процессы расширения газа в последней ступени турбины и сжатия его в диффузоре примем изоэнтропийными.

В варианте 1 выполняется условие $p_2 = p_n$, где p_2 - давление в потоке газа за последней ступенью, p_n - давление окружающей среды. В варианте 2 использован диффузор, в котором давление нарастает от p_{20} до p_n .

Итак, в варианте 2 по сравнению с вариантом 1 вырабатывается дополнительная удельная мощность ΔH_u . Если принять, что скорость c_2 в обоих вариантах одинакова, то дополнительная удельная мощность [1]

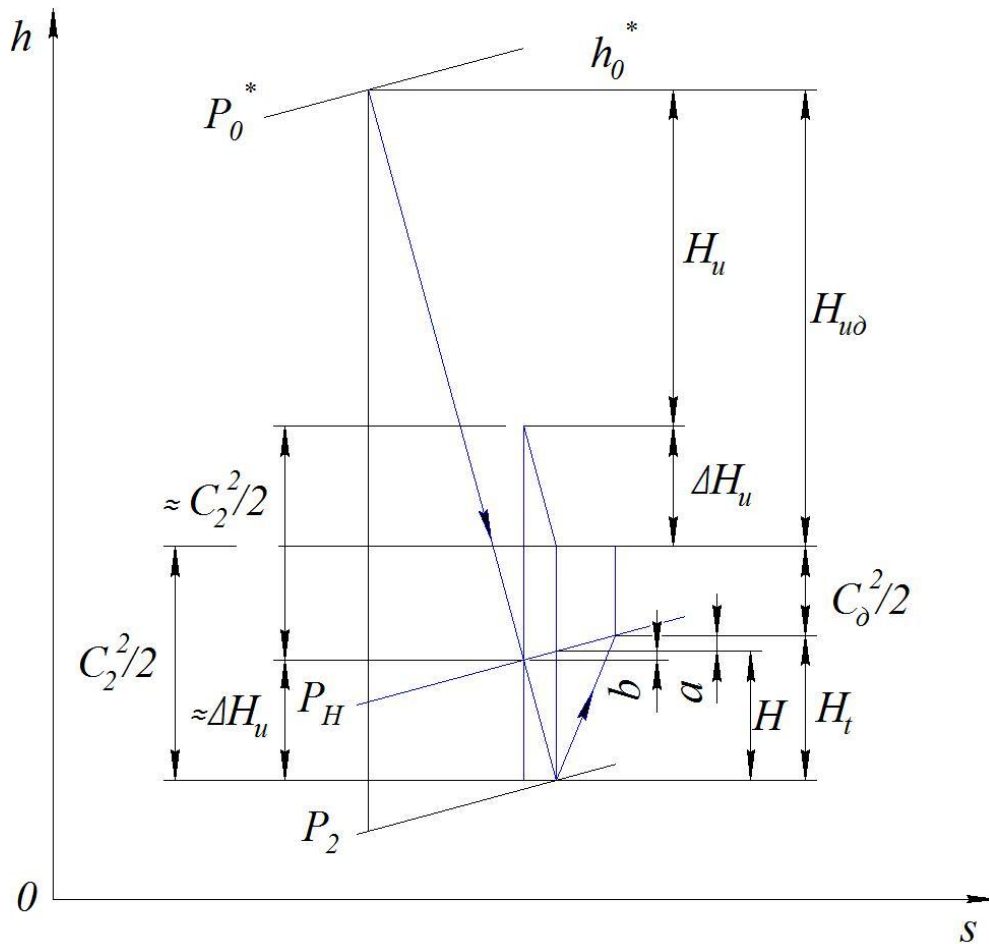
$$\Delta H_u = \frac{c_2^2 - c_0^2}{2}, \quad (1)$$

где c_2 - скорость газа за ступенью, c_0 - скорость газа на выходе из диффузора.

Рассмотрим одномерное адиабатное течение совершенного газа с трением в последней ступени и диффузоре. Система уравнений такого течения изложена выше. Фрагменты процесса расширения газа в последней ступени и диффузоре в $h - s$ диаграмме представлены ниже. Если бы диффузор отсутствовал, то за последней ступенью установилось бы давление p_n окружающей среды. Удельная мощность последней ступени соответствовала бы величине H_u . За счёт установки диффузора давление за последней ступенью понижается до величины p_2 , а удельная мощность последней ступени увеличивается до величины H_{u0} . Таким образом, приращение удельной мощности турбины за счёт установки диффузора соответствует величине ΔH_u .

Примем, что скорость c_2 газа за последней ступенью турбины в установках с диффузором и без диффузора одинакова. Тогда приращение удельной мощности за счёт установки диффузора в соответствии с рисунком

$$\Delta H_u = \frac{c_2^2 - c_0^2}{2} - a - b. \quad (2)$$



Продолжим преобразование формулы (2), полученной в монографии [1]. Перепады энтальпий a и b можно вычислить следующим образом [6]:

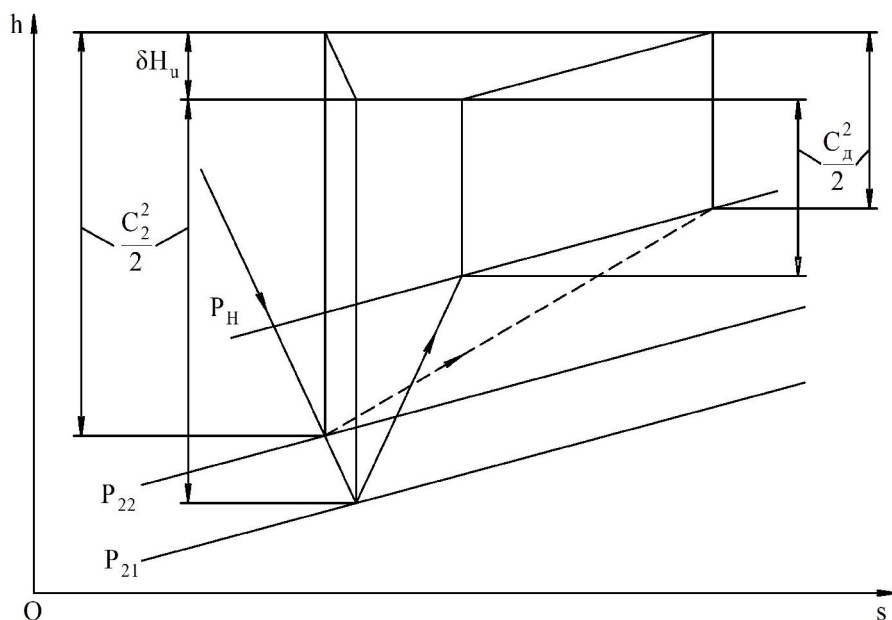
$$a = H_t - H = H \left(\frac{1}{\eta_\delta} - 1 \right), \quad (3)$$

$$b = H - \Delta H_u = H(1 - \eta_2), \quad (4)$$

где H - изоэнтروпийный перепад энтальпий в диффузоре, η_δ - изоэнтропийный КПД диффузора, η_2 - изоэнтропийный КПД рабочей решётки последней ступени турбины.

Подставив (3) и (4) в (2), после преобразований получим:

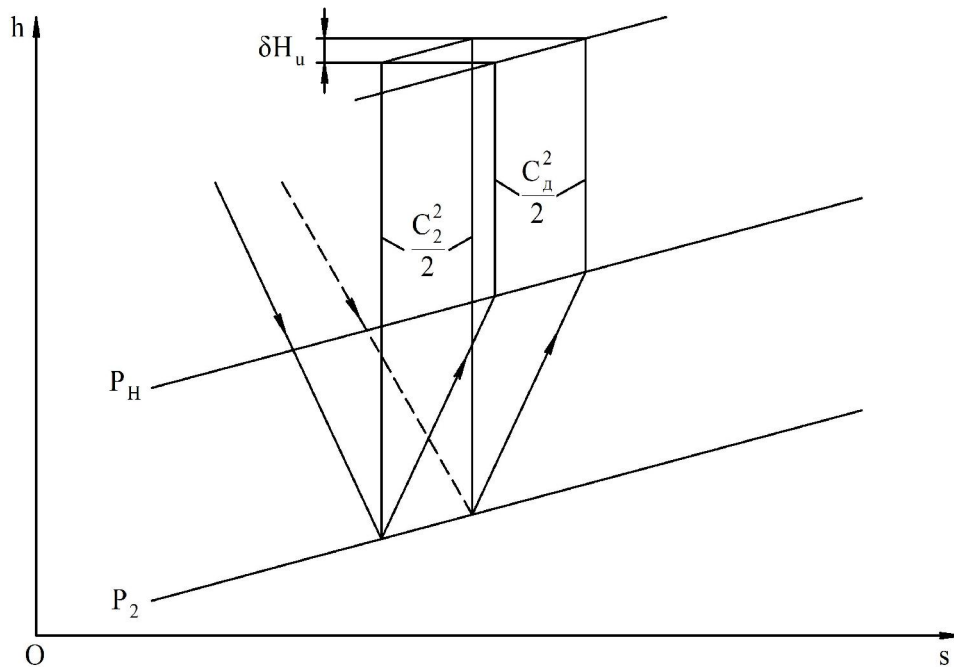
$$\Delta H_u = \frac{c_2^2 - c_\delta^2}{2} \eta_\delta \eta_2. \quad (5)$$



Влияние КПД диффузора на удельную мощность турбины.

Сравнивая формулы (1) и (5), видим, что они различаются лишь двумя сомножителями в правой части. Влияние КПД η_0 диффузора на дополнительную мощность турбины ΔH_u показано на рисунке. Штриховой линией показан процесс сжатия в диффузоре с пониженным КПД. В этом случае за турбиной устанавливается давление $p_{22} > p_{21}$, а дополнительная удельная мощность ΔH_u снижается на величину δH_u .

Влияние КПД η_2 рабочей решётки последней ступени турбины на дополнительную мощность турбины ΔH_u показано на рисунке ниже. Штриховой линией показан процесс расширения в рабочей решётке с пониженным КПД. В этом случае дополнительная удельная мощность ΔH_u снижается на величину δH_u .



Влияние КПД рабочей решётки на удельную мощность турбины.

Таким образом, дополнительная мощность турбины за счёт установки диффузора может быть вычислена по формуле

$$\Delta N = G \Delta H_u = G \frac{c_2^2 - c_d^2}{2} \eta_o \eta_2, \quad (6)$$

где G - массовый расход газа через последнюю ступень.

В некоторых случаях удобнее использовать формулу (6) в преобразованном виде. Так, привлекая уравнение неразрывности $G = \rho \cdot c \cdot \sin \alpha \cdot F = const$, вместо формулы (5) запишем:

$$\Delta H_u = \frac{c_2^2}{2} \left(1 - \left(\frac{\rho_2 F_2 \sin \alpha_2}{\rho_o F_o \sin \alpha_o} \right)^2 \right) \eta_o \eta_2, \quad (7)$$

где F_2 - аксиальная площадь за последней ступенью турбины, F_o - аксиальная площадь на выходе из диффузора, α_2 - угол выхода потока из последней ступени, α_o - угол выхода потока из диффузора.

Теперь увеличение мощности турбины за счёт установки диффузора за последней ступенью можно приближённо вычислить с помощью простой инженерной формулы:

$$\Delta N = G \Delta H_u = G \frac{c_2^2}{2} \left(1 - \left(\frac{\rho_2 \sin \alpha_2}{S_o \rho_o \sin \alpha_o} \right)^2 \right) \eta_o \eta_2, \quad (8)$$

где $S_\delta = F_\delta / F_2$ - степень расширения диффузора.

В соответствии с формулой (8) дополнительная мощность ΔN увеличивается с ростом массового расхода и скорости газа за турбиной, а также с увеличением КПД рабочей решётки последней ступени турбины, КПД диффузора и степени расширения диффузора, что представляется логичным. Чем совершеннее процесс сжатия в диффузоре, тем больше плотность ρ_δ и тем самым в соответствии с формулой (8) также увеличивается мощность ΔN . Наибольший выигрыш мощности ΔN от применения диффузора реализуется при осевом выходе потока из последней ступени турбины и диффузора, что характерно для номинального режима работы турбины. На переменных режимах угол α_2 выхода потока из турбины неизбежно отклоняется от осевого направления. Если средние диаметры аксиальных кольцевых площадей F_2 и F_δ одинаковы, то из условия сохранения момента скорости $c_u r = const$ вдоль средней поверхности тока в сечении на выходе из диффузора будем иметь такую же окружную скорость c_u , что и за турбиной. В то же время осевая скорость c_z на выходе из диффузора меньше, чем за турбиной, поэтому угол α_δ выхода потока из диффузора отклоняется от осевого направления существенно больше, чем угол α_2 за турбиной. При этом в соответствии с формулой (8) дополнительная мощность ΔN уменьшается, что физически объясняется увеличением скорости c_δ на выходе из диффузора.

Формула (8) также указывает пути рационального проектирования диффузоров за последней ступенью турбины. Для увеличения дополнительной мощности ΔN на переменных режимах полезно развивать диффузор, наращивая его средние диаметры от входного сечения к выходному, в пределе переходя к конструкции осерадиального диффузора. В осерадиальном диффузоре за счёт увеличения радиуса средней поверхности тока скорость c_u может быть существенно уменьшена, что благоприятно скажется на увеличении угла α_δ выхода потока из диффузора.

Для того, чтобы воспользоваться формулой (8), необходимо выполнить, как минимум, одномерный газодинамический расчёт течения газа в диффузоре. Вместе с тем, на этапе выбора облика конструкции турбины и диффузора для номинального режима при осевом выходе потока из турбины

может представлять интерес сугубо приближённая оценка дополнительной мощности ΔN . Для этой цели можно использовать формулу (8) в следующем виде:

$$\Delta N = G\Delta H_u = G \frac{c_2^2}{2} \left(1 - \frac{1}{S^2}\right) \eta_\delta \eta_2 = G \frac{c_2^2}{2} \left(1 - \frac{1}{S^2}\right) (1 - \zeta_\delta)(1 - \zeta_2), \quad (9)$$

где ζ_δ , ζ_2 – коэффициенты потерь в диффузоре и в РК последней ступени.

Формула (9) не требует детального анализа течения газа в диффузоре и поэтому удобна на этапе предварительного выбора конструкции турбины и диффузора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кириллов, И.И. Теория турбомашин [Текст]: монография / И.И.Кириллов. -Л. 1972. -536 с.
2. Лапшин К.Л. Развитие одномерной теории осевых тепловых турбин [Текст]: статья / К.Л.Лапшин; - Совершенствование энергетических машин. Сборник научных трудов под редакцией В.И.Попкова и В.В.Рогалева.- Брянск, Изд.-во БГТУ. 2017.- С. 67-73.
3. Лапшин, К.Л. Компьютерная оптимизация паровых и газовых турбин [Текст]: монография [Электронный ресурс] / К.Л.Лапшин. - СПб. СПбПУ.-2018. -200 с. [URL:http://elib.spbstu.ru/dl/2/s18-1.pdf](http://elib.spbstu.ru/dl/2/s18-1.pdf)
< [URL:http://doi.org/10.18720/SPBPU/2/s18-1](http://doi.org/10.18720/SPBPU/2/s18-1) >
4. Лапшин К.Л. О моделировании и оптимизации проточных частей тепловых турбин [Текст]: статья / К.Л.Лапшин; -Теплоэнергетика.1983. № 12. -С.34-37.
5. Лапшин К.Л. О приближённом моделировании проточных частей осевых компрессоров [Текст]: статья / К.Л.Лапшин; - Л. Энергомашиностроение.1984. №3-С.24-27.
6. Лапшин, К.Л. Дополнительная мощность турбины за счёт применения диффузора за последней ступенью [Текст]: статья / К.Л.Лапшин; - СПб. Научно-технические ведомости СПбГПУ, Т.2, раздел «Энергетика». 2012.- С.45-48.