В.М. ГОЛОД

ТЕОРИЯ

И КОМПЬЮТЕРНЫЙ АНАЛИЗ ЛИТЕЙНЫХ ПРОЦЕССОВ

Санкт-Петербург - 2018 -

В.М. Голод

Γ

614 **Теория и компьютерный анализ литейных процессов** / СПб.: Санкт Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2018. – 243 с.

ISBN 5-7937-0282-2

В книге рассматриваются вопросы теории и технологии литейных процессов, компьютерного моделирования и анализа гидравлических, тепловых, кристаллизационных, диффузионных и формировании отливок. Приведены усадочных явлений при математические модели, диаграммы и расчетные формулы для оценки условий размыва литейных форм, определения теплофизических характеристик литых сплавов и формовочных материалов, дендритной структуры сплавов. Основное внимание уделено вопросам повышения качества предупреждения возникновения отливок И дефектов различного вида.

Издание предназначено для широкого круга читателей – технологов литейного производства, научных работников, преподавателей, студентов и аспирантов, занимающихся теорией и технологией стального литья.

Менеджер проекта – канд. техн. наук А.Т. Ошурков

ISBN 5-7937-0282-2

© В.М. Голод, 2018

ОГЛАВЛЕНИЕ		
	Прелисловие	3
		0
1.	Гидравлические процессы при заполнении литейной формы	20
	11 П	20
	1.1. Постановка задачи	20
	1.2. Математическая модель гидравлических процессов при заливке	20
	1.2. Цистопное монолирование тенения мотонно	25
	1.5. Численное моделирование течения металла в каналах литниковой системы	43
	1 4 Компьютерный анализ гиправлических процессов при заливке	32
	п.н. Компьютерный анализ гидравлических процессов при заливке формы	52
	15 Лиагностика гилравлического режима заливки формы	36
	1.6. Компьютерная оптимизация гидравлического режима заливки	40
2.	Термодинамическое моделирование и анализ кристаллизации	47
-	литейных сплавов	
	2.1. Постановка задачи	47
	2.2. Математическая модель энергии	48
	Гиббса для многокомпонентной системы сплавов Fe-C-Xi	
	2.3. Термодинамический расчет фазовых равновесий	50
	2.4.Построение и анализ диаграммы	52
	состояния сплавов Fe-C-X _i	
	2.5. Ход затвердевания сплавов Fe-C-X _i	55
	2.6. Определение теплофизических	62
	характеристик сплавов	
	2.7. Моделирование строения и плотности расплавов Fe-C и Fe-S1 на	66
2	основе модели ассоциированных растворов	==
3.	1 еплофизические процессы в форме	75
	3.1. Постановка задачи 2.2. Раконамариали програма питайнай формии (аналитичаская	/5 78
	5.2. Закономерности прогрева литеиной формы (аналитическое решение задачи)	10
	3.3 Метолы экспериментального определения теплофизических	83
	характеристик материала формы	00
	3.4. Аналитическое решение задачи прогрева формы при	89
	температурно-зависимых теплофизических характеристиках	
	3.5. Определение локально-эффективных значений теплофизических	96
	характеристик формовочных материалов методом заливки на основе	
	статистического анализа результатов численного моделирования	
	условий эксперимента	
	3.6. Определение эффективных теплофизических характеристик	104
	формовочных материалов на основе структурных моделей	

4.	Кристаллизационные процессы при формировании литой	119
	структуры	
	4.1. Постановка задачи	119
	4.2. Образование и рост центров кристаллизации (субмикроуровень)	120
	4.3. Образование и рост ансамбля центров при равновесной	131
	кристаллизации (макро- и мезоуровень)	
	4.4. Кинетика неизотермической кристаллизации (макро-и	134
	мезомасштаб)	
	4.5. Диффузионные процессы при формировании дендритной	137
	структуры (мезоуровень)	
	4.6. Стадия свободного роста дендритных стволов (микроуровень)	143
	4.7. Стадия кристаллизации внутридендритной жидкой фазы	150
	(мезоуровень)	
	4.8. Модель диффузионно-контролируемой равноосной	154
	кристаллизации (мезоуровень)	
	4.9. Междуосные промежутки дендритов	156
	4.10. Диффузионные процессы при кристаллизации перитектических	160
	сплавов на основе железа	
	4.11. Темп выделения твердой фазы в условиях неравновесной	163
	кристаллизации.	
5.	Формирование непрерывной твердой фазы при кристаллизации	172
6.	Системный полхол при разработке и анализе литейной	187
	технологии	
	6.1. Постановка залачи	187
	6.2. Этапы формирования литейной технологии	188
	6.3. Системная взаимосвязь тепловыделения и объемной усадки	191
	литейных сплавов при кристаллизации	
	6.4. Оптимизация размеров прибылей	199
	6.5. Численный анализ режимов доливки прибылей	208
	6.5.1. Постановка задачи	208
	6.5.2. Методика анализа	212
	6.5.3. Анализ влияния условий доливки прибыли на глубину усадочной	216
	раковины в отливке (в натуральных переменных)	
	6.5.4. Исследование различных режимов доливки прибылей при	219
	использовании обобщенных переменных	
	Заключение	243

Предисловие – о наших соавторах

Представленное читателю издание последовательно излагает идеи и методы тех разделов теории литейных процессов, которые получили наиболее существенное развитие за последние годы на основе компьютерного моделирования рассматриваемых явлений и имеют прямое отношение к решению технологических вопросов изготовления отливок и анализа условий их реализации при оптимизации принимаемых проектных решений. Эта книга является итогом усилий, затраченных большой группой людей, в первую очередь – сотрудников, участвовавших в исследованиях и расчетах, добывавших с помощью микроскопа, компьютера и термопар факты, числа и закономерности, дающие новый смысл прозаическим усилиям техников, инженеров и кандидатов, студентов и аспирантов. Книга содержит - в соответствии с логикой изложения - материалы разных, в том числе - иногда давних - лет, и потому неизмеримый вклад большого числа аспирантов и сотрудников, участвовавших в цеховых студентов, И лабораторных экспериментальных работах, многочисленных компьютерных И самое главное - их обсуждении и осмыслении, по расчетах справедливости отражен в нашей памяти и соответствующих публикациях разных лет. Было бы несправедливо не перечислить тех сотрудников, творческое общение с которыми было наиболее активным и плодотворным в процессе выполнения диссертационных работ:

1. Градов В.В. (1978) Исследование условий формирования крупных стальных отливок высокой плотности из нержавеющей стали для атомной энергетики.

2. Ошурков А.Т. (1982) Исследование и совершенствование технологии изготовления крупных стальных отливок на основе численного моделирования процесса их формирования.

3. Великанов А.Н. (1985) Разработка режимов заливки крупных стальных отливок на основе применения ЭВМ.

4. Фролов М.М. (1988) Автоматизация технологического обеспечения производства стальных отливок (на основе персональных ЭВМ).

5. Липчинский А.Ю. (1989) Совершенствование режимов заливки крупных отливок на основе численного моделирования гидродинамических и тепловых процессов.

6. Рост Ю. В. (1996) Предотвращение отбела в отливках на основе термического и численного анализа кристаллизации чугуна с шаровидным графитом.

7. Зуев М.В. (1997) Предотвращение усадочных дефектов на основе численного моделирования процессов затвердевания и усадки в отливках из чугуна с шаровидным графитом.

8. Прихожий О. В. (1997) Численный расчет распределения потоков в литниковых системах коллекторного типа с целью диагностики и оптимизации гидравлического режима течения металла.

9. Радгударзи Т.А. (1998) Разработка компьютерных моделей а САПР литья под низким давлением.

10. Савельев К.Д. (2001) Термодинамическое моделирование многокомпонентных литейных сплавов на основе железа.

11. Ермакова С.В. (2002) Разработка информационного обеспечения для компьютерного моделирования процессов формирования отливок из сплавов системы Al-Si-Mg.

12. Луковников Д.А. (2004) Разработка и реализация численных моделей для технологического анализа сопряженных гидродинамических и тепловых процессов при заполнении литейной формы.

13. Горн Э.П. (2004) Исследование теплофизических и усадочных характеристик сплавов и материалов формы для компьютерного моделирования процесса формирования стальных отливок.

14. Бройтман О.А. (2006) Численный анализ процесса теплообмена и определение эффективных теплофизических свойств формовочных материалов на основе построения их структурных моделей.

15. Емельянов К.И. (2013) Системный анализ неравновесной кристаллизации углеродистых и низколегированных сталей для прогноза их структурной и химической микронеоднородности.

16. Добош Л.Ю. (2017) Компьютерное моделирование неравновесной кристаллизации алюминиевых сплавов с целью прогнозирования параметров формирующейся микроструктуры отливок.

В заключение следует непременно отметить тех соавторов, которые незримы: сотрудников Отдела литейной технологии Ижорского завода, чье радушие, требовательность и заинтересованность были постоянным стимулом в совместной работе, а также коллег по литейной кафедре, в первую очередь – З.Ш. Лоц, Е.А. Матвееву, и моих родных, помощь и соучастие которых неоценимы.

Читателю самому судить, что в этом замысле реализовано удачно, что получит вторую жизнь - в непременном споре с автором, в компьютерных программах, в понимании сущего, ляжет на рабочий стол, станет инструментом повышения качества отливок.

Мы - все, кто так или иначе причастен к созданию книги, - будем искренне признательны за любые отзывы, заметки и пожелания по улучшению книги, если встанет вопрос об ее дальнейшей судьбе.

Наш адрес: Россия, Санкт-Петербург, 195251, Политехническая ул., д. 29, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), кафедра «Металлургические и литейные технологии»; e-mail: lpi@mail.ru.

* * *

1. ГИДРАВЛИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ЗАПОЛНЕНИИ ЛИТЕЙНОЙ ФОРМЫ

1.1. Постановка задачи

Гидравлический режим течения металла в каналах литниковых систем в большинстве случаев оказывает определяющее влияние на возникновение таких дефектов, как песчаные засоры (вследствие эрозии стенок формы), газовые включения (при возникновении разрежения в потоке металла), шлаковые включения и т.д. В свою очередь параметры гидравлического режима (скорость течения и расход металла в различных сечениях, давление в потоке, продолжительность заливки и др.) определяются характеристиками гидравлической системы «ковш - литниковая система - полость формы», изменяющимися в процессе заливки вследствие изменения напоров и сечений, в связи с чем решение задачи проектирования рациональной технологии и диагностики режима течения связано с построением сложной математической модели и использованием компьютерных средств для ее реализации и технологического применения.

1.2. Математическая модель гидравлических процессов при заливке литейной формы

Общепринятым является использование уравнения Бернулли, связывающего геометрический напор H_i , скорость течения \mathcal{G}_i и давление в потоке P_i на основе условия сохранения энергии элементарной струйки жидкости [1.1]:

$$H_i + \frac{P_i}{\rho g} + \frac{g_i^2}{2g} + \Delta h_i = const, \qquad (1.1)$$

где ρ - плотность расплава, g - ускорение свободного падения, Δh_i - потери удельной энергии (для единицы массы) жидкости в произвольном i - том сечении относительно контрольного (входного) сечения. Большинство литниковых систем имеет сложную конфигурацию и не отвечает требованиям плавно изменяющегося установившегося потока, для которого получено уравнение (1.1), поскольку содержит участки разветвления струи (ярусные вертикальные и коллекторные горизонтальные литниковые системы), в связи с чем применение уравнения Бернулли для них неприемлемо.

Для литниковых систем произвольной конструкции (рис. 1.1) справедлива модифицированная запись балансового уравнения для удельной энергии потоков во входных (*j*) и выходных (*i*) узлах:

$$\sum_{j=l}^{m} \left(\boldsymbol{H}_{j} + \frac{\boldsymbol{P}_{j}}{\rho \, g} + \frac{\boldsymbol{\vartheta}_{j}^{2}}{2 \, g} \right) \boldsymbol{q}_{j} = \sum_{i=l}^{n} \left(\boldsymbol{H}_{i} + \frac{\boldsymbol{P}_{i}}{\rho \, g} + \frac{\boldsymbol{\vartheta}_{i}^{2}}{2 \, g} + \Delta \boldsymbol{h}_{i} \right) \boldsymbol{q}_{i}, \quad (1.2)$$

где *m* и *n*- количество входов и выходов соответственно; q_j, q_i - расход потока на *j*-ом входе и *i*-ом выходе из литниковой системы.

В отличие от традиционной формы записи уравнения Бернулли (1.1) для сплошной (неразрывной) струи [1.2] соотношение (1.2) содержит в качестве множителей с левой и правой стороны расходы q_i и q_j , что позволяет вместо равенства удельных энергий сплошного потока ($\rho \vartheta^2/2$) при тривиальном условии $q_i = q_j$ ввести в рассмотрение полную энергию потока, разделенного на отдельные струи как на входе, так и на выходе, баланс чтобы получить суммарный энергии В объеме сложной гидравлической системы. Для неразветвляющегося потока при *n=m=1* в уравнении (1.2) расходы q_i и q_j сокращаются и опускаются знаки суммирования.

Уравнение (1.2) не содержит дополнительных неизвестных по сравнению с уравнением (1.1), так как $q_i = f_i \mathcal{G}_i$ и т.д., однако, задание

входных условий ($f_i, f_j, H_i, H_j, q_j, \vartheta_j$) и определение выходных характеристик (q_i, ϑ_j) зависит от используемой схемы заливки металла (рис. 1.2).



Геометрический напор H_i определяет уровень затопленного металлом входного канала литниковой системы (рис. 1.2); для заливки из поворотного ковша H_i соответствует стационарному уровню металла в заливочной чаше (рис. 1.2,а); при заливке из стопорного ковша значение H_i определяется из балансового соотношения (рис. 1.2,б):

$$f_s \frac{dH_j}{d\tau} = q_j - q_i; \ \vartheta_j = \frac{q_j}{f_s}, \tag{1.3}$$

где f_s - площадь сечения стояка, соответствующего его затопленному уровню H_j ; τ - время; $q_j = \mu_k f_k \sqrt{2gh_k}$ - расход металла из стопорного ковша; μ_k, f_k, H_k - коэффициент расхода, сечение стопорного отверстия, напор в ковше; $q_i = \vartheta_i f_i$ - расход в выходном сечении f_i (рис. 1.2,а). Давление P_i на входе принимают равным атмосферному P_a для свободной заливки или в соответствии с условиями принудительного заполнения (с использованием внешнего давления P_0). Давление P_i в выходном сечении задано условиями свободного истечения ($P_i = P_a$) или применяемого (возникающего) противодавления ΔP_i (рис. 1.2,6), в частности, противонапора столба металла в полости формы ΔH_{ϕ} выше уровня подвода H_i .



Для определения неизвестных значений скорости металла в каналах литниковой системы *9*_i необходимо использовать дополнительные соотношения для *s* внешних и внутренних узловых точек литниковой системы (рис. 1.1):

- условие равенства суммы входных и выходных расходов во внешних узловых точках (общее уравнение неразрывности)

$$\sum_{j=1}^{m} q_j = \sum_{i=1}^{n} q_i;$$
(1.4)

- условие равенства входного расхода и суммы *k* выходных расходов (рис. 1.3) в каждой из *s* внутренних угловых точек (локальное уравнение неразрывности)

$$(q_j)_s = \sum_{i=1}^k (q_i)_k \, ;$$
 (1.5)

- условие равенства взвешенных по величине расхода потерь напора во внутренних узловых точках литниковой системы по всем *k* разветвляющимся потокам (рис. 1.3):

$$\boldsymbol{q}_{i1}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{h}_{i1} = \boldsymbol{q}_{j2}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{h}_{j2} = \dots = \boldsymbol{q}_{jk}\boldsymbol{\Delta}\boldsymbol{h}_{jk}, \qquad (1.6)$$

где q_{jk} , Δh_{jk} - расход и суммарные потери напора для каждого разветвляющегося потока до выхода из соответствующего *i* - го питателя. Уравнения (1.5) и (1.6) являются аналогами уравнений Кирхгофа для электрических сетей [1.4].

При выводе и использовании уравнений (1.2)-(1.6) принят ряд допущений, основными из которых являются:

• процесс течения расплава рассматривается как изотермический, т.е. не учитывается его теплообмен со стенками формы и вследствие этого не рассматривается возможное образование твердой фазы на стенках каналов и в потоке, что важно принимать во внимание [1.13] при малых скоростях и перегревах расплава;

• стенки формы на всем протяжении каналов литниковой системы принимаются газонепроницаемыми, что позволяет пренебречь влиянием подсоса газов из формы на давление в потоке в местах разрежения и соответствующим перераспределением скоростей металла; это допущение справедливо, если используется сужающаяся литниковая система или в расширяющихся литниковых системах повышение давления за счет потерь напора на трение и местные сопротивления перекрывает падение давления в потоке при увеличении сечения канала;

• значения плотности и кинематической вязкости металла принимаются неизменными, что позволяет использовать уравнения классической гидравлики, в частности, считать течение в литниковой

системе установившимся, т.е. пренебрегать динамическими членами уравнения Навье-Стокса, как это сделано при выводе уравнения Бернулли.



Совокупность уравнений (1.2) - (1.6) при задании соответствующих граничных условий по напорам, давлениям и скоростям позволяет описать распределение потоков в системе в каждый момент ее функционирования в согласии с экстремальным принципом потокораспределения [1.5], согласно которому многовариантная система имеет устойчивое стационарное состояние, если диссипация энергии в системе, отвечающая суммарным потерям напора, достигает минимума : $\sum \Delta h_i q_i \Rightarrow min$. Прямым следствием уравнение (1.5),определяющее этого соотношения является перераспределение потоков в узловых точках системы.

Решение системы уравнений (1.2)-(1.6) позволяет для заданной конструкции литниковой системы при известном режиме заливки из ковша определить распределение скоростей и расходов во всех каналах, а также рассчитать заполнение формы, если определены ее размеры и конфигурация, а также условия подвода металла.

1.3. Численное моделирование течения металла в каналах литниковой системы

Для реализации технологического анализа условий течения металла при заливке стали из стопорного ковша в литейную форму с намеченной схемой подвода металла (рис. 1.4) задают геометрическую информацию о размерах заливочного ковша и стопорного стакана, количестве металла в ковше, конструкции и размерах литниковой системы, а также местах подвода литников к полости формы.



В гидравлической системе «ковш - литниковая система - литейная форма» поступление металла в форму контролирует «узкое сечение» стопорного стакана f_k и напор над ним, который рассчитывают из уравнения

$$\frac{dh_k}{d\tau} = \frac{\mu_k f_k \sqrt{2gh_k^*}}{F_k(h_k)}, \qquad (1.7)$$

где μ_k - коэффициент расхода, зависящий от интенсивности турбулентности вытекающего потока, оцениваемой числом $Re = \frac{g_k d}{v}$ (g_k - скорость потока в стопорном стакане диаметром d, v - кинематическая вязкость металла); F_k площадь зеркала расплава в ковше на высоте h_k ; f_k - площадь сечения стопорного стакана, учитывающая применяемую (требуемую) степень торможения потока β_T и степень размыва стопорного стакана β_p ; $f_k = f_0 \beta_P \beta_T$, f_0 - начальное сечение стопорного стакана. При расчете эффективного напора в ковше h_k^* учитывают дополнительное давление столба покровного шлака h_k :

$$\boldsymbol{h}_{k}^{*} = \boldsymbol{h}_{\kappa} + \boldsymbol{h}_{\boldsymbol{u}}\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{u}} / \boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{M}}, \qquad (1.8)$$

где h_{u} изменяется в зависимости от площади зеркала металла, ρ_{M}, ρ_{u} плотность металла и шлака.

Найденное значение h_k используют для расчета скорости \mathcal{G}_k и расхода q_k вытекающего металла:

$$\boldsymbol{\vartheta}_{k} = \boldsymbol{\mu}_{k} \sqrt{2\boldsymbol{g}\boldsymbol{h}_{k}}; \ \boldsymbol{q}_{k} = \boldsymbol{\vartheta}_{k} \boldsymbol{f}_{k}, \tag{1.9}$$

являющихся граничными условиями для уравнений (1.2) и (1.3).

При численном решении системы уравнений (1.2) - (1.6) значение потерь напора Δh_i вычисляют, суммируя потери напора на трение [1.1]

$$\Delta h_T = \lambda \frac{l}{d} \frac{\vartheta^2}{2g}, \qquad (1.10)$$

где λ - коэффициент гидравлического трения, зависящий от шероховатости стенок каждого *i*-го канала длиной l_i и гидравлическим диаметром d_i , и местных потерь напора при изменении направления или сечения потока

$$\Delta h_{M} = \xi_{M} \frac{\vartheta^{2}}{2g}, \qquad (1.11)$$

где ξ_{M} зависит от вида местного сопротивления, угла сочленения каналов, соотношения их площадей сечения и расходов, а также радиуса скругления и числа Рейнольдса Re в подводящем (отводящем) канале [1.1, 1.6], при раздельно оцениваются разветвлении потоков потери напора для магистрального и бокового потоков, которые существенно различаются по величине и даже по знаку [1.7]. Аналогичным образом рассчитывают потери напора в специальных элементах типа дросселей, шлакоуловителей и т.д. [1.2], принимая во внимание неаддитивный характер суммирования гидравлических потерь и их существенную зависимость от локального значения числа Рейнольдса в каждом канале. В результате общая величина коэффициента расхода литниковой системы (рис. 1.5) обнаруживает автомодельный характер (то есть постоянство при изменении числа Рейнольдса только в области достаточно больших значений Re (Re>Re_{гр}), при этом значение Re_{гр} тем меньше, чем выше сложность конструкции литниковой системы, что существенно усложняет гидравлические расчеты.



Для учета противонапора, возникающего при сифонном подводе металла в форму (рис. 1.2,б), производят расчет изменения уровня металла в форме h_{ϕ} по соотношению

$$\frac{dh_{\phi}}{d\tau} = \frac{\sum q_i}{F_{\phi}(h_{\phi})},\tag{1.12}$$

где $\sum q_i$ - суммарный расход металла через выходные сечения питателей; F_{ϕ} - сечение зеркала расплава на уровне h_{ϕ} .

Для получения расчетной формулы, выражающей расход металла через питатель q_n , целесообразно использовать соотношение (1.2); при стопорной заливке формы в наиболее простом случае (m=n=1) получим общее выражение

$$q_n = \vartheta_n f_n = \mu_n f_n \sqrt{2g \left(h_o + \frac{\Delta P}{\rho g} + \frac{\vartheta_s^2}{2g}\right)}, \qquad (1.13)$$

где \mathscr{G}_n - определяется суммой действующего геометрического напора h_{δ} в стояке, перепада геометрических напоров ΔP в литниковой системе ($\Delta P = P_1 - P_2$, где P_1 - давление на зеркале металла в стояке; P_2 - давление в полости формы) и скоростного напора металла во входном сечении стояка. Формулу (1.13) чаще всего редуцируют до простого соотношения $q_n = \mu_n f_n \sqrt{2gh_s}$ в то время как подобный прием в ряде случаев способен дать значительную ошибку.

Действующий геометрический напор h_{ϕ} включает не только соответствующую высоту столба металла в стояке h_s , но и противонапор, возникающий на этапе сифонного заполнения формы, когда $h_{\phi} > H_i$ и возникает противонапор ΔH_{ϕ} , так что

$$hg = (H_{i} - H_{i}) - (h_{\phi} - H_{i}) = H_{i} - h_{\phi},$$

в то время как на этапе заливки сверху $(h_{\phi} < H_i)$

$$\boldsymbol{h}_{s}=\boldsymbol{H}_{j}-\boldsymbol{H}_{i}.$$

Для обычных условий свободной заливки можно принять, что $\Delta P \cong 0$ [1.3]. При заливке из стопорного ковша значением скоростного напора в стояке $\frac{\vartheta_s^2}{2g}(\vartheta_s - ckopoctb metaлла в верхнем заполненном сечении стояка;$

$$\vartheta_s = \frac{q_k}{f_s} = \frac{\mu_k f_k \sqrt{2gh_k}}{f_s}$$
) нельзя пренебрегать, так как его величина сравнима со

значением hg и может обеспечить заполнение формы даже при $H_j < h_{\phi}$ за счет дополнительной кинетической энергии потока во входном сечении стояка.



По этой причине расчетная схема (рис. 1.6) и формулы, приводимые в [1.3], содержат ряд ошибочных выражений, так как не учитывают скоростного напора $\frac{g_s^2}{2g}$ и принимают в расчет при вычислении h_{δ} сумму напора в ковше h_k и высоты стопорного отверстия ковша над уровнем металла в стояке (рис. 1.6), которая не оказывает влияния на скорость в питателе g_n и расход q_n , поскольку кинетическая энергия падающей струи полностью гасится при падении на зеркало в стояке.

После преобразований окончательное выражение для расчета расхода металла в питателе имеет вид:

$$q_{n} = \mu_{n} \sqrt{2g \left[H_{j} - \delta \left(h_{\phi} - h_{i} \right) + \frac{\mu_{k}^{2} f_{k}^{2} h_{k}}{f_{s}^{2}} \right]}, \qquad (1.14)$$

где δ - множитель, равный 0, когда $h_{\phi} < h_n$. С учетом подходящих значений $\mu_k \cong 0.9$ и $\frac{f_k}{f_s} \cong 0.70$ нетрудно оценить, что напор в ковше h_k входит в

расчетное соотношение (1.14) с множителем $\frac{\mu_k^2 f_k^2}{f_s^2} \approx 0,55 - 0,60$, существенно

меньшим единицы, откуда следует ошибочность суммирования полного напора в ковше h_{κ} с напором в стояке h_s при расчете действующего напора h_{∂} над питателем.



при гидравлическом моделировании заливки металла в литниковую систему из стопорного ковша

По иронии судьбы именно П.Ф.Василевским и Ю.Ю.Головачом были получены убедительные данные о влиянии скоростного напора в стояке для условий стопорной заливки (рис. 1.7.) как на гидравлической модели, так и непосредственно на стали [1.3]. В этом исследовании установлено (с применением жидкостного пьезометра), что напор металла в питателях при стопорной заливке существенно (на 300-600 мм) выше, чем полная высота или заполненная часть стояка, причем в ряде опытов уровень металла в стояке находился ниже уровня зеркала в полости формы (рис. 1.7). Подобные наблюдения без истолкования причин и теоретического анализа многократно опубликованы и в зарубежной технической литературе [1.14], где отмечены факты обратного поступления металла из полости формы в стояк через верхние ярусы литниковой системы (рис. 1.8-1.9).



Таким образом, наблюдаемый парадокс поступления металла из незаполненного стояка (потенциальная энергия) в форму, где уровень зеркала c дополнительным выше, связан динамическим напором (кинетическая энергия) металла в верхнем заполненном сечении стояка, величина которого определяется расходом металла, поступающего из ковша. Этот вывод требует радикального пересмотра сложившейся методологии приближенного расчета стопорной заливки форм; в наиболее полной мере научно-обоснованный подход реализуется на основе формул (1.7) - (1.12). При заливке из поворотного ковша с использованием чаши вследствие большой площади зеркала в чаше $(f_s >> f_k)$ динамическим напором в формуле (1.14) можно пренебречь и использовать обычное выражение типа $q_n = \mu_n f_n \sqrt{2gh_{\delta}}$, где h_{δ} включает полную высоту стояка и заполненной части литниковой чаши с поправкой на противонапор в форме.

Прямым следствием отмеченных выше особенностей стопорной заливки является авторегулирование параметров заливки за счет динамичного изменения высоты металла в стояке, в результате чего возникает *автомодельность* режима заливки относительно некоторых параметров режима заливки, когда влияние ряда технологических факторов (высота стояка, сечение питателей, уровень подвода в форму и т.д.) оказывается неожиданно утраченным и – без необходимого анализа – непонятным.



В качестве примера на рис. 1.10-1.11 представлены результаты численного расчета заполнения формы при изготовлении отливки «Лопасть» массой 1.4 т при изменении начальной высоты металла в ковше емкостью 12.0 т и суммарного сечения питателей.



Как и следовало ожидать, уменьшение сечения питателей f_n вызывает повышение уровня металла в стояке h_s , вследствие чего восстанавливается приближенное равенство расходов из ковша q_k и при поступлении металла q_n в полость формы, в результате продолжительность заливки остается практически неизменной. Напротив, изменение начального уровня металла в ковше $(h_{\kappa})_0$ вызывает соответствующее изменение напора в стояке h_s и продолжительности заливки.





Численное решение системы (1.2) - (1.6) в сочетании с формулами (1.7) - (1.12) дает значения скоростей и расходов во всех участках литниковой системы, а также их изменение во времени, что позволяет на их основе вести автоматизированный анализ и диагностику гидравлического режима заливки формы.

1.4. Компьютерный анализ гидравлических процессов при заливке формы

На основе результатов гидравлического моделирования производят оценку условий поступления расплава в форму, анализируя динамику и скоростей соотношения И расходов металла в различных участках литниковой системы и полости формы, а также рассчитывают В температурные потери при течении и распределение давлений в каналах.

Анализ соотношения расходов металла, вытекающего из поворотного ковша q_k по уравнению (1.7) и поступающего в полость формы q_{ϕ} согласно формуле (1.12) (рис. 1.10-1.11), показывает, что в течение начального этапа

заполнения стояка, когда $q_{\kappa} q_{\phi}$, имеющего весьма малую относительную длительность ($\tau/\tau_{3a,\pi} \ll 1$), достигается приближенное равенство расходов q_k и q_{ϕ} . После этого прекращается повышение уровня металла в стояке и формируется основной по длительности период, в течение которого в условиях *отрицательной обратной связи* изменение высоты металла в стояке согласно уравнению (1.3) обеспечивает автоматическое поддержание динамического соответствия непрерывно уменьшающегося расхода q_k , отвечающего уравнению (1.7), и поступления металла в форму q_{ϕ} . Вследствие этого длительность заполнения формы контролируется временем частичного или полного опорожнения ковша (то есть - начальным напором в ковше, сечением стопорного стакана, степенью торможения струи стопором и т.д.) и практически не зависит от характеристик литниковой системы (сечение питателя, высота и сечение стояка и т.д.) и высоты ковша над формой.

Температурные потери в литниковой системе с учетом изменения условий циркуляции расплава в ковше при выдержке металла и опорожнении ковша определяют изменение во времени температуры металла, поступающего в форму.



Изменение температуры потока при течении со скоростью \mathcal{G}_i в *i*-ом элементе литниковой системы Δt_i рассчитывают с помощью разностного уравнения конвективного теплообмена в канале переменного сечения:

$$V_i C \rho \frac{\Delta t_i}{\Delta \tau} = \lambda \left(\frac{t_{i-1} - t_i}{\Delta x} S_{i-1} - \frac{t_i - t_{i+1}}{\Delta x} S_{i+1} \right) - \vartheta_i C \rho S_i (t_{i-1} - t_{i+1}) - \alpha (t_i - t_f) F_i; \quad (1.13)$$

где $V_i, S_i, F_i, \Delta x$ - объем, поперечное сечение, боковая поверхность и протяженность *i*-го элемента (рис. 1.12); $S_i = \frac{S_{i-1} + S_{i+1}}{2}, V_i = S_i \Delta x$; C, λ, ρ удельная теплоемкость, теплопроводность и плотность расплава; t_f начальная температура формы; $\Delta \tau$ - шаг по времени; α - коэффициент теплоотдачи от металла к форме; для массивной неметаллической формы α принимает значение

$$\alpha = \frac{b_{\phi}}{\sqrt{\pi(\tau - \tau_i)}},\tag{1.14}$$

где b_{ϕ} - тепловая активность (теплоаккумулирующая способность) материала формы; τ - время от начала заливки металла; τ_i - время течения металла до i - го элемента.

Формула (1.13) суммирует изменение температуры, вызванное теплопроводностью вдоль потока, конвективным переносом тепла и теплообменом в поперечном направлении со стенками формы, при этом рассчитывают среднюю температуру по сечению потока.

На рис. 1.13 представлено изменение температуры металла в питателях протяженной горизонтальной коллекторной литниковой системы (схема представлена на рис. 1.13,6) в период заполнения нескольких форм в условиях специфического режима заливки, когда вначале заполняется форма, наиболее удаленная от стояка (сначала 4, а затем 3 и т.д.), для которой расход металла (рис. 1.13,а) является наибольшим вследствие наименьшего гидравлического сопротивления в магистральном потоке по сравнению с боковыми ответвлениями [1.6-1.7]. Заполнение одной из форм (отмечено стрелкой на рис. 1.13,а) немедленно вызывает перераспределение потоков (рис. 1.13,а), что сразу отражается на величине температурных потерь (рис. 1.13,б).

Температурные потери за период заполнения форм изменяются в пределах от 30-10 К (для ближнего к стояку питателя) и 70-30 К (для наиболее удаленного питателя) в зависимости от прогрева формы и соотношения расходов металла при разновременном окончании заливки различных форм.

Распределение давления в литниковой системе, определяемое ее геометрией и скоростным режимом заливки, оценивают в общем случае на основе системы формул (рис. 1.14):

$$\left(H_{0} + \frac{P_{0}}{\rho g} + \frac{g_{0}^{2}}{2g} \right) q_{0} = \left(H_{1} + \frac{P_{1}}{\rho g} + \Delta h_{01} \right) q_{1} + \left(H_{2} + \frac{P_{2}}{\rho g} + \frac{g_{2}^{2}}{2g} + \Delta h_{02} \right) q_{2}; \quad (1.15)$$

$$\left(P_{2} - P_{0} \right) \Delta h_{02} = \left(P_{1} - P_{0} \right) \Delta h_{01}, \quad (1.16)$$

где H_0, H_1, H_2 - геометрический напор во входном (индекс 0) и выходных (индексы 1 и 2) сечениях; P_0, P_1, P_2 - соответствующие давления, из них P_0 известно; $g_0, g_1, g_2; q_0, q_1, q_2$ - известные значения скорости и расхода в соответствующих сечениях, полученные в результате гидравлического расчета; $\Delta h_{01}, \Delta h_{02}$ - суммарные потери напора между сечениями 0-1 и 0-2 соответственно, учитывающие как потери на трение (по формуле 1.10), так и местные потери на разветвление потока (по формуле 1.11).





Формулы (1.15)-(1.16) последовательно применяют для всех участков литниковой системы, начиная от входных (выходных), включая участки без разветвлений (рис. 1.7,б), где уравнение (1.16) вырождается, а уравнение (1.15) принимает вид:

$$H_{0} + \frac{P_{0}}{\rho g} + \frac{\vartheta_{0}}{2g} = H_{1} + \frac{P_{1}}{\rho g} + \frac{\vartheta_{1}^{2}}{2g} + \Delta h_{01}, \qquad (1.17)$$

откуда следует расчетное соотношение:



Возникновение разрежения в потоке, когда давление становится меньше атмосферного и в газопроницаемых формах может привести к

инжекции (подсосу) газов в поток металла, как показывают расчеты по формулам (1.15)-(1.18), связано с использованием сплавов высокой плотности, расширяющихся литниковых систем, повышенным расходом (скоростью) металла и сосредоточено в верхних участках литниковых систем.

1.5. Диагностика гидравлического режима заливки формы

Детерминированная диагностика литейной технологии предусматривает прогноз образования литейных дефектов на основе сопоставления результатов численного моделирования с критическими значениями основных параметров технологии. Определение вида диагностических критериев и диапазона их допустимых (критических) значений производят на основе обобщения производственных и/или экспериментальных данных, а также путем теоретического анализа физикохимического механизма возникновения дефектов [1.8-1.9]. В связи с этим диагностические критерии различного генезиса обладают существенно разной общностью, поскольку эмпирические критерии, полученные на основе ограниченного производственного (экспериментального) материала, имеют локальный характер и ограниченную сферу применения.

Оценка условий эрозии стенок литниковых каналов производена на основе расчета эрозионной устойчивости поверхности песчаной формы под действием сил, действующих на частицу (агрегат частиц) со стороны потока металла (рис. 1.15).

Поверхность песчаной литейной формы образуют частицы диаметром d_p , выступающие в поток металла. При турбулентном характере потока, когда число Рейнольдса Re превышает критическое значение ($Re > Re_{\kappa p}$), на границе раздела металла с формой пристеночная скорость расплава g_{π} не равна нулю и испытывает значительные турбулентные пульсации. Обтекание частиц формы потоком металла порождает силы, направленные в сторону

потока и стремящиеся оторвать частицу, связанную со стенкой силой сцепления F_c (рис. 1.15).



Кроме силы Архимеда $F_A = \rho_M g V_p$ и силы тяжести $F_T = \rho_p g V_p$ основное оказывают пульсационная воздействие частицу формы на сила $F_{\Pi} = C \rho_M \frac{\omega_p}{2} \Delta W_n^2$, вызванная неуравновешенными поперечными пульсациями скорости ΔW_n , сила Саффмана $F_s = C_s \eta d_p^2 \vartheta \sqrt{G_{II} / \nu}$, возникающая вследствие пристеночного перепада давлений и скоростей потока, а также лобовая сила вязкого сопротивления потоку $F_{n} = C \rho_{M} \frac{\omega_{p}}{2} \vartheta^{2}$, которая приводит к появлению опрокидывающего момента с плечом $\Delta r \sim d_p$. Здесь приняты обозначения: $V_p = \frac{\pi}{6} d_p^3$ - объем частицы; $\omega_p = \frac{\pi}{4} d_p^2$ наибольшее поперечное (относительно потока) сечение частицы; C,C_sкоэффициенты сопротивления, зависящие ОТ числа Рейнольдса $Re_p = \frac{\mathcal{G}d_p}{\mathcal{V}}; \eta, \upsilon$ - динамическая и кинематическая вязкость расплава; G_{II} поперечный градиент пристеночной скорости потока 9; ρ_{n} - плотность частицы. Если суммарное воздействие потока превысит прочность сцепления частицы с формой, происходит эрозионный размыв стенок формы. Анализ

показывает (рис. 1.9), что эрозия развивается тем интенсивнее, чем больше скорость потока \mathcal{G} , крупнее частицы формы d_p и больше шероховатость стенок, усиливающая неравномерность скоростей у стенки формы, а также - чем меньше поверхностная прочность формы [1.10], зависящая от характера и количества связующего и температуры нагрева поверхностного слоя смеси.

Расчетная диаграмма (рис. 1.16), полученная с учетом совместного действия указанных сил, показывает критические условия возникновения эрозии, если условия воздействия потока на поверхность формы (средняя скорость потока \mathcal{G} , диаметр агрегата частиц d, коэффициент трения пристеночного потока λ и т.д.) нарушают устойчивость связанной зернистой системы (прочность сцепления нагретого материала формы σ_{c}). [1.11] Экспериментальные данные свидетельствуют, для что предупреждения засоров при заливке стали в песчаную форму скорость потока металла в канале не должна превышать 0,5-1 м/с, что согласуется с данными, представленными на рис. 1.16.



канала λ и поверхностной прочности материала формы

Для оценки эффективности шлакоулавливания использован анализ траектории шлаковой частицы диаметром d_{u} в потоке металла под действием силы Архимеда F_A , силы тяжести F_T , пульсационной силы F_Π , силы Саффмана F_s и силы сопротивления F_c , обусловленной различием скорости потока 9 и частицы 9_p (рис. 1.17):

$$F_{C} = C\rho_{M} \frac{\omega_{p}}{2} |\vartheta - \vartheta_{p}| (\vartheta - \vartheta_{p}),$$

откуда на основе уравнения динамики частицы

$$\left(\rho_{p}+\beta\rho_{M}\right)V_{p}\frac{d\vartheta_{x}}{d\tau}=\overline{F}_{A}+\overline{F}_{T}+\overline{F}_{\Pi}+\overline{F}_{S}+\overline{F}_{C} \qquad (1.19)$$

рассчитывают направление и скорость движения частицы с учетом «присоединенной» (увлекаемой) массы расплава ($\beta \cong 0,5$).



В верхней части горизонтального канала (рис. 1.17) силы F_{II} и F_{S} направлены вниз (к оси потока, где пульсации скорости уравновешены и поперечный градиент скорости снижается до нуля) и способствуют «утапливанию» частицы, а в нижней части, напротив, эти силы вызывают «взвешивание» тяжелых частиц (например, в селевых потоках) и ускоряют всплывание шлаковых частиц. Анализ вертикального перемещения частицы по уравнению (1.19) показывает, что в зависимости от соотношения сил,

представленных в уравнении (1.19), их равновесие достигается в некотором нейтральном слое, расположенном выше осевой линии, где рано или поздно локализуется частица, непрерывно смещаясь вдоль потока. Чем выше скорость потока \mathcal{G} , меньше размер частицы d_p и выше ее плотность (при $\rho_P < \rho_M$), тем ближе к оси горизонтального потока располагается нейтральное сечение и тем выше вероятность попадания частицы в полость формы.

На рис. 1.18 приведена расчетная диаграмма, полученная на основе соотношения (1.19) с учетом параболического распределения скоростей по сечению потока [1.12]

$$\vartheta = \vartheta_0 \sqrt{I - P\left(\frac{r}{R}\right)^2},$$

где *r* - радиальная координата; *R* - радиус канала; \mathcal{G}_{θ} - осевая скорость потока $(r = \theta)$; *P* - параметр турбулентного потока, определяющий соотношение осевой и пристеночной (r = R) скорости \mathcal{G}_n :

$$\frac{\mathcal{G}_{\Pi}}{\mathcal{G}_{0}}=\sqrt{1-P};$$

для ламинарного потока $\vartheta_{II} = 0, P = 1.$



Диаграмма на рис. 1.18 показывает, что для задержания включений необходимо иметь скорость металла в шлакоуловителе менее 0,35 м/с (при плотности шлака 2500-3000 кг/м³ и размере частиц более 1 мм), что согласуется с результатами экспериментов [1.2]. Важное значение имеют не только эти характеристики, но также диаметр канала (d) и шероховатость стенок (коэффициент потерь на трение λ).

1.6. Компьютерная оптимизация гидравлического режима заливки

Детерминированная диагностика процесса заливки, представленная выше на примерах эрозии стенок формы и шлакоулавливания, включает также ограничения по величине температурных потерь в каналах для предупреждения недоливов и неспаев, ограничения по допустимому падению давления в потоке с целью предотвращения инжекции газов и, возможно, ряд других организационно-технических и технологических ограничений (по емкости используемого ковша, минимальной величине напора в ковше при заливке нескольких форм и т.д.). Количество контролируемых параметров , определяемое также особенностями конфигурации отливки и заливаемого сплава, задает размерность области диагностики. При этом должно быть учтено комплексное влияние параметров этого процесса на величину критериев диагностической оценки, которые с учетом их взаимного влияния могут под действием того или иного фактора изменяться в противоположных направлениях.

Чем больше количество диагностических ограничений, которые необходимо удовлетворить, тем очевиднее сложность стоящей задачи отыскания «окна реализации» процесса (рис. 1.19) для предотвращения возникновения брака по совокупности критериев:

а также необходимость использования компьютерных моделей и технологий не только для вычисления набора контролируемых параметров, но и определения точки оптимума (минимума или максимума) по какому-либо параметру, который является доминирующим по значимости, или отыскания границ многофакторной «области компромисса», если формулируют многопараметрическую задачу, в которой нежелательно или по каким-либо причинам не удается для совокупности параметров выбрать один «параметр оптимизации» или произвести свертку параметров к обобщенному критерию качества [1.16].



В последнем случае эффективно использование метода Монте-Карло [1.16], который позволяет для набора противоречивых ограничений (рис. 1.20), наложенных на ряд целевых функций (y_1 , y_2 и т. д.) и независимых переменных (x_1 , x_2 и др.), например:

 $0 < x_1 < a; \quad b < x_2 < c \quad \text{при} \quad y_1 \ge f(x_1, x_2); \quad y_2 \le d(x_1, x_2), \quad (1.20)$

определить по каждой из координат положение границ допустимой области (области компромисса ОК) и достигаемые внутри этой области значения целевых функций (рис.1.20).


Математическим аппаратом для решения этой задачи является использование генератора случайных чисел, который формирует случайную последовательность N пробных (тестовых) точек в ограниченном пространстве (x_1 , x_2 , ...), для которых проверяют наложенные на целевые функции ограничения и отбирают из них только удачные точки, сортировка которых позволяет сформировать границы области компромисса по каждому i - тому фактору:

$$(x_i^{\min}) = \min(x_i)^*; \ x_i^{\max} = \max(x_i)^*,$$

где индексом (*) отмечены точки, удовлетворяющие условиям (1.20). Для достижения приемлемого по точности результата оптимизации многофакторного процесса необходимо проведение достаточно большого количества испытаний ($N = 10^3 - 10^4$), что, однако, вполне выполнимо, учитывая, что моделирование гидравлических процессов на основе системы уравнений (1.2) - (1.6) не связано с затратой значительных вычислительных ресурсов.

Для решения более традиционной задачи условной оптимизации, т.е. отыскания координат точки x^* , в которой целевая функция y(x) достигает экстремума при выполнении ограничений, наложенных на значения факторов (x) и/или параметров (y):

$$y(x^*) \Longrightarrow \min \quad \text{при} \quad x_{\min} \le x \le x_{\max}; \quad g_i(x) \ge 0; \quad i = 1, n, \quad (1.21)$$

используют метод симплексного поиска [1.9].



Задачу решают пошаговым методом с проверкой условий (1.21) на каждом шаге и определением направления движения в сторону оптимума на основе отображения наихудшей вершины симплекса - выпуклой фигуры с (n+1) вершиной в *n*-мерном пространстве и генерации новой вершины [1.16], где *n* - количество факторов $x(x_1, x_2, ..., x_n)$, определяющих значение целевой функции $y(x_1, x_2, ..., x_n)$.

На рис. 1.21 представлен ход поиска оптимума при оптимизации условий заливки для многоярусной литниковой системы путем изменения диаметров питателей $(d_{\pi} \leq d_{\pi}^{max})_i$ и контроля за скоростью течения металла $(\mathcal{G}_{\Pi})_i$ в них $(\mathcal{G}_{\Pi} \leq \mathcal{G}_{\Pi}^{max})$ при условии минимизации разновременности заполнения $\Delta \tau_{3a_1}$ форм, расположенных на каждом ярусе $(\Delta \tau_{3a_1} \Rightarrow min)$.

Как видно из сводной диаграммы изменения параметров ($\Delta \tau_{3an}, (\vartheta_{\Pi})_i$) и факторов (d_{Π})_i (рис. 1.21) в процессе последовательных итераций, после достижения ϑ_{Π} на *l* ярусе максимального значения ϑ_{m}^{max} (на 40 итерации) дальнейшее снижение $\Delta \tau_{3an}$ происходит только за счет уменьшения сечения питателей 2-го и 3-го ярусов, что в результате дает снижение $\Delta \tau_{3an}$ с 3 с до 0,5 с при снижении наибольшей (*l*-й ярус) и увеличения наименьшей (*3*-й ярус) продолжительности заполнения.

Литература к разделу 1.

1.1. Чугаев Р.Р. Гидравлика. – Л., Энергоиздат, 1982.

 1.2. Рабинович Б.Ф. Введение в литейную гидравлику. – М., Машиностроение, 1966.

1.3. Василевский П.Ф. Технология стального литья. М., Машиностроение, 1974.

 1.4. Меренков А.П., Хасилев В.Я. Теория гидравлических целей. – М., Наука, 1985.

1.5. Прихожий О.В., Голод В.М. Расчет и анализ распределения потоков в коллекторных литниковых системах. – Сб. Фундаментальные исследования в технических университетах. СПб, СПбГТУ, 1977.

1.6. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М., Машиностроение, 1992.

 Меерович И.Г., Мучник Г.Ф. Гидродинамика коллекторных систем. – М., Наука, 1986.

 1.8. Чистяков В.В. Методы подобия и размерностей в литейной гидравлике. – М., Машиностроение, 1990.

О.В., Петушин С.Э., Голод В.М. – Оптимизация 1.9. Прихожий гидравлического режима заполнения литейной формы методом поиска. Сб. симплексного Современные материалы: технологии И исследования. // Труды СПбГТУ, № 463, СПб, 1996.

1.10. Грузных И.В., Оболенцев Ф.Д. Надежность и технологичность в производстве стальных отливок. – СПб, Политехника, 1992.

1.11. Чистяков В.В., Малов А.Г. и др. Теория заполнения форм расплавом. – М., Машиностроение, 1995.

1.12. Караушев А.В. Теория и методы расчета речных насосов. – Л., Гидрометеоиздат, 1977.

1.13. Галдин Н.М., Чистяков В.В., Шатульский А.А. Литниковые системы и прибыли для фасонных отливок. – М., Машиностроение, 1992.

1.14. Johnson W.H., Baker W.O., Pellini W.S. // Foundry, 1950, № 7.

1.15. Нехендзи Ю.А. Стальное литье. - М., Металлургиздат, 1948.

1.16. Александров С.Е., Голод В.М. и др. Математическое моделирование металлургических процессов. – Л, ЛПИ им. Калинина, 1988.

1.2. ТЕРМОДИНАМИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛИТЕЙНЫХ СПЛАВОВ

1.2.1. Постановка задачи

К настоящему времени в результате физико-химических исследований металлических систем - как экспериментальных, так и теоретических большой объем данных, описывающих термодинамические накоплен характеристики различных сплавов [2.1-2.2]. На основе этих результатов производят традиционные расчеты и построение диаграмм равновесия для качественного и количественного анализа процессов получения и обработки промышленных сплавов. Однако, эти исследования носят преимущественно теоретический характер И нашли широкого применения не В технологических разработках силу ограниченных возможностей В классической термодинамики.

В десятилетия благодаря усилиям последние международного коллектива SGTE (Scientific Group Thermodata Europe), возглавляемого профессором М.Хиллертом [2.3], интенсивное развитие получила вычислительная термодинамика, ориентированная компьютерное на обобщение накопленных экспериментальных на данных основе физико-химической модернизированной модели термодинамической функции - свободной энергии Гиббса для многокомпонентных сплавов [2.4] и получившая общепринятое обозначение как методика CALPHAD (Calculation of phase diagrams) по наименованию серии международных конференций Использование компьютерных издаваемого журнала. технологий И обработки и представления информации позволило радикально повысить точность аппроксимации опытных данных и получить численное решение задач, которые ранее в силу сложности не могли быть реализованы. Для научных исследований И технологических расчетов помощью С

программных комплексов Thermo Calc, MTData, POLYTERM и др. [2.3-2.5] стало доступно использование термодинамических моделей фаз различной физико-химической природы, которые описывают строение сплавов и процессы, происходящие при фазовых превращениях с учетом перераспределения компонентов между фазами, а также зависимости состава и количества выделяющихся фаз от изменения температуры в условиях равновесной и неравновесной кристаллизации стабильных и метастабильных фаз.

1.2.2. Математическая модель энергии Гиббса для многокомпонентной системы сплавов Fe-C-X_i

Функцией состояния системы при изобарно-изотермических условиях является энергия Гиббса. Экспериментальные данные о мольной энергии Гиббса ^оG_i отсчитывают относительно энтальпии избранного стандартного состояния элемента при 298,15 К и представляют в виде полинома [2.2]

$${}^{\circ}G_{i} = a + bT + cT \ln T + \sum_{n} d_{n}T^{n} , \qquad (2.1)$$

где T - абсолютная температура; a, b, c, d_n - постоянные коэффициенты.

Для фазы φ , представляющей систему из *k* компонентов, полную мольную энергию Гиббса выражает сумма трех слагаемых:

$$G^{\varphi} = \sum_{i=1}^{k} x_{i}^{\circ} G_{i}^{\varphi} + RT \sum_{i=1}^{k} x_{i} \ln x_{i} + {}^{ex} G^{\varphi}, \qquad (2.2)$$

где первое и второе слагаемое учитывают энергию Гиббса чистых компонентов, образующих идеальный раствор; x_i - атомная доля *i*-того компонента; R- универсальная газовая постоянная; $e^x G^{\varphi}$ - избыточная энергия Гиббса, учитывающая взаимодействие компонентов сплава и описываемая полиномом Редлиха-Кистера

$${}^{ex}G^{\varphi} = \sum_{i< j}^{k} x_i x_j \sum_{p=0}^{s} {}^{p} J_{ij} (x_i - x_j)^{p} , \qquad (2.3)$$

^{*p*} J_{ij} - параметры взаимодействия порядка *p* для составляющих многокомпонентный сплав бинарных систем (в уравнении опущены тройные параметры взаимодействия, которые обычно дают малый вклад); ^{*p*} J_{ij} описывают температурной функцией ^{*p*} $J_{ij} = A_{ij} + B_{ij}T$; A_{ij}, B_{ij} - постоянные коэффициенты.

При растворении углерода и других элементов с малым атомным радиусом атомы этих компонентов образуют растворы внедрения в отличие от обычных компонентов стали (Si, Mn, Cr, Ni и т.д.), имеющих радиус атома, сравнимый с радиусом атома железа, и образующих растворы замещения. В связи с этим для учета межатомного взаимодействия в системе Fe-C-X_i рассматривают ОЦК (δ) и ГЦК (γ) твердые растворы как состоящие из двух подрешеток (замещения и внедрения), элементы которых взаимодействуют между собой внутри одной подрешетки и между разными подрешетками.

Структурную формулу твердого раствора записывают в виде $(Fe, M)_a(C, V_a)_b$, где M - элемент замещения (Si, Mn, Cr и т.д.), V_a - вакансия в подрешетке внедрения, не занятая атомом углерода; в подрешетке замещения вакансий нет. Индексы a и b показывают соотношение числа узлов в подрешетках. В ГЦК растворе на один узел решетки замещения приходится одна пора в решетке внедрения (a = b = 1). В ОЦК растворе на одну позицию замещения приходится три позиции внедрения (a = 1, b = 3).

Для аппроксимации энергии Гиббса фазы (δ - или γ -раствора в железе) атомные доли x_i заменяют на доли узлов y_i , занятых компонентом раствора в его подрешетке замещения (1) или внедрения (2):

$$y_i^{(1)} = \frac{x_i}{1 - x_c}; \ y_c^{(2)} = \frac{a}{b} \frac{x_c}{1 - x_c}; \ y_{Va}^{(2)} = 1 - y_c^{(2)}.$$
(2.4)

С учетом (4) второе слагаемое уравнения (2), описывающее идеальную составляющую энергии Гиббса, примет вид:

$${}^{id}G^{\varphi} = RT\left[a\sum_{(1)} y_i^{(1)} \ln y_i^{(1)} + b\sum_{(2)} y_i^{(2)} \ln y_i^{(2)}\right], \qquad (2.5)$$

где компонентами решетки внедрения (2) являются углерод и вакансии, остальные элементы находятся в подрешетке замещения (1). Для структурной формулы $(Fe, X)_a(V_a, C)_b$ подрешеточная модель дает выражение избыточной энергии Гиббса:

$${}^{ex}G^{\varphi} = y_{Va}^{(2)}y_{C}^{(2)}\left(y_{Fe}^{(1)}J_{Fe:Va,C} + y_{X}^{(1)}J_{X:Va,C}\right), \qquad (2.6)$$

где запятая отделяет компоненты, которые взаимодействуют в одной подрешетке, двоеточие - в разных подрешетках. Концентрационную зависимость параметров взаимодействия описывают выражения:

$$J_{i,j:Va} = \sum_{p=0}^{s} {}^{p} J_{i,j:Va} \left(y_{i}^{(1)} - y_{j}^{(1)} \right)^{p};$$

$$J_{i:Va,C} = \sum_{p=0}^{s} {}^{p} J_{i:Va,C} \left(y_{Va}^{(2)} - y_{C}^{(2)} \right)^{p},$$
(2.7)

где число параметров взаимодействия s для каждой пары компонентов раствора выбирают на основе анализа экспериментальных данных. Для ОЦК раствора при пониженных температурах, сравнимых с точкой Кюри, дополняют соотношение (2.2) выражением mgG для учета вклада в энергию Гиббса магнитного упорядочения [2.5], для ГЦК раствора вклад магнитного упорядочения не учитывают в силу его малости.

1.2.3. Термодинамический расчет фазовых равновесий

Многофазная система находится в состоянии равновесия, если ее энергия Гиббса минимальна, т.е. химический потенциал каждого компонента *i* равен во всех сосуществующих *n* фазах (рис. 2.1):

$$\mu_{i}^{(1)} = \mu_{i}^{(2)} = \dots = \mu_{i}^{(n)}; \ \mu_{i}^{\varphi} = \left(\frac{\partial G}{\partial n_{i}}\right)_{p,T,n}; \ i = 1,\dots,k.$$
(2.8)

В многокомпонентной системе для нахождения решения системы (8), дающего равновесные значения концентрации всех компонентов во всех

фазах, требуется отыскать положение гиперплоскости, которая касается поверхностей, описывающих энергии Гиббса фаз в *k* -мерном пространстве.



Для нахождения химического потенциала *i*-того компонента многокомпонентной системы используют соотношения:

$$\mu_i = G - \sum_{i=2}^k x_i \frac{\partial G}{\partial x_i} + \frac{\partial G}{\partial x_i};$$

для основы сплава (i = 1)

$$\mu_{I} = G - \sum_{i=2}^{k} x_{i} \frac{\partial G}{\partial x_{i}}$$

В стальном углу системы Fe-C-X_i, как известно из экспериментальных данных [2.1], существует равновесие между двумя фазами переменного состава ($L \leftrightarrow \delta - Fe$, $L \leftrightarrow \gamma - Fe$) и равновесие трех фаз переменного состава (L, δ, γ) при перитектической реакции ($L + \delta - Fe \leftrightarrow \gamma - Fe$) (рис. 2.2). Для равновесия одной из двух фаз переменного состава (δ, γ) система (2.8) имеет вид:

$$\mu_1^{\delta(\gamma)} = \mu_1^L; \ \mu_2^{\delta(\gamma)} = \mu_2^L; ..., \mu_k^{\delta(\gamma)} = \mu_k^L, \tag{2.9}$$

для перитектической реакции соответственно:

 $\mu_1^{\delta} = \mu_1^L; \, \mu_1^{\gamma} = \mu_1^L; \, \mu_2^{\delta} = \mu_2^L; \, \mu_2^{\gamma} = \mu_2^L; \dots \mu_k^{\delta} = \mu_k^L; \, \mu_k^{\gamma} = \mu_k^L. \, (2.10)$

Аналогичное (2.10) соотношение справедливо для эвтектической реакции в богатых углеродом сплавах Fe-C-X_i ($L \leftrightarrow \gamma + Cmt(gr)$) при выделении метастабильной аустенито-цементитной (*Cmt*) или стабильной аустенито-графитной (*gr*) эвтектики.

Решение нелинейных систем (2.9) и (2.10), базирующихся на уравнениях (2.1)-(2.7), является сложной математической процедурой, осуществляемой с применением численных методов многомерной оптимизации или итерационных пошаговых алгоритмов [2.3-2.4], успешное осуществление которых требует значительных вычислительных ресурсов, корректного задания начального приближения и рационального выбора параметров расчетных процедур [2.5]. Результатом такого расчета являются координаты линий фазовых равновесий (диаграммы состояния) исследуемых систем (разд. 2.4), а также



между твердой (ү)и жидкой фазами при кристаллизации

концентрационные траектории изменения состава и количества фаз при понижении температуры, описывающие процесс кристаллизации (разд. 1.2.5). Анализ энтальпии отдельных фаз и многофазной системы сплава позволяет установить закономерности изменения их теплосодержания в зависимости от температуры и состава сплава (разд. 1.2.6).

2.4.Построение и анализ диаграммы состояния сплавов Fe-C-X_i

Результаты термодинамического моделирования многокомпонентных сплавов представляют в виде политермических разрезов диаграмм состояния. На рис. 2.3 представлено влияние введения кремния на геометрию начального участка диаграммы Fe-C-Si. Повышение содержания кремния смещает точки *H*, *B* и *J* в область более низких температур и одновременно сдвигает точку В в сторону более высоких концентраций углерода, существенно увеличивая интервал кристаллизации; напротив, введение марганца практически не оказывает влияния на температуру перитектического превращения, заметно расширяя его концентрационные границы (уменьшение C_{H} и увеличение C_{R}).

Для оценки получаемой при этом точности моделирования бинарной системы Fe-C в табл. 2.1 сопоставлены расчетные и экспериментальные значения координат критических точек. Как видно, критические температуры воспроизведены с погрешностью менее 5 К, отклонения по составу не превышают 0,4 % ат (≈0,1 % масс.). При введении третьего компонента X_i происходит заметное искажение геометрии диаграммы состояния Fe-C в результате температурного и концентрационного смещения критических точек и протекания перитектического и эвтектического превращений в интервале температур. Вследствие этого существенно изменяются критические температуры ликвидуса t_n и солидуса t_c сплавов, величина температурного интервала затвердевания значение Δt_{uum} ,

коэффициента распределения компонентов k_i между фазами и угла наклона поверхности ликвидуса (солидуса). На рис. 2.4. приведены значения коэффициентов распределения различных компонентов сплавов Fe-C-X_i, существенно изменяющиеся в зависимости от содержания углерода (с переходом через 1 в случае Si и Ni), что оказывает влияние на состав образующейся твердой фазы и ее количество.

Таблица 2.1.

координат критических точек системы Fe-C				
Критические	Эксперимент		Расчет	
точки	Температура,	С, ат. %	Температура,	С, ат. %
	°C		°C	
A	1539	0.00	1538	0.00
В	1499	2.42	1495	2.41
J	1499	0.74	1495	0.79
Н	1499	0.46	1495	0.43
N	1400	0.00	1395	0.00
Е (стаб.)	1153	9.13	1154	8.78
Е?(метастаб.)	1147	9.26	1149	8.88
С (стаб.)	1153	17.08	1154	17.41
С?(метастаб.)	1147	17.29	1149	17.56

Сопоставление расчетных и экспериментальных значений

коорлинат критических точек системы Fe-C

На рис. 2.5 сопоставленно влияние содержания различных компонентов сплавов Fe-C-X_i при их одинаковом содержании (3 ат. %) при изменении состава по углероду на положение линий ликвидуса и солидуса соответствующих диаграмм, а также величину температурного интервала затвердевания сплавов. Различный характер кривых с изломом на солидусе связан с переходом из области внеперитектических сплавов (I) и (IV), кристаллизующихся с выделением ?- и ?-фазы, в область доперитектических (II) И заперитектических (III) сплавов соответственно различному положению критических точек *H*, *B* и *J*. Сопоставление с диаграммой Fe-C показывает, что наиболее сильное влияние оказывает введение кремния и

марганца, смещающих как ликвидус, так и солидус в область более низких температур при сущест



 Рис. 2.5. Влияние содержания углерода и введения третьего компонента X_i
 (3 ат. %) на изменение температуры ликвидуса (а), температуры солидуса (б) и температурный интервал затвердевания (с) сплавов Fe-C-X_i
 в области внеперитектических (I-δ и IV-γ), доперитектических (II) и заперитектических (III) сплавов.

венном повышении температурного интервала затвердевания по сравнению с медью, хромом и никелем.

Сводные данные о влиянии различных элементов стали на критические точки диаграммы состояния Fe-C, полученные путем статистической обработки результатов моделирования, отражают уравнения [2.6]:

$$T_{\kappa p}(T_{\Lambda}, T_{c}) = T_{\theta} + \Sigma K_{i}^{T}(C) X_{i};$$
$$C_{\kappa p}(C_{H}, C_{J}, C_{B}) = C_{\theta} + \Sigma K_{i}^{C} X_{i};$$

где T_{0} , C_{0} - температура (концентрация) в критических точках бинарной системы Fe-C; K_{i}^{T} , K_{i}^{C} - коэффициенты влияния компонентов X_{i} на критические точки $T_{\kappa p}(C_{\kappa p})$, зависящие от характера выделяющейся (δ- или γ-) фазы и содержания углерода. Важно отметить, что приводимые в литературе эмпирические уравнения для расчета температур ликвидуса и солидуса сталей (например, [2.7]) нуждаются в существенной корректировке, поскольку и наклон поверхности ликвидуса, и коэффициент распределения различны в области перитектических ($C_{H} < C < C_{B}$) и внеперитектических ($C < C_{H}$; $C > C_{B}$) сплавов и существенно изменяются в зависимости от содержания углерода (рис. 2.3-2.4), вызывая соответствующее изменение температурного интервала затвердевания.

2.5. Ход затвердевания сплавов Fe-C-X_i

Важным результатом термодинамического моделирования является возможность расчета темпа выделения твердой фазы $\frac{dm}{dt}$ и количества образовавшейся твердой фазы m, т.е. исследования хода затвердевания сплава с изменением температуры в зависимости от положения сплава на диаграмме состояния.

Для бинарного сплава несложно показать аналитически, что количество твердой фазы $m_s = \frac{C_{\mathcal{K}} - C_{\theta}}{C_{\mathcal{K}} - C_{\tau}}$ и темп μ ее выделения (рис. 2.6)



Рис. 2.6. Изменение количества твердой фазы mи темпа ее выделения dm/dt в температурном интервале затвердевания $t_n \dots t_c$ в системе с расширением концентрационного интервала затвердевания ΔC_{uhm} при понижении температуры (k < 1)

$$\mu_{s} = \frac{dm_{s}}{dt} = \frac{\left(C_{\mathcal{K}} - C_{T}\right)\frac{dC_{\mathcal{K}}}{dt} - \left(C_{\mathcal{K}} - C_{\theta}\right)\left(\frac{dC_{\mathcal{K}}}{dt} - \frac{dC_{T}}{dt}\right)}{\left(C_{\mathcal{K}} - C_{T}\right)^{2}}$$
(2.11)

зависят от состава жидкой C_{x} и твердой C_{T} фаз, а также наклона линии ликвидуса $p_{c} = \frac{dC_{x}}{dt}$ и солидуса $p_{c} = \frac{dC_{T}}{dt}$, а также их соотношения $k = \frac{C_{T}}{C_{x}}$, являющегося коэффициентом распределения примеси между фазами. Из уравнения (11) следует, что при k < 1 (диаграмма состояния с расходящимися при понижении температуры линиями ликвидуса и солидуса вследствие того, что $|p_{c}| > |p_{c}|$) Соотношение темпа выделения твердой фазы

при температуре ликвидуса $\mu_{c} = \left(\frac{dm_{s}}{dt}\right)_{J}$ и температуре солидуса $\mu_{c} = \left(\frac{dm_{s}}{dt}\right)_{C}$ определяет при постоянной величине *k* уравнение

$$\frac{\mu_{\pi}}{\mu_{C}} = \frac{\left(\Delta C_{unm}\right)_{c}^{2}}{\left(\Delta C_{unm}\right)_{\pi}^{2}} = \frac{1}{k^{2}}, \qquad (2.12)$$

где $(\Delta C_{unm})_{n,c} = (C_{\#} - C_{T})_{n,c}$ - концентрационный интервал затвердевания соответственно при температуре ликвидуса и солидуса (рис. 2.6). Чем больше *k* отличается от 1 (*k* < 1), тем интенсивнее выделение твердой фазы вблизи ликвидуса и сильнее его снижение к солидусу, что играет определяющую роль в формировании ряда литейных процессов (выделения теплоты кристаллизации, образования дендритной ликвации, усадочных пустот и т.д.) и - соответственно - качества отливки.

На примере трехкомпонентной системы можно показать ход вычисления количества твердой фазы m на основе результатов термодинамического моделирования по известным значениям концентрации твердой x_i^s и жидкой x_i^L фаз на основе системы уравнений, выражающей баланс массы вещества:

$$\begin{cases} x_2^0 = x_2^S m_S + x_2^L (1 - m_S); \\ x_3^0 = x_3^S m_S + x_3^L (1 - m_S), \end{cases}$$
(2.13)

где x_2^o, x_3^o - атомные доли компонентов в исходном сплаве; m_s - атомная доля твердой фазы. Выражая концентрацию в твердой фазе через известные из данных термодинамического моделирования значения коэффициентов распределения

$$k_2 = \frac{x_2^S}{x_2^L}; k_3 = \frac{x_3^S}{x_3^L}, \qquad (2.14)$$

получим

$$\begin{cases} x_{2}^{0} = k_{2} x_{2}^{L} m_{s} + x_{2}^{L} (1 - m_{s}); \\ x_{3}^{0} = k_{3} x_{3}^{L} m_{s} + x_{3}^{L} (1 - m_{s}), \end{cases}$$
(2.15)

что позволяет рассчитать изменение концентрации жидкой фазы при заданном значении *m_s*:

$$\begin{cases} dx_{2}^{L} = \frac{x_{2}^{L}(1-k_{2})}{1-m_{s}(1-k_{2})} dm_{s}; \\ dx_{3}^{L} = \frac{x_{3}^{L}(1-k_{3})}{1-m(1-k_{3})} dm_{s} \end{cases}$$
(2.16)

с учетом того, что k_2 и k_3 изменяются при понижении температуры. Уравнения (2.13)-(2.16) могут быть обобщены на многокомпонентные сплавы для описания в них процесса изменения состава образующихся фаз.

При достижении состава жидкой фазы, отвечающего температуре начала перитектического превращения $(L+\delta \rightarrow \gamma)$ в соотношения (2.13)-(2.16) надо ввести члены, учитывающие появление, кроме δ -фазы, которая при наличии трех фаз является согласно правилу фаз нонвариантной, твердой фазы иного состава (γ), тогда уравнение (2.13) примет вид:

$$\begin{cases} x_{2}^{\theta} = x_{2}^{L} \left(I - m_{S}^{\delta} - m_{S}^{\gamma} \right) + \left(x_{2}^{S} \right)^{\delta} m_{S}^{\delta} + \left(x_{2}^{S} \right)^{\gamma} m_{S}^{\gamma}; \\ x_{3}^{\theta} = x_{3}^{L} \left(I - m_{S}^{\delta} - m_{S}^{\gamma} \right) + \left(x_{3}^{S} \right)^{\delta} m_{S}^{\delta} + \left(x_{3}^{S} \right)^{\gamma} m_{S}^{\gamma}; \end{cases}$$
(2.17)

откуда по аналогии с соотношением (2.16) следует:



откуда, задавая изменение состава жидкой фазы, определяют атомные доли δ -и γ - фаз (уменьшение количества δ -фазы и увеличение доли γ -фазы). Заметим, что в отличие от бинарной системы Fe-C, концентрации компонентов (при числе компонентов k > 2) в процессе перитектического превращения непрерывно изменяются (рис. 2.3).

В зависимости от положения сплава относительно точки J диаграммы состояния (рис. 2.2-2.3) перитектическая реакция или завершает кристаллизацию на линии солидуса *HB* в доперитектических сплавах или заканчивается на линии *JB*, после чего остаточная жидкость кристаллизуется путем выделения γ -фазы (в заперитектических сплавах). Этот этап послеперитектической кристаллизации описывают соотношения (2.16) с учетом использования величины коэффициентов распределения $k_{2,3}^{\gamma}$, вместо значений $k_{2,3}^{\delta}$, которые справедливы на доперитектическом этапе первичной кристаллизации.

На рис. 2.7-2.8 представлен ход затвердевания серии сплавов Fe-C-Si с кремния. Повышение различным содержанием содержания кремния вызывает снижение температур ликвидуса И солидуса, расширяет температурный интервал перитектического превращения и интервал затвердевания, соответственно, изменяя средний темп выделения δ - фазы и у-фазы при кристаллизации. Аналогичный анализ, который может быть выполнен для многокомпонентного сплава с учетом соответствующего концентрационного интервала затвердевания коэффициентов И распределения каждому ИЗ компонентов, позволяет получить ПО количественную оценку хода кристаллизации по температуре, составу фаз и общему количеству твердой фазы.

Приведенные соотношения (2.13)-(2.18) справедливы для описания *равновесной кристаллизации*, отвечающей условию (2.8), когда обеспечивается не только равновесное распределение компонентов на межфазной границе согласно (2.14), но и диффузионное выравнивание

состава внутри жидкой и твердой фаз. Однако, подобное соотношение скоростей кристаллизации и диффузии не выполняется автоматически, так как многие компоненты сплавов Fe-C-X_i имеют низкие значения коэффициентов диффузии в твердой фазе [2.8]. По этой причине кристаллизация приобретает *неравновесный характер*, который в условиях полного подавления диффузии в твердой фазе описывают с использованием модели Шейля [2.4], предполагающей сохранение на границе раздела фаз условий локального равновесия и равномерное распределение примесей в жидкой фазе. При этих условиях соотношения, описывающие изменение концентрации компонентов в жидкой фазе, в отличие от равновесных уравнений (2.16), имеют вид:

$$\begin{cases} dx_{2}^{L} = \frac{x_{2}^{L}(1-k_{2})}{1-m_{s}} dm_{s}; \\ dx_{3}^{L} = \frac{x_{3}^{L}(1-k_{3})}{1-m_{s}} dm_{s}, \end{cases}$$
(2.19)

где коэффициенты распределения компонентов k_2 и k_3 определяют на основе равновесных концентраций согласно (2.14). Уравнения (2.19) при обобщении на случай многокомпонентного сплава позволяют рассчитать - по аналогии с уравнениями (2.16) - изменение состава жидкой фазы для неравновесной кристаллизации.

При перитектической реакции зависимости, соответствующие уравнениям (2.18) и учитывающие наличие твердой *δ* - и *γ* -фазы при подавлении диффузии в твердой фазе, имеют вид:

$$\begin{cases} dx_{2}^{L} = \frac{\left(1 - k_{2}^{\delta}\right) dm_{s}^{\delta} + \left(1 - k_{2}^{\gamma}\right) dm_{s}^{\gamma}}{1 - m_{s}^{\delta} - m_{s}^{\gamma}} x_{2}^{L}; \\ dx_{3}^{L} = \frac{\left(1 - k_{3}^{\delta}\right) dm_{s}^{\delta} + \left(1 - k_{3}^{\gamma}\right) dm_{s}^{\gamma}}{1 - m_{s}^{\delta} - m_{s}^{\gamma}} x_{3}^{L}, \end{cases}$$
(2.20)

что позволяет рассчитать ход затвердевания в период перитектического превращения с последующим послеперитектическим выделением γ -фазы в заперитектических сплавах согласно уравнениям (19) при $k_{2,3}^{\gamma}$.

Уравнения (2.19)-(2.20) в силу своей структуры при $m_s \rightarrow 1$ приводят к чрезмерно интенсивному возрастанию концентрации примеси в жидкой фазе, вследствие чего прогнозируют неизбежное окончание кристаллизации при температуре нонвариантного превращения, которая отвечает температуре затвердевания легкоплавкого компонента системы непрерывных твердых растворов или многокомпонентной эвтектики. подобное Однако, завершение кристаллизации с выпадением соответствующих фаз экспериментально отмечается далеко не всегда, в связи с чем в ряде случаев модель Шейля не может адекватно описать условия перераспределения примеси при кристаллизации и, соответственно, твердой фазы понижении ход выделения при температуры. Соответствующие количественные оценки применимости модели Шейля для описания дендритной ликвации и характера перитектического превращения при кристаллизации стали рассмотрены в разд. 4.10.

Частичное протекание диффузии в твердой фазе учитывает уравнение, полученное в [2.9], где введен параметр $\alpha = \frac{D^s \tau_3^s}{\delta^2}$, в котором D^s коэффициент диффузии в твердой фазе; τ_3^* - локальная продолжительность затвердевания на участке с междуосными промежутками дендритов шириной δ_{ϕ} (рис. 2.9). Используя значение локальной скорости перемещения межфазной границы $\vartheta^* = \frac{\delta_{\phi}}{\tau_{,s}^*}$, можно получить более удобное для расчетов соотношение для $\alpha = \frac{D_s}{\vartheta^*\delta}$, вычисляемое в процессе расчета кристаллизации по изменению доли выделившейся твердой фазы $\vartheta^* = \delta_{\phi} \frac{dm}{d\tau}$.

Исходные дифференциальные соотношения для описания кинетики накопления примеси в жидкой фазе, получаемые на основе [2.8], имеют вид:

$$\begin{cases} dx_{2}^{L} = \frac{x_{2}^{L}(1-k_{2})}{1-(1-\alpha_{2}k_{2})m_{s}} dm_{s}; \\ dx_{3}^{L} = \frac{x_{3}^{L}(1-k_{3})}{1-(1-\alpha_{3}k_{3})m_{s}} dm_{s}, \end{cases}$$
(2.21)



Рис. 2.9. Схема перераспределения примеси в междуосных промежутках дендритов при неравновесной кристаллизации (*k*<1)



Рис. 2.10. Ход кристаллизации сплава Fe - 0,9ат % C - 0,5 ат % Si: 1 - α_C =1; α_{Si} =1; 2 - α_C =1; α_{Si} =0,5; 3 - α_C =1; α_{Si} =0,1; 4 - α_C =1; α_{Si} =0; 5 - α_C =0; α_{Si} =0.

где α_2, α_3 учитывают разные значения D_2^s и D_3^s . Нетрудно видеть, что уравнения (2.21) при $\alpha_2 = \alpha_3 = 1$ принимают вид равновесных соотношений (2.16); при $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$ дают неравновесные соотношения (2.19), отвечающие условиям полного подавления диффузии в твердой фазе, а при $0 < \alpha_2, \alpha_3 < 1$ приближенно учитывают частичное протекание диффузии в твердой фазе. Аналогичные соотношения могут быть записаны для этапа перитектической кристаллизации:

$$\begin{cases} dx_{2}^{L} = \frac{\left(1 - k_{2}^{\delta}\right)dm_{s}^{\delta} + \left(1 - k_{2}^{\gamma}\right)dm_{s}^{\gamma}}{1 - m_{s}^{\delta}\left(1 - \alpha_{2}^{\delta}k_{2}^{\delta}\right) - m_{s}^{\delta}\left(1 - \alpha_{2}^{\gamma}k_{2}^{\gamma}\right)};\\ dx_{3}^{L} = \frac{\left(1 - k_{3}^{\delta}\right)dm_{s}^{\delta} + \left(1 - k_{3}^{\gamma}\right)dm_{s}^{\gamma}}{1 - m_{s}^{\delta}\left(1 - \alpha_{3}^{\delta}k_{3}^{\delta}\right) - m_{s}^{\gamma}\left(1 - \alpha_{3}^{\gamma}k_{3}^{\gamma}\right)}, \end{cases}$$
(2.22)

где $\alpha_{2,3}^{\delta} = \frac{D_{2,3}^{\delta}}{g^* \delta_{,B}}; \ \alpha_{2,3}^{\gamma} = \frac{D_{2,3}^{\gamma}}{g^* \delta_{,B}}$ учитывают различие коэффициентов диффузии компонентов в δ - и γ -фазе.

На рис. 2.10 представлено изменение количества твердой фазы в сплаве Fe-C-Si при изменении температуры согласно уравнениям (2.16), (2.19) и (2.21) для равновесной и неравновесной кристаллизации при различных значениях α_{si} и α_c . Модель Шейля ($\alpha_c = 0$; $\alpha_{si} = 0$;) дает наиболее существенное отклонение от равновесной кристаллизации и прогнозирует резкое снижение солидуса в стали, весьма далекое от экспериментальных данных, в то время как при α_{s_i} , изменяющемся от 0 до 1, и $\alpha_c = 1$ отмечается весьма заметное и вполне реальное по величине отличие в характере (и темпе) выделения твердой фазы от равновесных условий, что необходимо принимать в расчет при моделировании затвердевания отливок, со смещением солидуса, хорошо точки согласующимся С данными термического анализа [2.10].

2.6. Определение теплофизических характеристик сплавов

Теплофизические характеристики промышленных сплавов. приводимые в различного рода справочных изданиях [2.11-2.12 и др.], необходимы для проведения численного моделирования затвердевания и остывания отливок. Однако, количество таких данных весьма незначительно, номенклатура их в большинстве случаев неполная, а качество нередко весьма поскольку результаты, публикуемые в разных источниках, низкое. отличаются весьма значительно. Причиной этого является сложность математической постановки и решения обратных задач для определения экспериментирования характеристик, а также с таких высокотемпературными сплавами с применением приближенных расчетных методов, разработанных В условиях отсутствия компьютеров, при использовании аналитических методов теории теплообмена [2.13]. термодинамического Использование средств моделирования сплавов радикально расширить возможности вычислительной позволило определении теплофизических термодинамики В характеристик многокомпонентных сплавов и существенно повысить точность получаемых при этом величин [2.5].

Изменение энтальпии фазы *ф* рассчитывают на основе известной температурной зависимости энергии Гиббса, описываемой с помощью формул (2.1)-(2.7):

$$H^{\varphi} = G^{\varphi} - T \frac{\partial G^{\varphi}}{\partial T}.$$
 (2.23)

Полученное значение *Н*^{*ø*} используется для вычисления теплоемкости при постоянном давлении

$$C_{p}^{\varphi} = \frac{\partial H^{\varphi}}{\partial T}.$$
(2.24)

В процессе многофазной кристаллизации изменение энтальпии системы описывает уравнение



$$H = \sum_{\varphi=2}^{\phi} m_s^{\varphi} H_s^{\varphi} + \left(I - \sum_{\varphi=2}^{\phi} m_s^{\varphi} \right) H_L, \qquad (2.25)$$

где m_s^{φ} - атомная доля выделившейся из расплава фазы φ ; H_s^{φ} и H_L энтальпия твердой (s) фазы φ и жидкой (L) фазы; ϕ - общее число фаз в системе на данном этапе кристаллизации; $\sum_{\alpha=1}^{\phi} m_s^{\varphi} = 1$.

Теплоту кристаллизации Q(T), выделяющейся при охлаждении сплава от температуры ликвидуса T. до температуры T, определяет соотношение:

$$Q(T) = \int_{T}^{T} \frac{\partial H}{\partial T} (-dT) = \int_{T}^{T} \left[\sum_{\varphi=2}^{\phi} \left(H_{L} - H_{s}^{\varphi} \right) \frac{\partial m_{s}^{\varphi}}{\partial T} \right] dT +$$

$$+ \left[H_{L} (T_{L}) - H_{L} (T) \right] + \int_{T}^{T} \left[\sum_{\varphi=2}^{\phi} m_{s}^{\varphi} \frac{\partial}{\partial T} \left(H_{L} - H_{s}^{\varphi} \right) \right] dT,$$

$$(2.26)$$

где первое слагаемое определяет тепловой эффект превращения жидкой фазы в твердую (скрытая теплота кристаллизации L), второе и третье слагаемое в сумме дают количество тепла, выделяющегося при охлаждении жидкой и твердой фазы (физическая теплота кристаллизации q_{ϕ}).

Полная теплота кристаллизации сплава складывается из физической теплоты q_{ϕ} охлаждения всех фаз сплава в температурном интервале их выделения:

$$q_{\phi} = \sum_{\varphi=I}^{\phi} m^{\varphi} C^{\varphi} \Delta T^{\varphi}$$
(2.27)

и из скрытой теплоты *L* выделения всех структурных составляющих:

$$L = \sum_{\varphi=2}^{\phi} m^{\varphi} L^{\varphi} , \qquad (2.28)$$

где m^{φ} - атомная доля фазы φ сплава, C^{φ} - средняя мольная теплоемкость фазы φ , L^{φ} - средняя мольная теплота кристаллизации фазы φ ; ΔT^{φ} температурный интервал выделения фазы φ (φ =1- жидкая фаза).



Рис. 2.14. Изменение скрытой теплоты по этапам кристаллизации сплавов Fe-C и Fe-C-Si (3 ат. %) в зависимости от содержания углерода



Рис. 2.15. Изменение общей Q, физической Q_{ϕ} и скрытой L теплоты кристаллизации сплавов Fe-C и Fe-C-Si (3 ат. %), выделяющейся поэтапно при кристаллизации, в зависимости от содержания углерода.

Приведенные формулы (2.26)-(2.28) показывают, что теплота кристаллизации зависит от фазового состава сплава, количества фаз и темпа их выделения, а также температурного интервала кристаллизации, в связи с чем теплота кристаллизации зависит от положения на диаграмме состояния и ее геометрии.

На рис. 2.12-2.13 показано изменение энтальпии для сплавов Fe-C-Cr доперитектического и заперитектического состава, особенности которых связаны с различным положением на диаграмме состояния относительно точки *J* (рис. 2.2) и, соответственно, разной величиной температурного и концентрационного интервалов выделения ?-фазы, а также отличающейся интенсивностью протекания перитектического превращения.

Зависимость количества выделяющейся физической Q_{ϕ} и скрытой Lтеплоты кристаллизации δ - и γ -фаз, а также теплоты перитектического превращения от содержания углерода, представленная на рис. 2.14 – 2.15, отражает влияние существенно различного фазового состава представленных сплавов, отличающихся температурными интервалами выделения δ-и γ-фаз. Вклад теплоты выделения δ и *y*фаз $Q_{\delta}, Q_{r},$ а также теплоты перитектического превращения Q_p при изменении содержания углерода в сплавах Fe-C-Si хорошо согласуется с изменением температурного интервала выделения δ - и γ -фаз согласно формуле (2.27) и количества образующихся δ - и γ -фаз, а также доли протекания перитектической реакции согласно формуле (2.28). Совместное влияние указанных факторов формирует представленную на рис. 2.16 зависимость общей теплоты кристаллизации от положения на диаграмме состояния с учетом смещения концентрационных границ (*H*,*J*,*B*) при введении кремния, а также других компонентов стали.

Значения скрытой теплоты кристаллизации стали, принимаемые разными исследователями при моделировании затвердевания отливок


Рис. 2.16. Изменение общей **Q** теплоты кристаллизации сплавов Fe-C и Fe-C-X_i (при 3 ат. %), выделяющейся поэтапно при кристаллизации, в зависимости от содержания углерода.

из сплавов на основе железа [2.14-2.15 и др.], колеблются в весьма широких пределах (от 270 до 360 КДж/кг), что далеко не всегда отвечает экспериментальным данным И результатам термодинамического моделирования [2.5, 2.16-2.17]. Для существенного повышения точности численного моделирования затвердевания отливок необходимо уточнение значений критических температур кристаллизации сплавов, корректный учет влияния состава стали на значение теплоемкости и скрытой теплоты затвердевания. а также надежное определение плотности сталей. определяющей величину объемной теплоемкости и теплоты кристаллизации.

2.7. Моделирование строения и плотности расплавов Fe-C и Fe-Si на основе модели ассоциированных растворов

Традиционный аппарат термодинамического моделирования, позволяющий рассчитывать свободную энергию Гиббса многокомпонентных неравновесный равновесный фазовый сплавов, ИХ И состав И теплофизические характеристики металла, учитывает структурные особенности фаз, вводя в рассмотрение избыточную энергию ^{ех} G^{\u0369} как количественную меру межатомного взаимодействия компонентов. Однако, наблюдаемые экспериментально отклонения характеристик расплавов (плотности, вязкости, поверхностного натяжения, энтальпии и т.д.) от значений, рассчитанных по правилу смешения для идеального раствора, может быть объяснено качественно и определено количественно путем дополнения термодинамической модели гипотетической информацией об их структуре, что является объектом рассмотрения в модели ассоциированных растворов [2.18-2.19 и др.].

На примере двухкомпонентных расплавов Fe-C и Fe-Si рассматривали системы, состоящие из одиночных атомов компонентов A и B, находящихся в динамическом равновесии с ассоциатом $A_{\mu}B_{\nu}$. Выбор этих сплавов

продиктован тем, что для них имеются достоверные значения термодинамических параметров [2.20], а также экспериментальные данные по плотности [2.21-2.22], которые были использованы для верификации серии гипотетических ассоциатов разного строения (µ=1-3; v=1-3).

Энергию Гиббса G^M образования ассоциата по реакции $A\mu B_{\nu} \rightleftharpoons \mu A + \nu B$ записывали в виде:

 $G^{M} = -\phi_{3}g + RT(\phi_{1}\ln\phi_{1} + \phi_{2}\ln\phi_{2} + \phi_{3}\ln\phi_{3}) + \phi_{1}\phi_{2}J_{12} + \phi_{2}\phi_{3}J_{23} + \phi_{1}\phi_{3}J_{13}, (2.29)$ где g – свободная энергия диссоциации ассоциированного комплекса, индексы 1,2 отмечают мономеры, 3 – ассоциат; ϕ_{i} – объемная доля компонента *i*, которую рассчитывали как

$$\varphi_i = \frac{n_i V_i}{V}, V = n_1 V_1 + n_2 V_2 + n_3 V_3,$$
 (2.30)

где $V_i = \frac{M_i}{\rho_i N_A}$ – объем атома *i-го* компонента расплава, M_i – атомная масса компонента, N_A – постоянная Авогадро. Равновесное число молей ассоциатов при определенной температуре и давлении определяли из условия минимума энергии Гиббса смешения $(\partial G^M / \partial n_3)_{r,p} = 0$. Для определения параметров g, V_3 , J_{12} , J_{13} , J_{23} модели (2) минимизировали невязку $s = \sum_{r} (G_r^M - G^M)_i^2$, где G_1^M – энергия Гиббса смешения, полученная по модели ассоциированного раствора (2.29), G^M - экспериментальное значение избыточной энергии, вычисляемое на основе термодинамической модели жидкого сплава [2.20]:

$$G^{M} = G^{id} + G^{ex}$$

 $G^{id} = RT(x_B \ln x_B + x_A \ln x_A), \quad G^{ex} = x_B x_A \Big[{}^0J_{B,A} + {}^1J_{B,A}(x_B - x_A) + {}^2J_{B,A}(x_B - x_A)^2 + ... \Big], (2.31)$ где G^{id} и G^{ex} - идеальная и избыточная энергия смешения компонентов жидкости; ${}^kJ_{i1,i2}$ - **k**-ый параметр взаимодействия компонентов, x_i - мольная доля компонента.



Таблица 2.2

Система	Fe-C			Fe-Si				
μ (Fe)	2	1	1	1	2	1	1	1
ν (C, Si)	1	1	2	3	1	1	2	3
<i>g</i> , кДж/моль	16,4	18,7	17,2	15,5	26,0	26,2	20,2	17,0
$\gamma = V_3$	0,52	0,68	0,87	0,90	0,77	0,70	0,74	0,81
$\mu V_1 + \nu V_2$								
J ₁₂ , кДж/моль	15,8	-16,0	-2,9	32,6	-8,3	-6,6	-12,2	-9,0
J ₂₃ , кДж/моль	-27,7	6,2	27,1	34,3	11,7	0,47	20,4	31,6
J ₁₃ , кДж/моль	-7,0	-19,7	-31,1	-36,4	-20,9	-15,8	-40,0	-47,9

Параметры модели ассоциированных растворов $Fe_{\mu}C_{\nu}$ и $Fe_{\mu}Si_{\nu}$

(при 1000 C)

В табл. 2.2 представлены параметры расчетных моделей для ассоциатов в зависимости от соотношения атомов (μ и ν), свободная энергия межатомной связи g, относительный параметр сжатия α , а также энергии парной связи (J_{12} , J_{13} , J_{23}), что позволяет судить о существенной зависимости указанных параметров от состава ассоциатов.

На рис. 2.17 показано изменение относительной доли ассоциатов разного состава в системе Fe-Si в зависимости от содержания кремния в расплаве. Эквиатомные ассоциаты Fe1Si1 и Fe2Si2 имеют максимальное содержание в средней части диаграммы, где при кристаллизации происходит конгруентное выделение химического соединения FeSi. Максимальное содержание ассоциатов в расплаве находится в обратной зависимости от числа атомов, формирующих ассоциат.

Изменение мольной доли мономеров и ассоциатов состава Fe1C1 от содержания углерода в системе Fe-C показано на рис. 2.18. При увеличении содержания углерода непрерывно возрастает мольная доля мономеров n_2 , снижается содержание мономеров n_1 , а мольная доля ассоциата n_3 достигает максимума в средней части диаграммы.

При проведении расчетов, основанных на модели ассоциированного раствора, состав ассоциата обычно выбирают по диаграмме состояния (ориентируясь, например, на конгруентно плавящееся соединение) или по экспериментальным зависимостям типа структурно-чувствительных характеристик «состав-свойство». Выбор вероятного состава ассоциатов производили на основании концентрационной зависимости энергии Гиббса, энтальпии смешения и функции стабильности [2.1]. Эти функции в системах Fe-X (где X – C, Si) имеют экстремумы при $x_{CSi} \approx 0,5$ с некоторым смещением в сторону меньшего содержания С и Si. Ближайший из простейших ассоциированных комплексов соответствует составу Fe₁X₁ $(\mu = \nu = 1)$. Смещение минимумов в сторону больших концентраций Fe может быть следствием наличия в жидкости более чем одного ассоциата, причем второй должен иметь в своем составе больше атомов железа. Такими могут быть ассоциаты Fe₂X₁ и Fe₃X₁. Однако, из этих более сложных комплексов при ступенчатой диссоциации возможно образование более простых группировок Fe_1X_1 : $Fe_3C_1 \neq Fe_2C_1 + Fe$, $Fe_2C_1 \neq Fe_1C_1 + Fe$ И Т.Д.

Для аргументированного выбора наиболее вероятного состава ассоциатов в рассматриваемых системах проводили расчет концентрационной зависимости удельного объема V (плотности) расплавов с различным составом ассоциатов $A_{\mu}B_{\nu}$. Экспериментальные, расчетные и аддитивные значения плотности жидких сплавов систем Fe-C и Fe-Si представлены на рис. 2.19. Расчеты проводили для набора наиболее вероятных составов ассоциатов.

При выборе ассоциата с количеством атомов железа, превышающим количество атомов углерода (µ>v), предсказываемая плотность расплавов получается существенно завышенной, при этом ее характер качественно отличается от известных экспериментальных результатов: плотность сплавов растет при увеличении содержания углерода. Следует заметить, что при приближении состава ассоциата к эквимолярному это влияние ослабляется.

Если число атомов углерода превышает в ассоциате количество атомов железа



 $(\mu < v)$, то характер изменения плотности качественно совпадает с экспериментальным (плотность уменьшается при увеличении содержания углерода), однако значения плотности лежат существенно ниже полосы наиболее надежных экспериментальных данных и опускаются до величин, меньших аддитивного значения плотности. Наиболее близкой по значению и характеру концентрационной зависимости получена плотность при выборе эквимолярного состава ассоциата (Fe₁C₁, Fe₂C₂).

Сопоставление значений плотности расплавов Fe-C и Fe-Si, полученных модели ассоциированных растворов при разном составе на основе ассоциатов (рис. 2.19), позволяет заключить, что наиболее вероятным является комплекс Fe_1X_1 , поскольку в обоих системах наилучшее совпадение по значению и характеру концентрационной зависимости плотности получено выборе эквимолярного состава ассоциатов. Важным при прикладным результатом работы, базирующейся на термодинамическом моделировании сплавов, является получение расчетных концентрационных зависимостей плотности (рис. 2.20) для обеих систем. Подобный результат является тем более существенным, что известные экспериментальные данные по плотности сплавов на основе железа (в том числе – и Fe-C) демонстрируют весьма значительный разброс полученных разными исследователями по различным методикам экспериментальных данных (рис. 2.21), что создает серьезную проблему для информационного обеспечения адекватности компьютерного моделирования технологических процессов питания стальных отливок [2.23].

Литература к разделу 1.2.

2.1. Люпис К. Химическая термодинамика материалов. - М., Металлургия, 1989.

2.2. Dinsdale A.T. // CALPHAD, 1991, v.15, № 4.



плотности расплавов Fe-C при 1600° C по данным разных авторов [2.21]

2.3. The SGTE Casebook. Thermodynamics at work.- UK, The University of Cambridge, Materials Modeling Series, 1996.

2.4. Kattner U.R. The thermodynamic modeling of multicomponent phase equilibria. // J. Metals, 1997, v.49, № 12.

2.5. Савельев К.Д., Голод В.М. Термодинамическое моделирование многокомпонентных литейных сплавов на основе железа.-Спб, СПбГТУ, 2001.

2.6. Горн Э.П., Савельев К.Д., Голод В.М. Исследование теплофизических и усадочных характеристик сплавов и материалов формы для компьютерного моделирования процесса формирования стальных отливок. // Литейщик России, 2004, № 8.

2.7 Won J.M. et al. Effect of cooling rate on ZST, LIT and ZDT of carbon steel near melting point. // ISIJ Int., 1998, v.38, № 10.

2.8. Голод B.M. Диффузионные процессы при неравновесной кристаллизации перитектических сплавов Fe-C-X_i (режим «параравновесия»). Сб. Физические свойства металлов сплавов. И Екатеринбург, УГУТУ-УПИ, 2005.

2.9. Флеминс М. Процессы затвердевания. - М., Мир. 1977.

2.10. Mizukami et al. Initial solidification behavior of ultra low, low and middle carbon steel. // ISIJ Int., 1999, v.39, № 12.

2.11. Смитлз К. Дж. Металлы Справочник. - М., Металлургия, 1980.

2.12. Столович Н.Н., Миницкая Н.С. Температурные зависимости теплофизических свойств некоторых металлов. - Минск, Наука и техника, 1975.

2.13. Тепло- и массообмен. Теплотехнический эксперимент. Справочник. -М., Энергоиздат, 1982.

2.14. Chen Q, Engstrom A. et al. Thermodynamic calculation and kinetic simulation related to solidification process. Modeling of casting, welding and advanced solidification processes XI, 2006. 2.15. Meng J. et al. Heat-transfer and solidification model of continuous slab casting. // Met. Mat. Trans., 2003, v.34B, № 5.

2.16. Radovich F. et al. // Mater. Sci. Technol., 2004, v.20, № 1.

2.17. Горн Э.П., Савельев К.Д., Голод В.М. и др. Применение термодинамического моделирования процесса затвердевания отливок. - Литейное производство, 2001, № 6.

2.18. Пригожин И., Дефей Р. Химическая термодинамика. – Новосибирск, Наука, 1966.

2.19. Srikanth S.// Z. Metallkunde, 1991, Bd. 82, H. 11.

2.20. Dinsdale A. // CALPHAD, 1991, v.15, № 4.

2.21. Басин А.С. Термические свойства и кристаллизация чистых металлов и технически важных сплавов на основе железа / Автореф. ... докт. техн. наук. – Новосибирск, 1989

2.22. Гельд П.В., Баум Б.А., Петрушевский М.С. Расплавы ферросплавного производства. - М., Металлургия, 1973.

2.23. Вербицкий И.Ч., Голод В.М. Разработка информационного обеспечения по усадочным характеристикам сплавов для САПР литейной технологии. // Сб. Фундаментальные исследования в технических университетах.- СПб, СПбГПУ, 2005.

1.3. ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В ФОРМЕ

1.3.1. Постановка задачи

Литейная форма при формировании отливки прогревается теплотой залитого металла, а в окружающую среду отдает тепло по мере остывания отливки. Условия теплообмена в системе отливка-форма-окружающая среда при различных способах литья весьма сложны и различаются по интенсивности и граничным условиям, что не позволяет получить общее решение для всех возможных в практике случаев [3.1]. Поэтому выделяют характерные условия теплообмена, для которых анализ упрощается и могут быть сформулированы его основные закономерности.

Наиболее распространенными при затвердевании стальных отливок являются условия малой интенсивности теплоотвода (соотношение тепловых активностей формы и металла $b_{\phi} << b_M$) при отсутствии зазора между отливкой и формой (соотношение термических сопротивлений зазора и формы $\frac{\delta_{3a3}}{\lambda_{3a3}} << \frac{\delta_{\phi}}{\lambda_{\phi}}$, где δ – толщина, λ - теплопроводность) и незначительного теплообмена между формой и окружающей средой (соотношение глубины прогрева и толщины формы $\xi_{\phi} < \delta_{\phi}$), присущие дисперсной неметаллической форме. Подобные упрощения позволяют получить наглядное аналитическое решение задачи прогрева формы и на его основе исследовать основные закономерности переноса тепла в форме, определяющие кинетику затвердевания и остывания отливок [3.2].

Аналитическая теория процессов теплообмена в системе отливкаформа получила развитие, начиная с 30-х годов XX века, и оформилась как цельная и стройная теория литья в 60-70-х годах [3.1, 3.3-3.5]. Ее основу составляет представление о литейной форме как однородном и изотропном теле, которое характеризуют осредненным по объему формы постоянные теплофизические характеристики. Такой подход продиктован стремлением получить решение нестационарной задачи затвердевания отливки и прогрева формы несмотря на очевидную ограниченность методов аналитической теории теплопроводности в части решения задачи при переменных значениях коэффициентов теплопроводности $\lambda(t)$ и объемной теплоемкости C(t). Можно только удивляться тому, что полученные при постоянных блестящее значениях λ И С решения нашли подтверждение В многочисленных экспериментах [3.3], несмотря на хорошо известное из независимых измерений существенное изменение $\lambda(t)$ и C(t) в зависимости от температуры вследствие интенсивного проявления различных механизмов переноса тепла кондукцией, конвекцией и излучением в неметаллических формах и переноса влаги во влажных формах [3.4].

Работы, в которых была рассмотрена проблема адекватности аналитической теории литья [3.6-3.7] и было установлено явление автомодельности температурного поля песчаной формы, не получили дальнейшего развития, поскольку их появление совпало по времени с зарождением *вычислительной теплофизики* литейных процессов, которая первоначально эклектически соединяла аппарат вычислительной математики с информационным обеспечением, доставшимся ей в наследство от эпохи аналитической теории теплообмена при литье.

Появление и широкое распространение компьютерных моделей теплообмена вновь поставило серьезные вопросы 0 TOM, какой математический аппарат необходимо использовать для описания теплообмена в дисперсных средах (формах) и откуда необходимо взять значения температурно-зависимых характеристик для широкого интервала температур, без чего нельзя надеяться получить существенного уточнения тепловых расчетов по сравнению с аппаратом аналитической теории теплообмена в формах.

Сюда же примыкает вопрос о ревизии методов определения теплофизических характеристик материалов формы, поскольку эти величины носят локальный характер вследствие существенной зависимости от их зернового и минералогического состава, связующих, добавок, влажности, степени уплотнения и т.д., в силу чего они подлежат определению в условиях производства и не могут быть заимствованы из табличных данных без радикальной потери точности моделирующих расчетов. Таким образом, и в настоящее время остается по-прежнему актуальной задача ревизии системы моделей теплообмена при литье в сочетании с пересмотром методологии определения параметров теплообмена и ИХ численных значений.

Перечень задач теплообмена в форме, поддающихся аналитическому решению, весьма ограничен [3.1-3.2], поэтому в большинстве случаев используют численные методы расчета тепловых процессов [3.2], которые позволяют учесть любые особенности граничных условий, а также принять во внимание произвольную геометрию границы раздела отливки с формой и изменяющиеся зависимости OT температуры теплофизические В характеристики ($\lambda_{\phi}, C_{\phi}, \rho_{\phi}$) материала формы, что весьма важно ввиду того, что температура различается во времени и по объему на сотни градусов. Применение специальных приемов (измельчение пространственной сетки, уменьшение шага по времени, использование сеточных вычислительных схем повышенной точности и т.д.) позволяет добиться того, чтобы погрешность численных расчетов была существенно меньше погрешности термического анализа прогрева литейной формы, с помощью которого проверяется адекватность численных моделей. В этих условиях при решении задачи прогрева литейной формы на первый план выступают факторы, связанные с адекватностью структуры математических моделей реальному механизму теплопереноса в дисперсном (зернистом) материале, а также с соответствием используемых в расчете исходных данных о теплофизических

характеристиках их действительным (натуральным) значениям. Состав и роль факторов первой группы определяется тем, какой физико-химической моделью описывается используемый в расчете механизм переноса тепла, а математических средств, мобилизованных для его арсеналом также описания. Именно этим вопросам посвящены разд. 3.2-3.4 последующего изложения. Факторы второй группы зависят от адекватности применяемого метола определения теплофизических свойств материала формы и погрешностей тех измерений, которые положены в основу вычисления конкретных значений, используемых при моделировании. Эти вопросы рассматриваются в разд. 3.5-3.6.

1.3.2. Закономерности прогрева литейной формы при стальном литье (аналитическое решение задачи)

Для дальнейшего анализа важно установить общие (основные) закономерности прогрева литейной формы для классических условий, когда при затвердевании температура на границе раздела с металлом за счет выделения скрытой теплоты кристаллизации поддерживается приближенно неизменной, форма имеет практически неограниченную протяженность, а теплофизические характеристики материала формы являются неизменными. В этом случае решаемую задачу записывают следующим образом:

$$r^{\beta} \frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = a_{\phi} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^{\beta} \frac{\partial \vartheta}{\partial r} \right); r > 0; \vartheta(r, \tau) = t(r, \tau) - t_{\theta} \qquad (3.1)$$

при граничных условиях: $\vartheta(r,\theta) = t(r,\theta) - t_{\theta}; \vartheta(\infty,\tau) = t(\infty,\tau) - t_{\theta} = \theta; \frac{\partial t}{\partial r}(\infty,\tau) = \theta$ и начальных условиях: $\vartheta_n = \vartheta(\theta,\tau) = t(\theta,\tau) - t_{\theta} = t_{\theta} - t_{\theta}$,

где *r*-пространственная координата, отсчитываемая от оси осесимметричного тела (r = 0); a_{ϕ} - температуропроводность материала формы; τ - время; *t* - температура в точке с координатами *r* и τ ; *9*- относительная температура; β - параметр конфигурации; $\beta = 0$ отвечает

плоской границе раздела; $\beta = 1$ - цилиндрической; $\beta = 2$ - сферической конфигурации; t_0 - начальная температура формы; t_n - температура поверхности ($r=r_0$).

Для плоской границе раздела ($\beta = 0$) из (3.1) следует

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 t}{\partial r^2}; (r \ge 0); \tag{3.2}$$

при цилиндрической границе раздела (β =1) имеем:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial t}{\partial r} \right); r \ge r_0, \qquad (3.3)$$

где *r*₀ - радиус границы раздела.

Общее решение задачи о распределении температуры в полубесконечной форме при идеальном контакте с отливкой имеет вид (при

$$\frac{a_{\phi}\tau}{2\sqrt{a_{\phi}\tau}} < 0,2) [3.1]:$$
$$\frac{\vartheta_{\phi}(r,\tau)}{\vartheta_{n}} = \left(\frac{r_{\theta}}{r}\right)^{\frac{\beta}{2}} erfc\left(\frac{r-r_{\theta}}{2\sqrt{a_{\phi}\tau}}\right), \tag{3.4}$$

откуда при плоской границе раздела ($\beta = 0$) получим классическое решение

$$\frac{\vartheta_{\phi}(r,\tau)}{\vartheta_{n}} = erfc\left(\frac{r-r_{\theta}}{2\sqrt{a_{\phi}\tau}}\right).$$
(3.5)

Используя закон Фурье $q_{\phi} = -\lambda_{\phi} \left(\frac{\partial \vartheta_{\phi}}{\partial r} \right)_{r=r_{\phi}}$, можно из соотношения (3.4)

рассчитать тепловой поток на границе формы с отливкой [3.1-3.2]:

$$q_{\phi} = \frac{b_{\phi} \mathcal{P}_n}{\sqrt{\pi \tau}} \left(I \pm \frac{\beta}{2} \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{a_{\phi} \tau}{r_o^2}} \right), \qquad (3.6)$$

где знак (+) принимают для выпуклых участков поверхности отливки, а (–) для вогнутых (для стержней цилиндрической и сферической конфигурации). Интегрирование соотношения (3.6) позволяет рассчитать общее количество тепла, поглощенного единицей поверхности формы:

$$Q_{\phi} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} b_{\phi} \vartheta_n \sqrt{\tau} \left(I \pm \frac{\beta}{4} \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{a_{\phi} \tau}{r_{\theta}^2}} \right).$$
(3.7)

Формулы (3.6) и (3.7) при $\beta = 0$ дают выражения для интенсивности теплоотвода при плоской границе раздела, зависящей от тепловой активности материала формы b_{ϕ} и значения температуры поверхности ϑ , в свою очередь изменяющейся при изменении b_{ϕ} :

$$\frac{\vartheta_n}{\vartheta_{\kappa p}} = \frac{1}{1 + \frac{b_{\phi}}{b_M} \operatorname{erf}\left(\frac{k}{2\sqrt{a_M}}\right)},$$

где *k* - коэффициент затвердевания отливки, зависящий от интенсивности теплоотвода $\left(\frac{b_{\phi}}{b_{M}}\right)$ и приведенной теплоты кристаллизации металла $\left(\frac{L}{C_{M} g_{\kappa p}}\right)$ [3.8]:

$$k \frac{1 + \frac{b_{\text{TM}}}{b_M} \operatorname{erf} \frac{k}{2\sqrt{a_M}}}{\exp\left(-\frac{k^2}{4a_M}\right)} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{b_{\text{TM}} \vartheta_{hp}}{L\rho_M},$$
(3.9)

где b_M , ρ_M , C_{M^-} тепловая активность, плотность и удельная теплоемкость металла; $g_{\kappa p} = t_{\kappa p} - t_0$ относительная (избыточная) температура кристаллизации металла; *L* - скрытая теплота кристаллизации.

При увеличении интенсивности теплоотвода $\begin{pmatrix} b_{\phi} \\ b_{M} \end{pmatrix}$ происходит согласно формуле (3.8) - снижение температуры поверхности \mathcal{G}_{n} , вследствие чего теплоотвод, определяемый произведением b_{ϕ} и \mathcal{G}_{n} (формулы 3.6 и 3.7), увеличивается, но изменяется не пропорционально b_{ϕ} . Как следует из тех же уравнений, чем больше кривизна ограничивающей форму поверхности (меньше r_{0} и больше значение β), тем сильнее поток q_{ϕ} и количество отведенного тепла Q_{ϕ} отличается от значений, характерных для плоской границы раздела ($\beta=0$), причем это различие увеличивается с течением времени по мере возрастания глубины прогрева формы ξ_{ϕ} , охватывающего цилиндрически ($\approx r^2$) или сферически ($\approx r^3$) увеличивающийся объем формы V (в случае плоской границы V $\approx r$).

Ряд важных решений в тепловой теории литья был получен приближенным методом исключения переменных [3.4], чаще называемым методом *параболы п-ой степени*, согласно которому распределение температур в форме задают в виде двухпараметрического уравнения

$$\vartheta(x,\tau) = \vartheta_n \left(1 - \frac{x}{X}\right)^n, \qquad (3.10)$$

где $X(\tau)$ - глубина прогрева формы к моменту τ ; *n*- показатель степени, определяемый путем сравнения с опытными данными или теоретическим решением [3.4].

Для условий плоской поверхности формы и условий постоянной температуры поверхности раздела \mathscr{G} количество тепла, аккумулированного формой за время τ , определяется интегральным соотношением

$$Q_{\phi} = \int_{0}^{X} C_{\phi} \vartheta \, dx \,, \qquad (3.11)$$

которое для $C_{\text{тм}} = const$ с учетом (3.10) дает выражение

$$Q_{\phi} = C_{\phi} \mathcal{G}_n \frac{X}{n+1}, \qquad (3.12)$$

откуда тепловой поток на границе металл-форма составит:

$$q_{\phi} = \frac{dQ_{\phi}}{d\tau} = \frac{C_{\phi} \mathcal{G}_n}{n+1} \frac{dX}{d\tau}.$$
(3.13)

На основе закона Фурье $q_{\phi} = -\lambda_{\phi} \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right)_{x=\theta}$, что с использованием (3.10)

дает:

$$q_{\phi} = \frac{\lambda_{\phi} n \, \vartheta_n}{X} \,. \tag{3.14}$$

Приравнивая (3.13) и (3.14), в результате решения полученного дифференциального уравнения можно найти глубину прогрева формы

$$X = \sqrt{2n(n+1)a_{\phi}\tau} , \qquad (3.15)$$

что дает окончательное выражение для распределения температур в форме

$$\frac{\vartheta(x,\tau)}{\vartheta_n} = \left[1 - \frac{x}{\sqrt{2n(n+1)a_{\phi}\tau}}\right]^n, \qquad (3.16)$$

а также количества поглощенного тепла

$$Q_{\phi} = \sqrt{\frac{2n}{n+1}} b_{\phi} \vartheta_n \sqrt{\tau}$$
(3.17)

и теплового потока на поверхности формы

$$q_{\phi} = \frac{b_{\phi} \mathcal{G}_n}{\sqrt{\frac{2(n+1)}{n}\tau}}.$$
(3.18)

Сопоставление этих приближенных выражений со строгими решениями (3.5)-(3.7) при $\beta = 0$ показывает их одинаковую структуру и возможность их количественного согласования назначения показателя степени *n* из соотношения $\frac{2(n+1)}{n} = \pi$ (*n*=1,75). Многочисленными экспериментами установлено [3.9-3.10], что реальное значение *n* для сухих песчано-глинистых форм зависит от критической температуры заливаемого сплава и изменяется в процессе остывания отливки $\vartheta(\tau)$ согласно эмпирическому соотношению:

$$n = 3 - 1,67 \left(\frac{\vartheta_{\kappa p} - \vartheta}{\vartheta_{\kappa p}} \right), \tag{3.19}$$

т.е. составляет n=3 при $\mathcal{G} = \mathcal{G}_{\kappa p}$.

По мнению авторов [3.9-3.10], уравнение (3.15) точнее описывает распределение температур в форме, чем соотношение (3.5), учитывая, что последнее получено при условиях, что форма представляет сплошное и изотропное тело, перенос тепла осуществляется путем теплопроводности, а теплофизические свойства одинаковы во всех точках и не зависят от температуры, в связи с чем «...температурное поле литейной формы точно нельзя описать никаким решением, кроме численного» [3.10].

1.3.3. Методы экспериментального определения теплофизических характеристик материала формы

Первоначально для задания теплофизических свойств формы при тепловых расчетах использовали значения, определяемые стационарными и теплофизических нестационарными методами исследований, которые калориметрическими по своей сущности, т.е. являются учитывают перераспределение известного количества тепла, выделяемого тепловым источником [3.11]. Получаемые характеристики материалов обычно называют «истинными», их измеряют в близких к стационарным условиям при незначительных перепадах температур, что существенно отличается от нестационарного характера теплообмена в неметаллической форме, когда перепад температур достигает многих сотен градусов.

Радикальное улучшение достоверности теплофизических характеристик материала формы было достигнуто в результате появления метода заливки [3.4, 3.9-3.10], воспроизводящего характерные особенности прогрева литейной формы. Методом заливки сплавов с разной температурой затвердевания получены данные о температурной зависимости теплоемкости, теплопроводности и тепловой активности формовочных смесей разной влажности, плотности и зернового состава [3.4, 3.9].

Методика, реализованная в работах [3.4, 3.9], предусматривает заливку сплава, затвердевающего при постоянной температуре (чистый металл или эвтектический сплав), с известными теплофизическими свойствами (объемная скрытая теплота L, объемная теплоемкость C_M , температура затвердевания $\mathcal{G}_{\kappa p}$) в сухую форму, имеющую конфигурацию пластины толщиной $\mathcal{E}=30...40$ мм и длиной (шириной) в 10 раз больше, чтобы можно было не учитывать торцевые потери тепла, с установкой серии термопар (в центре отливки и в форме на расстоянии 2-50 мм от поверхности отливки в

средней части пластины) для определения продолжительности затвердевания отливки *т*₃ и распределения температур в форме в тот же момент времени.

Приравнивая количество тепла Q_3 , отданного отливкой на момент τ_3 конца затвердевания

$$Q_{3} = Q_{nep} + L + C_{M} \left(\vartheta_{\kappa p} - \vartheta_{n} \right) / 2,$$

количеству тепла, аккумулированного формой за то же время, по формуле (3.17), получим уравнение для расчета тепловой активности формы:

$$b_{\phi} = \frac{RQ_{3}}{\vartheta_{n}\sqrt{\frac{2n}{n+1}\tau_{3}}},$$
(3.20)

где Q_{nep} - теплота перегрева заливаемого расплава над температурой затвердевания; $R = \frac{V_{\theta}}{F_{\theta}}$ - приведенная толщина отливки, определяемая ее объемом V_0 и поверхностью теплоотвода F_{θ} . Как показано в [3.12], в рассматриваемых условиях более обоснованным является использование соотношения

$$R = R_{\infty} = \frac{\delta}{2}, \qquad (3.21)$$

поскольку принятая конфигурация отливки обеспечивает отсутствие влияния торцевого теплоотвода на продолжительность затвердевания и прогрев формы в средней части отливки.

Используя соотношение (3.12), можно получить уравнение для расчета теплоемкости материала формы:

$$C_{\phi} = \frac{RQ_{s}(n+1)}{X_{s} \vartheta_{n}}, \qquad (3.22)$$

где значение X_{3} - глубина прогрева формы в момент $\tau = \tau_{3}$ определено на основе результатов термического анализа в форме \mathcal{G}_{1} и \mathcal{G}_{2} , например, в точках *1* и 2 на расстояниях x_{1} и x_{2} от поверхности отливки:

$$X_{3} = \frac{x_{1} - \chi x_{2}}{1 - \chi}; \chi = \left(\frac{\vartheta_{1}}{\vartheta_{2}}\right)^{1/n}.$$
(3.23)

Значение *Э_n* для неметаллической формы можно принять равным *Э_{кр}* (первое приближение) и рассчитать по формуле

$$\vartheta_n = \frac{\vartheta_{\kappa p}}{1 + n \frac{\lambda_{\phi}}{\lambda_M} \frac{R}{X_s}},$$
(3.24)

где λ_{ϕ} - теплопроводность формы, оцениваемая из соотношения $\lambda_{\phi} = b_{\phi}^2 / C_{\phi}$, или определить, как и значение *n*, на основе результатов измерения температур в форме. Более строго и точно можно рассчитать значение \mathcal{G}_n по результатам измерений, используя формулу

$$\boldsymbol{\vartheta}_{n} = \boldsymbol{\vartheta}_{2} \left[\frac{\boldsymbol{x}_{1} - \boldsymbol{x}_{2}}{\boldsymbol{x}_{1} - \boldsymbol{\chi} \, \boldsymbol{x}_{2}} \right]^{-n}.$$
 (3.24 a)

Аналогично, располагая данными термического анализа в трех точках (g_1, g_2, g_3) , можно определять также значение показателя *n*:

$$n = \frac{ln \left(\frac{\vartheta_3}{\vartheta_n}\right)}{ln \left(1 - \frac{x_3}{X_3}\right)},$$

используя найденные значения \mathcal{G}_n и X_{3} .

Обратим внимание на одно важное обстоятельство: определив значение глубины прогрева формы X по формуле (3.23) на основе результатов термического анализа в форме, можно использовать его не только для момента конца затвердевания отливки ($\tau=\tau_3$), но также для любого текущего момента времени τ .При этом, располагая значениями температур в форме $\mathscr{G}(x,\tau)$, можно определить количество поглощенного формой тепла Q_{ϕ} на основе интегрального соотношения (3.11) и тем самым избежать необходимости измерения продолжительности затвердевания отливки и привлечения к расчетам b_{ϕ} и C_{ϕ} теплофизических характеристик заливаемого металла, входящих в формулы (3.20) и (3.22). Важно также, что использование соотношения (3.15) вместо (3.23) для определения глубины прогрева формы совместно с выражением (3.14) для теплового потока на поверхности формы открывает *альтернативную* возможность определения b_{ϕ} и C_{ϕ} , для которой базовым является соотношение (3.14), содержащее локальное значение λ_{ϕ} на поверхности.

Отметим, что значения b_{ϕ} и C_{ϕ} определены с помощью формул (3.20) и (3.22)как эффективные характеристики на основе интегрального соотношения (3.11), т.е. учитывают совокупное влияние всех слоев формы, прогретых до различных температур и имеющих, соответственно, разные локальные значения объемной теплоемкости. По этой причине уместно впредь именовать осредненные по объему формы характеристики интегрально-эффективными в отличие от локально-эффективных свойств, определяемых - в силу дисперсной структуры формовочной смеси совместным протеканием кондукции (теплопроводности) в зерновом скелете и оболочках связующего, а также конвекции и лучеиспускания в поровом межзеренном пространстве.

Для определения теплофизических характеристик влажных смесей получено [3.4] решение задачи о прогреве влажной формы (с начальной относительной влажностью u_0) при известных характеристиках C_{ϕ} и λ_{ϕ} граничного сухого слоя, где влажность падает до нуля, при перемещении вглубь формы зоны с максимальной влажностью u_{κ} , образовавшейся в результате конденсации испарившейся влаги. Используя значение *n* для описания температурного поля в сухом слое и n^* для влажного материала, можно получить для соотношения тепловых активностей сухого b_{ϕ} и влажного b_{ϕ}^* материалов уравнение:

$$\frac{b_{\phi}^{*}}{b_{\phi}} = \frac{\vartheta_{n} - \vartheta_{\kappa}}{\vartheta_{n}} \sqrt{\frac{n(n^{*} + 1)}{n^{*}(n+1)}} \left[1 + (n+1)\frac{u_{\kappa}Q_{\kappa}}{(1 - u_{\kappa})C_{\phi}(\vartheta_{n} - \vartheta_{\kappa})} \right] , \qquad (3.25)$$

где $u_{\kappa} = u_{\theta} + \frac{C_{\theta} \vartheta_{\kappa}}{Q_{\kappa}}; \ \vartheta_{\kappa}$ - избыточная температура кипения; C_{θ} - объемная теплоемкость формы с влажностью $u_{\theta}: C_{\theta} = (1 - u_{\theta})C_{\phi} + C_{B}; C_{\epsilon}$ - объемная теплоемкость воды. Как установлено опытным путем, значение *n* находится

в пределах 1,6-1,9, в то время как $n^* = 2,8-3,2$. С погрешностью, не превышающей 7 %, можно формулу (3.25) упростить, приняв $n \approx n^*$ [3.4].

Аналогичное выражение получено и для отношения эффективной температуропроводности влажной и сухой формы:

$$\frac{a_{\phi}^*}{a_{\phi}} = \frac{1}{1 + \frac{(n+1)u_{\kappa}Q_{\kappa}}{(1-u_{\kappa})C_{\phi}(\vartheta_n - \vartheta_{\kappa})}}.$$
(3.26)

Для определения эффективных теплофизических характеристик сухих и влажных песчаных форм, смесей для вакуум-пленочной формовки, а также с фурановым и феноловым связующим в работах [3.13-3.14] использован метод заливки (алюминием и чугуном) с регистрацией температуры на границе отливка-форма и на различном расстоянии (4-24 мм) от границы. Используя классическое выражение для распределения температур в форме

$$\frac{\vartheta(x,\tau)}{\vartheta_n} = erf\left(\frac{x}{2\sqrt{a_{\phi}\tau}}\right),\tag{3.27}$$

авторы [3.13-3.14] определяли эффективную температуропроводность a_{ϕ} из условия минимизации суммарного квадратичного отклонения расчетных величин \mathcal{G}_{p} от экспериментальных \mathcal{G}_{q} :

$$S = \sum_{(i)} \sum_{(j)} \left[\mathcal{G}_{\mathfrak{g}}(x_i, t_j) - \mathcal{G}_{\mathfrak{g}}(x_i, t_j, a_{\phi}) \right]^2$$

Для определения объемной теплоемкости в [3.13] использовано интегральное соотношение

$$Q_{\phi} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} C_{\phi} \sqrt{a_{\phi}} \vartheta_n \sqrt{\tau} , \qquad (3.28)$$

где значение Q_{ϕ} определяли по формуле

$$Q_{\phi} = \int_{\theta}^{\infty} dx \int_{\vartheta_{\theta}}^{\vartheta} C d\vartheta , \qquad (3.29)$$

в которой, пренебрегая объемной теплоемкостью связующего, задавали табличные значения $C(\mathcal{G}) = C_{\phi} + a\mathcal{G} + b\mathcal{G}^2$ для зерновой основы (кварца). По известным значениям C_{ϕ} и a_{ϕ} определяли $\lambda_{\phi} = a_{\phi}C_{\phi}$ и $b_{\phi} = C_{\phi}\sqrt{a_{\phi}}$. Таким

образом, согласно методике [3.13-3.14], заливка формы металлом используется для обеспечения граничных условий I рода на границе с формой, а теплофизические характеристики формы, в отличие от методики [3.4, 3.9], определены без использования теплофизических характеристик заливаемого сплава.

Для влажной формы в работах [3.13-3.14] использовано аналитическое решение задачи перемещения фронта фазового превращения (кипения влаги) с постоянной температурой \mathcal{G}_{κ} , согласно которому распределение температур в пределах высушенного слоя формы ($\mathcal{G} > \mathcal{G}_{\kappa}$) описывает уравнение

$$\vartheta = \left(\vartheta_n - \vartheta_\kappa\right) \frac{\operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_{\phi}\tau}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{q}{2\sqrt{a_{\phi}}}\right)},\tag{3.30}$$

где *q* - коэффициент, описывающий изменение толщины сухого слоя формы соотношением $\xi^* = q \sqrt{\tau}$, его значение определяется выражением:

$$\frac{b_{\phi} \exp\left(-\frac{q^2}{4a_{\phi}}\right)}{\operatorname{erf}\left(\frac{q}{2a_{\phi}}\right)} (\vartheta_n - \vartheta_{\kappa}) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \mathcal{Q}_{\kappa} u_{\kappa} q \,. \tag{3.31}$$

Сопоставление результатов экспериментов с уравнениями (3.30)-(3.31) позволило авторам [3.13-3.14] рассчитать значения q, хорошо согласующиеся с температурными измерениями, и определить эффективные значения тепловой активности для влажной формы b_{ϕ}^{*} из соотношения:

$$b_{\phi}^{*} = b_{\phi} \frac{\left(\vartheta_{n} - \vartheta_{\kappa}\right)}{\vartheta_{n} erf\left(\frac{q}{2\sqrt{a_{\phi}}}\right)},$$
(3.32)

если выразить тепловой поток на поверхности влажной формы в соответствии с (3.30) уравнением:

$$q_{\phi} = \frac{b_{\phi}(\theta_n - \theta_{\kappa})}{\sqrt{\pi\tau} erf\left(\frac{q}{2\sqrt{a_{\phi}}}\right)}.$$
(3.33)

Радикальное различие получаемых описанными методами [3.4-3.9] и [3.13-3.14] характеристик - не только по значению, но - что более важно - по физическому смыслу - не является очевидным, в связи с чем до последнего времени не существовало ясности в том, какими методами надо определять теплофизические свойства формы (калориметрическими методами или методом заливки) и как можно эти характеристики использовать при тепловых расчетах, в которых применяют различные системы расчетных формул - классические формулы теории теплопроводности или метод параболы *n*-ой степени с неизменными тепловыми характеристиками, а в последние годы - также и численные расчеты с температурно-зависимыми коэффициентами C(t) и $\lambda(t)$. Существенную ясность в этот важный вопрос удалось внести с помощью анализа результатов аналитического решения задачи при переменных значениях C(t) и $\lambda(t)$.

1.3.4. Аналитическое решение задачи прогрева формы при температурно-зависимых теплофизических характеристиках

Принимая, что в силу сложного характера теплообмена в дисперсных средах температурные функции C(t) и $\lambda(t)$ могут быть аппроксимированы полиномами второй степени

$$C(\boldsymbol{\vartheta}) = C_{\boldsymbol{\vartheta}} \left(\boldsymbol{l} + \boldsymbol{\alpha}_{1} \boldsymbol{\vartheta} + \boldsymbol{\alpha}_{2} \boldsymbol{\vartheta}^{2} \right); \ \lambda(\boldsymbol{\vartheta}) = \lambda_{\boldsymbol{\vartheta}} \left(\boldsymbol{l} + \boldsymbol{\beta}_{1} \boldsymbol{\vartheta} + \boldsymbol{\beta}_{2} \boldsymbol{\vartheta}^{2} + \boldsymbol{\beta}_{3} \boldsymbol{\vartheta}^{3} \right), \ (3.34)$$

где $C_0, \lambda_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ - коэффициенты регрессии, описывающие опытные данные, можно решить задачу прогрева формы методом параболы *n*-ой степени, т.е. описывая температурное поле известным уравнением (3.10).

С учетом (3.34) количество поглощенного формой тепла составит

$$Q_{\phi} = \int_{\theta}^{X} \int_{\theta}^{g(x)} Cd\vartheta dx = \frac{C_{\theta} \vartheta_n X}{n+1} \left(1 + \alpha_1 \vartheta_n \frac{n+1}{4n+2} + \alpha_2 \vartheta_n^2 \frac{n+1}{9n+3} \right), \quad (3.35)$$

откуда дифференцированием можно найти тепловой поток на поверхности формы:

$$q_{\phi} = \frac{dQ_{\phi}}{d\tau} = \frac{C_{\theta}\mathcal{G}_n}{n+1} \left(1 + \alpha_1 \mathcal{G}_n \frac{n+1}{4n+2} + \alpha_2 \mathcal{G}_n^2 \frac{n+1}{9n+3} \right) \frac{dX}{d\tau}, \quad (3.36)$$

который независимым образом может быть определен из соотношения:

$$q_{\phi} = -\lambda \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x}\Big|_{x=0} = \frac{\lambda(\mathcal{G}_n)n \mathcal{G}_n}{X}.$$
(3.37)

Приравнивая (3.36) и (3.37), получим дифференциальное уравнение, интегрирование которого дает формулу для глубины прогрева формы:

$$X = \sqrt{2n(n+1)\frac{\lambda(\mathcal{G}_n)}{C_0\left(1+\alpha_1\mathcal{G}_n\frac{n+1}{4n+2}+\alpha_2\mathcal{G}_n^2\frac{n+1}{9n+3}\right)}\tau}, \quad (3.38)$$

что позволяет путем подстановки в (3.35) получить окончательное выражение для Q_{ϕ} :

$$Q_{\text{TM}} = \sqrt{\frac{2n}{n+1}} \lambda \left(\vartheta_n \right) C_{\theta} \left(1 + \alpha_1 \vartheta_n \frac{n+1}{4n+2} + \alpha_2 \vartheta_n^2 \frac{n+1}{9n+3} \right) \vartheta_n \sqrt{\tau}.$$
(39)

Сравнение выражений (3.38) и (3.39) с ранее найденными (3.15) и (3.17) для температурно-независимых C и λ дает уравнения для определения интегрально-эффективных значений $a_{3\phi}, b_{3\phi}, \lambda_{3\phi}$ и $C_{3\phi}$ с учетом температурных зависимостей (3.34) для локально-эффективных характеристик:

$$\lambda_{_{3\phi}} = \lambda_0 \left(1 + \beta_1 \vartheta_n + \beta_2 \vartheta_n^2 + \beta_3 \vartheta_n^3 \right) = \lambda(\vartheta_n);$$

$$C_{_{3\phi}} = C_0 \left(1 + \alpha_1 \vartheta_n \frac{n+1}{4n+2} + \alpha_2 \vartheta_n^2 \frac{n+1}{9n+3} \right);$$
(3.40)

Полученный результат свидетельствует, что интегрально-эффективные характеристики (3.40) в процессе прогрева формы не зависят от времени и их величину определяет значение температуры на поверхности \mathcal{P}_n с поправкой на влияние соответствующих коэффициентов $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ и n. Таким образом, для расчета нестационарного прогрева формы с температурно-зависимыми коэффициентами $C(\mathfrak{G})$ и $\lambda(\mathfrak{G})$ можно использовать постоянные значения $C_{\mathfrak{I}\mathfrak{G}}$ и $\lambda_{\mathfrak{I}\mathfrak{G}}$, величину которых надо определить по формулам (3.40).

Этот вывод, ранее обсуждавшийся авторами [3.7], является весьма важным для оценки результатов, полученных в тепловой теории литья при неизменных теплофизических характеристиках формы [3.1, 3.3, 3.4 и др.], и во избежание серьезных ошибок и недоразумений его необходимо однозначно увязать с методом определения теплофизических характеристик. В современных условиях острого дефицита надежных значений теплофизических характеристик традиционно используемых новых И формовочных материалов следует строго придерживаться принципа: применяемый расчетный аппарат должен использоваться комплексно - не только на этапе анализа тепловых процессов, но и при экспериментальном определении соответствующих теплофизических параметров. Возможные погрешности от нарушения этого принципа приведены ниже (разд. 3.4-3.6).

От применения сформулированного выше принципа не свободны и численные расчеты тепловых процессов, поскольку при этом нередко вынужденно используют неизменные теплофизические характеристики (при C(t)и $\lambda(t)$) или задают в качестве исходных отсутствии данных по температурные зависимости C(t) и $\lambda(t)$, не являющиеся локальноэффективными характеристиками используемой Особенно смеси. значительных погрешностей можно ожидать при численных расчетах прогрева форм, которых происходят фазовые превращения В co значительными тепловыми эффектами (влажные формы, смеси на смоляных связующих и др.), методика учета которых весьма несовершенна [3.2, 3.9-3.10].

Полученные аналитические решения (3.35)-(3.39) указывают на автомодельность температурного поля формы [3.7] для температурнозависимых теплофизических характеристик C(9) и $\lambda(9)$, когда интегрально-

эффективные значения $C_{3\phi}$ и $\lambda_{3\phi}$ остаются неизменными в процессе прогрева формы. Аналогичный результат, впервые отмеченный в [3.7] для линейнозависимых от температуры значений $C(g) = C_0(1 + \alpha g)$ и $\lambda(g) = \lambda_0(1 + \beta g)$, убедительно подтверждает численный расчет прогрева полубесконечной литейной формы при граничных условиях I рода ($g_n = const$):

$$C(\vartheta)\frac{\partial \vartheta}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(\vartheta)\frac{\partial \vartheta}{\partial x} \right)$$

$$npu \,\vartheta(\theta,\tau) = \vartheta_n \,; \,\vartheta(x,\theta) = \theta \,; \,\vartheta(\infty,\tau) = \theta$$
(3.41)

с определением интегрально-эффективных значений $C_{s\phi}$ и $\lambda_{s\phi}$ на основе сопоставления полученных при численном интегрировании соотношения (3.41) температурных функций с теоретическим решением задачи (3.41) при постоянных значениях *С* и λ :

$$\vartheta = \vartheta_n \operatorname{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{a_{j\phi}\tau}}\right),\tag{3.42}$$

откуда следует:

$$Q_{\phi} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} b_{\rho\phi} \vartheta_n \sqrt{\tau}; q_{\phi} = \frac{\lambda_{\rho\phi} \vartheta_n}{\sqrt{\pi} a_{\rho\phi} \tau}. \qquad (3.42 \text{ a})$$

Соответствующие расчетные формулы имеют вид:

$$C_{\nu\phi} = \frac{\int_{0}^{\infty} \left(\int_{0}^{\theta} C(\theta) d\theta\right) dx}{\int_{0}^{\infty} \theta dx}; \qquad (3.43 a)$$
$$\lambda_{\nu\phi} = \frac{\frac{\partial}{\partial \tau} \left[\int_{0}^{\infty} \left(\int_{0}^{\theta} C(\theta) d\theta\right) dx\right]}{\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)_{x=0}}. \qquad (3.43 b)$$

Значения производных и интегральных сумм в формулах (3.43а – 3.43б) находили численным путем по результатам расчета температурных полей $9(x,\tau)$ в процессе прогрева формы - для разных значений τ . Для

сопоставления с аналитическим решением (3.40) при численном расчете задавали температурные функции C(9) и $\lambda(9)$ виде полиномов (3.34).

На рис. 3.1 представлены результаты вычисления интегральноэффективных теплофизических характеристик формы. Как видно, в процессе прогрева формы значения всех интегральных характеристик остаются практически неизменными, т.е. являются *автомодельными* относительно нелинейного изменения локально-эффективных теплофизических свойств



смеси. Их абсолютная величина зависит от температуры \mathscr{P}_n на границе металл-форма и увеличивается с повышением температуры в связи с увеличением теплоемкости $C(\mathscr{P})$ и теплопроводности $\lambda(\mathscr{P})$ в согласии с формулами (3.34). Отклонение значений $C_{\mathfrak{sp}}$ и $\lambda_{\mathfrak{sp}}$, полученных при численном расчете (3.43), от аналитических результатов (3.40) при использовании n=1,75, находится в пределах 5-8 % и связано с приближенным описанием расчетного распределения температур уравнением параболы n-ой степени (3.10) вместо строгого решения (3.42).

Второй важный результат, содержащийся в формулах (3.40), состоит в том, что значение $\lambda_{s\phi}$, определяемое согласно формулам (3.35)-(3.40), идентично $\lambda(g_n)$, т.е. интегрально-эффективное значение совпадает с локально-эффективным при температуре поверхности формы, в то время как $C_{s\phi}$ меньше $C(g_n)$ в связи с тем, что $\frac{n+1}{4n+2} < 1$ и $\frac{n+1}{9n+3} < 1$, что учитывает влияние внутренних слоев формы, имеющих более низкую температуру $(g < g_n)$. Таким образом, значения $a_{s\phi}$ и $b_{s\phi}$ являются комбинацией локальноэффективного $\lambda(g_n)$ и интегрально-эффективного $C_{s\phi}$.

Причины этого заключаются в использовании соотношения (3.37), вводящего в рассмотрение *граничное* локально-эффективное значение $\lambda(g_n)$, наследуемое во всех последующих выражениях (3.38)-(3.40). В отличие от $\lambda_{3\phi}$ значение $C_{3\phi}$ определено интегральной суммой теплосодержаний всех слоев формы с различной температурой.

Аналогичное замечание относится к формулам (3.20) - (3.22), которые также получены на основе локального соотношения (3.37), необходимого для вычисления X_3 , и, таким образом, опубликованные в [3.4, 3.9] значения $\lambda_{3\phi}$ отвечают локально-эффективным характеристикам исследованных смесей. При использовании для вычисления X_3 формулы (3.23) получаемый результат определения эффективных теплофизических характеристик будет

и качественно и количественно иным, на что указывает различный характер температурной зависимости $\lambda_{2\phi}$, полученной в работах [3.13-3.14] и [3.4, 3.9].

На рис. 3.2 сопоставлены результаты применения двоякого подхода при определении интегрально-эффективных характеристик смеси по известным значениям локально-эффективных C(g) и $\lambda(g)$, используемым для численного расчета прогрева формы при $g_n = const$. По первой методике, по аналогии с [3.13-3.14], расчетные значения температуры применяли для оценки $C_{s\phi}$ и $\lambda_{s\phi}$ по формулам (3.43). По второй методике использовали соотношения (3.40). Как видно из графика (рис. 3.2), интегральноэффективные значения $C_{s\phi}$ (пунктир и точки) по обоим методам хорошо согласуется друг с другом, в то время как значения $\lambda_{s\phi}$ существенно найденные по формулам (3.40) значения $\lambda_{s\phi}$ (точки) совпадают с локальноэффективными значениями $\lambda(g)$.

В заключение важно отметить, что соотношения (3.40) могут быть использованы для решения важной обратной задачи - определения локально-эффективных характеристик смеси C(9) и $\lambda(9)$ по экспериментально установленным методом заливки значениям $C_{3\phi}$ и $\lambda_{3\phi}$, т.к. сопоставление формул (3.40) и (3.34) позволяет установить прямое соответствие между ними [3.15]. Если экспериментальные данные аппроксимированы параболическими зависимостями

$$C_{\mathfrak{g}}(\mathfrak{g}) = C_{\mathfrak{g}}^{\mathfrak{g}} \left(\mathbf{1} + a_1 \mathfrak{g} + a_2 \mathfrak{g}^2 \right); \ \lambda_{\mathfrak{g}}(\mathfrak{g}) = \lambda_{\mathfrak{g}}^{\mathfrak{g}} \left(\mathbf{1} + b_1 \mathfrak{g} + b_2 \mathfrak{g}^2 + b_3 \mathfrak{g}^3 \right), \ (3.44)$$

тогда становятся очевидными взаимные соответствия:

$$C_{0}^{3} = C_{0}; \ \lambda_{0}^{3} = \lambda_{0}; \ \alpha_{1} \frac{n+1}{4n+2} = a_{1}; \ \alpha_{2} \frac{n+1}{9n+3} = a_{2}; \ \beta_{1} = b_{1}; \ \beta_{2} = b_{2}, \ \beta_{3} = b_{3}, (3.45)$$

которые используются для вычисления искомых значений $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \lambda_0$ и C_0 . Таким образом, располагая экспериментальными значениями теплофизических характеристик формы и описывая их параболическими зависимостями, можно получить адекватное представление локальноэффективных свойств, необходимых для численного моделирования тепловых процессов. При этом соблюдается ранее сформулированный соответствия методики решения прямой (определение принцип интегрально-эффективных свойств) и обратной (вычисление локальноэффективных характеристик) задач.

Следует также отметить, что использование методики [3.13-3.14] для экспериментального определения теплофизических свойств формы на основе соотношений (3.27)-(3.29) не позволяет аналитически решить задачу расчета локально-эффективных характеристик вследствие ее неявного вида, в связи с чем требует применения оптимизационной процедуры, представленной в следующем разделе.

1.3.5. Определение локально-эффективных значений теплофизических характеристик формовочных материалов на основе статистического анализа результатов численного моделирования

Рассматриваемый метод основан на сочетании эксперимента по заливке литейной формы с определением искомых температурно-зависимых характеристик формы на основе применения методологии решения обратных задач [3.16] . Излагаемый метод определения локальноэффективных значений теплофизических характеристик формовочных материалов включает три последовательных и взаимосвязанных этапа:

на первом этапе проводят эксперимент по заливке сплава с известными теплофизическими свойствами в испытуемую форму и регистрируют (методом термического анализа) значения температуры в контрольных точках, располагающихся в форме и отливке;
■ на втором этапе выполняют численное моделирование процесса прогрева формы и затвердевания отливки для условий, соответствующих условиям проведения эксперимента, по всем параметрам (геометрическим, размерным и теплофизическим), за исключением теплофизических характеристик формы, которые пока не известны и в серии численных экспериментов их варьируют по определенному плану, с регистрацией расчетных значений температуры в контрольных точках, отвечающих координатам расположения горячих спаев термопар при проведении экспериментов;

■ на *третьем этапе* решают задачу поиска таких оптимальных значений теплофизических характеристик формы, которые минимизируют среднеквадратичное отклонение расчетных значений температуры в контрольных точках от экспериментальных значений по выбранной совокупности данных (по времени проведения измерений и количеству термопар).

Первый Рассматриваемый метод базируется этап. на экспериментальных данных термического анализа о прогреве литейной формы при заливке металла, поскольку именно в этом случае реализуются условия теплообмена, характерные для совместного протекания кондукции, конвекции и излучения в дисперсном материале формы при специфических граничных условиях, отличающих тепловое взаимодействие затвердевающего металла с формой определенной плотности, влажности, зернового и минералогического состава. Получаемые экспериментальные значения температур $t^{s}(x,\tau)$ являются функцией локальных значений температурно-зависимых объемной теплоемкости $C_{\phi}(g)$ и теплопроводности *А*_м(9) материала. Для определенности примем, учитывая известные данные [3.4, 3.14, 3.17] о влиянии температуры на C_{ϕ} и λ_{ϕ} , что соответствующие функции имеют вид полиномов

$$C_{\phi}(\vartheta) = C_{\theta} (I + k_1 \vartheta + k_{11} \vartheta^2);$$

$$\lambda_{\phi}(\vartheta) = \lambda_{\theta} (I + k_2 \vartheta + k_{22} \vartheta^2 + k_{222} \vartheta^3),$$
(3.46)

где C_0, λ_0 - значения C_{ϕ} и λ_{ϕ} при $\vartheta = 0$, т.е. при начальной температуре формы t_n ; $\vartheta = t - t_n$; коэффициенты $k_1, k_{11}, \dots, k_{222}$ - коэффициенты регрессии, находимые в результате статистического анализа массива опытных данных в сравнении с результатами компьютерного моделирования условий



26

$(x_1, x_2, ...)$ формы по результатам эксперимента t^3 с данными численного моделирования t^p при варьировании значений теплоемкости ($C \pm \Delta C$) и теплороводности ($\lambda \pm \Delta \lambda$) материала формы

проведения эксперимента (рис. 3.3). В общем случае целесообразно установить в форме несколько термопар (в *контрольных* точках с

координатами $x = x_{1\phi}, x_{2\phi}, ..., x_{n\phi}$), а также для контроля условий затвердевания отливки иметь одну или несколько термопар в металле ($x = x_{1M}, x_{2M}, ..., x_{nM}$) с регистрацией их показаний в различные моменты времени ($\tau = \tau_1, \tau_2, ..., \tau_k$), так что итоговая таблица экспериментальных данных (табл. 3.1) будет содержать большое количество показаний.

Таблица 3.1

Время с	Показания термопар в контрольных точках $t^{3}(x, \tau)$									
заливки		Mer	галл		Форма					
формы, с	<i>x</i> _{1M}	<i>x</i> _{2<i>M</i>}	• • •	x_{nM}	$x_{1\Phi}$	<i>x</i> ₂₀	• • •	$x_{n\Phi}$		
$ au_1$	t_{11M}	<i>t</i> _{21<i>M</i>}	• • •	t_{n1M}	$t_{11\Phi}$	$t_{21\Phi}$	• • •	$t_{n1\Phi}$		
• • •	•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••	•••		
${oldsymbol au}_k$	t_{1kM}	t_{2kM}	•••	t_{nkM}	$t_{1k\Phi}$	$t_{2k\Phi}$	•••	$t_{nk\Phi}$		

Таблица результатов термического анализа

Второй этап. Для решения поставленной задачи - отыскания значений теплофизических характеристик C_{ϕ} и λ_{ϕ} материала формы - необходимо определить значения неизвестных коэффициентов в уравнениях (3.46). В описываемом методе для этого использовано численное моделирование тепловых процессов при прогреве формы и затвердевании отливки [3.17] в С условиях проведения эксперимента. этой целью необходимо В компьютерной модели достаточно точно воспроизвести геометрию и размеры заливаемого образца, а также конфигурацию формы, аккуратно измерить координаты устанавливаемых термопар при их монтаже, а при моделировании - регистрировать расчетные значения температур $t^{p}(x,\tau)$ в соответствующих - контрольных - точках. Для численного расчета температуры в металле необходимо с достаточной точностью задать теплофизические свойства заливаемого металла (критические температуры ликвидуса и солидуса, объемную теплоемкость и теплопроводность в

жидком и твердом состоянии, теплоту кристаллизации, зависимость количества твердой фазы от температуры).

Наиболее целесообразно определить большинство из перечисленных характеристик методом термодинамического моделирования [3.18] сплавов, задавая содержание компонентов по данным химического анализа ковшевой пробы залитого металла. Значение теплопроводности твердого металла λ_T берут на основе подходящих справочных данных [3.19-3.20], а для жидкого металла λ_{x} принимают значение, учитывающее влияние конвекции расплава в полости формы $\lambda_{\mathcal{K}} = \varepsilon_{\kappa} \lambda_{T}$, где коэффициент конвекции ε_{κ} необходимо принять не менее $\varepsilon_{\kappa} = 6-8$, учитывая, что для спокойного металла $\lambda_{\kappa} \simeq \frac{\lambda_T}{2}$. Для условий неметаллической формы с относительно малой интенсивностью теплоотвода вынужденная погрешность задания λ_{x} не имеет существенного значения. При проведении опыта надо зафиксировать значения температуры заливки и начальной температуры формы, а по результатам термического анализа, возможно, откорректировать предполагаемые (расчетные) значения температур ликвидуса и солидуса. Для устранения возможных погрешностей задания коэффициентов теплоотдачи с открытых поверхностей отливки и с наружной поверхности формы в окружающую среду целесообразно использовать закрытую форму (и закрытые прибыли), а также иметь достаточную толщину формовочной смеси, чтобы за время проведения измерений избежать существенного прогрева наружных слоев формы.

Значения теплофизических свойств формы (C_{ϕ} и λ_{ϕ}), которые необходимо указать в наборе исходных данных при моделировании условий проведения эксперимента, являются неизвестными - искомыми величинами. Поэтому предусматривают проведение серии численных расчетов, в которых эти характеристики варьируют путем целенаправленного изменения величины коэффициентов уравнений (3.46), чтобы получить серию значений C_{ϕ} и λ_{ϕ} в пределах, отвечающих вероятному интервалу изменения искомых величин $C_{\phi}(t)$ и $\lambda_{\phi}(t)$. Для организации оптимальной по количеству экспериментов (минимальному) и рациональной по расположению расчетных точек в пространстве факторов (C_0, k_1, \dots, k_{222}), исключающему их взаимную закоррелированность, целесообразно использовать методику ортогонального планирования экспериментов [3.22]. При этом выбирают для каждого из факторов Z два уровня - верхний (Z_{max}) и нижний (Z_{min}) с тем, чтобы в каждом численном эксперименте любой фактор принимал только наибольшее или наименьшее значение, выражаемое в условном масштабе относительным числом

$$z = \frac{Z - Z_o}{\Delta Z}$$

равным (+1) или (-1). Здесь $Z_{\theta} = \frac{Z_{max} + Z_{min}}{2}$ - нулевой уровень фактора Z; $\Delta Z = \frac{Z_{max} - Z_{min}}{2}$ - интервал варьирования фактора. Обычно выбирают значение интервала варьирования *Д* в пределах 10-20 % от нулевого уровня Z_a фактора. Экономная серия экспериментов для *k* факторов на двух уровнях ($z = \pm 1$) насчитывает $N = 2^{k-p}$ расчетов, где *p* - показатель дробности (p < k), что позволяет существенно сократить объем расчетов (N)по сравнению с наиболее полной серией (полный фактический эксперимент при $N=2^{k}$), когда включают все возможные комбинации *k* факторов. В качестве примера в табл. 3.2-3.3 приведены матрицы планирования из 8 (p=4) и 16 (p=3) экспериментов при k=7 факторов, где знаки (+) и (-) условно значения или Z = -1. Правила ортогонального отличают Z = +1планирования и примеры построения матриц при различных k И *р* приведены в руководствах по построению статистических моделей [3.21]. После построения матрицы планирования численных экспериментов (табл. 3.2-3.3 или аналогичные, где факторам $Z_1, Z_2, ..., Z_k$ соответствуют искомые коэффициенты регрессии $C_0, k_1, ..., k_{222}$ и т.д.) проводят с помощью программы

численного моделирования тепловых процессов серию из *N* расчетов, в которых изменяют значения факторов (исходные значения коэффициентов регрессии в уравнениях 3.46) в соответствии с выбранным планом

Матрица планирования $N = 2^{7-4} = 8$ численных экспериментов

			4	Результаты опытов						
Опыты				y(x)						
	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	Z_5	Z ₆	Z ₇	x_1	x_2	x_3
1	+	+	+	+	+	+	+	y ₁₁	<i>y</i> ₁₂	
2	+	—	—	—	-	+	+	y ₂₁	y ₂₂	
3	_	+	_	_	+	_	+	y 31	y ₃₂	
4	_	_	+	+	_	_	+	y41	<i>y</i> ₄₂	
5	+	+	_	+	_	_	_	y 51	y ₅₂	
6	+	_	+	_	+	_	_	y 61	y ₆₂	
7	_	+	+	_	+	+	_	y 71	y ₇₂	
8	_	_	_	+	-	+	_	y 81	y ₈₂	
Примечание: использованы генерирующие соотношения $Z_4 = Z_1 Z_2$; $Z_5 = Z_1 Z_3$; $Z_6 = Z_2 Z_3$; $Z_7 = Z_1 Z_2 Z_3$.										

для 7 факторов (k = 7) при p = 4.

(табл. 3.2-3.3) и используют их для моделирования, вычисляя по формулам (3.46) значения C_{ϕ} и λ_{ϕ} .

В результате моделирования прогрева формы и затвердевания отливки получают расчетные значения температуры $t^{p}(x,\tau)$ в контрольных точках, которые фигурируют в табл. 3.2 и 3.3 как результаты опытов *y*). Сводка полученных данных формирует таблицу результатов моделирования (табл. 3.4), полностью аналогичную табл. 3.1.

<u>Заключительный (третий) этап</u> состоит в решении оптимизационной задачи минимизации среднеквадратичного отклонения расчетных значений температуры $t^{p}(x,\tau)$ от экспериментальных $t^{s}(x,\tau)$

$$\boldsymbol{\Phi}(\boldsymbol{Z}) = \sum_{i=1}^{n} \left[t_i^p(\boldsymbol{x}, \tau) - t_i^{\beta}(\boldsymbol{x}, \tau) \right]^2 \to \min \,, \qquad (3.47)$$

Матрица планирования $N = 2^{7-3} = 16$ численных экспериментов

			4	Результаты опытов							
Опыты									y(x)		
	Z_1	Z_2	Z_3	Z ₄	Z_5	Z ₆	Z_7	<i>x</i> ₁	x_2	<i>x</i> ₃	
1	+	+	+	+	+	+	+	y 11	<i>y</i> ₁₂	• • •	
2	+	_	+	+	—	_	_	y ₂₁	y ₂₂	•••	
3	_	+	+	+	_	+	_	y 31	y ₃₂	•••	
4	_	_	+	+	+	_	+	<i>Y</i> 41	<i>y</i> ₄₂	•••	
5	+	+	_	+	+	_	_	y 51	•••	• • •	
6	+	—	—	+	—	+	+	y 61	•••	•••	
7	—	+	—	+	—	_	+	y 71	•••	•••	
8	_	_	_	+	+	+	_	y 81	•••	•••	
9	+	+	+	_	+	+	+	y 91	•••	•••	
10	+	_	+	_	—	_	_	y 101		•••	
11	—	+	+	—	—	+	_	y 111		•••	
12	_	_	+	_	+	_	+	y121			
13	+	+	_	_	+	_	_	y 131		• • •	
14	+	_	—	_	—	+	_	<i>y</i> 141		•••	
15	_	+	—	—	—	—	+	y 151		•••	
16	_	_	_	_	+	+	+	Y 161			
Примечание: использованы генерирующие соотношения $Z_5 = Z_1 Z_2$; $Z_6 = Z_2 Z_3$; $Z_7 = ; Z_1 Z_2 Z_3$.											

для 7 факторов (
$$k = 7$$
) при $p = 3$

Таблица 4.

Время с момента заливки формы, с	Расчетные значения температур в контрольных точках $t^{p}(x, \tau)$									
		Mer	галл		Форма					
	x_{1M}	<i>x</i> _{2<i>M</i>}	•••	x_{nM}	$x_{1\Phi}$	$x_{2\Phi}$	•••	$x_{n\Phi}$		
$ au_1$	t_{11M}	t_{21M}		t_{n1M}	$t_{11\Phi}$	$t_{21\Phi}$		$t_{n1\Phi}$		
$ au_k$	t_{1kM}	t_{2kM}	•••	t_{nkM}	$t_{1k\Phi}$	$t_{2k\Phi}$	•••	$t_{nk\Phi}$		

Таблица результатов численного моделирования

в результате чего определяют оптимальные значения коэффициентов регрессии для моделей (3.46), что и составляет искомое решение задачи определения локально-эффективных значений теплофизических характеристик материала формы.

Методы решения задачи (3.47) могут быть различными [3.17, 3.22], однако, они предполагают квалифицированную обработку большого массива использованием современных математических данных С средств И компьютерных технологий. Результатом решения является набор значений коэффициентов уравнений (3.46), что позволяет сделать завершающий шаг – провести контрольное решение задачи ПО моделированию условий эксперимента, используя наилучшее приближение выполненного ДЛЯ температурно-зависимых характеристик $C_{\phi}(\vartheta)$ и $\lambda_{\phi}(\vartheta)$, и сопоставить полученные значения температур В конкретных точках С экспериментальными для оценки точности полученного решения. На рис. 3.4. сопоставлены результаты измерений температур при заливке сталью специальной пробы массой 45 кг в сопоставлении с данными численного моделирования, свидетельствующие об удовлетворительной точности определения теплофизических характеристик, при которых погрешность

вычисления температур в интервале значений от 20 до 1200° С не превышала 30 градусов.



при среднем размере зерен 1.3 (1-3) и 0.43 мм [3.22]

В заключение следует сказать, что описанный метод обладает тем важным преимуществом, что может быть использован при малом числе контрольных точек, в том числе – как исключение - при установке всего одной контрольной точки (термопары), при этом ее расположение в форме может быть произвольным, важно лишь точно зафиксировать ее координаты металл-форма. относительно границы раздела Второе несомненное преимущество метода - отсутствие ограничений, налагаемых на форму и размеры заливаемого образца. В связи с этим метод может быть успешно применен не только в лабораторных условиях, но и непосредственно в производстве, при заливке штатных фасонных отливок, что позволяет теплофизических произвести определение характеристик формы В естественном состоянии уплотнения, зернового и минералогического состава, влажности смесей и т.д. Последнее обстоятельство придает получаемым результатам особый интерес и значимость, поскольку дает в руки технолога удобный метод дополнительного контроля стабильности тепловых характеристик смеси и условий теплообмена, определяющих характер затвердевания отливки и многих ее дефектов. Наконец, весьма существенно, В числе контрольных точек могут отсутствовать ЧТО термопары, устанавливаемые в отливке, в связи со сложностью подобных измерений высокотемпературных В расплавах И нежелательностью установки термопар в штатных (цеховых) отливках (исключение составляют измерения в теле прибыли, вне области расположения усадочных пустот).

Активное использование компьютерных технологий на всех этапах реализации представленной методики (компьютерная регистрация экспериментальных термических кривых, автоматизированная генерация матрицы численных экспериментов с регистрацией получаемых путем моделирования расчетных температур в контрольных точках, формирование системы решаемых уравнений, организация набора исходных данных для оптимизационного расчета и его реализация, проведение контрольного

численного расчета, его визуализация и статистическая оценка) позволяет эффективно, экономно и с необходимой точностью решить задачу скрупулезной обработки огромного массива результатов эксперимента и моделирующего его численного массива, сама постановка которой ранее была нереальной.

3.6. Определение эффективных теплофизических характеристик формовочных материалов на основе структурных моделей

Для определения теплопроводности дисперсных систем, состоящих их связных или несвязных частиц, разделенных воздушными порами, многими исследователями предпринимались попытки построения структурных моделей (формул), отражающих влияние параметров структуры (форма и размеры зерен, система связей между зернами, изолированное или непрерывное расположение и размеры воздушных пор и т.д.) на перенос тепла кондукцией, конвекцией и излучением [3.3, 3.5, 3.24].

В наиболее ранних работах [3.24] дисперсную среду рассматривали как систему из твердых частиц (зерен), в которой газ (воздух) образует непрерывную среду. При нагреве в промежутках между зернами происходит преимущественно лучистый перенос тепла, суммирующийся с теплопередачей в твердом скелете путем кондукции. Эффективную теплопроводность $\lambda_{s\phi}$ агрегата описывает соотношение [3.5]

$$\frac{\lambda_{s\phi}}{\lambda_{T}} = \frac{\lambda_{II}}{\lambda_{T}} \frac{\frac{\lambda_{T}}{\lambda_{II}\beta} + 1 - \beta}{\frac{\lambda_{T}}{\lambda_{II}} (\beta - 1 + P)} + (2 - \beta - P), \qquad (3.48)$$

где *P* – относительный объем пор; $\beta = (I - P)^{2/3}$; λ_T, λ_{II} - теплопроводность твердого скелета и суммарная теплопроводность пор; $\lambda_{II} = \lambda_{I} + \lambda_{I}$; λ_{I} - теплопроводность спокойного воздуха; λ_{II} - эквивалентная теплопроводность межзернового излучения в порах:

$$\lambda_{n} = \alpha X T^{3}; \qquad (3.49)$$

X - характерный размер межзернового промежутка; *T* - абсолютная температура воздуха, заполняющего поры, *α* - коэффициент излучения.

В формуле (3.48) не учитывается наличие и роль связующего в смеси, результаты расчета в силу малости отношения $\frac{\lambda_n}{\lambda_r}$ практически не зависят от теплопроводности твердого скелета. Исследования [3.3, 3.25] подтверждают, что теплопроводность смеси в области температур выше 500° С действительно увеличивается пропорционально третьей степени температуры, что согласуется с формулой (3.49), однако, существенно зависит от материала зерновой основы и количества связующего (рис. 3.5).

Современные изыскания обобщенных структурных формул аналогичного характера приводят к аналитическим расчетным выражениям для вычисления эффективной теплопроводности смеси типа [3.25]:

$$\lambda_{s\phi} = \tilde{\lambda}_T + \tilde{\lambda}_{s\sigma},$$

где $\tilde{\lambda}_{T}, \tilde{\lambda}_{n}$ - суммарная проводимость скелета путем кондукции и лучеиспускания;

$$\begin{split} \tilde{\lambda}_{T} &= p\lambda_{\Gamma} + \left[\frac{2}{3(1-p)\lambda_{T}} + \frac{1}{3\delta K_{T} + (1-p-\delta)\lambda_{T}\psi}\right]^{-1}; \quad (3.50)\\ \delta &= 0,293 \, p^{-1,25} W^{-0,0106} \left(\frac{\lambda_{T}}{\lambda_{\Gamma}}\right)^{-0,285} D_{p}^{-0,234}\\ \psi^{-1} &= 0,937 \, p^{1,32} \left(\frac{\lambda_{T}}{\lambda_{\Gamma}}\right)^{-0,284}; \end{split}$$

здесь *p* - объемная пористость; *W* - объемная доля связующего; *D_p* - диаметр зерен. Значение $\tilde{\lambda}_n$ описано полиномом четвертой степени [3.25], коэффициенты которого зависят от состава смеси на основе кварцевого песка.

На рис. 3.6 представлены результаты расчета по формулам (3.50), которые для различных смесей при температурах ниже 873 К дают в сопоставлении с экспериментальными данными погрешность менее 10 %. Как видно из рис. 3.6, при температуре около 1750 К (~ 1500° С) излучение и кондукция



дают приблизительно равный вклад в общую теплопроводность смеси, которая зависит от размеров зерен и пористости. Минимум на кривых $\lambda_{s\phi}$ при 500° С связан с понижением теплопроводности кварца λ_T с повышением температуры при T<750 К, когда решающую роль играет кондукция, а также с интенсивным ростом $\tilde{\lambda}_n$ в области высоких температур.

Использование компьютерных технологий позволяет сформировать и практически использовать сложные структурные модели, отражающие особенности строения и переноса тепла в дисперсных системах, к которым относятся не только уплотненные многокомпонентные формовочные смеси (со связующим), но и различные зернистые засыпки неуплотненных и несвязанных материалов, претерпевающие в процессе нагрева различные превращения (испарение влаги, деструкция связующего и т.д.) [3.26].

Для сыпучих зернистых материалов в полиструктурной модели, разработанной Г.Н.Дульневым [3.27], рассматривается система (рис. 3.7), представленную каркасом с относительно плотной укладкой постоянно контактирующих зерен (структура первого порядка), разделенных не только межзерновыми промежутками (пористость первого порядка), но и пространственной сетью более крупных пустот, пронизывающих каркас (структура и пористость второго порядка).

На основе анализа систем с плотной упаковкой сферических зерен установлено, что структуру первого порядка характеризует предельная пористость $p_{\kappa} \approx 0,40$, а при общей пористости $p > p_{\kappa}$ система обладает пористостью p_2 структуры второго порядка [3.27]:

$$p_2 = \frac{p - p_{\kappa}}{1 - p_{\kappa}}$$

Главным элементом структуры смеси является зерновая основа, характеризуемая распределением размеров зерен *d_i* или средним диаметром *d₃*. При наличии связующего в смеси важными структурными элементами являются



 X_{cs} =4% (δ_0 =1,14·10⁻³мм), для 4 – X_{cs} =10% (δ_0 =2,98·10⁻³мм)

Данные эксперимента приводятся по [2.4]

толщина слоя оболочки δ_{cs} , окружающей зерно, в зависимости от среднего размера зерен r_{s} и количества (массовой доли) связующего p_{cs} :

$$\frac{\delta_{c_6}}{r_3} = \sqrt[3]{1 + \frac{\rho_3 p_{c_6}}{\rho_{c_6} (1 - p_{c_6})}} - 1,$$

где ρ_{3}, ρ_{cs} - плотность материала зерновой основы и связующего. В уплотненном состоянии важным структурным параметром является относительная деформация слоя связующего, приводящая к уменьшению толщины контактного слоя до значения $\delta_{\kappa} = \beta \delta_{cs}$, и площадь контакта между зернами $\frac{S_{\kappa}}{S_{3}} = \frac{(1-\beta)}{2} \frac{\delta_{cs}}{r_{3}}$, где S_{3} - площадь поверхности зерна.

Эквивалентная теплопроводность $\lambda_{,}$ элементарной цилиндрической ячейки в масштабе отдельного зерна наружного радиуса r_1 (рис. 3.8,a) с осредненными геометрическими параметрами выделенной в материале изотермическими поверхностями АВ и СД, а также адиабатическими поверхностями АС и ВД, определяется суммарным термическим R ее отдельных участков $R_1...R_6$. Тепловой поток, сопротивлением входящий в ячейку через контактную площадку, преодолевает термическое сопротивление прослойки связующего R_1 , а затем – осевой части зерна R_2 . Параллельно с этим входящий тепловой поток встречает сопротивление воздушного зазора R_3 , а затем – параллельно расположенных участков зерна R_4 и связующего R_5 . Дополнительно происходит теплопередача в сквозных воздушных порах (*R*₆). С учетом принятой схемы соединения термических сопротивлений (рис. 3.8,б) расчетное выражение ДЛЯ определения эффективной теплопроводности ячейки примет вид:

$$\lambda = \frac{(r_{3} + \delta_{c_{6}})\beta}{\pi r_{1}^{2}R} = \frac{\beta(r_{3} + \delta_{c_{6}})}{\pi r_{1}^{2}} \left[\frac{1}{R_{1} + R_{2}} + \frac{1}{R_{3} + R_{45}} + \frac{1}{R_{6}} \right], \quad (3.51)$$

где $R_{45} = \frac{R_4 R_5}{R_4 + R_5}$. Значения термических сопротивлений $R_1 \dots R_6$ зависят от конфигурации, размеров и характера среды, в которой распространяется тепло, в том числе путем конвекции и лучеиспускания. Для оценки лучистого потока используется уравнение типа (3.49), конвективный теплообмен описывает соотношение [3.27]

$$\lambda_{\kappa e} = \lambda_{\Gamma} \frac{Pe}{K_s}, \ Pe = \frac{WC_{\Gamma}}{\lambda_{\Gamma}} x_F , \qquad (3.52)$$

где *W* - линейная скорость газового потока; C_{Γ} , λ_{Γ} - объемная теплоемкость и теплопроводность газа; K_s , x_F - коэффициенты, определяемые размером и формой частиц (зерен).

Эффективную объемную теплоемкость смеси и ее изменение с температурой определяет аддитивное соотношение:

$$C = C_{s} (1 - p - p_{cs}) + C_{cs} p_{cs} + C_{\Gamma} p, \qquad (3.53)$$

где $C_{3}, C_{cs}, C_{\Gamma}$ - объемная теплоемкость зерновой основы, связующего и газа (воздуха).

Значения локально-эффективных теплопроводности λ и теплоемкости С, находимые по формулам (3.51) и (3.53), зависят от температуры в рассматриваемом участке формы вследствие того, что с изменением температуры изменяются значения теплоемкости и теплопроводности компонентов смеси и интенсивность переноса тепла по различным механизмам, поэтому необходимо рассматривать величины λ и С как локальные, а точнее – локально-эффективные, что было отмечено ранее, с неравномерного прогрева учетом различных участков формы. Дополнительным фактором, приводящим неоднородности К теплофизических характеристик в объеме формы, является протекание в процессе нагрева смеси различных явлений, связанных с фазовыми превращениями (при дополнительном выделении и/или поглощении тепла, например, испарения и конденсации влаги, деструкции термически нестойких компонентов и т.д.) и переносом газообразных и конденсированных продуктов этих превращений – водяного пара, пироуглерода и т.д.

На рис. 3.9 представлены зависимости локально-эффективной теплопроводности уплотненных песчано-глинистых смесей от температуры и содержания связующего при различном уплотнении и размере зерен кварца. В согласии с данными, полученными в работах [3.3, 3.4, 3.9], локально-эффективная теплопроводность λ кварцевых смесей несколько снижается при нагреве до 500° С вследствие, как отмечено выше, уменьшения теплопроводности кварца, а затем резко повышается (в 3-4 раза) в результате интенсивного переноса тепла излучением в межзерновых промежутках при нагреве до 1500° С. Толщина пленки связующего δ_{κ} и площадь межзернового контакта S_{κ} , зависящие от размера зерен d_3 и количества связующего p_{ce} , определяют термическое сопротивление зоны изменяется контакта, вследствие чего локально-эффективная теплопроводность. Уплотнение смеси также оказывает влияние на δ_{κ} и S_{κ} , однако, решающая роль принадлежит площади контакта зерен, в то время как теплопроводность связующего и толщина его слоя δ_{κ} не сказываются существенно на переносе тепла, вследствие чего повышение количества глины (аналогичные данные экспериментов приведены в [3.4, 3.9-3.10]) дает увеличение теплопроводности смеси λ на 20-30 % в результате расширения площади межзерновых контактов.

Интегрально-эффективные характеристики смеси, определяемые в условиях постоянной температуры поверхности ($\mathscr{G}_n = const$), вычисляли на основе результатов численного решения задачи прогрева полуограниченной формы (3.41). Температурные функции $C(\mathscr{G})$ и $\lambda(\mathscr{G})$ вычисляли на основе формул (3.51) и (3.53) для локально-эффективных характеристик. Расчетные значения температуры в форме $\mathscr{G}(x,\tau)$ использовали для независимого

нахождения интегрально-эффективных значений различных теплофизических характеристик на основе формул (3.43) и аналитических решений (3.6) и (3.7):

$$C_{s\phi} = \frac{Q(\tau)}{\int_{0}^{\infty} \mathcal{G}dx};$$
(3.54)

$$\boldsymbol{b}_{\boldsymbol{y}\boldsymbol{\phi}} = \frac{\sqrt{\pi} \mathcal{Q}(\boldsymbol{\tau})}{2 \mathcal{G}_n \sqrt{\boldsymbol{\tau}}}; \qquad (3.55)$$

$$a_{s\phi} = \frac{\vartheta_n^2}{\pi \tau \left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right)_{x=0}};$$
(3.56)

$$\lambda_{s\phi} = \frac{\left(\frac{dQ}{d\tau}\right)}{\left(\frac{\partial \vartheta}{\partial x}\right)_{x=0}},$$
(3.57)

где $Q = \int_{0}^{\infty} \int_{0}^{9(x)} C(9) d9 dx$ - количество поглощенного формой тепла. Значения соответствующих интегралов и производных в соотношениях (3.54)-(3.57) находили численным путем по формулам повышенной точности [3.28].

Наиболее важным результатом применения формул (3.54) – (3.57) является подтверждение ранее отмеченного при аналитическом решении (разд. 3.4) явления автомодельности температурного поля относительно изменения локально-эффективных характеристик в неравномерно прогретой форме, что проявляется в стационарности расчетных значений всех интегрально-эффективных характеристик в нестационарных условиях прогрева формы (рис. 3.10).

Характер температурной зависимости интегрально-эффективных характеристик смеси, как было отмечено ранее, зависит от применяемой системы их вычисления. Использование соотношений (3.54) – (3.55), базирующихся на интегральном осреднении характеристик в объеме смеси, позволяет по ним определить значение $\lambda_{s\phi}^* = \frac{b_{s\phi}^2}{C_{s\phi}}$, которое относительно

мало изменяется с температурой, поскольку интегрально учитывает теплопроводность различных слоев формы, различающуюся по глубине прогретого участка

в 3-4 раза (рис. 3.11,а). При использовании соотношений (3.56) - (3.57),





базирующихся на определении теплового потока у поверхности раздела металл-форма, определяемое значение $\lambda_{s\phi}$ является не интегральноэффективным, а локально-эффективным, поскольку отвечает значению теплопроводности поверхностного слоя формы $\lambda(g_n)$, вследствие чего совпадает по характеру температурной зависимости и величине (рис. 3.3, 3.11) с результатами экспериментов [3.3-3.4] и обнаруживает сильную зависимость от температуры.

Таким образом, в полном согласии с результатами анализа, полученными при аналитическом решении задачи, данные численного теплофизических характеристик расчета эффективных смесей дают дополнительное подтверждение вывода о том, что при проведении тепловых расчетов (как аналитических, так и численных) вследствие надежно интегрально-эффективных установленной автомодельности теплофизических свойств литейной формы относительно нелинейного изменения структурно- и температурно-зависимых локально-эффективных интегрально-эффективных характеристик возможно использованиие характеристик при условии адекватного определения их значений.

Литература к разделу 1.3.

3.1. Баландин Г.Ф. Теория формирования отливки. Основы тепловой теории.
Затвердевание и охлаждение отливки. – М., МГТУ им. Н.Э.Баумана, 1998.
3.2. Голод В.М., Корнюшкин О.А. Теория литейной формы. Механика и теплофизика. – С.-Петербург, СПбГТУ, 2001.

3.3. Хворинов Н.И. Затвердевание отливок. – М., ИЛ, 1955.

 3.4. Вейник А.И. Термодинамика литейной формы. – М., Машиностроение, 1968.

3.5. Раддл Р.У. Затвердевание отливок. – М., Машгиз, 1960.

3.6. Зальцман Э.С. и др. Определение возможности использования постоянных теплофизических параметров при расчете охлаждения отливки в песчаной форме. - Литейное производство, 1975, №4.

3.7. Анастасиади Г.П., Голод В.М. Автомодельность температурного поля песчаной формы . - Сб. Тепловые процессы в отливках и формах. - М., Наука, 1972.

3.8. Гиршович Н.Г., Нехендзи Ю.А. Затвердевание отливок. - Сб. Затвердевание металлов. - М., Машгиз, 1958.

3.9. Анисович Г.А., Жмакин Н.П. Охлаждение отливки в комбинированной среде. - М, Машиностроение, 1969.

2.10. Анисович Г.А. Затвердевание отливок. - Минск, Наука и техника. 1979.

3.11. Тепло- и массообмен. Теплотехнический эксперимент. Справочник. - М., Энергоиздат, 1982.

3.12. Билык В.Я. К методике термографических определений коэффициента теплоаккумуляции песчаной формы. - Сб. Исследование литейных процессов и сплавов. Труды ЛПИ, № 319. - М, Металлургия, 1971.

3.13. Kubo K. Et al. Measurement of thermal properties of sand molds by pouring method using aluminium. // J. Japan Foundr. Soc., 1981, v.53, № 6.

3.14. Kubo K. Et al. Measurement of thermal properties of sand molds by pouring method using aluminium. // J. Japan Foundr. Soc., 1983, v.55, № 5.

3.15. Бройтман О.А., Голод В.М. Эффективные теплофизические характеристики формовочных смесей. Обратная задача. Сб. Высокие интеллектуальные технологии и генерация знаний в образовании и науке. - СПб, СПбГПУ, 2005.

3.16. Савельев К.Д., Гусев М.Р., Зуев М.В., Голод В.М. Адаптация численных моделей САПР на основе решения обратных задач. // Сб. Литейное производство сегодня и завтра, СПб, СПбГПУ, 2002.

3.17. Горн Э.П., Голод В.М. Определение теплофизических характеристик смесей на основе статистического анализа результатов численного

моделирования процесса затвердевания отливки. // Сб. Литейное производство сегодня и завтра, СПб, СПбГПУ, 2001.

3.18. Савельев К.Д., Голод В.М. Термодинамическое моделирование многокомпонентных литейных сплавов на основе железа.- Спб, СПбГТУ, 2001.

3.19. Зиновьев В.Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах. - М., Металлургия, 1989.

3.20. Физические свойства сталей и сплавов, применяемых в энергетике. Справочник под ред. Б.Е. Неймарк. - М.-Л., Энергия, 1967.

3.21. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский . Планирование экспериментов при поиске оптимальных условий. - М., Наука, 1976.

3.22. Atterton D. Apparent thermal conductivities of moulding materials at high temperatures // J. Iron Steel Inst. ,1953, v. 174, № 7.

3.23. Ho K., Pehlke R.D. Simultaneous determination of thermal conductivity and specific heat for refractory materials. // J. Amer. Ceram. Soc., 1990, v.73, № 8.

3.24. Чудновский А.Ф. Теплофизические характеристики дисперсных материалов. – М., Гос. издат. физ.-мат. литер., 1962.

3.25. Kubo K., Pehlke R.D. Thermal properties of molding sand. // Trans. Amer. Foundr. Soc., 1985, v. 93.

3.26. Бройтман О.А., Голод В.М. Структурная модель теплообмена в дисперсных формовочных материалах для автоматизированного прогноза их теплофизических свойств. - Сб. Прогрессивные литейные технологии. М., МИСИС, 2005.

3.27. Дульнев Г.Н., Новиков В.В. Процессы переноса в неоднородных средах. - Л., Энергоатомиздат, 1991.

3.28. Bauer R., Schlunder E.U. Effective radial thermal conductivity of packing in gas flow. // Int. Chem. Eng., 1978, v. 18, № 2.

3.29. Троицкий А.В. и др. Инженерные расчеты на ЭВМ. Справ. пособие. Л., Машиностроение, 1970.

1.4. КРИСТАЛЛИЗАЦИОННЫЕ ПРОЦЕССЫ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ЛИТОЙ СТРУКТУРЫ

1.4.1. Постановка задачи

В развитии понимания и математического описания процесса формирования литой структуры можно выделить ряд важных этапов, отмечающих качественное изменение системы представлений о таком многогранном и разноуровневом явлении, которое кратко обозначают термином «кристаллизация». Со времени, отмечающего первые шаги на этом пути, и до настоящего времени теория кристаллизации проделала огромный ПУТЬ, отмеченный впечатляющими успехами, кратко рассматриваемыми ниже и позволяющими количественно проследить с помощью компьютерного моделирования наиболее важные закономерности формирования структуры (разд. 4.2 - 4.1.), ее макро- и микроморфологии, а также кинетики выделения твердой фазы во взаимосвязи с изменением температуры и состава образующихся фаз. Работы последних лет по моделированию литейных процессов различной природы прямо устанавливают, какое решающее влияние на условия перемещения расплава в жидко-твердой зоне и питание отливки, развитие макро- и микроликвации, формирование газовых и неметаллических включений и т.д. Вместе с тем, необходимо отметить, что полное решение задачи структурообразования отливок И слитков потребует дополнительного выяснения ряда малоизученных до сих пор сторон процесса кристаллизации (в частности, механизмов и условий развития макроликвации, структурного перехода от столбчатого к равноосному типу кристаллизации и т.д.) и решения сложных детерминировано-стохастического задач системного анализа И моделирования взаимосвязанных процессов теплообмена, гидродинамики,

диффузии и фильтрации в условиях неравновесного протекания фазовых превращений, развивающихся на макро-, мезо-, микро- и субмикроуровне.

1.4.2. Образование и рост центров кристаллизации (субмикроуровень)

Первым этапом понимании процессов формирования В структуры явились работы Г. Таммана [4.1], в которых были введены в рассмотрение фундаментальные понятия скорости зарождения *n* и скорости роста 9 кристаллов в зависимости от переохлаждения (по температуре) или пересыщения (по концентрации) жидкой фазы. Эти понятия были дополнены представлениями о спонтанном (самопроизвольном) и впоследствии индуцированном (вынужденном) образовании зародышей кристаллизации непосредственно в объеме расплава (гомогенное зарождение) или на изоморфных образующейся поверхности включений, твердой фазе зарождение). Эти представления получили дальнейшее (гетерогенное развитие и математическое оформление в работах Френкеля, Фольмера, Тернбалла, Каменецкой и других исследователей, трудами которых был классический сформирован термодинамический аппарат описания зарождения и роста металлических кристаллов [4.1-4.5]. На его основе разрабатываются современные взгляды об условиях метастабильности переохлажденного расплава в зависимости от его строения и количества, химического состава и кристаллографической структуры включений, взвешенных в нем и определяющих его склонность к переохлаждению при кристаллизации, чувствительность к условиям выплавки и ковшевой обработки, об эффективности и механизмах модифицирования структуры и т.д. [4.3-4.4].

Скорость образования *самопроизвольных* зародышей в переохлажденном расплаве определяет выражение [4.4]:

$$n_{c} = N_{\theta} \exp\left(-\frac{\Delta G_{c}^{*} + \Delta G_{D}}{kT}\right), \qquad (4.1)$$

где N_{θ} - предэкспоненциальный множитель, учитывающий количество атомов жидкости в единице объема и частоту собственных колебаний атомов, инициирующих межатомные столкновения в жидкости; n_c - частота зарождения устойчивых группировок атомов, размер которых превышает критический радиус

$$r^* = \frac{2\sigma}{\Delta G^*}; \tag{4.2}$$

 ΔG_c^* - изменение свободной энергии Гиббса при образовании критического зародыша; σ - межфазное натяжение на границе кристалл/расплав; ΔG_D -энергия активации диффузионного переноса атомов в расплаве к поверхности растущего кристалла; k - константа Больцмана; T - абсолютная температура расплава. Для определения величины межфазного натяжения на поверхности кристалл-расплав используют формулу [4.6]

$$\sigma = \frac{\alpha_m \Delta ST}{\left(N_A V_m^2\right)^{1/3}},$$

где ΔS - изменение энтропии при фазовом переходе кристалл-расплав; N_A - число Авогадро, V_m - молярный объем твердого металла; α_m - структурный фактор, зависящий от типа кристаллической решетки твердой фазы; $\alpha_m = 0,86$ для объемноцентрированной кубической решетки; $\alpha_m = 0,71$ для гранецентрированной решетки, что существенно отличает по величине σ фазы $\delta - Fe$ и $\gamma - Fe$ при кристаллизации стали и оказывает влияние на условия зарождения центров.

Значение предэкспоненциального множителя для относительно небольших реальных переохлаждений с учетом малого вклада второго экспоненциального слагаемого $\left[exp\left(-\frac{\Delta G_D}{KT}\right) \approx 0,01\right]$ принимают равным $N_0^* \approx 10^{40} \, m^{-3} c^{-1}$ [4.4], тогда формулу (4.1) для самопроизвольного

(спонтанного) образования устойчивых зародышей, радиус которых $r > r^*$, то есть в условиях гомогенного зарождения, можно записать в виде:

$$n_{c} = N_{\theta}^{*} \exp\left(-\frac{\Delta G_{c}^{*}}{KT}\right).$$

$$(4.3)$$

Для чистых металлов и разбавленных растворов ΔG_c^* определяют из соотношения:

$$\Delta G_C^* = \varphi \frac{\sigma^3}{\Delta G_V^2}, \qquad (4.4)$$

где φ - коэффициент формы зародыша ($\varphi = \frac{16\pi}{3}$ - для сферических зародышей); ΔG_v - разность объемной свободной энергии между жидкой и твердой фазами; для малых переохлаждений, присущих металлическим сплавам,

$$\Delta G_{V} = \Delta T \frac{\Delta H}{T_{\kappa p}}$$

где ΔH - разность энтальпий жидкой и твердой фаз; T_{κ_p} - температура кристаллизации металла; $\Delta T = T_{\kappa_p} - T$ — термическое переохлаждение расплава, являющееся основным фактором, под влиянием которого скорость зарождения изменяется от ничтожно малых значений (в температурном интервале метастабильности расплава $\Delta T_c = 100 - 300 \, K$ для самопроизвольного зарождения, когда $\Delta T < \Delta T_c$) до весьма значительных, на много порядков превышающих «пороговое» значение $10^6 \, m^{-3} c^{-1} (1 \, c m^{-3} c^{-1})$ при $\Delta G^* / KT \cong 75$ [4.4].

При наличии в расплаве активных включений, изоморфных основному металлу, т.е. отвечающих условию размерного и структурного соответствия [4.1], ΔG_c^* соответственно степени смачиваемости включений расплавом уменьшается, что учитывает выражение для *вынужденного* зарождения:

$$\Delta G_{e}^{*} = \Delta G_{c}^{*} f(\theta); f(\theta) = (2 + \cos \theta)(1 - \cos \theta)^{2} / 4, \qquad (4.5)$$

где θ - краевой угол смачивания на границе кристалла образующейся твердой фазы с активным включением и расплавом. Изменение угла смачивания θ в пределах от 20 до 70° вызывает изменение $f(\theta)$ с 0,0027 до 0,25, что радикально влияет на скорость вынужденного зарождения

$$\boldsymbol{n}_{e} = N_{\theta}^{*} \exp\left(-\frac{\Delta \boldsymbol{G}_{e}^{*}}{KT}\right), \qquad (4.6)$$

вызывая соответствующее сокращение интервала метастабильности ΔT_{e} до 1-10 К. Для чистого железа, как показано в работе [4.5], наличие окислов Al₂O₃ не влияет на переохлаждение ($\Delta T = 15-25$ К) вследствие отсутствия изоморфизма между чужеродными включениями оксида алюминия и железом. Введение в расплав добавок, приводящих к восстановлению Al₂O₃ и образованию активных включений, снижает необходимое переохлаждение до величины $\Delta T < 10 \ K$ в результате интенсивного развития вынужденной кристаллизации.

В связи с ограниченным содержанием в расплаве активных включений для гетерогенного образования центров кристаллизации и его непрерывным изменением вследствие постепенного исчерпания возможностей вынужденного зарождения в процессе кристаллизации формула (4.6) приобретает вид [4.7];

$$n_{e}(\tau) = \left(N_{\theta}^{*} - N(\tau)\right) exp\left(-\frac{\Delta G_{e}^{*}}{KT}\right), (4.7)$$

где $N(\tau) = \int_{0}^{\tau} n_{e} d\tau$ - количество вынужденных зародышей, образовавшихся за время τ ($N \le N_{0}$). В зависимости от соотношения переохлаждения расплава ΔT с величиной интервала метастабильности ΔT_{e} , присущего включениям различного состава, размеров и морфологии, взвешенным в расплаве, возможна их совместная и/или последовательная активация для зарождения (при условии $\Delta T \ge \Delta T_{e}$) и дополнительного проявления самопроизвольного образования зародышей при исчерпании ресурса, представленного активными вынужденными включениями. В зависимости от условий выплавки, ковшевой обработки и применяемых средств рафинирования расплава, а также вводимых модификаторов итоговое изменение структуры литого металла ΔN_s определяется результирующим воздействием металлургических и технологических факторов на соотношение между изменением количества вынужденных ΔN_s и количества самопроизвольных ΔN_c зародышей

$$\Delta N_{s} = \pm \Delta N_{s} \pm \Delta N_{s} \tag{4.8}$$

в условиях максимального переохлаждения, достигнутого при соответствующих условиях теплоотвода.

Для сплавов, кристаллизующихся в температурном интервале $t_n - t_c$, состав образующихся зародышей C_s и исходного расплава C_L могут существенно различаться. Равновесная диаграмма состояния для бинарного сплава определяет соотношение концентрации второго компонента в жидкой и твердой фазе через коэффициент распределения

$$k = \frac{C_s}{C_L},\tag{4.9}$$

который для различных примесей в железе находится в пределах от 0,05 до 0,95 (табл. 4.1) и значительно различается в случае выделения δ - или γ - фазы.

При неравновесной кристаллизации необходимо принимать BO внимание изменение состава твердой фазы В зависимости OT переохлаждения, а также связанное с этим изменение размеров критического зародыша. Впервые анализ зарождения и роста кристаллов твердого раствора в переохлажденной жидкости был выполнен Д.С.Каменецкой [8], которая установила условие, при котором достигается максимальное изменение свободной энергии системы в результате появления зародыша твердой фазы.
Критический радиус r^* соответствует максимуму ΔG_v при постоянном составе зародыша C^* [4.8]:

$$\frac{\partial \left(\Delta G_{V}\right)}{\partial r}\Big|_{C^{*}} = 0; \qquad (4.10)$$

критический состав C^* соответствует минимуму ΔG_v при постоянном радиусе зародыша:

$$\frac{\partial \left(\Delta G_{V}\right)}{\partial C}\Big|_{r^{*}} = 0.$$
(4.11)

Изменение мольной свободной энергии *ДG* при образовании зародыша двухкомпонентного сплава может быть записано как

$$\Delta G = x_A^S \Delta \overline{G}_A + x_B^S \Delta \overline{G}_B, \qquad (4.12)$$

где x_A^s, x_B^s - состав твердой фазы по компонентам *A* и *B*; $\Delta \overline{G}_A, \Delta \overline{G}_B$ изменение парциальной мольной свободной энергии компонентов *A* и *B* при образовании зародыша.

Таблица 4.1

Параметры бинарных диаграмм состояния систем Fe-X_i при выделении δ- и γ-фазы

Компонент	Коэффициент распределения		Наклон линии ликвидуса		
X_i	k_i		$m_{i}=-(\frac{dt_{n}}{dCi}), K/\%$		
	δ	γ	δ	Γ	
С	0.19	0.34	55	78	
Si	0.77	0.52	13	7.6	
Mn	0.76	0.78	4.5	4.9	
S	0.05	0.035	30	38	
Р	0.23	0.13	30	34	
Cr	0.95	0.86	1.6	1.0	
Ni	0.83	0.95	3.7	4.7	

Дифференцирование уравнения (4.12) и его преобразование с учетом уравнения Гиббса-Дюгема дает соотношение

$$\frac{d\Delta G}{dx_B^S} = \Delta \overline{G}_B - \Delta \overline{G}_A = 0,$$

обеспечивающее максимальное изменение свободной энергии системы при $\Delta \overline{G}_A = \Delta \overline{G}_B$ (рис. 4.1). Используя для описания парциальной свободной энергии общее уравнение (см. разд. 1.3)

$$\Delta \overline{G}_i = {}^{\theta} G_i + RT \ln x_i + {}^{ex} \overline{G}_i,$$

можно получить выражение для $\Delta \overline{G}_{B}$:

$$\Delta \overline{G}_{B} = \overline{G}_{B}^{L} - \overline{G}_{B}^{S} = \Delta^{\theta} G_{B} RT \ln \left(\frac{x_{B}^{L}}{x_{B}^{S}}\right) + {}^{ex} \overline{G}_{B}^{L} - {}^{ex} \overline{G}_{B}^{S},$$

где $\Delta^{\theta}G_{B}$ - изменение свободной энергии чистого компонента *B* при кристаллизации; ${}^{ex}\overline{G}_{B}$ - парциальная мольная избыточная свободная энергия компонента *B* в твердой (*S*) или жидкой (*L*) фазе. Используя аналогичное выражение для $\Delta\overline{G}_{B}$ при температуре ликвидуса T_{a} , когда состав твердой фазы отвечает диаграмме состояния ($x_{B}^{S} = x_{B}^{S}eq$), получим итоговое соотношение

$$\Delta \overline{G}_{B} = \Delta^{\theta} G_{B} \Big|_{T_{a}}^{T} + RT \ln \left(\frac{x_{B}^{L}}{x_{B}^{S}} \right) - RT \ln \left(\frac{x_{B}^{L}}{x_{B}^{S} eq} \right) + {}^{ex} \overline{G}_{B}^{S} \Big|_{T_{a}}^{T} + {}^{ex} \overline{G}_{B}^{L} \Big|_{T}^{T_{a}}, \qquad (4.13)$$

ГДе ${}^{ex} \overline{G}_{B}^{S} \Big|_{T_{a}}^{T} = {}^{ex} \overline{G}_{B}^{S} (T_{L}) - {}^{ex} \overline{G}_{B}^{S} (T), \quad \Delta^{\theta} G_{B} \Big|_{T_{a}}^{T} = \Delta^{\theta} G_{B} (T_{L}) - \Delta^{\theta} G_{B} (T).$

Это уравнение в совокупности с аналогичным уравнением для $\Delta \overline{G}_A$ при совместном решении согласно (4.12) позволяет для заданного термического переохлаждения расплава $\Delta T = T_L - T$, исходного состава жидкой фазы (x_B^L ; $x_A^L = 1 - x_B^L$) и известного равновесного коэффициента распределения $k = x_B^S eq / x_B^L$ определить оптимальный размер и состав выделяющейся твердой фазы x_B^S и, соответственно, вычислить значение ΔG^* для расчета скорости зарождения центров кристаллизации.

Аналогичные соотношения учитывают изменение условий роста зародышей, состав которых отличается от состава исходной жидкой фазы, в частности, в результате образования в расплаве ассоциированных групп сложного состава в результате межатомного взаимодействия компонентов сплава (см. разд. 1.2.7). Полученные формулы могут быть обобщены на многокомпонентные расплавы, различающиеся величиной коэффициента распределения, энтропии плавления и других физико-химических характеристик компонентов сплава.



Рис.4.2. Влияние компонентов чугуна на температуру аустенито-графитной (сплошные линии) и аустенито-цементитной (штриховые линии) эвтектики в системах Fe–C–Si (*a*), Fe-C-Cr (*б*), Fe-C-Mn (*в*) и Fe-C-P (*г*) в сопоставлении с экспериментальными данными (точки)

Для систем, в которых отсутствует растворимость второго компонента в одной из образующихся фаз, т.е. $G_B^S = {}^o G_B^S$, уравнение (4.13) приобретает вид:

$$\Delta \overline{G}_{B} = \Delta^{\theta} G_{B} \Big|_{T_{a}}^{T} + R \big(T - T_{L} \big) ln \, x_{B}^{L} + {}^{ex} \overline{G}_{B}^{L} \Big|_{T}^{T_{L}}.$$

$$(4.14)$$

Это соотношение было использовано для оценки склонности чугуна к графтизации в условиях конкурентного выделения из расплава системы Fe-C графита и цементита, которые рассматриваются как фазы постоянного состава [4.10]. Количественное соотношение скоростей зарождения графита n^{G} и цементита n^{C} находили на основе уравнения

$$\frac{n^{G}}{n^{C}} = Z \exp\left\{f^{C}\left(\theta\right) \frac{\Delta S_{f}^{C}}{\left(\Delta G_{V}^{C}\right)^{2}} - f^{G}\left(\theta\right) \frac{\Delta S_{f}^{G}}{\left(\Delta G_{V}^{G}\right)^{2}}\right\},\tag{4.15}$$

где ΔS_f - энтропия плавления, находимая по известной энергии Гиббса для твердого G^s и жидкого G^L графита и цементита при температуре плавления T_f по формуле

$$\Delta S_{f} = -\frac{\partial G^{L}}{\partial T}\Big|_{T_{f}} + \frac{\partial G^{S}}{\partial T}\Big|_{T_{f}};$$

Z - коэффициент, содержащий множители, не входящие в экспоненциальный член формулы (4.15). Расчет выполнен для ряда сплавов Fe-C-X_i (X_i=Si, Cr) с различным содержанием кремния (0-1 % ат.) и хрома (0-1 % ат.).

Общеизвестно, какое большое значение для графитизации (отбела) чугуна имеет влияние его компонентов на соотношение критических температур образования аустенито-графитной T_E^g (стабильной) и аустенитоцементитной T_E^c (метастабильной) эвтектики [4.3]. Чем больше температурный интервал $\Delta T_E = T_E^G - T_E^c$ между соответствующими эвтектическими температурами под влиянием добавок кремния и ряда других элементов, тем больше вероятность графитизации и предотвращения отбела даже при повышенных скоростях охлаждения расплава. На рис. 4.2 сопоставлено влияние различных элементов на соотношение эвтектических температур T_E^s и T_E^c . Общий вывод, который следует из сопоставления этих данных с величиной констант графитизации, состоит в том, что влияние элементов на склонность чугуна к графитизации (отбелу), находится в прямой зависимости от ΔT_E . Это положение является основным в уравнении графитизации чугуна при первичной кристаллизации, полученном Н.Г.Гиршовичем [4.3].

Элементы, препятствующие графитизации, имеют ту отличительную особенность, что не только способствуют уменьшению ΔT_E , но при некотором содержании вызывают пересечение кривых T_E^C и T_E^g , что отмечает порог, превышение которого делает цементит стабильной фазой, а графит – метастабильной (рис. 4.2), когда использованная выше общепринятая терминология становится некорректной и чугун при любых условиях теплоотвода кристаллизуется с выделением аустенито-цементитной эвтектики.

Для оценки совместного действия всей совокупности термодинамических факторов на условия графитизации чугуна необходимо рассмотреть процессы зарождения включений графита и цементита, являющихся ведущими фазами формирования аустенито-графитной и аустенито-цементитной эвтектики.

На рис. 4.3 представлены температурные зависимости свободной энергии образования вынужденных центров кристаллизации графита и цементита от температуры зарождения. Их взаимное расположение и пересечение показывает температурные границы преимущественного образования зародышей цементита и графита. Точки пересечения кривых ΔG_V с осью абсцисс отмечают значения равновесных эвтектических температур T_E^g и T_E^c . В температурном интервале $T_E^c < T < T_E^g$ (при $T_E^g > T_E^c$, где T_E^g, T_E^c - равновесные

температуры образования аустенито-графитной и ледебуритной эвтектики)происходит исключительное выделение графита, при $T_E^G < T_E^C$ - образование цементита. Во всех случаях при увеличении переохлаждения возрастание ΔG_v^C для цементита происходит более интенсивно, чем ΔG_v^G для графита, поэтому в случае $T_E^G > T_E^C$ кривые пересекаются при переохлаждении ΔT^* ,



отмечающем изменение вида преимущественно выделяющейся фазы. При соотношении $T_E^G < T_E^C$ кривые ΔG_V^G и ΔG_V^C не пересекаются, вследствие чего при любом переохлаждении преобладает зарождение центров кристаллизации цементита.

При введении 1 % ат. кремния в сплаве Fe-C эвтектического состава происходит повышение T_E^G и снижение T_E^C с соответствующим расширением (с 9 до 23 К) интервала температур $T_E^G - T_E^C$ преимущественного выделения графита и увеличением критического переохлаждения ΔT^* (с 15 К до 39 К), что оказывает существенное тормозящее влияние на термодинамические условия выделения цементита ($\Delta G_V^G > \Delta G_V^C$) и затрудняет кинетические условия его появления (при необходимом более глубоком переохлаждении), т.е. способствует более интенсивной графитизации. При введении 0,25 % ат. хрома происходит противоположное изменение положения T_{E}^{G} и T_{E}^{C} , $\Delta T_E = T_E^G - T_E^C$ (до 5 К) и уменьшение критического сужение интервала интервала переохлаждений ΔT^* (до 8 К). Увеличение содержания хрома до 1 % ат. вызывает радикальное изменение соотношения T_E^G и T_E^C , при котором цементит становится стабильной, а графит - метастабильной фазой, вследствие во всем интервале переохлаждений происходит чего преобладающее выделение цементита с образованием отбеленного чугуна.

Условия формирования структуры чугуна (серого, половинчатого или белого) зависят от соотношения ΔT_{max} и критического переохлаждения ΔT^* , при превышении которого становится возможным появление отбела, интенсивность развития которого определяется соотношением объемов выделившейся аустенито-графитной и аустенито-цементитной эвтектики в конкурентных условиях зарождения и роста соответствующих фаз (рис. 4.4).

Рассмотренные результаты не имеют прямого отношения к стальному литью, но наглядно иллюстрируют потенциальные возможности глубокого анализа неравновесной кристаллизации сплавов на основе железа.

1.4.3. Образование и рост ансамбля центров кристаллизации (мезоуровень)

Вторым ключевым этапом развития теории кристаллизации являются работы Колмогорова-Миркина (1937), Меля - Аврами и других исследователей [4.11-4.12], в которых было получено математическое описание процесса образования и роста ансамбля зародышей различной размерности (шар, пластина, игла и т.д.), возникающих непрерывно или одномоментно в переохлажденном расплаве и способных к совместному непрерывному росту. Для изотермических условий в предположении шаровой формы растущих кристаллов получены уравнения:

$$\frac{V}{V_0} = 1 - exp\left(\frac{4\pi}{3}N\mathcal{P}^3\tau^3\right); \tag{4.16}$$

$$\frac{V}{V_0} = 1 - exp\left(-\frac{\pi}{3}n\,\vartheta^3\tau^4\right),\tag{4.17}$$

где *n*- скорость образования зародышей; \mathcal{G} - линейная скорость роста; *N* - количество одномоментно образующихся (вынужденных) зародышей; V_{θ} - начальный объем кристаллизующегося расплава; *V* - текущий объем твердой фазы. Общий вид кинетического уравнения объемной кристаллизации

$$\frac{V}{V_{\theta}} = 1 - exp\left(-\varphi N^{\alpha}n^{\beta}\vartheta^{\gamma}\tau^{\delta}\right)$$
(4.18)

включает коэффициенты $\alpha, \beta, \gamma, \varphi$, зависящие от условий зарождения (однократное при $\alpha = 1, \beta = 0$ или непрерывное при $\alpha = 0$) и размерности растущих кристаллов (табл. 4.2)

Интегральное соотношение, учитывающее для полиморфных образований возможность изменения морфологии (φ) и размерности (η) в процессе роста кристаллов, имеет вид [4.13]:

- для однократного зарождения *N* центров кристаллизации

$$\frac{V}{V_0} = 1 - exp \left[-N \int_0^\tau \vartheta \int_0^\tau \varphi \eta (\eta - 1) \vartheta \left(\int_0^\tau \vartheta \, d\chi \right)^{\eta - 2} d\tau \, d\tau \right]; \qquad (4.19)$$

- для непрерывного зарождения центров со скоростью *n* в единице объема жидкой фазы

$$\frac{V}{V_{\theta}} = I - exp\left[-\int_{\theta}^{\tau} \vartheta \int_{\theta}^{\tau} \vartheta \int_{\theta}^{\tau} \varphi \eta (\eta - I) n \left(\int_{\xi}^{\tau} \vartheta d\chi\right)^{\eta - 2} d\xi \, d\tau \, d\tau\right].$$
(4.20)

Таблица 4.2

Коэффициенты кинетического уравнения (4.18)

для различных условий образования и роста центров кристаллизации

Условия	Форма растущих				
образования	кристаллов	Коэффициенты уравнения (4.18)			
центров крис-	(размерность				
таллизации	роста η)	α	β	γ	δ
Однократное	$\operatorname{IIIap}\left(\eta=3\right)$	1	0	3	3
зарождение	Игла (η=2)	1	0	2	2
	Пластина (<i>η</i> =1)	1	0	1	1
Непрерывное	$\operatorname{IIIap}\left(\eta=3\right)$	0	1	3	4
зарождение	Игла (η =2)	0	1	2	3
	Пластина (<i>η</i> =1)	0	1	1	2

Здесь φ - коэффициент формы, связывающий объем W и определяющий размер r растущего кристалла ($W = \varphi r^{\eta}$) в направлении роста; η размерность роста ($\eta = 1$ для одномерного роста пластины; $\eta = 2$ для иглы; $\eta = 3$ для трехмерного роста шаров). Уравнения (4.19)-(4.20) для шаровых кристаллов ($\varphi = \frac{4\pi}{3}$) при $\vartheta = const$; n = const дают соотношения (4.16) и (4.17).

Дифференциальное уравнение, обобщающее полученные кинетические соотношения с учетом взаимного смыкания растущих кристаллов, имеет вид [4.12]:

$$\frac{dV}{d\tau} = \left(I - \frac{V}{V_{\theta}}\right) \frac{dV_{e}}{d\tau},$$
(4.21)

где V_e - «продолженный» объем выделившихся кристаллов в условиях свободного роста без учета реального взаимного ограничения при их смыкании. Значение V_e вычисляется на основе известных зависимостей для скорости зарождения *n* и роста *v* возникающих в расплаве центров кристаллизации от переохлаждения.

Интегрирование соотношения (4.21) дает выражение для определения относительного объема твердой фазы по известному относительному «продолженному» объему $\frac{V_e}{V_o}$:

$$\frac{V}{V_{\theta}} = 1 - exp\left(-\frac{V_{e}}{V_{\theta}}\right).$$
(4.22)

В частности, как показано Г.Ф.Баландиным [4.14], при совместном протекании кристаллизации на центрах, возникших одномоментно (на затравках *N*), и непрерывно образующихся со скоростью $n(\tau)$ в зависимости от изменяющегося переохлаждения $\Delta T(\tau)$, суммарный объем описывает соотношение:

$$\frac{V}{V_0} = I - exp(-\omega); \ \omega = \omega_1 + \omega_2;$$
$$\omega_1 = \varphi \left[N \left(\int_0^\tau \vartheta(\Delta T) dt \right)^3 \right]; \ \omega_2 = \varphi \left[\int_0^\vartheta n \left(\Delta T \right) \left(\int_{\vartheta^*}^\vartheta \vartheta(\Delta T) dt \right)^3 d\vartheta^* \right], \ (4.23)$$

где $\mathcal{G} = \tau - \tau_H$; τ_H - время начала зарождения центров кристаллизации.

Аналогичное соотношение используется при совместном выделении твердой фазы вынужденных зародышах различной на природы, отличающихся физико-химическими параметрами И, соответственно, характеристиками $n(\Delta T)$ и $\mathcal{G}(\Delta T)$, а также при конкурентном образовании стабильных и метастабильных фаз (например, аустенито-графитной α и аустенито-цементитной ß эвтектик в чугунах при возникновении отбеленной структуры):

$$\frac{V}{V_{\theta}} = 1 - exp\left[-\sum \varphi_{i} N_{i} \left(\int_{\theta}^{\tau} \mathcal{G}_{i}(\Delta T) d\tau\right)^{3} - \sum \varphi_{i} \int_{\theta}^{\mathcal{G}_{i}} n_{i} \left(\Delta T\right) \left(\int_{\mathcal{G}_{i}^{*}}^{\mathcal{G}_{i}} \mathcal{G}_{i}(\Delta T) dt\right)^{3} d\mathcal{G}_{i}^{*}\right], i = 1...k, \quad (4.24)$$

где *k* - количество совместно выделяющихся фаз.

Кинетику выделения каждой из конкурирующих фаз (*а* или *β*) определяют дифференциальные уравнения, аналогичные (4.21):

$$\frac{dV_{\alpha}}{d\tau} = \left(1 - \frac{V_{\alpha} + V_{\beta}}{V_{\theta}}\right) \frac{dV_{\alpha}^{e}}{d\tau};$$

$$\frac{dV_{\beta}}{d\tau} = \left(1 - \frac{V_{\alpha} + V_{\beta}}{V_{\theta}}\right) \frac{dV_{\beta}^{e}}{d\tau}.$$
(4.25)

Их совместное решение позволяет оценить относительную долю каждой фазы (рассчитать степень отбела $\frac{V_{\beta}}{V_{\alpha} + V_{\beta}}$) [4.15] и учесть их раздельный вклад в формирование общего переохлаждения ΔT в связи с различием в теплоте кристаллизации и температурных границах выделения.

Приведенные уравнения кинетики образования новой фазы получили многочисленные подтверждения на прозрачных неметаллических препаратах (органические расплавы и растворы) и при регистрации твердофазных превращений в металлических сплавах, где тепловой эффект фазового превращения Q_{ϕ} незначителен ($\frac{Q_{\phi}}{c \vartheta_{\phi}} = 0.02 - 0.05; Q_{\phi}, \vartheta_{\phi}$ –теплота и температура превращения, с- теплоемкость металла) в отличие от кристаллизации металлических сплавов ($\frac{Q_{\kappa p}}{c \vartheta_{\kappa p}} = 0.15 - 0.60; Q_{\kappa p}, \vartheta_{\kappa p}$ – теплота и температура кристаллизации), где он играет определяющую роль в формировании кинетики выделения твердой фазы из расплава.

1.4.4. Кинетика неизотермической кристаллизации (макро- и мезомасштаб)

Третий этап развития современных представлений о закономерностях кристаллизации открывают работы Н.Г.Гиршовича (1960), в которых была вскрыта ошибочность прямого переноса представлений о кинетике изотермической кристаллизации на процесс формирования литой структуры, когда вследствие интенсивного выделения скрытой теплоты решающую роль приобретают процессы теплообмена отливки с формой [4.16]. В макромасштабе отливки кинетику изменения переохлаждения ΔT определяет соотношение интенсивности процессов теплоотвода $\frac{dQ_{\phi}}{d_{-}}$ и

тепловыделения при кристаллизации $\frac{dQ_{\kappa p}}{d\tau}$ (рис. 4.5):

$$\frac{d(\Delta T)}{d\tau} = \frac{1}{V_{\theta}C\rho} \left(\frac{dQ_{\phi}}{d\tau} - \frac{dQ_{\kappa p}}{d\tau} \right); \theta < m \le 1,$$
(4.26)

где $\frac{dQ_{\kappa p}}{d\tau} = L\rho \frac{dV_s}{d\tau}$; ρ - плотность расплава; $\Delta T = t_{\kappa p} - t; t(\tau)$ - зависимость температуры кристаллизующегося объема от времени. Значение объемной скорости выделения твердой фазы $W = \frac{dV}{d\tau}$ определяется интегральным соотношением (4.24) для многофазной кристаллизации в зависимости от величины переохлаждения ΔT и условий зарождения и роста центров кристаллизации $n_i(\Delta T)$ и $\vartheta_i(\Delta T)$.

Аналогом уравнения (4.26) является модифицированное для мезомасштаба уравнение Фурье:

$$C\rho \frac{\partial (\Delta T)}{\partial \tau} = \nabla q - L\rho \frac{\partial (V/V_{\theta})}{\partial \tau}, \quad (4.27)$$

(*q* - тепловой поток в металле), позволяющее определить локальное значение переохлаждения ΔT с учетом изменения параметров зарождения и роста кристаллов $n_i(\Delta T)$ и $\mathcal{G}_i(\Delta T)$ при неизотермической кристаллизации [4.24].

Анализ кинетики кристаллизации на основе уравнений (4.24) - (4.27) показывает, что формирование структуры носит принципиально

неизотермический характер и теплоотвод играет ведущую роль, определяя скорость выделения твердой фазы и ее продолжительность.



Процесс кристаллизации динамически подстраивается к изменению кинетики теплоотвода путем изменения переохлаждения ΔT за счет изменения скорости роста $\mathcal{G}(\Delta T)$ и зарождения $n(\Delta T)$ новых центров. В $\frac{dQ_{\phi}}{d\tau} > \frac{dQ_{\kappa\rho}}{d\tau}$, согласно (4.26) увеличивается период, когда, например, переохлаждение, вследствие чего - ввиду интенсивного характера зависимостей *n*(ΔT)и *G*(ΔT)от переохлаждения - происходит ускоренный рост и образование кристаллов, следствием чего является выделение теплоты кристаллизации, подавляющей рост переохлаждения. Подобная динамическая система с отрицательной обратной связью (ее роль играет кристаллизации) функционирует в режиме теплота автоматического регулирования с затуханием, приводя в динамическое соответствие процессы теплоотвода и выделения твердой фазы. В силу этих причин изменение кристаллизационных параметров, не влияя общую на продолжительность и кинетику выделения твердой фазы, существенно влияет на величину переохлаждения и характер образующейся структуры (количество и размеры макрозерен).

Таким образом, система уравнений, включающая соотношения (4.24) и (4.27), в совокупности с граничными условиями, задающими теплоотвод в форму, позволяет получить описание неравновесного по термическим условиям процесса формирования зеренного строения (макроструктуры) отливки.

1.4.5. Диффузионные процессы при формировании дендритной структуры (микроуровень)

При выделении твердой фазы из расплава происходит перераспределение компонентов сплава, связанное с тем, что состав жидкой C_L и образующейся твердой фазы C_s неодинаковы вследствие того, что

коэффициент распределения, определяющий соотношение концентраций С_L и C_s на межфазной границе $k = \frac{C_s}{C_s}$, существенно отличается от единицы. В равновесных условиях, когда за счет внутрифазовой диффузии обеспечивается равномерное распределение компонентов в жидкой и твердой фазе, коэффициент рас пределения *k*₀ отвечает диаграмме состояния сплава (см. рис. 2.5), при этом изменение коэффициента распределения с температурой k(T) влияет на соответствующее изменение концентрационного интервала затвердевания $\Delta C_{uum} = C_L - C_s = C_L (1-k)$ в зависимости от температуры.

В неравновесных условиях, когда скорость перемещения межфазной границы **Э**_{Ls} (в микромасштабе), определяемая интенсивным теплоотводом, диктует соответствующее перераспределение компонентов сплава между фазами, возникает их неравномерное распределение внутри фаз (см. рис. 2.7), если диффузия в жидкой фазе с коэффициентом D_L ($\approx 10^{-9} \, m^2/c$) и диффузия в твердой фазе с коэффициентом D_s ($\approx 10^{-11} - 10^{-12} \, \text{м}^2/c$) не обеспечивает выравнивания концентрации компонентов внутри фаз. Если скорость кристаллизации **9**_{LS} намного меньше скорости диффузионного перемещения примеси в жидкой фазе 9, тогда на границе фаз в результате *межфазной диффузии* поддерживаются равновесные концентрации C_s^{θ} и C_L^{θ} , отвечающие диаграмме состояния, т.е. кристаллизация происходит в режиме локального равновесия. Такой режим характерен практически для всех реальных значений скорости кристаллизации, присущих условиям теплоотвода при затвердевании промышленных отливок и слитков, поскольку характерное значение \mathcal{G}_{LS} составляет (0,5-50)10⁻⁴ м/с при \mathcal{G}_{D} =(1-5)·10² м/с для металлических сплавов [4.17]. При сверхвысоких скоростях кристаллизации, когда $\mathcal{G}_{IS} \geq \mathcal{G}_{D}$, создаются условия для бездиффузионной

кристаллизации, при которой состав образующейся твердой фазы C_s не отличается от состава жидкой фазы $C_L = C_{\theta}$ [4.18].

Таким образом, развитие ликвации в твердой фазе зависит от соотношения тепловых, кристаллизационных и диффузионных процессов; в свою очередь, возникающее распределение концентраций в жидкой и твердой фазе определяет - в силу закона сохранения массы - соотношение количеств твердой m_s и жидкой m_L фазы, темп выделения твердой фазы $\frac{dm}{dt}$ и, соответственно, скрытой теплоты кристаллизации $\frac{dL}{dt}$.

Обобщение результатов исследования кинетики дендритной кристаллизации сплавов с определением скорости роста, изменения морфологии и количества твердой фазы в дендритных ячейках [4.22-4.23] двухстадийную позволяет сформулировать концепцию процесса формирования структуры, обусловленного изменением характера междендритной и внутридендритной диффузии в расплаве.

Формирование дендритной структуры в отливках складывается из двух разнородных стадий. На первой стадии зарождение центров кристаллизации в случайных точках исходного макрообъема расплава разделяет его на мезообласти масштаба $R_0 = \left(\frac{1}{N_s}\right)^{1/3}$, где N_s - число центров в единице объема, в пределах которых первоначально происходит свободный рост единичного дендрита со скоростью \mathcal{G}_I в условиях, когда разделяющая дендриты *междендритная* жидкая фаза в малой степени затронута диффузионными процессами в связи с незначительной шириной слоя концентрационного уплотнения δ_D у вершины дендритного ствола ($\delta_D / R_0 <<1, \delta_D = \frac{D_L}{\mathcal{G}_I}$; \mathcal{G}_I - скорость роста дендритных стволов на I этапе) в силу малого значения коэффициента диффузии в расплаве ($D_L \approx 10^{-9}$ м²/с).

температуропроводности расплава $(a_L \approx 10^{-5} \text{ m}^2/\text{c})$ распространяется на значительные расстояния $(\delta_T / R_0 >> 1, \delta_T = \frac{a_L}{\vartheta_I})$ и обуславливает выравнивание термических условий начального роста дендритов (протяженность первичных стволов дендритов $R_0 < R_0$), основу которого составляет ускоренный *продольный* рост системы первичных осей и вторичных ветвей дендрита в период наибольшего переохлаждения расплава (рис. 4.6).

После смыкания дендритных систем ($R_{o} = R_{o}$) наступает вторая стадия дендритной кристаллизации, когда продольный рост стволов и ветвей сменяется поперечным утолщением ранее сформировавшейся системы дендритных осей, имеющей весьма развитую поверхность S, и вследствие линейную скорость $(\mathcal{G}_{II} / \mathcal{G}_{I} << 1),$ существенно меньшую ЭТОГО определяемую кинетикой выделения твердой фазы соответственно изменяющимся условиям теплоотвода. Внутридендритная жидкая фаза, содержащая все примеси, скопившиеся в течение первого этапа на боковой поверхности дендритных стволов, разобщена в междуосных промежутках на узкие прослойки толщиной Δ_{II} , в пределах которых происходит интенсивное диффузионное выравнивание концентрации, поскольку характерная толщина $\delta_D = \frac{\vartheta_L}{D_{T}}$ становится сравнимой по уплотнения величине слоя С междуосными промежутками дендритов Δ_{II} и превосходит их.

Отмеченные существенные различия в характере дендритной кристаллизации на различных стадиях потребовали для своего описания весьма различного математического аппарата.

26

1.4.6. Первичная стадия свободного роста дендритных стволов

Четвертый этап развития теории кристаллизации связан с исследованием диффузионных процессов на микроуровне, которое было Г.П.Иванцовым (1950)выполнено при аналитическом расчете температурных и концентрационных полей вокруг растущих кристаллов различной конфигурации [4.19]. Полученное им решение для термического переохлаждения $\Delta T = t^* - t_0$ и концентрационного пересыщения $\Delta C = C_L^* - C_0$ на поверхности кристалла имеет вид:

$$\frac{t^* - t_0}{\theta} = Iv \left(\frac{\Re}{2a_L}\right);$$

$$\frac{C_L^* - C_0}{C_L^* (I - k)} = Iv \left(\frac{\Re}{2D_L}\right),$$
(4.28)

где Iv(P)- семейство функций Иванцова, описывающих кристаллизацию цилиндрических, параболических, эллиптических и т.д. кристаллов; t^*, C^* температура и концентрация расплава у поверхности кристалла, растущего со скоростью \mathscr{G} в расплаве с начальной температурой $t_{\mathscr{G}}$ и концентрацией $C_{\mathscr{G}}$; R- радиус кривизны поверхности кристаллизации; k - коэффициент распределения примеси; a_L, D_L - температуропроводность и коэффициент диффузии расплава; $\theta = \Delta H/C$; $P_T = \frac{\mathscr{R}}{2a_L}$; $P_C = \frac{\mathscr{R}}{2D_L}$ - соответственно термическое и диффузионное число Пекле (P). Для параболоида вращения, наиболее близкого по конфигурации к головной части растущего ствола дендрита, функция Иванцова имеет вид: $Iv(P) = P exp(P)E_i(P)$, где E_i интегральная показательная функция.

При определенном соотношении температурного и концентрационного градиентов в расплаве вблизи межфазной поверхности возникает открытое Иванцовым *диффузионное* переохлаждение, при наличии которого, как было показано позднее в работах Пфанна, Чалмерса, Тиллера и др.[4.20], уточненных Маллинзом и Секеркой [4.21], плоский фронт кристаллизации теряет устойчивость и приобретает ячеистую (дендритную) морфологию.

Морфологический анализ диффузионно-контролируемой дендритной кристаллизации был выполнен в работах Курца с сотрудниками [4.4, 4.24], где получены соотношения, описывающие взаимосвязь скорости роста, радиуса кривизны вершины дендрита и переохлаждения расплава (рис. 4.7), получившие убедительное подтверждение в экспериментах с металлическими и неметаллическими (модельными) сплавами.

Полное переохлаждение ΔT , формирующееся на межфазной границе при росте дендритного ствола, складывается из термического ΔT_r , концентрационного ΔT_c и капиллярного ΔT_R (рис. 4.7)

$$\Delta T = \Delta T_T + \Delta T_C + \Delta T_R = \left(\frac{\Delta H}{c}\right) Iv(P_T) + \frac{mC_{\theta}(1-k)Iv(P_C)}{1-(1-k)Iv(P_C)} + \frac{2\Gamma}{R}, \quad (4.29)$$

где значение коэффициента Гиббса-Томпсона *г* учитывает анизотропию кристалла кубической симметрии соотношением

$$\Gamma = \frac{\gamma_0}{\Delta S_m} \left(I - \varepsilon \cdot \cos \varphi \right),$$

 γ_{0} - межфазная энергия в направлении роста дендритного ствола; ΔS_{m} мольная энтропия плавления; ε - коэффициент анизотропии поверхности раздела; φ - угловая ориентация относительно направления роста ($\varphi = \theta$); C_{θ} - исходный состав сплава; *m* - наклон линии ликвидуса. Приведенное соотношение демонстрирует набор параметров, влияющих на скорость $\vartheta(\Delta T)$. перемещения межфазной границы В частности, определяет ориентированный рост ортогональной системы ветвей дендрита В соответствии с его кристаллографической структурой.

Связь между термическим, концентрационным и капиллярным переохлаждением расплава и радиусом кривизны его вершины *R* получена из условия маргинальной (предельной) стабильности искривленной поверхности [4.24]:

28



$$R = \frac{\Gamma}{\sigma^*} \left[\theta P_T - \frac{2P_C m C_{\theta} (1-k)}{1 - (1-k) I \nu(P_C)} \right]^{-1}, \qquad (4.30)$$

что позволяет по известному значению термического переохлаждения расплава $\Delta T_T = \theta I v(P_T)$ определить скорость роста дендрита $\vartheta = 2a_L P_T / R$ и состав образующейся твердой фазы

$$\boldsymbol{C}_{S}^{*} = \boldsymbol{k}\boldsymbol{C}_{L}^{*} = \boldsymbol{k}\boldsymbol{C}_{\theta} \left[\boldsymbol{I} - (\boldsymbol{I} - \boldsymbol{k})\boldsymbol{I}\boldsymbol{v}(\boldsymbol{P}_{C})\right]^{-1}, \qquad (4.31)$$

формирующей стволовую часть дендритного скелета. При малой интенсивности теплоотвода, когда скорость роста \mathscr{G} незначительна и величина P_c весьма мала ($P_c \ll 1$), малое накопление примесей перед вершиной дендрита позволяет преобразовать соотношение (4.31) к наиболее простому виду:

$$\boldsymbol{C}_{s} = \boldsymbol{k}\boldsymbol{C}_{\boldsymbol{\theta}}.\tag{4.32}$$

Многочисленными экспериментами установлено [4.25-4.26 и др.], что при нормальных условиях затвердевания отливок и слитков осевую часть дендритного скелета формирует твердая фаза, отвечающая по составу соотношению (4.32), и ее массовая доля может быть весьма значительной. Это связано со стационарными условиями роста дендритного ствола, пока в междендритном пространстве сохраняется жидкая фаза исходного состава и неизменно малое значение $P_c \ll 1$, т.е. до взаимного смыкания дендритных систем. Такие условия создаются в период интенсивного продольного роста дендритов вблизи температуры ликвидуса, что фиксируется на термических кривых температурной остановкой - "стоянием ликвидуса" - после начального переохлаждения и последующей рекалесценции. Это явление, которое было открыто в работах Ю.А.Нехендзи и Н.Г.Гиршовича [4.27], использовалось авторами и рядом исследователей в форме соотношения ($\frac{\tau_a}{\tau_s}$, где τ_a, τ_s - продолжительность стояния ликвидуса и затвердевания отливки) как важный параметр изменения литейных свойств в зависимости от положения сплава на диаграмме состояния [4.28].



Таким образом, на начальном этапе кристаллизации, вблизи температуры ликвидуса, происходит существенное отклонение от равновесного хода выделения твердой фазы, схематически представленное на рис. 4.9 и отражающееся не только на характере термической кривой, но и на распределении компонентов сплава по сечению дендритного ствола. Как показывает прямое сопоставление экспериментально выявленного (путем закалки кристаллизующегося сплава и тепловых расчетов по термическим кривым) хода выделения твердой фазы с расчетом по равновесной диаграмме состояния (рис. 4.10,), отклонение от равновесия при охлаждении в песчаной форме достигает значительной величины и существенно зависит от положения сплава на диаграмме состояния и ее геометрии [4.28], в частности, определяется условиями диффузионного накопления примеси вблизи вершины дендритного ствола и находится в прямой зависимости от величины равновесного концентрационного интервала затвердевания $(\Delta C_{uum}) = C_0(1-k)$ при температуре ликвидуса и соответствующего темпа твердой фазы. Отмеченное выделение выделения твердой фазы непосредственно вблизи ликвидуса оказывает влияние на весь комплекс литейных протекающих при формировании процессов, отливки В температурном интервале затвердевания.

Уравнения (4.29)-(4.31), описывающие влияние условий кристаллизации на характер диффузионных процессов у вершины дендрита и радиус его кривизны, могут быть обобщены на многокомпонентную систему из *n* компонентов, характеризуемых различными значениями $D_i, (C_o)_i, k_i = \frac{(C_s)_i}{(C_L)_i}, m_i = \frac{\partial t_{\pi}}{\partial (C_L)_i}$ [4.29]. Для переохлажденного на величину ΔT_T расплава на основе расчета термического критерия Пекле $P_T = \frac{c}{L} \Delta T_T$

вычисляют значения концентрационного критерия Пекле $(P_C)_i = P_T \frac{a_L}{D_i}$, что

дает возможность рассчитать радиус кривизны вершины дендрита из обобщенного для *n*-компонентной системы уравнения



Конечный состав сплава отвечает стали 15Л

$$\frac{4\pi^{2}\Gamma}{R^{2}} + \frac{2}{R}\sum_{i=1}^{n} \frac{m_{i}(C_{\theta})_{i}(1-k_{i})(P_{C})_{i}}{1-(1-k_{i})Iv[(P_{C})_{i}]} + \frac{2\Delta T}{R} = 0, \qquad (4.33)$$

а также найти температуру t^* и состав сплава C^* на вершине дендрита

$$t^{*} = t_{n} + \sum_{i=1}^{n} m_{i} \frac{(C_{\theta})_{i}}{1 - (1 - k_{i})Iv[(P_{c})_{i}]} - \frac{2\Gamma}{R}, \qquad (4.34)$$

$$C_{i}^{*} = \frac{(C_{o})_{i}}{1 - (1 - k_{i})Iv[(P_{c})_{i}]}.$$
(4.35)

Это позволяет раздельно оценить влияние компонентов сплава на условия роста дендрита, формирование его структуры и состава.

На рис. 4.11 показано раздельное и совместное влияние различных компонентов стали на изменение скорости роста 9 и радиуса кривизны **R** вершины дендрита при различных значениях переохлаждения расплава. В связи с существенной зависимостью ряда параметров ($k, m, \Gamma, \Delta H$ и др.) от характера кристаллической структуры образующейся твердой фазы (см. табл. 4.1), отмечается существенное влияние содержания углерода, связанное не только с особенностями величины параметров для системы Fe-C, но и их заметным отличием при выделении δ- и γ-фазы. С повышением величины переохлаждения скорость роста увеличивается пропорционально квадрату ΔT_{T} (приблизительно). Соответственно усиленному накоплению примеси на вершине при этом уменьшается радиус кривизны R, что сказывается на величине междуосных промежутков дендрита. Наиболее сильное удельное (на 1 %) влияние на параметры дендритного роста оказывют С, S и Р, имеющие наименьшие значения коэффициента распределения с железом (0<k<0,3), далее идет кремний и марганец, слабее всего воздействие хрома и никеля, у которых коэффициент распределения близок к единице (0,8<k<1). При последовательном вводе В железо различных компонентов преобладающее влияние оказывает углерод, а вклад всех остальных элементов намного меньше, в связи с чем влияние состава сталей нивелируется, что согласуется с с экспериментальными данными.

36



1.4.7. Стадия кристаллизации внутридендритной жидкой фазы

Важным этапом формирования теории кристаллизации является постановка и решение задачи об изменении состава выделяющейся твердой фазы, отличного от равновесных условий вследствие подавления диффузии в твердой фазе, выполненное Галливером, Шейлем, Горбачевым () для условий протекания диффузии в объеме жидкой полного фазы. обеспечивающего выравнивание ее состава $(D_L \rightarrow \infty)$, полного протекания межфазной диффузии, вследствие чего на границе раздела твердой и жидкой фазы сохраняется равновесное соотношение концентраций $k_{\theta} = \frac{C_s}{C_s}$ (условия локального равновесия), и отсутствия диффузии в твердой фазе ($D_s = 0$). Полученное коэффициента уравнение постоянного значения для распределения *k* имеет вид:

$$C_L = C_{\theta} (1-m)^{k-1}; \ C_s^* = kC_L,$$
 (4.36)

где *m* - массовая доля твердой фазы, C_L - средний состав жидкой фазы; C_s^* - состав твердой фазы на межфазной границе. Это соотношение прогнозирует существенное отклонение от равновесного хода кристаллизации (см. рис. 2.10 в разд.), описываемого уравнением

$$C_{L}=\frac{C_{0}}{1-m(1-k)},$$

связывающим состав жидкой фазы C_L и количество выделившейся твердой фазы однородного состава kC_L . В частности, при неравновесных условиях, отвечающих условиям, для которых получено уравнение (4.36), выделение твердой фазы отличается меньшим темпом кристаллизации, а также происходит соответственное смещение температуры солидуса - вплоть до температуры нонвариантного превращения (температура плавления легкоплавкого компонента в системе непрерывных растворов, эвтектическая температура в системе с эвтектикой и т.д.). В связи с этим уравнение (4.36), как правило, не может использоваться для расчетов в сплавах на основе железа, особенно при больших значениях m, что связано с заметным протеканием диффузии в твердой фазе углерода (элемент внедрения в решетке железа, в особенности - δ -Fe, у которого коэффициент диффузии D_s намного выше, чем для γ -Fe). Одновременно при этом практически полностью подавлена диффузия всех других компонентов стали (элементов замещения в решетке железа), что формирует своеобразный режим *параравновесия* при кристаллизации стали, что оказывает, как отмечено ранее, важное влияние на темп выделения твердой фазы и вызывает смещение температуры солидуса относительно равновесного солидуса (см. рис. 2.10).

Броди и Флемингс [4.30] рассмотрели более сложную задачу, в которой учитывается частичное протекание диффузии в твердой фазе с коэффициентом D_s при перемещении плоской межфазной границы по закону квадратного корня, отвечающему кинетике теплоотвода ($m \approx k\sqrt{\tau}$) в литейной форме. Полученное решение имеет вид:

$$\boldsymbol{C}_{s}^{*} = \boldsymbol{k} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{\theta}} \left[\boldsymbol{l} - \left(\boldsymbol{l} - \boldsymbol{\gamma} \, \boldsymbol{k} \right) \boldsymbol{m} \right]_{\boldsymbol{l} - \boldsymbol{\gamma} \, \boldsymbol{k}}^{\boldsymbol{k} - \boldsymbol{l}}, \qquad (4.38)$$

где $\gamma = \frac{2D_s}{k^2}$. Наиболее удачное дальнейшее уточнение решения позднее получено Онака [4.34] при аналогичных допущениях:

$$C_{s}^{*} = kC_{\theta} \left[1 - \left(1 - \frac{2\gamma k}{1 + 2\gamma} \right) m \right]^{\frac{k-1}{1 - \frac{2\gamma k}{1 + 2\gamma}}}, \qquad (4.39)$$

где $\gamma = \frac{4D_s \tau^*}{\delta^2}$, τ^* - локальная продолжительность затвердевания, δ - междуосное расстояние для ветвей второго порядка. Сопоставление результатов точного численного расчета с вычислениями по формулам (4.38) и (4.39) показало, что последнее выражение по своей точности значительно предпочти-

тельнее, так как - в отличие от (4.38) - не дает физически некорректных результатов при больших значениях γ .

Боковые (вторичные) ветви дендрита возникают на некотором удалении от вершины ствола, где накопление примеси в жидкой фазе приводит к возникновению неустойчивости границы раздела фаз и случайных выступов, благоприятно (ортогонально) инициирует рост ориентированных в соответствии с кубической кристаллографической структурой относительно оси первого порядка. Начальные междуосные расстояния вторичных ветвей η_2 находятся в приблизительном соотношении $\frac{\eta_2}{R}$ ≅ 2-3 с радиусом кривизны *R* вершины дендрита [4.29], что будет более подробно рассмотрено в разд. 4.9. Дальнейший рост этих ветвей сопровождается «геометрическим отбором» в результате остановки тех ветвей, которые вследствие отставания оказываются В области концентрационного уплотнения более продвинутых соседних ветвей (рис. 4.12). В результате «геометрического отбора» начальные междуосные промежутки многократно удваиваются в результате конкурентной борьбы за пространство роста.

Работами М.Флемингса с сотрудниками [4.30] было показано, что возникшие вблизи первоначально вершины дендрита междуосные промежутки боковых ветвей η_2 не сохраняются неизменными до конца затвердевания, а претерпевают непрерывное увеличение, обусловленное не только "геометрическим отбором", так и "освальдовским созреванием", т.е. коалесценцией в результате растворения наиболее тонких ветвей и переотложением твердой фазы в участках меньшей кривизны межфазной поверхности в соответствии с известным уравнением $\Delta T_r = \frac{\sigma T_L}{R \rho \Delta H}$, описывающим капиллярное понижение равновесной температуры кристаллрасплав T_L в зависимости от радиуса кривизны R межфазной поверхности (здесь σ -поверхностная энергия межфазной границы, ρ_s - плотность твердой фазы, ΔH – энтальпия плавления). В результате в период затвердевания происходит существенное увеличение междуосных промежутков, зависящее от таких параметров дендритного роста, как скорость роста \mathcal{G} , градиент температуры G_L , межфазная энергия Γ и коэффициент диффузии в расплаве D_L .

1.4.8. Модель диффузионно-контролируемой равноосной кристаллизации

Приближенный анализ равноосной дендритной кристаллизации фазы основан на разделении жидкой на междендритную И внутридендритную, что отражает существенное различие в характере диффузионных процессов В жидкой фазе, окружающей растущий дендритный ствол и располагающейся в междуосных промежутках дендрита. Свободный рост дендрита оценивается радиусом сферы R_a, величина которого увеличивается со скоростью роста 9 первичной оси дендрита, зависящей от пересыщения на вершине его ствола

$$\vartheta = \frac{dR_{\delta}}{d\tau} = \frac{D_L p C_{\theta}}{\pi^2 \Gamma (1-k)} \left(\frac{C^* - C_R}{C_{\theta}} \right)^2, \quad (4.40)$$

где C^* - концентрация на вершине ствола, C_R - концентрация на границе области роста R, определяемой количеством центров кристаллизации N в единице объема, возникающих одновременно при равноосном характере формирующейся структуры:

$$R = \sqrt[3]{\frac{3}{4\pi N}}$$

Здесь принято, что дендрит занимает сферическую область радиуса R_{δ} , имеющую относительный объем

$$f_g = \left(\frac{R_{\partial}}{R}\right)^3.$$

Внутри этой области, вмещающей дендрит и междуосную жидкую фазу приближенно равномерного состава C^* , происходит непрерывное увеличение количества твердой фазы, среднее внутридендритное содержание которой f_i оценивается соотношением


$$f_{i} = \frac{f_{s}}{f_{g}} = \Omega \left(1 + \frac{3}{2Pg} + \frac{1}{Pg^{2}} + \frac{1}{4Pg^{3}} \right), \quad (4.41)$$

где f_s - доля твердой фазы (в расчете на объем $\frac{4}{3}\pi R^3$ области роста радиуса *R*); $\Omega = (C^* - C_0)/C^*(1-k)$ - безразмерное пересыщение внутридендритной жидкой фазы; $Pe = \frac{9 Re}{D_L}$ - число Пекле для сферической области радиуса R_0 .

Диффузия в жидкой фазе впереди растущего дендрита на начальном этапе охватывает незначительный слой толщиной $\delta_D \cong 2D_L / v << R$ (рис. 2.9), вследствие чего рост происходит при $C_R = C_0$ до тех пор, пока слой δ не достигнет радиуса R, вслед за чем происходит смыкание дендритов и исчезновения остановка его стволов (ветвей) В результате роста междендритной жидкой фазы. Последующая стадия кристаллизации связана главным образом с переходом в твердое состояние внутридендритной жидкой фазы. При этом преобладающая часть остаточной твердой фазы выделяется в полном согласии с моделью Шейля, недостатки которой для равномерном первого этапа кристаллизации отмечены выше, при распределении примесей в узких междуосных пространствах и подавлении диффузионных процессов в твердой фазе

Отмеченные особенности двухстадийного хода равноосной кристаллизации существенно уточняют ранее указанную схему формирования состава и темпа выделения твердой фазы при неравновесной кристаллизации (рис. 4.9), поскольку учитывают совместное протекание диффузионных процессов как в междендритной, так и во внутридендритной жидкой фазе..

1.4.9. Междуосные промежутки дендритов

Наиболее важным и неуловимым для теории параметром структуры литого металла является такая характеристика микроморфологии дендрита, как расстояния между осями второго порядка λ_2 . Именно эта величина, как показывают многочисленные исследования, является определяющей для механических (в первую очередь пластических) и ряда эксплуатационных характеристик металла, поскольку именно λ_2 определяет возникновение и развитие междуосных стыков дендрита с образованием непрерывного скелета твердой фазы (см. разд. 5), размеры и расположение газовых и неметаллических включений (газоусадочной микропористости), величину и динамику изменения коэффициента проницаемости дендритного скелета в процессе фильтрационного перемещения жидкой фазы, а также развитие внутридендритной ликвации, диктующей темп выделения твердой фазы и неравновесных фаз возникновение на заключительном этапе кристаллизации.

Отмеченные аспекты формирования качества литого металла были теоретически выявлены еще в 50-е годы XX века [4.30 и др.], однако, их количественные оценки появились значительно позже [4.4, 4.30-4.31 и др.] и носили преимущественно описательный характер, поскольку вычисление величины междуосных промежутков λ_2 остается до сих пор лишь частично обширная решенной задачей. Существует литература, посвященная экспериментальному установлению влияния различных факторов на значение λ_2 Наиболее общие соотношения, связывающие λ_2 с условиями кристаллизации сплавов, имеют вид [4.4, 4.30-4.31]

$$\lambda_2 = \lambda_0 \tau_{\scriptscriptstyle \Pi 0 \kappa}^n = \lambda_1 \mathcal{G}_0^m = \lambda_2 V^{\,p} G_T^{\,s} \,, \tag{4.43}$$

где $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ - константы, зависящие от состава сплава, а также технологии выплавки металла; $\tau_{_{лок}}$ - локальная продолжительность затвердевания; \mathcal{G}_0 -

 $(\theta_{\theta} = \frac{t_{\pi} - t_{c}}{\tau_{eee}}); \qquad \theta$ -скорость фронта скорость металла охлаждения кристаллизации (скорость перемещения макроскопической межфазной границы); G_r - градиент температуры на фронте кристаллизации; n,m,p,sэмпирические коэффициенты, которые экспериментально получены (рис. 4.13) устойчивые для углеродистых сталей значения $(n \approx 0.50; m = -0.38; p \approx 0.25; s \approx -0.50)$, близкие к некоторым приближенным теоретическим оценкам [4.4]

$$\lambda = \beta \left(D_L \Gamma \Delta T_0 / k \right)^{1/4} \mathcal{S}^{1/4} \mathcal{G}^{-1/2}, \qquad (4.44)$$

где β - эмпирический множитель (β =4,3); D_L - коэффициент диффузии в жидкой фазе; Γ -параметр Гиббса-Томсона; ΔT_{θ} -равновесный температурный интервал кристаллизации сплава; k -коэффициент распределения; β - скорость роста дендрита.

Теоретическое решение задачи, полученное на основе принципа маргинальной (предельной) устойчивости для выступа, образующегося на боковой поверхности растущего дендритного ствола [4.32], имеет вид:

$$\frac{-p(1-k)C_{\theta}\mathcal{P}}{D_{L}}\sqrt{\frac{R}{2\eta_{2}}}-\Gamma\left(\frac{\kappa^{2}-1}{2R\eta_{2}}+\left(\frac{2\pi}{\eta_{2}}\right)^{2}\right)=0, \quad (4.44)$$

где *p*- наклон линии ликвидуса; *C*₀- состав сплава; *R*- радиус кривизны вершины ствола дендрита; η_2 - первичные междуосные промежутки второго порядка, возникающие на боковой поверхности дендритного ствола; κ_* - волновое число (κ_* =4 для решетки с кубической симметрией).

Это уравнение в результате преобразования к безразмерным переменным $\frac{\eta_2}{R} = \xi$ принимает вид:

$$\frac{\Re R^2}{\Gamma} \cdot \frac{p(1-k)C_{\theta}}{D_L} = \sqrt{2\xi} \left(\frac{\kappa^2 - 1}{2\xi} + \left(\frac{2\pi}{\xi}\right)^2\right), \quad (4.45)$$

где левая часть зависит от свойств сплава и условий кристаллизации, а правая определяет соответствующее значение *ξ*.



С учетом принятого авторами [4.32] соотношения, определяющего радиус кривизны вершины $R = \left(\frac{4\pi^2 D\Gamma}{p(1-k)C_{\theta} \vartheta}\right)^{1/2}$, после подстановки в (4.45) получим безразмерное соотношение

$$4\sqrt{2\xi}\sqrt{\xi} - (k_*^2 - 1)\xi = 0, \qquad (4.46)$$

которое показывает, что значение ξ не зависит от характеристик сплава. Решение уравнения (4.46) имеет вид $\xi_* = 2.34$ и позволяет установить в простейшем виде связи между условиями роста и микроморфологией дендрита:

$$\eta_2 = R\xi_* = \xi_* \left(\frac{4\pi^2 D\Gamma}{pC_0(1-k)g}\right)^{1/2}, \qquad (4.47)$$

где значение *9* также зависит от характеристик сплава, а также условий роста (переохлаждения расплава), и должно быть определено независимо.

Полученное соотношение (4.45) может быть обобщено для многокомпонентного сплава, учитывая для каждого из *i* компонентов независимые значения $(C_0)_i, k_i, D_i$ и p_i , что дает конечное расчетное выражение

$$\frac{\Re^2}{\Gamma} \sum \frac{p_i (1-k_i) (C_0)_i}{(D_L)_i} = \sqrt{2\xi} \left(\frac{\kappa_*^2 - 1}{2\xi} + \left(\frac{2\pi}{\xi} \right)^2 \right), (4.48)$$

где суммирование для сплавов на основе железа производится с учетом зависимости параметров k_i и p_i от структуры выделяющейся твердой δ - или γ -фазы (см. табл. 4.1).

Вычисление соответствующих заданному составу сплава в формуле (4.48) значений *R* и *Э* требует применения ранее приведенного общего выражения (4.33) для расчета радиуса кривизны первичного ствола *R* в многокомпонентной системе в зависимости от принятого термического

переохлаждения расплава $\Delta T_T = \frac{L}{c} Iv(P_T)$ и эквивалентного ему значения термического критерия Пекле P_T .



На рис. 4.14 представлены результаты сравнительного расчета междуосных промежутков для дендритов трехкомпонентных систем Fe-C-Х_і.При увеличении содержания третьего во всех случаях происходит повышение разветвленности дендритов, однако, воздействие различных компонентов нелинейно и весьма различно по величине. Наиболее значительное сокращение междуосных промежутков происходит при введении серы и фосфора, слабее всего влияние хрома и никеля, что в первую очередь обусловлено влиянием этих компонентов на радиус кривизны вершины первичного ствола, отмеченного выше в разд. 4.6 по результатам расчетов (см. рис. 4.11). Различие физико-химических параметров, связанных с характером кристаллической решетки выделяющейся твердой фазы, оказывает дополнительное значительное влияние, ассоциирующееся с повышением содержания углерода в сплавах. Основным кинетическим фактором, который определяет скорость роста дендритных ветвей и соответствующую интенсивность накопления примесей на поверхности раздела фаз, является термическое переохлаждение, в свою очередь являющееся функцией как тепловых условий (исходный перегрев расплава, интенсивность теплоотвода, скрытая теплота кристаллизации, и т.д.), так и физико-химических факторов теплоемкость расплава (количество активных включений, развитие самопроизвольного зарождения и др.), указанных в разд.4.2-4.4.

1.4.10. Диффузионные процессы при кристаллизации перитектических сплавов на основе железа

Отличительной особенностью кристаллизации перитектических сплавов Fe-C-X_i (рис. 4.15) является ее диффузионно-контролируемый характер, ход которого определяется скоростью переноса избыточного углерода между границами *L*/γ и δ/γ (рис. 4.16) при наличии термического переохлаждения

 ΔT , в связи с чем скорости перемещения этих границ и скорость диффузии через оболочку γ -фазы, окружающей остаточную δ -фазу [4.33], оказываются взаимозависимыми. Соотношение скоростей кристаллизации g на границах фаз γ/L и δ/γ определяется условием материального баланса и связано с геометрией диаграммы состояния с учетом сдвига концентраций на межфазных границах относительно равновесных значений

$$\frac{9^{\gamma/L}}{9^{\gamma/\delta}} = \frac{C^{\gamma/\delta} - C^{\gamma/\gamma}}{C^{L/\gamma} - C^{\gamma/L}}, \qquad (4.49)$$

выражаемого через переохлаждение ΔT с учетом p_i – тангенса угла наклона соответствующей линии диаграммы состояния (рис.4.16).

В уравнении (4.49) скорость $\mathcal{P}^{r/L} = \lambda \frac{dm}{d\tau}$ межфазной границы γ/L задана условиями теплоотвода, который определяет скорость выделения твёрдой фазы *m* (при ширине дендритной ячейки λ) и в свою очередь диктует достижение переохлаждения ΔT , необходимого для переноса углерода с необходимой интенсивностью:

$$\Delta T = \frac{\vartheta^{\gamma/L} m_{\gamma} \lambda^2 (C_{\gamma} - C_p)}{D^{\gamma} (\frac{1}{p^{\gamma/L}} - \frac{1}{p^{\gamma/\delta}})}, \qquad (4.50)$$

где m_{γ} -количество выделившейся γ -фазы; C_{γ} , C_{P} - координаты точек диаграммы состояния (рис. 4.15); D^{γ} -коэффициент диффузии углерода в γ -фазе.

Анализ перераспределения элементов на различных стадиях неравновесной кристаллизации сплавов Fe-C-X_i в условиях перитектической реакции, реализуемой путем сопряженного протекания превращений ($\delta \rightarrow \gamma$) и $(L \rightarrow \gamma)$ на разделенных межфазных границах, производили с учетом величины параметра $\alpha = D/\Im$ на основе обобщенного уравнения (4.39) неравновесной кристаллизации, полученного для условий локального равновесия на межфазной границе при частичном ($0 \le \alpha \le 1$) протекании диффузии в образующейся твердой фазе [4.34]:

$$\boldsymbol{C}_{s} = \boldsymbol{k} \boldsymbol{C}_{\boldsymbol{\theta}} \left[\boldsymbol{l} - (\boldsymbol{1} - \boldsymbol{\sigma} \boldsymbol{k}) \boldsymbol{m} \right]^{\frac{k-1}{l-\sigma k}}; \, \boldsymbol{\sigma} = \frac{2\gamma}{1+2\gamma}; \, \gamma = 8\alpha, \qquad (4.51)$$



где *m* - количество твердой фазы, C_0 - исходное содержание элемента в сплаве, *k*-коэффициент распределения; C_s, C_L - равновесные концентрации твердой (жидкой) фазы на межфазной границе. При сравнительном анализе интенсивности диффузионных процессов (рис. 4.17) установлено, что в широком интервале условий литья (по скорости кристаллизации *9* и соответствующей величине междуосных промежутков λ) процесс выделения твердой фазы протекает с незначительным отклонением от параметров, определяемых диаграммой состояния, поскольку содержание углерода, выделяющегося в δ - и γ -фазе, близко к равновесному, что связано с весьма высокими значениями коэффициентов диффузии углерода в δ - и γ -Fe.

Вследствие этого параметр диффузионной равновесности $\beta = \frac{(C_S / C_0)_S - (C_S / C_0)}{(C_S / C_0)_S - (C_S / C_0)_E} \approx 1$ (рис. 4.18). Здесь $(C_S / C_0)_S$ и $(C_S / C_0)_E$ определены

соответственно для условий равновесной кристаллизации (при $\sigma = 1$) и отсутствия диффузии в твердой фазе ($\sigma = 0$).

Диффузия элементов замещения X_i (Si, Mn, Cr, Ni и др.) в γ -фазе отвечает значениям $\beta < 0,2$ (рис. 4.18), т.е. существенно подавлена даже при замедленном затвердевании. При выделении δ -фазы значения β находятся в пределах 0,4-0,8 вследствие более высокого значения коэффициента диффузии ($D_i^{\delta} >> D_i^{\gamma}$). Подавление диффузии компонентов X_i вызывает их неравномерное распределение в твердой фазе, но не оказывает, в отличие от углерода, столь существенного влияния на ход процесса кристаллизации (см. разд. 2.4, рис. 2.10), что подтверждают расчеты для многокомпонентных сплавов с учетом соотношения (4.39) на основе термодинамического моделирования.



1.4.11. Темп выделения твердой фазы в условиях неравновесной кристаллизации.

Для исследования процесса выделения твердой фазы при неравновесной кристаллизации можно воспользоваться уравнением (4.51), которое описывает изменение состава выделяющейся твердой фазы C_S в процессе кристаллизации в зависимости от температуры внутри интервала кристаллизации. Согласно диаграмме состояния состав жидкой фазы определяет значение температуры ее ликвидуса; поэтому можно связать количество твердой фазы *m* и изменение температуры Δt :

$$C_{\theta} \left[l - \left(l - \sigma \cdot k \right) m \right]^{\frac{l-k}{l-\sigma k}} = C_{\theta} + \frac{\Delta t}{p} \quad , \qquad (4.52)$$

откуда после преобразований следует уравнение, связывающее количество твердой фазы с изменением температуры сплава

$$m = \frac{1}{(1 - \sigma \cdot k)} \left[1 - (1 + \frac{\Delta t}{pC_{\theta}})^{-\frac{(1 - \sigma k)}{(1 - k)}} \right]. \quad (4.53)$$

При равновесной кристаллизации, когда α=1, уравнение (4.53) принимает более простой вид :

$$(m)_{\alpha=0} = \frac{1}{(1-k)(1+\frac{pC_0}{\Delta t})}.$$
 (4.54)

Температурный интервал кристаллизации Δt_{unm} определяет выражение, получаемое из (4.54) при m=1:

$$(\Delta t_{unm})_{sc} = \frac{mC_0(1-k)}{k}.$$
(4.55)

При нормальной неравновесной кристаллизации (σ =0) уравнение (4.53) принимает вид:

$$(m)_{N} = 1 - (1 + \frac{\Delta t}{pC_{\theta}})^{-\frac{1}{1-k}}.$$

что совпадает с уравнением Шейля. Величину температурного интервала затвердевания при неравновесных условиях (0< σ <) можно рассчитать по

уравнению (4.53), если положить m = 1 и решить его относительно $\Delta t = (\Delta t_{uum})_N$:

$$(\Delta t_{unm})_N = pC_0 \left[(\sigma \cdot k)^{-\frac{(1-k)}{(1-\sigma k)}} - 1 \right], \qquad (4.56)$$

Уравнение (4.56) может быть обобщено для многокомпонентных сплавов:

$$\Delta T = \sum p_i C_{0i} \left[\sigma_i k_i \left(\frac{k_i - I}{I - \sigma_i k_i} \right) - I \right], \qquad (4.57)$$

где индекс *i* отвечает *i*-тому компоненту сплава. Расчеты показывают, что получаемые по формулам (4.53)-(4.57) данные хорошо согласуются с результатами термодинамического моделирования сплавов в пределах незначительного изменения параметров k, p, D_L и др. при содержании компонентов, не превышающем 3-5 ат.%, что присуще широкому кругу углеродистых и низколегированных сталей.

Литература к разделу 1.4.

4.1. Современная кристаллография. М., Наука, 1979, т.3.

4.2. Кристиан Д. Теория превращений в металлах и сплавах. – М., Мир, 1978.

4.3. Гиршович Н.Г. Кристаллизация и свойства чугуна в отливках. – М.-Л., Машиностроение, 1966.

4.4. Kurz W., Fisher D.J. Fundamentals of solidification. Trans. Tech. Publ., 1989.

4.5. Каменецкая Д.С. Железо высокой степени чистоты. – М., Металлургия, 1978.

4.6. Turnbull D. J. Chem. Phys., 1952, v.20, 411.

4.7. Huang S.C., Glicksman M.E. Fundamentals of dendritic solidification. // Acta Metall., 1981, v. 29, № 5.

4.8. Каменецкая Д.С. // Сб. Проблемы физики металлов и металловедения.-М., Металлургиздат, 1949.

4.9. Spaepen W.P. // Acta Metall., 1988, v.36, № 5.

4.10. Савельев К.Д., Голод В.М. Термодинамическое моделирование многокомпонентных литейных сплавов на основе железа. – СПб, СПбГТУ, 2001.

4.11. Колмогоров А.Н. Изв. АН СССР, сер. матем., 1937, № 3.

4.12. Avrami M. // J. Chem. Phys., 1939, v.7; 1940, v.8.

4.13. Голод В.М. Исследование кристаллизации сплавов.- Л., Труды ЛПИ, 1987.

4.14.Баландин Г.Ф. Основы теории формирования отливки, ч.2.- М., Машиностроение, 1979.

4.15. Голод В.М., Рост Ю.В. Проблема предотвращения отбела. // Литейное производство, 1996, № 10.

4.16. Гиршович Н.Г. О взаимосвязи затвердевания и кристаллизации. – Сб. Кристаллизация металлов, М., АН СССР, 1960.

4.17. Galenko P.K., Zuravlev V.A. Physics of dendrite. – Singapore, World Scientific, 1994.

4.18. Galenko P.K., Sobolev S. Local nonequilibrium effect on undercooling in rapid solidification of alloys. // Phys. Rev. E, 1997, v.55, # 1.

4.19. Иванцов Г.П.О росте сферического и иглообразного кристаллов бинарного сплава. // ДАН СССР, 1952, т.83, № 4.

4.20. Жидкие металлы и их затвердевание. – М., Металлургиздат, 1962.

4.21. Mullins W.W., Sekerka R.F. J. Appl. Phys., 1964, v.35, 444.

4.22. Борисов В.Т. Теория двухфазной зоны металлического слитка. – М., металлургия, 1987.

4.23. Гиршович Н.Г., Лебедев К.П., Голод В.М., Лоц З.Ш. Исследование структуры двухфазной области отливок. – Сб. Вопросы металловедения и физики металлов. – Тула, ТПИ, 1972.

4.24. Lipton J., Gliksman M.E., Kurz W. Equiaxed dendrite growth in alloys at small supercooling. // Metall. Trans., A, v.

4.25. Новиков И.И., Золоторевский В.С. Дендритная ликвация.

4.26. Doherty R.D., Melford M.A. // J. Iron Steel Inst., 1967, № 9.

4.27. Гиршович Н.Г., Нехендзи Ю.А. Затвердевание отливок. – Сб. Затвердевание металлов. М., Машгиз, 1958.

4.28. Нехендзи Ю.А., Гиршович Н.Г., Лебедев К.П., Голод В.М. Исследование хода кристаллизации сплавов. - Сб. Литейные свойства сплавов, ч. І. - Киев, Наукова думка, 1968.

4.29. Somboonsuk K., Trivedy R. Acta Metall., 1985, v.33, 1051.

4.30. Гуляев Б.Б. Литейные процессы. – М., Машгиз, 1960.

4.30. Флемингс М. Процессы затвердевания. – М., Машиностроение, 1977.

4.31. Эллиот Р. Управление эвтектическим затвердеванием. – М., Мир, 1987.

4.32. Yoshioka H. tt al. // Acta Mater., 2004, v.52, 1515.

4.33. Fredriksson H. Solidification of iron-base alloys. // Metal. Sci., 1982, v.16, № 12.

4.34. Ohnaka S. // Trans. ISIJ, 1986, v.26, 1045.

1.5. ФОРМИРОВАНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ ТВЕРДОЙ ФАЗЫ ПРИ КРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Понятие о непрерывной твердой фазе как важном состоянии кристаллизующегося сплава было разработано А.А.Бочваром с сотрудниками [5.1-5.2], отметившими качественное изменение в ходе литейных процессов, связанное со срастанием кристаллитов в непрерывный скелет. Температура образования непрерывной твердой фазы t_a разделяет температурный интервал затвердевания на стадии жидко-твердого $(t_i > t > t_0)$ и твердожидкого $(t_0 > t > t_c)$ состояния, радикально различающиеся по характеру протекания процессов течения, питания, ликвации, объемной и линейной усадки и др. В литературе для обозначения температуры t_o используют термины: температуры нулевой жидкотекучести [5.3], границы выливаемости [5.4], прекращения фильтрации [5.5], начала линейной усадки [5.6], верхней температурной границы хрупкости [5.6], потери прочности [5.7], нулевой твердости [5.8] и т.д. Не менее важным параметром непрерывной твердой фазы, чем t_{0} , является критическая доля твердой фазы m_{0} при формировании непрерывного скелета, значение которой находится в непосредственной зависимости от положения t_{θ} и темпа выделения твердой фазы $\mu = \frac{dm}{dt}$ в рассматриваемом процессе [5.9].

Систематические исследования влияния положения сплавов на диаграмме состояния, а также металлургических и технологических факторов на параметры t_0 и m_0 непрерывной твердой фазы весьма немногочисленны и в основном относятся к относительно легкоплавким сплавам вследствие сложности проведения опытов по регистрации критического состояния сплавов. Еще меньше данных, которые бы позволяли непосредственно сопоставить значения t_0 и m_0 для различных литейных процессов в сравнимых условиях (диаграмма состояния, условия охлаждения

1

и т.д.), в связи с чем накопленные данные, как правило, не поддаются обобщению, которое позволило бы использовать эти параметры при моделировании процессов формирования тех литейных дефектов, происхождение которых прямо связано с возникновением непрерывной твердой фазы.

Количественная оценка температуры образования непрерывного скелета в результате срастания стволов (ветвей) дендритной системы после их смыкания в процессе продольного роста и формирования твердых сростков между кристаллитами может быть сделана на основе расчета диффузионного накопления примеси на вершине растущего дендритного ствола. Как показано в [5.10], состав жидкой фазы бинарного сплава на параболического поверхности роста дендритного ствола описывает выражение

$$C_L^* = \frac{C_\theta}{1 - (1 - k)Iv(P_C)} , \qquad (5.1)$$

где C_0 - исходный состав сплава, $P_c = \frac{\Re R}{2D_L}$ - критерий Пекле, оценивающий условия диффузии в расплаве с коэффициентом D_L при скорости роста ϑ и радиусе кривизны вершины R, определяемых в зависимости от термического переохлаждения расплава ΔT формулами (4.30) - (4.33) в разд. 4.6. При понижении температуры сплава до величины, отвечающей температуре ликвидуса жидких прослоек состава C_L^* , находящихся в местах стыков дендритных стволов (ветвей), происходит их затвердевание с образованием скелета непрерывной твердой фазы.

Соответствующая температура t_0 может быть определена формулой :

$$t_{\theta} = t_{\pi} (C_{L}^{*}) = t_{\pi} (C_{\theta}) - p_{L} (C_{L}^{*} - C_{\theta}) = t_{\pi} (C_{\theta}) - p_{L} C_{\theta} \frac{(1-k)Iv(P_{C})}{1 - (1-k)Iv(P_{C})}, \quad (5.2)$$

где p_L - наклон линии ликвидуса соответствующей бинарной диаграммы состояния. Как следует из этого выражения, смещение линии $t_o(C)$ относительно линии ликвидуса $t_n(C)$ диаграммы состояния определяют

условия диффузионного накопления примеси, оцениваемые величиной диффузионного



критерия Пекле P_c , и шириной концентрационного интервала затвердевания при температуре ликвидуса сплава $\Delta C_{unm} = C_0 (1-k)$ (рис.2.6 в разд. 2.4). Более точно можно сформулировать - с учетом выражения для темпа выделения твердой фазы на ликвидусе

$$\mu_{\cdot}=\frac{1}{p_{L}C_{\theta}(1-k)},$$

входящего в состав формулы (5.2), что чем выше темп кристаллизации вблизи ликвидуса, тем интенсивнее накопление примеси на вершине дендрита и ниже температура формирования непрерывного скелета.

Для многокомпонентного сплава формула (5.2) обобщается с учетом различных значений коэффициента распределения k_i , коэффициента диффузии D_i и угла наклона поверхности ликвидуса p_i для каждого компонента сплава согласно выражению

$$t_{\theta} = t_{\pi} (C_{L}^{*}) = t_{\pi} (C_{\theta}) - p_{L} (C_{L}^{*} - C_{\theta}) = t_{\pi} (C_{\theta}) - \Sigma p_{L} C_{\theta} \frac{(1-k)Iv(P_{C})}{1 - (1-k)Iv(P_{C})}$$
(5.3)

На рис. 5.1 показано положение расчетных границ образования непрерывной твердой фазы в различных бинарных системах в зависимости диффузионного ОТ величины параметра P_{c} В сопоставлении С экспериментальными данными [5.4] о положении верхней температурной ряда сплавов. Совпадение границы интервала хрупкости кривых, *P*_c =0,125-0,250, характерным для отвечающих в среднем значениям формирования дендритной структуры в сплавах при затвердевании в литейной форме), с данными экспериментов [5.4] для систем со значительно отличающимися параметрами диаграмм состояния (для сплавов Al-Si: $k = 0,144; p_L = -5,26 \text{ K/\%}; D_{Si} = 2,5 \cdot 10^{-9} \text{ м}^2/\text{c};$ для сплавов Al-Cu: $k = 0,173; p_L = -$ 3,39 К/%; **D**_{Cu} =3,0·10⁻⁹ м²/с; для сплавов Al-Mg: **k** =0,295; **p**_L =-4,75 К/%; **D**_{Mg} =9,7.10⁻⁹ м²/с [5.11]), свидетельствует об удовлетворительной точности оценок, которые дает схема, положенная в основу вывода формул (5.2-5.3).

На рис. 5.2 приведены соответствующие расчетные кривые для сплавов на основе железа, содержащих Si, Mn, S и P при различном содержании углерода, в сопоставлении с диаграммой состояния системы Fe-C X_i (при том же содержании Si, Mn, S и P) с нанесенными границами изменения расчетных значений количества твердой фазы при кристаллизации в зависимости от содержания углерода при различных условиях охлаждения [5.7-5.8]. Соответствующие значения параметров скорости роста дендритов аустенита \mathcal{S} и радиуса кривизны его вершины \mathbf{R} взяты по данным измерений для сплавов Fe-C-Si методом декантации [5.12]. Результаты расчета показывают, что линия образования непрерывной твердой фазы в сплавах на основе Fe-C располагается непосредственно вблизи ликвидуса, что связано с интенсивной диффузией углерода и других компонентов в расплаве вследствие высокого значения коэффициента диффузии D_L (вследствие чего $P_c \ll 1$).

Исследование изменения сдвиговых напряжений при непрерывном охлаждении (1 К/с) кристаллизующегося металла в условиях вращающегося ротаметра (0,05 об/мин) [5.13] позволило определить критическое содержание твердой фазы m_0 и температурный интервал до смыкания дендритных кристаллитов $\Delta T_0 = t_n - t_0$ в зависимости от содержания второго компонента C_0 и добавки модификаторов, интенсивно измельчающих зерно (рис. 5.3). Использование модели равноосной кристаллизации дендритных зерен [5.14] позволило вскрыть влияние факторов, влияющих на критические параметры непрерывной твердой фазы.

Принимая охлаждение сплава в период формирования скелета стационарным ($\frac{dt}{d\tau} = g_0 = const$), можно выразить радиус растущего зерна R_0 и его объемную долю f_0 уравнениями [5.14]:

$$R_{\delta} = \int_{0}^{\tau} \mathcal{G} \, d\tau = \frac{D_{L} \left(\Delta T^{*} \right)^{3}}{3\pi \, \Gamma p_{L} C_{0} \left(I - k \right) \mathcal{G}_{0}};$$

$$f_{\delta} = \left(\frac{R_{\delta}}{R_{0}} \right)^{3},$$
 (5.4, a-6)



где ΔT^* - переохлаждение расплава на вершине растущего дендритного ствола; $R_0 = \left(\frac{3}{4\pi N_3}\right)^{1/3}$ - максимальный радиус дендритного зерна в момент его

смыкания в непрерывный скелет, определяемый объемной плотностью зародышей кристаллизации N₃.

В момент образования непрерывного скелета $R_{\delta} = R_{0}$ (формула 5.4,б), т.е. при $f_{\delta} = I$, критическое содержание твердой фазы f_{s}^{*} определяется согласно формуле (4.41- см. разд. 4.8) внутренним строением (морфологией) и долей твердой фазы в объеме дендритного кристаллита [5.15]

$$f_{s}^{*} = \Omega \left(1 + \frac{3}{2Pc} + \frac{1}{Pc^{2}} + \frac{1}{4Pc^{3}} \right), \qquad (5.5)$$

где $\Omega = \frac{C_L^* - C_\theta}{C_L^* (1-k)}$ - относительное пересыщение жидкой фазы C_L^* на вершине

дендрита, $P_c = \frac{g_R_o}{2D_L}$ - число Пекле, находимое по радиусу дендритной ячейки R_o . В момент смыкания дендритов достигается состояние, когда $f_i = f_s^*$, что иллюстрирует рис. 5.4, где представлено изменение f_i и f_o в процессе кристаллизации для сплавов разного состава. Критическая доля твердой фазы f_s^* , как следует из формул (5.4)- (5.5), определяется диффузионными условиями роста дендритов ($\Delta T^*, C^*$ и т.д.), а также размерами области их смыкания R_o (то есть количеством зародышей в единице объема N_i), в связи с чем ширина температурного интервала образования непрерывной твердой фазы $\Delta t_o = t_a - t_o$ зависит от количества и состава вводимых модификаторов, степени рафинирования расплава от активных включений, определяющих максимальное переохлаждение при образовании зародышей, и условий роста первичных дендритных осей. В доэвтектических сплавах AI-Si отмечено, что с повышением содержания кремния происходит увеличение размеров зерен (N_i уменьшается), одновременно повышается скорость роста дендритов g_o



(с 4 до 15 мкм/с), сокращается температурный интервал роста дендритов до смыкания Δt_0 , в результате чего критическое содержание твердой фазы f_s^* снижается с 0,50 до 0,10 [5.14-5.15].

В настоящее время общепризнано, что с появлением непрерывной твердой фазы происходит качественное изменение хода целого ряда литейных процессов, обусловленное переходом металла из жидко-твердого в твердо-жидкое состояние. В частности, критический состав сплавов эвтектического типа, отвечающий пересечению температурной границы $t_0(C)$ с эвтектической горизонталью, для таких процессов различной природы изменяется от 2,7 до 8% в системе Al-Si, от 8 до 27% в системе Al-Cu (рис. 5.5) и т.д.

Явлениям различного физического и технологического характера должны быть поставлены в соответствие различные критические состояния двухфазной кристаллизующейся системы, отвечающие разным значениям параметров t_0 и m_0 [5.16].

Течение металла в канале или полости формы прекращается при образовании непрерывного скелета, способного противостоять гидравлическому напору на носике потока (в широкоинтервальных сплавах): или по его незатвердевшему сечению (в узкоинтервальных сплавах):

$$\rho gH + \frac{\rho \vartheta^2}{2} \le F_1, \tag{5.6}$$

где ρgH - статический напор; $\frac{\rho g^2}{2}$ - динамический напор потока, имеющего геометрический напор H, скорость g и плотность ρ ; F_1 - сила сцепления отдельных кристаллитов в движущемся потоке вследствие их вязкого скольжения по междендритным жидким прослойкам и взаимного заклинивания [5.17].

Питание отливки прекращается в области твердо-жидкого состояния при формировании скелета твердой фазы, препятствующего фильтрации расплава:

11

$\sum \left(P_{\phi} \right)_i \le F_2 \,, \tag{5.7}$



где P_{ϕ} - силы различной природы, вызывающие фильтрацию (гидростатический напор, капиллярное давление, давление газов и т.д.) [5.6]; F_2 - сила гид-равлического сопротивления сетки кристаллитов перемещению жидкой фазы по междендритным и внутридендритным пространствам.

Линейная усадка отливки начинается в области твердо-жидкого состояния, когда термическое сжатие отдельных кристаллитов эстафетным порядком передается по всему сечению образца вследствие достаточной прочности сростков между кристаллитами:

$$\sum P_{mp} + \sum P_c \le F_s, \tag{5.8}$$

где P_{mp} , P_c - силы трения и сцепления металла с формой на границе раздела; F_3 - сила сопротивления кристаллитов вязкому скольжению и межзеренной деформации в местах срастания [5.4].

Условия критического состояния металла, аналогичные (5.6)-(5.8), могут быть сформулированы и для других процессов, происходящих в сплавов. При затвердевания ЭТОМ каждой период разновидности $F_1, F_2, F_3, \dots, F_K$. COOTBETCTBYET критического состояния определенная структура непрерывной твердой фазы, зависящая от величины движущих сил и природы рассматриваемого процесса. Этими основными факторами обусловлен технологический характер критических параметров $(t_0)_K$ И $(m_0)_K$, зависящих от скорости охлаждения, параметров кристаллизации и характера тех процессов, в которых проявляется воздействие феномена образования непрерывной твердой фазы.

На рис. 5.5-5.6 представлены результаты сравнительного исследования параметров непрерывной твердой фазы в системах эвтектического типа и непрерывных твердых растворов для процессов питания, течения, линейной усадки, принудительной фильтрации [5.16]. Такое сопоставление на рис. 5.5 является до определенной степени условным, так как приведенные литературные данные получены в различных условиях и, соответственно, структура сплавов, темп выделения твердой фазы и исходное жидкое

состояние различны. Однако, закономерное взаимное расположение и существенное различие между кривыми, отвечающими различным процессам, свидетельствуют о том, что определяющим фактором является различие в их механизме.

Данные, приведенные на рис. 5.6, получены в сходственных условиях затвердевания и формирования структуры. Сравнительное исследование параметров $(t_0)_r$ для течения производили методом вакуумного всасывания (рис. 5.7,а) с вертикальным расположением калиброванной кварцевой трубки диаметром $3\pm0,1$ мм при охлаждении металла в тигле со скоростью 10-15 град/мин с непрерывной регистрацией показаний термопары вплоть до момента всасывания металла. Критическое содержание твердой фазы $(m_0)_r$ находили для полученных значений t_0 по экспериментальным кривым m(t) выделения твердой фазы (см. разд. 1.4, рис. 4.11), полученным путем закалки в жидко-твердом состоянии и компьютерным расчетам по данным термического анализа затвердевания образцов диаметром 40 мм в песчаной форме [5.9].

При исследовании условий естественной фильтрации расплава под действием силы тяжести сквозь сетку растущих кристаллитов сплав помещали в вертикальную металлическую трубку с откидным дном и проволочной сеткой с ячейками 3×3 мм, не препятствующей вытеканию жидкого металла, фильтрующегося через слой твердо-жидкого сплава высотой 10 мм после удаления дна (рис. 5.7,6). Трубку устанавливали в трубчатую печь, металл расплавляли, перегревали на 20 градусов выше ликвидуса (по показаниям регистрирующей термопары), а затем охлаждали до температуры испытания, после чего по относительной массе вытекшего сплава непосредственно определяли относительное содержание фильтрующейся жидкой фазы, способной питать нижележащие слои отливки под действием силы тяжести.

В опытах по *принудительной фильтрации* расплава под действием вакуумного всасывания металл плавили в тигле с пористым дном (средний

15

размер транзитных пор около 100 мкм), установленном с помощью вакуумной замазки на трубке, соединенной с вакуумным насосом (рис. 5.7,в), в металлосборнике которой собирали сплав, профильтрованный после воздейст-вия разрежения (1,3 Мбар) при заданной температуре, фиксируемой с помощью термопары.

5.8) принудительной фильтрации (рис. Диаграммы сплавов показывают, что в период стояния ликвидуса сплавов эвтектического типа Pb–Sb происходит интенсивное уменьшение количества фильтрующейся жидкой фазы $(m_L)_{\phi}$, в то время как содержание нефильтрующейся жидкой $(m_L)_{\mu\phi} = I - (m_s + (m_L)_{\phi}),$ удерживаемой капиллярными силами фазы В междуосных промежутках дендритов, остается близким к нулю вследствие проницаемости жидко-твердой смеси на начальной высокой сталии кристаллизации, в период преимущественного продольного роста осей.

Последующее ветвление и утолщение стволов и ветвей приводит к быстрому снижению доли фильтрующейся жидкой фазы $(m_L)_{\phi}$ до нуля и значительному увеличению доли нефильтрующейся жидкой фазы $(m_L)_{H\phi}$ в результате возрастания роли капиллярных сил и соответствующего снижения проницаемости дендритного скелета [5.18]:

$$k = \frac{\lambda_2^2 m_L^3}{180(1-m_L)^2}$$

В результате принудительная фильтрация прекращается в относительно узком интервале температур $\left(\frac{t.-t_{\theta}}{t.-t_{c}} = \theta, 3 - \theta, 7\right)$ при сохранении 40-50 % нефильтрующейся жидкой фазы, что связано с разветвленным дендритным характером микроструктуры. Это убедительно подтверждают результаты, полученные в сплавах Bi-Sb, где при содержании менее 20 % Sb фильтрация жидкой фазы происходит полностью, так что $(m_L)_{\mu\phi}=0$ практически во всем температурном интервале затвердевания $(t_{\theta} \cong t_{c}, m_{\theta} \cong 1)$, что связано со скелетно-реберным характером их микроструктуры [5.16] и

вполне согласуется с данными [5.4] о расположении линии начала линейной усадки (*t*_o) у этих сплавов вблизи солидуса.


При повышении содержания сурьмы микроструктура приобретает дендритную морфологию, что сказывается на изменении фильтруемости жидкой фазы и смещении линий образования непрерывной твердой фазы $t_0(C_0)$ на диаграмме состояния к линии ликвидуса (рис. 5.6).

Важно отметить, что в сплавах эвтектического типа (рис. 5.1, 5.5) по мере увеличения содержания второго компонента наблюдается непрерывное смещение линий $t_0(m)$ от ликвидуса к солидусу, т.е. повышение абсолютной и относительной ширины интервала жидко-твердого состояния $\frac{t_a - t_o}{t_a - t_c}$, что согласуется с уменьшением темпа выделения твердой фазы вблизи ликвидуса как в сплавах - твердых растворах ($C_0 < C_n$, где C_n - точка предельной растворимости), так и в сплавах, расположенных правее точки C_n . Наряду со снижением температуры образования непрерывной твердой фазы $t_0(C_0)$ при повышении C_0 происходит уменьшение критического содержания твердой фазы $m_0(C_0)$, что связано с дополнительным изменением разветвленности дендритной структуры сплавов, то есть уменьшением междуосных промежутков и соответствующим увеличением удельного количества стыков и сростков между кристаллитами, затрудняющих их взаимное смещение, а также внутридендритное перемещение жидкой фазы.

Расширение интервала жидко-твердого состояния с повышением содержания второго компонента происходит вплоть до пересечения линии $t_o(C_o)$ с эвтектической горизонталью отмечающего критический состав сплава C_o^* , правее которого для образования непрерывного скелета становится недостаточно выделившейся первичной твердой фазы и необходимо дополнительное выпадение некоторого количества эвтектики, что существенно изменяет характер микроструктуры, формирующейся во внутридендритных пространствах первичной твердой фазы, вследствие глобулярной морфологии эвтектических выделений.

19



Закономерности, выявленные на легкоплавких сплавах (рис. 5.5-5.9), определяют аналогичное поведение сплавов на основе системы Fe-C [5.7-5.8], выявленное при экспериментальном исследовании в температурном интервале затвердевания (рис. 5.10) ряда их механических характеристик: ZST (zero strength temperature) - температуры нулевой прочности, ZDT (zero ductility temperature) - температуры нулевой твердости и LIT (liquid impenetrable temperature) – температуры прекращения перемещения жидкой фазы. В широком интервале содержания углерода отмечается, что линии ZST, ZDT и LIT по мере повышения содержания углерода сдвигаются по температуре вниз относительно ликвидуса в соответствии с расширением температурного интервала затвердевания и снижением темпа выделения твердой фазы. Приближенная оценка критического количества твердой фазы, отвечающего линиям ZST, ZDT и LIT, по данным авторов соответствует постоянным значениям $m_0 = 0.75$; 0,90 и 0,99, которые условно определены с помощью неравновесной расчетной диаграммы состояния [5.8].

Близкие по характеру кривые изменения критических температур формирования металлизованного пригара в стальных отливках были получены в работе [5.19]. Проникновение расплава в межзерновые промежутки капиллярно-пористой песчаной смеси происходит вслед за продвижением в глубь формы температурной границы t_0 , при которой остаточная жидкая фаза сохраняет способность течь. Предварительный анализ показал, что скорость прогрева формы до температур 1450-1480°С, достигающая величины 0,05-0,5 мм/с, намного ниже скорости течения расплава в капиллярах (v = 2-10 мм/с [5.20]), вследствие чего толщина пригарного слоя определяется глубиной прогрева формы до температуры t_0 . На рис. 5.11 представлены обобщенные экспериментальные данные [5.19] о зависимости температуры t_0 от состава для углеродистых сталей, оцененной на основе сопоставления толщины пригарного слоя на отливках с расчетным распределением температур в слое формовочной смеси (см. разд. 2.7.5). Как видно, эта температура находится в нижней части температурного интервала

21

затвердевания и зависит от состава и строения формовочной смеси, а также от кривизны поверхности, ограничивающей полость формы.

Современное состояние теории формирования качества отливок определяет прогресс в разработке математических моделей возникновения дефектов различной природы. Приведенные данные об образовании непрерывной твердой фазы и ее эволюции с понижением температуры, изменением морфологии кристаллитов, количества и состава жидкой фазы указывают на результативность такого похода В оценке условий возникновения критического состояния рассматриваемого процесса, ответственного за возникновение того или иного дефекта. Следует отметить, что накопленные результаты ясно указывают на необходимость выявления и исследования сопряженных и взаимосвязанных процессов формирования дефектов, объединяемых общими различных едиными условиями возникновения дендритных кристаллитов и их совместной эволюции при кристаллизации.

Литература к разд. 1.5.

5.1. Бочвар А.А. - Изв. АН СССР, ОТН, 1942, № 9.

5.2. Бочвар А.А., Новиков И.И. - О твердо-жидком состоянии сплавов в период их кристаллизации. // Изв. АН СССР, ОТН, 1952, № 2.

5.3. Гуляев Б.В. Литейные процессы. - М.-Л., Машгиз, 1960.

5.4. Новиков И.И. Горячеломкость цветных металлов и сплавов. - М., Наука, 1966.

5.5. Нехендзи Ю.А. Стальное литье. - М., Металлургиздат, 1948.

5.6. Вейник А.И. Расчет отливки. - М., Машиностроение, 1965.

5.7. Seol D.J. et al. Mechanical behavior of carbon steels in the temperature range of mushy zone. // ISIJ Int., 2000, v.40, № 5.

5.8. Muzikami H. et al. Initial solidification behavior of ultra low, low and middle carbon steel. // ISIJ Int., 1999, v.39, № 12.

5.9. Нехендзи Ю.А., Гиршович Н.Г., Лебедев К.П., Голод В.М. Исследование хода кристаллизации сплавов. - Сб. Литейные свойства сплавов, ч. І. - Киев, Наукова думка, 1968.

5.10. Kurz W., Fisher D.J. Fundamentals of solidification.- Trans. Tech. Publ., 1989.

5.11. Zhang R. Et al. // Mater. Sci. Tehcn., 2004, v.20, № 2.

5.12. Stefanescu D. et al. Dendritic growth during directional solidification of hypoeutectic Fe-C-Si alloys. // Metall. Trans., 1992, v. 23A, № 2.

5.13. Chai C., Backerud L., Arnberg L. Study of dendrite coherency in Al-Si alloys during equiaxed dendrite solidification. // Z. Metallk., 1995, v.86, № 1.

5.14. Rappaz M., Thevoz Ph. Solute diffusion model for equiaxed dendritic growth. // Acta Metall., 1987, v.35, № 7.

5.15. Rappaz M., Thevoz Ph. Solute diffusion model for equiaxed dendritic growth: analytical solution. // Acta Metall., 1987, v.35, № 12.

5.16. Нехендзи Ю.А., Голод В.М. Кинетика формирования непрерывной твердой фазы в сплавах. - Сб. Усадочные процессы в сплавах и отливках. К, Наукова думка, 1970.

5.17. Прохоров Н.Н. Физические процессы в металлах при сварке, т.1. - М., 1968.

5.18. Лыков А.В. Тепломассоперенос. Справочник. - М, Энергия, 1978.

5.19. Денисов В.А. Исследование условий образования и предотвращение пригара на отливках из углеродистой стали. - М, ЦНИИТмаш, 1961.

5.20. Васильев В.А. Физико-химические основы литейного производства. - М, МГТУ, 1995.

5.21. Лашко Н.Ф. Свариваемые легкие сплавы.-М.-Л., Судпромгиз, 1960.

5.22. Singer A.R., Cotrell S.A. // J. Inst. Metals, 1946, v. 73, 33.

5.23. Корольков А.М. Литейные свойства металлов и сплавов. –М., Наука, 1967.

5.24. Куманин И.Б., Козлов Л.Я. // Сб. Новые технологические процессы литейного производства, ч. 1, М., ЦП НТО Машпром, 1967.

6. СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД ПРИ РАЗРАБОТКЕ И АНАЛИЗЕ ЛИТЕЙНОЙ ТЕХНОЛОГИИ

6.1. Постановка задачи

Приведенные выше материалы, освещающие различные аспекты формирования отливки, излагают так называемый «односторонний взгляд», т.е. почти искусственно выделенное из общей *системы литейных процессов* отдельное явление, чтобы сделать изложение и понимание более простым и наглядным, несмотря на известную сложность математического и физикохимического описания разных сторон литейной теории и технологии.

Для изложения был выбран ряд литейных процессов, лежащих в фундаменте литейной технологии. Без их полномасштабного учета анализ причин возникновения основных дефектов отливок был бы поверхностным и неполным. Вместе с тем, представленные выше математические модели, отражающие современные представления о характере рассматриваемых явлений, показывают тот прогресс в теории литейных процессов, который мобилизации достигнут В последние годы за счет эвристических возможностей ряда фундаментальных наук (теории теплопроводности, механики жидкости, термодинамики, теории фазовых превращений и др.), интенсивно и плодотворно интегрируемых в состав теории литейных процессов. Наконец, именно в этих направлениях были получены новые интересные результаты ПО компьютерному моделированию И технологическому анализу литейных процессов в Санкт-Петербургском политехническом университете.

Перечисленные выше и другие важные литейные процессы (усадочные явления в жидком, твердом и двухфазном состоянии, гидродинамические процессы при заливке формы, фильтрация расплава в зоне затвердевания, образование и развитие газовых и неметаллических включений и др.) образуют *единую систему*, обстоятельное рассмотрение которой выходит за

рамки данного труда. Однако, сама по себе задача системного анализа литейных процессов [6.1–6.2] настолько же сложна, насколько и актуальна, ИХ учитывая возможности численного моделирования В условиях опережающего развития возможностей вычислительной техники И компьютерных технологий при очевидном отставании именно этого системного - раздела теории формирования отливки [6.3-6.4].

Дальнейшее изложение имеет целью продемонстрировать методологические и эвристические возможности *системного анализа* на базе компьютерного моделирования усадочных, а также сопряженных с ними процессов при решении актуальных задач литейной технологии.

6.2. Этапы формирования литейной технологии

Усадочные процессы, рассматриваемые ниже, выбраны в качестве наглядного объекта, для которого важен *системный* подход, учитывающий взаимное влияние и сопряженное протекание процессов различной природы – тепловых, кристаллизационных, фильтрационных и т.д.

Системный подход – по необходимости – пронизывает всю деятельность технолога-литейщика. При генерации эскизного варианта технологии (этап синтеза технологии) [6.5] он вынужден учитывать индивидуальных особенностей совокупность заливаемого сплава, конструкции отливки и базовой технологии. Прогнозируя мысленно возникновение дефектов, наиболее вероятных по месту их расположения и интенсивности развития при таком сочетании исходных условий, технолог решение, принимает системное включающее комплекс мер ЛЛЯ предупреждения или минимизации процессов, порождающих эти дефекты.

На этапе *синтеза технологии*, включающего выбор основной схемы изготовления отливки (положение при заливке, схема подвода металла и схема питания, условия теплоотвода и т.д.), важным средством оценки *эскизного варианта* технологии является серия технологических расчетов

(расчет литниковой системы и режима заливки, размеров и расположения прибылей, средств утепления и захолаживания и т.д.). Результаты этих расчетов в сопоставлении с нормативными параметрами технологии (выход годного, расходные коэффициенты и т.д.), типовыми технологическими процессами и базовыми технико-экономическими ограничениями позволяют произвести оценку эскизного варианта и после его доработки получить рабочий вариант технологии, для которого определена рациональная принципиальная схема изготовления отливки и установлены ее базовые размерные и конструктивные характеристики, после чего необходима детальная проработка технологии с определением индивидуальных режимных параметров.

Ha следующей стадии – анализа технологии – производят компьютерное моделирование процесса формирования отливки с прямым (детерминированным) ИЛИ косвенным (вероятностным на основе прогностических параметров [6.7-6.9]) прогнозом размеров, расположения и интенсивности развития тех или иных дефектов. Существующие средства компьютерного прогноза различных параметров качества отливки в силу ряда причин находятся до сих пор в стадии активной разработки или опробования (горячие трещины, зональная ликвация, термические напряжения и др.) с хорошей перспективой выхода в технологическую практику и – вместе с тем – со скромными возможностями для диагностики дефектов в настоящее время. Исключение составляют усадочные дефекты, моделирование которых в том или ином виде входит в состав различных программных пакетов, хотя и значительно отличается по научному уровню применяемой модели и качеству информационного обеспечения [6.7], в силу чего достоверность прогноза существенно варьируется.

В связи с ограниченными в настоящее время возможностями детерминированного моделирования ряда дефектов их прогнозирование осуществляют с помощью различных прогностических параметров, используя в качестве *предикторов* надежно вычисляемые при моделировании характеристики процесса затвердевания отливки (скорость охлаждения $\mathscr{G}_0 = \frac{\partial m}{\partial \tau}$, скорость выделения твердой фазы $\mathscr{G}_m = \frac{\partial m}{\partial \tau}$, скорость затвердевания $\mathscr{G}_{\xi} = \frac{d\xi}{d\tau}$, градиент температуры $G_T = \frac{\partial t}{\partial n}$, градиент количества твердой фазы $G_m = \frac{\partial m}{\partial n}$ и т.д.), а также их разнообразные комбинации, иногда достаточно произвольные и не имеющие физико-химического обоснования (критерий Нииямы $\frac{G_T}{\sqrt{\mathscr{G}_0}}$, относительный временной градиент ($G_{\tau}_0 = \frac{1}{\tau_s} \frac{\partial \tau_s}{\partial x}$, индекс питания $f_i = \frac{\tau_s}{G_T}$, параметр ускорения градиента $\eta = \frac{\mathscr{G}_T}{\tau_s}$ и т.д.) [6.7-6.9].

Для установления критического значения прогностических параметров построение статистической предварительно производят модели, дефектов величиной связывающей интенсивность развития с соответствующего параметра, что позволяет использовать полученную модель для статистической диагностики проектируемого технологического режима. При этом необходимо, конечно, иметь в виду нестрогий характер используемого параметра и локальный характер полученной модели, в связи с чем такая – статистическая по своему существу – диагностика не может быть обобщена на иные условия производства отливок и является вынужденной вследствие отсутствия более строгих И точных детерминированных моделей прогнозирования дефектов.

Следующая стадия формирования технологии – *оптимизация* конструктивных и режимных параметров – обусловлена тем, что результат анализа технологии на предшествующем этапе, как правило, имеет условный характер, то есть позволяет подтвердить *рациональный* характер рабочего варианта, но не дает гарантии его *устойчивости* при естественных колебаниях производственных условий или недостаточно эффективен по технико-экономическим показателям.

Оптимизация технологии, как было показано в разд. 1.1, имеет целью установление «окна реализации» процесса для предупреждения наиболее вероятного или совокупности прогнозируемых дефектов. Многомерная осуществить эффективный подбор условная оптимизация позволяет обеспечивающих совокупности режимных параметров, надежное предупреждение развития дефектов при наложении ряда технологических, организационно-технических и технико-экономических ограничений [6.7, 6.10].

6.3. Системная взаимосвязь тепловыделения и объемной усадки литейных сплавов при кристаллизации

Компьютерный анализ литейной технологии в последние годы получает все более широкое применение непосредственно в производстве отливок, выполняя важную функцию *диагностики* варианта технологии – особенно ответственную условиях, когда существенно возрастает сложность В решаемых задач и необходима эффективная экономия доступных для этого финансовых ресурсов. При материальных И ЭТОМ для обеспечения необходимой точности моделирования процессов затвердевания и питания отливок предварительно должен быть проведен цикл работ по определению теплофизических и усадочных характеристик сплавов и параметров теплоотвода, характерных для используемой технологии. Системный анализ сопряженно протекающих процессов затвердевания и объемной усадки свидетельствует, что их общая физико-химическая основа заключена в протекании фазового превращения при переходе из жидкого состояния в твердое, базовое описание хода которого при изменении температуры дает термодинамическое моделирование (см. разд. 1.2). Полученные при таком моделировании результаты, связывающие состав И количество выделяющихся фаз с температурой, позволяют с единых позиций и более детально, чем это делают обычно, рассмотреть процессы выделения теплоты и объемной усадки при кристаллизации. Этот анализ позволяет выявить общие факторы, которые определяют температурные зависимости изменения теплоты кристаллизации и величины объемной усадки, необходимые для моделирования затвердевания отливки и образования усадочных пустот. В свою очередь найденные при моделировании тепловых процессов термические условия охлаждения расплава определяют кинетику его переохлаждения и соответствующий ход процесса кристаллизации и формирования структуры, влияющие на морфологию и расположение усадочных дефектов.

Выделение теплоты при затвердевании складывается из трех слагаемых, вызванных охлаждением жидкой $\Delta Q_{\rm W}$ и твердой $\Delta Q_{\rm T}$ фазы, а также скрытой теплоты при фазовом переходе ΔQ_{Φ} , так что

$$\Delta Q = \Delta Q_{\mathcal{K}} + \Delta Q_{\mathcal{T}} + \Delta Q_{\Phi}. \tag{6.1}$$

Выделение теплоты при охлаждении остаточной жидкой фазы, количество которой m_L непрерывно изменяется при понижении температуры, описывает соотношение

$$\Delta Q_{\mathcal{K}}(t) = V_{\theta} \int_{t_{\pi}}^{t} c_{\mathcal{K}} \rho_{\mathcal{K}} m_{L} dt, \qquad (6.2)$$

где V_0 – начальный объем сплава при температуре ликвидуса; $c_{\mathcal{K}}$ – удельная теплоемкость жидкой фазы; $\rho_{\mathcal{K}}$ –плотность жидкой фазы. Важно отметить, что и $c_{\mathcal{K}}$, и $\rho_{\mathcal{K}}$ являются сложными функциями температуры, поскольку, кроме термического сжатия, при понижении температуры вследствие кристаллизации происходит изменение состава жидкой фазы по всем компонентам сплава, влияющее на величину плотности (табл. 6.1) и теплоемкость жидкой фазы.

			Таблица 6.1						
Влияние компонентов стали на параметры диаграммы состояния <i>у</i> -Fe-Xi									
и изменение плотности в жидком состоянии [6.16]									
Удельное измен									
	Наклон линии	Коэффициент	плотности расплава						

Элемент	ликвидуса p _L ,	распределения	$\partial ho_L/$
	К / % масс.	k	∂X_i ,
			г/(см ^{3.} % масс.)
С	-78	0.34	-0.080
Si	-17.1	0.59	-0.087
Mn	-3.32	0.75	-0.014
S	-30.4	0.024	-0.090
Р	-27.1	0.09	-0.084
Cr	-2.61	0.76	-0.029
Ni	-1.6	0.94	0.005
Cu	-1.7	0.96	0.004
Мо	-3.25	0.56	0.014
V	-2.65	0.93	0.045
W	-0.5	0.40	0.026

Однако, в настоящее время количественно это влияние изучено недостаточно, поэтому можно приближенно принять, что $c_{\mathcal{K}}$ и $\rho_{\mathcal{K}}$ являются в пределах температурного интервала затвердевания неизменными и получить соотношение (6.2) в виде:

$$\Delta Q_{\mathcal{K}}(t) \approx V_{\theta} c_{\mathcal{K}} \rho_{\mathcal{K}} \int_{t_{\mathcal{I}}}^{t} m_{L} dt, \qquad (6.3)$$

что указывает на связь выделения теплоты с ходом затвердевания сплава (см. разд. 1.2.5), в том числе – с проявлением эффекта неравновесного выделения твердой фазы при подавлении диффузии.

Аналогично описывается выделение теплоты при охлаждении образовавшейся твердой фазы *ф*:

$$\Delta Q_T(t) \approx V_0 \sum_{\varphi} c_T^{\varphi} \rho_T^{\varphi} \int_{t_J}^t m^{\varphi} dt , \qquad (6.4)$$

где учтена возможность многофазной кристаллизации (φ =1, 2, ..., Φ), присущая сплавам на основе железа (см. рис. 2.7-2.8 в разд. 2.5); индекс Φ соответствует количеству выделяющихся фаз с различными теплофизическими характеристиками c_T^{φ} и ρ_T^{φ} , изменяющимися по мере понижения температуры в соответствии ходом линии солидуса равновесной

диаграммы состояния или среднего состава твердой фазы при неравновесной кристаллизации (см. разд. 4.7 и 4.10).

Выделение скрытой теплоты кристаллизации при фазовом переходе описывает выражение:

$$\Delta Q_{\varphi}(t) \approx V_{\theta} \sum_{\varphi} L^{\varphi} \rho_{T}^{\varphi} \int_{t_{\pi}}^{t} d(m^{\varphi}) , \qquad (6.5)$$

где L^{φ} – скрытая теплота выделения фазы φ при кристаллизации.

Таким образом, общая объемная теплота кристаллизации составит:

$$Q = \Sigma \Delta Q / V_0 = q + L = c_{\mathcal{K}} \rho_{\mathcal{K}} \int_{t_{\mathcal{I}}}^{t_c} m_L dt + \sum_{\varphi} c_T^{\varphi} \rho_T^{\varphi} \int_{t_{\mathcal{I}}}^{t_c} m^{\varphi} dt + \sum_{\varphi} L^{\varphi} \rho_T^{\varphi} \int_{t_{\mathcal{I}}}^{t_c} d(m^{\varphi}) , \quad (6.6)$$

откуда непосредственно усматривается связь выделения теплоты кристаллизации с температурным интервалом затвердевания, в том числе – с его увеличением в неравновесных условиях (см. разд. 4.11), а также с параметрами диаграммы состояния, определяющими темп выделения твердой фазы в зависимости от наклона ликвидуса p и коэффициента распределения k, присущих каждому из компонентов сплава.

С целью разработки информационного обеспечения для САПР литейной технологии на основе термодинамического моделирования многокомпонентных сплавов системы Fe–C–X_i в дополнение к анализу тепловыделения при кристаллизации (см. разд. 1.2) проведен анализ объемной усадки при формировании усадочных пустот [6.11].

Объемная усадка сплавов складывается из трех видов: усадки в жидком состоянии ($\varepsilon_{V\mathcal{K}}$), усадки при фазовом переходе ($\varepsilon_{V\phi}$) и усадки в твердом состоянии (ε_{VT}). В интервале между ликвидусом и солидусом протекают все три вида объемной усадки:

$$\Delta V_3 = \Delta V_{\mathcal{K}} + \Delta V_T + \Delta V_{\phi}, \qquad (6.7)$$

где ΔV_3 - изменение объема при затвердевании; ΔV_{π} и ΔV_T - изменение объема жидкой и твердой фазы при понижении температуры, соответственно; ΔV_{ϕ} - изменение объема при фазовом переходе.

Усадка жидкого металла внутри интервала кристаллизации в результате ее охлаждения имеет величину:

$$\Delta V_{\mathcal{K}}(t) = \alpha_{V\mathcal{K}} V_{\theta} \int_{t_{\mathcal{I}}}^{t} m_{L} dt , \qquad (6.8)$$

где $\alpha_{\nu \pi}$ - средний температурный коэффициент объемной усадки жидкой фазы, состав которой изменяется в процессе затвердевания; m_L - количество жидкой фазы в интервале температур $t_{J}-t_C$; V_0 - исходный объем сплава при температуре ликвидуса. Для сплавов Fe-C-X_i значение m_L определяется изменением количества твердой фазы m в соответствии с протекающими стадиями выделения δ -фазы, γ -фазы и перитектического превращения.

Возникающая твердая фаза φ претерпевает объемную усадку ΔV_{T} при понижении температуры:

$$\Delta V_T(t) = V_0 \sum_{\varphi} \alpha_{VT}^{\varphi} \int_{t_A}^t (m^{\varphi}) dt \quad , \tag{6.9}$$

где α_{VT}^{φ} - средний температурный коэффициент объемной усадки твердой фазы φ в интервале ее выделения; m^{φ} - количество твердой фазы φ , выделяющейся в процессе кристаллизации в соответствующем температурном интервале ее выделения. Индекс φ принимает значения от 1 до Φ , где Φ – общее количество выделяющихся фаз различного состава, отличающихся величиной α_{VT}^{φ} и температурным интервалом выделения. В зависимости от положения сплава Fe-C-X_i на диаграмме состояния относительно критических точек *J*, *H* и *B* количество выделяющихся фаз и характер их выделения существенно различаются (см. рис. 2.7-2.8 в разд. 2.5).

Важно отметить, что значение интеграла в формуле (6.9) зависит от *темпа выделения* твердой фазы, в связи с чем сплавы Fe-C-X_i, отличающиеся различной геометрией диаграммы состояния (угол наклона линии ликвидуса и солидуса, коэффициент распределения и т.д.) в областях выделения δ - и γ -

фазы, имеют в силу этого разное значение ΔV_{T} при равных температурных интервалах образования и количестве фаз.

Усадка фазового перехода ΔV_{ϕ} возникает при переходе металла из жидкого в твердое состояние, при этом объемный эффект ΔV_{ϕ} различен для **\delta**- и γ - фазы вследствие их разного кристаллического строения. Для твердой фазы, выделяющейся в интервале температур t_{T} ; справедливо следующее выражение:

$$\Delta V_{\phi}(t) = V_{\theta} \sum_{\varphi} \varepsilon_{V\phi}^{\varphi} \int_{t_{\pi}}^{t} d(m^{\varphi}) \quad , \qquad (6.10)$$

Интеграл в формуле (6.10) не связан с изменением темпа выделения твердой фазы и определяется количеством образовавшейся фазы. При перитектическом превращении, когда происходит уменьшение количества δ -фазы и жидкой фазы с равноценным увеличением количества γ -фазы, соответствующие значения интегралов в формуле (6.10) будут иметь разные знаки.

Относительная объемная усадка при завершении затвердевания равна $\varepsilon_{V_3} = \frac{\Delta V_3}{V_2}$, следовательно,

$$\varepsilon_{V3} = \alpha_{V\mathcal{K}} \int_{t_{\mathcal{I}}}^{t_{c}} m_{L} dt + \sum_{\varphi} \alpha_{VT}^{\varphi} \int_{t_{\mathcal{I}}}^{t_{c}} m^{\varphi} dt + \sum_{\varphi} \varepsilon_{V\varphi}^{\varphi} \int_{t_{\mathcal{I}}}^{t_{c}} d(m^{\varphi}) .$$
(6.11)

Выражая составляющие усадки через коэффициенты усадки с учетом изменения температуры и количества фаз, можно найти вклад в общую объемную усадку конкретного фазового перехода с учетом соответствующих температурных интервалов фазовых превращений и количества образующихся фаз. Как видно из формулы (6.11), относительная объемная усадка при затвердевании зависит от характера фазового превращения и пропорциональна температурному интервалу кристаллизации фаз, по этой причине - чем больше интервал кристаллизации, тем больше усадка при затвердеванию, больше объем образующихся пустот.

Следует заметить, что выделение некоторых фаз при кристаллизации (например, графит в серых чугунах, кремний в силуминах и т.д.) сопровождается увеличением объема относительно исходной жидкой фазы, вследствие чего в формуле (6.11) наряду с положительными слагаемыми (усадка при выделении твердых растворов аустенита γ -Fe и α -Al) появятся и отрицательные члены, вызывающие соответственное уменьшение объемной усадки ε_{V3} . Та часть объемной усадки ε_{V3} , которая протекает выше температуры образования непрерывной твердой фазы для процесса *междендритного* течения расплава $(t_0)_V$ (см. разд. 1.5), является источником образования концентрированной усадочной раковины. Та часть объемной усадки ε_{V3} , которая протекает ниже температуры образования непрерывной твердой фазы для процесса внутридендритной фильтрации (t_0) ϕ расплава, формирует рассеянную усадочную (газоусадочную) пористость.

Моделирование многофазной объемной усадки при затвердевании многокомпонентных сплавов Fe–C–X_i произведено на основе данных о выделении твердой фазы при понижении температуры в интервале затвердевания с использованием общего выражения:

$$\varepsilon_{V3}(T) = \alpha_{VL} \int_{T_L}^T m_L dt + \sum_{\varphi} \alpha_{VS}^{\varphi} \int_{T_L}^T m_S^{\varphi} dt + \sum_{\varphi} \varepsilon_{V\varphi}^{\varphi} \int_{T_L}^T dm_S^{\varphi}.$$
(6.12)

В качестве базы для расчета объемной усадки сплавов Fe-C-X_i использованы опубликованные данные по температурной зависимости плотности (удельного объема) ряда сплавов и отдельных фаз [6.12-6.14 и др.], на основе обобщения которых получены соотношения, описывающие объемные изменения при фазовых переходах $\varepsilon_{V\phi}$ ($L \rightarrow \delta$, $L \rightarrow \gamma$) и понижении температуры ($\alpha_{V\pi}$, α_{VT}^{δ} , α_{VT}^{γ}) для δ – и γ –фазы.



Этапы и темп изменения объемной усадки (ε_V^{δ} , ε_V^{P} , ε_V^{γ}) в процессе затвердевания сплавов Fe-C-X_i (рис. 6.1) соответствуют отмеченным ранее (см. разд. 1.2, рис. 2.5) этапам выделения твердой фазы (m_{δ} , m_{γ} , u, m_P) с учетом величины соответствующих температурных интервалов (Δt_{δ} , Δt_{γ} , Δt_P) объемных изменений при охлаждении твердой и жидкой фазы. Зависимость этих параметров от состава сплавов определяет различие в общей величине ε_{V3} между сплавами I-IV групп (рис. 6.2), различающихся своим положением относительно критических точек *H*, *J* и *B* диаграммы состояния (см. рис. 2.2-2.3 в разд. 1.2).



затвердевания $\boldsymbol{\mathcal{E}}_{\nu_3}$ сплавов Fe-C- X_i (при X_i =3 ат. %)

Выбранные для анализа сплавы Fe–C–X_i в зависимости от особенностей превращений, происходящих при затвердевании, и конечного фазового состава (см. разд. 1.2, рис. 2.2) разделены на четыре группы: I – предперитектические сплавы ($C < C_H$); II – доперитектические сплавы ($C_H \le C \le C_J$); III – заперитектические сплавы ($C_J \le C \le C_B$); IV – постперитектические сплавы ($C > C_B$).

Наибольший вклад в величину общей усадки при затвердевании вносит усадка фазового перехода структурных составляющих, которые претерпевают превращения в процессе кристаллизации сплава в интервале температур между ликвидусом и солидусом. Объемная усадка δ -фазы ε_v^{δ} в сплавах I группы увеличивается при повышении содержания углерода в связи с увеличением величины температурного интервала затвердевания, а затем снижается до нуля в сплавах II и III групп по мере уменьшения количества δ -фазы. Объемная усадка перитектического превращения $\boldsymbol{\varepsilon}_{V}^{P}$ отличается от нуля только в сплавах II и III групп и имеет максимум в точке С_L, где количество выделяющейся перитектики является наибольшим. При введении в сплав Fe–C третьего компонента X_i положение точек C_B , C_H и, соответственно, координаты (по содержанию углерода) сплава С максимальным значением ε_V^P , существенно изменяются. Объемная усадка $\boldsymbol{\varepsilon}_{V}^{\gamma}$ в сплавах III группы возрастает с увеличением содержания углерода от 0 до наибольшей величины, которая мало изменяется в сплавах IV группы, когда не происходит выделениие δ -фазы.

Характер концентрационной и температурной зависимости объемной усадки ε_{V3} сплавов Fe-C-X_i при затвердевании и её распределения по этапам $(\varepsilon_V^{\delta}, \varepsilon_V^{P}, \varepsilon_V^{\gamma})$ зависит от их положения на диаграмме состояния и ее геометрии (рис. 6.2). Никель, марганец и медь (в указанном порядке по

уменьшению силы влияния) сокращают область усадки \mathcal{E}_{V}^{δ} (увеличивают \mathcal{E}_{V}^{γ}), а кремний действует в обратном направлении; влияние хрома скорее можно характеризовать как нейтральное. Величина общей усадки для сплавов I, III и IV групп ($C \leq C_{H}$ или $C \geq C_{J}$) в значительной степени зависит от концентрации углерода в сплаве и слабо зависит от содержания других элементов в пределах рассматриваемых концентраций. Для сплавов II группы ($C_{H} \leq C \leq C_{J}$) добавка третьего элемента оказывает существенное влияние на величину общей усадки при затвердевании.

Сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными [6.12-6.14] по различным литературным источникам (рис. 6.2) указывает на то, что полученные характеристики могут быть эффективно использованы для оценки объемной усадки и условий формирования усадочных пустот при разработке литейной технологии с использованием средств компьютерного моделирования [6.15].

6.4. Оптимизация размеров прибылей

Технологические расчеты размеров прибылей с использованием существующих методик [6.17-6.19 и др.] базируются обычно на решении тепловой задачи затвердевания отливки и соответствующей прибыли, чтобы обеспечить питание отливки в течение всего периода ее затвердевания. Б.Б.Гуляевым был реализован иной подход к расчету прибыли: она должна вмещать образующуюся усадочную раковину [6.20]. Наконец, задача выдвигает получения высокой плотности отливки дополнительное требование, чтобы на границе прибыли с отливкой была обеспечена соответствующая интенсивность направленного затвердевания [6.7]. Таким образом, расчет прибыли при системном подходе к проблеме должен удовлетворять трем независимым условиям при обеспечении минимального объема металла в прибыли.

Задача 1. Условие теплового баланса прибыли и отливки по соотношению продолжительностей их затвердевания $(\tau_{3})_{\Pi} > (\tau_{3})_{0}$ приводит к очевидному соотношению их приведенных толщин $R_{\pi} > R_{0}$, следующему из «правила Хворинова» [6.17] $\tau_{3} \approx R^{2}$, где τ_{3} - продолжительность затвердевания отливки (индекс «О») и прибыли (индекс «П»); R-приведенная толщина; $R = \frac{V}{F}$; V- объем, F-площадь поверхности теплоотвода. Практические рекомендации [6.21] ограничивают соотношение R_{π} и R_{0} пределами $R_{\pi} = (1,1-1,2)R_{0}$. Однако более обстоятельный анализ [6.17] приводит к уравнению:

$$\left(I - \varepsilon_{V3}\right) \frac{V_{\Pi}}{V_{\theta}} = \varepsilon_{V3} + \frac{F_{\Pi}}{F_{\theta}}, \qquad (6.13)$$

которое после простых преобразований с учетом соотношения *F=V/R* принимает вид:

$$\frac{R_{\Pi}}{R_{\theta}} = \frac{\frac{V_{\Pi}}{V_{\theta}}}{\left[(1 - \varepsilon_{V3})\frac{V_{\Pi}}{V_{\theta}} - \varepsilon_{V3}\right]}.$$
(6.14)

В этом уравнении принято равномерное распределение температур в отливке и форме, что отвечает малой интенсивности теплоотвода, т.е. неметаллической форме (см. разд. 1.3). Нетрудно видеть, что это уравнение при $\varepsilon_{V3} = 0$ дает $R_{II} = R_0$. Простая проверка показывает, что при $\varepsilon_{V3} = 0,045$ и рекомендуемом соотношении $R_{II} = 1,15R_0$ из уравнения (6.14) следует $V_n/V_0=0,53$, что отвечает рациональному выходу годного $\eta=65\%$ [6.21].

Дополнительным подтвержением пригодности уравнения (6.14) для поиска рациональных размеров прибылей является его количественное сопоставление с диаграммой Кейна [6.17-6.18], полученной путем обобщения производственных данных и рекомендуемой для расчета прибылей стальных отливок (рис. 6.3). Она описывается общим эмпирическим соотношением

$$\frac{R_{\Pi}}{R_{\theta}} = \frac{A}{\frac{V_{\Pi}}{V_{\theta}} - \varepsilon_{V3}} + C, \qquad (6.15)$$

где A=0,12 - константа; C - коэффициент, зависящий от условий теплоизоляции прибыли (для закрытой прибыли C=1,04-1,1; при засыпке поверхности прибыли экзотермической смесью C=0,8; эффективная теплоизоляция верхней и боковой поверхности прибыли экзотермической оболочкой дает C=0,05; при обогреве прибыли электрической дугой C=0). Модифицированное уравнение Адамса-Тейлора (6.14) и уравнение Кейна (6.15), несмотря на их разную структуру, в пределах рабочей области значений R_{II}/R_0 и V_{II}/V_0 дают близкие значения результатов расчета.



Различные исследователи неоднократно предлагали поправки, уточняющие выражение (6.13). Для учета перетекания жидкого металла из прибыли в отливку при компенсации объемной усадки было предложено скорректировать величину объема металла в прибыли $V_{II}^* = V_{II} - \beta V_0$ и соответственно увеличить за счет перетекания объем металла в отливке $V_0^* = V_0 + \beta V_0$ [6.22]. Последнее замечание представляется некорректным, поскольку компенсация усадки позволяет сохранить объем отливки неизменным.

В уравнении (6.13) не учтено особое состояние поверхности раздела отливка-прибыль F_{on} , где интенсивность передачи тепла намного меньше, чем на поверхности раздела металл-форма. По этой причине следует принять, что $F_{\pi}^* = F_{\pi} - F_{on}$, а $F_{\theta}^* = F_{\theta} - F_{on}$. Разделяя поверхность прибыли F^* на боковую F_{ε} и верхнюю F_{B} , целесообразно учесть различные условия теплоотвода на этих поверхностях (тепловые потоки q_{ε} и q_{B}) при использовании различных средств утепления по сравнению с теплоотводом с поверхности отливки q_{θ} . В результате окончательное выражение примет вид:

$$\left(I - \varepsilon_{V3}\right) \frac{V_{II} - \beta V_{\theta}}{V_{\theta}} = \varepsilon_{V3} + \frac{F_{E}q_{E} + F_{B}q_{B}}{\left(F_{\theta} - F_{OII}\right)q_{\theta}}.$$
(6.13a)

Уравнения (6.13)–(6.14), несмотря на кажущуюся простоту, не нашли практического применения, поскольку содержат ряд неизвестных характеристик прибыли и не позволяют получить решение для более чем одного неизвестного параметра при заданной геометрии прибыли. Однако, использование *оптимизационной* постановки позволяет успешно решить задачу определения оптимальных размеров прибыли при минимизации ее объема:

$$\begin{cases} V_{II} \Rightarrow min\\ npu \ (I - \varepsilon_{V3}) \frac{V_{II} - \beta V_{0}}{V_{0}} = \varepsilon_{V3} + \frac{F_{E}q_{E} + F_{B}q_{B}}{(F_{0} - F_{0II})q_{0}} \end{cases}$$
(6.16)

Решение подобной задачи многомерной условной оптимизации, относящейся к разряду обратных, может быть осуществлено различными методами [6.23], которые позволяют в пространстве факторов, описывающих геометрию прибыли, найти точку условного минимума ее объема.



Рис. 6.4. Взаимное расположение линий равного уровня для объема усадочной раковины V_{Π} (H_{Π} , D_{Π}) (сплошные линии) и условия теплового баланса прибыли и отливки (пунктир AB) в координатных осях $H_{\Pi} - D_{\Pi}$ относительно точки оптимума (условного минимума) O при V_{Π}^* (H_{Π}^* , D_{Π}^*) =min

На рис. 6.4 представлено взаимное положение линий равного объема прибыли V_{Π} и линии, отвечающей условию теплового баланса (6.13), в зависимости от высоты H_{Π} и диаметра D_{Π} для простейшего случая цилиндрической прибыли. Решением задачи является точка касания двух кривых - $V_{\Pi}(H_{\Pi}, D_{\Pi})$ и $F(H_{\Pi}, D_{\Pi})$. Соответствующее аналитическое решение такой задачи методом неопределенных множителей Лагранжа приводит к кубическому уравнению, структура которого и результаты решения сходны с основным уравнением метода расчета прибылей, предложенного В.А.Денисовым [6.19].

Для прибыли сложной конфигурации с набором определяющих размеров решение задачи производят методом многомерной численной оптимизации путем поиска точки условного минимума объема прибыли.

Задача 2. Условие локализации усадочной раковины в объеме прибыли предполагает, что

$$H_{p}(V_{\theta}, \varepsilon_{V3}, H_{\Pi}, D_{\Pi}, \varphi, ...) > H_{\Pi}, \qquad (6.17)$$

где H_p - глубина раковины, зависящей от объема питаемой части отливки V_{θ} , усадки при затвердевании ε_{V3} и геометрических параметров прибыли

(рис.6.5).



Рис. 6.5. Постановка задачи определения оптимальных размеров прибыли, вмещающей объем усадочной раковины

Для определенности задают отношение $\frac{H_P}{H_{II}} = \sigma \ (\sigma \approx 0.75)$ [6.20], тогда

задачу оптимизации размеров прибыли можно сформулировать в виде:

$$\begin{cases} V_{\Pi}(H_{\Pi}, D_{\Pi}, \varphi, ...) \Rightarrow min \\ H_{p} = \sigma H_{\Pi}. \end{cases}$$
(6.18)

Для определения глубины раковины составляют уравнение баланса объема выделившейся твердой фазы $F_{\kappa p}d\xi$ и соответствующего понижения уровня расплава *h* в прибыли *F*₃*dh* вследствие объемной усадки ε_{V3} (рис. 6.6), что для условий открытой (теплоизолированной) прибыли дает уравнение

$$\varepsilon_{V3}F_{\kappa p}d\xi=F_3dh\,,$$

откуда следует выражение для теоретического расчета глубины усадочной раковины

$$H_{P} = \varepsilon_{V3} \int \frac{F_{\kappa p}(\tau)}{F_{3}(\tau)} d\xi.$$

Здесь принято: ξ – толщина твердой корки, образовавшейся в прибыли и отливке; $F_{\kappa p}$ - площать поверхности кристаллизации в прибыли и отливке; F_{3} – площадь зеркала расплава в прибыли на глубине h.



Прямое решение этого уравнения возможно только для заданной геометрии и размеров прибыли [6.20], в то время как решаемая задача состоит в вычислении геометрических характеристик прибыли. Приближенное решение задачи может быть сделано на основе следующих соображений: объем раковины в прибыли определяется суммарной объемной усадкой в прибыли и отливке и составляет

$$V_p = \varepsilon_{V3} \left(V_{II} + V_0 \right). \tag{6.19}$$

В случае, например, цилиндрической прибыли объем открытой конической раковины можно выразить через ее размеры:

$$V_p = \frac{\pi\beta}{12} H_p D_{\Pi}^2, \qquad (6.20)$$

где D_n - диаметр основания конуса, приближенно принимаемый равным верхнему диаметру цилиндрической прибыли D_n ; β - коэффициент, учитывающий отличие конфигурации раковины от прямого кругового конуса $(\beta \approx \frac{1}{3} \div \frac{1}{2})$. Приравнивая выражения (6.19) и (6.20), получим соотношение для расчета глубины раковины:

$$H_{p} = \frac{12\varepsilon_{\nu_{3}}\left(V_{0} + \frac{\pi H_{\Pi}}{12}D_{\Pi}^{2}\right)}{\pi\beta D_{\Pi}^{2}}.$$
 (6.21)

В результате задача (6.18) преобразуется к явному виду:

$$\begin{cases} V_{\Pi}(H_{\Pi}, D_{\Pi}) \Rightarrow min \\ H_{\Pi} = \frac{H_{P}}{\sigma} = \frac{12\varepsilon_{V3}\left(V_{\theta} + \frac{\pi H_{\Pi}}{12}D_{\Pi}^{2}\right)}{\pi\sigma\beta D_{\Pi}^{2}}. \end{cases}$$
(6.22)

Зависимость (6.21), связывающая H_{Π} и D_{Π} , в координатах $\frac{H_{\Pi}}{R_{\circ}}$ и $\frac{D_{\Pi}}{R_{\circ}}$

(рис. 6.7) имеет вид, сходный с зависимостью (6.13) на рис. 6.4, однако, соответствующая точка оптимума O_2 располагается правее O_I , т.е. условия задачи (6.22) требуют установки прибыли несколько больших размеров, чем по условию (6.16), причем их абсолютные различия зависят от принятых значений коэффициентов σ и β . Однако, полученные размеры надо считать минимальными, так как они найдены для теплоизолированной (открытой) прибыли. Учет образования моста на поверхности прибыли приводит к формированию более глубокой усадочной раковины и, соответственно, к увеличению размеров прибыли.



Для прибылей более сложной конфигурации для расчета глубины раковины в зависимости от определяющих размеров прибыли используют подход, разработанный в [6.20].

Задача 3. Размеры прибыли определяют из условия получения плотного металла, не содержащего пористости, в подприбыльной зоне отливки за счет обеспечения достаточной интенсивности направленного затвердевания на уровне границы, разделяющей прибыль и отливку. Для количественного представления этого условия возможно использование какого-либо из прогностических параметров (см. разд. 1.6.2), для которого теоретически или экспериментально установлено критическое значение, при котором возникает пористость, и имеется надежное подтверждение применимости для рассматриваемых сплавов и условий затвердевания [6.7-6.9].

Использование уравнения для фильтрационного потока расплава в зоне затвердевания согласно уравнению Дарси:

$$q_{\phi} = \frac{k_{\phi}}{\rho g} \frac{\partial P}{\partial x}$$

в сопоставлении с потоком жидкой фазы, необходимой для компенсации объемной усадки при затвердевании со скоростью *9*₃

$$q_{\varepsilon} = \varepsilon_{V3} \vartheta_3$$

позволяет получить условие возникновения и развития усадочной пористости

$$\frac{\partial V_{\Pi}}{\partial \tau} = q_{\varepsilon} - q_{\phi},$$

где k_{ϕ} - коэффициент фильтрации расплава под действием градиента давления $\frac{\partial P}{\partial x}$ в зоне затвердевания; g - ускорение силы тяжести, ρ – плотность расплава. Для оценки условий питания при фильтрации расплава из сопоставления q_{ε} и q_{ϕ} можно получить величину критического параметра интенсивности направленного затвердевания

$$G_{\tau}^{\kappa p} = \frac{\varepsilon_{V3} \rho g}{k_{\phi} (\frac{\partial P}{\partial x})}.$$
 (6.23)

Если скорость перемещения зоны затвердевания ϑ_3 и соответствующая интенсивность направленного затвердевания $G_{\tau} = \frac{\partial \tau_3}{\partial x} = \frac{1}{\vartheta_3}$ меньше $G_{\tau}^{\kappa p}$, фильтрационный поток недостаточен для компенсации объемной усадки и возникает пористость. Для случая цилиндрической прибыли значение G_{τ} можно выразить через размеры прибыли и отливки, если использовать известное соотношение $\tau_3 = \frac{R^2}{k^2}$, определяющее продолжительность затвердевания в термическом центре прибыли и в отливке с коэффициентом затвердевания k. После несложных преобразований получим приближенное соотношение:

$$G_{\tau} = \frac{R_{\Pi}^2 - R_{\theta}^2}{3k^2 R_{\Pi}} \ge G_{\tau}^{\kappa p}, \tag{6.24}$$

откуда следует формулировка оптимизационной задачи :

$$\begin{cases} V_{\Pi} = \frac{\pi D_{\Pi}^2}{4} H_{\Pi} \rightarrow min \\ \frac{R_{\Pi}^2 - R_{\theta}^2}{3k^2 R_{\Pi}} - G_{\tau}^{\kappa p} \ge \theta. \end{cases}, \qquad (6.25)$$

где значение $G_{\tau}^{\kappa p} = \frac{\varepsilon_{V3}}{k_{\phi}} = (1,0.5,0) \cdot 10^3$ с/м оценивается для условий питания в

поле силы тяжести ($\frac{\partial P}{\partial x} = \rho g$) по известной из экспериментов [6.24-6.25] величине коэффициента фильтрации k_{ϕ} , определяемой с помощью специальных проб, путем исследования плотности металла и выявления границы появления пористости, для соответствующей марки стали (0,60÷2,8)·10⁻⁵м/с и значению коэффициента объемной усадки при затвердевании ε_{V3} (см. разд. 1.6.3). Значение k_{ϕ} , входящее в соотношение (6.23), отвечает *осредненному* значению коэффициента фильтрации, изменение которого в зависимости от количества твердой фазы *m* весьма существенно:

$$k_{\phi} = k_{\Pi} \frac{\rho g}{\mu} \,,$$

где $k_{\rm II}$ –коэффициент проницаемости твердо-жидкого сплава, ρ и μ – плотность И динамическая вязкость жидкой фазы). Температурная зависимость коэффициента проницаемости k_{Π} зависит от морфологии кристаллитов (ширины междуосных промежутков λ) дендритных И изменения объемной доли жидкой фазы g_L [6.16]:

$$k_{\Pi} = \frac{k_0 g_L^{3} \lambda^2}{(1 - g_L)^2}.$$

вследствие чего в пределах температурного интервала затвердевания значение k_{Π} изменяется на 5 порядков. Осредненное значение коэффициента фильтрации k_{ϕ} , определяемое экспериментально, соответствует структурным характеристикам зоны затвердевания в температурном интервале Δt_0 образования непрерывной твердой фазы (см. разд. 1.5).



Рис. 6.8. Взаимное расположение границ теплового баланса (6.13а) прибыли и отливки (1), условия локализации раковины (6.20) в объеме прибыли (2) и условия фильтрационного питания (6.25) на границе прибыль/отливка (3), а также соответствующих точек оптимума O_1 , O_2 и O_3 с минимальным объемом прибыли в рамках области компромисса ОК (заштриховано)

На рис. 6.8 сопоставлено расположение границ, отвечающих трем описанным условиям 1, 2 и 3 оптимизации размеров прибыли. Как и следовало ожидать, условие фильтрационного питания 3 является наиболее жестким, то есть требует наибольших размеров прибыли по сравнению с условиями теплового баланса 1 и локализации раковины в прибыли 2. Окончательный выбор оптимальных размеров прибыли (в границах области компромисса) зависит от уровня требований, предъявляемых к отливке, и находится в пределах, отвечающих положению точек условного оптимума $O_1 \div O_3$.

Результаты, получаемые с использованием изложенной методики оптимизации размеров прибылей на этапе эскизного проектирования технологии питания отливки (конфигурация и размеры прибылей для разных) питаемых узлов), являются количественно обоснованным исходным пунктом процедуры компьютерного моделирования затвердевания и формирования усадочных пустот. Это позволяет существенно сократить затраты вычислительных ресурсов при последующем поиске окончательного варианта технологии.

6.5. Численный анализ режимов доливки прибылей

6.5.1. Постановка задачи

Эффективным средством получения плотных отливок большой массы прибылей, обеспечить является многократная доливка призванная питание на наиболее направленное затвердевание И ответственном заключительном этапе формирования отливки. Существующие в литературе заводских инструкциях рекомендации весьма скудны, получены И эмпирическим путем и не гарантируют предупреждения брака, ликвидация которого для крупных отливок сопряжена со значительными затратами ресурсов.

Наиболее подробно разработаны рекомендации по доливке крупных стальных отливок [6.26-6.28], для которых применение многократной доливки прибылей является ОДНИМ ИЗ наиболее эффективных технологических средств управления режимом формирования плотного металла наряду с утеплением боковой и верхней поверхности прибыли, обеспечивающим поддержание непрерывного воздействия атмосферного давления на зеркало металла и повышение интенсивности направленного затвердевания и питания, а также установкой внутренних холодильников, выполняющих аналогичную роль и резко снижающих потребность в поступлении из прибыли питающего металла.

Таблица 6.2.

Черная	Расход	Доливки							Общая	
масса	жидко-	Ι		I	II III			IV		масса
отлив-	го ме- таппа	Время,	Macca,	Время,	Macca,	Время,	Macca,	Время,	Macca,	доли- вок
, 1	Т	час	Т	час	Т	час	Т	час	Т	T
46-60	69-90	7-9	9-11	13-	4-5	-	-	-	-	13-
				16						16
61-80	91-	8-10	12-	16-	5-6	-	-	-	-	17-
	110		14	20						20
81-	121-	8-10	12-	16-	5-6	26-	3-5	-	-	20-
100	150		14	20		30				25
101-	151-	8-10	13-	14-	5-6	22-	5-6	31-	2-3	25-
115	174		15	16		25		36		30
116-	175-	8-10	13-	16-	10-	25-	5-6	36-	2-3	30-
135	205		15	20	11	30		42		35
136-	206-	10-	14-	20-	12-	30-	5-6	42-	4-5	35-
150	227	14	16	25	13	35		48		40
Долин	ваемая	Ст	.15	Ст	.15	Ст.1	5-30	Ст.1	5-30	
сталь										
Π	Примечание : время доливки отсчитывается от конца основной заливки формы.									

крупных стальных отливок [6.26]

Рекомендуемые режимы доливки прибылей

Режимы доливки, представленные в табл. 6.2 [6.26], обобщают опыт изготовления крупных отливок из стали (шаботов и др.) на Ново-Краматорском заводе тяжелого машиностроения. Уровень основной заливки H_0 принят равным половине высоты прибыли H_{Π} . Выход годного при использовании 4 % внутренних холодильников составляет 65-69 %. особенностью Отличительной ЭТИХ данных является непрерывное сокращение массы доливаемого металла при переходе к последующей доливке (в 3-5 раз при многократных доливках), что может быть обусловлено сокращением скорости затвердевания и, соответственно, уменьшением потребности в питающем металле. Временные интервалы между доливками остаются примерно постоянными, при этом их величина (8-10 час для первой доливки и 9-12 час для четвертой доливки) остается почти неизменной при многократном увеличении массы отливок, в то время как одновременно возрастает масса затвердевающего в прибыли металла и сокращается скорость его затвердевания.

В качестве основы для выбора режима доливки в [6.27] использована кинетическая диаграмма затвердевания плоской отливки из стали 35Л, построенная в безразмерных координатах по данным термического анализа. Рекомендуемые режимы доливки стали (табл. 6.3) определены по данным кинетической диаграммы, руководствуясь временем $t_{\text{жт}}$ перехода стали, залитой в форму, из жидкого-твердого в твердо-жидкое состояние.

					Таблица 6.3					
Режимы доливки стали в открытые прибыли [6.27]										
Толщина	Время	Bp	емя до начал	а I-IV доли	вок, час					
стенки	достижения		Π	опивки						
отливки,	t_{WT}									
ММ	в осевой	Ι	II	III	IV					
	зоне, час									
300	1.5	0.5-0.8	1.3-1.5	-	-					
400	2.8	0.8-1.0	2.0-2.5	-	-					
500	4.2	1.5-2.0	3.5-4.0	-	-					
600	6.3	2.0-2.5	3.5-4.0	-	-					
700	8.6	2.5-3.0	4.5-5.5	7-8	-					
800	11.2	2.5-3.5	5-6	8-9	10-11					
900	14.2	3-4	6-7	9-10	12-14					
1000	17.5	4-5	8-10	12-14	16-18					

	1200	25.0		4-6	10-12	16-18	23-25
Примечание: пр		при	использовании	внутренних	холодильников	используется	
	соседний вер	хний слой	і по то	лщине стенки от	гливки.		

При определении доливаемой массы жидкой стали $M_{\mathcal{A}}$ по формуле [6.27]:

$$M_{\mathcal{A}} = (0.3 \div 0.5) V_{\Pi} \frac{V_{\mathrm{P}}}{V_{\Pi}} \rho_{L}$$
(6.26)

учитывают объем прибыли V_{Π} , относительный объем сосредоточенных в прибыли усадочных пустот V_P/V_{Π} , определяемый по специальной номограмме в зависимости от принятого выхода годного, и плотность жидкого металла ρ_L . В формуле (6.26) коэффициенты 0.3÷0.5 соответствуют уменьшению V_P/V_{Π} при доливке на 30-50 % [6.27]. Нижний предел рекомендуется использовать при однократной доливке.

Анализируя данные табл. 6.3, можно отметить, что в ней - по аналогии с табл. 6.2 - интервалы между доливками мало изменяются при переходе к следующей доливке, особенно при многократной доливке. Однако, при возрастании массы (толщины стенки) отливки величина интервалов, в отличие от табл. 6.2, существенно увеличивается (в 7-8 раз при повышении толщины в 4 раза). Важно отметить, что масса доливок задается в [6.27] произвольно и независимо от длительности интервалов между доливками, что не соответствует подходу, реализованному в табл. 6.2. Важной отличительной чертой данных в табл. 6.3 является то, что они относятся к определенной марке стали и не могут быть перенесены на другие сплавы, для которых не известно время перехода в твердо - жидкое состояние, зависящее от интенсивности теплоотвода, вида диаграммы состояния и положения на ней заливаемого сплава.

Рекомендации для технологов сталелитейного производства Ижорского завода [6.28] по определению режимов доливки прибылей представлены в табл. 6.4, сопровождаемой дополнительными указаниями по способу заполнения и по мерам утепления поверхности прибыли.

Таблина	6.	4
гаозпіца	\mathbf{v}	

Рекомендации по режимам доливки прибылей										
	крупных стальных отливок [6.28]									
Время Доливки										
Диаметр прибыли	.затверде- вания	Высота основной		Ι]	Ι	III			
ММ	прибыли,	заливки	Время,	Высота	Время,	Высота	Время,	Высота		
	час	H_0	МИН		МИН		час			
501-600	До 4.5	До Н/2	5-10	*	-	-	-	-		
601-800	До 4.5-8	До Н/З	5-15	*	25-45	*	-	-		
801-1000	До 8-12	До Н/З	5-20	*	35-60	*	-	-		
1001-	До 12-18	До Н/З	5-20	До Н/2	95-110	До	3-4	*		
1200						3H/4				
Более	Более	До Н/4	5-20	До Н/2	95-110	До	3-4	*		
1200 18.0 3H/4										
	При	мечание : *)) – до зада	анной тех	нологом	высоты;				
	Н – высота прибыли.									

В табл. 6.4 - в отличие от табл. 6.2 и 6.3 - особое внимание уделено заданию начального уровня основной заливки H_0 , который при увеличении массы отливки (прибыли) снижается от 0.5 H_{Π} до 0.25 H_{Π} (H_{Π} – высота прибыли). В то же время обращает внимание малая величина времени первой доливки (5-20 мин - фактически независимо от массы отливки), что, видимо, отвечает времени прямой "подкачки" прибыли непосредственно после завершения основной заливки, производимой через основную литниковую систему.

Возможности численного анализа условий доливки прибылей рассмотрены в [6.29] на основе компьютерного моделирования тепловых и усадочных процессов с учетом частичного или полного расплавления твердой корки, формирующейся на поверхности прибыли за время, прошедшее после предшествовавшей доливки. Полученная компьютерная модель успешно использована для поиска рациональных режимов доливки ряда крупных стальных отливок [6.30] и применена при разработке новой технологической инструкции по доливке прибылей [6.31] взамен [6.28].

В целом можно заключить, что посвященные теоретическому и технологическому анализу режимов доливок публикации немногочисленны

[6.26-6.30] и приводимые в них данные носят противоречивый характер, не содержат развернутого рассмотрения взаимосвязанной совокупности факторов различной природы, оказывающих влияние на условия питания отливки и на выбор рационального режима доливки прибылей, и поэтому не могут быть использованы для проектирования режимов доливок и выбора размеров доливаемых прибылей.

Решение для которого наиболее эффективна методика задачи, численного моделирования сопряженных тепловых и усадочных процессов в фасонной отливке, осложнено тем, что поиск оптимума происходит в условиях системы весьма высокой размерности (уровни, температуры и временные интервалы двух-пятикратной доливки, конфигурация и размеры прибыли, условия теплоотвода с боковой и верхней поверхности прибыли, количество и конструкция внутренних холодильников и т.д.), для которой формулировка физически обоснованного единственного затруднена параметра оптимизации (глубина раковины, пористость на границе прибыли с отливкой, интенсивность направленного затвердевания в отливке и др.), а также требует значительных вычислительных ресурсов. В связи с этим возникла необходимость дополнительного решения ряда методологических вопросов, чтобы сделать возможным поиск оптимального (рационального) режима доливки прибыли при экономном использовании ограниченных вычислительных ресурсов.

6.5.2. Методика анализа

Для решения поставленной задачи, имея в виду конечную цель определения оптимального (рационального) режима доливки, важно не только получить количественные оценки влияния отдельных факторов, но и иметь результаты в форме, удобной для поиска оптимума. В этой связи главным инструментом исследования было принято формирование статистической модели технологического процесса на основе результатов *планируемых численных экспериментов* [6.32-6.33], осуществляемых с помощью программного комплекса "POLYCAST" [6.15].

При реализации этой методики исходным шагом является выбор исследуемых факторов и преобразование их натуральных значений *X_i* в безразмерную (кодированную форму) *x_i* согласно соотношениям:

$$x_i = 2(X_i - X_0) / (X_{max} - X_{min}), \quad X_0 = (X_{max} + X_{min})/2,$$

где X_0 – значение i – го фактора в центре эксперимента (нулевой уровень фактора); X_{max} , X_{min} – значение фактора на верхнем и нижнем уровне соответственно; $(X_{max} - X_{min})/2$ - интервал варьирования фактора.

Для повышения адекватности моделей переменные, выражающие положение уровня h по высоте прибыли Hп (Hр, H_0 , H_1 , H_2 , ...), преобразованы в безразмерную (относительную) форму по соотношению:

$$H = (h - H\pi)/H\pi.$$
 (6.27)

Аналогично для переменных, выражающих положение текущего момента времени *T* относительно полной продолжительности процесса формирования отливки *Tn*, использована безразмерная (относительная) форма *t* согласно соотношению:

$$t = (T \pi - T) / T \pi$$
, (6.28)

где **Тп** – продолжительность затвердевания отливки с прибылью, изготавливаемой без доливки прибыли. Важным параметром режима доливки прибылей является время проведения последней доливки **Тм**, безразмерную величину которой *tм* определяет выражение:

$$tM = (T\Pi - TM)/T\Pi.$$
 (6.29)

Для эффективной *свертки* информации, описывающей режим доливки по высоте прибыли и во времени, использовано представление последовательности уровней доливки *H*_i степенной функцией вида

$$H_i = H_0 + (1 - H_0) \cdot (i / N_{max})^{\alpha}, \qquad (6.30)$$
где H_0 – уровень основной заливки, *i* - порядковый номер доливки из общего числа N_{max} доливок; α – показатель степени, описывающий изменение уровней доливки H_i . При $\alpha = 1$ уровни доливок равномерно располагают по высоте, при $\alpha < 1$ каждый последующий уровень имеет массу меньше предыдущего, при $\alpha > 1$ происходит последовательное повышение массы доливок; при *i* = N_{max} (для любого α) H_i = 1, что отвечает полной высоте прибыли.

По аналогии последовательность интервалов времени между доливками представлена степенной функцией вида

$$\boldsymbol{t}_{i} = \boldsymbol{t}\boldsymbol{M} \cdot (\boldsymbol{i} / N_{max})^{\beta}, \qquad (6.31)$$

где β – показатель степени, описывающей последовательное изменение интервалов между доливками. При $\beta = 1$ доливки производят через равные интервалы, при $\beta < 1$ временные интервалы убывают, а при $\beta > 1$ – увеличиваются от первой до последней доливки; при **i** = N_{max} (для любого β) $t_i = tm$, что соответствует последней доливке.

Использование в этих расчетах обобщенных переменных, изменяющихся в пределах от нуля до единицы, позволило существенно уменьшить ошибку получаемых коэффициентов регрессии, повысить их разрешающую способность в части интерпретации результатов и дало возможность производить непосредственное сравнение найденных коэффициентов.

Выбор базовых переменных продиктован возможностями принятой "свертки" информации, когда всего две обобщенные переменные альфа α и бета β позволяют компактно представить совокупность различных режимов по соотношению высоты (объема) и продолжительности этапов доливки. Дополнительно учитывается влияние таких пространственно-временных факторов, как относительный уровень основной заливки, определяющий начальный запас тепла в прибыли, и безразмерное время проведения последней доливки, значение которого должно быть выбрано в точном

соответствии с режимом затвердевания подприбыльной зоны отливки, чтобы обеспечить ее питание.

Использование методики ортогонального планирования численных экспериментов с варьированием факторов на двух указанных уровнях позволяет на основе специального плана, вид которого зависит от числа переменных и формируемого вида модели [6.32-6.33], построить статистическую модель целевой функции **У** полиномиального вида:

$$Y = K_0 + \Sigma K_i X_i + \Sigma K_{ij} X_i X_j + \Sigma K_{ijk} X_i X_j X_k + \dots, \quad (6.32)$$

где K_0 , K_i , K_{ij} , K_{ijk} – коэффициенты регрессии при членах нулевого, первого, второго, третьего и т.д. порядка, вычисляемые на основе результатов экспериментов для моделей различного вида и позволяющие оценить влияние отдельного фактора или парного (тройного, четверного и т.д.) взаимодействия нескольких факторов. Оценка качества модели производили на основе расчета среднеквадратичной ошибки *S*, которая является базой для определении погрешности при вычислении целевой функции по уравнению регрессии:

$$S = \sqrt{\frac{1}{n}\sum(Y-Y_{\mathcal{P}})^2},$$

где Y - расчетное значение целевой функции, определяемое с помощью уравнения регрессии, при условиях опыта, соответствующих реализации численного эксперимента; Y_{\Im} - экспериментальное значение целевой функции в том же опыте, находимое путем численного моделирования; n – число опытов, по данным которых построено уравнение регрессии.

Полученное уравнение регрессии в случае успешной проверки его адекватности [6.32-6.33] может быть использовано для отыскания точки оптимума с экстремальным значением целевой функции на основе прямого перебора расчетных значений или применения известных методов поиска экстремума [6.23, 6.32-6.33].

Подобный поиск оптимума на основе уравнения регрессии в ответственных случаях должен быть заменен прямым отысканием условий

технологического процесса, которые отвечают требованиям получения плотного металла в отливке при заданных ограничениях организационнотехнического характера (наибольший и наименьший перегрев металла в ковше при заливке и при доливках, допустимые значения длительности интервала времени между доливками, технологически приемлемые величины массы доливаемого металла и т.д.), на основе серии компьютерных расчетов, указанными поскольку В связи с ограничениями И возможными коррективами технологических условий адекватность уравнения регрессии, полученного на основе регулярного (ортогонального) плана экспериментов, может быть подвергнута сомнению.

Наиболее эффективным методом прямого поиска оптимума на основе экспериментальной информации является метод симплексного поиска [6.23, 6.33], экономичность и гибкость которого делают его широкое применение перспективным. Этот В сочетании весьма метод С численным моделированием осуществить технологических режимов позволяет автоматизированное перемещение из начальной точки в направлении оптимума наиболее экономным путем, поскольку наибольшие затраты поисковых ресурсов связаны с проведением численных экспериментов. Метод симплексного поиска позволяет организовать целенаправленный автоматизированный перебор вариантов для численного моделирования, при необходимости или по желанию проектировщика вводя в очередном варианте изменения в набор переменных (факторов) и их масштабы (интервалы варьирования).

6.5.3. Анализ влияния условий доливки прибыли

на глубину усадочной раковины в отливке

(в натуральных переменных)

В связи с многофакторным характером поставленной задачи на начальном этапе производили построение статистической модели процесса

доливки методом планирования эксперимента. В качестве базового объекта для моделирования была выбрана отливка шабота массой более 120 т, изготавливаемого из стали 25Л с применением внутренних холодильников, а также отливка гребного винта массой 21 т из алюминиевой бронзы. Такое объединение этих объектов правомерно в силу того, что отливки являются компактными телами с одним термическим узлом, и того, что сталь 25Л, как алюминиевая бронза, относятся узкоинтервальным И К сплавам, затвердевающим в условиях малой интенсивности теплоотвода. С целью предотвращения усадочных дефектов, проникающих в тело ОТЛИВКИ, проводили изыскание рационального режима доливки путем многократного численного моделирования различных технологических режимов на основе трехмерного расчета тепловых И усадочных процессов средствами программного комплекса "POLYCAST"[6.15].

Условия планирования численных экспериментов предусматривали варьирование шести факторов: высоты основной заливки H_0 , высоты двух последующих доливок H_1 и H_2 , а также времени проведения трех доливок T_1 , T_2 и T_3 , отсчитываемого от момента окончания основной заливки (табл. 6.4). Пределы варьирования переменных, выраженные в относительных единицах, составляли: по H_0 , H_1 и H_2 - 0,09; по T_1 , T_2 и T_3 - 0,06.

								Таблица 6.5
Матрица ортогон	альног	о пл	анир	ован	ния ч	нисле	еннь	іх экспериментов
	Номер	мер Факторы						
	опыта	H_{θ}	H_1	H_2	T_1	T_2	<i>T</i> ₃	
	1	+	+	+	+	+	+	
	2	+	-	+	-	-	+	
	3	-	+	+	-	-	-	
	4	-	-	+	+	+	-	

5	+	+	-	-	+	-	
6	+	-	-	+	-	-	
7	-	+	-	+	-	+	
8	-	-	-	-	+	+	
9	+	+	+	-	-	-	
10	+	-	+	+	+	-	
11	-	+	+	+	+	+	
12	-	-	+	-	-	+	
13	+	+	-	+	-	+	
14	+	-	-	-	+	+	
15	-	+	-	-	+	-	
16	-	-	-	+	-	-	

Результаты моделирования показывают, что в пределах, установленных планом, относительная глубина раковины изменяется от -0.15 до +0.07, что свидетельствует о том, что при варьировании условий доливки возможно получение как плотного металла по всей высоте отливки, так и глубокого проникновения раковины в тело отливки (рис. 6.9).



Полученные данные моделирования позволяют сформировать уравнение полиномиального вида для представления статистической модели,

связывающей глубину раковины с режимными факторами доливки прибылей:

$$H_{\rm P} = k_0 + \Sigma k_i x_i + \Sigma k_{ij} x_i x_j, \qquad (6.33)$$

где $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 u x_6$ – кодированные значения факторов H_0, H_1, H_2, T_1, T_2 и T_3 , представленных в табл. 6.6

					Таблица 6.0			
	Коэфф	рициенты регресси	и статист	ической мод	ели			
№ п/п	Символ коэфф-та	Коэффициенты регрессии	№ п/п	Символ коэфф-та	Коэффициенты регрессии			
1	k_0	-0.0479	11	<i>k</i> ₁₅	0.0121			
2	k_1	0.0414	12	<i>k</i> ₁₆	-0.0118			
3	k_2	-0.0226	13	<i>k</i> ₂₃	-0.0039			
4	k_3	0.0007	14	k ₂₄	0.0067			
5	k_4	-0.0026	15	k_{25}	-0.0070			
6	k_5	0.0160	16	k_{26}	-0.0026			
7	k_6	0.0067	17	<i>k</i> ₃₄	0.0160			
8	k_2	-0.0175	18	<i>k</i> ₃₅	-0.0026			
9	<i>k</i> ₁₃	0.0093	19	<i>k</i> ₃₆	-0.0070			
10	k_{14}	-0.0255	$(Hp)_0$	-0.0490				
При	имечание:	(<i>Hp</i>) ₀ - глубина рак	овины при	нулевых значе	ниях факторов			

В табл. 6.5 приведены рассчитанные коэффициенты регрессии для кодированных переменных, которые показывают эффект каждого фактора и парных взаимодействий между ними при изменении значения фактора на величину интервала варьирования.

Линейная модель в натуральных переменных имеет вид:

$H_{\rm p} = B_0 + B_1 H_0 + B_2 H_1 + B_3 H_2 + B_4 T_1 + B_5 T_2 + B_6 T_3 .$

Результаты расчетов по линейной модели, приведенные на рис. 6.9 (кривая 2), показывают удовлетворительное согласие с экспериментальными данными только в экстремальных точках и значительные отклонения в других опытах. Проверка адекватности показывает, что линейная модель имеет низкое качество для прогноза глубины раковины и потому необходимо учитывать влияние взаимодействия между факторами.

Данные табл. 6.5 показывают, что коэффициенты регрессии имеют величину, сравнимую со значением относительной глубины раковины $(H_P)_0$ в центре эксперимента (при нулевых значениях факторов), обладают разными знаками и не выявляют преобладающего влияния каких-либо из факторов или их парных взаимодействий. Расчетные значения глубины раковины, вычисленные с учетом не только линейных членов уравнения, но и парных взаимодействий (рис. 6.9, кривая 1), дают адекватную модель и хорошо согласуются с результатами экспериментов.

Приведенные результаты позволяют сделать общий вывод, что получению плотного металла в подприбыльной зоне способствуют те многочисленные факторы, которые В совокупности повышают интенсивность направленного затвердевания и питания вблизи границы отливка/прибыль. Однако вклад каждого фактора и технологического параметра выделить весьма затруднительно в силу их взаимосвязей. Поэтому решающая диагностика режима доливки становится возможной только в результате системного учета совместного и одновременного протекания многофакторных тепловых и усадочных процессов, который может быть реализован на основе дополнительного анализа результатов численного моделирования технологии доливки прибыли.

Таким образом, вся совокупность приведенных данных свидетельствует, что в рамках прямого статистического моделирования на примере серии экспериментов по трехкратной доливке прибылей факторы различной природы, подвергнутые анализу (высота основной заливки, высота доливок и продолжительность интервалов между доливками), оказывают сопоставимое по величине влияние на глубину усадочной раковины, что требует учета всего набора данных. Кроме того, необходимо принимать во внимание не только прямое воздействие отдельных факторов, но и их взаимное влияние, которое может изменить величину и знак соответствующего эффекта в зависимости от значений, принимаемых другими факторами.

Этот важный для проектирования технологии доливок результат находит свое объяснение, если принять во внимание, что все исследованные факторы в той или иной мере оказывают влияние на характер затвердевания (ширина и скорость перемещения зоны затвердевания, градиент температуры и количества твердой фазы в направлении питания и т.д.) и соответственно условия фильтрации расплава из объема прибыли в тело отливки при формировании усадочных пустот. В частности, при изменении высоты (массы) основной заливки одновременно изменяются условия выбора уровней (массы) последующих доливок и их совместное воздействие на характер затвердевания и питания. Аналогично, назначение времени очередной доливки непосредственно сказывается на времени других как продолжительность эффективного питания отливки доливок, так ограничена по времени ввиду непрерывного сокращения прибылью количества питающего металла и снижения проницаемости твердо-жидкой зоны по мере выделения твердой фазы при понижения температуры.

Результаты проведенной серии численных экспериментов дополнительно свидетельствуют, что число возможных вариантов по режимам доливки, а значит - и затраты машинных ресурсов на поиск технологически приемлемого варианта - могут оказаться чрезмерно большими, так как возможные соотношения между высотой и временами доливок могут устанавливаться самыми разнообразными. В силу этих причин при поиске решения даже для конкретной отливки необходимо прибегнуть к эффективной "*свертке*" информации. С этой целью на втором этапе работы были введены обобщенные переменные, позволившие качественно изменить характер поиска и при сокращении числа варьируемых факторов получить результаты, имеющие обобщенный характер и проливающие свет на то, как необходимо формировать экономичный и эффективный план численных экспериментов для конкретной отливки.

6.5.4. Исследование различных режимов доливки прибылей при использовании обобщенных переменных

При лальнейших проведении численных экспериментов С использованием обобщенных переменных была проведена серия расчетов, условия которых выбраны таким образом, чтобы получить достаточно детальное представление о влиянии не только варьирования высоты основной заливки (H_0), количества доливок (N_{max}), их объема (α) и длительности интервалов между ними (**β**), но также времени последней доливки (*tm*). Такой выбор факторов связан с многообразным влиянием физико-химических (критические температуры ликвидуса и солидуса, темп выделения твердой фазы, морфология дендритной структуры, проницаемость скелета дендритов и т.д.) и теплофизических (условия теплоотвода с верхней и боковой поверхности прибыли, конфигурация подприбыльной части отливки, температура и скорость заливки металла, теплофизические характеристики заливаемого сплава и т.д.) факторов на условия питания отливки на наиболее важном - заключительном этапе формирования отливки (в период окончания затвердевания и питания в осевой зоне отливки на границе с ее прибылью).



вывод о том, что незначительное изменение условий доливки (Но – на

0.10÷0.20; *tм* – на 0.03÷0.05; α и β – на 0.15 от базовой величины 2.0) способно дать (рис. 6.10) как вполне удовлетворительные результаты по относительной глубине усадочной раковины (*H*п-*H*р)/*H*п = + 0.10÷0.15 со значительным запасом в 10-15 % по высоте прибыли), так и совершенно неприемлемые (*H*п-*H*р)/*H*п = – 0.20÷0.25, т.е. с глубоким проникновением раковины в тело отливки). Важно также отметить, что при увеличении числа доливок (до 3-5) положительный результат (*H*п-*H*р)/*H*п >0) не становится более вероятным, поскольку наименьшая глубина раковины достигается при малом числе доливок (2-3) (рис. 6.11).



 $H_0=0.15; t_M=0.25; \alpha = \beta = 2.0$

Приведенные данные свидетельствуют, что исследуемая система является весьма чувствительной к изучаемым факторам и в то же время среди этих факторов нет таких, которые преобладают по влиянию и дают однозначный эффект. Налицо явно выраженное сильное взаимодействие между факторами, при котором их знак и величина силы влияния зависят от сочетания других факторов.

При увеличении начального уровня основной заливки H_0 (в исследованных пределах от 0.05 до 0.40) происходит увеличение относительной глубины усадочной раковины (*Hn-Hp*)/*Hn*, что связано со снижением интенсивности направленного затвердевания по высоте прибыли, так как одновременно уменьшается доля металла, вводимого в прибыль

путем доливок, уменьшается также масса отдельных доливок и вносимый ими запас тепла. Таким образом, при назначении режима доливок целесообразно поддерживать уровень основной заливки на возможно низком уровне, чтобы в наибольшей степени использовать возможности увеличения суммарной массы доливок.

Повышение времени последней доливки tm (от 0.20 до 0.35) вызывает сначала значительное уменьшение глубины раковины до минимума, который может иметь неявно выраженный характер (в интервале tm=0.25-0.27), а затем – существенное повышение глубины раковины до исходной или большей глубины. Такое экстремальное влияние времени последней доливки tm связано с тем, что преждевременная последняя доливка прибыли приводит к тому, что в наиболее важный период затвердевания и питания металла в подприбыльной зоне, вблизи границы прибыли с отливкой, термическое воздействие доливки существенно ослаблено произошедшей потерей тепла в стенки формы и в окружающую среду. При чрезмерно большом интервале времени до последней доливки ее термическое влияние запаздывает и не оказывает необходимого воздействия, поскольку со времени предпоследней доливки интенсивность направленного затвердевания и питания неизбежно снижается до величины, недостаточной для получения плотного металла.

Влияние величины коэффициентов α и β , отражающих изменение массы и длительности интервалов между доливками на глубину усадочной раковины, проявляется в уменьшении *Hp* при возрастании α и β , особенно значительном в интервале от 0 до 1. Этот эффект наиболее отчетливо проявляется в отношении коэффициента β , так как отражает соотношение масс металла, доливаемого в прибыль на начальном и заключительном этапе формирования усадочных пустот.

Наиболее ответственной является конечная стадия питания отливки, определяющая полную глубину раковины. При этом для обеспечения достаточно высокой интенсивности направленного затвердевания и питания необходимо вносить в прибыль значительную по отношению к массе залитой

части прибыли массу доливаемого металла и, соответственно, запас теплоты его перегрева. Значения коэффициентов α и β должны рассматриваться во взаимной связи, так как повышение с каждой последующей доливкой массы доливаемого металла предполагает согласованное увеличение длительности интервалов между доливками. В противном случае при нерациональном сочетании малой доливки и длительной задержки очередной доливки неизбежно появление мостов или ярусного расположения раковин и рыхлоты по высоте прибыли и соответственное повышение глубины раковины, прослеживаемое по результатам численного моделирования.

Для истолкования полученных данных необходимо иметь в виду, что варьирование значений указанных переменных в силу их взаимосвязанного характера отражается косвенным, но совсем не всегда незначительным образом на других факторах. В частности, увеличение числа доливок N_{max} , например, с 3 до 5 приводит к весьма существенному уменьшению массы доливок (в среднем с 1/3 до 1/5, т.е. на 50 %), что дополнительно усугубляется влиянием режима изменения уровней по высоте при значении β , большем 1, когда первая и последняя доливка существенно отличаются по массе в силу соотношения:

$(H_i - H_0)/(1 - H_0) = (i/N_{max})^{\alpha}$,

где H_i – уровень доливки прибыли, отсчитываемый от уровня основной заливки H_0 , на *i* –ом этапе при общем числе доливок N_{max} .

Определяющим для питания отливки является интенсивность фильтрации расплава в зоне затвердевания, которая зависит от большого числа факторов, но в первую очередь связана с интенсивностью направленного затвердевания, т.е. скоростью перемещения границы питания, и шириной той части зоны затвердевания, где происходит фильтрация расплава через сетку растущих дендритов.

Рассмотрим для определенности подприбыльную зону отливки в окрестности границы раздела отливка-прибыль. На этом уровне скорость затвердевания зависит от соотношения потока тепла, приходящего из

термического центра прибыли, и потока тепла, отдаваемого в тело отливки. Чем больше это соотношение, тем меньше ширина зоны фильтрации и больше поток питающего металла. Если его величина превышает поток, необходимый для компенсации усадки, зависящий от скорости затвердевания, тогда образуется слой плотного металла.

После проведения очередной высокой доливки металлом С температурой на определенной высоте в прибыли возникает термический центр, интенсивность воздействия которого зависит от температуры и массы долитого металла и от расстояния между термическим центром и границей питания. С течением времени вследствие теплоотдачи в стенки формы, в окружающую среду и в тело отливки перегрев долитого металла непрерывно снижается. По этой причине уменьшается тепловой поток к границе питания и снижается интенсивность фильтрации расплава на этой границе. Если она упадет ниже критической величины, возникнет участок пористого металла, который сохранится, несмотря на проведение последующей запоздалой доливки. Для предотвращения появления пористости необходимо, чтобы очередная доливка производилась с необходимым опережением и падение интенсивности питания предупреждалось поступлением тепла вновь долитого металла к движущейся границе питания. Масса металла более поздних доливок находится на все более значительном расстоянии от границы прибыль/отливка, что необходимо учитывать при назначении массы и интервала времени до очередной доливки.

Важным практическим результатом исследования является определение тех значений обобщенных переменных, в окрестности которых находится искомая область оптимума. В части начального уровня заливки анализ приведенных данных позволяет выбрать исходный (нулевой) уровень относительной высоты $H_0 \approx 0.15$ с возможным варьированием в пределах (±0.05) при существенном отклонении по условиям формирования и геометрии отливок от исследованных.

Общую продолжительность доливок следует принимать равной $tm \approx 0.25$ от полной продолжительности затвердевания отливки без доливки при сохранении исследованных условий теплоотвода (эффективная теплоизоляция прибыли с помощью засыпки без боковой теплоизоляции прибыли), в противном случае необходимо проведение уточняющих расчетов с варьированием в пределах (± 0.10) в зависимости от принятой схемы теплоотвода для прибыли).

Значения относительных уровней и интервалов доливок, задаваемые коэффициентами α и β , рекомендуется принимать равными ($\alpha = \beta \approx 2$) в силу необходимости их взаимного согласования по величине, поскольку увеличение массы доливки предполагает более значительную величину временного интервала до следующей доливки, с возможным варьированием в пределах до 30 % (0.05-0.15).

* * *

Для контроля и управления процессом формирования отливки и ее качеством необходима эффективно функционирующая система технологического анализа, в рамках которой осуществляется штатный априорный и апостериорный контроль условий производства (измерение прочности и газопроницаемости формовочных материалов, химического состава и механических свойств литого металла, оценка размерной и геометрической точности отливок т.д.), И a также используются факультативные средства инструментального контроля (хронометраж заливки, термический анализ отливки и/или формы, оценка газосодержания расплава и т.д.). Компьютерный анализ технологии, базирующийся на литейных численном моделировании совокупности процессов, формирующих качество отливки, за последние годы приобрел особую роль в совершенствовании производства отливок и является важным компонентом технологического анализа [6.34].

Система технологического анализа в зависимости от ее масштабов, оснащения и научно-технического обеспечения позволяет решать комплекс задач различного уровня и назначения:

• контроль *нестабильности технологии* на основе статистического анализа временных рядов регистрируемых режимных параметров;

• оценка вероятности возникновения и *критических границ* появления различных видов брака путем *статистической* (корреляционный анализ) *и детерминированной* (компьютерное моделирование) *диагностики* технологии на основе сопоставления видов и интенсивности брака с отклонением режимных параметров от установленного штатного уровня;

• контроль и оценка *устойчивости технологии* на основе сопоставления контролируемых режимных параметров с регламентируемыми характеристиками и техническими условиями на приемку литых изделий;

• установление системы режимных параметров, образующих в совокупности *«окно реализации»* технологического процесса, в рамках которого гарантировано получение требуемого качества отливок.

Принципиально важно, что компьютерный анализ технологии, в отличие от других видов технологического анализа, может предшествовать наиболее эффективен процессу изготовления отливки И при его использовании на этапе проектирования технологии, а также может быть активно использован в случае возникновения брака для разработки мер его предупреждения. Литейные процессы, как известно, «...закрытые, капризные и отчасти гадательные» [6.20]. Поэтому применяемые упрощенные модели не могут быть пределов, использованы вне ограниченных принятыми допущениями.

В настоящее время завершается этап освоения инструментария компьютерного моделирования базовых литейных процессов (теплообмен, гидродинамика, кристаллизация и т.д.). Развитие и объединение компьютерных моделей отдельных процессов привело к их системной интеграции и вызвало к жизни появление и использование многоуровневых моделей для описания сопряженных процессов различной природы с достоверным прогнозированием качества получаемых отливок [6.3, 6.35]. При решении подобной задачи нет возможности использовать ранее накопленный опыт, требуется решать сложную проблему системного анализа и описания процесса формирования отливки и ее дефектов во всей сложности взаимодействующих явлений и взаимовлияющих факторов для обеспечения успеха их практического приложения.

Литература к разделу 6.

6.1. Галенко П.К., Голод В.М. Системный анализ литейных процессов. // Литейное производство, 1989, № 10.

 6.2. Самойлович Ю.А. Системный анализ кристаллизации слитка. – Киев, Наукова думка, 1983.

6.3. Голод В.М., Тихомиров М.Д., Сабиров Д.Х. Системный анализ процесса формирования отливки (прикладные аспекты). // Сб. Литейные материалы, технологии и оборудование. – СПб, ЦНИИ материалов, 1995, № 1.

6.4. Голод В.М. Металлургические технологии в машиностроении: динамика последних десятилетий и резервы роста. // Металлургия машиностроения, 2001, № 1.

6.5. Голод В.М. и др. Интеграция средств анализа и синтеза в САПР литейной технологии. // Литейное производство, 1994, № 10-11.

6.6. Голод В.М. и др. Системы автоматизированного моделирования: информационное обеспечение и адаптация математических моделей. // Литейное производство, 1992, № 6.

6.7. Голод В.М. Проблема оптимизации питания отливок. // Сб. Теплофизика процессов затвердевания стали. – Киев, Институт проблем литья, 1979.

6.8. Niyama E. Computer-aided design for metal casting. // Ann. Review of Mater. Science, 1990, v.20, 101.

6.9. Viswanathan S., Sikka V.K., Brody H.D. Using solidification parameters to predict porosity distributions in alloy castings. // JOM, 1992, vol.44, № 12.

6.10. Голод В.М. и др. САПР литейной технологии. Профильная ориентация и новые возможности. // Литейное производство, 2000, № 7.

6.11. Горн Э.П., Савельев К.Д., Голод В.М. Исследование теплофизических и усадочных характеристик сплавов и материалов формы для компьютерного моделирования процессов формирования стальных отливок. // Литейщик России, 2004, № 8.

6.12. Басин А.С. Термические свойства и кристаллизация чистых металлов и технически важных сплавов на основе железа. // Автореф. дисс. докт. техн. наук. – Новосибирск, 1989.

6.13. Mizukami H. Prediction of density of carbon steel. // ISIJ Int., 2002,v.42, № 4.

6.14. Еланский Г.Н., Еланский Д.Г. Строение и свойства металлических расплавов. – М., МГВМИ, 2006.

6.15. Голод В.М., Горн Э.П. и др. Разработка технологического процесса изготовления крупных стальных отливок ответственного назначения в «ОМЗ-Спецсталь» с использованием численного моделирования литейной технологии. // Сб. Литейное производство сегодня и завтра. – СПб, СПбГТУ, 2003.

6.16. Schneider M., Beckermann C. Simulation of micro-/macrosegregation during the solidification of a low-alloy steel. // ISIJ Int., 1995, v.35, № 6.

6.17. Раддл Р.У. Затвердевание отливок. – М., Машгиз, 1960.

6.18. Fundamentals of risering steel casting.- Ohio, Steel Founder's Society, 1960.

6.19. Денисов В.А. Универсальный метод расчета прибылей отливок. // Литейное производство, 1978, № 10.

6.20. Гуляев Б.Б. Литейные процессы. – М.-Л., 1960.

6.21. Василевский П.Ф. Технология стального литья. – М., Машиностроение, 1974.

6.22. Greese R.C. Cylindrical top riser desining relationships for evaluating insulating materials. // Trans. AFS, 1981, v.89.

6.23. Реклейтис Г., Рейвиндран А., Рэгсдел К. Оптимизация в технике, т.1, 2. -М., Мир, 1986.

6.24. Вейник А.И. Расчет отливки. – М., Машиностроение, 1964.

6.25. Голод В.М., Никифоров А.Д., Ошурков А.Т. Применение ЭВМ для разработки литейной технологии. – Л., ЛДНТП, 1983.

6.26. Манакин А.М., Денисов В.А. и др. Крупные стальные отливки. М., Машиностроение, 1969.

6.27. Руководящий материал для технологов и мастеров сталелитейного производства. / Сост. Никифоров А.Д., Дворкин М.Д. и др. Колпино: Ижорский завод им. А.А.Жданова, 1975.

6.28. Назаратин В.В., Василевский П.Ф. Труды ЦНИИТМАШ, № 182, 1968, с.
4.

6.29. Ошурков А.Т. Численное моделирование на ЭВМ процесса доливки прибылей крупных стальных отливок. // Сб. Повышение эффективности производства и качества чугунных и стальных отливок.- Л., ЛДНТП, 1982.

6.30. Ошурков А.Т. Исследование и совершенствование технологии изготовления крупных стальных отливок на основе численного моделирования процесса их формирования. Дисс. ... канд. техн. наук.-Л., ЛПИ им. М.И.Калинина, 1982.

6.31. Технологическая инструкция по доливке прибылей с использованием теплоизолирующей крышки. - Л.: Ижорский завод, 1985.

6.32. Адлер Ю.П., Маркова Е.В., Грановский Ю.В. Планирование экспериментов при поиске оптимальных условий. - М., Наука, 1976.

6.33. Александров С.Е., Голод В.М. и др. Математическое моделирование металлургических процессов. - Л., ЛПИ им. М.И. Калинина, 1988.

6.34. Голод В.М. Компьютерный анализ литейной технологии: сегодня и завтра. // Литейное производство сегодня и завтра. – Спб, 2000.

6.35. Sahm P.R., Hansen P.N. Towards integrated modeling for intelligent castings. // Modeling of casting, welding and advanced solidification processes IX. – Aachen, 2000.