

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО»



ПОЛИТЕХ
Санкт-Петербургский
политехнический университет
Петра Великого

В.Ф. Мущанов В.И. Корсун Н.И. Ватин

**ОСНОВЫ РАСЧЕТА И ПРОЕКТИРОВАНИЯ
КОНСТРУКЦИЙ БОЛЬШЕПРОЛЕТНЫХ ПОКРЫТИЙ
СПОРТИВНЫХ СООРУЖЕНИЙ**

Учебное пособие

Санкт-Петербург

2019 г.

УДК 691 (075.8)

ББК _____

Мущанов В.Ф., Корсун В.И., Ватин Н.И. Основы расчета и проектирования конструкций большепролетных покрытий спортивных сооружений (на примерах покрытий над трибунами стадионов): Учебное пособие. СПб: изд-во Политехн. ун-та, 2019. – 236 с.

Пособие соответствует профессиональному циклу дисциплин федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки 271101 «Строительство уникальных зданий и сооружений», а также стандарта подготовки магистров по направлению «Строительство».

На примерах большепролетных покрытий над трибунами стадионов рассмотрены основы расчета, проектирования, конструирования основных конструктивных форм большепролетных покрытий, вопросы обеспечения их безопасной эксплуатации.

Представлены классификация основных конструктивных форм большепролетных покрытий, особенности проектирования, указаны достоинства и недостатки, присущие конструкциям таких уникальных сооружений. Приведены сведения о способах оценки эффективности разрабатываемых проектных решений на начальной стадии проектирования. Рассмотрены особенности расчета напряженно-деформированного состояния таких конструкций с применением аналитических и численных методов расчета в линейной и нелинейной постановке.

Значительное внимание уделено обеспечению надежности проектных решений рассматриваемых конструкций как в рамках метода предельных состояний, так и с использованием вероятностно-статистических методов проектирования. Изложены общие принципы создания систем мониторинга технического состояния конструкций.

Пособие предназначено для студентов вузов, обучающихся по программам подготовки магистров по направлению «Строительство», специалистов по направлению подготовки 271101 «Строительство уникальных зданий и сооружений», а также для аспирантов и научных работников. Может быть использовано в учебном процессе, в научной работе, а также в системе повышения квалификации.

Ключевые слова: большепролетные покрытия, конструктивные формы, напряженно-деформированное состояние, надежность, мониторинг технического состояния.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого.

***Мущанов Владимир Филиппович** (д.т.н., профессор, Донбасская национальная академия строительства и архитектуры)*

***Корсун Владимир Иванович** (д.т.н., профессор кафедры СУЗИС СПбПУ)*

***Ватин Николай Иванович** (д.т.н., профессор кафедры СУЗИС СПбПУ)*

Мущанов В.Ф., Корсун В.И.,
Ватин Н.И., 2019
Санкт-Петербургский политехнический
университет Петра Великого

ISBN _____

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
1. КЛАССИФИКАЦИЯ И КОНСТРУКТИВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ БОЛЬШЕПРОЛЕТНЫХ ПОКРЫТИЙ СПОРТИВНЫХ СООРУЖЕНИЙ	20
1.1 Балочные и рамные покрытия	20
1.2 Ванто-балочные покрытия	31
1.3 Стержневые оболочки покрытий	34
1.4 Висячие покрытия (вантовые сети и мембранные оболочки)	40
2. ВАРИАНТНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАССМАТРИВАЕМЫХ СИСТЕМ(на примере мембранных покрытий)	53
3. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ	61
3.1 Аналитические методы расчета. Базовые уравнения мембранной и моментной линейной теории пологих оболочек. Учет геометрической нелинейности	61
3.1.1 Уточненное уравнение равновесия изгиба пологой оболочки	61
3.1.2 Разрешающая система уравнений теории пологих оболочек	62
3.1.3 Уравнения теории гибких пологих оболочек (нелинейная форма)	64
3.1.4 О точности разрешения системы уравнений теории гибких пологих оболочек	68
3.1.5 Основные методы решения системы уравнений(метод Ритца-Тимошенко, метод Бубнова-Галеркина)	71
3.2 Численные методы расчета в форме МКЭ на действие статических нагрузок. Особенности формирования расчетных схем большепролетных покрытий сооружений в форме пологих оболочек (требования норм проектирования, примеры расчета)	74
3.2.1 Основные факторы, учитываемые при построении расчетной модели	74
3.2.2 Основные этапы моделирования	75
3.2.3 Учет геометрической нелинейности	77
3.2.4 Моделирование конечно-элементной сеткой	80
3.3 Необходимость совместного учета геометрической, конструктивной, генетической нелинейности	85
3.4 Приближенные (инженерные) методы расчета НДС большепролетных покрытий в форме пологих оболочек (на примере мембранных покрытий)	97
3.4.1 Аналитический метод расчета висячих оболочек положительной гауссовой кривизны на круглом плане	97
3.4.2 Аналитический метод расчета висячих оболочек на плоском прямоугольном плане	102
3.5 Методы оценки устойчивости сжато-изогнутых элементов	

опорных контуров мембранных покрытий	110
3.6 Уточнение приближенных методов расчета и проектирования стержневых и мембранных пологих оболочек с большим вырезом на эллиптическом плане	120
3.6.1 Уточнение ветровых нагрузок для провисающих оболочек с большим вырезом	120
3.6.2 Система безразмерных параметров для оболочек с большим вырезом	131
4. ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ ПОКРЫТИЙ НАД ТРИБУНАМИ НА ПРОЕКТНОЙ СТАДИИ	139
4.1 Обеспечение надежности рассматриваемых систем в рамках метода предельных состояний	139
4.2 Использование вероятностной интерпретации метода конечных элементов при оценке надежности проектируемых систем	153
4.3 Применение инженерных методов для определения показателей надежности проектируемых покрытий над трибунами стадионов..	161
4.3.1 Оценка надежности конструкций рамно-консольных покрытий над трибунами стадионов	161
4.3.2 Оценка надежности провисающих стержневых оболочек с большим вырезом	172
4.4 Перспективные методы интегральной оценки надежности конструкций с учетом надежности узловых соединений	179
5. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ПОКРЫТИЙ НАД ТРИБУНАМИ СТАДИОНОВ	188
5.1 Общие принципы формирования системы мониторинга	188
5.2 Реализация системы мониторинга (на примере стадиона «Донбасс-Арена» в г. Донецке)	198
5.2.1 Освидетельствование объекта с целью уточнения технического задания на проектирование системы	198
5.2.2 Методика проведения обследования	202
5.2.3 Основные результаты натурных исследований	203
5.2.4 Особенности реализации системы мониторинга, обусловленные конструктивным решением и условиями эксплуатации объекта «Донбасс-арена»	206
5.2.5 Этапы работ по сопровождению	208
5.2.6 Перечень материалов, передаваемых Заказчику	211
5.3 Оценка и использование показаний системы мониторинга	212
5.3.1 Экспресс-анализ надежности системы покрытия по показаниям системы мониторинга	214
5.3.2 Расчет показателей надежности пространственного структурного блока.....	224
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	230
ЛИТЕРАТУРА	232

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время одним из наиболее динамично развивающихся видов пространственных большепролетных конструкций, интересных в архитектурном и конструктивном отношении, являются стационарные покрытия над трибунами стадионов, возводимые в соответствии с требованиями международных спортивных организаций. Мощнейшим импульсом к развитию данного направления явились решения ФИФА и УЕФА о проведении в постсоветских странах крупнейших футбольных турниров (в России – ЧМ-2018, в Украине - ЕВРО-2012), благодаря чему был возведен ряд интересных объектов - стадионов нового поколения, соответствующих всем требованиям международных футбольных организаций (в Москве, Санкт-Петербурге, Краснодаре, Казани, Сочи, Грозном, Днепропетровске, Донецке, Харькове, Киеве, Одессе, Львове и других городах России и Украины). Для их перекрытия нашли широкое применение пространственные стержневые и мембранные оболочки как архитектурно выразительные конструкции, обеспечивающие оптимальные технико-экономические показатели.

Основы расчета подобных оболочечных конструкций были заложены ещё в XIX веке, но интенсивное развитие теория оболочек получила лишь с тридцатых годов XX века. В этот период были получены и проанализированы основные уравнения линейной технической теории оболочек. Большой вклад в решение фундаментальных вопросов создаваемой теории внесли Б.Г. Галеркин, В.З. Власов, С.П. Тимошенко, А.И. Лурье, А.А. Гвоздев, В.В. Новожилов, А.Л. Гольденвейзер, Ю.Н. Работнов, И.Н. Векуа, Х.М. Муштари, К.З. Галимов, Н.А. Кильчевский, Г. Рейсснер, Е. Мейсснер, Л. Доннелл, В.Т. Койтер и др. В начале сороковых годов получила развитие геометрически нелинейная техническая теория оболочек. Проведенные исследования в основном касались цилиндрических и сферических оболочек, а закономерности изменения НДС оболочек на эллиптическом и овальном плане, имеющих вырезы, характерные для конструкций покрытий над трибунами стадионов, оказались недостаточно изучены с точки зрения разработки практических методов расчёта и проектирования.

Наилучшие достижения архитектурной и инженерной мысли, «подталкиваемые» все более ужесточающимися требованиями UEFA и FIFA, воплотились в стадионах новой формации, так называемого уровня «5 звезд», которые представляют собой даже уже не стадионы, как таковые, а многофункциональные культурно-развлекательные комплексы, являющиеся архитектурной, культурной-досуговой и, естественно, спортивной доминантой города, которому они принадлежат. Кроме того, современные стадионы – это

очень сложные объекты массового посещения, оборудованные многими технологическими устройствами, обеспечивающими современный уровень восприятия зрителями происходящих на арене событий. Сюда следует отнести акустические системы, освещение, информационные табло, системы безопасности и др. Объектом размещения значительной части названного оборудования являются конструкции навеса над трибунами. Для примера скажем, что вес каждого из двух информационных табло, как правило, составляет более 5 тонн и они подвешиваются на концах консольного свеса несущих ферм, создавая существенные изгибные нагрузки на навес. Под покрытием подвешивается также система переходных мостиков и площадок, по которым укладываются километры коммуникаций. В таблице приведен перечень пятизвездочных стадионов UEFA (по официальному названию - 4-й категории), которые ниже будут кратко рассмотрены и классифицированы с позиций конструктивного решения покрытия. С точки зрения конструктивного решения наиболее распространенными типами покрытий являются (в порядке убывания):

- балочные и рамные покрытия,
- ванто-балочные покрытия,
- подвешенные оболочки и структуры,
- стержневые оболочки покрытий,
- висячие покрытия (вантовые сети и мембранные оболочки)

Таблица В.1 – Европейские стадионы 4-й категории (до 2011 г. - *Elit*)

Страна	Название	Город	Вместимость, зрителей
Австрия	Хипо-Арена	Клагенфурт	32 000
	Эрнст Хаппель	Вена	55 655
Азербайджан	Олимпийский стадион	Баку	69 870
Англия	Вилла Парк	Бирмингем	42 573
	Олд Траффорд	Манчестер	76 212
	Риверсайд	Мидлсбро	35 100
	Рико Арена	Ковентри	32 602
	Олимпийский стадион	Лондон	80 000
	Сент-Джеймс Парк	Ньюкасл-апон-Тайн	52 387
	Сент-Мэрис	Саутгемптон	32 689
	Стэдиум оф Лайт	Сандерленд	49 000
	Стэмфорд Бридж	Лондон	41 841
	Уайт Харт Лейн	Лондон	36 214
	Уэмбли	Лондон	90 000

Страна	Название	Город	Вместимость, зрителей
	Эмирейтс	Лондон	60 355
	Этихад	Манчестер	48 000
	Энфилд Роуд	Ливерпуль	45 362
Беларусь	Борисов-Арена	Борисов	13 126
Бельгия	Констант Ванден Сток	Брюссель	26 361
	Стадион короля Бодуэна	Брюссель	67 000
Венгрия	Groupama Arena	Будапешт	23 700
	Надьердеи	Дебрецен	20 340
Германия	АВД-Арена	Ганновер	49 700
	Альянц Арена	Мюнхен	75 000
	Бай-Арена	Лeverкузен	30 210
	Вирсоль Рейн-Неккар-Арена	Зинсхайм	30 164
	Глюксгаз-Штадион	Дрезден	32 066
	Имтех Арена	Гамбург	55 000
	Коммерцбанк-Арена	Франкфурт-на-Майне	48 900
	Мерседес-Бенц-Арена	Штутгарт	60 441
	Олимпийский стадион	Берлин	74 244
	Олимпийский стадион	Мюнхен	69 250
	Рейн Энерги	Кёльн	50 374
	Сигнал Идуна Парк	Дортмунд	81 264
	Фельтинс-Арена	Гельзенкирхен	61 482
	Эсприт Арена	Дюссельдорф	51 500
Греция	Апостолос Николаидис	Афины	22 800
	Караискакис	Пирей	33 334
	Олимпийский стадион	Афины	71 030
Дания	Паркен	Копенгаген	38 076
Израиль	Блумфилд	Тель-Авив	14 700
	Нетания	Нетания	13 800
	Самми Офер	Хайфа	30 874
	Тедди	Иерусалим	21 600
	Ха-Мошава	Петах-Тиква	20 000
Ирландия	Авива-Стэдиум	Дублин	82 300
Испания	Ванда Метрополитано	Мадрид	67 703
	Камп Ноу	Барселона	99 354
	Корнелья-Эль Прат	Барселона	40 500
	Ла-Росаледа	Малага	28 963
	Месталья	Валенсия	55 000

Страна	Название	Город	Вместимость, зрителей
	Нуэва-Кондомина	Мурсия	31 179
	Олимпийский стадион	Барселона	55 926
	Олимпийский стадион	Севилья	57 619
	Сан-Мамес	Бильбао	53 332
	Сантьяго Бернабеу	Мадрид	81 044
Италия	Олимпийский стадион	Рим	72 700
	Олимпийский стадион	Турин	27 128
	Сан-Никола	Бари	58 248
	Сан-Паоло	Неаполь	60 240
	Сан-Сиро	Милан	80 074
	Ювентус Стэдиум	Турин	41 000
Казахстан	Астана Арена	Астана	30 000
	Центральный стадион	Алматы	23 804
Монако	Луи II	Фонвей	18 500
Нидерланды	Амстердам Арена	Амстердам	51 628
	Гелредом	Арнем	39 000
	Фейеноорд	Роттердам	51 577
	Филипс	Эйндховен	35 119
Норвегия	Акер	Молде	11 800
	Леркендал	Тронхейм	21 166
Польша	PGE Арена	Гданьск	44 000
	Городской стадион	Вроцлав	42 771
	Городской стадион имени Хенрика Реймана	Краков	33 326
	Городской стадион	Познань	43 269
	Национальный стадион	Варшава	58 500
	Пепси-Арена	Варшава	31 103
Португалия	Алгарве	Фару	30 305
	Бесса Секулу XXI	Порту	28 262
	Да Луж	Лиссабон	65 647
	Драган	Порту	50 399
	Муниципал де Авейру	Авейру	30 970
	Эштадиу Жозе Алваладе	Лиссабон	50 446
Россия	Краснодар	Краснодар	34 291
	Казань Арена	Казань	45 379
	Лужники	Москва	84 745
	Санкт-Петербург	Санкт-Петербург	68 000

Страна	Название	Город	Вместимость, зрителей
	ВЭБ Арена	Москва	30 000
	Открытие Арена	Москва	45 360
	РЖД Арена	Москва	28 800
	Фишт	Сочи	45 000
	Ахмат-Арена	Грозный	30 597
	Центральный	Казань	26 920
	Волгоград-Арена	Волгоград	35568
	Калининград	Калининград	35016
	Мордовия-Арена	Саранск	45015
	Нижний Новгород	Нижний Новгород	44899
	Ростов Арена	Ростов-на-Дону	45000
	Самара Арена	Самара	41970
	Центральный	Екатеринбург	23000
Румыния	Клуж Арена	Клуж-Напока	30 201
	Национальный стадион	Бухарест	55 600
Словакия	Стадион Антона Малатинского	Трнава	18 448
Турция	Кадир Хас	Кайсери	32 846
	Олимпийский стадион Ататюрка	Стамбул	75 145
	Тюрк Телеком Арена	Стамбул	52 652
	Фенербахче Шюкрю Сараджоглу	Стамбул	50 509
Украина	Арена Львов	Львов	34 915
	Донбасс Арена	Донецк	51 504
	Днепр-Арена	Днепропетровск	34 000
	ОСК Металлист	Харьков	40 200
	НСК Олимпийский	Киев	70 050
	Черноморец	Одесса	34 164
Уэльс	Миллениум	Кардифф	74 500
Финляндия	Олимпийский стадион	Хельсинки	70 435
Франция	Велодром	Марсель	60 031
	Гран Стад Лилль Метрополь	Вильнёв-д'Аск	50 186
	Парк де Пренс	Париж	47 480
	Стад Жерлан	Лион	40 494
	Стад де Франс	Сен-Дени, Париж	80 000
Чехия	Дженерали Арена	Прага	20 854
	Эден Арена	Прага	21 000
Швеция	Friends Arena	Сольна, Стокгольм	50 000
	Гульдфогельн-Арена	Кальмар	12 182

Страна	Название	Город	Вместимость, зрителей
	Росунда	Сольна, Стокгольм	36 608
	Сведбанк	Мальмё	24 000
	Уллеви	Гётеборг	43 000
Швейцария	Санкт-Якоб Парк	Базель	38 512
	Стад де Сюисс	Берн	31 783
Шотландия	Айброкс	Глазго	51 082
	Питтодри	Абердин	22 199
	Селтик Парк	Глазго	60 832
	Хэмпден Парк	Глазго	52 103

Как видно из приведенной таблицы, за последние 8 лет количество стадионов 4-й категории (ранее – Elit, еще ранее – 5 звезд) по сравнению с 2010 г. выросло в 5 раз! По 32 странам все 133 стадиона, входящих в данный перечень, распределяются следующим образом: Россия – 17; Англия, Германия – по 14; Испания – 10; Италия, Польша, Португалия, Украина – по 6; Израиль, Франция, Швеция – по 5; Нидерланды, Турция, Шотландия – по 4; Греция – 3; Австрия, Бельгия, Венгрия, Казахстан, Норвегия, Румыния, Чехия, Швейцария – по 2; Азербайджан, Беларусь, Дания, Ирландия, Монако, Словакия, Уэльс, Финляндия – по 1-му.

Ниже мы подробнее рассмотрим основные требования к проектированию современных стадионов. Вместе с тем сразу отметим, что стадионы, имеющие категорию Элит (4-ю категории) имеют право на проведение финальных поединков крупнейших турниров УЕФА (Чемпионатов Европы, финалов Лиги Чемпионов и Лиги Европы) и соответствовать следующим требованиям:

- *размер поля — 105 × 68 м с идеально ровным покрытием и дренажной системой;*
- *покрытие поля — травяное или искусственное, обязательно лицензированное ФИФА;*
- *количество мест на скамейке запасных — минимум 13;*
- *вместимость раздевалки — минимум 25 человек, для каждой команды;*
- *наличие медицинских комнат для взятия анализа на допинг-контроль и для оказания первой медицинской помощи;*
- *размер судейской раздевалки — минимум 20 м²;*
- *наличие бесперебойной системы видеонаблюдения за всеми зрителями и территорией стадиона со специальной комнатой видеоконтроля;*
- *мощность освещения — минимум 1400 люкс во всех направлениях;*
- *VIP-парковка — минимум 150 мест;*

- все места на трибунах должны быть сидячими, оборудованных индивидуальными сиденьями;
- вместительность — минимум 8 000 посадочных мест;
- VIP-места — минимум 500;
- VIP-места для болельщиков команды гостей — минимум 100;
- VIP-зона гостеприимности — минимум 400 м²;
- рабочая зона СМИ — минимум 200 м² на 75 человек;
- количество фотографов — минимум 25;
- пространство для платформ ТВ-камер — минимум 10 м² для 4-х камер;
- количество мест в пресс-ложе — минимум 100, 50 из них со столами;
- количество мест комментаторов — минимум 25;
- количество телевизионных студий — минимум 2 + 1 с видом на поле;
- количество позиций для послематчевых интервью — минимум 4;
- площадь мест для парковки микроавтобусов ТВ-трансляций — минимум 1000 м²;
- количество мест в комнате для пресс-конференций — 75.

Следует отметить, что проектирование подобных объектов имеет ряд специфических особенностей, которые в значительной мере отличают этот процесс от реализуемого для объектов массового строительства, и должны включать в себя ряд важнейших этапов:

- поиск и анализ возможных архитектурно-конструктивных решений покрытия;
- разработку конструктивных решений в нескольких вариантах;
- проведение необходимых дополнительных исследований (например, продувка в аэродинамической трубе с целью уточнения атмосферных (ветровых, снеговых) нагрузок на сооружение);
- расчет напряженно-деформированного состояния на действие проектных нагрузок;
- проектирование и конструирование;
- учет требований изготовления и монтажа при принятии проектных решений.

Остановимся, также, на некоторых важных особенностях, определяющих процесс проектирования стадиона в целом, а не только конструкции покрытия.

В настоящее время нормативная база по устройству стационарных покрытий над трибунами практически отсутствует, хотя исходными могут служить документы по проектированию спортивных сооружений:

- СНиП II-Л. 11-70 «Спортивные сооружения. Нормы проектирования»;
- СП 31-115-2006. «Открытые физкультурно-спортивные сооружения»;

- СП 118.13330.2012 «Общественные здания и сооружения»;
- СП 42.13330.2011 «Градостроительство»;
- СП 285.1325800.2016 «Стадионы футбольные. Правила проектирования»

Отдельные ее элементы в разрозненном виде можно найти в ДБН (или СНиП) по проектированию различных видов строительных конструкций (железобетонных, металлических), указаний по нормированию нагрузок и воздействий, различного рода пособиях по расчету пространственных конструкций [17,20,23-25,32-35,86].

В связи с изложенным, основные положения проектирования стадионов с учетом требований европейских нормативных документов и европейского опыта строительства подобных объектов (рассмотрим это на примере стадиона в Лужниках) кратко могут быть сведены к следующим, частично упомянутым выше требованиям:

1. Критерии оценки проекта стадиона:

- **соответствие проекта самым высоким требованиям** международных стандартов в области обеспечения комфорта (*наличие VIP-зон, подъемники и эскалаторы для вертикального перемещения; многочисленные торговые пункты обслуживания; достаточное число туалетов и их доступность, возможность размещения инвалидных кресел в любых точках стадиона в соответствии с международными стандартами и т.п.*) и безопасности зрителей с учетом требований к их быстрой эвакуации (к примеру, необходимость обеспечения приблизительно 50% спроса на автомобильные стоянки и 100% спроса на автобусные стоянки для команд участников и тренерского состава при соблюдении условия разделения этих зон). Указанные площади не должны включать в себя площадь для подъездных путей, вспомогательных зданий или других средств обслуживания.

Зонирование территории футбольных стадионов

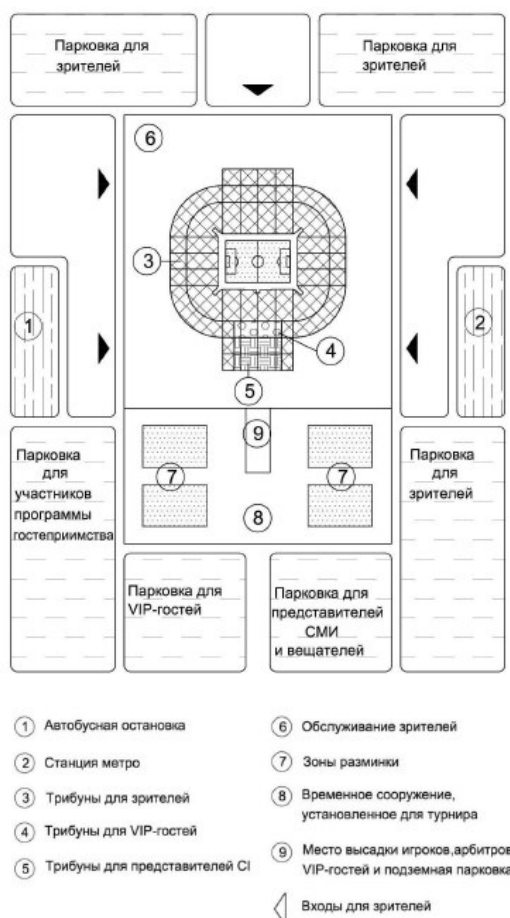


Рис. В.1 Зонирование территорий (по СП 285.1325800.2016 «Стадионы футбольные. Правила проектирования»)

Конкретный пример подобного зонирования на примере генерального плана стадиона «Лужники» приведен на рис. В.2.

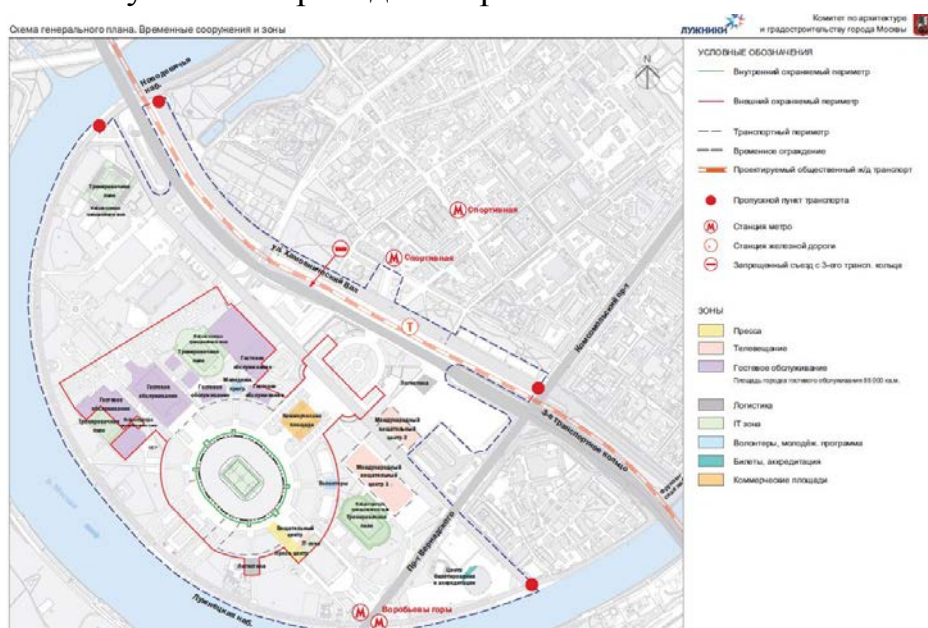


Рис.В.2. Зонирование территории вокруг стадиона "Лужники" (Москва, Россия)

- **архитектурная выразительность объекта**, который должен являться национальным архитектурным достоянием;
- **многофункциональность и приспособленность объекта** к проведению основных игр на поле (футбол, регби, хоккей на траве, американский футбол и т.п.), концертов; технологическое и функциональное разделение потоков участников соревнований, зрителей, прессы и должностных лиц с целью обеспечения их максимальной безопасности и эксплуатационной эффективности. Европейские рекомендации по этому пункту приведены в таблице

Таблица В.2 - Рекомендуемые размеры игровых полей

Вид спорта	Игровое пространство	
	Поле	Общее
Регби	144 м x 70 м	150 м x 84 м
Футбол	110 м x 75 м (*)	118 м x 81 м
Хоккей на траве	92 м x 55 м	102 м x 61 м
Американский футбол	110 м x 49 м	118 м x 56 м (**)
Легкая атлетика (при 8 дорожках)	177 м x 92 м	186 м x 117 м (***)

Примечание:

(*) - ширина 75 м для международных соревнований под эгидой FIFA,

(**) - исключает области шириной 10 м на каждом точлайне,

(***) - внутренние размеры поля для легкой атлетики – 158 м x 73 м (при этом сюда не включены размеры секторов с ямами для прыжков и толкания ядра). Минимальный размер футбольного поля – 105 на 68 метров. Примерное решение футбольного поля при таких размерах с прилегающими участками приведено на рис. В.3

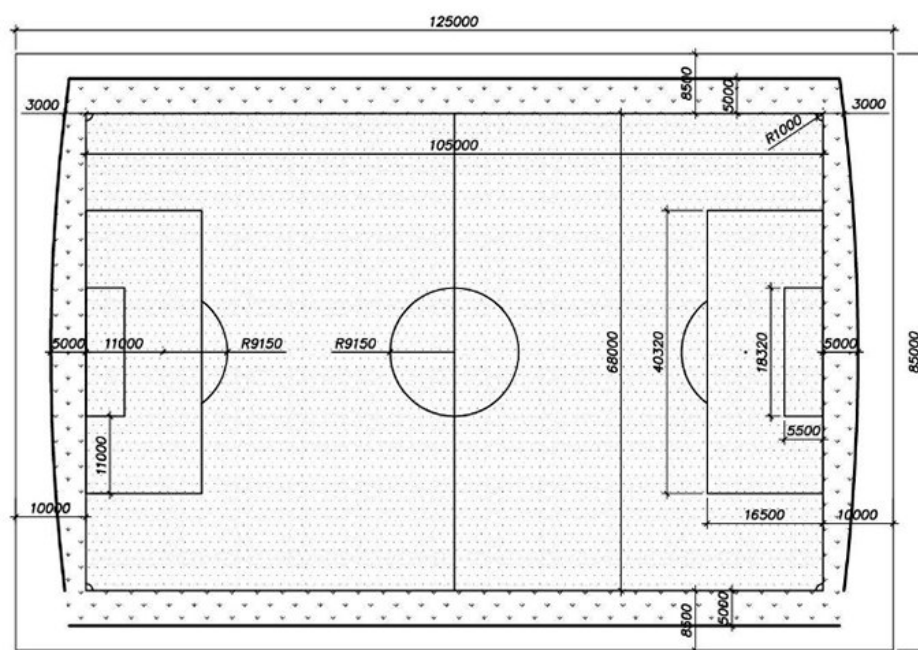


Рис. В.3 Размеры стандартного футбольного поля 105 x 68 м

- **возможность обеспечения регулирования вместимости** объекта при помощи его особых конструктивных решений (например, на 25, 40, 60, 80 тыс. зрителей).

Для стадионов, возводимых к проведению крупнейших футбольных форумов по эгидой ФИФА и УЕФА, предъявляются дополнительно следующие требования **(в Российской Федерации они отражены в приказе Министерства спорта от 10.09.2012 «Об утверждении типовых требований к техническим заданиям на проектирование строительства или реконструкции стадионов, создаваемых в рамках подготовки к проведению чемпионата мира по футболу 2018 года в Российской Федерации (с изменениями на 15 января 2015 года)»):**

- ✓ для стадиона, предназначенного для проведения матчей группового этапа и (или) 1/8 финала, и (или) 1/4 финала и (или) матча за 3-е место, вместимость трибун должна быть не менее 40000 мест;
- ✓ для стадиона, предназначенного для проведения матчей полуфинала, вместимость трибун должна быть не менее 60000 мест;
- ✓ для стадиона, предназначенного для проведения матчей открытия и (или) финала, вместимость трибун должна быть не менее 80000 мест;
- ✓ общая вместимость зрительских мест стадиона должна быть больше вместимости трибун на 10%.

- **обеспечение уклона трибун** в пределах 30...34° с целью обеспечения удобства зрительского восприятия. Расположение зрительных рядов, наряду с размерами футбольного поля определяющих полные размеры стадиона, проиллюстрируем с помощью рис. В.4;

- **наличие стационарного покрытия над трибунами** стадиона, которое в идеальном случае должно укрывать все 100% зрительских мест при минимальном негативном воздействии на травяной покров поля, например, путем увеличения площади светопрозрачной части покрытия или изменения его конфигурации для снижения эффекта затенения поля. При этом, конструкция стадиона должна обеспечивать создание защищенного объема, соответствующего требованиям стандартов обзора и размещения зрителей.

При достижении этого, конструкционные и технические средства должны одновременно обеспечить выполнение требований надежности, устойчивости, ремонтпригодности и экономичности, предъявляемых к сооружению. Ориентировочные значения величин нормативных значений нагрузок для расчета основных конструкций стадиона (на примере стадиона «Лужники») приведены в таблицах В.3. и В.4.

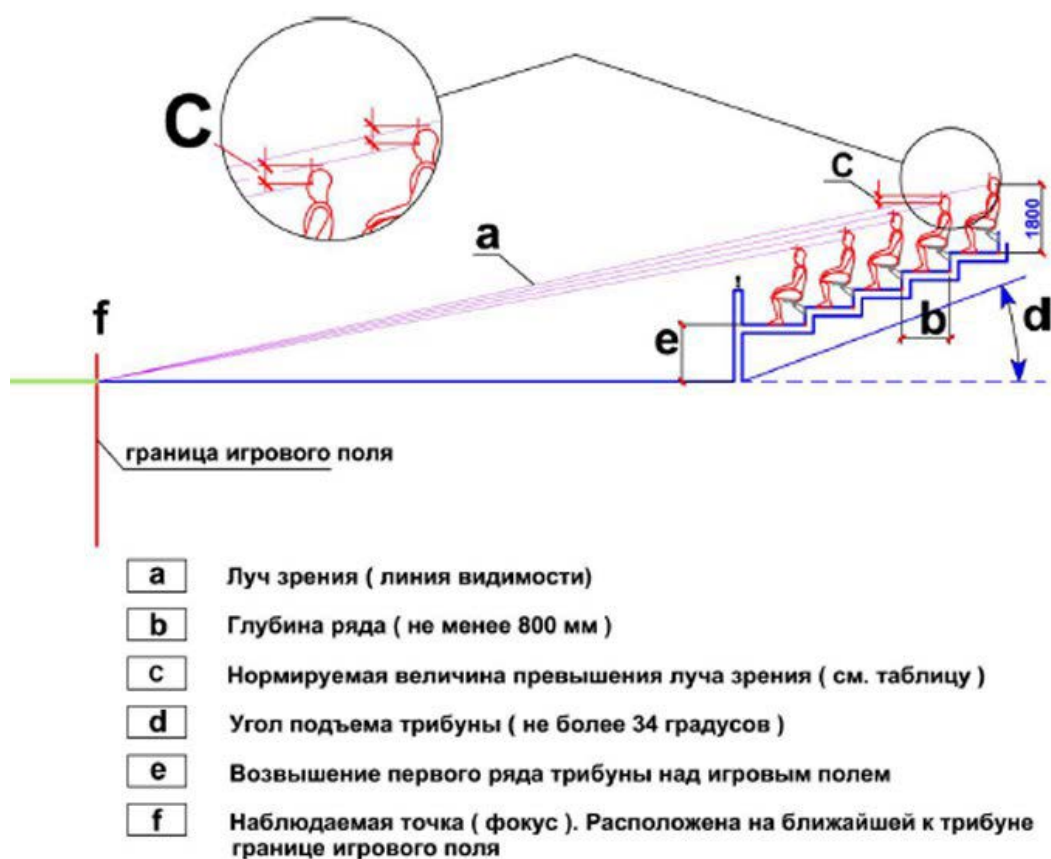


Рис. В.4 Расположение зрительских рядов

Примечание: Значения нормируемой величины превышения луча зрения (с) могут приниматься: 140 мм – рекомендуемое значение; 100 мм – допустимое значение; 80 мм – в исключительных случаях

Таблица В.3 - Нормативные значения основных нагрузок, используемых при проектировании основных конструкций объекта

Нагрузки		кН/м ²
1.	Трибуны	4,0
2.	Подтрибунные помещения	4,0
3.	Офисы	2,0
4.	Коридоры/лестницы	5,0
5.	Хозяйственные или складские помещения	3,0
6.	Технические помещения	6,25
7.	Автостоянка	5,0
8.	Торговые помещения	4,0

Таблица В.4 - Расчетные сочетания указанных нагрузок

поз	Наименование типа нагрузки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
R1.1.2	Козырек по варианту А (овальный) и стеклянной поверхностью	*	*	*	*																				
R1.2.2	Козырек по варианту А (овальный) и поликарбонатной поверхностью					*	*	*	*																
R2.1.2	Козырек по варианту В (овальный) и стеклянной поверхностью									*	*	*	*												
R2.2.2	Козырек по варианту В (овальный) и поликарбонатной поверхностью													*	*	*	*								
R3.1.2	Козырек по варианту С (прямоугольный) и стеклянной поверхностью																	*	*	*	*				
R3.2.2	Козырек по варианту С (прямоугольный) и поликарбонатной поверхностью																					*	*	*	*
M1.1	Медиа экран односторонний - внешний 30кг/м2	*		*		*		*		*		*		*		*		*		*		*		*	
M1.2	Медиа экран двухсторонний - 30кг/м2		*		*		*		*		*		*		*		*		*		*		*		*
T1.1	Табло 4 шт в углах (75м2) - 80 кг/м2	*	*			*	*			*	*			*	*			*	*			*	*		
T1.2	Табло 2 шт за воротами (75м2) - 80 кг/м2			*	*			*	*			*	*			*	*			*	*			*	*
L1.1	Освещение на консоли - 150 кг/мл	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
X	Распределенная нагрузка на кровлю - 30кг/м2	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
	Проверка несущей способности покрытия БСА*	-	-	-	-	+	-	+	-	-	+	-	+	-	+	+	-	-	+	-	+	-	+	+	+

Расчет покрытия с максимальной детализацией всех его основных конструктивных элементов, как правило, выполняется в конечно-элементной постановке. Пример расчетной схемы покрытия приведен на рис. В.5.

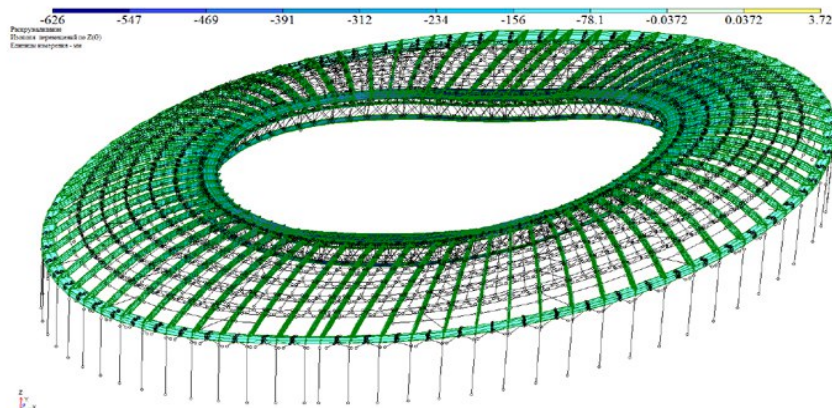


Рис. В.5 Расчетная схема конструкции покрытия стадиона "Лужники", сгенерированная в ПК "ЛИРА"

- **конструкция покрытия стадиона** должна создавать наилучшие условия для освещенности травяного покрова, поскольку предпочтение, как правило, отдается натуральному газону высокого качества.

Примечание: Уровень затененной площади, в соответствии с данными лучших стадионов Европы и Америки, не должен превышать от 10...20% летом до 30...40% в осенне-зимний период и 50 % - в зимние месяцы. Для выполнения этих требований в период предпроектных исследований являются обязательными:

- а) моделирование внутренней световой среды в пределах стадиона, включая естественную освещенность и температурный режим,
 - б) анализ аналогичных случаев поведения и технологии восстановления травяного покрова на других стадионах,
 - в) особенному вниманию в этом плане должны быть подвергнуты рассмотрению специалистами следующие вопросы:
- ✓ разновидность покрова и его поведение при обдувании горячим воздухом;

- ✓ исполнение верхнего слоя и вопросы его вентиляции;
- ✓ система дренажа и ее защита;
- ✓ меры по укреплению покрова (устройству, замене);
- ✓ ирригация и режим обслуживания.

г) газон или само поле делается с определенным уклоном (максимальное значение, как в поперечном, так и продольном направлении - 8 мм/м);

д) «пирог» футбольного поля зависит, прежде всего, от климатических условий (например, в соответствии с рекомендациями СП 31 необходимо устройство щебеночного основания ($h \leq 20$ см) с поперечными и продольными уклонами до 4 мм/м по слою геотекстиля.

- освещение стадиона и звук:

- минимальная обеспеченность освещения 2000 люкс для удовлетворения стандартного и высокого качества телепередачи;
- расположение источников освещения под углом $25...30^0$;
- зонирование освещения, отключая при необходимости участки трибун, не занятые зрителями;
- возможность переключения трех уровней освещения, для удовлетворения телевизионных требований и условий игры;
- наличие компьютеризованной системы управления звуком на всех участках стадиона и в подсобных помещениях.

В данном издании, предлагаемом вниманию читателя, предпринята попытка проследить реализацию отмеченных особенностей на всех этапах проектирования (применительно к рассматриваемым объектам), что, в конечном итоге, обусловило и структуру книги, включающую в себя следующие разделы:

- *классификация и конструктивные особенности большепролетных покрытий спортивных сооружений;*
- *вариантное проектирование рассматриваемых систем;*
- *основные методы расчета напряженно-деформированного состояния;*
- *обеспечение надежности покрытий над трибунами на проектной стадии;*
- *основные принципы формирования системы мониторинга технического состояния конструкций покрытий над трибунами стадионов.*

Научную основу издания составляют материалы исследований, проведенных Муцановым В.Ф. [17-21, 44-47], так и результаты, представленные в диссертационных исследованиях, защищенных под его руководством В.Р. Касимовым (раздел 3.6.2, [38]), Ю.В. Сивоконь (разделы 3.6.1 и 3.6.2), [65], И.Н. Рудневой [63] и Ю.Н.Прядко[60] (раздел 4.3.2), А.Н.Оржеховским (раздел 4.3.1, [51]). Материал научных исследований существенно дополнен сведениями

как из практики проектирования, реализованной при участии или под руководством авторов, а именно:

- разработка и внедрение системы мониторинга металлоконструкций покрытия стадиона «Донбасс-Арена» в г. Донецке [52,53]
 - технические решения по установке системы обогрева трибун зрителей стадиона «Донбасс-Арена»;
 - проект системы мониторинга несущих металлических конструкций покрытия стадиона «Арена Львов» по ул. Стрыйской-Кольцевой в г. Львов,
- так и рядом примеров в виде проектных разработок, реализованных в других проектных или научно-исследовательских организациях (УкрНИИПроектстальконструкция им. Шимановского, ЦНИИСК им Кучеренко и др.).

В качестве апробации представленного материала авторами, на его основе, разработан и прочитан курс лекций для студентов специальностей «Промышленное и гражданское строительство» и «Строительство уникальных зданий и сооружений» ГОУ ВПО «Донбасская национальная академия строительства и архитектуры», Санкт-Петербургский государственный технический университет им. Петра Великого, Вильнюсский технический университет Гедиминаса.

Особую благодарность авторы высказывают рецензентам данного пособия д.т.н., проф. Еремееву П.Г. и д.т.н., проф. Белому Г.И. за ценные замечания, сделанные в процессе его рецензирования, что позволило существенно улучшить и дополнить первоначальный вариант книги.

1. КЛАССИФИКАЦИЯ И КОНСТРУКТИВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ БОЛЬШЕПРОЛЕТНЫХ ПОКРЫТИЙ СПОРТИВНЫХ СООРУЖЕНИЙ

1.1 Балочные и рамные покрытия

Балочные и рамные покрытия, выполняемые по консольной расчетной схеме, являются наиболее распространенным типом конструкций навесов над зрительскими трибунами стадионов. Как показывают исследования, проведенные рядом авторов, вследствие отсутствия эффекта пространственной работы таких конструкций, рациональной, с точки зрения расхода материала, такая схема может быть при вылетах консоли до 25 м, что при стандартных размерах футбольного поля и индивидуальных посадочных местах, соответствует вместимости стадиона до 30...32 тыс. зрителей.

При этом сохраняются все преимущества, присущие данной конструктивной схеме:

- четкость и определенность расчетной схемы, присущей плоским несущим конструкциям, и, связанная с этим, высокая надежность применяемых конструктивных решений;
- малая чувствительность таких схем к возможным просадкам основания и изменениям температуры;
- отсутствие необходимости применения уникальных технологий и механизмов при изготовлении и монтаже несущих конструкций

Рассмотрим реализацию конструктивной схемы рамно-консольного типа на примере покрытия над трибунами стадиона «Днепр-Арена» (г. Днепропетровск, Украина, см. рис. 1.1) [20].



Рис. 1.1. Стадион «Днепр-Арена» (г. Днепропетровск)

Поиск и анализ возможных решений покрытия. Ширина зрительских трибун, которые необходимо было накрыть навесом, составляет около 33 м. Из множества возможных конструктивных схем авторы-архитекторы для стадиона в г. Днепропетровске отдали предпочтение консольно-ферменной, отчасти сходной по конструктивному решению с одним из стадионов Германии – стадионом футбольного клуба «Боруссия» в г. Мёнхенгладбаде, введенного в эксплуатацию в 2005 году. Поскольку упомянутый стадион по вместимости несколько превышает стадион в г. Днепропетровске, что предопределяет размеры зрительных трибун и вылет консольного покрытия, достигающего более 40 м, то для этой геометрии целесообразным оказалось применение вантово-подвесных систем для главных ферм, снижающих деформативность покрытия и улучшающих его технико-экономические показатели. Принципиальная схема покрытия стадиона в г. Мёнхенгладбаде приведена на рис. 1.2.



Рис. 1.2. Стадион ФК «Боруссия» в Мёнхенгладбахе (Германия)

Днепропетровский стадион по вместимости и по размерам меньше описанного баварского стадиона, что предопределяет вылет консольной части навеса, не превышающий 30 м. Это в конечном итоге предопределило отказ от вантово-подвесных систем. Оценка металлоемкости такого решения подтвердила его эффективность в случае с немецким стадионом (экономия стали до 8 %), но оказалась несущественной для стадиона в Днепропетровске. При этом следует отметить, что критерии достижения минимальной металлоемкости при выборе типа покрытия для уникальных большепролетных сооружений не всегда являются решающими. Зачастую решающими оказываются архитектурные, технологические, эксплуатационные и другие качества того или иного предлагаемого конструктивного решения, удобство изготовления и монтажа. В окончательно принятом варианте, реализованном в рабочих чертежах проекта, конструктивно навес над трибунами стадиона «Днепр-Арена» в г. Днепропетровске выглядит в соответствии с рис. 1.1.

Разработка конструктивных решений. В окончательной версии несущий каркас покрытия над зрительскими трибунами решен в виде системы двухконсольных решетчатых ферм, расположенных по периметру стадиона с шагом 10,2...10,7 м, который соответствует шагу рам каркаса нижерасположенных опорных железобетонных конструкций. Общее количество несущих ферм покрытия – 56. В пролетах между фермами с шагом 3,0 - 3,6 м устанавливается регулярная система решетчатых прогонов, по которым укладывается кровельное покрытие.

Несущие двухконсольные фермы запроектированы плоскими, переменной высоты, из трубчатых профилей. Для ферм над трибунами вылет передней козырьковой консольной части от опор составляет 27 м, а вылет задней (хвостовой) консоли – составляет 17,15 м. Для ферм над VIP-корпусом эти вылеты составляют соответственно 32,8 м и 14,0 м.

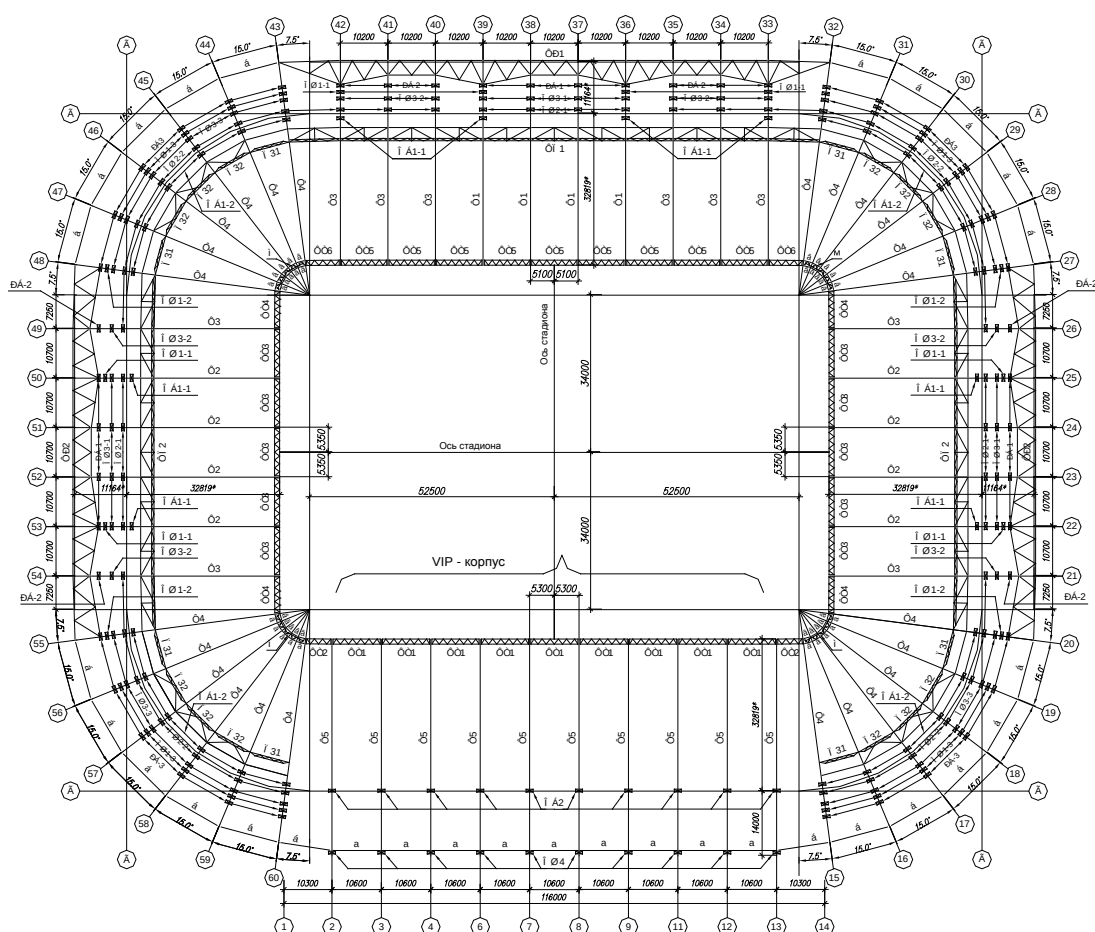


Рис. 1.3. Схема расположения ферм и опорных частей навеса над трибунами (прогоны и кровельные элементы не показаны)

Принципиально идея принятой конструктивной схемы двухконсольной ферменной системы навеса заключается в том, что каждая из ферм имеет опору в пределах трибун, продолжается своей хвостовой консольной частью за

внешний контур трибун и на вылете 17,15 м от опоры хвостовики ферм для удерживания переднего консольного свеса закреплены к железобетонным поперечникам трибун системой распорок и оттяжек.

С целью уменьшения консольного вылета навеса была принята схема опирания с расположением опорных стоек (которые приняты наклонными в сторону переднего свеса) в пределах трибун в зонах верхних рядов зрительских мест, что несколько стесняет обзор спортивной арены для зрителей, места которых будут за стойками. Чтобы свести к минимуму отмеченные неудобства, в проекте реализована разреженная схема опирания навеса.

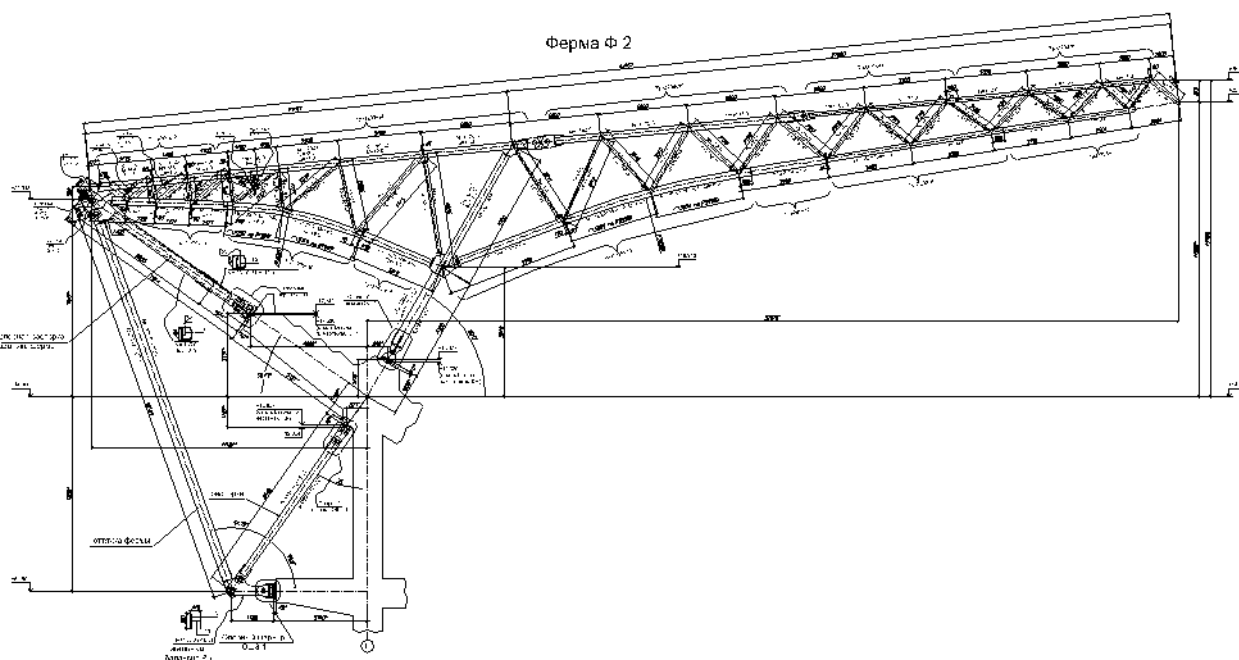
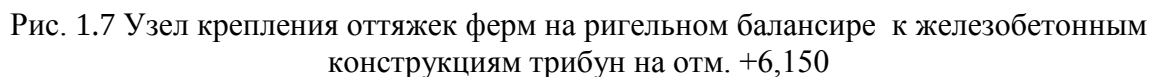
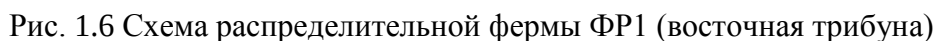
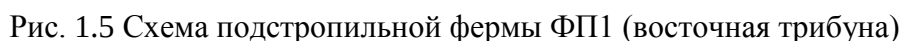


Рис. 1.4. Схема несущей консольной фермы навеса с системой опирания и оттяжкой

Для опирания ферм в пролетах между разреженными колоннами предусмотрены подстропильные многопролетные неразрезные фермы. Для противодействия опрокидыванию навеса под действием расчетных нагрузок все концевики ферм (в каждом поперечнике) закреплены к железобетонным поперечникам трибун оттяжками. Чтобы исключить передачу на основание весьма больших (до 150 тс) отрывающих усилий от оттяжек и изгибающих моментов, они закрепляются на железобетонные конструкции каркаса трибун в уровне обходных площадок на отм. +6.150 м с помощью качающихся балансирных систем.

Балансирные системы представляют собой короткие горизонтальные кронштейны, соединенные шарнирно с гранью обходной площадки, а также с нижними концами соответственно оттяжек ферм и распорок, упирающихся в узел железобетонного поперечника трибун на отм. 12,85 м по оси, на которой сверху располагаются опорные стойки ферм. Таким образом, удалось закрепить

Так как пролет между фермами достаточно большой – 10,2-10,7 м, то прогоны запроектированы также в виде решетчатых фермочек с верхним прямолинейным поясами нижним - в виде арочек, концы которых закрепляются к узлам нижнего пояса ферм. Система решетчатых прогонов, поддерживающих кровлю, заканчивается над внешним обрезом железобетонных трибун. По кромке трибун на концах железобетонных ригелей устраивается вертикальный фахверковый каркас, служащий для закрепления ограждающего ветрозащитного экрана, идущего на всю высоту до низа покрытия.



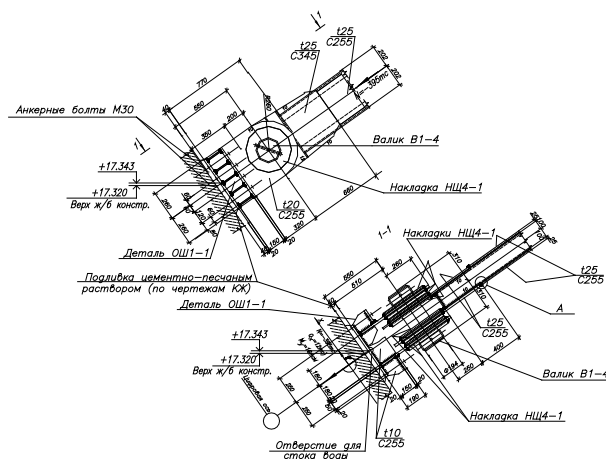


Рис. 1.8 Узел шарнирного сопряжения опорной распорки задника фермы с торцом железобетонной рамы трибун

Жесткость и устойчивость каркаса покрытия обеспечивается за счет системы связей и диска покрытия из профнастила. В связи с большими размерами покрытия, ожидается существенное влияние на систему температурных деформаций. Чтобы свести до минимума такие влияния в покрытии предусмотрено устройство температурно-деформационных швов во всех местах сопряжений прямолинейных и криволинейных участков покрытия.

Главные фермы покрытия приняты из цельнотянутых труб размерами до 299х16 мм. Соединения элементов ферм - преимущественно бесфасоночные, что обеспечивает высокие эстетические качества конструкциям. Конфигурация ферм принята с криволинейным нижним поясом, форма которого близко повторяет форму эпюры распределения изгибающих моментов по долине свеса.

Особенностью разработанных систем является применение шкворневых монтажных стыков конструктивов покрытия в растянутых поясах, что может вызывать неоднозначную оценку. Однако, аргументы в защиту принятого решения, были следующими:

- наиболее рациональным, исходя из конструктивно-технологических параметров, следует считать стыковое сварное соединение. Но в условиях строительной площадки, когда «на весу» необходимо стыковать большеразмерные монтажные марки, очень трудно обеспечить точную подгонку стыкуемых кромок. Поэтому стык неизбежно усложняется за счет использования дополнительных стыковых накладок, фасонки, столиков, упоров и т.п., что утяжеляет конструкцию, увеличивает трудоемкость и стоимость изготовления и монтажа;
- применение болтовых соединений позволяет свести к минимуму трудоемкость монтажа, повысить скорость выполнения операций, но сама

конструкция стыка и технология его оформления (сверление групп отверстий, повышенные точности разметки, контрольная сборка и т.п.) усложняется. Также, в случае передачи через стык больших усилий, увеличение требуемого количества болтов уже вызывает сложности с их размещением;

- применение шкворневого соединения (по существу – разновидности болтового соединения) позволяет:

а) упростить конструкцию узла и повысить его технологичность (взамен тысяч высокопрочных болтов на все покрытие применено всего около 500 шкворней в виде пальцев 3-х типоразмеров - Ø 200; 170 и 130 мм)

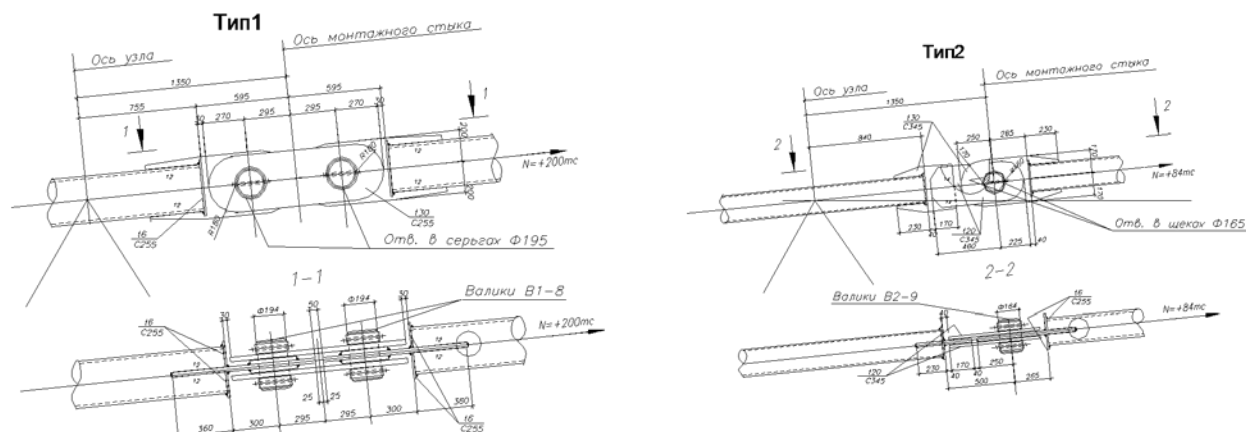


Рис. 1.9. Основные типы шкворневых соединений монтажных сопряжений растянутых поясов ферм: тип 1 – для передачи больших усилий с возможностью компенсации на монтаже допущенной при изготовлении (в пределах допусков) несоосности сопрягаемых элементов; тип 2 – рядовой узел

При этом следует обратить внимание, что речь идет об общем количестве шкворневых соединений, из которых около 75% составляют поворотные шарниры, обеспечивающие безмоментное сопряжение оттяжек и балансиров, а 25% - соединительные элементы растянутых поясов ферм (около 1% от общей массы покрытия).

Расчет конструкций. Выполнялся с использованием современного универсального программного комплекса по расчету и проектированию конструкций “SCADOffice”.

На 1-м этапе расчетные схемы сооружения были выполнены и проанализированы (с определенными допущениями) в виде 2-х независимых конструктивов:

- трибуны с основанием в виде свайного поля;
- конструкция навеса-покрытия на недеформируемом основании (узлах сопряжения с железобетонными конструкциями трибун).

При таком способе анализа напряженно-деформированное состояние конструкции покрытия достаточно адекватно соответствовало

действительности, а исследование особенностей напряженно-деформированного состояния трибун, расчетного сочетания усилий и т.п. потребовало объединения указанных расчетных схем.

Уточнение расчетных значений нагрузок на конструкцию навеса-покрытия имело следующие особенности:

- снеговые нагрузки принимались на основе данных Гидрометцентра Украины для г. Днепропетровска, накопленных за 50-летний период наблюдений, на основании которых были назначены для расчета нормативные снеговые нагрузки с повторяемостью 1 раз в 100 лет;
- значения ветровых нагрузок уточнялись в части аэродинамических коэффициентов по площади навеса на основании аэродинамических исследований ввиду отсутствия в нормах Украины подобной геометрии конструкции. Значения аэродинамических коэффициентов ветрового давления на конструкции навеса для двух вариантов расчета приведены на рис. 1.10 (а и б). Сравнение эпюр показывает, что полученные экспериментально данные по коэффициентам давления значительно меньше по абсолютным величинам, чем рекомендуемые нормативными документами. К тому же, проявилась удачно выбранная форма козырька с уклонами около 6° , благодаря чему положительные давления ветра на навес проявляются лишь в некоторых малых зонах и лишь при некоторых направлениях ветра и при наличии защитного экрана между верхними рядами трибун и покрытием.

Повышению жесткости покрытия способствовала удачно выбранная геометрия фермы, соответствующая эпюре изгибающих моментов (прогиб конца фермы от временных нормативных нагрузок (без учета собственного веса) при расчетном сочетании должен составить не более 45 см).

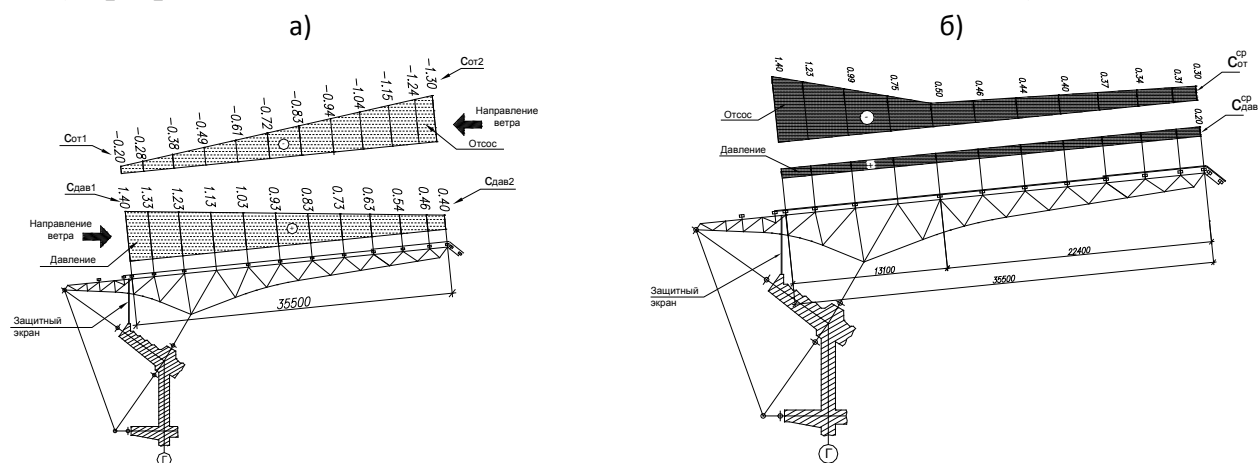


Рис. 1.10. Сравнение характерных эпюр распределения аэродинамических коэффициентов C по ширине навеса: а - СНИП 2.01.07-85 (при проектировании не использована и приведена для сравнения); б - по результатам аэродинамических испытаний

Учет требований изготовления и монтажа. В описываемом проекте реализована идея индустриального изготовления конструкций с максимальным исключением сварки при монтаже, так как при общей массе покрытия в 1300 т и длине всех ферм 2700 м суммарная длина монтажных сварных швов составила бы сотни метров. Как уже указывалось, монтажные соединения отдельных сборочных марок осуществлены с помощью шкворневых шарниров для стыков, работающих на растяжения, и посредством упорных фланцев для сжатых стыков. Применение шкворней в узловых соединениях обеспечило возможность использования простого навесного способа монтажа ферм.

Эффективность заложенных конструктивных решений с высокой степенью заводской готовности подтверждалась тем фактом, что, как показал хронометраж, на сборку одного балансира с установкой трех шкворней уходило до 15-20 минут.

Высокая степень унификации конструктивных форм элементов покрытия обусловило использование кондукторов при изготовлении, и как следствие, высокую точность готовых элементов и их совпадение на монтаже.

На рис. 1.12 приведены основные этапы монтажа конструкции покрытия.

а)



б)



в)



г)



д)



е)



Рис. 1.12 Монтаж основных элементов покрытия: а - балансирующий узел крепления оттяжек ферм к железобетонным конструкциям трибун; б - установка системы подстропильной и распределительных ферм на южной трибуне; в - укрупнительная сборка фермы; г - узел опирания ферм навеса над VIP – корпусом; д - шарнирный башмак опирания распределительной фермы; е - сборка фланцевого узла фермы

Стадион «Открытие Арена» футбольного клуба «Спартак» (Москва, Россия) представляет собой спортивный комплекс, состоящий из футбольного поля с трибунами вместимостью 43 тысячи человек с возможностью расширения до 46 тысяч на время проведения чемпионата мира по футболу 2018 (рис. 1.13).

а)



б)



в)



Рис. 1.13 Стадион «Открытие Арена»: а - общий вид; б, в – виды изнутри

Основой конструкции покрытия над трибунами является перекрестная система из 4-х ферм: две продольные фермы, установленные вдоль футбольного поля, и две поперечные фермы, расположенные перпендикулярно.

Фермы в поперечном сечении — треугольные, с одним верхним и двумя нижними поясами с треугольной раскосной решеткой трубчатого сечения. На перекрестную систему из 4-х ферм опираются балки покрытия. Высота ферм изменяется от 20 до 23,5 м, длина пролетов - от 219 м до 180 м, соответственно.

Стыки и узлы ферм выполнены на высокопрочных болтах с применением фасонки.

Жесткость и устойчивость конструкции покрытия обеспечивается жесткостью и устойчивостью основных несущих ферм, системой горизонтальных и вертикальных связей, а также стального опорного кольца, служащего для передачи нагрузок на железобетонные колонны через шарнирные опоры, что также способствует уменьшению горизонтальной нагрузки.

Основной особенностью реализованного проекта явилось применение в конструкции покрытия стадиона толстостенных труб диаметром 610...1422 мм с толщиной стенки до 36 мм из стали S460MLH EN 10219-1. Применение подобных сечений вызвало необходимость разработки целого комплекса специальных сварочных мероприятий, несмотря на то, что практически весь объем сварочных работ был перенесен в заводские условия.

Общий вес металлоконструкций покрытия составил 8,5 тысяч тонн.

1.2 Ванто-балочные покрытия

Ванто-балочные покрытия, по существу, представляют собой промежуточный (переходной) вариант от плоских (балочных или рамных) систем к пространственным конструкциям, выполняемым в виде стержневых или листовых несущих систем.

Основным достоинством подобных систем является возможность увеличения перекрываемых пролетов, по сравнению с рамно-консольными системами, при сохранении всех преимуществ, которыми обладают покрытия рамно-консольного типа. Вместе с тем, введение в конструкцию вантовых систем, выполняющих по отношению к пролетной балочной системе опорную функцию, усложняет и несколько видоизменяет работу пролетной части и, прежде всего, увеличивает площадь застройки, что сильно осложняет их применение в условиях плотной городской застройки.

Рассмотрим реализацию этого типа конструкций на 2-х примерах.

Стадион Мадейски Ридинг (Великобритания). Стадион рассчитан на 25000 зрителей. Созданию окончательной конструктивной формы предшествовало рассмотрение многих вариантов:

- схема в виде 4-мачтовой конфигурации с мачтами в каждом углу, поддерживающими четыре главных фермы, каждая пролетом на полную длину стороны стадиона. Этот вариант оказался наиболее дорогостоящим в силу сложности конструктивных решений уникальных большепролетных ферм;

- схема в виде 16-мачтовой конфигурации, отличалась повышенной трудоемкостью монтажа в силу резкого увеличения количества монтируемых элементов;
- схема в виде 12-мачтовой конфигурации (реализованная в натуре) явилось компромиссным решением из двух выше указанных схем, как по стоимости, так и из архитектурно-эстетических требований.

Пролетная часть. Основными несущими элементами сооружения, наряду с мачтовыми системами, являются продольные фермы с промежуточными опорами в третях длины пролета (рис. 1.14). Само покрытие навеса выполнено из стального листа, защищенного полихлорвиниловым защитным слоем. По ширине вылета навеса, в пролете между фермами и внешним обводом трибун, покрытие поддерживается балочной клеткой нормального типа (главные балки + обрешетка из холоднокатаных профилей).



Рис. 1.14. Стадион Мадейски Ридинг (Великобритания)

Условием применения балочной клетки для перекрытия пространства навеса явились ее наилучшие технико-экономические показатели и, прежде всего, минимальный вес из рассмотренных вариантов. По трем сторонам стадиона покрытие плоское, а над западной трибуной (максимальной длины $L = 110$ м) имеет стрелу подъема 3.0 м.

Опорные конструкции. 12 опорных мачт, расположенных по внешнему периметру стадиона, между собой объединены пространственными фермами в единую пространственную конструкцию. Форма ферм, также, принималась на основе вариантного проектирования, и окончательный выбор остался за конструктивной формой в виде стальных трубчатых призматических конструкций с пролетом, равным расстоянию между опорными мачтами (около

30 м).

Расчет. Основными расчетными нагрузками на конструкцию покрытия стали постоянные (собственный вес несущих конструкций покрытия и вес ограждающих конструкций) и временные (ветровая и снеговая) нагрузки, взятые в наиболее неблагоприятном сочетании. Аналогично рассмотренному ранее случаю, характер ветрового давления по поверхности покрытия устанавливался по данным экспериментальных исследований в аэродинамической трубе модели покрытия. Результаты этих исследований качественно совпадают с результатами продувки стадиона в Днепропетровске в той части, что на преобладающей части поверхности покрытия ветровая нагрузка направлена «от покрытия», т.е. в результате ее действия возникает своеобразная подъемная сила, разгружающая покрытие от действия постоянных нагрузок.

СТАДИОН ДЕ ФРАНС

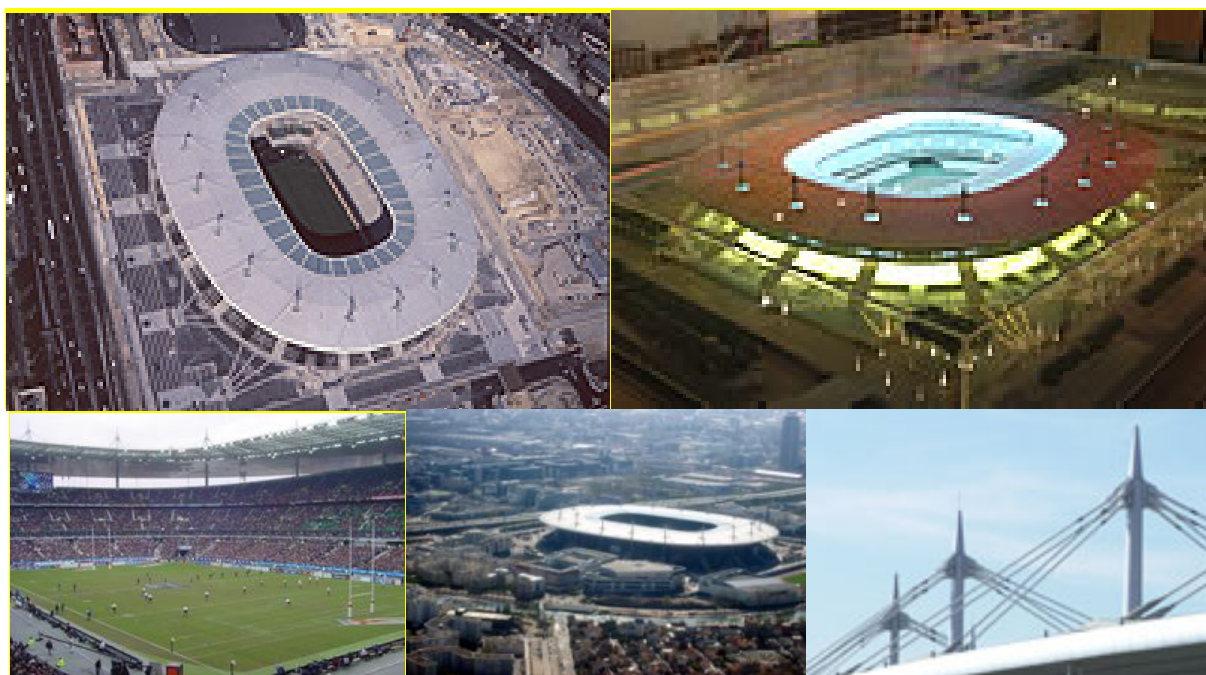


Рис. 1.15 Общий вид конструкции покрытия

Стадион де Франс (Франция), расположенный в Сен-Дени (пригороде Парижа), вместимостью около 80000 зрителей, представляет собой многофункциональный объект, предназначенный для проведения не только футбольных матчей, но и соревнований по регби, легкой атлетике (для проведения легкоатлетических соревнований одна из трибун передвигается).

При разработке проекта, строительство которого началось в 1995 г., авторам (французским архитекторам Мишелю Макари, Эмерику Зюблену,

Мишелю Режембальо и Клоду Константи́ни) пришлось решить ряд сложных проблем, связанных как со сложными инженерно-геологическими условиями строительства, так и с необходимостью органично вписать объект в сложившуюся городскую застройку.

Применение ванто-балочной системы позволило:

- использовать преимущества разрезной схемы, малочувствительной к сложным инженерно-геологическим условиям строительной площадки;
- гибко варьировать геометрической схемой сооружения, что, с одной стороны, позволило создать архитектурный облик, развернутый к городу, а с другой – создать сооружение, гармонично вписанное в городскую застройку. Это достигнуто за счет заглубления объекта (разность отметок внутренних и внешних опор составляет 11 метров), что, в конечном итоге, обусловило высоту сооружения 35 метров, а отметку покрытия стадиона относительно уровня игрового поля - 42 метра.

Консольные участки покрытия покрыты светопрозрачными стеклянными панелями, что создает благоприятные условия для эксплуатации травяного газона игрового поля.

Несмотря на то, что стадионы в Днепропетровске и Сен-Дени совершенно разные по вместимости, 32000 и 80000 зрителей соответственно, имеют различную перекрываемую площадь трибун, вместе с тем, на наш взгляд, архитекторам и конструкторам в Днепропетровске удалось создать более рациональную конструктивную форму, что подтверждается сопоставлением общей массы конструкций покрытия (1300 т и 13000 т).

1.3 Стержневые оболочки покрытий

Дальнейшим шагом в развитии конструктивной формы покрытий над трибунами стадионов являются пространственные конструкции, позволяющие за счет реализации принципа пространственной работы применяемых несущих конструкций эффективно перекрывать гораздо большие пролеты в виде устройства навеса над трибунами стадионов вместимостью до 50...80 тыс. зрителей при вылете основных несущих конструкций до 60 м.

Наиболее распространенным вариантом конструктивных решений такого типа являются пространственные стержневые конструкции покрытий в виде усеченного купола с различным конструктивным исполнением (ребристый, ребристо-кольцевой, сетчатый, геодезический).

Дальнейшим развитием этих конструктивных схем, нацеленных на увеличение перекрываемых пролетов, является подкрепление пространственных конструкций вантовыми системами, что позволяет создать комбинированные конструкции в виде подвешенных оболочек или структур.

При этом введение в конструкцию вантовой опорной системы имеет свои преимущества и недостатки, отмеченные во вступительной части раздела 1.2.

Рассмотрим реализацию конструкций в виде стержневых пространственных покрытий на нескольких примерах.

Реконструкция БСА «Лужники» 1989 г.

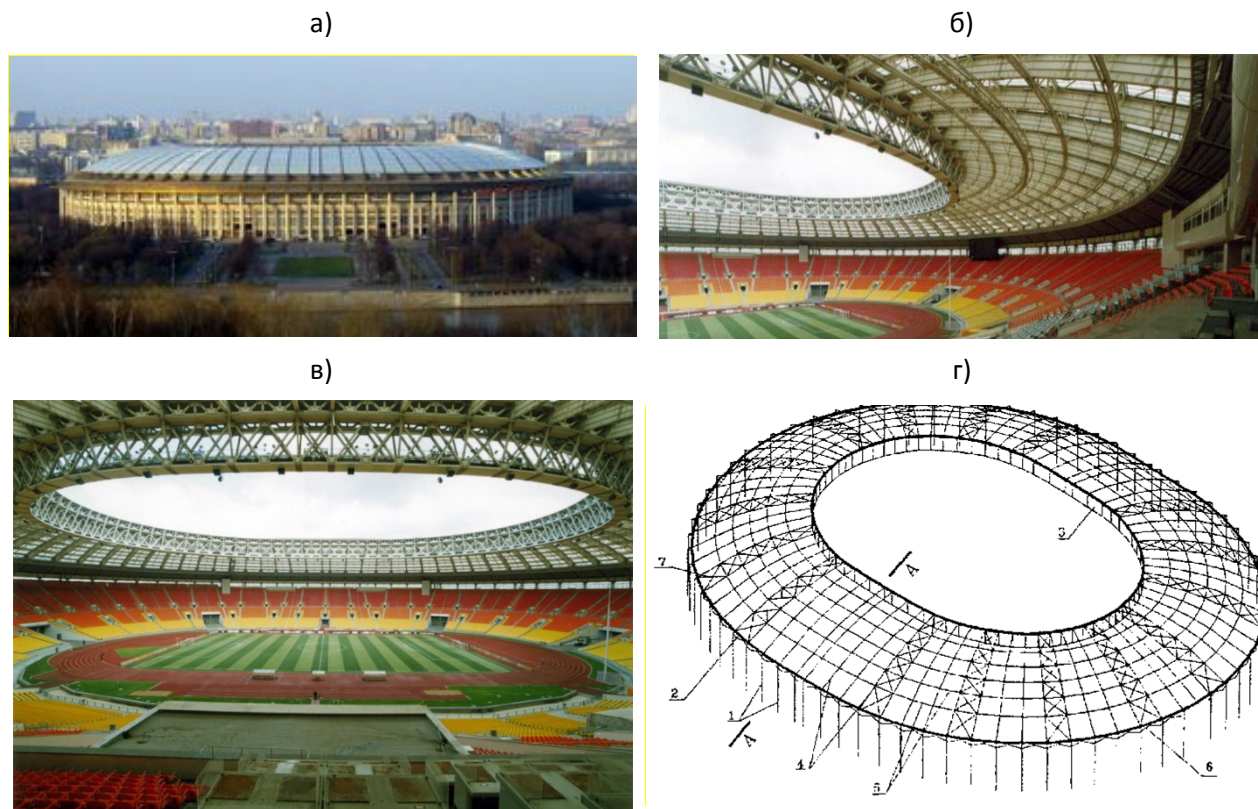


Рис. 1.16 Покрытие БСА «Лужники»: а, б, в - общие виды конструкции покрытия; г – конструктивное решение (1 - колонны внешнего опорного контура, 2 - внешний опорный контур, 3 - внутренний опорный контур, 4 - радиальные элементы, 5 - кольцевые элементы, 6,7 - связевые блоки)

Реализованный проект перекрытия большой спортивной арены центрального стадиона в Лужниках состоит из стационарной части козырька, закрывающего трибуны, и трансформируемой части, перекрывающей спортивную арену стадиона, которая не была реализована в ходе реконструкции 1989 г. в силу целого ряда причин, в том числе, экономического характера.

Конструкция стационарной части покрытия над трибунами решена в виде усеченного ребристо-кольцевого купола со сферической геометрией, обеспечивающей естественный наружный водоотвод, исследующих основных элементов (рис. 1.17):

- сварного наружного опорного контура коробчатого сечения из стали 09Г2С с продольными и поперечными ребрами жёсткости размером 4000 x 2000 мм;

- сварного внутреннего опорного контура прямоугольного коробчатого сечения из стали 09Г2С размерами 2000 х 5000 мм, разделенного по длине системой поперечных диафрагм жесткости,
- радиальных и кольцевых ребер сквозного треугольного сечения (вершина треугольника обращена вниз) высотой 2000 мм с поясами из стальных горячекатаных труб (сечение верхних поясов 450 х 20 мм, нижнего – две трубы 325 х 16 мм), выполненных из стали 16Г2АФ и образующих жёсткую пространственную систему. Между верхними поясами радиальных ребер выполнено светопрозрачное ограждение;
- предварительно напряженной металлической мембраны из нержавеющей стали 10Х18Н10Т толщиной 2 мм, устраиваемой поверх кольцевых ребер, и крепящейся по периметру, как к ребрам, так и по торцам к наружному и внутреннему опорным контурам. Помимо ограждающей функции предварительно напряженная тонколистовая мембрана за счет способности воспринимать сдвиговые усилия в своей плоскости обеспечивает устойчивость как сжатых элементов продольных и кольцевых ребер, так и пространственную жесткость покрытия в целом. Поверх мембраны устроены теплогидроизоляционные и акустические слои покрытия.

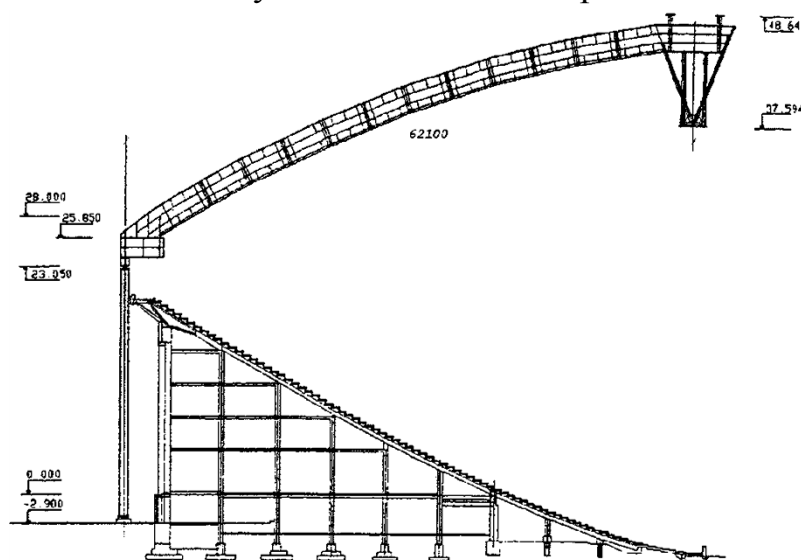


Рис. 1.17. Разрез покрытия

Реализация последовательности монтажа покрытия:

- установка с помощью 2-х кранов элементов внешнего и внутреннего опорных контуров (элементы наружного контура – на имеющиеся колонны, внутреннего - на временные стойки);
- монтаж элементов радиально-кольцевой системы (вначале - радиальных, а затем – кольцевых);

- раскатка и закрепление рулонов мембраны;
- устройство теплогидроизоляционных слоев;
- раскружаливание временных опор и освобождение внутреннего опорного контура.

Особенности расчета. Расчетная схема конструкции покрытия включала в себя следующие расчетные загрузки:

- собственный вес;
- осесимметричное воздействие повышенного значения снеговой нагрузки (1,6 кПа);
- ветровая нагрузка.

Узловые сопряжения радиальных и кольцевых элементов – жесткие.

Окончательный расчет покрытия выполнялся в конечно-элементной постановки с учетом геометрической нелинейности.

В силу возможного снижения расчетной величины предварительного напряжения в мембране расчёт выполнялся как с учётом включения в работу мембраны, так и без этого учёта. При этом расчет показал, что проектное включение мембраны в работу позволяет снизить расчётные усилия в основных несущих элементах конструкции в среднем на 15%.

Общий вес металлоконструкций покрытия составил 8415т.

Один из нереализованных проектов перекрытия БСА «Лужники»

В отличие от ребристо-кольцевой системы, рассмотренной в предыдущем варианте перекрытия, данная конструкция покрытия представляет собой:

а) стационарную часть в виде усеченного двухслойного сетчатого купола сферической формы, образованной вращением плоской дуги окружности $R=386,6\text{м}$ вокруг продольной горизонтальной оси симметрии конструкции. Двухслойная сетчатая оболочка (расстояние между поясами оболочки составляло 3 м) образована сочленением треугольных ячеек, соединенных в поперечном направлении решёткой. Размер ячейки определялся транспортным габаритом и должен был составить 3,2 х 5 х 3 м массой до 3 т. Все элементы сетчатой оболочки запроектированы в виде замкнутых профилей с квадратным или прямоугольным поперечным сечением. Центральный узел, в котором пересекались оси 6-ти стержней, должен был выполняться в заводских условиях электрошлаковой сваркой. Монтажные соединения – фланцевые на высокопрочных болтах.

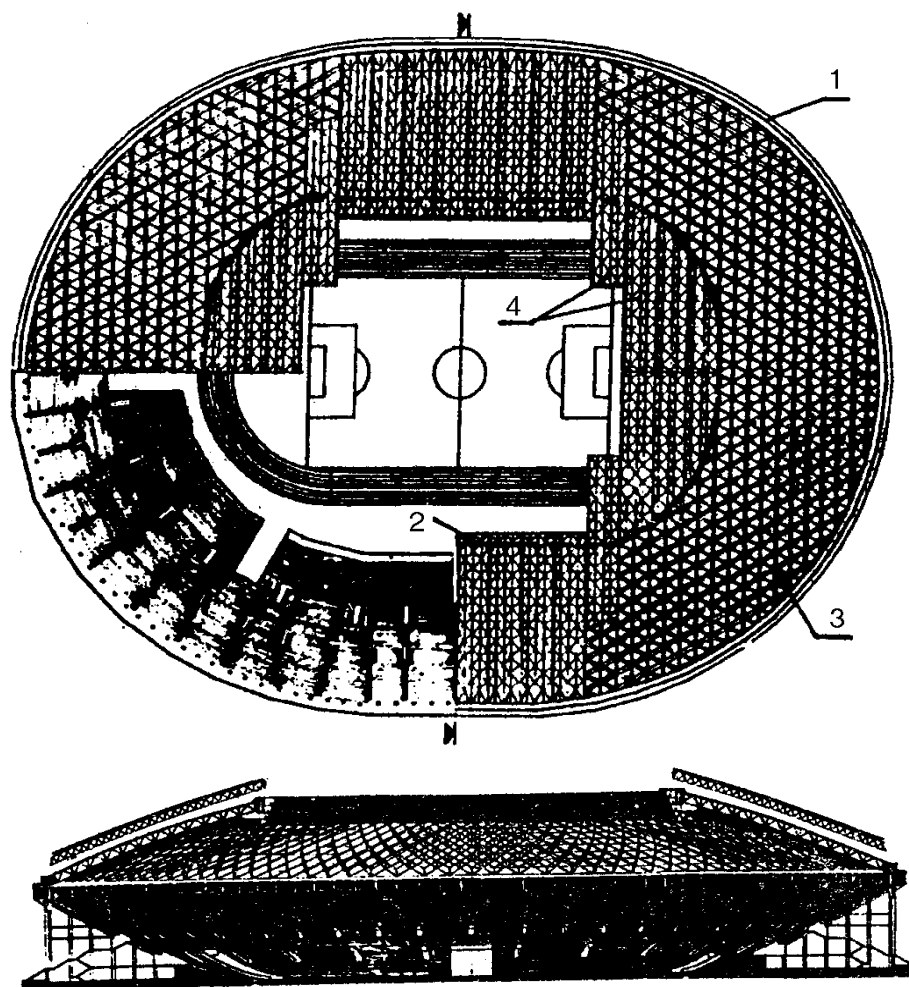


Рис. 1.18. План и разрез покрытия (1 - внешний контур; 2 - внутренний контур; 3 - несущие конструкции стационарной части; 4 - блоки трансформируемой части)

Опорные контуры оболочки покрытия (внутренний и наружный) запроектированы сварными, прямоугольного коробчатого сечения из стали марки 16Г2АФ. Дополнительно растянутый наружный опорный контур предварительно напряжён 12-ю пучками стальных канатов диаметром 60 мм, на которые перераспределяется до 50% растягивающих усилий в контуре. Монтажные соединения отправочных элементов обоих контуров запроектированы на высокопрочных болтах.

б) трансформируемую часть в виде раздвижных блоков.

Ограждающие конструкции разрабатывались как беспрогонные и светопрозрачные (из алюминиевого рамного каркаса, опирающегося непосредственно на узлы сетчатой оболочки и заполняемого стеклопакетами из дымчатого стекла, или из профилированного стеклопластика).

Покрытие стадиона «Большой глаз» (г. Оита, Япония)

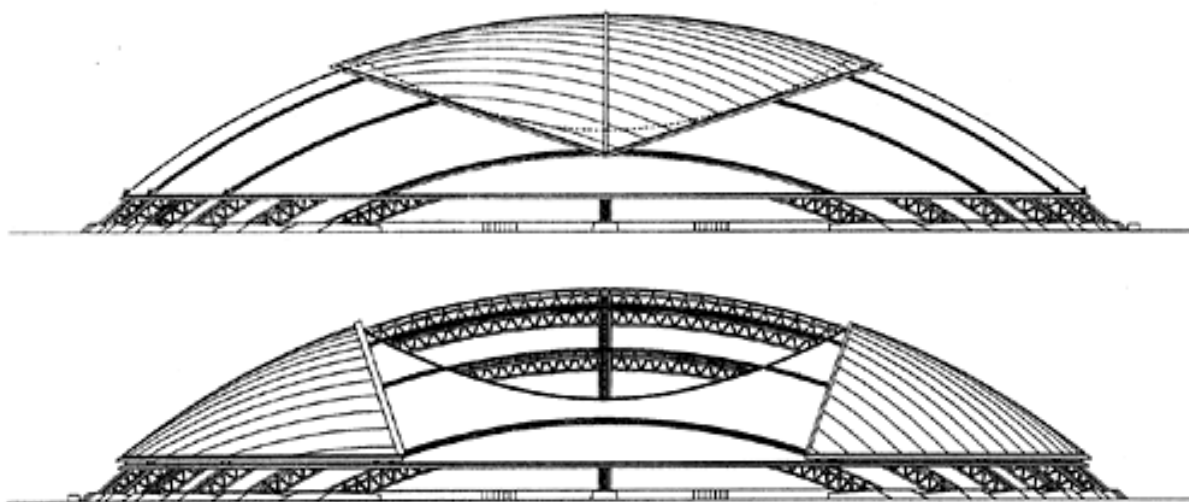
Пространственная стержневая система покрытия была применена при перекрытии стадиона г. Оита (Япония, префектура Оита)[20] на 43000 посадочных мест, предназначенного для проведения соревнований по футболу, бейсболу и легкой атлетике. Перекрытая площадь при этом составила 92882 м². Максимальная высота сооружения составляет 57,46 м.

Конструкция покрытия состоит из 2-х взаимосвязанных частей:

- стационарной части в виде сферической оболочки, конструктивно выполненной в виде структурной конструкции, сформированной из равносторонних треугольников с размером стороны 10м и усиленной системой параллельно расположенных пространственных арок, выполненных из медных труб диаметром 600 мм, совальным вырезом в центре. Выбор сферической формы обусловлен рядом причин, но одной из основных является наиболее простое устройство трансформируемой части, с точки зрения ее перемещения по поверхности с постоянной кривизной. Это напоминает перемещения века по поверхности глазного яблока, отсюда и название стадиона – «Большой глаз»;
- трансформируемой части, выполненной в виде 2-х «полулун», выполненных из таких же структурных систем, поверх которых устроено покрытие из прозрачного мембранного материала.

Основными несущими конструкциями покрытия являются пространственные решетчатые арки, которые между собой связаны в поперечном направлении.

а)



б)



Рис. 1.19. «Большой глаз» - стадион г. Оита (Япония): а – схематичное представление; б – виды снаружи и изнутри

1.4 Висячие покрытия (вантовые сети и мембранные оболочки)

Использование висячих несущих конструкций в форме вантовых ферм, вантовых сетей, тонколистовых мембран позволяет перекрывать практически неограниченные пролеты, что связано с наиболее эффективной работой материала в несущей конструкции, позволяющей в полной мере использовать прочностные свойства материала при его работе на растяжение.

Висячие покрытия над трибунами стадионов обладают всеми преимуществами, характерными для традиционных висячих покрытий:

- *высокой экономической эффективностью при перекрытии больших пролетов, связанной с низким расходом материала, высокой заводской готовностью главных конструктивных элементов, возможностью использовать высокотехнологичные методы монтажа,*
- *архитектурной выразительностью;*

и недостатками:

- *повышенной деформативностью, связанной с наличием больших упругих деформаций основных конструктивных элементов, кабелей и вант, и кинематическими перемещениями, характерными для систем с избыточным числом степеней свободы,*

- необходимостью устройства стабилизирующей системы, снижающей кинематические перемещения покрытия,
- необходимостью восприятия распора с пролетной части сооружения и передачи его на соответствующие опорные конструкции.

Олимпийский Стадион (Мюнхен)



Рис. 1.20. Виды на конструкцию покрытия стадиона снаружи и изнутри

Стадион, вмещающий на сегодня 69250 зрителей, расположенный в Олимпийском парке г. Мюнхена, был главной спортивной ареной летних Олимпийских игр 1972 г., финала чемпионата мира по футболу 1974 г., финала чемпионата Европы 1988 г. Объект является одним из знаковых сооружений современной архитектуры XX-го столетия, творением немецких специалистов: архитектора Г. Бегниша и инженера Ф.Отто.

Покрытие. Общая площадь покрытия составляет приблизительно 80000 м². Визуально покрытие представляет собой систему чередующихся зонтичных форм, выполненных из светопрозрачного материала. Конструктивно объект решен в виде визуально сплошной, но конструктивно разделенной, системы шатровых оболочек, несущая конструкция которых была образована вантовой сетью со стойками, как выходящими за пределы сети, так и остающихся под ее поверхностью (см. рис. 1.20).



Рис. 1.20. Общий вид конструкции вантовой сети

Такой подход был обусловлен необходимостью снижения чувствительности плоских участков на краях покрытия к динамическому воздействию ветровой нагрузки, т.к. другие конструктивные решения (например, увеличение высоты опорных стоек или увеличение предварительного напряжения) либо не давали нужного эффекта, либо

оказывались экономически неэффективными. В силу указанных причин вантовые сети не удлинялись за счет крепления к вершушкам стоек сетей, а наоборот, подвешивались к ним на вантовых подвесках-подборах (см. рис. 1.20).

Отсутствие в 70-х годах прошлого столетия универсальных программных комплексов по расчету и проектированию конструкций, базирующихся на использовании МКЭ, привело к тому, что в основу разработки проекта был положен принцип модельного проектирования, т.е., проектные решения вначале отрабатывались на модели покрытия, воспроизведенной в масштабе 1:125 в соответствии со всеми законами геометрического и физического подобия по отношению к реальному объекту, а затем воплощались в виде соответствующих проектных решений.

Вантовая сеть конструкции покрытия сформирована системой несущих и стабилизирующих пар тросов, состоящих из гальванизированных 2,3- и 3,3-миллиметровых стальных проволок, образующих при пересечении во взаимно перпендикулярных направлениях ячейки с размерами 750 x 750 мм. Узлы пересечения вант решены в виде одноболтовых алюминиевых зажимов с центральными отверстиями, что позволяло создать шарнирный узел, адаптируемый к любым отклонениям от геометрически идеальной прямоугольной формы (см. рис. 1.21)

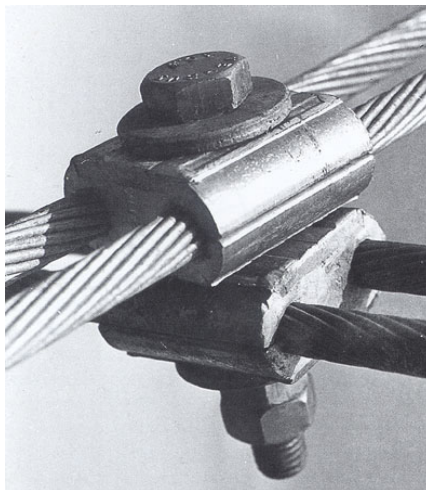
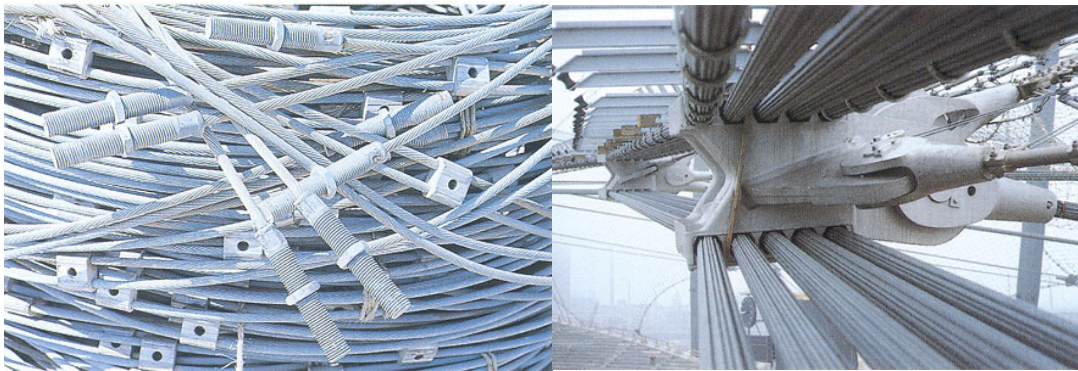


Рис. 1.21. Конструктивное выполнение узлов пересечения вант

При этом, главные и концевые ванты, воспринимающие огромные суммарные усилия (до 11,5 МН или 1150 т), выполнялись не в виде пары тросов, а формировались из пяти канатов, каждый из которых состоял 37 до 109 проволок увеличивалось до необходимого. Концы тросов заделывались в анкере диаметром 81 мм (см. рис. 1.22), выдерживающем нагрузку 3МН (или 300 т) при двойном запасе несущей способности.



1.22 Оформление концов несущих тросов

Главные опорные мачты выполнены из цилиндрических сварных стальных труб длиной до 80 м и с несущей способностью до 50МН (5000 т). Фундаменты под опорные мачты выполнены в виде земляных анкерных фундаментов. При этом для обеспечения некоторой податливости, в местах опирания мачт на бетонном основании устроены резиновые прокладки-подушки, что резко снижает появление нежелательных опорных моментов,

Анкерные фундаменты для крепления концов оттяжек, передающих распор с пролетной части конструкции, применялись 2-х типов:

- наклонные (работающие как колышки для палатки, рис. 1.23);
- гравитационные, в которых анкерящий эффект достигается за счет постоянной нагрузки от собственного веса фундамента и находящегося над ним грунтового массива.



Рис. 1.23. Анкерные фундаменты 1-го типа



Рис. 1.24. Узлы крепления кровельных панелей

В ходе монтажа вантовая сеть собиралась на поверхности земли, а затем поднималась в проектное положение. Для регулировки геометрии cables снабжались талрепами, позволяющими корректировать исходную длину заготовки.

Светопрзрачная кровля была выполнена из акриловых панелей с размерами 2900 х 2900 х 4мм, уложенных на вантовую сеть и закрепленных

болтами в узлах пересечения на гибких, достаточно широких неопреновых профильных креплениях с возможностью угла поворота до 6° , что позволяло учесть возможные изменения в геометрии ячейки вантовой сети (см. рис. 1.24).

Далее рассмотрим некоторые особенности реализации висячих покрытий над трибунами стадионов в форме тонколистовых мембран, учитывая тот факт, что даже по сравнению с традиционными висячими системами мембраны обладают рядом преимуществ, основными из которых можно отметить:

- совмещение в одном конструктивном элементе (тонколистовой мембране) несущих и ограждающих функций;
- увеличение эффективности использования прочностных свойств материала несущей конструкции по сравнению с вантовыми сетями за счет его способности воспринимать сдвиговые усилия, обеспечивая тем самым пространственное перераспределение усилий в плоскости мембраны при действии неравновесных нагрузок;
- повышенная жесткость мембранных систем по сравнению с вантовыми, обеспечивающая снижение деформаций как 1-го, так и 2-го рода, за счет создания растянутой поверхности, а также по причине возможности включения в совместную работу с несущей конструкцией мембраны элементов стабилизирующих систем;
- повышенная технологичность изготовления и монтажа основной несущей конструкции, позволяющая за счет поставки на строительную площадку в виде рулонных заготовок с длиной на перекрываемый пролет перенести основные технологические операции по изготовлению рулона в заводские условия, что повышает качество, и, следовательно, надежность используемой конструкции.

Для удобства сравнения преимуществ и недостатков мембранной конструкции с той или иной формой геометрии поверхности рассмотрим несколько проектных решений мембранных покрытий над трибунами стадиона для перекрытия уже известного нам объекта – БСА «Лужники».

Проект покрытия стадиона в Лужниках в виде цилиндрической мембраны

Принятая форма покрытия в виде цилиндрической мембраны, сформированной перемещением прямолинейной образующей с максимальной длиной в направлении «север – юг» 240 м по квадратной параболе со стрелой провисания 9 м, обладала как рядом преимуществ, так и недостатков.

К несомненным достоинствам такого конструктивного решения стоит отнести:

- простота геометрии покрытия, позволяющая в максимальной степени унифицировать решение основных несущих элементов системы, что далее обуславливает технологичность изготовления и монтажа;
- обеспечение естественного водоотвода с покрытия на концы длинной оси стадиона.

Недостатками предлагаемой конструкции являются:

- преимущественная работа мембранной оболочки покрытия лишь в одном направлении (в направлении искривления покрытия), что при действии равномерно распределенной нагрузки приближает ее работу к работе системы параллельно расположенных гибких нитей;
- классическая эллиптическая форма плана покрытия, как по наружному, так и внутреннему опорному контуру, не позволяет полностью перекрыть пространство над трибунами: полностью накрытыми оказывались бы западная и восточная трибуны, а северная и южная трибуны накрывались бы частично.

Конструктивное исполнение покрытия представлено в виде следующих проектных решений:

- а) мембрана должна была быть выполнена из рулонов тонколистовой стали заводского изготовления толщиной $t = 4$ мм.
- б) элементы постели под мембрану, предназначенные как для формирования заданной геометрии покрытия, так и для устранения кинематических перемещений системы при действии неравномерно распределенных нагрузок, представлены перекрестной системой элементов:
 - параллельно короткой оси стадиона – в виде направляющих из полосового стального проката 30×6 мм, располагаемых с шагом 3 м,
 - параллельно короткой и длинной осям (под направляющими) – системой стабилизирующих ферм высотой $h_f = 1,5$ м, расположенных с шагом 12 м;
- в) сталебетонный внецентренно сжатый наружный контур – сварной, корытообразного переменного поперечного сечения, с максимальным сечением у концов длинной оси из листовой стали $t = 6$ мм с ребрами жесткости, заполненный бетоном М400;
- г) стальной растянуто-изогнутый внутренний контур – сварной, коробчатого переменного поперечного сечения из листовой стали, выполненный аналогично наружному, с максимальными размерами сечений у концов длинной оси);
- д) внешние опоры наружного опорного контура – стационарные, из монолитного железобетона на монолитных ростверках и буронабивных сваях, расположенные с шагом – 24 м.

Этапы планируемой последовательности монтажа покрытия:

- установка стационарных опор под наружный опорный контур и временных – под внутренний;
- монтаж элементов наружного и внутреннего опорных контуров на установленных опорах;
- монтаж элементов постели под мембраны с закреплением ее на наружном и внутреннем опорных контурах;
- раскатка рулонов мембраны заводского изготовления на проектной отметке,
- сварка рулонов мембраны между собой и закрепление на опорных контурах;
- раскружаливание покрытия и демонтаж временных опор внутреннего опорного контура.

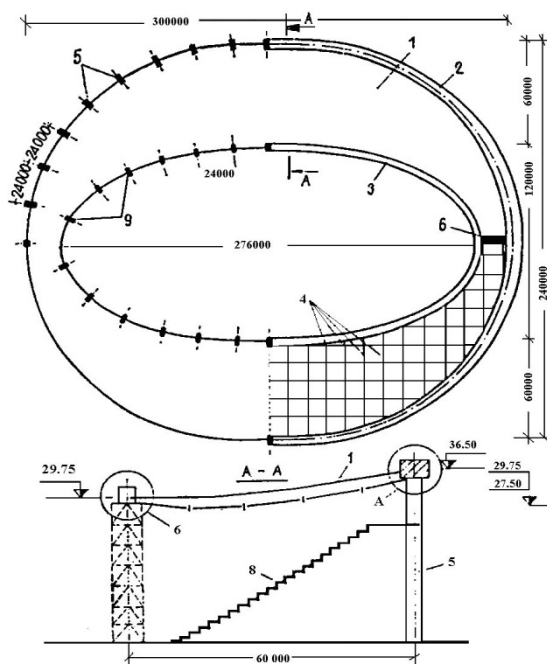


Рис. 1.24. Покрытие в виде цилиндрической мембраны: 1 – мембрана толщиной 4 мм; 2 – наружный сталебетонный контур из бетона марки М 400; 3 – внутренний стальной контур; 4 – стабилизирующие фермы с шагом 12 м; 5 – опоры; 6 – водоприемные решетки; 7 – подвесной потолок; 8 – трибуны; 9 – монтажные опоры

Проект покрытия центрального стадиона в Лужниках в виде сферической мембраны

Основным отличием рассматриваемого варианта от приведенного выше является геометрия покрытия, в котором мембрана представлена сферической поверхностью с уклоном по всей поверхности от наружного контура к внутреннему.

Подобное решение, несомненно, улучшает работу мембранной оболочки, в которой, в отличие от предыдущего случая, рабочими оказываются оба направления, ориентированные как вдоль длинной, так и вдоль короткой оси сооружения.

Также, несомненно, более простыми оказываются конструктивные решения обоих контуров (наружного и внутреннего) постоянного сечения, располагающихся каждый на своей проектной отметке.

Составляющие конструктивные элементы покрытия аналогичны предыдущему варианту.

Вместе с тем изменение формы вызывает и ряд дополнительных сложностей:

- «постель под мембрану» представлена радиально-кольцевой системой элементов, в отличие от ортогональной сетки предыдущего случая, что приводит к меньшей типизации элементов конструктива,
- рулоны мембраны имеют трапециевидальную форму (в отличие от прямоугольной для предыдущего варианта), что несколько усложняет изготовление и монтаж покрытия;
- необходимость устройства внутреннего водостока с покрытия.

Общая последовательность монтажа осуществляется в той же последовательности, что и для цилиндрической мембраны.

Проект в виде сталебетонной мембраны

Автором идеи варианта перекрытия пространства над трибунами стадиона сталебетонной мембраной стал инж. Людковский И.Г. (НИИЖБ), который воплотил в этом проекте опыт применения запроектированных им сталебетонных мембран на других объектах (реконструкция покрытия цеха на заводе «Компрессор» в Москве, покрытие лабораторного корпуса НИИЖБ).

Во всех перечисленных объектах стабилизация первоначально плоской мембраны осуществлялась за счет устройства поверх мембраны монолитного слоя железобетона, который после отверждения и набора прочности превращал конструкцию в тонкостенную железобетонную оболочку с внешним листовым армированием (см. рис. 1.26).

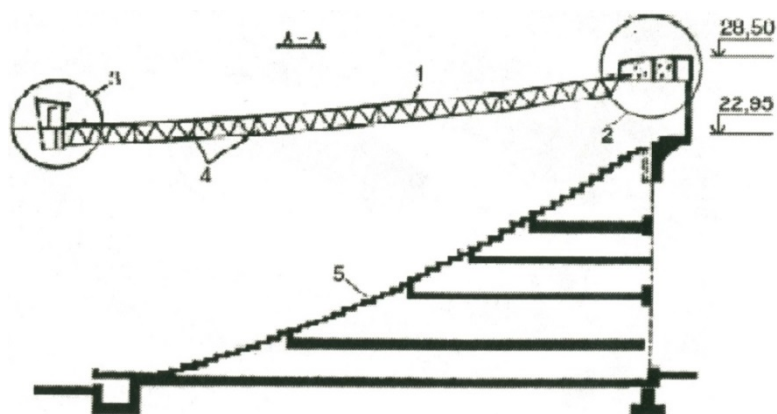


Рис. 1. 25. Козырек в виде сферической мембраны: 1 – мембрана толщиной 4 мм; 2 – наружный сталебетонный контур; 3 – внутренний стальной контур; 4 – стабилизирующие фермы; 5 – трибуны

а)



б)

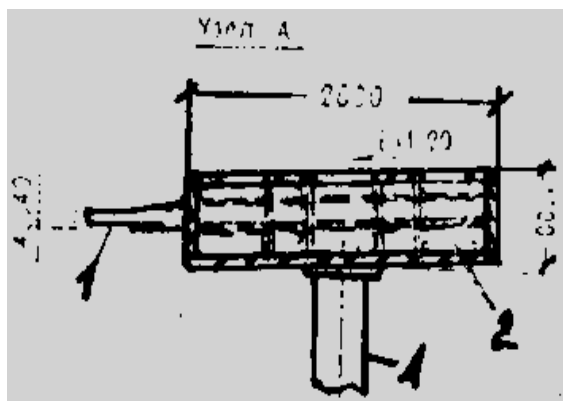
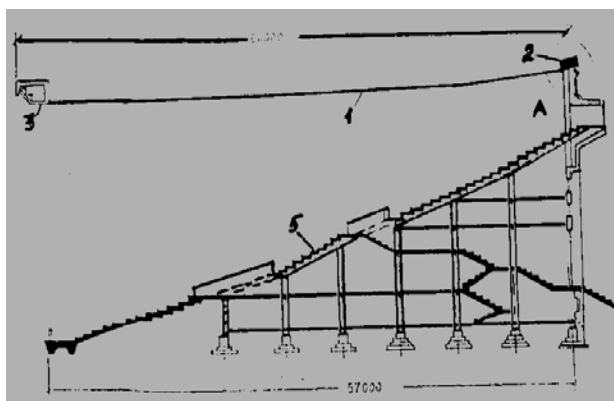


Рис. 1.26. Покрытие в виде сталебетонной мембраны: а – общий вид покрытий, б - 1 – стальная мембрана толщиной 0,4 мм со стабилизирующим железобетонным слоем толщиной 40 мм; 2 – наружный сталебетонный контур; 3 – внутренний контур сечением 2х3 мм (осветительная галерея); 4 – труботетонные стойки; 5 - трибуны

Основные конструктивные элементы системы покрытия и их исполнение:

- а) тонколистовая мембрана – первоначально плоская из листовой стали толщиной $t = 4$ мм, формирующаяся под действием собственного веса, и объединенная в единую пространственную конструкцию прикреплением к наружному и внутреннему контурам;
- б) наружный опорный контур – сталежелезобетонный корытообразный или трубобетонный опорный контур переменного очертания, повторяющего конфигурацию плана стадиона;
- в) внутренний опорный контур – коробчатого поперечного сечения с размерами $h \times b = 2000 \times 3000$ мм, функционально представляющий собой галерею с телевизионным, осветительным и акустическим оборудованием;
- г) опорные стойки наружного опорного контура – трубобетонные стойки высотой 10 м, закрепленные на существующих колоннах наружного периметра стадиона;
- д) стабилизирующая система – ограничивает кинематические перемещения системы как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскостях за счет комбинации 2-х конструктивных систем:
 - жестко связанных 4-х радиальных и кольцевой галерей,
 - радиально-кольцевой жесткой вантовой постели;
 - бетонного слоя толщиной 40 мм, устраиваемого поверх мембраны, дополнительно армированного рулонной сеткой, приваренной к мембране.

Проект покрытия в виде террасированной мембраны

Основной причиной создания такой необычной конструктивной формы (три мембранных кольца, шириной 20 м каждое, расположенных уступом одно над другим, см. рис. 1.27) является характерный недостаток, присущий обычной провисающей мембранной оболочке, – невозможность обеспечения обзора с верхних рядов противоположного края игрового поля из-за провисания мембраны до внутреннего опорного контура. Для исключения этого недостатка приходилось идти на значительное увеличение отметки наружного опорного контура, что вызывало искажение исторического облика объекта в случае его реконструкции, нефункциональное увеличение строительного объема помещения.

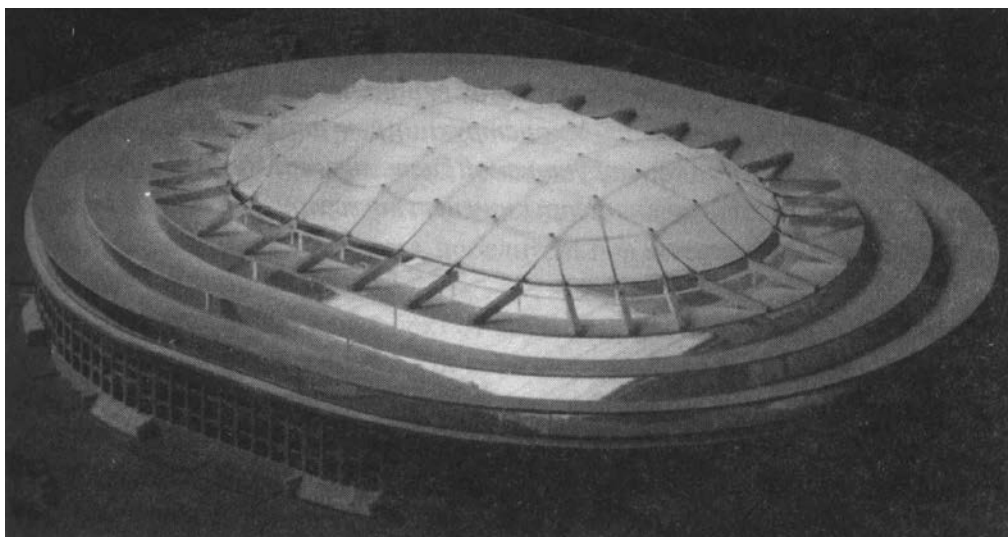


Рис. 1. 27. Проект покрытия Большой спортивной арены в Лужниках со стационарной частью в виде террасированной мембраны и системой трансформации

Новая форма в виде своеобразного «висячего купола» явилась итогом совместной разработки институтов «Курортпроект» (Н.В.Канчели) и ЦНИИСК им. Кучеренко (П.Г.Еремеев)[87]. Основным конструктивным элементом покрытия является трехъярусная мембрана, в которой три мембранных кольца, шириной по 20м каждое, расположены террасами-уступами, с подъемом каждой внутренней мембраны по отношению к наружной на 6м. Подобный подход позволил обеспечить вспарушенность конструкции в направлении от наружного контура к внутреннему (отметка наивысшей точки стационарной части покрытия над уровнем планировочной отметки земли – 35,0 м, наивысшей точки трансформируемой части покрытия, в зависимости от вариантов, до 40 м, что обеспечило бы:

- естественный водоотвод с покрытия,
- сохранение существующей высоты фасадных стен,
- возможность возведения покрытия отдельными этапами.

Основной вариант трансформируемой части покрытия предполагалось решить в виде светопрозрачной тентовой складывающейся оболочки со стальным телескопическим каркасом из стержневых элементов, образующих при выдвижении ортогональную стержневую сетку с ячейками 20х20 м - основания для тентовой конструкции.

Также, проектом предусматривалось усиление несущих конструкций внешнего опорного контура БСА.

В заключение раздела, посвященного особенностям применяемых конструктивных форм для устройства покрытий над трибунами стадионов, представим с целью оценки их эффективности, хотя бы первичный

анализ некоторых проектов по перекрытию Большой спортивной арены в Лужниках, сравнивая их по расходу материала на основные несущие конструкции (см. таблицу 1.1).

Таблица 1.1 –Таблица расхода основных материалов на покрытие над трибунами

№ п/п	Тип несущей конструкции	Разработчики проекта	Расход материалов			Масса покрытия с опорными конструкция ми, т
			сталь, т	А/- сплавы, т	бетон, м ³	
1	Пологая коническая оболочка из А/-сплава с радиально-кольцевой системой из прокатных элементов	МНИИП	17000	200	5502	17000
2	Пологий двуслойный сетчатый купол	ЦНПО «Комета», ИПМ РАН, «Спортпроект», ЦНИИПСК, ЦНИИСК	8550	-	2450	12200
3	Сталебетонная мембрана	ЦНИИЭП КБОМ, НИИЖБ	3440	700	3960	14200
4	Террасированная мембрана	«Курортпроект», ЦНИИСК	10385	-	-	10500

2. ВАРИАНТНОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ РАССМАТРИВАЕМЫХ СИСТЕМ(на примере мембранных покрытий)

Проектирование рассматриваемых в данном издании сооружений, стоимость которых исчисляется сотнями миллионов долларов, необходимо осуществлять с учетом экономической составляющей разрабатываемого проектного решения. Инвестор проекта не может позволить себе роскошь детально разрабатывать одновременно 3...4 проектных решения и, лишь доведя их до конечного результата, дать ответ об экономической целесообразности реализации того или иного варианта.

Для исключения такой ситуации на помощь приходят данные анализа технико-экономических показателей ранее реализованных проектов, которые в наиболее законченной форме нашли свое отражение в методике вариантного проектирования, наиболее полно представленной в трудах Я.М. Лихтарникова [41].

Прежде, чем рассмотреть основы этой методики, представим некоторые данные об эффективности применения конструктивных форм для перекрытий стадионов, приведенных в пособии [42].

По данным проектных организаций и анализа показателей построенных сооружений относительная стоимость всячего покрытия стадиона на овальном плане составляет:

- а) 58 % стоимости сборной железобетонной оболочки;
- б) 42 % стоимости покрытия по стальным аркам;
- в) 37 % стоимости решётчатого стального покрытия.

На рис. 2.1 даны усреднённые относительные расходы стали

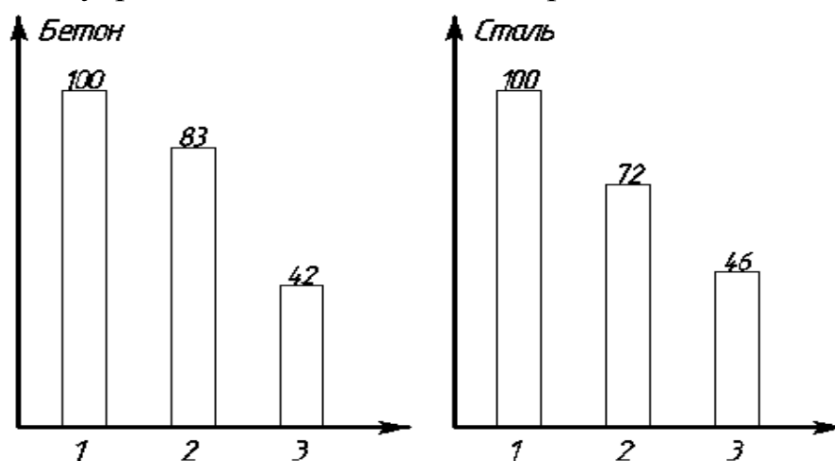


Рис. 2.1. Относительный расход бетона и стали:

1 – покрытие из типовых балочных элементов; 2 – покрытие из сборных железобетонных сводов-оболочек; 3 – висячее покрытие

На рис. 2.2 а, б приведен расход стали и бетона для различных систем покрытий общественных зданий.

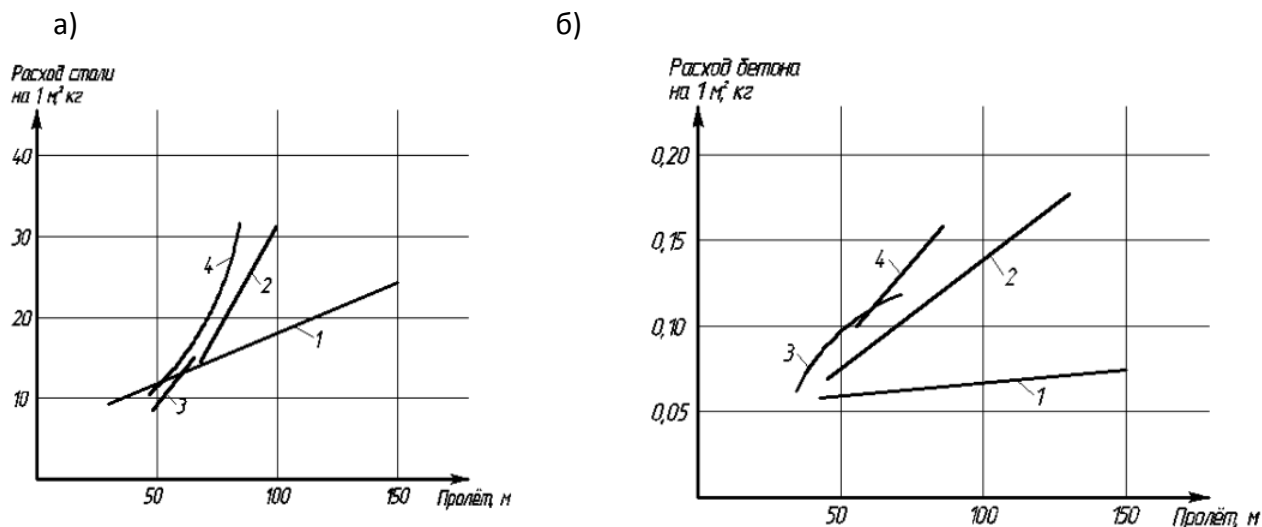


Рис. 2.2 Расход стали (а) и бетона (б) на 1 м² плана для различных систем покрытий общественных зданий: 1 – висячие покрытия на криволинейном контуре; 2 – железобетонные оболочки; 3 – балочные железобетонные конструкции; 4а – покрытия по стальным фермам, 4б – покрытия с железобетонными плитами

Из графиков следует, что:

- с увеличением пролётов зданий вдвое для различных типов, кроме висячих покрытий, расход бетона и стали растет почти прямо пропорционально: на 1 см приведённой толщины бетона расход стали составляет (округлённо) 1 кг, а для висячих покрытий – значительно меньше;
- при увеличении пролётов висячих покрытий расход стали возрастает от 10 до 45 кг на 1 м², а приведённая толщина бетона – от 6 до 25 см, что существенно ниже, чем для других видов покрытий;
- с возрастанием пролёта висячих покрытий в 6 – 8 раз расход стали и бетона увеличивается лишь в 3 – 4 раза; при этом в зданиях на круглом и овальном плане расход материалов в среднем в 2 раза меньше, чем для зданий такой же площади с прямоугольным планом;
- расход стали для висячих покрытий и сферических куполов (монолитных) при диаметре от 30 до 192 м составляет от 7 ÷ 10 до 31 ÷ 34 кг/м², что меньше, чем для других типов покрытий;
- расход стали на мембранные покрытия составляет 17,5 ÷ 56 кг/м²; на стальные сферические купола – 28,3 ÷ 82 кг/м²; для ферм из проката, расположенных радиально (при круглом плане и центральной колонне), – 41 ÷ 196 кг/м².

Из приведённых данных следует:

- здания с висячими покрытиями на криволинейном плане(круглом,овальном) имеют расход стали и бетона на 20 – 30 %меньше, чем при другихвидах покрытий;
- висячие покрытия имеют меньший собственный вес по сравнению сдругими решениями.

Вариантное проектирование мембранных покрытий

Вопросы рационального проектирования пространственных покрытий при обеспечении необходимого уровня надежности указанных конструкций особенно остры ввиду высокой ответственности и значительной стоимости рассматриваемых сооружений. Это относится в равной мере, как к уникальным большепролетным покрытиям, так и к покрытиям зданий и сооружений небольших пролетов 24 – 40 м различного назначения. Но, как показывает выполненный ранее анализ, использование для проектирования и расчета подобных конструкций существующих методов зачастую либо не дает должного экономического эффекта, либо наоборот, приводит к их недостаточному уровню надежности.

Результатом использования современных методов проектирования является создание конструкций минимальной стоимости, удовлетворяющих требованиям надёжности и долговечности. При этом, основные параметры, которые обуславливают величины перечисленных критериев, по своей природе противоречивы.

Можно выделить следующие методы оценки эффективности конструктивных решений:

1) вариантное проектирование, основанное на рассмотрении ограниченного количества вариантов, основываясь на интуиции проектировщика (данное направление развито в работах Лихтарникова Я. М. и его учеников). В этом случае искомые критерии имеют аналитическую аппроксимацию, что позволяет использовать их при решении задачи отыскания наиболее экономичной конструктивной формы. При решении возможно использование одного из двух способов:

- **первый** - основан на использовании аналитических зависимостей между основными параметрами конструктивной формы и параметрами процессов изготовления и монтажа. Исходные данные для расчёта ограничиваются сравнительно небольшим числом параметров, характеризующих конструкцию. Достоинством этого способа является возможность проводить сравнение вариантов на ранних стадиях проектирования в условиях дефицита информации для известных

конструктивных решений. Переход на новые конструктивные формы, появление новых технологических процессов требуют переработки методики.

- **второй** - основан на использовании известного метода имитационного моделирования производства и детального поэлементного калькулирования затрат по отдельным операциям всего процесса создания конструкции. Этот метод требует обширной справочно-информационной базы, привязки к конкретному производству, но позволяет наиболее точно определять пути снижения издержек и в максимальной степени подходит для совершенствования серийно выпускаемой продукции на поточных линиях.

2) оптимальное проектирование является логическим и естественным шагом на пути выбора эффективных конструктивных решений нахождения параметров конструкции, обеспечивающих минимум целевой функции при обязательном выполнении требований прочности, устойчивости, надёжности и долговечности. Выбор наилучшего решения осуществляется на основе использования методов математического программирования. При этом методы первого и второго направления не должны противопоставляться, а удачное их сочетание позволяет выбрать действительно наиболее экономичное конструктивное решение.

Вариантное проектирование мембранных покрытий. Относительная новизна конструктивной формы мембранных покрытий обусловила необходимость разработки методики технико-экономического анализа для обеспечения качественной и количественной оценки рассматриваемых вариантов, а также для формирования целевой функции при оптимизационном расчете. Основными показателями, которые определяются с помощью предлагаемой методики, являются стоимость «в деле» и приведенные затраты. При определении этих показателей мембранные покрытия рассматриваются как системы, состоящие из: мембранных полотнищ, образующих оболочку; подкрепляющих элементов «постели»; стального или железобетонного опорного контура; центрального кольца (для провисающих мембран на круглом плане); центрального кольца и центральной стойки (для шатровых мембран).

Трудоемкость изготовления и монтажа определяется для каждого элемента в зависимости от основных конструктивно-технологических параметров. Предполагается, что сечения основных конструктивных элементов определены до начала технико-экономического анализа.

Трудоемкость изготовления определяется как сумма трудозатрат для мембранных полотнищ T_M , опорного контура T_K , «постели» T_Π , центрального кольца $T_{ЦК}$, центральной стойки $T_{ЦС}$:

$$T = T_M + T_K + T_\Pi + T_{ЦК} + T_{ЦС}, \quad (\text{чел.-ч}) \quad (2.1)$$

Изготовление полотнищ от 3 мм и более производится на специализированных линиях по изготовлению рулонных заготовок. Полотнище обычно собирается из стандартных листов 1,5×6,0 м. В общих трудозатратах обработка составляет 10%, сборка - 20%, сварка - 55%, рулонирование - 5%, подготовительно-заключительные работы - до 10%. Общая трудоемкость изготовления рулонных полотнищ определяется по формуле:

$$T_M = K_{HI} \times K_C \times [K_T \times \alpha_M (G_M \times n_M)^{0,33} + 0,02 \times S_M] \times N_M, \quad (\text{чел.-ч}) \quad (2.2)$$

где K_{HI} - коэффициент учета нерасчетных операций, равный 1,3; K_C - коэффициент влияния величины серии на трудоемкость изготовления; K_T - коэффициент повышения удельной трудоемкости при применении сталей повышенной прочности, изменяющийся в пределах 1,00 ... 1,17; G_M, n_M - масса полотнища (т) и число листов (шт.), из которых оно состоит; S_M - площадь мембранного полотнища, м²; N_M - количество полотнищ на все покрытие; α_M - коэффициент, принимаемый для прямоугольного полотнища 11,65, а для трапециевидного - 9,42.

Примечание: следует учитывать, что фактическая масса полотнища на 3 ... 10% превышает теоретическую за счет напуска при нахлесточном соединении на монтаже и отходов, получаемых при раскрое.

Трудоемкость изготовления полотнищ в заводских условиях составляет 10...16 чел-ч/т. Увеличение ширины полотнищ с 6 до 12 м при прочих одинаковых параметрах приводит к снижению удельной трудоемкости изготовления на 20...25%, что связано с уменьшением доли трудозатрат на рулонирование и подготовительно-заключительные работы. Поэтому, целесообразно применять ширину мембранных полотнищ наибольшей с учетом требований изготовления, перевозки, монтажа.

Рациональная конструкция опорного контура является важным резервом улучшения технико-экономических показателей всего покрытия, поскольку установлено, что на долю мембраны и контура приходится 95...98% трудозатрат и 90...95% стоимости «в деле». Причем, в общих трудозатратах доля контура составляет 50...75%, а доля стоимости «в деле» 35...60%. Трудоемкость изготовления металлического опорного контура может быть определена как для обычных сварных балок [51], а железобетонного контура - по формуле:

$$T_K = (3,65 + 5,33 \times V_B + 23,16 \times G_A + 1,63 \times L_K) \times N_K, \quad (\text{чел.-ч}) \quad (2.3)$$

где V_b - объем бетона в элементе контура, м^3 ; G_A - масса арматуры, определяемая (если неизвестно сечение поперечной арматуры) как масса продольной арматуры, увеличенная на 15...30%, т; L_K - длина элемента контура, м; N_K - общее количество элементов контура, шт.

Удельная трудоемкость изготовления железобетонного контура составляет 11...15 чел-ч/ м^3 , а металлического - 10...22 чел-ч/т при уменьшении массы элемента контура с 15 до 2 т.

Трудоемкость монтажа определяется как сумма трудозатрат на устройство опорного контура A_K , центрального кольца $A_{ЦК}$, элементов «постели» A_{II} , мембраны A_M :

$$A = K_{HM} \times (A_K + A_{ЦК} + A_{II} + A_M), \quad (\text{чел-ч}) \quad (2.4)$$

где K_{HM} - коэффициент учета нерасчетных операций, принимаемый 1,3...1,5.

Трудоемкость монтажа мембранных полотнищ составляет 55...70% общих трудозатрат на устройство покрытия и складывается из затрат по раскатке рулонов A_p и выполнению монтажных соединений полотнищ между собой с прикреплением их к контуру A_C :

$$A_M = A_p + A_C, \quad (\text{чел-ч})$$

$$A_p = K_H \times 8,63 \cdot (G_M \times L_M)^{0,35} \times N_M, \quad (\text{чел-ч}) \quad (2.5)$$

где $K_H = 0,89 + 0,011 \times H$ - коэффициент повышения трудоемкости монтажа при увеличении высоты производства работ H , м; L_M - длина полотнища, м.

Удельная трудоемкость монтажа полотнищ массой 4...17 т составляет 35...15 чел-ч. На долю монтажной сварки приходится до 40% трудозатрат.

Вероятностно-оптимальное проектирование мембранных покрытий на основе критерия надежности. Выбрав в качестве управляющей функции толщину пластины t_i , сведем задачу анализа чувствительности к определению вариации δt , такой, что $t_{\min} \leq t_{0,i} + \delta t_i \leq t_{\max}$ при минимизации запасов надежности:

$$0 \leq \psi_i - \psi_i^n \leq \varepsilon \quad (2.6)$$

где $\delta \psi < 0$ при $\psi_i - \psi_i^n > \varepsilon$ и $\delta \psi_i > 0$ при $\psi_i - \psi_i^n \geq 0$.

Подобный подход необходимо осуществлять при условии нахождения показателя надежности конструкции в заданном интервале, ограниченном верхней (1.7а) и нижней (1.7б) границами, которые определяются на основании гипотез:

$$\psi \leq \min[\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n] - \text{элементы идеально скоррелированы}, \quad (1.7.a)$$

$$\psi \geq \prod_{i=1}^n \psi_i - \text{элементы конструкции независимы}. \quad (1.7.б)$$

Однако, поскольку даже для "выравненной" (оптимизированной) системы, в которой все элементы будут обладать приблизительно одинаковыми показателями надежности, разнице между верхней ($\psi_{\max} = \psi_1 = \psi_2 = \dots = \psi_n = \psi_0$) и нижней ($\psi_{\min} = \psi_0^n$) границами, являющихся пределами изменения показателя надежности статически неопределимой конструкции, для многоэлементной системы будет достаточно велика и их непосредственное использование в качестве оптимизируемого параметра приведет к слишком большой разнице в конечных результатах расчетов, необходимо предложение альтернативных подходов к рассматриваемой проблеме.

Попытаемся выразить зависимость ψ_i от t . Как известно, проблема анализа чувствительности заключается в отыскании такого вектора вариаций управляющей функции (δt_i), который обеспечил бы требуемую вариацию функционала ($\delta \psi_i$) и $\delta \psi$ при соблюдении вышеуказанных ограничений.

Выполненные предварительные расчеты показали слабую зависимость величины $\bar{\sigma}_{\psi}$ от моментов 3-го и 4-го порядков, ввиду большого числа учитываемых в расчете случайных факторов. Поэтому, с достаточной для практических расчетов точностью, примем распределение показателя надежности элемента конструкции близким к нормальному:

$$\psi_i = F_0(\gamma_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\gamma_i}} \int_{-\infty}^{\gamma_i} e^{-\frac{(\gamma_i - \gamma)^2}{2\gamma_i}} d\gamma_i, \quad (2.8)$$

Вариация $\delta \psi_i$ (или она же $d\psi_i / dt_i$) определится выражением:

$$\frac{d\psi_i}{dt_i} = \frac{\partial(F_0(\gamma_i))}{\partial \gamma_i} \cdot \frac{\partial \gamma_i}{\partial \bar{a}_i} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-0.5\gamma_i^2} \cdot \frac{\partial \gamma_i}{\partial \bar{a}_i}; \quad (2.9)$$

Справедливость предложенного подхода к оптимизации проектного решения рассмотрена при совершенствовании проектных решений цилиндрических оболочек большепролетных покрытий мембранного типа на прямоугольном плане, результаты которых приведены в таблице.

Значения $t_{\text{опт}}$ (мм) по зонам оболочки для срока эксплуатации (лет)

(размеры в плане - 96x72м, контур гибкий, стрела провиса - 1/20L, материал – сталь С255)

Зона	без учета коррозионного износа, лет				с учетом коррозионного износа, лет			
	10	25	50	100	10	25	50	100
Угловая	4.0	4.5	4.5	7.0	4.5	4.5	6.0	8.0
Приконтурная	2.5	2.5	3.5	3.5	3.5	4.0	4.0	4.5
Периферийная	2.2	2.2	2.5	2.8	3.0	2.8	3.5	4.0
Центральная	2.0	2.0	2.0	2.5	2.2	2.8	3.0	4.0

3. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ

3.1. Аналитические методы расчета. Базовые уравнения мембранной и моментной линейной теории пологих оболочек. Учет геометрической нелинейности

Учитывая, что конструктивно большинство подобных пространственных конструкций выполняются либо в виде тонкостенных безмоментных (тонколистовые мембраны), либо стержневых оболочек, большинство из которых в плане аналитических методов расчета искусственно приводится, опять же, к эквивалентной по жесткости тонкостенной оболочке. В основе расчета напряженно-деформированного состояния таких конструкций, как правило, лежит линейная или нелинейная теория тонкостенных оболочек, что определяется жесткостными и геометрическими параметрами проектируемой конструкции. Рассмотрим основные положения, описывающие в замкнутой форме нахождение параметров напряженно-деформированного состояния таких конструкций.

3.1.1 Уточненное уравнение равновесия изгиба пологой оболочки

Принимая во внимание, что большинство отмеченных выше конструкций, выполняется в виде пологих тонкостенных оболочек, рассмотрим вопрос учета кривизны оболочки в традиционном уравнении изгиба пластинки (уравнении Софи Жермен)

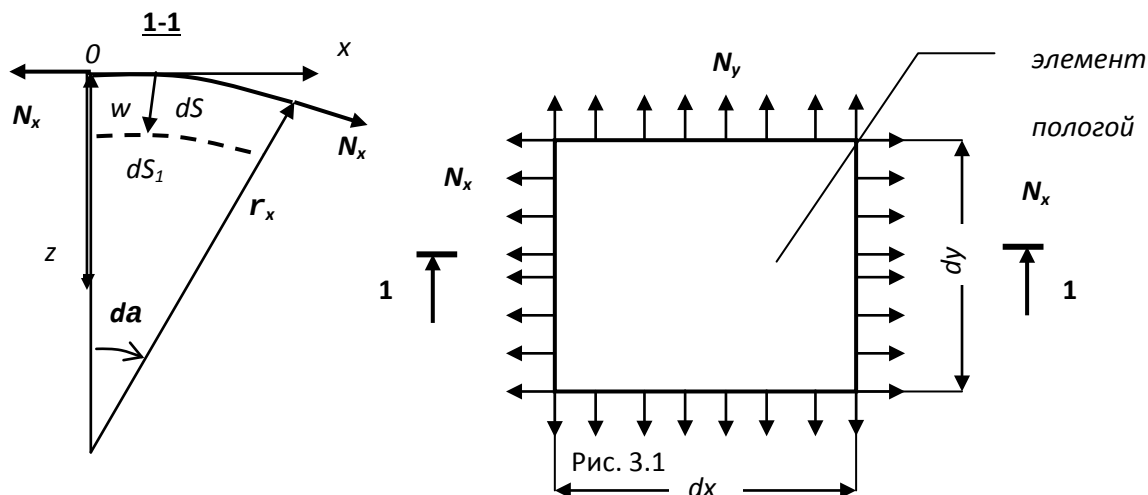
$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{q(x,y)}{D} \quad (3.1)$$

где $D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)}$ – цилиндрическая жесткость.

Для получения уравнений равновесия оболочки к исходному уравнению (3.1), являющемуся проекцией всех сил, приложенных к бесконечно малому элементу сил на ось z , добавим проекцию сил, действующих в срединной поверхности, и до сих пор не учитывавшихся. Дополнительное слагаемое, которое следует ввести в уравнение (3.1) для получения уравнения равновесия пологой оболочки, может быть получено из рассмотрения бесконечно малого элемента оболочки с радиусами кривизн r_x и r_y (см. рис. 3.1).

Проецируя внутренние усилия N_x на ось z , получим

$$N_x^z = N_x \cdot dy \cdot \sin(d\alpha) \approx N_x \cdot dy \cdot d\alpha = N_x \cdot dy \cdot \frac{dS}{r_x}$$



Учитывая, что геометрия пологой оболочки практически совпадает с геометрией плоскости и можно принять $dS \approx dx$, то с подстановкой значения кривизны $k_x = 1/\rho_x$, окончательно запишем величину добавки, получаемую проецированием всех сил на ось z

$$k_x N_x dx \cdot dy = k_x \sigma_x t \cdot dx \cdot dy$$

Сокращая площадь элемента $dx dy$, и добавив аналогичное слагаемое для плоскости $хоу$ в выражение (3.1), получим уточненное уравнение равновесия изгиба пологой оболочки

$$\nabla^2 \nabla^2 w = \frac{q(x, y) + t(k_x \sigma_x + k_y \sigma_y)}{D} \quad (3.2)$$

Как видно, полученное уравнение (3.2) содержит 3 неизвестных: w, σ_x, σ_y . Число неизвестных можно сократить до двух, используя для этой цели функцию Φ – функцию напряжений Эри:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \quad (3.3)$$

После подстановки (3.3) в (3.2) уравнение изгиба пологой оболочки принимает окончательный вид

$$D \nabla^2 \nabla^2 w = q(x, y) + t \nabla_k^2 \Phi \quad (3.4)$$

где $\nabla_k^2 \Phi = k_x \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + k_y \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2}$ – оператор В.З. Власова.

3.1.2 Разрешающая система уравнений теории пологих оболочек

В качестве второго уравнения, необходимого для решения задачи изгиба пологой оболочки выберем уравнение совместности деформаций. Для этого

нам необходимо получить значение суммы вторых производных от относительных деформаций ε_x и ε_y , т. е., $\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2}$ (здесь ε_x и ε_y – относительные деформации, определяемые на основе формул Коши). Однако если в формулах Коши при линейной постановке задачи относительные деформации тонкой пластинки определяются выражениями $\varepsilon_x = \partial u / \partial x$, $\varepsilon_y = \partial v / \partial y$ и $\gamma_{xy} = (\partial u / \partial y) + (\partial v / \partial x)$, то для пологой оболочки эти выражения получают добавки, обусловленные кривизной оболочки. Отмеченные добавки могут быть получены из рассмотрения деформирования элемента под нагрузкой (см. рис. 4.31):

$$- \text{в плоскости } xoz: \Delta \varepsilon_x = \frac{ds_1 - ds}{ds} = \frac{(\rho_x - w)d\alpha - \rho_x d\alpha}{\rho_x d\alpha} = -\frac{1}{\rho_x} w = -k_x w;$$

$$- \text{аналогично в плоскости } yoz: \Delta \varepsilon_y = -\frac{1}{\rho_y} w = -k_y w.$$

А выражения относительных деформаций с учетом найденных добавок приобретут вид:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} - k_x w; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} - k_y w \quad (3.5)$$

Подставив выражения (3.5) в искомую сумму получим

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} - k_x w \right)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} - k_y w \right)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)}{\partial x \partial y} = -\nabla_k^2 w \quad (3.6)$$

Заменяя в уравнении (3.6) относительные деформации по обобщенному закону Гука через напряжения, а затем последние через функцию напряжений Эри (3.3), получим окончательное выражение в виде *уравнения совместности деформаций пологой оболочки*

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi = -E \nabla_k^2 w \quad (3.7)$$

Объединяя уравнения (3.4) и (3.7) в систему, получим *разрешающую систему уравнений теории пологих оболочек*

$$\begin{cases} D \nabla^2 \nabla^2 w = t \nabla_k^2 \Phi + q(x, y) \\ \nabla^2 \nabla^2 \Phi = -E \nabla_k^2 w \end{cases} \quad (3.8)$$

Аналогично уравнению (3.2), система уравнений (3.8) является линейной, применимой лишь в том случае, когда величины прогибов w сопоставимы с толщиной оболочки t . В противном случае уравнения (3.8) должны быть дополнены квадратичными слагаемыми, учитывающими влияние прогибов на

деформации и перемещения, т. е. задача должна будет решаться в геометрически нелинейной постановке.

3.1.3 Уравнения теории гибких пологих оболочек (нелинейная форма)

Гибкими будем называть оболочки, которые получают под нагрузкой прогибы, значительно превышающие их толщину. Большие прогибы оболочки требуют необходимости учета их влияния на величины определяемых перемещений и деформаций, поскольку большие перемещения вызывают изменения в уравнениях равновесия, а большие деформации – в уравнениях совместности деформаций. В расчетном плане это требует дополнения системы (3.8) соответствующими слагаемыми.

Однако, для начала уточним вид разрешающих уравнений для случая тонкой пластинки толщиной t , малой по сравнению с размерами в плане a и b , испытывающей плоское напряженное состояние с компонентами напряжений в произвольной точке $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$. При этом, перемещения во всех точках тела происходят только в параллельных плоскостях $u = u(x, y)$ и $v = v(x, y)$, а $w = \sigma_z = 0$. Поэтому, основные уравнения плоской задачи в линейной постановке получаются из основных уравнений объемной задачи теории упругости посредством исключения из нее производных по координате z .

$$\text{Уравнения равновесия} \quad \begin{cases} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \bar{X} = 0 \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \bar{Y} = 0 \end{cases}$$

$$\text{Геометрические уравнения (Коши)} \quad \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\text{Уравнение совместности деформаций} \quad \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} = 0,$$

$$\text{Физические уравнения} \quad \epsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu \sigma_y), \quad \epsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu \sigma_x), \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G}$$

Определим слагаемые, необходимые для уточнения уравнений равновесия. За счет больших перемещений рассматриваемый бесконечно малый элемент оболочки сильно деформируется (см. рис. 3.2), что повлияет на проекцию всех сил на ось z , так как теперь будут проецироваться и внутренние силы $N_x, N_y, T_{xy} = T_{yx}$ вследствие значительного изменения их положения в пространстве. Заметим, что для упрощения выкладок, в начале осей координат ось z перпендикулярна элементу, а плоскость xoy является касательной к элементу в точке 0.

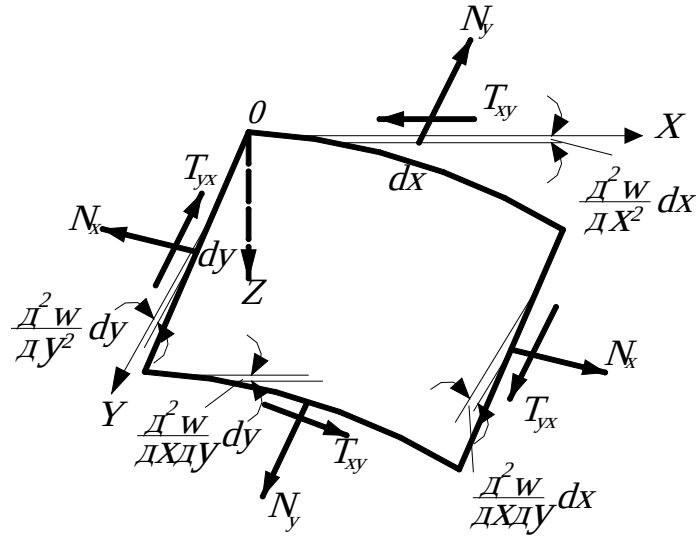


Рис. 3.2

Если учесть, что приращения перемещений, необходимых для определения углов наклона касательных, будут определяться выражениями $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx$ и $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dy$ – для стороны, параллельной оси x , и $\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dy$, $\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx$ – для стороны, параллельной оси y (см. рис. 3.2), то проекция сил, приложенных к передним граням элемента на ось z , обусловит величину добавки, вызванной большими перемещениями, и составит (при учете, что $\sin \alpha \approx \alpha$)

$$N_x dy \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx + N_y dx \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} dy + T_{xy} dx \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dy + T_{yx} dy \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} dx \quad (3.9)$$

Переходя к напряжениям и учитывая, что $N = \sigma \cdot t$, получим

$$t \left(\sigma_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \sigma_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2\tau_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right) dx dy \quad (3.10)$$

Используя уже известную функцию напряжений Эри (3.3), будем иметь

$$t \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) dx dy \quad (3.11)$$

Сокращая площадь элемента $dx dy$, и используя обозначение

$$L = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \text{нелинейный оператор}, \quad (3.12)$$

получим компактную форму записи выражения (3.11) – добавки, вызванной большими перемещениями – в виде

$$tL(w, \Phi) \quad (3.13)$$

а 1-е уравнение системы (3.8) приобретет вид

$$D\nabla^2\nabla^2 w = t[\nabla_k^2 \Phi + L(w, \Phi)] + q(x, y) \quad (3.14)$$

Рассмотрим уточнение *уравнения совместности деформаций*. Введем важное уточнение: если при линейном решении задачи длина деформированного отрезка оболочки dS принималась приблизительно равной ее проекции на плоскость dx , то при учете больших перемещений этого делать нельзя. Тогда за счет больших перемещений элемент длиной dx получит дополнительную деформацию:

$$\Delta \varepsilon_x = \frac{dS_x - dx}{dx}$$

где dS_x – длина отрезка в деформированном состоянии определится выражением

$$dS_x = \sqrt{(dx)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} dx\right)^2} = dx \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]$$

Тогда приращение деформации $\Delta \varepsilon_x$ можем найти как

$$\Delta \varepsilon_x = \frac{dx \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] - dx}{dx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2. \quad (3.15)$$

Приращение деформации $\Delta \varepsilon_y = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2$ определится аналогичным образом.

Найдем приращение угловой деформации γ_{xy} , вызванное также большими перемещениями. С этой целью часть деформированного элемента пологой оболочки упрощенно рассмотрим в виде плоского прямоугольного треугольника с катетами dS_x и dS_y и гипотенузой dS_l . Тогда, используя теорему косинусов, получим

$$(dS_x)^2 + (dS_y)^2 \approx (dS_l)^2 + 2dS_x dS_y \cos\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right), \quad (3.16)$$

где $\frac{\pi}{2} - \gamma$ – первоначально прямой угол прямоугольного треугольника, изменившийся на величину γ в результате сдвиговых деформаций.

Учитывая, что после деформации

$$\begin{aligned}
(dS_x)^2 &= (dx)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \cdot dx \right)^2, \\
(dS_y)^2 &= (dy)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \cdot dy \right)^2, \\
(dS_l)^2 &= (dS)^2 + \left[w + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \cdot dy \right) - w - \left(\frac{\partial w}{\partial x} \cdot dx \right) \right]^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \cdot dy - \frac{\partial w}{\partial x} \cdot dx \right)^2
\end{aligned}$$

перепишем вышеприведенную теорему косинусов (3.16) в виде:

$$\begin{aligned}
(dx)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \cdot dx \right)^2 + (dy)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \cdot dy \right)^2 &= (dx)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \cdot dx \right)^2 + (dy)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \cdot dy \right)^2 - \\
- 2 \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} dx dy + 2 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \gamma \right) &\left[dx + \frac{dx}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \left[dy + \frac{dy}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]
\end{aligned}$$

Учитывая, что для малых углов $\cos \left(\frac{\pi}{2} - \gamma \right) = \sin \gamma \approx \gamma$, и, выполнив необходимые упрощения, получим добавку сдвиговых деформаций, обусловленную наличием больших перемещений

$$\gamma = \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.17)$$

Тогда *геометрические уравнения* для случая больших перемещений принимают уточненный вид

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2, \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3.18)$$

Составляя, как при получении выражения (3.10), сумму вторых производных относительно линейных деформаций, получим

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \left(\frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right)}{\partial x \partial y} = \\
&= -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -\frac{1}{2} L(w, w)
\end{aligned} \quad (3.19)$$

Заменяя в уравнении (3.19) относительные деформации по обобщенному закону Гука через напряжения (для случая плоской задачи теории упругости), а затем последние через функцию напряжений Эри (3.3), получим окончательное выражение в виде *уравнения совместности деформаций пологой оболочки* для случая больших перемещений

$$\nabla^2 \nabla^2 \Phi = -\frac{E}{2} L(w, w) \quad (3.20)$$

Комбинируя уравнения (3.8) с добавками, учитывающими влияние больших перемещений (3.13) и (3.20), получим *систему уравнений гибких пологих оболочек*, в которой должна решаться относительно неизвестных функций перемещений w и напряжений Φ

$$\begin{cases} D \nabla^2 \nabla^2 w = t [\nabla_k^2 \Phi + L(w, \Phi)] + q(x, y) \\ \nabla^2 \nabla^2 \Phi = -\nabla_k^2 w - \frac{E}{2} L(w, w) \end{cases} \quad (3.21)$$

3.1.4 О точности разрешения системы уравнений теории гибких пологих оболочек

Для большей наглядности изложение рассмотрение данного вопроса целесообразно начать с простой балки. С этой целью рассмотрим элемент балки бесконечно малой длины (см. рис. 3.3).

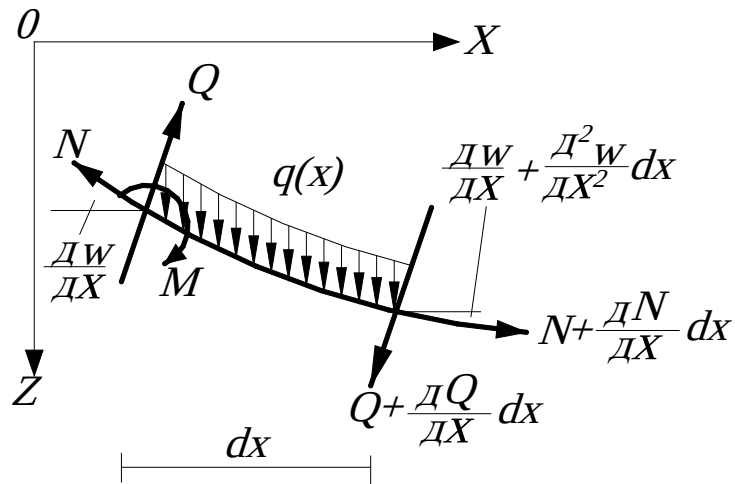


Рис. 3.3

В этом случае уравнения статического равновесия для рассматриваемого элемента балки примут вид:

$$\begin{aligned} \Sigma X &= -N + Q \frac{\partial w}{\partial x} + N + \frac{\partial N}{\partial x} dx - \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \right) = 0, \\ \Sigma Z &= -N \frac{\partial w}{\partial x} - Q + q dx + Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx + \left(N + \frac{\partial N}{\partial x} dx \right) \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} dx \right) = 0, \\ \Sigma M &= -M - Q dx + M + \frac{\partial M}{\partial x} dx = 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

После некоторых упрощений и перехода к обычным производным, получим

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dx} &= Q \frac{dw}{dx} + \frac{dQ}{dx} \frac{dw}{dx}, \\ q(x) + \frac{dQ}{dx} + N \frac{d^2w}{dx^2} + \frac{dN}{dx} \frac{dw}{dx} &= 0 \\ Q &= \frac{dM}{dx}\end{aligned}\quad (3.23)$$

Задавая функцию перемещений в виде синусоиды $w = f \sin \frac{\pi x}{a}$ (здесь a – длина балки, f – амплитуда прогиба) для двухопорной статически определимой балки, решая систему (3.23) при условии загрузки балки равномерно распределенной нагрузкой $q(x) = q = \text{const}$, получим

$$\frac{qa^4}{Et^4} = \frac{\pi^5}{48} \zeta + \left[\frac{\pi^5}{16} + \frac{\pi^7}{64} \left(\frac{t}{a} \right)^2 \right] \zeta^3 \quad (3.24)$$

По сравнению с существующим в ряде работ балочным аналогом уравнений теории гибких оболочек [14], система (3.23) является более точной, так как при ее выводе было принято лишь одно допущение – о малости углов поворота, и погрешность решения сопоставима с величиной слагаемого $(t/a)^2$. Если перейти к уточнению (3.11) системы и соблюдать все те исходные предпосылки, которые соблюдались при выводе системы (3.22), то для случая, представленного на рис. 3.2, после проецирования всех сил на соответствующие оси получим

$$\begin{aligned}\Sigma Z = 0, \quad D \nabla^2 \nabla^2 w &= q(x, y) + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + N_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2T_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial N_x}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} + \\ &+ \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial T_{yx}}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}; \\ \Sigma X = 0, \quad \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} &= -D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2 w - D \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \nabla^2 w, \\ \Sigma Y = 0, \quad \frac{\partial T_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= -D \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2 w - D \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \nabla^2 w\end{aligned}\quad (3.25)$$

Если добавить к уравнениям системы (3.25) уравнение совместности деформаций $2\nabla^2(N_x + N_y) = -EtL(w, w)$ то получим систему из 4-х уравнений с 4-мя неизвестными: прогибами w , нормальными N_x, N_y и касательными $T_{xy} = T_{yx} = T$ усилиями в срединной поверхности оболочки.

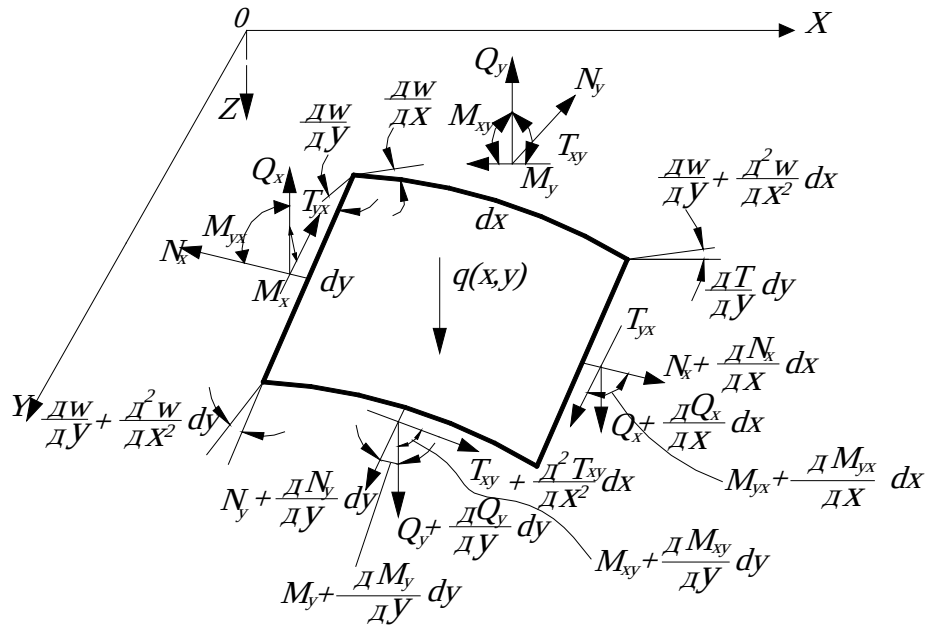


Рис. 3.4

Для отыскания решения системы зададимся функцией прогибов в виде $w = f \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a}$, а функцией касательных усилий в виде $T = \tau \cos \frac{\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{a}$ (здесь f и τ – амплитудные значения прогибов и сдвигающих усилий для квадратной в плане оболочки с размерами $a \times a$. Подставив значения амплитуд прогибов и сдвигающих усилий во 2-е и 3-е уравнение системы (3.25) и проведя необходимые упрощения, сможем определить значения усилий в поперечных сечениях оболочки

$$\begin{aligned} N_x &= Df^2 \frac{\pi^4}{a^4} \left(1 - 4 \sin^2 \frac{\pi y}{a} \right) \sin^2 \frac{\pi x}{a} + \tau \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a}, \\ N_y &= Df^2 \frac{\pi^4}{a^4} \left(1 - 4 \sin^2 \frac{\pi x}{a} \right) \sin^2 \frac{\pi y}{a} + \tau \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{a} \end{aligned} \quad (3.26)$$

После подстановки найденных значений N_x, N_y в уравнение совместности деформаций (4-е уравнение системы) и выполнения необходимых упрощений найдем

$$\tau = \frac{4}{3} \frac{Et}{a^2} \left[\frac{13\pi^2}{9(1+\mu^2)} \left(\frac{t}{a} \right)^2 + 1 \right] f^2 \quad (3.27)$$

Упрощая 1-е уравнение системы (3.25) с помощью значений (3.26) и (3.27) найдем окончательное решение

$$\frac{qa^4}{Et^4} = \frac{\pi^6}{48(1+\mu^2)}\zeta + \left[\frac{8}{9}\pi^2 + \frac{\pi^4}{3(1-\mu^2)} \left(\frac{104}{27} - \frac{\pi^4}{64} \right) \left(\frac{t}{a} \right)^2 \right] \zeta^3 \quad (3.28)$$

Приняв значение коэффициента Пуассона $\mu = 0,3$, получим возможность еще более упростить последнее выражение и привести его к виду

$$\frac{qa^4}{Et^4} = 22\zeta + \left[8,77 + 83,1 \left(\frac{t}{a} \right)^2 \right] \zeta^3 \quad (3.29)$$

По сравнению с известным решением [3] имеется дополнительное уточняющее слагаемое $83,1 \left(\frac{t}{a} \right)^2$.

3.1.5 Основные методы решения системы уравнений (метод Ритца-Тимошенко, метод Бубнова-Галеркина)

Наличие в системе уравнений (3.21) теории гибких оболочек нелинейных операторов $L(w, w)$ и $L(w, \Phi)$ делает ее решение очень сложной задачей. Имеется целый ряд методов решения этой нелинейной задачи: малого параметра и последовательных приближений, вариационных энергетических, численных и т. д. Рассмотрим некоторые из них более подробно.

Так применение методов *малого параметра и последовательных приближений* обычно эффективно в случае малой и умеренной нелинейности, т.е., при относительно малых прогибах. В случае же существенной нелинейности применение этих методов сопряжено с большими вычислительными трудностями. В связи с этим несколько подробнее рассмотрим методы, которые будут использованы в дальнейшем: энергетический метод Ритца-Тимошенко и метод Бубнова-Галеркина.

Энергетический метод Ритца-Тимошенко

Энергетический метод (или метод Ритца-Тимошенко) основан на принципе возможных перемещений: для того, чтобы система, подчиненная идеальным связям, находилась в равновесии, необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех приложенных к ней сил на всяком возможном перемещении равнялась нулю, т. е.

$$\delta A - \delta U = 0$$

где $\delta A, \delta U$ – возможная работа внешних и внутренних сил (приращение потенциальной энергии имеет в этом случае обратный знак) на одном и том же возможном перемещении.

Обозначив полную потенциальную энергию $\mathcal{E} = U - A$ приведенное выше выражение принципа возможных перемещений можно записать, как $\delta \mathcal{E} = 0$, а

поскольку первая вариация δ с точностью до бесконечно малых величин высшего порядка равна первой производной, то это выражение можно переписать как $d\mathcal{E}=0$, которое обозначает то, что энергия системы имеет экстремум. Это утверждение соответствует принципу минимума потенциальной энергии (принципу Лагранжа-Дирихле): *из всех мыслимых перемещений упругого тела перемещения, удовлетворяющие условиям равновесия, сообщают потенциальной энергии системы минимальное значение*

$$\mathcal{E} = U - A = \min$$

Задавая элементы энергии системы через искомые параметры a_i , и выполняя дифференцирование выражения энергии по этим параметрам,

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial a_i} = 0, \quad (i = 1, 2, 3 \dots n) \quad (3.30)$$

получим систему уравнений для определения a_i .

На основании выполненных исследований запишем составляющие для выражения полной потенциальной энергии $\mathcal{E}$. В этом случае потенциал внешней нагрузки A запишется как

$$A = \int_0^a \int_0^b w(x, y) dx dy + \sum P_j w_j(x_j, y_j) \quad (3.31)$$

где a, b – размеры оболочки в плане, P_j, w_j – сила и прогиб в произвольной точке.

Потенциальная энергия U будет складываться из двух частей: энергии деформации изгиба U_u и энергии деформации в срединной поверхности U_c

$$U_u = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b [(\nabla^2 w)^2 - (1 - \mu)L(w, w)] dx dy \quad (3.32)$$

$$U_c = \frac{t}{2E} \int_0^a \int_0^b [\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\mu\sigma_x\sigma_y + 2(1 + \mu)\tau_{xy}^2] dx dy \quad (3.33)$$

или через функцию напряжений

$$U_c = \frac{t}{2E} \int_0^a \int_0^b [(\nabla^2 \Phi)^2 - (1 + \mu)L(\Phi, \Phi)] dx dy \quad (3.34)$$

Таким образом, для решения задачи расчета пологой оболочки энергетическим методом необходимо задать функции прогибов и напряжений в виде

$$w = \sum_{i=1}^n f_i \bar{w}_i(x, y),$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^n \tau_i \bar{\Phi}_i(x, y) \quad (3.35)$$

где $\bar{w}_i, \bar{\Phi}_i$ – линейные независимые функции, удовлетворяющие граничным условиям задачи; f_i, τ_i – постоянные параметры, подлежащие определению.

Количество членов ряда зависит от выбранной точности решения задачи.

Таким образом, решение задачи реализуется в следующей последовательности:

- а) с помощью уравнений (3.31)...(3.34) составляем уравнение энергии и вычисляем значение $\mathcal{E}$;
- б) дифференцируя выражение $\mathcal{E}$ по искомым независимым параметрам a_i , получаем систему уравнений (3.30) порядка $2n$;
- в) решая систему алгебраических уравнений (3.30) относительно неизвестных параметров f_i, τ_i определяем их значения.

Вариационный метод Бубнова-Галеркина

Вариационный метод Бубнова-Галеркина основан на свойстве ортогональных функций, а именно: *семейство непрерывных функций* $\psi_0(x), \psi_1(x), \psi_2(x), \dots, \psi_k(x), \psi_i(x), \dots, \psi_n(x)$ образуют в промежутке $[a, b]$ ортогональную систему, если $\int_a^b \psi_k(x) \psi_i(x) dx = 0$.

В качестве одной из таких функций можно принять функцию, тождественно равную нулю. В этом случае уравнение (3.36) для балки примет вид

$$\int_L (EI w^{IV} - q(x)) \psi_i(x) dx = 0 \quad (3.36)$$

Если функцию прогибов принять в виде ряда $w = \sum_{i=1}^n f_i \tilde{w}_i(x)$, то можно потребовать выполнения условия ортогональности к ограниченному классу функций $\tilde{w}_j$, составляющих указанный выше ряд. Условие ортогональности (3.36) в таком случае получит вид

$$\int_0^L (EI w_i^{IV} - q(x)) \tilde{w}_j(x) dx = 0, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (3.37)$$

Раскрытие условия (3.37) дает систему n уравнений с n неизвестными функциями f_i , решение которой выполняется традиционными методами.

Если ввести тождественно равные нулю функции для уравнений гибких пологих оболочек (3.21)

$$\begin{cases} X = D\nabla^2\nabla^2 w - t[\nabla_k^2 \Phi + L(w, \Phi)] - q(x, y) \equiv 0 \\ Y = \nabla^2\nabla^2 \Phi + \nabla_k^2 w + \frac{E}{2} L(w, w) \equiv 0 \end{cases} \quad (3.38)$$

то с учетом (3.35) условия ортогональности запишутся, как

$$\int_0^a \int_0^b X \tilde{w}_j(x, y) dx dy = 0, \quad \int_0^a \int_0^b Y \tilde{\Phi}_j(x, y) dx dy = 0, \quad (3.39)$$

которые после раскрытия дадут систему n парных уравнений относительно параметров f_i и τ_i для оболочки.

Если принять для примера функции прогибов и напряжений в первом приближении в виде $w = f \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$, $\Phi = \tau \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b}$, то по условиям (3.39) получим решение, приведенное в работе [71]

$$\begin{cases} \frac{D}{t} f \frac{\pi^2}{16} \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2 - \tau f \frac{2\pi^4}{3a^2 b^2} + \tau \frac{\pi^4}{16} \left(\frac{k_x}{b^2} + \frac{k_y}{a^2} \right) - \frac{q}{t} = 0, \\ \frac{\tau}{E} + \frac{16}{3\tau^2 \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \right)^2} f^2 - \left(\frac{k_x}{b^2} + \frac{k_y}{a^2} \right) \frac{f}{\pi^2 \left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \right)^2} = 0 \end{cases} \quad (3.40)$$

Введя безразмерные параметры $\bar{k}_x = \frac{k_x a^2}{t^2}$, $\bar{k}_y = \frac{k_y b^2}{t^2}$, $\lambda = \frac{a}{b}$, $z = \frac{f}{t}$, $\bar{q} = \frac{q}{E} \left(\frac{ab}{t^2} \right)^2$,

для квадратной панели из (3.40) получим

$$\bar{q} = \frac{8\pi^2}{9} \zeta^3 - \frac{\pi^2}{2} \bar{k}^2 \zeta^2 + \left[\frac{\pi^2}{16} \bar{k}^2 + \frac{\pi^6}{48(1-\mu^2)} \right] \zeta, \quad (3.41)$$

где $\bar{k} = \bar{k}_x = \bar{k}_y$ и $\lambda = 1$.

3.2 Численные методы расчета в форме МКЭ на действие статических нагрузок. Особенности формирования расчетных схем большепролетных покрытий сооружений в форме пологих оболочек

(требования норм проектирования, примеры расчета)

3.2.1 Основные факторы, учитываемые при построении расчетной модели

Выделение из объекта его несущих конструктивных элементов является первым шагом создания расчетной схемы – идеализированного отображения

сооружения. Условность и неоднозначность этого шага обусловлена не только опытом исследователя, но и связана с некоторыми объективными обстоятельствами:

- различной ролью отдельных элементов сооружения при различных режимах нагружения и расчетных ситуациях: в одних случаях какие-то элементы выполняют только ограждающие функции, в других – включаются в работу и существенно влияют на перераспределение усилий в элементах конструкции;
- возможностью изменения схемы передачи усилий при различной интенсивности нагружения, обуславливающей включение в работу (выключение из работы) отдельных конструктивных элементов;
- изменениями расчетной схемы, обусловленными изменениями режима функционирования сооружения вследствие его трансформации, как на стадии эксплуатации, так и на стадиях изготовления, перевозки и монтажа.

3.2.2 Основные этапы моделирования

а) геометрическое моделирование. Эта операция может выполняться:

- путем сборки схемы сооружения из набора некоторых геометрических примитивов (прямоугольных и круглых пластин, параллелепипедов, элементов оболочек с различной геометрией поверхности и т.п.),
- формирования схемы конструкции на основе использования геометрических примитивов (точек-узлов с заданными координатами, линий, поверхностей и т.п.), позволяющих сформировать конструкцию любой геометрии.

Моделирование с использованием операций обоих типов приводит, в конце концов, к созданию расчетной схемы конструкции - некоторой ее идеализированной геометрической модели, лишенной несущественных (по мнению расчетчика) деталей.

б) идеализация материала конструкции, или точнее, набора его физико-механических параметров. Чаще всего материал наделяется свойствами идеальной упругости, или идеальной пластичности. Значения параметров, характеризующие свойства материала (модуль упругости, коэффициент Пуассона, предел текучести и др.) принимаются по справочным значениям и предполагаются одинаковыми в пределах достаточно больших частей сооружения (или по всему сооружению), и соответствие их реальных значений принятым анализируется весьма редко. В процессе идеализации материала иногда принимается решение о выполнении расчета «с учетом физической нелинейности», но оно очень редко делает такой расчет убедительным. Дело в

том, что, хотя «физическая нелинейность», по замыслу, должна моделировать пластическую работу, чаще всего (имеются и исключения) все сводится к нелинейной зависимости между напряжениями и деформациями, одинаковой при нагружении и разгрузке, т.е. для упругого, а не для пластического материала. Необходима твердая уверенность в том, что нагружение будет активным, и никакие разгрузки происходить не будут, а для этого недостаточно предположить, что будут только возрастать все внешние силы (мы уже не говорим, что и такое предположение далеко от реальности). Наконец, в понятие идеализации материала иногда включается идеализация конструктивного решения. Так, например, часто расположенные ребра подкрепления пластин и оболочек «размазываются», но при этом материалу сглаженной системы приписывается свойство анизотропии (так называемая «конструктивная анизотропия»).

в) *идеализация нагрузок*, действующих на конструкцию в различных режимах работы. Следует учитывать, что нагрузки являются одной из наиболее изменчивых компонент расчетной схемы, как во времени, так и в пространстве, что отражается на условности тех расчетных моделей, которыми они идеализируются. При этом необходимо принять во внимание, что наше традиционное деление (даже регламентированное нормами проектирования!) на *нагрузки* и *воздействия* в достаточной степени условно, поскольку, если и одни, и другие вызывают в объекте приложения одинаковую ответную реакцию в виде напряжений и деформаций, то логично и одни, и другие называть либо нагрузками, либо воздействиями. Гораздо важнее другое деление - на *внешние* и *внутренние* воздействия по отношению к конструкции. Если принять это обстоятельство во внимание, тогда возможна следующая классификация с уточнением в виде деления на *силовые* и *кинематические* воздействия:

- ✓ *внешние воздействия*: *силовые* (нагрузки) и *кинематические* (заданные перемещения узлов, осадка опор),
- ✓ *внутренние воздействия*: *силовые* (предварительное напряжение) и *кинематические* (перемещения, вызванные воздействием температуры, дислокации).

Однако и предлагаемую классификацию нельзя назвать полной, т.к. напрямую они не отражают целый ряд особенностей воздействия на конструкцию окружающей среды (коррозия, химическое взаимодействие и т.п.), что зачастую в расчетных схемах учитывается опосредствованно (например, в виде эквивалентных нагрузок).

г) *идеализация связей*, принятая расчетчиком, обуславливает, в конечном итоге особенности взаимодействия отдельных элементов конструкции(сооружения) одного с другим. Принимаемые

идеализированные варианты связей чаще всего обеспечивают:

- ✓ либо полное совпадение перемещений или взаимных углов поворота в узловых точках расчетной схемы соединения - абсолютно жесткая связь, или иначе – жесткий рамный узел;
- ✓ либо отсутствие такого взаимодействия по рассматриваемым видам перемещений (шарнир, ползун).

3.2.3 Учет геометрической нелинейности

При решении задач, в которых необходим учет эффекта геометрической нелинейности, нельзя рассматривать этот вопрос, как решаемый с единых позиций, поскольку существует ряд методов учета геометрической нелинейности, и выбор метода учета зависит, прежде всего, от уровня геометрической нелинейности. При этом, следует принимать во внимание, что в зависимости от выбранного метода учет геометрической нелинейности осуществляется либо через геометрические уравнения, связывающие перемещения с деформациями, либо через уравнения равновесия.

Опираясь на классификацию, изложенную в трудах В.В. Новожилова, выделим четыре основных уровня геометрически нелинейных постановок задач для конечномерных систем:

*I - слабейший вариант геометрически нелинейной теории, в котором считается, что уравнения равновесия следует записывать для деформированного состояния системы, а связь деформаций с перемещениями принимается в линейном варианте. В строительной механике задачи первого этажа метрической нелинейности иногда называют *расчетом по деформированной схеме* (встречается также такое определение, как *линеаризованные уравнения*). В англоязычной литературе употребляется название *теория второго порядка*. Для конструкций, используемых в строительном проектировании, первый уровень геометрической нелинейности охватывает весьма широкий круг задач и, в первую очередь, задачи расчета стержневых систем, изгибающие моменты в элементах которых вычисляются с учетом поправок от влияния продольных сил,*

II – основан на использовании геометрических уравнений, связывающих перемещения с деформациями. По сравнению с первым этажом существенным здесь является распознавание порядков малости деформаций и поворотов, при этом считается, что квадраты углов поворотов элементов рассматриваемой расчетной схемы являются величинами того же порядка малости, что и компоненты деформации, которые, в свою очередь, пренебрежимо малы по сравнению с единицей. При этом малы по сравнению с единицей и сами повороты. Характерный пример задач этого уровня нелинейности - теория

гибких пластин на основе уравнений Кармана.

III – рассматриваются задачи, в которых деформации малы по сравнению с единицей, в отличие от поворотов (пример - конструкции с гибкими нитями).

IV - относительные деформации нельзя считать малыми величинами по сравнению с единицей (например, расчеты изделий из резины и резиноподобных материалов).

Реализацию учета геометрической нелинейности (например, 2-го уровня) при проведении конечно-элементных расчетов можно проиллюстрировать следующим образом.

Потенциальная энергия деформации мембранной конструкции, поверхность которой аппроксимирована плоскими треугольниками, может быть определена из выражения

$$U = \int_F \delta U_i dF = \frac{1}{2} \int_F \{\sigma\}^T \{\epsilon\} dF = \frac{1}{2} \int_F \{\epsilon\}^T [D] \{\epsilon\} dF \quad (3.42)$$

где $\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\}$ – вектор напряжений в элементе $\{\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}\}$; $[D] = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix}$ –

матрица упругих свойств материала; $\{\epsilon\} = \{\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_{xy}\}$ – вектор относительных деформаций.

Применяя принцип Лагранжа, минимизируем U по $\{z\}$ (где $\{z\}$ – вектор перемещений

$$\frac{\partial U}{\partial \{z\}} = \int_F [B_0]^T [D] [B] \{z\} dF + \int_F ([B_0]^T [D] [B_L] + [B_L]^T [D] [B]) \{z\} dF = ([K_0] + [K_L] + [K_\sigma]) \{z\}, \quad (3.43)$$

где $[K_0]$ – упругая составляющая матрицы жесткости, соответствующая линейной части относительных деформаций; $[K_L]$ и $[K_\sigma]$ – соответственно, матрица больших перемещений и матрица геометрической жесткости, зависящие от $\{z\}$.

К аналогичному выводу можно прийти и путем разложения матрицы жесткости элемента в ряд Тэйлора. Используя этот прием, получим

$$[K] \cdot \{z\} = \{R\}, \quad (3.44)$$

где $\{R\}$ – вектор узловых нагрузок.

При решении нелинейных задач

$$[K] \cdot \{z\} - \{R\} = \{\Delta_R(\{z\})\}, \quad (3.45)$$

где $\Delta_R(\{z\})$ – в данном случае невязка между узловыми нагрузками и узловыми опорными реакциями элемента.

Разложение $\{\Delta_R\}$ в ряд Тэйлора по z позволяет получить следующее выражение

$$\{\Delta_R(z_0 + \delta_{ZR})\} = \{\Delta_R(\{z_0\})\} + \frac{d\{\Delta_R(\{z_0\})\}}{d\{z_0\}} \cdot \{\delta_{ZR}\} \approx 0 \quad (3.46)$$

Отсюда вектор невязки узловых перемещений равен

$$\{\delta_{ZR}\} = - \left[\frac{d\{\Delta_R(\{z_0\})\}}{d\{z_0\}} \right]^{-1} \cdot \{\Delta_R(z_0 + \delta_{ZR})\} = -[\Delta_K] \cdot \{\Delta_R(\{z_0\})\} \quad (3.47)$$

Рассмотрим структуру выражения $\left[\frac{d\{\Delta_R(\{z_0\})\}}{d\{z_0\}} \right]^{-1}$. Для этого продифференцируем уравнение (3.44) по z_0 , считая $\{R\}$ независимым z_0 .

$$\begin{aligned} \frac{\partial([K] \cdot \{z\} - \{R\})}{\partial\{z_0\}} &= \frac{\partial(\{\Delta_R\})}{\partial\{z_0\}} \\ \frac{\partial[K]}{\partial\{z_0\}} \cdot \{z_0\} + [K_0] &= \frac{\partial(\{\Delta_R\})}{\partial\{z_0\}} \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial(\{\Delta_R\})}{\partial\{z_0\}} = \frac{\partial([B]^T [D] [B])}{\partial\{z_0\}} \cdot \{z_0\} + [K_0] = [K_0] + [K_L] + [K_\sigma]$$

В результате полученная система нелинейных уравнений (3.48) может быть решена наиболее просто известным методом пошагового нагружения в сочетании с простыми итерациями. Используя $(-\{\Delta_R\})$ в качестве уравновешивающей нагрузки решение уравнения (3.47) предстанет в виде

$$\{\delta_{ZR}\} = ([K_0] + [K_L] + [K_\sigma])^{-1} \cdot \{\Delta_R\}; \quad \{z\} = \{z_0\} + \{\delta_{ZR}\} \quad (3.49)$$

Учитывая, что при выполнении расчетов методом пошагового нагружения, происходит обновление геометрии системы и перерасчет матрицы $[K_0]$ для новой геометрии, это эквивалентно суммированию матрицы $[K_0]$, насчитываемой в исходных координатах и $[K_L]$, насчитываемой для деформированного состояния, при решении задачи методом Ньютона-Рафсона. Таким образом, выражение (3.49) может быть преобразовано к виду

$$\{z\} = \{\delta_{ZR}\} = ([K_0] + [K_\sigma])^{-1} \cdot \{R\} \quad (3.50)$$

3.2.4 Моделирование конечно-элементной сеткой

Для некоторых типов конечных элементов, применяемых, например, в расчетно-вычислительном комплексе SCAD, справочные данные о скорости сходимости представлены в таблице 3.1[56].

Примечание: материал данной таблицы, как и примеры, приведенные в данном параграфе, заимствованы из работы [56].

Таблица 3.1.

Наименование элемента	Показатель степени в оценках скорости сходимости по:			
	перемещениям	напряжениям	момен-там	поперечным силам
Прямоугольный элемент плиты	2	—	1	—
Треугольный элемент плиты	2	—	1	0
Четырехугольный (от 4 до 8 узлов) элемент плиты	2	—	1	0
Прямоугольный элемент плоской задачи теории упругости	2	1	—	—
Треугольный элемент плоской задачи теории упругости	2	1	—	—
Четырехугольный (от 4 до 8 узлов) элемент плоской задачи теории упругости	2	1	—	—
Четырехугольный (от 4 до 12 узлов) элемент плоской задачи теории упругости	2	1	—	—
Параллелепипед	2	1	—	—
Тетраэдр	2	1	—	—
Трехгранная призма	2	1	—	—
Пространственный изопараметрический шестиузловой элемент	2	1	—	—
Пространственный изопараметрический восьмиузловой элемент	2	1	—	—
Пространственный изопараметрический двенадцатиузловой элемент	2	1	—	—
Прямоугольный элемент оболочки	2	1	1	0
Треугольный элемент оболочки	2	1	1	0
Четырехугольный элемент оболочки	2	1	1	0
Четырехугольный (от 4 до 8 узлов) конечный элемент оболочки	2	1	1	0

Эти данные являются достаточно типичными, а ссылка на конкретную программную разработку в этом смысле не существенна. Данные таблицы дают возможность приблизительно назначить требуемую густоту сетки конечных элементов, исходя из такого весьма характерного рассуждения [12]:

«...заметим лишь, что при естественных ограничениях на исходные данные и сетку области сходимость имеет место, Ипогрешность в определении напряжений и деформаций имеет порядок ch/L , где через c обозначена константа, зависящая от формы области; h — шаг сетки; L — характерный

размер области. Эта оценка служит ориентиром при назначении шага сетки, в зависимости от желаемой точности; например, задав точность приближенного решения 5%, нужно выбрать шаг сетки равным примерно $1/20$ от характерного размера...», т.е. для характерного двумерного пятна необходимо иметь около 400 узлов.

Ниже представлены сопоставительные расчеты шарнирно опертой квадратной пластинки, загруженной по всей площади равномерно распределенной нагрузкой. Расчеты выполнялись при четырех сетках конечных элементов — 4×4 , 8×8 , 16×16 и 24×24 . Строились изолинии всех результатов расчетного анализа (рис. 3.5), и с их помощью оценивалась общая картина напряженно-деформированного состояния. Исследовалось изменение прогибов, моментов и поперечных сил по всему полю пластины и в точках, где реализуются их экстремальные значения. Последнее замечание весьма существенно, поскольку для поперечных сил, например, где сходимость не гарантируется (см. таблицу 3.1), именно экстремальные значения являются сомнительными. В целом же по полю пластины результаты конечно-элементного анализа согласовываются гораздо лучше. На рис. 3.6 приведены результаты по перемещениям, изгибающим моментам и поперечным силам для конечных элементов различного типа, полученные на упомянутых сетках.

Как видно из рис. 3.6, практическая сходимость имеет место для прогибов и изгибающих моментов при использовании конечных элементов различного типа, а для поперечных сил один из элементов дает значения, заметно отличающиеся от величин, полученных с использованием других конечных элементов. Отметим, что этот элемент (четыреугольный элемент, допускающий от 4 до 8 узлов) был использован в схеме, где он присоединялся только к четырем узлам, хотя имеется возможность ввести узлы на его сторонах. Контрольные расчеты при такой схеме применения показали, что при этом точность результатов существенно возрастает, и они приближаются к данным, получаемым на сетках вдвое большей густоты. Например, для сетки элементов 8×8 прогиб равнялся 0,01701, изгибающий момент — 0,0442 и поперечная сила — 0,278.

В другой серии численных экспериментов, когда та же пластинка была загружена сосредоточенной силой, результаты, представленные на рис. 3.7, оказываются менее приемлемыми. Здесь замедляется и скорость практической сходимости по изгибающим моментам, и, еще более существенно, - по поперечным силам, значения которых взяты в точке, расположенной на расстоянии четверти толщины от центра пластинки. По-видимому, для поперечных сил вообще не следует брать во внимание значения для точек, столь близко расположенных около места приложения

сосредоточенной нагрузки (ред. - мнение авторов работы [56]).

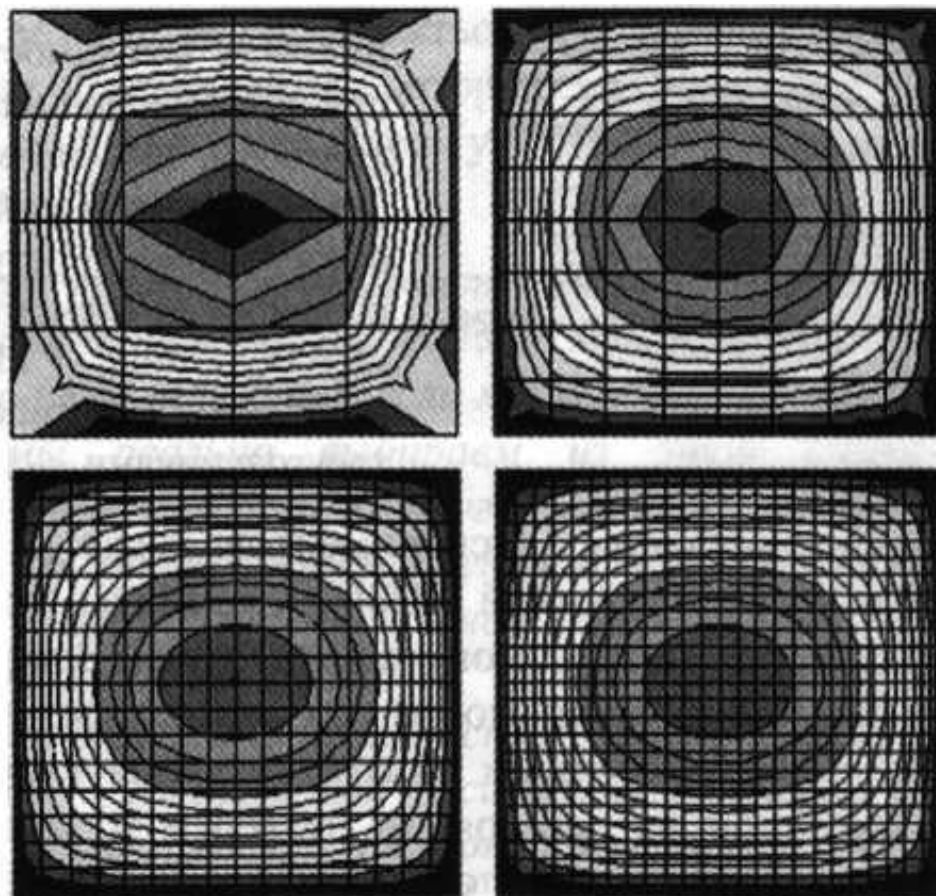


Рис. 3.5 Изополя изгибающих моментов для расчетных схем с различными сетками конечных элементов.

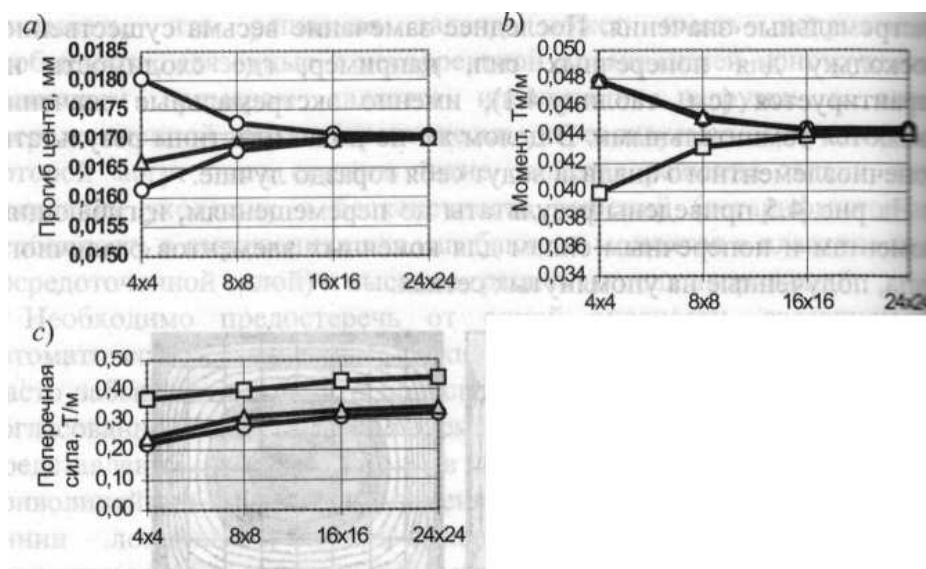


Рис. 3.6 Сходимость результатов при равномерной нагрузке: а — по прогибам, б — по моментам, в — по поперечным силам (кружками обозначены результаты для конечных элементов системы SCAD типа 11 или 41; квадратами — типа 20 или 50; треугольниками — типа 12 или 42)

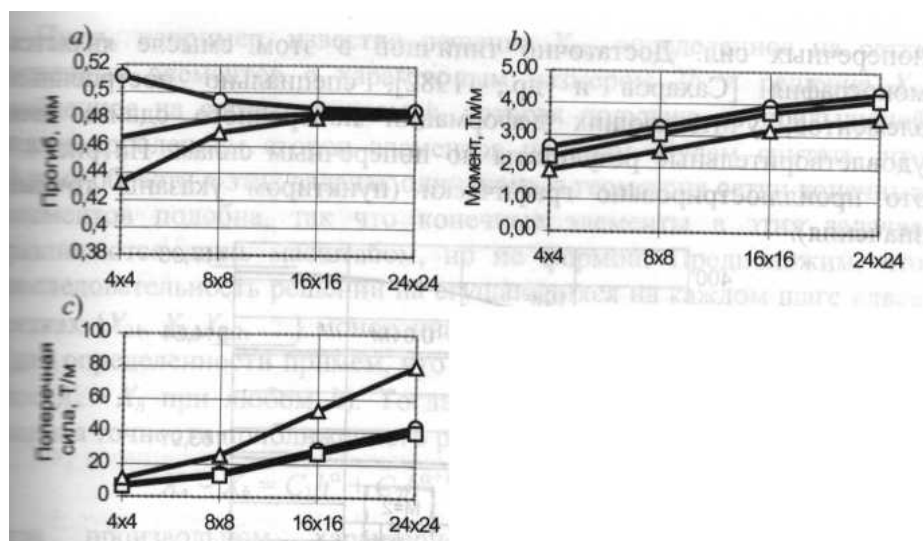


Рис. 3.7. Сходимость результатов при нагружении сосредоточенной силой: *a* — по прогибам, *b* — по моментам, *c* — по поперечным силам (кружками обозначены результаты для конечных элементов системы SCAD типа 11 или 41; квадратами — типа 20 или 50; треугольниками — типа 12 или 42)

При исследовании НДС равномерно нагруженной прямоугольной пластинки далее в примере показан механический эффект, когда при поперечном изгибе учитываются не только внутренние усилия, вызванные поперечными воздействиями (чистый изгиб), но и продольные, обусловленные учетом распора при расчете по деформированной схеме (эффект нелинейности 1-го рода). На приведенном примере можно убедиться, что при учете сложного напряженного состояния наблюдается существенная нелинейная зависимость между усилиями (воздействиями) и перемещениями, т.е. имеет место геометрическая нелинейность, что обуславливает расчет по деформированной схеме.

Рассмотрим квадратную пластину с защемленными краями (см. рис. 3.8. а) со следующими параметрами расчетной схемы: $a = b = 100$ см, $h = 1$ см, $E = 2,1 \cdot 10^6$ кгс/см², $\nu = 0,3$:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} = \frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 1^3}{12(1-0,3^2)} = 1,923 \cdot 10^5 \text{ кгс} \cdot \text{см}.$$

На рис. 3.8,б представлена расчетная схема симметрично нагруженной пластинки с размерами сеточной области $M1=2$, $M2=11$, $M3=11$, что соответствует системе нелинейных уравнений размерностью $K = 2 \times 11 \times 11 \times 3 = 726$ (без учета накладываемых связей).

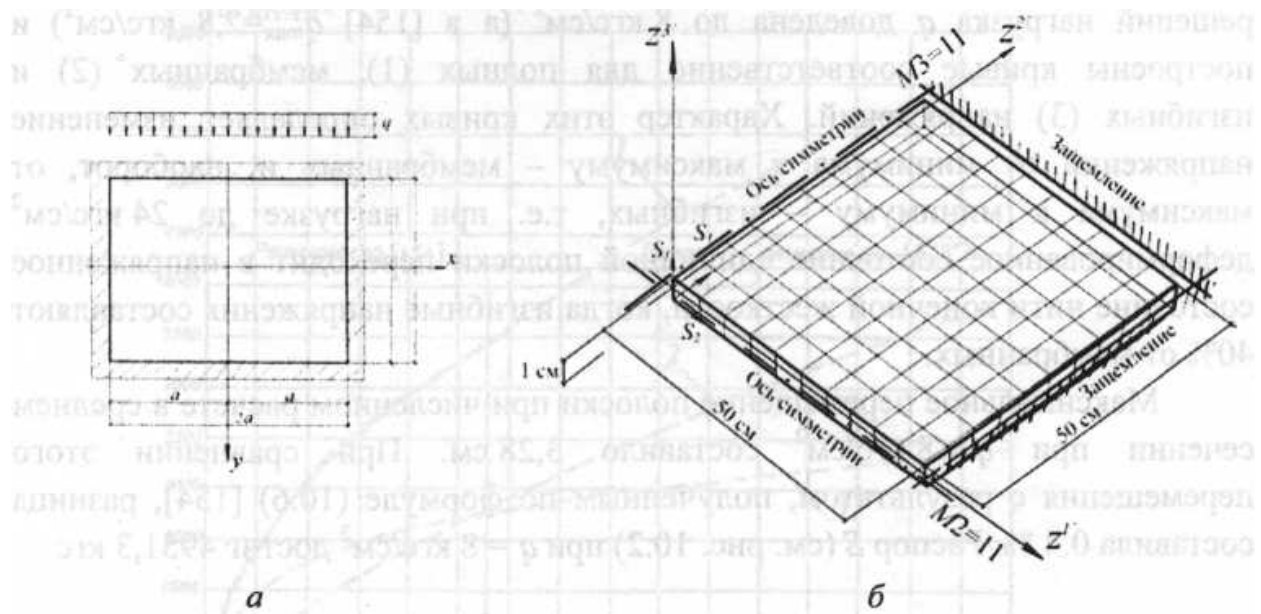


Рис. 3.8 Конструктивная и расчетная схемы прямоугольной пластинки с защемленными краями

Аналитическое решение данной задачи получено исходя из энергетического подхода с учетом энергии поперечного изгиба и энергии продольных усилий (мембранных напряжений), т.е. по уравнению Софи Жермен, дополненному слагаемым в правой части, учитывающим добавочный момент от воздействия продольной силы, и сводится к бигармоническому уравнению в декартовой системе координат для случая цилиндрического изгиба длинной пластинки:

$$\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} = \frac{q}{D} + \frac{N_x}{D} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \quad (3.51)$$

В случае весьма тонкой пластинки $h/a < 1/100$ сопротивлением пластинки изгибу можно пренебречь (пренебречь жесткостью D), и задача сведется к определению прогиба гибкой мембраны на основе решения системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = E \left[\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} \right] \\ \frac{q}{h} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y} = 0. \end{cases} \quad (3.52)$$

Решение (3.52) может быть получено как аналитическими, так и численными методами. При решении задачи методом Ритца с использованием полиномиальной аппроксимации функций перемещений u, v, ω значении вертикального прогиба для центра квадратной мембранной пластинки будут соответствовать известному решению:

$$\omega_0 = 0,802a \sqrt[3]{\frac{qa}{Eh}}$$

С учетом разложения q на изгибную и мембранную составляющие (q_1 и q_2) из (3.52) получено уравнение для вычисления прогиба ω_0 :

$$q = \frac{\omega_0 E h^3}{a^4} \left(1,37 + 1,84 \frac{\omega_0^2}{h^2} \right); \quad (3.53)$$

$$q = q_1 + q_2; \quad q_1 = \frac{\omega_0 E h^3}{0,730 a^4}; \quad q_2 = \frac{\omega_0 E h^3}{0,543 a^4}$$

Полное напряжение находится как сумма напряжений, обусловленных нагрузками q_1 и q_2 . На рис. 3.9 представлены графики зависимости безразмерного прогиба в центре пластинки $\omega_{\max}/h$ от безразмерного параметра $q_k = a^4 / Dh$.

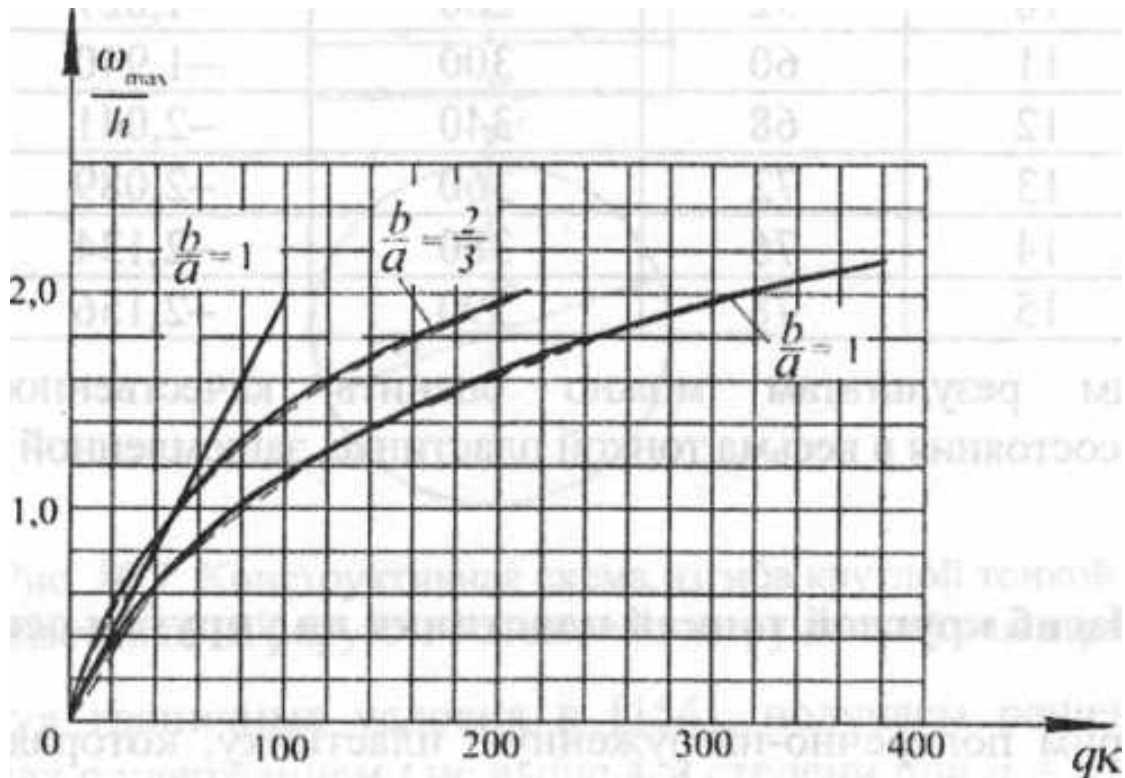


Рис. 3.9 Графики зависимости безразмерных прогибов в центре пластинки от безразмерного параметра нагрузки

3.3 Необходимость совместного учета геометрической, конструктивной, генетической нелинейности

Для начала вспомним понятие различных видов нелинейных расчетов с тем, чтобы не допускать двойственного толкования этих понятий:

- **геометрическая нелинейность** -

отказотрассмотренияуравненийравновесияпонедеформированномусостоянию.

Имеет место, когда перемещения конструкции вызывают значительное изменение ее геометрии, так что уравнения равновесия приходится составлять с учетом изменения формы и размеров конструкции, т. е. по деформированной схеме в пределах упругости материала (малые деформации и большие перемещения).

- **физическая нелинейность** - отклонениеотзаконаГука, обусловленное учетом в расчете нелинейной зависимости между компонентами обобщенных напряжений и деформаций $\sigma_i = f(\varepsilon_i)$ (рис. 3.10) и характеризует работу материала конструкции в упругопластической области (малые перемещения и большие деформации),

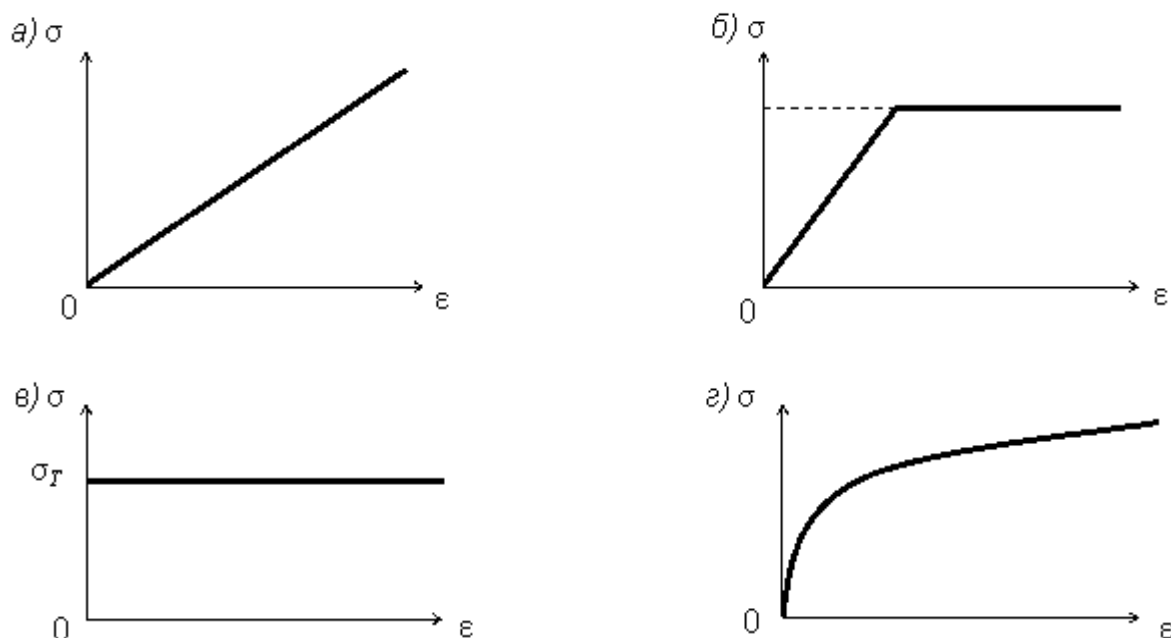


Рис. 3.10 Диаграммы деформирования материала: а – линейно-упругого; б – идеального упругопластического; в – жесткопластического; г – нелинейно-упругого

- **конструктивная нелинейность** - учет изменения расчетной схемы в процессе деформирования. Возникает вследствие конструктивных особенностей системы, вызывающих изменение расчетной схемы в процессе ее деформирования (изменяются условия закрепления: выпадают или образуются новые связи, выключаются из работы или включаются в нее те или иные элементы конструкции и т. д.). Конструктивная нелинейность присуща конструкции, находящейся в процессе монтажа, когда создаются новые связи,

при разрушении, когда связи выключаются из работы, а также очень часто при изменении режима нагружения. Изменение расчетной схемы бывает скачкообразным (рис. 3.11, а) или непрерывным (рис. 3.11, б).

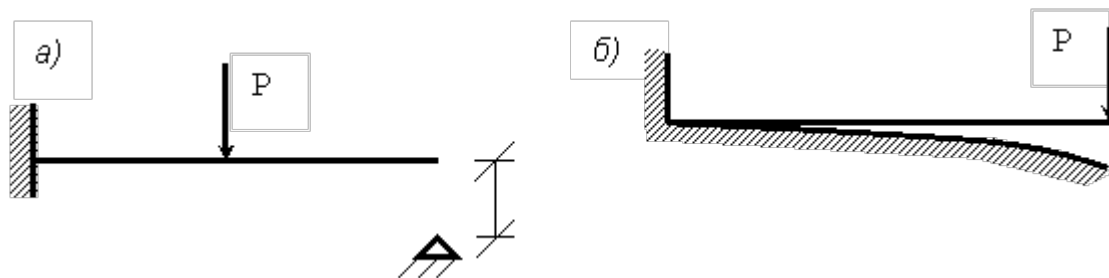


Рис. 3.11. Примеры изменения расчетной схемы при конструктивной нелинейности: а – скачкообразное; б – непрерывное

- **генетическая нелинейность** - накопление напряжений и деформаций в процессе возведения сооружения

Необходимость расчета большепролетных пространственных конструкций в нелинейной постановке задачи подчеркивается практически всеми нормативными документами, хотя с различной степенью детализации этих рекомендаций.

Так в нормативной базе Украины:

ДБН В-1-2-14:2009 «Общие принципы обеспечения надежности и конструктивной безопасности зданий, сооружений, строительных конструкций и оснований»:

а) присутствует строгое определение нелинейности:

«3.31. нелинейность:

Отсутствие линейной зависимости между влияниями и нагружающими эффектами, что приводит к нарушению принципа независимости действия сил:

- **геометрическая**

нелинейная зависимость между деформациями и перемещениями, обусловленная величиной рассматриваемых перемещений и поворотов,

- **физическая**

нелинейная зависимость между деформациями и напряжениями, обусловленная физическими свойствами материалов, использованных в конструкциях».

б) необходимость учета нелинейных эффектов:

«6.1.1. Расчет конструкций должен как можно более достоверно отображать действительные условия работы объекта и его напряженно-деформированное состояние путем учета соответствующих расчетных ситуаций.

Расчет выполняется на основании расчетной модели, которая должна учитывать факторы, имеющие существенное влияние на напряженное и деформированное состояние конструкций. При формировании расчетной модели, как правило, целесообразно учитывать нелинейные эффекты (геометрическую и физическую нелинейность элементов и системы в целом, влияние деформаций конструкций на изменение значений, действующих на нее нагрузок и тому подобное)».

ДБН В.2.6-162:2010 «СТАЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ. Нормы

проектирования, изготовления и монтажа»:

Стальные конструкции необходимо, как правило, рассчитывать как единые пространственные системы с учетом факторов, определяющих напряженно-деформированное состояние при необходимости с учетом нелинейных особенностей расчетной схемы. В необходимых случаях расчет конструкции на разных этапах монтажа и эксплуатации необходимо выполнять с учетом влияния факторов, определяющих ее напряженно-деформированное состояние на каждом из этапов.

Относительно рекомендаций о необходимости учета нелинейных эффектов, в частности, в Еврокодах, прежде всего, следует отметить, где, несомненно, дается более строгая классификация нелинейных расчетов с позиций возможного сочетания различных видов нелинейности (например, EN 1990:2002):

1.5.6.5 линейно-упругий расчет второго порядка: линейно-упругий расчет, в котором использована линейная зависимость напряжения/деформации, примененный к геометрии деформированной конструкции.

1.5.6.6 нелинейный расчет первого порядка: конструктивный расчет, выполняемый на основе начальной геометрии, с учетом особенностей нелинейного деформирования материалов.

Примечание: Нелинейный расчет первого порядка является или упругим с соответствующими допущениями, или идеально упруго-пластическим (см. 1.5.6.8 и 1.5.6.9), или упруго-пластическим (см. 1.5.6.8 и 1.5.6.9), или жестко-пластическим (см. 1.5.6.11).

1.5.6.7 Нелинейный расчет второго порядка: конструктивный расчет, выполняемый на основе геометрии деформированной конструкции, с учетом особенностей нелинейного деформирования материалов.

Примечание: Нелинейный расчет второго порядка является или идеально упруго-пластическим, или упруго-пластическим.

1.5.6.8 идеальный упруго-пластический расчет первого порядка: конструктивный расчет, базирующийся на зависимости момент/кривизна, которая состоит из линейной части и следующей за ней пластической части без упрочнения, выполняемый на основе начальной геометрии конструкции.

1.5.6.9 идеальный упруго-пластический расчет второго порядка: конструкционный расчет, базирующийся на зависимости момент/кривизна, которая состоит из линейной части и следующей за ней пластической части без упрочнения, выполняемый на основе перемещенной (или деформированной) геометрии конструкции.

1.5.6.10 упруго-пластический расчет (первого или второго порядка): конструкционный расчет, в котором использованы зависимости напряжения-деформации или момент/кривизна, состоящие из линейно упругой части и следующей за ней пластической части с или без упрочнения.

Примечание: В общем, реализуется на основе начальной геометрии, но, также, может быть применен для перемещенной (или деформированной) геометрии конструкции.

1.5.6.11 жестко-пластический расчет: расчет, выполненный для начальной геометрии конструкции использующий расчеты на основе теорем предельного состояния для непосредственной оценки предельной нагрузки.

Примечание: Зависимость момент/кривизна принимается без учета упругих деформаций и упрочнения.

Весьма полезную реализацию этих общих определений в приложении к расчету конкретных конструкций можно проследить на примере EN 1993-1-

6:2007, в котором для стальных оболочек наряду с определениями видов расчетов даны рекомендации по их применению:

1.3.5.3. линейно-упругий расчет (LA):Расчетом определяется поведение тонкостенной оболочечной конструкции на основе теории линейно-упругого изгиба оболочки при деформациях, малых по отношению к идеальной геометрии срединной поверхности оболочки.

1.3.5.4. линейно-упругий бифуркационный расчет (собственного значения) (LBA):Расчет, которым оценивается линейное бифуркационное собственное значение для тонкостенной оболочечной конструкции на основе теории линейно-упругого изгиба оболочки при деформациях, малых по отношению к идеальной геометрии срединной поверхности оболочки. Следует указать, что упомянутое линейное бифуркационное собственное значение не относится к формам собственных колебаний.

1.3.5.5. геометрически нелинейный упругий расчет (GNA):Расчет на основе теории изгиба оболочки для идеальной конструкции с учетом линейно-упругих характеристик материала и нелинейной теории больших деформаций для перемещений, которые полностью учитываются при любом изменении геометрии вследствие воздействий на оболочку. На каждом этапе нагружения проводится проверка линейного бифуркационного собственного значения.

1.3.5.6. физически нелинейный расчет (MNA):Расчет, базирующийся на теории изгиба оболочек для идеальной конструкции с использованием допущений о малых деформациях, но с учетом нелинейных упруго-пластических характеристик материала.

1.3.5.7. геометрически и физически нелинейный расчет (GMNA):Расчет, основанный на теории изгиба оболочек для идеальной конструкции с использованием допущений нелинейной теории больших деформаций для перемещений с учетом нелинейных упруго-пластических характеристик материала. На каждом уровне нагружения выполняется проверка линейного бифуркационного собственного значения.

1.3.5.8. геометрически нелинейный упругий расчет с учетом дефектов (GNIA):Расчет с учетом дефектов, подобный расчету (GNA), но с использованием модели геометрии конструкции, описывающей неидеальную форму (а именно, геометрия срединной поверхности имеет непредусмотренные отклонения от идеальной формы). Дефект также может учитывать эффекты отклонений в граничных условиях и эффект остаточного напряжения. На каждом уровне нагружения выполняется проверка линейного бифуркационного собственного значения.

1.3.5.9. геометрически и физически нелинейный расчет с учетом дефектов (GMNIA):Расчет с учетом дефектов, базирующийся на принципах теории изгиба оболочки в случае неидеальной конструкции (а именно, геометрия срединной поверхности имеет непредусмотренные отклонения от идеальной формы), включая нелинейную теорию больших деформаций для перемещений, которая полностью учитывает любое изменение геометрии вследствие воздействия на оболочку, и нелинейные характеристики упруго-пластического материала. Дефект также может учитывать эффекты отклонений в граничных условиях и эффект остаточного напряжения. На каждом уровне нагружения выполняется проверка линейного бифуркационного собственного значения.

Таблица 3.2 - Типы расчетов оболочек

Тип расчета	Теория оболочек	Поведение материала	Геометрия оболочки
Мембранная теория оболочек	Мембранное равновесие	не учитывается	идеальная
Линейный упругий расчет оболочки (LA)	Линейный изгиб и растяжение	линейное	идеальная
Линейный упругий	Линейный изгиб и растяжение	линейное	идеальная

бифуркационный расчет (LBA)	яжение		
Геометрически нелинейный упругий расчет (GNA)	нелинейная	линейное	идеальная
Физически нелинейный расчет (MNA)	линейная	нелинейное	идеальная
Геометрически и физически нелинейный расчет (GMNA)	нелинейная	нелинейное	идеальная
Геометрически нелинейный упругий расчет с учетом дефектов (GNIA)	нелинейная	линейное	неидеальная
Геометрически и физически нелинейный расчет с учетом дефектов (GMNIA)	нелинейная	нелинейное	неидеальная

На необходимость учета отмеченных факторов в расчетах большепролетных пространственных систем указывает в своих работах один из видных российских специалистов в этой области П.Г. Еремеев[34]: *«Разработка проектов уникальных большепролётных сооружений требует специальных знаний, таких как: нагрузочные факторы, статическая и динамическая реакция сооружений на различные сочетания нагрузок и воздействий, устойчивость системы в целом и отдельных структурных элементов, учёт физической и геометрической нелинейности, кратковременная и длительная ползучесть, надёжность и запасы прочности материалов, параметрическая чувствительность конструктивной системы в зависимости от типа и степени статической неопределимости и т.п.»*, а также: *«В большинстве случаев расчёты уникальных большепролётных сооружений выполняются в геометрически нелинейной постановке. Расчёты рекомендуется выполнять с учётом неупругих деформаций, деформаций усадки и ползучести бетона, приводящие к изменению геометрии системы в процессе длительной эксплуатации. Кроме того, в железобетонных элементах следует учитывать образование трещин на участках, где она работает на внецентренное сжатие с большими эксцентриситетами, приводящее к местному снижению его изгибной жёсткости и соответственно величин изгибающих моментов. При учёте неупругих деформаций расчёт выполняется в физически нелинейной постановке. В нелинейных расчётах не применим принцип независимости действия сил, систему приходится рассчитывать на одновременное совместное воздействие различных сочетаний нагрузок, учитывающих, в том числе, последовательность монтажа конструкций и изменяющуюся при этом расчетную схему»*.

Учет *генетической* и *конструктивной* нелинейности при расчете тонкостенных мембранных конструкций связан с изменением расчетной схемы сооружения в процессе монтажа и эксплуатации:

- вследствие изменения, в частности, соотношения длин сторон оболочки в процессе ее формирования;
- возможностью восприятия сжимающих усилий тонким листом.

Учет изменения расчетной схемы

Учет влияния изменения расчетной схемы конструкции в процессе формирования оболочки является очень важным моментом при создании мембранных оболочек большепролетных покрытий. Для указанных систем вследствие их геометрически нелинейного характера работы практически неприменим принцип суперпозиции, или возможно его применение при рассмотрении довольно значительного числа промежуточных расчетных схем. Разработка этого вопроса является весьма трудоемкой и многовариантной задачей. В целом в настоящее время уровень изученности вопросов технологии возведения мембранных покрытий отстает от разработок в области создания и проектирования самих конструктивных решений таких систем.

Для учета последовательности монтажа в расчетах строительных тонколистовых металлоконструкций рассмотрим подход, при котором возможно выявить изменения напряженно-деформированного состояния конструкции, соответствующие изменениям расчетной схемы в процессе монтажа и эксплуатации.

В этом случае на первом этапе расчета задается расчетная схема, соответствующая конечному состоянию конструкции, однако жесткостные характеристики отсутствующих элементов принимаются равными нулю, а узлы, соединяющие отсутствующие элементы, – закрепленными от перемещений. Нагрузки, приложенные в эти узлы принимаются равными нулю. Расчет напряженно-деформированного состояния конструкции выполняется с учетом геометрической нелинейности в соответствии с алгоритмом, приведенным на рис. 3.12. В случае изменения расчетной схемы конструкции (изменения характера и величины нагрузок, добавления или выключения элементов из работы, изменения граничных условий) на нулевые строки записываются действительные значения жесткостных характеристик (или другая соответствующая информация), и выполняется расчет скорректированной расчетной схемы с учетом значений усилий и перемещений, полученных в результате расчета предыдущей расчетной схемы.

Необходимость расчетов большепролетных покрытий мембранного типа с учетом изменений в расчетной схеме конструкции, которые происходят в

процессе монтажа на различных этапах формирования оболочки, видна из данных сравнительной таблицы 3.3 в которой приведены результаты расчетов для первоначально плоского мембранного покрытия на квадратном плане размером $2a \times 2a = 60 \times 60$ м и суммарной равномерно-распределенной нагрузкой $q = 2,5$ кН/м², опирающегося на колонны, расположенные по периметру покрытия с шагом 6м. Толщина мембраны – 4 мм, начальная стрела провисания $f = 2a / 30 = 2$ м.

Таблица 3.3 – Результаты сравнительных расчетов с учетом и без учета последовательности монтажа оболочки покрытия

Параметр	Без учета этапов монтажа	С учетом этапов монтажа		Уточнение, % (3–4)
		Данные [138], учет 2-х этапов	Данные автора (учет 6-ти этапов)	
w_{max} , м	0,576	1,597	1,506	–5,7
$M_{ок. угл}$, кНм	9890	10354	5179	–50
$M_{ок. центр}$, кНм	1148,1	2350	3334	+41,9
$N_{ок. угл}$, кН	536	4302	6230	+44,8
$N_{ок. центр}$, кН	9945	8258	7670	–7,1
$\sigma_{x,y, max}$, МПа	231,5	165,4	65,74	–60,1
$\tau_{xy, max}$, МПа	149,4	122,5	34,47	–71,9

На примере большепролетных мембранных покрытий рассмотрим влияние последовательности монтажа на напряженно-деформированное состояние формируемых оболочек нулевой кривизны. В общем случае система безразмерных жесткостных и геометрических варьируемых параметров может быть представлена величинами $\bar{D}_1^{hor}, \bar{D}_2^I, \bar{D}_2^{II}, \bar{D}_{1x}^{hor}, \bar{D}_x^{hor}$.

$$\bar{D}_{1x}^{hor} = \frac{EI_k^{hor,x}}{Eta^3}, \quad \bar{D}_2^{hor} = \frac{a^2}{Rt}, \quad \bar{D}_x^{hor} = \frac{EA_k}{EtR}$$

$$\text{При } a \neq b: \quad \bar{D}_{1x}^{hor} = \frac{EI_k^{hor,x}}{Et b^3}, \quad \bar{D}_x^{hor} = \frac{EA_k}{EtR} \cdot \frac{a}{b}$$

Рекомендуемые значения безразмерных параметров изгибной и продольной жесткости опорного контура ($\bar{D}_1^{hor}, \bar{D}_{1x}^{hor}, \bar{D}_x^{hor}$) приведены в ряде наших работ. Значения геометрического параметра $\bar{D}_2^I$, как показывает простейший анализ, при значениях: $2b = 36 - 100$ м, $R = 46,8 - 252,5$ м, $t = 2-4$ мм – находятся в пределах 1782–4807.

Для указанных значений варьируемых безразмерных жесткостных и геометрических параметров выполнено исследование влияния их изменчивости на НДС цилиндрической оболочки покрытия. При исследовании, в соответствии с рекомендациями [43, 44], учитывались следующие этапы монтажа (см. рис. 3.13): 1 – навеска элементов постели; 2–4 – раскатка рулонов

мембраны; 5 – нагрузка от веса кровли ($q = 0,8$ кПа); 6 – снеговая нагрузка ($s = 1,4$ кПа).

Результаты проведенных исследований приведены в таблице 3.4, а также на рис. 3.13...3.16. Анализ данных, представленных в указанных таблицах и рисунках, позволяет сформулировать следующие выводы:

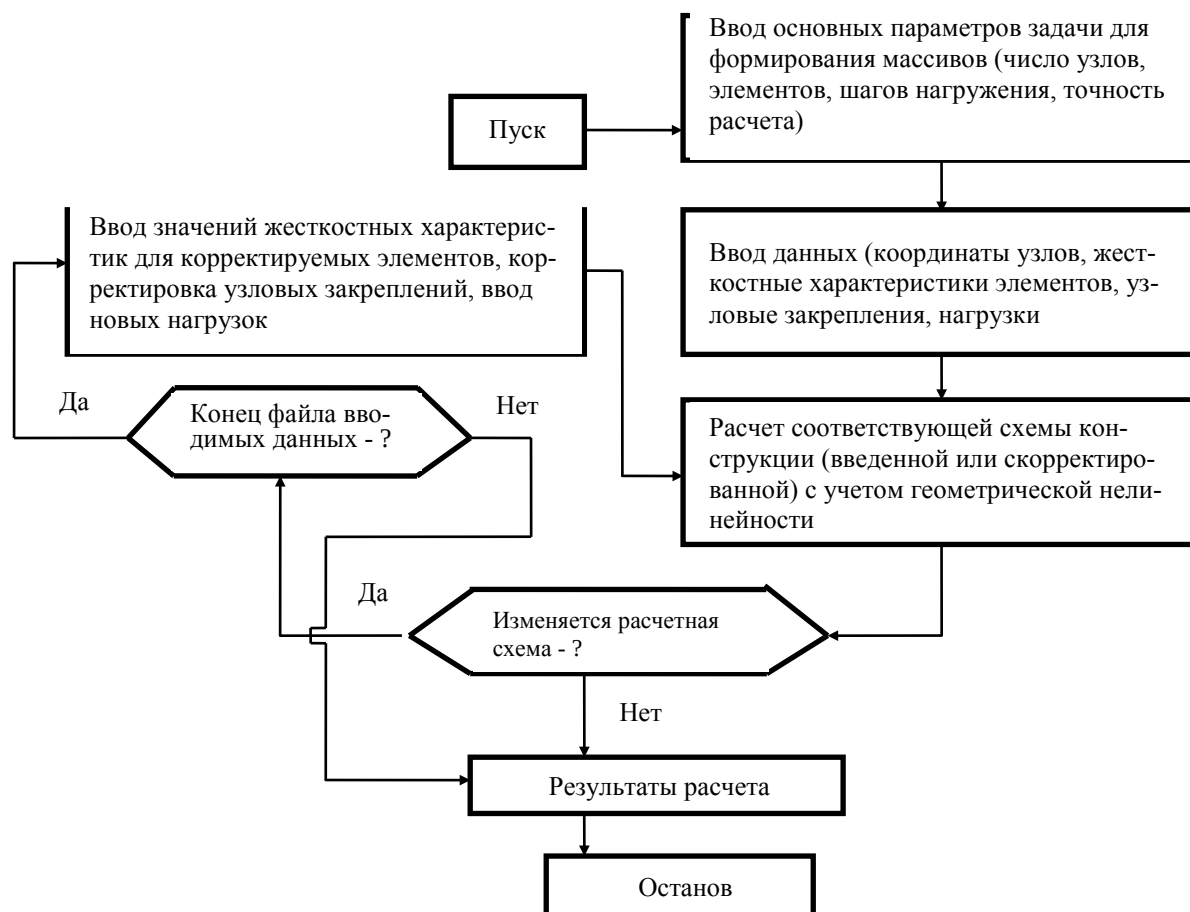


Рис. 3.12. Алгоритм расчета конструкции с учетом изменения расчетной схемы

- Для конструкций, расположенных на недеформируемом опорном контуре:
 - точки наибольших прогибов и напряжений находятся в центре покрытия;
 - конечные прогибы конструкции, рассчитанной с учетом последовательности монтажа, на 20–40 % больше прогибов, вычисленных путем расчета традиционной конечной расчетной схемы конструкции (меньшие значения относятся к большим значениям $\bar{D}_2'$);
 - напряжения в оболочке, вычисленные с учетом реальной последовательности монтажа, отличаются от первоначальных всего на 2,2–2,3 %, что несущественно.
- С ростом податливости опорного контура ($\bar{D}_1^{hor} = \infty \rightarrow 2,5 \cdot 10^{-3} \rightarrow 1,35 \cdot 10^{-4}$):

- точки наибольших прогибов смещаются в четверть пролета при расчете без учета последовательности монтажа и остаются в центре пролета при учете такой последовательности. Конечные прогибы, вычисленные с учетом последовательности монтажа в $\bar{\alpha} \approx 2$ раза (для жестких контуров) и $\bar{\alpha} \approx 3 \dots 3,5$ раза (для гибких) превышают прогибы, вычисленные традиционным способом. Это объясняется малой жесткостью конструкции в горизонтальной плоскости на первых этапах монтажа;
- точки наибольших приведенных напряжений находятся в угловых зонах конструкции для контуров, обладающих податливостью в горизонтальной плоскости. Величины σ_{np} , вычисленные с учетом или без учета последовательности монтажа, приблизительно равны (разница составляет $\bar{\beta} = 3 \dots 7$ %), что объясняется незначительной долей нагрузки от постели в общей массе нагрузок;
- резкий рост изгибающих моментов в горизонтальной плоскости для опорного контура ($\bar{\gamma} = 3,1 \dots 3,7$), по сравнению с традиционным расчетом конечной схемы конструкции, объясняется ее малой жесткостью в этой плоскости на первых этапах монтажа. Увеличение M_k сопровождается некоторым снижением N_k ($\bar{\omega} = 0,6 \dots 0,94$; см. данные таблицы 3.4).

Таблица 3.4– Поправочные коэффициенты для учета последовательности монтажа навесным способом (раскаткой рулонов мембраны)

План	Тип контура	Геометр. параметр $\bar{D}_2' = ab/(Rt)$	Поправочные коэффициенты			
			$\bar{\alpha}$	$\bar{\beta}$	$\bar{\gamma}$	$\bar{\omega}$
Прямо- уголь- ный	гибкий	1784	2,98	0,93	3,70	0,63
		4870	3,43	0,96	3,10	0,72
	жесткий	1784	1,33	0,82	1,22	0,77
		4870	1,44	0,87	1,29	0,92

$$1. \bar{\alpha} = \frac{\bar{W}_{\max, KH}}{\bar{W}_{\max, KL}}, \quad \bar{\beta} = \frac{\bar{\sigma}_{np, \max, KH}}{\bar{\sigma}_{np, \max, KL}}, \quad \bar{\gamma} = \frac{\bar{M}_{\max, KH}}{\bar{M}_{\max, KL}}, \quad \bar{\omega} = \frac{\bar{N}_{\max, KH}}{\bar{N}_{\max, KL}}$$

2. $\bar{D}_2' = ab/(Rt)$ – геометрический параметр цилиндрической оболочки на прямоугольном плане.

3. «KH» и «KL»– индексы для результатов расчета с учетом и без учета влияния навесного способа монтажа, соответственно.

4. Поправочные коэффициенты для покрытий с промежуточными значениями геометрических параметров допускается определять интерполяцией между приведенными в таблице соответствующими величинами.

3. Покрытие «работает геометрически линейно» после монтажа последней ленты покрытия для жестких контуров, и после монтажа постели – для гибких.

Таким образом, приведенная система поправочных коэффициентов может служить для учета влияния навесного способа монтажа на конечное напряженно-деформированное состояние большепролетного цилиндрического покрытия мембранного типа на прямоугольном плане. Приблизительно такой учет может быть выполнен посредством умножения величины характерного параметра, полученного из расчета конечной расчетной схемы покрытия (w – максимального прогиба, $\sigma_{np,max}$ – максимального значения приведенных напряжений в мембране, M_{max} , N_{max} – максимальных значений изгибающего момента и продольной силы в опорном контуре), на соответствующее значение одного из корректирующих коэффициентов $\bar{\alpha}, \bar{\beta}, \bar{\gamma}$ или $\bar{\omega}$.

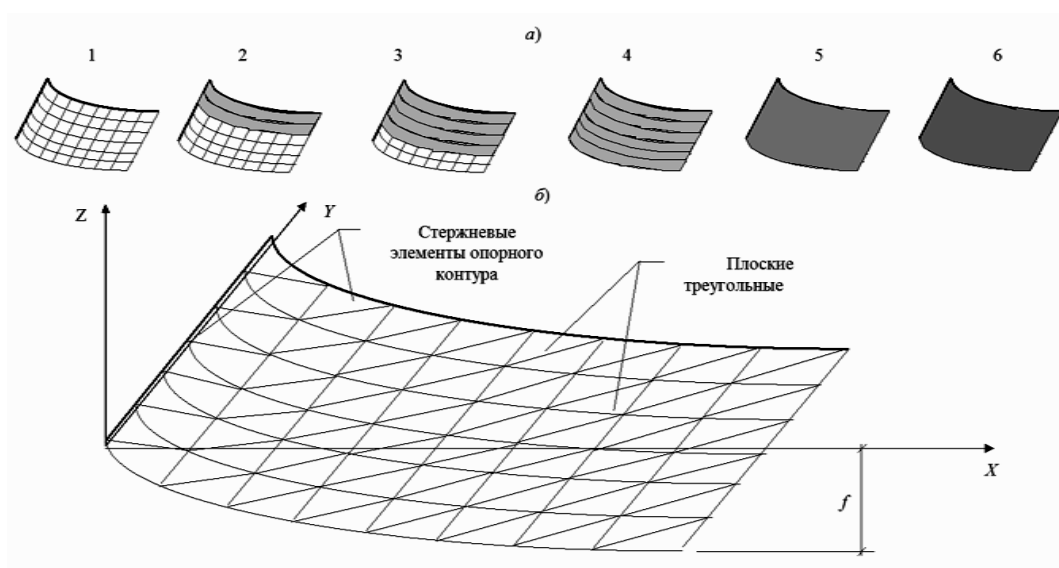


Рис. 3.13 К исследованию влияния последовательности монтажа на НДС цилиндрической оболочки покрытия: а) этапы монтажа, б) расчетная схема

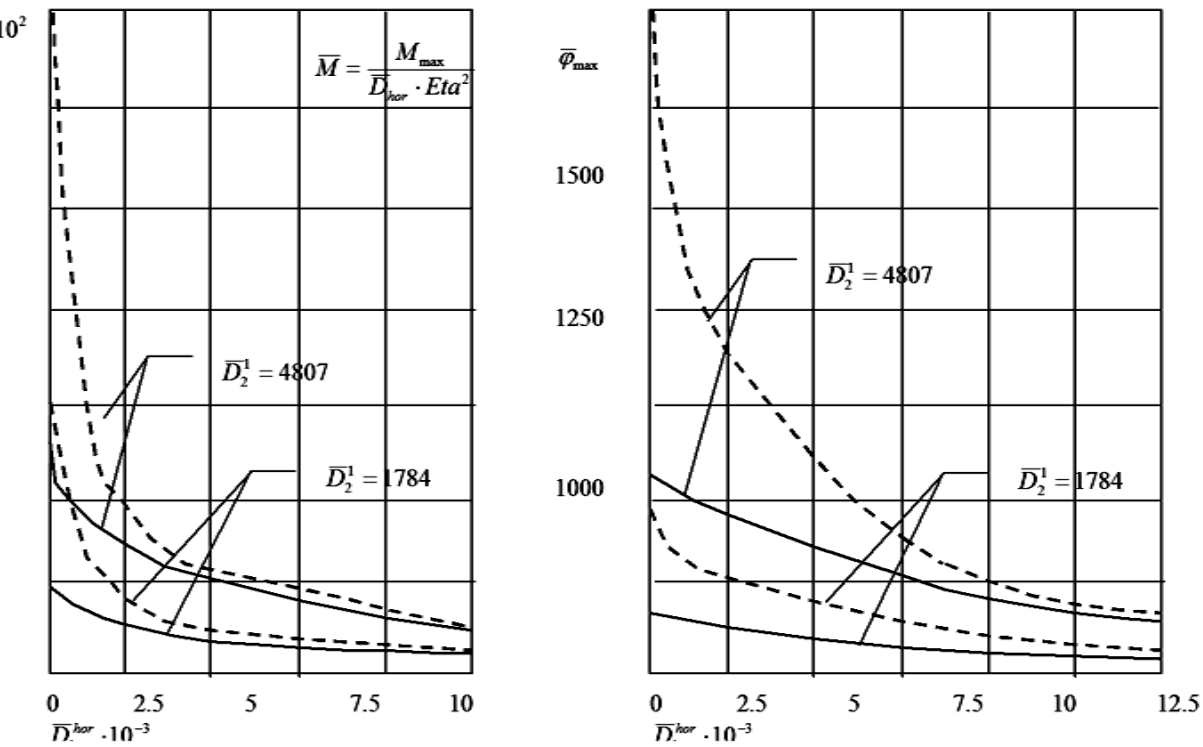


Рис. 3.14 Зависимость изменения относительного прогиба $\bar{\varphi}_{\max}$ и усилий в опорном контуре $\bar{M}$ от учета последовательности монтажа: — — — — без учета, — — — — с учетом, согласно рис. 3.13

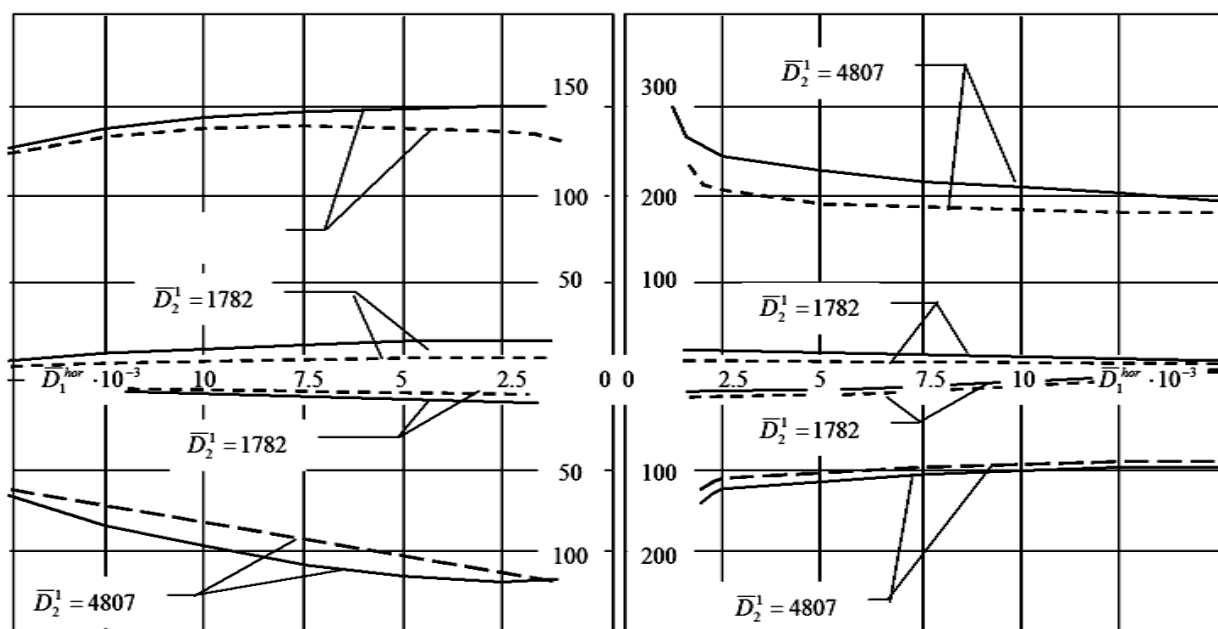


Рис. 3.15 Зависимость изменения относительных напряжений вследствие учета последовательности монтажа: ——— - без учета; — — — - с учетом, согласно рис. 3.13

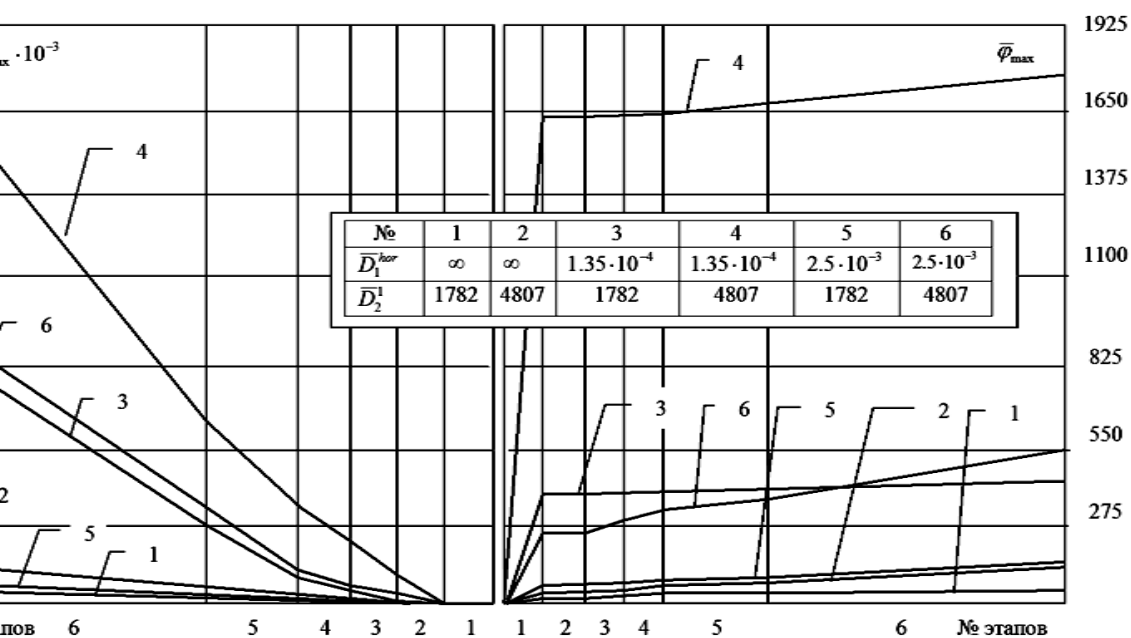


Рис. 3.16 Зависимость изменения максимальных относительных приведенных напряжений и относительного прогиба в соответствии с этапами монтажа согласно рис. 3.13

3.4 Приближенные (инженерные) методы расчета НДС большепролетных покрытий в форме пологих оболочек (на примере мембранных покрытий)

3.4.1 Аналитический метод расчета висячих оболочек положительной гауссовой кривизны на круглом плане[33]

В провисающих тонколистовых покрытиях на круглом плане напряженно-деформированное состояние зависит от начальной геометрии поверхности оболочки. При радиально-кольцевом расположении элементов и трапецевидной форме полотнищ меридиан очерчен по кривой, близкой к кубической параболе. При этом радиальные усилия возрастают от контура к центру покрытия.

Приближенный расчет провисающих мембранных покрытий основан на безмоментной теории пологих оболочек и осуществляется в зависимости от безразмерного параметра $\bar{S} >$ относительной продольной жесткости контура $\bar{K}$ и коэффициента β , определяющего форму поверхности:

$$\bar{S} = 0,125 \frac{q}{E} \frac{R}{t} \left(\frac{R}{f_0} \right)^3; \quad \bar{K} = \frac{(EA)k}{EtR}; \quad \beta = \frac{q_1}{q_2}, \quad (3.54)$$

где q , - суммарная равномерно распределенная нагрузка, действующая на покрытие от собственного веса и технологического оборудования q , а также от снега ν , кН/м²;

E - модуль упругости материала оболочки и стального контура, равный $2,06 \times 10^8$ кН/м²;
 R, f_0, t - соответственно радиус покрытия, начальная стрела провиса оболочки и ее толщина, м; A - площадь поперечного сечения опорного контура, м²; q_1, q_2 - интенсивность трапецевидной нагрузки на радиальный элемент "постели" при монтаже оболочки (рис. 3.17), включающая, как правило, вес мембранных полотнищ q_m , кН/м², и собственный вес "постели" q_n , кН/м:

$$\begin{aligned} q_1 &= q_m l_{ny} + q_n; \\ q_2 &= q_m l_{нк} + q_n \end{aligned} \quad (3.55)$$

Прогиб в центре мембранной оболочки определяется по формуле

$$W_y = -0,5 f_0 \cdot \frac{C}{B} + \sqrt{\left(0,5 f_0 \frac{C}{B} \right)^2 + \frac{GqR^4}{BEtf}}, \quad (3.56)$$

где коэффициенты определяются зависимостями

$$A = \frac{1 + \bar{K}(4n - 1,3)}{8 \cdot (2n - 1)}; \quad (3.57)$$

$$B = \frac{1 + \bar{K}(3n + 0,7)}{n(n + 2)}; \quad C = \frac{4[1 + \bar{K}(2n + 2,7)]}{(n + 1) \cdot (n + 2)^2};$$

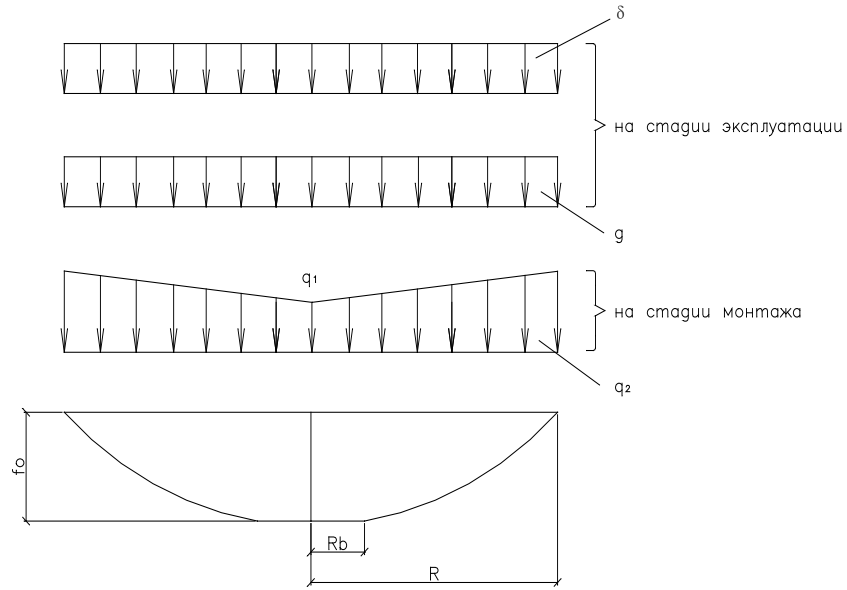


Рис. 3. 17 Схема монтажных и эксплуатационных нагрузок, действующих на покрытие

$$G = \frac{1+0,7\bar{K}}{n(n+2)}; n = \frac{2 \cdot \bar{S}^2 + 8,8 \cdot \bar{S} + 0,7}{\bar{S}^2 + 3,5\bar{S} + 0,03} + \frac{0,1}{\bar{K}}.$$

Поскольку очертание оболочки отличается от меридиана с квадратной параболой, то фактический прогиб составит

$$W_{u,\phi} = K_1 W_u, \quad (3.58)$$

$$K_1 = 1 + \frac{0,385 \cdot 0,282 \sqrt{\sqrt[3]{\bar{K}}}}{\bar{S}^{0,65}} (1 - \beta^{1,6})$$

После определения прогиба в центре оболочки нормальные цепные напряжения в центре оболочки σ_u и в месте примыкания к контуру $\sigma_{1,K}$ (радиальные) и $\sigma_{2,K}$ (кольцевые) находят по формулам:

$$\sigma_u = K_2 \cdot \frac{EW_u}{R^2} \left[\frac{2f_0}{n+2} \cdot \frac{1+\bar{K}(n+0,7)}{1+0,7\bar{K}} + \frac{nW_u}{8(n-1)} \cdot \frac{1+\bar{K}(2n-1,3)}{1+0,7\bar{K}} \right];$$

$$\sigma_{1,K} = K_3 \cdot \frac{n\bar{K}}{1+0,7\bar{K}} \cdot \frac{EW_u}{R^2} \cdot \left(\frac{2f_0}{n+2} + \frac{W_u}{4} \right); \sigma_{2,K} = \sigma_{1,K} \left(0,3 - \frac{1}{\bar{K}} \right). \quad (3.59)$$

В формулах (3.59)

$$K_2 = 1 + \frac{0,051(1-\beta^{1,6})}{\bar{S}^{0,65}}; K_3 = 1 - \frac{0,092}{\bar{S}^{0,25}} (1 - \beta^{1,6})$$

Сжимающие усилия в наружном опорном контуре N_{KH} и растягивающие во внутреннем кольце N_{KB} соответственно равны

$$N_{KH} = -\sigma_{1,K} \cdot t \cdot R; \quad (3.60)$$

$$N_{KB} = \left[\sigma_{1,K} R_g + \sigma_y (R - R_g) \right] t \cdot \frac{R_g}{R} \quad (3.61)$$

где R, R_b - радиусы наружного контура и внутреннего кольца (рис. 3.17), принимаемого равным $(1/8 \dots 1/10) R$.

При ломаном очертании опорного контура в его горизонтальной плоскости возникают изгибающие моменты:

$$M_{\Gamma, on} = -0,083 \cdot \sigma_{1,K} \cdot t \cdot l_k^2; \quad (3.62)$$

$$M_{\Gamma, np} = 0,042 \cdot \sigma_{1,K} \cdot t \cdot l_k^2; \quad (3.63)$$

где $M_{\Gamma, on}, M_{\Gamma, np}$ - опорный и пролетный моменты в горизонтальной плоскости прямолинейного участка ломаного наружного опорного контура; l_k - длина прямолинейного участка контура.

Значения изгибающих моментов из плоскости контура, опертого на стойки:

$$M_{B, on} = -0,083(0,5qR + g_k)l_e^2, \quad (3.64)$$

$$M_{B, np} = -0,042(0,5qR + g_k)l_e^2, \quad (3.65)$$

где $M_{B, on}, M_{B, np}$ - изгибающие моменты в вертикальной плоскости наружного опорного контура под стойками (колоннами) и в пролете между ними; q - равномерно распределенная нагрузка по поверхности покрытия; g_k - нагрузка от собственного веса опорного контура; l_e - шаг стоек.

Следует отметить, что для покрытий на круглом и овальном (с соотношением главных осей менее 1,5) плане учет податливости опорного контура не меняет качественной картины напряженно-деформированного состояния основных несущих конструкций, в отличие от покрытий на квадратном и прямоугольном плане, и приводит к уточнению величин расчетных характеристик в пределах 8...15 %.

Пример расчета мембранного покрытия на круглом плане

Исходные данные: диаметр покрытия - 66м, центрального кольца - 7,4 м и расчетная равномерно распределенная нагрузка от собственного веса покрытия и технологического оборудования $q = 1.0 \text{ кН/м}^2$, расчетная снеговая нагрузка $v = 1.6 \text{ кН/м}^2$.

Опорный контур выполнен в виде сварных горизонтально расположенных стальных двутавров длиной $l_k = 12.2 \text{ м}$, опирающихся на колонны с шагом $l_c = 6.1 \text{ м}$.

Материал мембраны - сталь С 345 (с расчетным сопротивлением $R_y = 335 \text{ МПа}$); опорного контура - С 390 (с расчетным сопротивлением $R_y = 380 \text{ МПа}$). Монтаж покрытия ведется на проектной отметке по радиально-кольцевой системе элементов "постели" сечением

радиальных элементов 300х4мм, шаг элементов "постели" у контура $I_{\text{пк}} = 6.1 \text{ м}$, у опорного кольца $I_{\text{пц}} = 0.7 \text{ м}$.

Суммарная равномерно распределенная нагрузка, действующая на покрытие:

$$q = g + V = 1,0 + 1,6 = 2,6 \text{ кН/м}^2$$

Используя данные [49] вычисляем значения параметров покрытия с учетом существующего сортамента металлопроката (см. табл. 3.5).

Таблица 3.5 – Начальные геометрические и жесткостные характеристики проектируемой конструкции

Определяемый параметр	Единица измерения	Вычисление параметра $x = a + bg + cg^2$	Принятые значения
t	мм	$0.6 + (0.41 \cdot 2.6) = 1.13$	2,0
h _с	см	$57.0 + (30.7 \cdot 2.6) - (2.4 \cdot 2.6^2) = 120.6$	2,0
b _п	см	$17.6 + (17.2 \cdot 2.6) - (1.6 \cdot 2.6^2) = 51.5$	50
t _с	мм	$6.4 + (1.2 \cdot 2.6) = 9.52$	10
t _п	мм	$15.0 + (2.4 \cdot 2.6) = 21.2$	22
f ₀	см	$188 - (10.6 \cdot 2.6) + (2.7 \cdot 2.6^2) = 177$	180

По формулам (3.54) определяем значения относительных параметров, предварительно вычислив интенсивность трапецевидной нагрузки на радиальный элемент "постели", в зависимости от собственного веса мембраны толщиной 2 мм ($q_m = 0.16 \text{ кН/м}^2$) и элементов "постели" сечением 300 х 4мм ($q_n = 0.09 \text{ кН/м}$):

$$q_1 = 0,16 \cdot 0,7 + 0,09 = 0,20 \text{ кН/м}; q_2 = 0,16 \cdot 6,1 + 0,09 = 1,07 \text{ кН/м};$$

$$\bar{S} = 0,125 \cdot \frac{2,6}{2,06 \cdot 10^8} \cdot \frac{33}{0,002} \cdot \left(\frac{33}{18} \right)^3 = 0,160.$$

Площадь поперечного сечения опорного контура

$$A_K = 2 \cdot 0,5 \cdot 0,022 + 1,2 \cdot 0,01 = 0,034 \text{ м}^2;$$

$$\bar{K} = \frac{2,06 \cdot 10^8 \cdot 0,034}{2,06 \cdot 10^8 \cdot 0,002 \cdot 33} = 0,52; \beta = \frac{0,20}{1,07} = 0,19.$$

Прогиб в центре мембранной оболочки определяется по формуле (3.56);

$$n = \frac{2 \cdot 0,16^2 + 8,8 \cdot 0,16 + 0,7}{0,16^2 + 3,5 \cdot 0,16 + 0,03} + \frac{0,1}{0,52} = 3,70;$$

$$A = \frac{1 + 0,52 \cdot (4 \cdot 3,70 - 1,3)}{8 \cdot (2 \cdot 3,70 - 1)} = 0,16; B = \frac{1 + 0,52 \cdot (3 \cdot 3,70 + 0,7)}{3,70 \cdot (3,70 + 2)} = 0,34;$$

$$C = \frac{4[1 + 0,52 \cdot (2 \cdot 3,70 + 2,7)]}{(3,70 + 1) \cdot (3,70 + 2)^2} = 0,16; G = \frac{1 + 0,7 \cdot 0,52}{3,70 \cdot (3,70 + 2)} = 0,06;$$

$$W_y = -0,5 \cdot 1,8 \cdot \frac{0,16}{0,34} + \sqrt{\left(0,5 \cdot 1,8 \cdot \frac{0,16}{0,34} \right)^2 + \frac{0,06 \cdot 2,6 \cdot 33^4}{0,34 \cdot 2,06 \cdot 10^8 \cdot 0,002 \cdot 1,8}} = 0,49 \text{ м}.$$

Фактический прогиб оболочки

$$K_1 = 1 + \frac{0,385 \cdot 0,282 \sqrt{1/0,52}}{(0,16)^{0,65}} \cdot (1 - 0,19^{1,6}) = 1,20;$$

$$W_{\psi, \phi} = 1,20 \cdot 0,49 = 0,59 \text{ м.}$$

Напряжения в центре оболочки, радиальные и кольцевые в месте примыкания к контуру

$$K_2 = 1 + \frac{0,051 \cdot (1 - 0,19^{1,6})}{(0,16)^{0,65}} = 1,16; K_3 = 1 - \frac{0,092}{(0,16)^{0,25}} \cdot (1 - 0,19^{1,6}) = 0,86;$$

$$\sigma_{\psi} = 1,16 \cdot \frac{2,06 \cdot 10^8 \cdot 0,49}{33^2} \cdot \left[\frac{2 \cdot 1,8}{3,70 + 2} \cdot \frac{1 + 0,52 \cdot (3,70 + 0,7)}{1 + 0,7 \cdot 0,52} + \frac{3,70 \cdot 0,49}{8 \cdot (3,70 - 1)} \cdot \frac{1 + 0,52 \cdot (2 \cdot 3,70 - 1,3)}{1 + 0,7 \cdot 0,52} \right] =$$

$$191387 \quad \kappa H / \text{м}^2 = 191 \quad \text{МПа}$$

$$\sigma_{1,K} = 0,86 \cdot \frac{3,7 \cdot 0,52}{1 + 0,7 \cdot 0,52} \cdot \frac{2,06 \cdot 10^8 \cdot 0,49}{33^2} \cdot \left(\frac{2 \cdot 1,8}{3,7 + 2} + \frac{0,49}{4} \right) = 84783 \kappa H / \text{м}^2 = 84,8 \text{ МПа};$$

$$\sigma_{2,K} = 84783 \cdot \left(0,3 - \frac{1}{0,52} \right) = -137609 \kappa H / \text{м}^2 = -137,6 \text{ МПа.}$$

Сжимающие усилия в наружном опорном контуре и растягивающие усилия во внутреннем кольце определяются по формулам (3.60) и (3.61):

$$N_{KH} = 84783 \cdot 0,002 \cdot 33 = 5595,6 \kappa H;$$

$$N_{KB} = [8783 \cdot 3,7 + 191387 \cdot (33 - 3,7)] \cdot 0,002 \cdot \frac{3,7}{33} = 1327,8 \kappa H.$$

Опорный и пролетный моменты в горизонтальной плоскости ломаного наружного опорного контура:

$$M_{\Gamma, on} = -0,083 \cdot 84783 \cdot 0,002 \cdot 12,2^2 = 2094,8 \kappa H \text{ м};$$

$$M_{\Gamma, np} = 0,042 \cdot 84783 \cdot 0,002 \cdot 12,2^2 = 1060,0 \kappa H \text{ м.}$$

Изгибающий момент из плоскости контура, над колоннами и в пролете между ними вычисляется по формулам (3.64) и (3.65).

Собственная масса контура определяется путем умножения площади поперечного сечения контура на плотность стали:

$$g_K = 0,034 \cdot 78,5 = 2,67 \kappa H / \text{м};$$

$$M_{\epsilon, on} = -0,083 \cdot (0,5 \cdot 2,6 \cdot 33 + 2,67) \cdot 6,1^2 = -140,7 \kappa H \text{ м};$$

$$M_{\epsilon, np} = 0,042 \cdot (0,5 \cdot 2,6 \cdot 33 + 2,67) \cdot 6,1^2 = 71,2 \kappa H \text{ м.}$$

Определяем напряжения в контуре с учетом его работы как элемента, подверженного действию осевой силы с изгибом в двух плоскостях:

$$I_x = \frac{120^3 \cdot 1}{12} + 2 \cdot 50 \cdot 2,2 \cdot (60 + 1,1)^2 = 965306 \text{ см}^4; I_y = \frac{120 \cdot 1^3}{12} + 2 \cdot \frac{50^3 \cdot 2,2}{12} = 45843 \text{ см}^4;$$

$$W_x = \frac{I_x}{h/2} = \frac{965306}{(60 + 2,2)} = 15519 \text{ см}^3; W_y = \frac{45843}{25} = 1834 \text{ см}^3$$

Напряжение в месте соединения элементов контура над опорой

$$\sigma = \frac{N_{KH}}{A_K} + \frac{M_{Г,он}}{W_x} + \frac{M_{в,он}}{W_y} = \frac{5595,6}{340} + \frac{209480}{15519} + \frac{14070}{1834} =$$

$$= 16,46 + 13,50 + 7,67 = 37,63 \text{ кН/см}^2 = 376,3 \text{ МПа} < R_y = 380 \text{ МПа}$$

То же, в пролете

$$\sigma = \frac{N_{KH}}{A} + \frac{M_{Г,пр}}{W_x} + \frac{M_{в,он}}{W_y} = \frac{5595,6}{340} + \frac{106000}{15519} + \frac{14070}{1834} =$$

$$= 16,46 + 6,83 + 7,67 = 30,96 \text{ кН/см}^2 = 309,6 \text{ МПа}$$

3.4.2 Аналитический метод расчета висячих оболочек на плоском прямоугольном плане[33]

Пролетная конструкция мембранных покрытий может быть первоначально плоской или провисающей. В первом случае конструкция собирается на подмостях или на спланированной поверхности земли (с последующим подъемом на проектную отметку). Во втором случае мембранные полотна устанавливаются на систему взаимноортогональных элементов "постели", имеющих заданную стрелу провиса.

Первоначально плоские мембранные покрытия после раскручивания или подъема провисают под действием собственного веса. Форма образующейся при этом поверхности и стрела провиса покрытия зависят от избыточной площади поверхности мембраны, деформаций мембраны и контура. При этом стрела провиса первоначально плоского покрытия может быть относительно большой, что должно учитываться при расчете (рекомендуется начальную стрелу провиса в расчетах принимать не менее 1/60 пролета).

В провисающих тонколистовых покрытиях на плоском прямоугольном контуре возникает система нормальных N_x , N_y и касательных N_{xy} усилий в мембране, а также сжимающих усилий N_k , изгибающих M_x , M_y моментов в опорном контуре.

Контур рекомендуется проверять расчетом в двух сечениях по его длине - в середине стороны покрытия и в местах окончания распорок. Поперечное сечение контура следует подбирать по усилиям в середине стороны покрытия, с

усилением его в углах с помощью установки дополнительных накладок. Усилия сжатия в опорном контуре возрастают от углов покрытия к центру за счет передачи с мембраны на контур касательных усилий. Уменьшение изгибной жесткости контура в плоскости покрытия снижает изгибающие моменты. Причем снижение изгибающих моментов в пролете контурного элемента опережает снижение этих же значений в углах контура.

Показатели относительных жесткостных характеристик опорного контура, определенные в разделе 2, окончательно рекомендуется принимать с учетом ограничений

$$\bar{K} \geq 0,5; \bar{n} \geq 2,5 \cdot 10^{-5}.$$

В противном случае мембранная пролетная конструкция, прикрепленная по всему периметру к замкнутому опорному контуру, не обеспечит его устойчивость в плоскости мембраны.

Расчет покрытия проводится в зависимости от безразмерных параметров

$$\bar{n} = \frac{(EI)_K}{Et a^3}; \bar{n}_e = \frac{(EI)_K}{Et(a - a_e)^3}; \bar{f} = \frac{qa}{Et} \left(\frac{a}{f_0} \right)^3; \bar{K} = \frac{(EA)_K}{Eta}, \quad (3.64)$$

где $(EI)_K$ и $(AE)_K$ – изгибная и продольная жесткость контура; E , t – модуль упругости и толщина мембраны; a – половина пролета покрытия; q – равномерно распределенная нагрузка на покрытие; f_0 – начальная стрела провиса; a_b – размер распорки в плане.

Напряжения, перемещения и усилия в элементах мембранного покрытия на квадратном плане нужно вычислять по следующим формулам.

1. Прогиб в центре мембраны

$$W_0 = \alpha_1 \times \alpha_{1f} \times \alpha_{1e} \sqrt[3]{qa^4/Et}; \quad (3.65)$$

$$\alpha_1 = \left(1,02 + \frac{0,26}{K^{-0,55}} \right) \cdot 0,6^{\sqrt[4]{100\bar{n}}}; \quad (3.66)$$

$$\alpha_{1f} = 1,38 \cdot (0,52)^{\sqrt[3]{1/\bar{f}}}; \quad (3.67)$$

$$\alpha_{1e} = 0,85. \quad (3.68)$$

2. Максимальное напряжение в мембране, возникающее в точке, расположенной на диагонали покрытия, отстоящей от угла на расстоянии $a/4$;

$$\sigma_{\max} = \gamma_1 \cdot \gamma_{1f} \cdot \gamma_{1e} \cdot \sqrt[3]{q^2 a^2 E/t^2}; \quad (3.69)$$

$$\gamma_1 = 1,22 \cdot 0,82^{\sqrt[4]{\bar{K}}} \cdot 0,055^{\sqrt[4]{\bar{n}}}; \quad (3.70)$$

$$\gamma_{1f} = 1,02 - 0,085(\bar{f})^{-0,426}; \quad (3.71)$$

$$\gamma_{1e} = 0,85. \quad (3.72)$$

3. Максимальные изгибающие моменты в горизонтальной плоскости опорного контура:

а) в середине стороны

$$M_{1x} = \beta_1 \cdot \beta_{1f} \cdot \beta_{1e} \cdot (EI)_K \sqrt[3]{q^2 / (E^2 t^2 a)}; \quad (3.73)$$

$$\beta_1 = \sqrt{7,3/\bar{K} + 9,05} - 105,0 \cdot \bar{n} / \bar{K}^{1,42}$$

при $0,00001 \leq \bar{n} \leq 0,001$;

$$\beta_1 = 0,108^{10\bar{n}} \cdot 0,043^{10\bar{n}\sqrt[3]{1/\bar{K}}} \cdot \sqrt{4,8/\bar{K} + 11} + 0,8 \cdot 0,93^{1/\bar{n}} \quad (3.74)$$

при $0,001 \leq \bar{n} \leq 0,1$;

$$\beta_{1f} = 0,895 + 0,244(\bar{f})^{-0,29}; \quad (3.75)$$

$$\beta_{1e} = 0,99 + 0,0008\sqrt{1/\bar{n}_e} \quad (3.76)$$

б) в месте примыкания к распорке (в углу покрытия)

$$M_{2x} = \beta_2 \cdot \beta_{2f} \cdot \beta_{2e} \cdot (EI)_K \sqrt[3]{q^2 / (E^2 t^2 a)} \quad (3.77)$$

$$\beta_2 = 128 \cdot 0,92^{1/\bar{K}} / (10^5 \bar{n})^{(0,26 - 0,024/\bar{K})} \quad (3.78)$$

при $0,00001 \leq \bar{n} \leq 0,0002$;

$$\beta_2 = 0,54/\bar{n}^{0,55} + 6,16 \cdot 0,933^{1/\bar{n}}$$

при $0,0002 \leq \bar{n} \leq 0,1$;

$$\beta_{2f} = 1,02 - 0,057(\bar{f})^{-0,45}; \quad (3.79)$$

$$\beta_{2e} = 0,61 + 0,022\sqrt[3]{\bar{n}_e}. \quad (3.80)$$

4. Усилия сжатия в опорном контуре:

а) в середине стороны

$$N_{1K} = \beta_3 \cdot \beta_{3f} \cdot (EA)_K \sqrt[3]{\left(\frac{qa}{Et}\right)^2}; \quad (3.81)$$

$$\beta_3 = 1,4 \cdot 0,225^{\bar{K}} - 2,3 \cdot 0,2^{(\bar{K}^{2,5})} \cdot \bar{n}^{0,35} + 0,81 \cdot 0,19^{(\bar{K}^{3,5})} \cdot 0,5^{0,1/\bar{n}} \quad (3.82)$$

при $0,2 \leq \bar{k} \leq 1$;

$$\beta_3 = 0,29 / \bar{K}^{0,78} - 0,0215 \cdot 20^{\sqrt{1/\bar{K}}} \cdot \bar{n}^{0,35} + 0,02 \cdot 7,6^{1/\bar{K}} \cdot 0,5^{0,1/\bar{n}}$$

при $1 \leq \bar{k} \leq 20$; $\beta_{3f} = \bar{f}^{0,645} / (0,088 + 0,976 \cdot \bar{f}^{0,645})$; (3.83)

б) в месте примыкания распорки(в углу покрытия)

$$N_{2K} = \beta_{46} N_{1K}; \quad (3.84)$$

$$\beta_{46} = 0,92 \cdot (\bar{n}_e)^{0,05}. \quad (3.85)$$

5. Поперечная сила в опорном контуре в месте примыкания к распорке

$$Q_{\kappa e} = \beta_{7e} \cdot a \cdot t \sqrt[3]{\frac{q^2 a^2 E}{t^2}}; \quad (3.86)$$

$$\beta_{7e} = 0,65 \cdot (\bar{n}_e)^{0,645} / (0,0175 + 3,65 \bar{n}_e^{0,645}). \quad (3.87)$$

6. Максимальное перемещение середины опорного контура в горизонтально плоскости

$$u_K = \alpha_3 \cdot \alpha_{3f} \cdot \alpha_{3e} \cdot a \sqrt[3]{\left(\frac{qa}{Et}\right)^2}; \quad (3.88)$$

$$\alpha_3 = 1,9 \cdot (1,5)^{\sqrt{1/\bar{K}}} - 32 \cdot (1,8)^{\sqrt{1/\bar{K}}} \cdot \bar{n}^{0,6} \quad (3.89)$$

$$\alpha_3 = (0,32 + 0,09 / \bar{K}^{0,65}) \sqrt{1/\bar{n}} - 0,36 \quad (3.90)$$

$$\alpha_{3f} = 0,96 + 0,104 \cdot \bar{f}^{(-0,38)}; \quad (3.91)$$

$$\alpha_{3e} = 0,85. \quad (3.92)$$

7. Расстояние от распорки в углу контура до места перемены знака эпюры изгибающих моментов необходимо знать для определения размера усиления контурных элементов

$$a_{oe} = \alpha_2 \cdot \alpha_{2e} \cdot a; \quad (3.93)$$

$$\alpha_2 = \bar{n}^{0,18} - 1,33 \bar{n}^{0,79}; \quad (3.94)$$

$$\alpha_{2e} = 0,85. \quad (3.95)$$

8. Изгибающие моменты в вертикальной плоскости контурного элемента, опертого на колонны, определяются как в многопролетной неразрезной балке с шарнирными концами, загруженной вертикальными составляющими цепных усилий в мембране.

Схема приложения вертикальных составляющих цепных усилий к контуру показана на рис. 3.18

Интенсивность нагрузки в точках 1...9 вычисляется по формуле

$$P_i = 18\gamma_{vi}qa \quad (3.96)$$

где γ_{vi} – коэффициент учета влияния изгибной жесткости контура в горизонтальной плоскости, определяемый по табл. 3.6. Промежуточные значения коэффициента принимаются по линейной интерполяции.

При наличии распорки в углу покрытия составляющая цепных усилий мембраны, примыкающей с ней, передается в месте примыкания распорки к контуру в виде сосредоточенной силы. Нагрузка, равномерно распределенная по поверхности покрытия, является определяющей для максимальных значений усилий и перемещений в основных конструктивных элементах покрытия. Односторонняя нагрузка (снег на половине покрытия) и горизонтальная нагрузки на опорный контур, обусловленная ветровым давлением на стеновое ограждение, не вызывают существенных дополнительных усилий в мембране и опорном контуре.

Для прямоугольных мембранных покрытий с соотношением сторон менее 1:1,5 приближенный расчет выполняется по формулам для квадратной мембраны пролетом, равным длинной стороне прямоугольного покрытия. При этом максимальные сжимающие усилия и горизонтальные перемещения возникают в контуре по длинной стороне, а максимальные изгибающие моменты в контуре – по короткой стороне прямоугольного покрытия.

При монтаже оболочки на проектной отметке навесным способом в основных конструктивных элементах покрытия возникают дополнительные усилия, которые должны суммироваться с усилиями от эксплуатационных нагрузок.

По вычисленным усилиям производится проверка сечения контура и, в случае необходимости, корректировка параметров покрытия. Вычисляются обновленные значения относительных параметров $\bar{n}$ и $\bar{k}$, и, в случае их отличий от первоначальных значений более чем на 15 %, расчет покрытия следует провести заново.

Пример расчета первоначально плоского мембранного покрытия на квадратном плане

Исходные данные: пролет квадратного мембранного покрытия $2a = 60\text{ м}$; металлический опорный контур в виде горизонтально расположенных сварных двутавров

опирается на колонны, установленные с шагом 6м; ширина полотнищ 12м; в углах покрытия предусмотрены распорки размером в плане $a_b = 6\text{ м}$; материал мембраны - сталь С 345 ($R_y = 335\text{ МПа}$), опорного контура - С 440 ($R_y = 400\text{ МПа}$).

Покрытие монтируется по системе горизонтальных подмостей и после раскруживания провисает под действием собственного веса.

На покрытие действует равномерно распределенная расчетная нагрузка: длительная, включающая кровлю и подвесное технологическое оборудование $g = 0.5\text{ КПа}$; кратковременная, обусловленная снегом, $v = 1.6\text{ КПа}$ (для III снегового района); суммарная нагрузка $q = 0.5 + 1.6 = 2.1\text{ КПа}$

Вычисляем значения параметров покрытия, используя данные табл. 3.6. Начальная стрела провиса, согласно общим рекомендациям п. 3.4.2, принимается

$$f_0 = \frac{1}{30} a = 1,0\text{ м}.$$

Геометрические характеристики контура

$$A_K = 2 \cdot 50 \cdot 2,8 + 95 \cdot 1,0 = 375\text{ см}^2$$

$$I_K = \frac{95^3 \cdot 1}{12} + 2 \cdot 50 \cdot 2,8 \cdot \left(\frac{95 + 2,8}{2} \right)^2 = 740986\text{ см}^4.$$

Таблица 3.6 – Начальные геометрические и жесткостные характеристики проектируемой конструкции

Определяемый параметр	Единица измерения	Вычисление параметра $x = a + bg + cg^2$	Принятые значения
t	мм	$0.6 + (0.87 \cdot 2.1) = 2.2$	2,2
h _с	см	$-8.0 + (58.4 \cdot 2.1) - (5.0 \cdot 2.1^2) = 92.6$	95
b _п	см	$7.3 + (25.9 \cdot 2.1) - (2.5 \cdot 2.1^2) = 50.7$	50
t _с	мм	$-0.7 + (5.3 \cdot 2.1) = 10.4$	10
t _п	мм	$23.8 + (1.2 \cdot 2.1) = 26.3$	28

Таблица 3.7 - Значение коэффициента учета влияния жесткости контура, γ_{vi} .

$\bar{n}$	γ_{vi} в точках 1...9 (рис 9)								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$1 \cdot 10^{-5}$	0,036	0,144	0,029	0,008	0,006	0,005	0,004	0,004	0,004
$5 \cdot 10^{-5}$	0,036	0,131	0,041	0,008	0,006	0,006	0,005	0,005	0,005
$30 \cdot 10^{-5}$	0,021	0,102	0,063	0,02	0,007	0,006	0,005	0,005	0,005
$140 \cdot 10^{-5}$	0,005	0,06	0,066	0,041	0,022	0,011	0,006	0,005	0,005
$690 \cdot 10^{-5}$	0,004	0,024	0,042	0,043	0,034	0,026	0,019	0,015	0,013

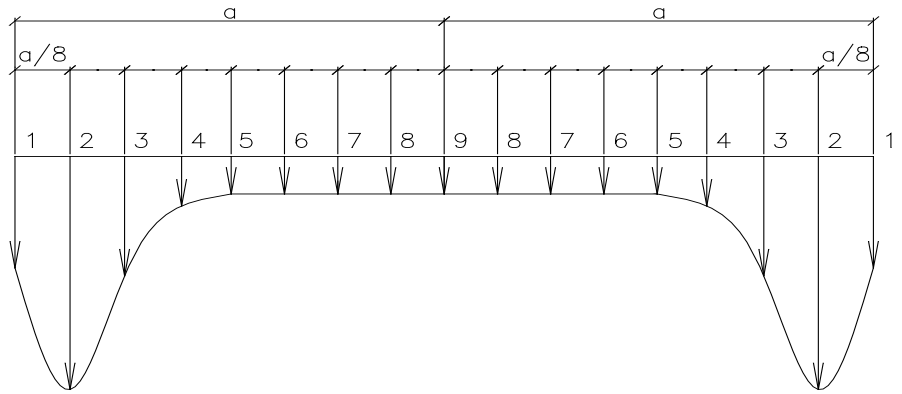


Рис. 3.18 Вертикальные составляющие цепных усилий в мембране в месте ее примыкания к опорному контуру

Определяем безразмерные параметры по (3.64);

$$\bar{n} = \frac{(EI)_K}{Eta^3} = \frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 740986}{2,1 \cdot 10^6 \cdot 0,22 \cdot (3000)^3} = 1,25 \cdot 10^{-4};$$

$$\bar{n}_e = \frac{(EI)_K}{Et(a-ab)^3} = \frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 740986}{2,1 \cdot 10^6 \cdot 0,22(3000-600)^3} = 2,44 \cdot 10^{-4};$$

$$\bar{K} = \frac{(EA)_K}{Eta} = \frac{2,1 \cdot 10^6 \cdot 375}{2,1 \cdot 10^6 \cdot 0,22 \cdot 3000} = 0,57;$$

$$\bar{f} = \frac{qa}{Et} \left(\frac{a}{f_0} \right)^3 = \frac{0,021 \cdot 3000}{2,1 \cdot 10^6 \cdot 0,22} \cdot \left(\frac{3000}{100} \right)^3 = 3,68.$$

Прогиб в центре мембраны определяем по формуле (3.65), предварительно вычислив коэффициенты по зависимостям (3.66)...(3.68):

$$\alpha_1 = (1,02 + 0,26) / \left((0,57)^{0,55} \right) 0,64 \sqrt{100 \cdot 1,25 \cdot 10^{-4}} = 1,16;$$

$$\alpha_{1f} = 1,38 \cdot (0,52) \sqrt[3]{1/3,68} = 0,90;$$

$$\alpha_{1e} = 0,85;$$

$$W_0 = 1,16 \cdot 0,90 \cdot 0,85 \sqrt[3]{\frac{2,1 \cdot 30^4}{2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,0022}} = 1,37 \text{ м.}$$

Максимальное напряжение в мембране определяем по формулам (3.69)...(3.72):

$$\gamma_1 = 1,22 \cdot 0,82^{\sqrt[3]{1/0,57}} \cdot 0,055 \sqrt[3]{1,25 \cdot 10^{-4}} = 0,69;$$

$$\gamma_{1f} = 1,02 - 0,085 \cdot (3,68)^{-0,426} = 0,97;$$

$$\gamma_{1e} = 0,85;$$

$$\sigma_{\max} = 0,69 \cdot 0,97 \cdot 0,85 \sqrt[3]{\frac{2,1^2 \cdot 30^2 \cdot 2,1 \cdot 10^8}{0,0022^2}} = 316,5 \text{ МПа.}$$

Изгибающие моменты в горизонтальной плоскости опорного контура в середине стороны и месте примыкания к распорке определяются зависимостями (3.73)...(3.80):

$$\beta_1 = \sqrt{7,3/0,57 + 9,05} - 105,0 \cdot 1,25 \cdot 10^{-4} / (0,57)^{1,42} = 4,65;$$

$$\beta_{1f} = 0,895 + 0,244 \cdot (3,68)^{-0,29} = 1,06;$$

$$\beta_{1e} = 0,99 + 0,0008 \sqrt{1/2,44 \cdot 10^{-4}} = 1,04;$$

$$M_{2x} = 4,65 \cdot 1,06 \cdot 1,04 \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot 740986 \cdot 10^{-8} \sqrt[3]{\frac{2,1^2}{(2,1 \cdot 10^8)^2 \cdot 0,0022^2 \cdot 30}} = 704,5 \text{ кНм};$$

$$\beta_2 = \frac{128 \cdot 0,92^{(1/0,57)}}{(10^5 \cdot 1,25 \cdot 10^{-4})^{(0,26 - 0,024/0,57)}} = 63,80;$$

$$\beta_{2f} = 1,02 - 0,057 \cdot (3,68)^{-0,45} = 0,99;$$

$$\beta_{2e} = 0,61 + \frac{0,022}{\sqrt[3]{2,44 \cdot 10^{-4}}} = 0,96;$$

$$M_{2x} = 63,80 \cdot 0,99 \cdot 0,96 \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot 740986 \cdot 10^{-8} \sqrt[3]{\frac{2,1^2}{(2,1 \cdot 10^8)^2 \cdot 0,0022^2 \cdot 30}} = 8333,1 \text{ кНм};$$

Сжимающие усилия контура в пролете и местах окончания распорок определяются по формулам (3.81)...(3.85):

$$\beta_3 = 1,4 \cdot 0,225^{0,57} - 2,3 \cdot 0,2^{(0,57)^{2,5}} \cdot (1,25 \cdot 10^4)^{0,35} + \\ + 0,81 \cdot 0,19^{(0,57)^{3,5}} / 0,5^{(0,1/(1,25 \cdot 10^{-4}))} = 0,53$$

$$\beta_{3f} = 3,68^{0,645} / (0,088 + 0,976 \cdot 3,68^{0,645}) = 0,99;$$

$$N_{1K} = 0,53 \cdot 0,99 \cdot 2,1 \cdot 10^8 \cdot 375 \cdot 10^{-4} \sqrt[3]{\left(\frac{2,1 \cdot 30}{2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,0022}\right)^2} = 10948 \text{ кН};$$

$$\beta_{4e} = 0,92 \cdot (2,44 \cdot 10^{-4})^{0,05} = 0,61;$$

$$N_{2K} = 0,61 \cdot 10948 = 6678 \text{ кН.}$$

Поперечная сила в опорном контуре в месте примыкания к распорке определяется по формулам (3.86)...(3.87):

$$\beta_{7e} = (0,65 \cdot 2,44 \cdot 10^{-4})^{0,645} / (0,0175 + 3,65 \cdot 2,44 \cdot 10^{-4})^{0,645} = 0,09;$$

$$Q_{Kе} = 0,09 \cdot 30 \cdot 0,0022 \cdot \sqrt[3]{\frac{2,1^2 \cdot 30^2 \cdot 2,1 \cdot 10,8}{0,0022^2}} = 3305 \text{ кН.}$$

Максимальное перемещение середины опорного контура в горизонтальной плоскости определяется с помощью зависимостей (3.88)... (3.92):

$$\alpha_3 = 1,9 \cdot (1,5)^{\sqrt{1/0,57}} - 32 \cdot (1,8)^{\sqrt{1/0,57}} \cdot (1,25 \cdot 10^{-4})^{0,6} = 2,93 ;$$

$$\alpha_{3f} = 0,96 + 0,104 \cdot 3,68^{(-0,38)} = 1,02 ;$$

$$u_K = 2,93 \cdot 1,02 \cdot 0,85 \cdot 30 \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{2,1 \cdot 30}{2,1 \cdot 10^8 \cdot 0,0022}\right)^2} = 0,20 \text{ м.}$$

Определение моментов в вертикальной плоскости производится по рекомендациям п.8.

Проверки подобранного сечения контура производится как для сжатого элемента с изгибом в двух плоскостях аналогично примеру 3.4.1.

Для квадратных в плане покрытий требуется производить проверку контура в центре и местах окончания распорок.

В местах окончания распорок рекомендуется элементы контура усиливать с помощью горизонтальных листов, образующих коробчатое сечение. Такое усиление необходимо для восприятия значительных изгибающих моментов в плоскости и из плоскости покрытия. Длина участков усиления должна быть не менее расстояния до точки перемены знака эпюры изгибающих моментов.

3.5 Методы оценки устойчивости сжато-изогнутых элементов опорных контуров мембранных покрытий

Несмотря на то, что вопросам изучения особенностей напряженно-деформированного состояния и разработки методов расчета таких конструкций посвящено множество работ, некоторые частные вопросы, например, такие как поведение конструкции мембранного покрытия (в части способности восприятия тонким листом сжимающих напряжений), прочности и, в особенности, устойчивости сжато-изогнутого элемента опорного контура, подкрепленного таким листом, по-прежнему остаются изученными в недостаточной степени. Последний аспект, в частности, подтверждается изменением показателя гибкости опорного контура мембранных покрытий на квадратном (или близком к квадратному) плане, который изменяется от $\lambda = 150$ (что типично для большинства покрытий) до $\lambda = 430$ (завод «Компрессор», Москва, см. рис. 3.19). При этом, величины вертикальных перемещений в центре покрытия составили:

- действительные - 2.94 м,
- аналитические - 2.82 м (отличие - 4.1%);
- вычисленные по МКЭ - 2.92 м (отличие - 0.7%);

величины горизонтальных перемещений в середине длинной стороны опорного контура:

- действительные - 34.5 см;
- аналитические - 17.8 см (отличие - 48.4%);

- вычисленные по МКЭ - 36.6 см (отличие - 6.1%).

В то же время, экспериментальные исследования квази-цилиндрической формы покрытия на квадратном плане показали, что при гибкости опорного контура $\lambda = 250$ наблюдалась потеря опорного контура в пределах плоскости мембраны [7]. Такая неоднозначность в вопросах, касающихся проектирования подобных объектов, требует дальнейших исследований, которые должны быть проведены в этом направлении.

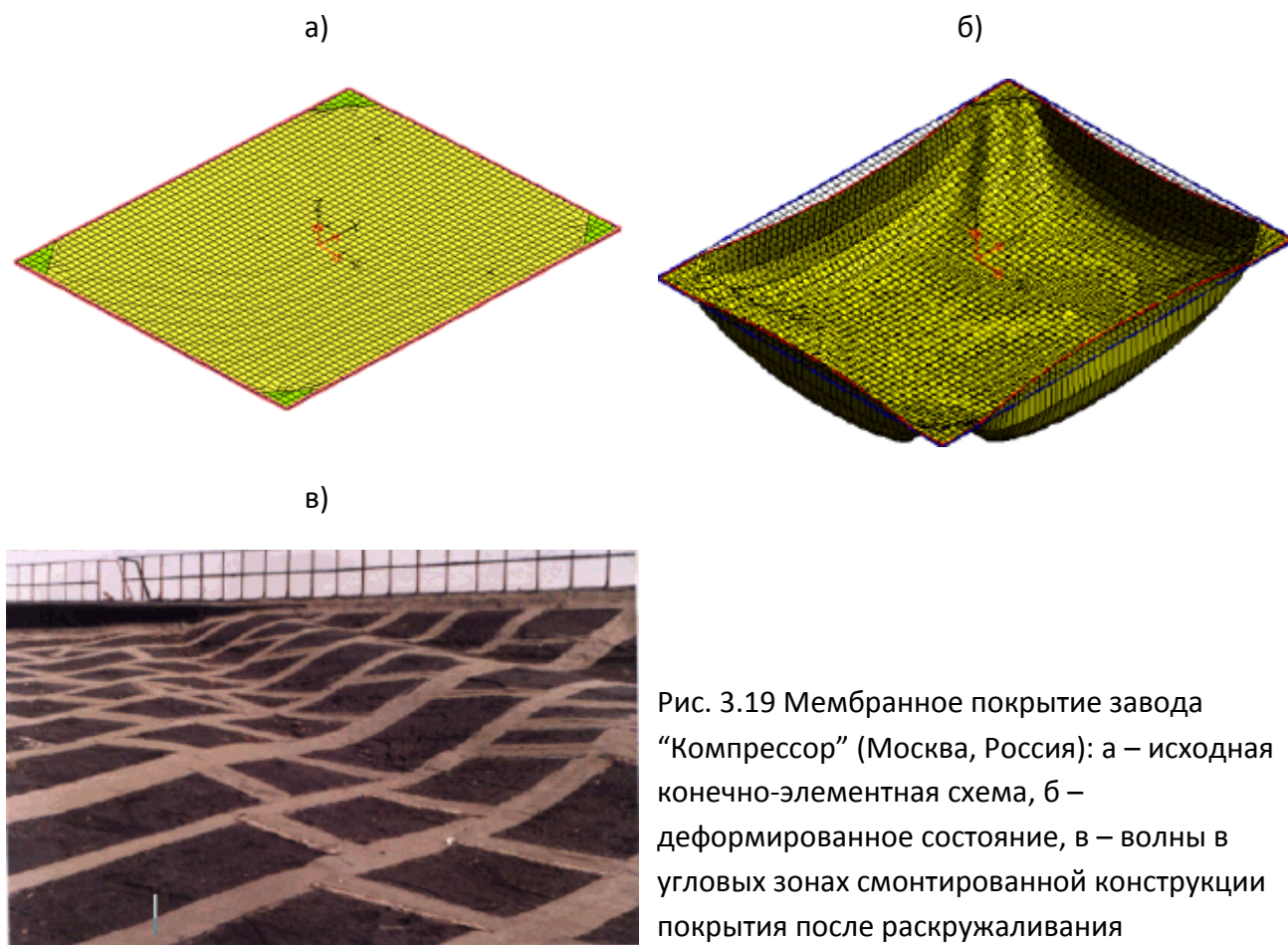


Рис. 3.19 Мембранное покрытие завода “Компрессор” (Москва, Россия): а – исходная конечно-элементная схема, б – деформированное состояние, в – волны в угловых зонах смонтированной конструкции покрытия после раскруживания

Наиболее эффективные подходы к изучению указанной проблемы - это, на наш взгляд, теоретические и экспериментальные исследования, проведенные под руководством В.И. Трофимова и П.Г. Еремеева для расчета усилий и разработки методов проектирования мембранных покрытий на квадратном и круговом планах (см. материалы предыдущего раздела).

а) некоторые уточнения прочностного расчета мембранных покрытий на прямоугольном плане

Процедура проектирования основана на теории безмоментных пластин, поскольку их напряженное состояние определяется цепными напряжениями из-за малой цилиндрической жесткости мембраны. Проектирование элементов покрытия, как было указано в предыдущем разделе, осуществляется на основе значений безразмерных параметров

$$\bar{n} = \frac{(EI)_k}{Eta^3}, \quad \bar{n}_b = \frac{(EI)_k}{Et(a - a_b)^3}, \quad \bar{f} = \frac{qa}{Et} \left(\frac{a}{f_0} \right)^3, \quad \bar{k} = \frac{(EA)_k}{Eta}$$

где $(EI)_k$ и $(EA)_k$ – изгибная и продольная жесткости контура; E , t – модуль упругости и толщина мембраны; a – половина длины стороны плана; q – равномерно распределенная нагрузка на покрытие; f_0 – начальная стрела провиса; a_b – размер угловой зоны контура, ограничиваемый вутом.

Исходя из вышеизложенного и в рамках проведенного конечно-элементного анализа, авторы рассматривают работу пролетной части и сжато-изогнутого опорного контура мембранного покрытия на квадратном плане, в части уточнения следующих моментов:

- определения оптимальных параметров мембранного покрытия на квадратном плане на примере климатических условий Украины;
- разработки модели для численного исследования поведения мембранного покрытия на квадратном плане;
- определения последовательности аналитического проектирования при различных пролетах, нагрузках (в соответствии с зонированием Украины) и жесткостных характеристиках опорного контура мембранного покрытия на квадратном плане.

В ходе решения поставленных задач для регионов Украины были определены нагрузки на покрытие и безразмерные параметры, полученные в соответствии с оптимальными параметрами мембраны покрытия. Изменение оптимальных значений безразмерных параметров опорного контура представлено на рис. Диапазоны безразмерного распределения параметров по значениям оптимальных параметров в соответствии с технической стратегией показаны на рисунках 3.21...3.27, включая угловые зоны покрытия (рис. 3.24).

На основе анализа, выполненного в зависимости от нагрузок и пролетов, для мембранных конструкций на квадратном плане были получены оптимальные значения параметров t , $\bar{n}$, $\bar{k}$ для нагрузок в соответствии с районированием Украины. После обновления значений, таким образом, с

учетом градации сортамента фактические пределы изменения этих параметров уточнились до следующих значений:

$$3.2 \cdot 10^{-4} \leq \bar{n} \leq 5.1 \cdot 10^{-4}, \quad 7.6 \cdot 10^{-1} \leq \bar{k} \leq 9 \cdot 10^{-1}.$$

Рассмотрим результаты численных исследований мембранного покрытия на квадратном плане с начальной стрелой провисания (см. рис. 3.20).

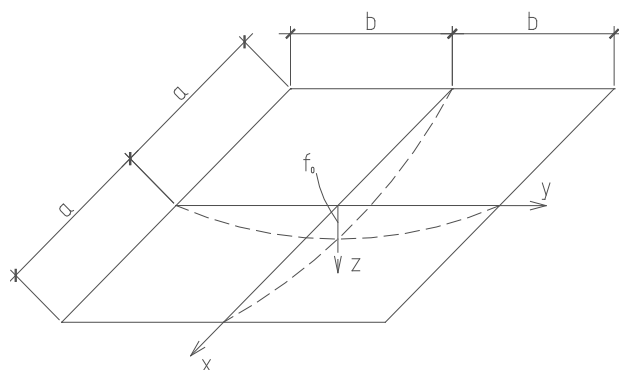


Рис. 3.20. Геометрия срединной поверхности оболочки

Исследование пространственной конструкции мембранного покрытия осуществлялось с использованием программного комплекса *Windows SCADoffice*:

7.31R5. В конструкции было принято прямоугольное расположение элементов «постели» в плане и квадратная форма панелей. Первоначальная форма поверхности оболочки покрытия для создания проектной модели принималась по формуле:

$$z = f_0 \left(1 - \frac{x^n}{a^n} \right) \left(1 - \frac{y^n}{b^n} \right) \quad (3.97)$$

где a, b – половины длин сторон покрытия на прямоугольном плане; f_0 – начальная стрела провиса в центре покрытия; x, y – текущие координаты, $n = 2 \dots 4$ (2 – при монтаже по постели на проектной отметке, 4 – при монтаже первоначально плоской мембраны на подмостях на уровне земли).

Примечание: при установке угловых вутов, длина участка контура, отсекаемого вутом, принимается 1/10 длины стороны в плане.

Проектирование осуществлялось с использованием шагово-итерационных процедуры с решением задачи напряженно-деформированного состояния в геометрически нелинейной постановке. Сформированная расчетная конечно-элементная схема с размерами ячейки 0,5 х 0,5 м насчитывала: количество элементов - 42168; количество узлов - 21081; количество итераций - 15; количество шагов нагружения - 10.

Толщина мембраны принималась в соответствии с прочностным расчетом, но не менее 2 мм. Опорный контур моделировался

стержневыми элементами. Внут, также, моделировался в виде стержневого элемента, его сечение принималось равным сечению опорного контура.

Как видно из данных таблицы 3.8, есть некоторые различия в результатах исследования напряженно-деформированного состояния, полученных с использованием аналитической (инженерной) методики расчета и с помощью МКЭ. Наибольшие расхождения в усилиях были зафиксированы для угловых зон покрытия (22 ... 33%), а для центра контура эти расхождения незначительны и составляют в среднем 0,1 - 8,4%.

Проведенные исследования позволили уточнить методику определения усилий в угловой зоне опорного контура. Данная процедура реализовывалась на примере проектирования конструкции покрытия пролетом 72 м с полной нагрузкой $q = 193 \text{ кг/м}^2$ при следующих значениях безразмерных параметров:

$$\bar{k} = 0.76; 0.83; 0.9; \quad 0.00032 \leq \bar{n} \leq 0.00051$$

На основании сравнения зафиксированных различий в результатах численных и аналитических расчетов для угловой зоны покрытия можно рекомендовать следующие значения понижающих коэффициентов, которые могут использоваться в качестве множителей при определении усилий в угловой зоне контура с помощью аналитической процедуры:

- для изгибающего момента 0,76 ... 0,79,
- для продольной силы 0,8 ... 0,82;
- для поперечной оси 0,76 ... 0,78.

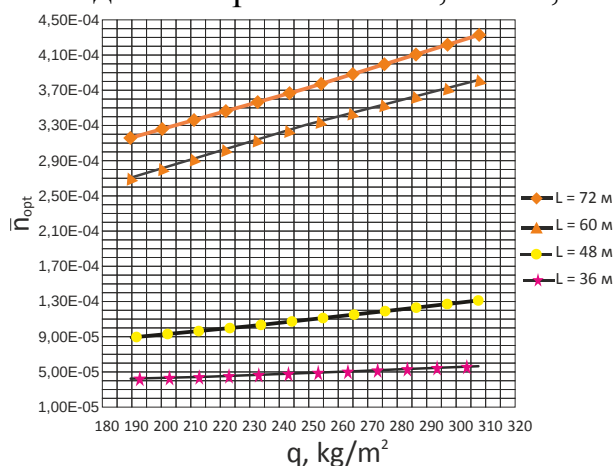


Рис. 3.21 Оптимальное значение параметра $\bar{n}$

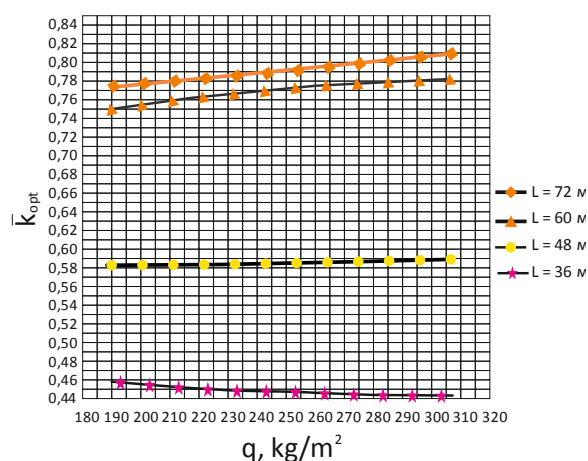


Рис. 3.22 Оптимальное значение параметра $\bar{k}$

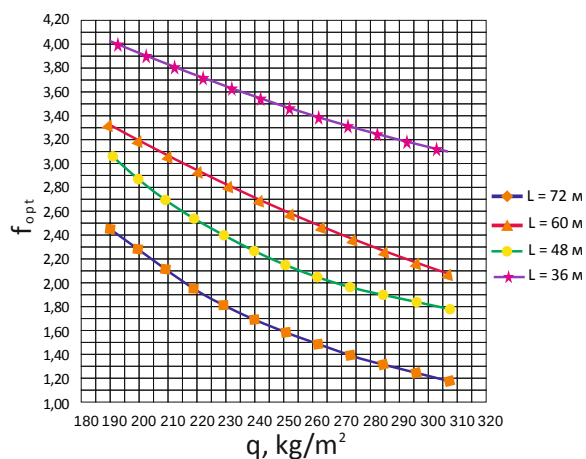


Рис. 3.23 Оптимальное значение стрелы провиса f

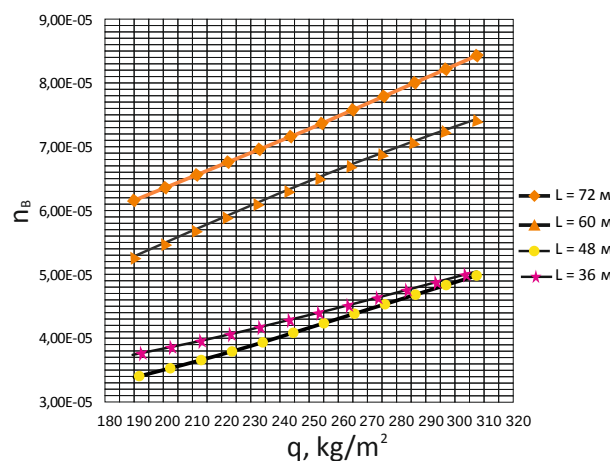


Рис.3.24 Оптимальное значение параметра $\bar{n}_b$ для угловой зоны покрытия

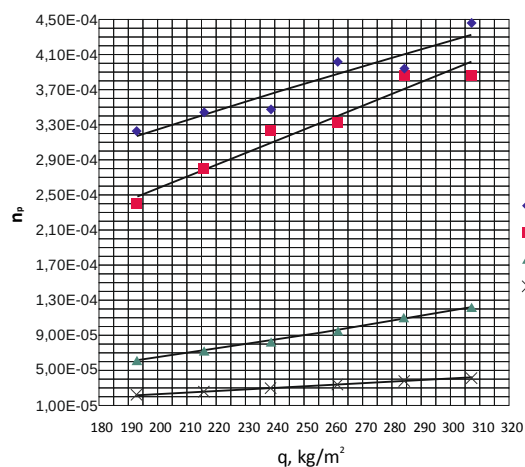


Рис. 3.25 Проектное значение параметра $\bar{n}_p$

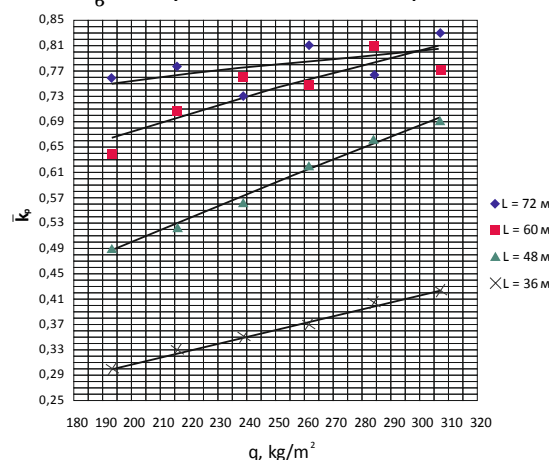


Рис.3.26 Проектное значение параметра $\bar{k}_p$

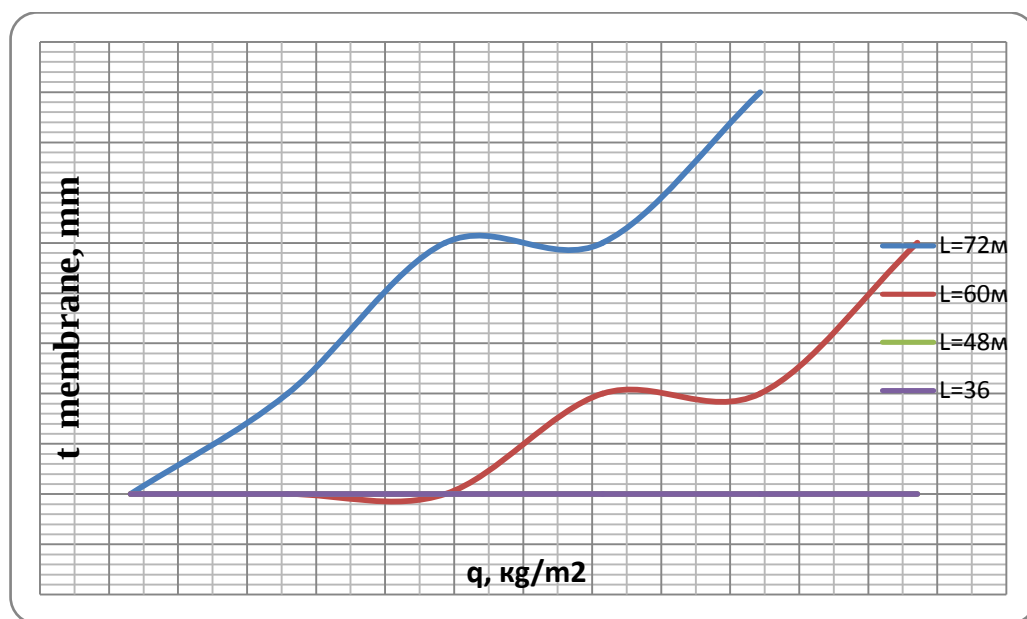


Рис. 3.27 Изменение толщины мембраны t , вычислено на основе уточненных значений параметров $\bar{n}_p$ и $\bar{k}_p$

Таблица 3.8–Обоснование густоты расчетной сетки для оболочки мембраны в рассматриваемом примере

Аналитический расчет	Шагконечно-элементнойсетки (м)					
	0.5 x 0.5	%	1.0 x 1.0	%	2.0 x 2.0	%
$M_y^{mid} = 47162774 \text{ кгсм}$	47240000	0.16	42220000	-10.48	35250000	-25.2
$M_y^{corn} = 322632145 \text{ кгсм}$	236400000	-26.7	225700000	-30	116400000	-62
$N^{mid} = 1515399 \text{ кг}$	1586700	4.7	1578704	4.17	1540616	1.66
$N^{mid} = 972026 \text{ кг}$	783788	-19.36	782491	-19.49	780071	-19.7
$Q_z^{mid} = 783293 \text{ кг}$	546154	-30.3	523018	-33.2	459818	-41.3
$U_y^{mid} = 26.3 \text{ см}$	19.96	-24.1	18.39	-30	16.66	-36.6
$W_0^{cent} = 131.9 \text{ см}$	146.8	11.2	134.8	2.13	127.4	-3.47

В ряде работ, например, [15], особое внимание уделено вопросу обеспечения устойчивости сжато-изогнутых опорных контуров провисающих мембранных покрытий на квадратном плане. Учитывая наличие сжимающих напряжений в приконтурной зоне мембранной оболочки (см. Рис. 3.28), которые не могут быть восприняты тонким листом без потери устойчивости (рис. 3.28 и 3.29), в качестве базовой расчетной модели Л.И. Гольденбергом и его учениками была предложена гипотеза, в которой сжато-изогнутый, подкрепленный мембраной, стержень (элемент опорного контура) представлен в виде балки на упругом основании, которая, в свою очередь, представлена в форме неравномерно загруженной мембраны, непрерывно соединенной с контуром по всей длине. В качестве критерия прекращения листовой мембраной своей поддерживающей функции по отношению к опорному контуру является образование зон двухосного сжатия на локальной части мембраны, что приводит к потере устойчивости тонким листом в пределах этой зоны и, в свою очередь, делает невозможным выполнение опорных функций упругого основания (рис. 3.30).

Аналогичное явление может наблюдаться не только в мембранных покрытиях на прямоугольном, но и эллиптическом плане (см. рис. 3.31).

Наличие такого «неподкрепленного» участка опорного контура определяет свободную (расчетную) длину части сжато-изогнутого элемента опорного контура, на котором может проявиться потеря устойчивости опорного контура в плоскости покрытия.

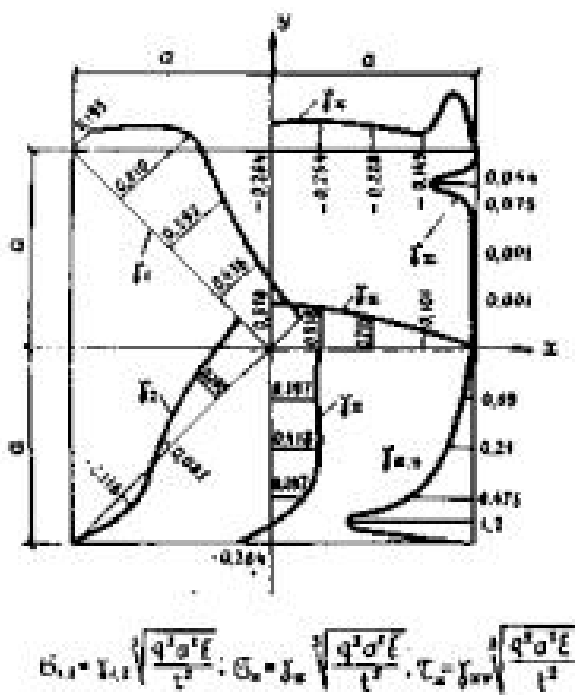


Рис. 3.28 Эпюры напряжений в мембранном покрытии без вутов с податливым опорным контуром

$$(\bar{\kappa} = 5,5 \times 10^{-5}, \bar{\kappa} = 1, \bar{f} = 10)$$

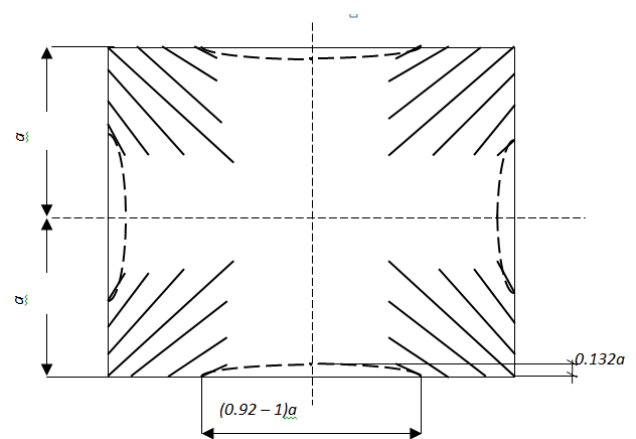


Рис. 3.29 Траектории главных напряжений в приконтурной зоне

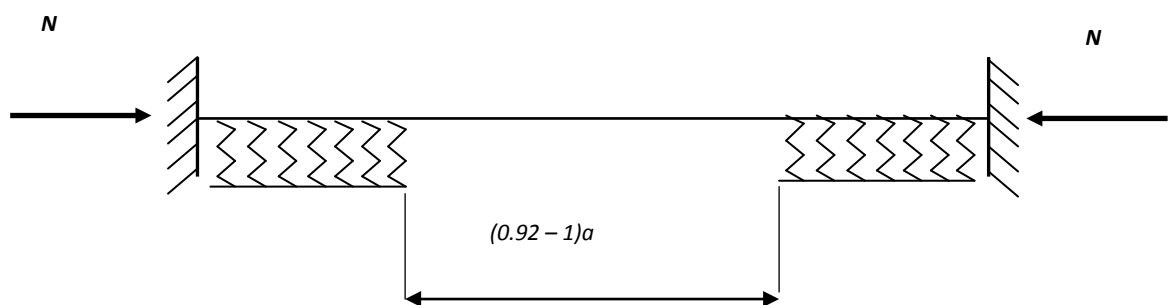


Рис. 3.30 Расчетная схема элемента опорного контура в форме балки на упругом основании

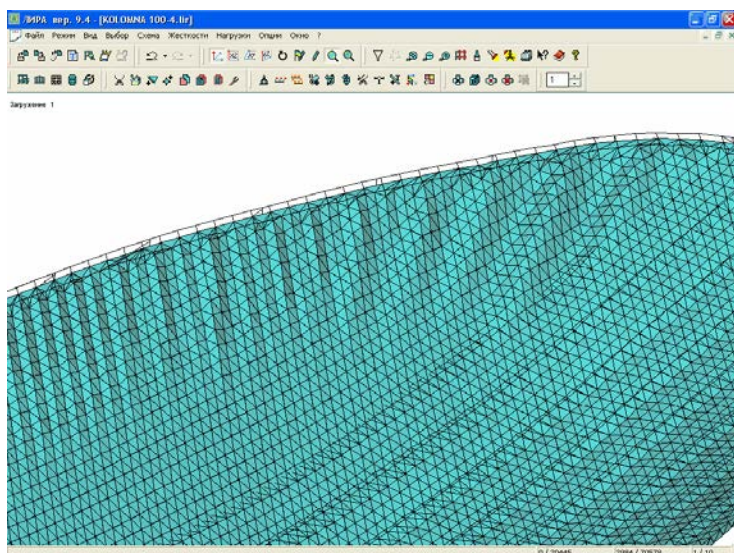


Рис. 3.31 Потеря устойчивости элементами мембраны на эллиптическом плане (на примере Ледового Дворца в г. Коломне (Россия))

Как можно видеть из рисунков 3.28 и 3.29, средняя часть контура с длиной около $0,5 l$ контактирует с той частью мембраны, которая потеряла свою устойчивость из-за сжимающих напряжений. Для этого случая авторы [15] предлагают определить осевую критическую нагрузку по следующим формулам

$$N_{cr} = \left(-\frac{0.0283w^2}{f_c} + \frac{0.0126Ca}{f_c} + \frac{0.00924\Delta a}{f_c} \right) E_0 t + \frac{\pi^2 E_c I}{a^2} \quad (3.98)$$

$$\text{где } f_c = 2.2 \times 10^{-4} \frac{w^2}{a_b} - \frac{2.5 N_{corn} b (0.6a)^2}{\pi^2 E_c I_c}; \quad \Delta = (2.4 + 97.2\bar{k}) \frac{w^2}{a(5.3 + 12.1\bar{n} + 157\bar{k} + 212\bar{k}\bar{n})};$$

$$E_0 = \frac{E}{1-\nu^2}, \quad C = 0.142 \frac{w^2}{a} + (0.61 + 1.65\bar{n} + 10.8\bar{k}) \times \frac{w^2}{a(5.3 + 12.1\bar{n} + 157\bar{k} + 212\bar{k}\bar{n})}$$

В дальнейшем авторы предлагают проверить устойчивость контура в горизонтальной плоскости в соответствии с нормами проектирования СНиП II-23-81* для эксцентрично нагруженного стержня с эксцентриситетом $e = M_0/N_0$ с коэффициентом приведения геометрической длины к расчетной $\mu = 0,5(\pi/a)(E_c I/N_{cr})^{0.5}$.

Несмотря на значимость и первостепенную важность приведенных результатов, есть некоторые вопросы, которые, на наш взгляд, выходят за рамки проведенных исследований, среди которых:

- для покрытий на рассматриваемых квадратных и прямоугольных планах дается слишком широкий разброс базовых значений расчетных параметров, что в итоге может привести к созданию покрытий с явно нерациональными параметрами;
- абсолютно не было изучено поведение сжато-изогнутых контуров провисающих мембранных покрытий на круговом и эллиптическом планах, в которых под неравномерно распределенными нагрузками в

приконтурной области могут образовываться зоны двухосного сжатия, в пределах которых мембрана не обладает поддерживающим эффектом в виде упругого основания для сжато-изогнутого контура.

Предложения по дальнейшему совершенствованию исследований:

Использование конечно-элементного анализа позволяет уточнить отдельные предположения описанной выше методики расчета устойчивости опорного контура мембранных покрытий. На наш взгляд, основным недостатком реализованного подхода наряду с весьма упрощенным и слабо аргументированным подходом к определению $l_0 = (0.92...1)a$, является использование упрощенной идеи, о том, что тонколистовая мембрана одинаково воспринимает как сжимающие, так и растягивающие напряжения. На некорректность такой гипотезы указывает целый ряд работ (в частности, работы В.М. Ленского), где экспериментально и теоретически доказано, что способность к восприятию сжимающих напряжений $k_{сж} = \sigma_{сж} / \sigma_T$ определяется гауссовой кривизной мембранной оболочки и при этом:

- $k_{сж} = 0.1...0.2$ – для пластин, нагруженных поперечной нагрузкой,
- $k_{сж} = 0.15$ – для пластин, нагруженных в плоскости,
- $k_{сж} = 0.25$ – для цилиндрических оболочек,
- $k_{сж} = 0.5...0.7$ – для гипаров.

В дальнейшем возможна реализация одного из 2-х способов:

- а) прямой расчет конструкций на устойчивость с учетом конструктивной нелинейности по МКЭ (с исключением под действием сжимающих напряжений из работы потерявших устойчивость элементов приконтурной зоны мембраны, перераспределением усилий и последующим перерасчетом обновленной расчетной схемы),
- б) расчет конструкции по 2-х стадийной методике с использованием следующего алгоритма:

- *стадия 1:*

- проведение первичного расчета конструкции на прочность с целью ранжирования элементов мембраны в приконтурной зоне по 3-м типам (тип 1 – двоякорастянутые, тип 2 – сжато-растянутые, тип 3 – двоякосжатые). При этом все элементы мембраны рассматриваются, как в одинаковой мере воспринимающие сжимающие и растягивающие усилия в оболочке,

- *стадия 2:*

- формирование расчетной схемы для расчета опорного контура на устойчивость с использованием при моделировании сжатых элементов мембраны конечных элементов в виде ортотропной оболочки, для которых снижение несущей способности элементов по сжатому направлению

мембраны учитывается редуцированием модуля упругости E по этому направлению, как $k_{сжс}E$ (при соблюдении условий неразрывности деформаций, определяющих для ортотропных элементов взаимосвязь между E и μ для взаимно перпендикулярных направлений),

- в идеализированную расчетную схему вводится начальное отклонение опорного контура от прямолинейности в виде $(1/700)L$ (где L – длина стороны опорного контура),

- решаем задачу НДС в геометрически нелинейной постановке с использованием метода пошагового нагружения с корректировкой начальной геометрии конструкции на каждом шаге нагружения,

- фиксируя момент резкого нарастания деформаций (т.е. нарушения прямо пропорциональной зависимости “ $F - \Delta$ ”), устанавливаем значение $N_{кр}$, соответствующее моменту потери устойчивости стержня.

Обработав, таким образом, матрицу планирования эксперимента с варьируемыми факторами ($EI_k, t, a/b, f, R$), получим значения $N_{кр}$, через которые может быть вычислено значение коэффициента продольного изгиба, как функции пространственно-жесткостных параметров системы –

$$\varphi\left(\bar{n} = \frac{(EI)_k}{Eta^3}, \bar{k} = \frac{(EA)_k}{Eta}\right).$$

3.6 Уточнение приближенных методов расчета и проектирования стержневых и мембранных пологих оболочек с большим вырезом на эллиптическом плане

3.6.1 Уточнение ветровых нагрузок для провисающих оболочек с большим вырезом

В настоящем подразделе представлены некоторые результаты исследований изменения параметров ветровой нагрузки на покрытия с большим вырезом. Исследования выполнены посредством проведения как физических экспериментов на моделях, так и численного моделирования.

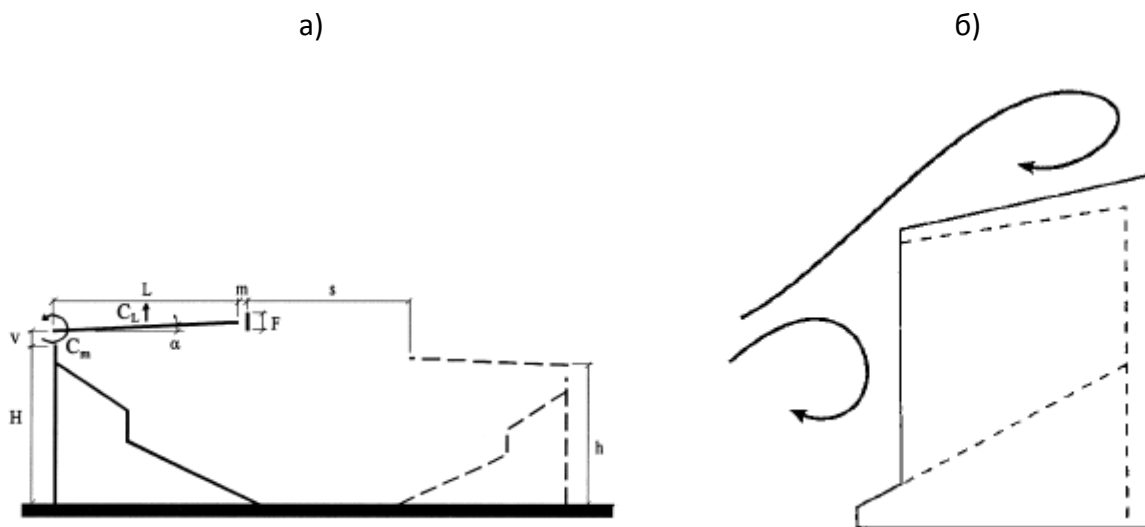
Для подобных сооружений до настоящего времени не проведено полных комплексных исследований влияния конструктивной формы на параметры нагрузки и напряженно-деформированного состояния, которые нашли бы отражение в нормативных документах по нормированию ветровых нагрузок, отсутствует методика расчета, позволяющая учитывать влияние динамических составляющих ветровых нагрузок на сооружение, а имеющийся отечественный и зарубежный опыт ограничивается результатами исследований разовых технических решений и не позволяет дать обобщенную оценку для исследуемых конструктивных форм.

Так, например, в работе [81] исследования пограничного слоя ветра в аэродинамической трубе выполнялись на модели консольного навеса над трибунами (рис. 3.93). Выполненное параметрическое изучение ветровой нагрузки для характерных типов консольных покрытий, позволило прийти к следующим заключениям:

- уклон кровли и соотношение пролета к высоте незначительно влияют на максимальные величины ветровых нагрузок на конструкцию кровли.
- при различных направлениях ветра активное давление составило, приблизительно, 60% от величины отсоса, рекомендованного действующим австралийским стандартом;
- добавление бортовой панели к свободному краю уменьшило отсос на внутренних кровельных панелях приблизительно на 25%.
- введение в конструкцию отдельно оформленных верхних бьефов, как было установлено, значительно увеличило нисходящую ветровую нагрузку.

Максимальный зарегистрированный нисходящий момент составил приблизительно 65% от направленной вверх нагрузки, рекомендованной действующим австралийским стандартом;

- подкровельная «вентиляция», как было установлено, сократила отсос не более чем на 10%.
- «вентиляция» бортовых панелей в части снижения нагрузки оказалась неэффективной;
- давление на свободном крае, в общем, находилось в соответствии с рекомендациями австралийского стандарта по ветровым нагрузкам. Исключение составил случай, когда бортовые панели располагались ниже крыши.



в)

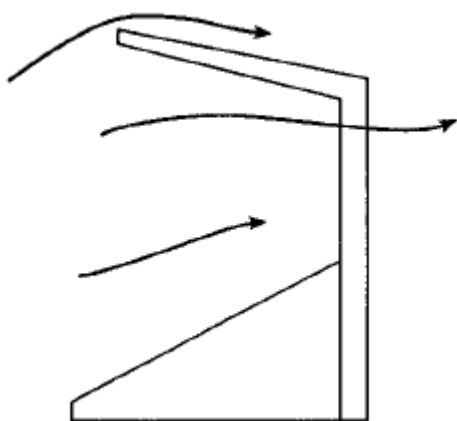


Рис. 3.32. К исследованию модели консольного навеса в аэродинамической трубе: а - параметры, исследуемые во время испытаний; б – схема ветрового потока при отрицательном уклоне кровли; в – то же, при положительном уклоне

Стадион в г. Днепропетровске(см. раздел 1.1) с большепролетным консольным покрытием над зрительскими трибунами явился одним из таких объектов, для которого были выполнены комплексные экспериментальные исследования влияния ветровых воздействий на конструкции покрытия и определен характер аэрационного режима на игровом поле в аэродинамических трубах Национального авиационного университета Украины. Принимая во внимание масштабы сооружения (площадь навеса составляет около 18 тысяч кв. метров) и большой вылет консольного свеса козырька над трибунами, конструкцию покрытия можно отнести к разряду уникальных сооружений. Поскольку, как отмечалось выше, одной из основных нагрузок для такого рода сооружений является ветровая, правильное определение аэродинамических факторов ветрового воздействия во многом определяет принимаемые конструктивные решения и их экономичность.

Особенностями аэродинамической компоновки навесов над трибунами данного стадиона являются:

- значительная общая площадь навесов,
- наклон навесов во внешние стороны под углом $6,5^{\circ}$,
- большой проем в центральной части навеса над игровым полем,
- крутой подъем (под углом 30°) зрительских трибун.

Как известно [37, 71], при обдувке воздушным потоком изолированной плоской пластины под малыми углами атаки имеет место безотрывное обтекание, что инициирует возникновение достаточно значительной по своей величине подъемной аэродинамической силы. В реальной конструктивной компоновке навеса стадиона сзади за трибунами присутствует система вертикальных стеновых панелей, которые являются преградой для воздушных потоков под нижней поверхностью навеса. В некоторых случаях, например, с целью улучшения аэрационного режима над игровым полем и зрительскими

трибунами в задних стеновых панелях устраивают проемы для прохода через них воздуха из застойных зон.

Результаты анализа экспериментальных исследований модели отсека стадиона (первый этап). Исследования модели отсека стадиона выполнены в аэродинамической трубе УТАД-2 замкнутого типа. Эта аэродинамическая труба имеет открытую рабочую часть с выходным сечением сопла эллиптической формы размером $0,75 \times 0,42$ м, длиной 0,9 м и максимальную скорость воздушного потока 32 м/с.

Визуальными исследованиями (рис. 3.33) установлено, что внутри чаши стадиона в ветреную погоду будут существовать интенсивные перемещения воздушных масс, создающие благоприятную аэрационную обстановку. Непосредственно по поверхности игрового поля наблюдались устойчивые потоки, направленные в сторону, противоположную направлению ветра над стадионом.

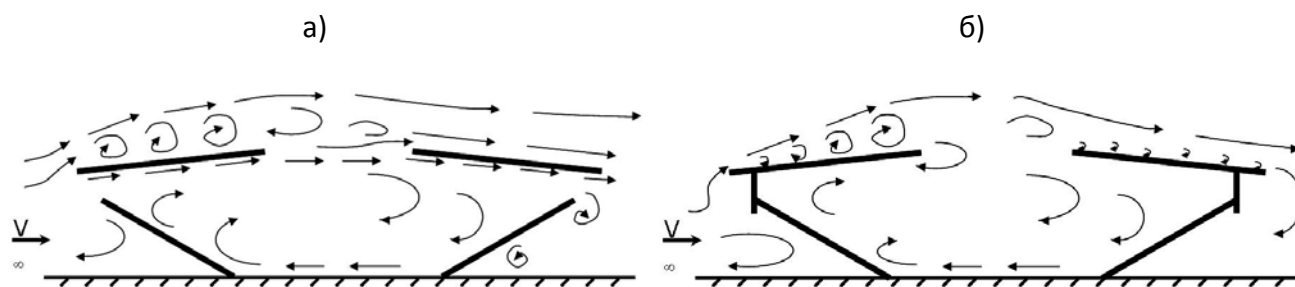


Рис. 3.33 Визуализация течения: а – при наличии потока, б – без потока

Результаты интегральной обработки величин представлены на рис. 3.34: на схемах «а»...«в» - в виде коэффициентов ветровых давлений, на схеме «г» - в виде расчетных коэффициентов C_e , аналогично тому, как это принято в строительных нормах [23, 67]. Как видно на схеме, знак аэродинамических коэффициентов C_e по длине вылета навеса свидетельствуют о наличии только отсасывающего действия ветра и абсолютные их величины в среднем приближаются к $C_e = -0.2 \dots -0.3$, кроме ограниченных зон у краев. Здесь следует особое внимание обратить на зону у внутренней кромки навеса, где проектом предусматривается установка светопрозрачного пояса из поликарбонатных панелей, которые должны быть надежно закреплены к прогонам навеса с учетом увеличенной величины отсосов.

На первом этапе при эксперименте на отсеке навеса было выполнено варьирование формой поверхности покрытия навеса. Покрытию была придана слабо выпуклая форма (наподобие крыла самолета) для улучшения условий обтекания воздушным потоком. Оказалось, что при этом ветровые отсосы на

внешней поверхности не только не уменьшились, а наоборот стали большими на $\Delta \overline{P}_i = -0,15$.

Как было указано выше, на верхней и нижней поверхностях навеса практически во всем диапазоне направлений ветра наблюдаются отрицательные величины коэффициентов давления (отсосы). Отсосы на верхней поверхности навеса как правило превышают отсосы под покрытием, поэтому интегральные величины воздействий ветрового потока на навес в целом направлены, в основном, вверх.

Также установлено, что над поверхностью игрового поля стадиона на уровне головы спортсменов соблюдается приемлемый аэрационный режим в форме местных течений воздуха со скоростью, составляющей 4...17% от скорости ветра над стадионом на высоте 36 м от поверхности земли.

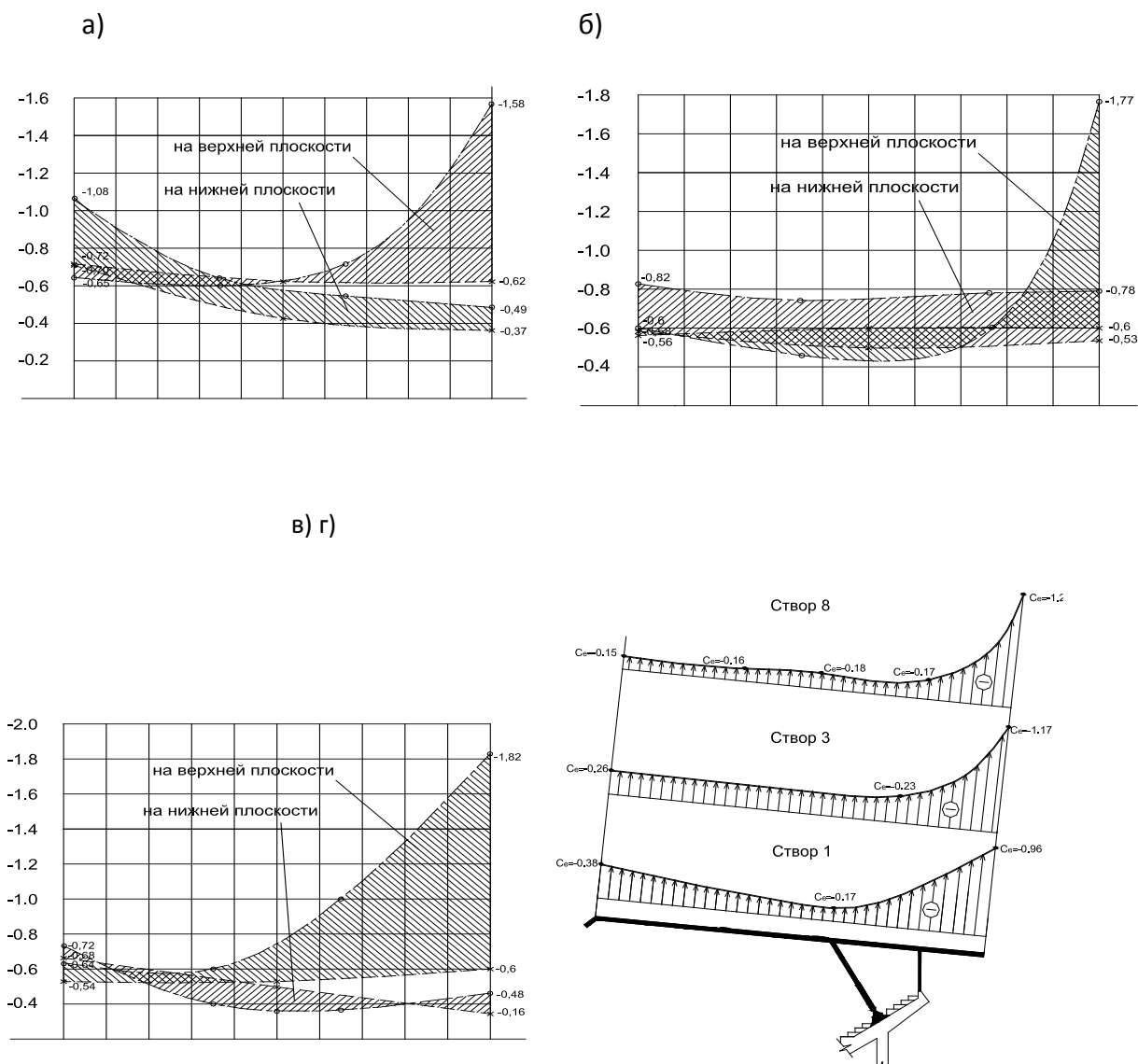


Рис. 3.34. Обобщенные схема распределения давлений $\overline{P}_i = P_{i, \text{верх}} - P_{i, \text{ниж}}$ по створам: 1 (а), 3 (б), 8 (в), г - схема распределения аэродинамических коэффициентов C_e .

В качестве примера взаимодействия **провисающей мембранной оболочки**(см. раздел 1.4) с ветровым потоком рассмотрим результаты испытаний модели оболочки покрытия. Испытания проводились в аэродинамической трубе кафедры Аэродинамики Варшавской Политехники в декабре 2006 года. Общий вид испытательного комплекса показан на рис. 3.35. Для испытаний была изготовлена модель покрытия стадиона в масштабе 1:500(в плане исследуемый стадион представляет собой эллипс с размерами осей 246×170 м.). В проекте принято, что футбольное поле будет со всех сторон окружено трибунами, которые перекрываются легкими стальными конструкциями с использованием светопрозрачных кровельных материалов (например, поликарбонатными листами).

Моделировались две формы покрытия: провисающая (вогнутая рис.3.37 б) мембранная оболочка и стержневая оболочка (выпуклая рис. 3.37 а), причем вертикальные несущие конструкции покрытия (колонны) выполнялись в 2-х вариантах: без ограждения либо с ограждением (рис.3.37 в). Ограждение между колоннами стадиона выполнено с применением клеящей ленты. Преобладающие аэродинамические условия на игровом поле не моделировались. Основная часть модели изготовлена из самоклеющегося пластика. При изготовлении учитывался только геометрический критерий подобия. Расположение модели в аэродинамической трубе показано на рис. 3.36. Измерения проводились в 9 сечениях при углах атаки ветра: 0°, 45°, 90°, 135°, 180°, 225° и 270°, что соответствует направлениям ветра вдоль малой оси, по диагонали и вдоль большой оси (см. рис. 3.38). Скорость воздушного потока $U = 25$ м/с, интенсивность турбулентности потока в трубе представлены на рис. 3.35 в.

а)



б)



в)

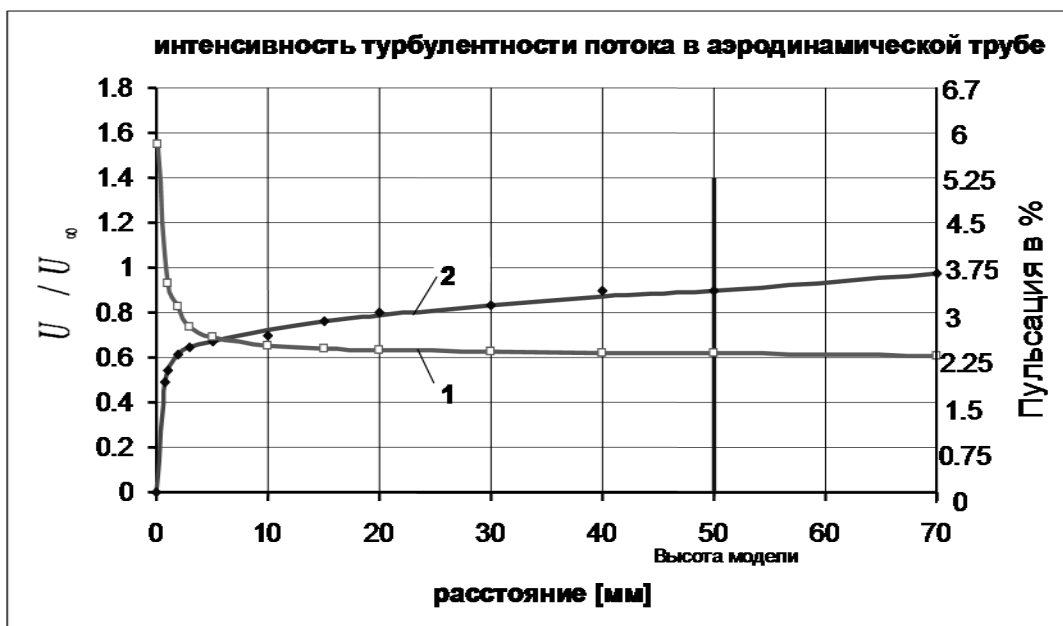


Рис. 3.35 Испытательный комплекс с аэродинамической трубой: а - общий вид испытательного комплекса; б - общий вид манометра, оборудованного электронным блоком; в - интенсивность турбулентности потока в аэродинамической трубе

а)



б)

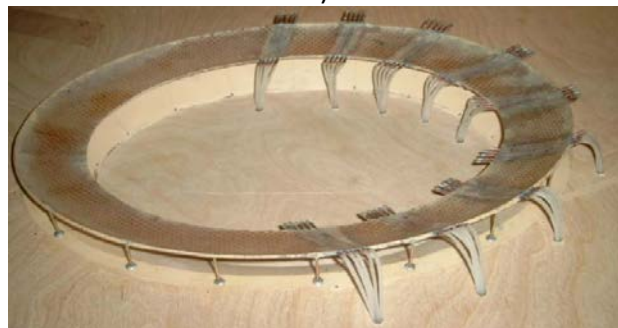


Рис. 3.36 Расположение модели во время испытания в аэродинамической трубе: а – общий вид размещения модели; б – крепление модели (вид сбоку)

а)



б)



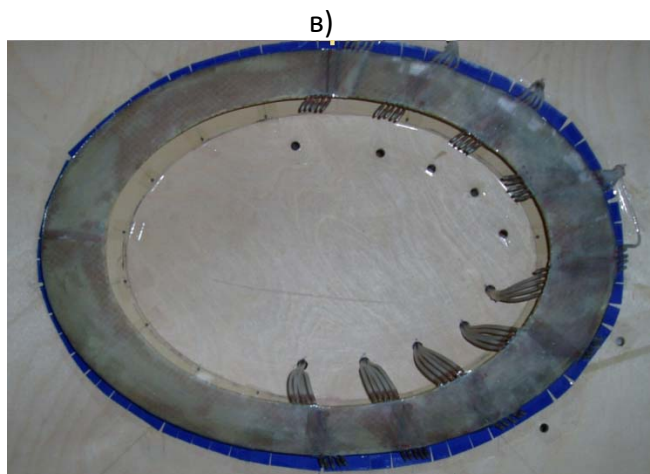


Рис. 3.37 Общий вид модели покрытия:
а – выпуклая оболочка,
б – вогнутая оболочка,
в - вид сверху модели с боковыми стенками

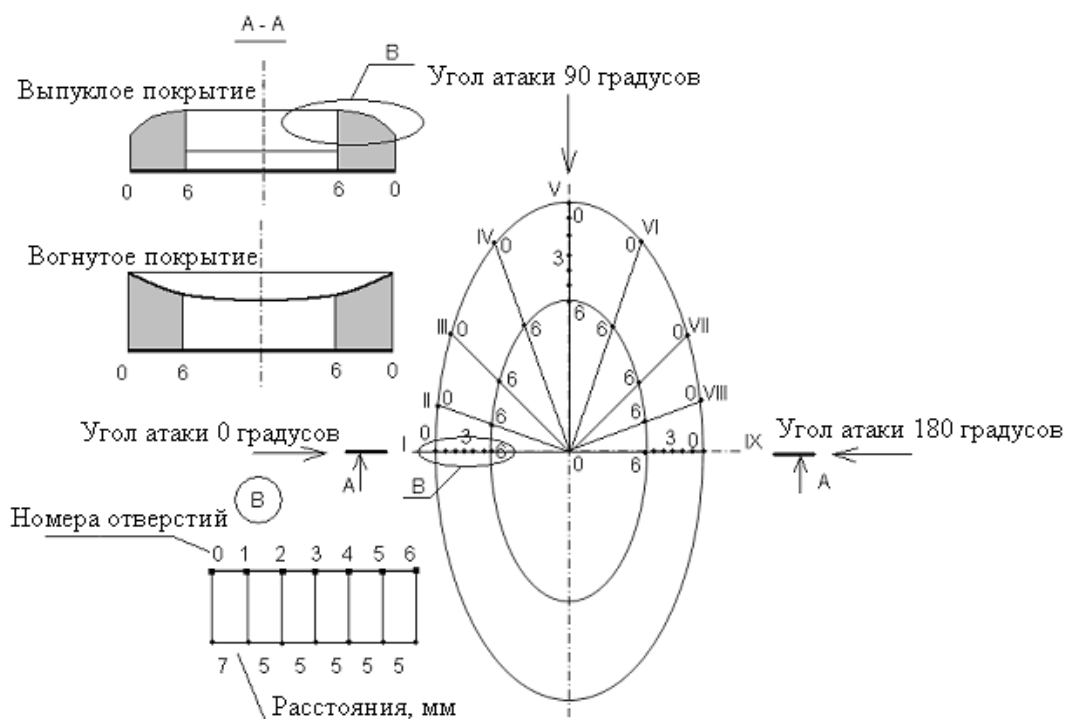


Рис. 3.38 Схема расположения сечений и измерительных точек: римские цифры – номера сечений, арабские – номера измерительных отверстий (точек)

На поверхности модели покрытия стадиона были размещены измерительные трубки, концы которых подключены к многобалльному манометру, который позволяет выполнять одновременное измерение статического давления в 48 точках. Результаты измерения считывались с помощью подвижной балки с фотоэлементами, реагирующими на уровень жидкости в каждой из трубок манометра, посылающего, таким образом, обработанный сигнал к компьютеру.

Модель крепилась к круглой пластине-подставке, вращающейся вокруг центральной оси, и выполненной на одном уровне с нижней гранью аэродинамической трубы, что позволило провести испытания с углом атаки от 0° до 180° .

Давление измерялось на верхней и нижней поверхностях модели покрытия с помощью 45 измерительных трубок, размещенных в 9 сечениях. Измерения проводились в два этапа: 1-й - на верхней (наветренной) поверхности покрытия, 2-й - на нижней (подветренной) поверхности. Результаты экспериментальных исследований приведены на рис. 3.39...3.40.

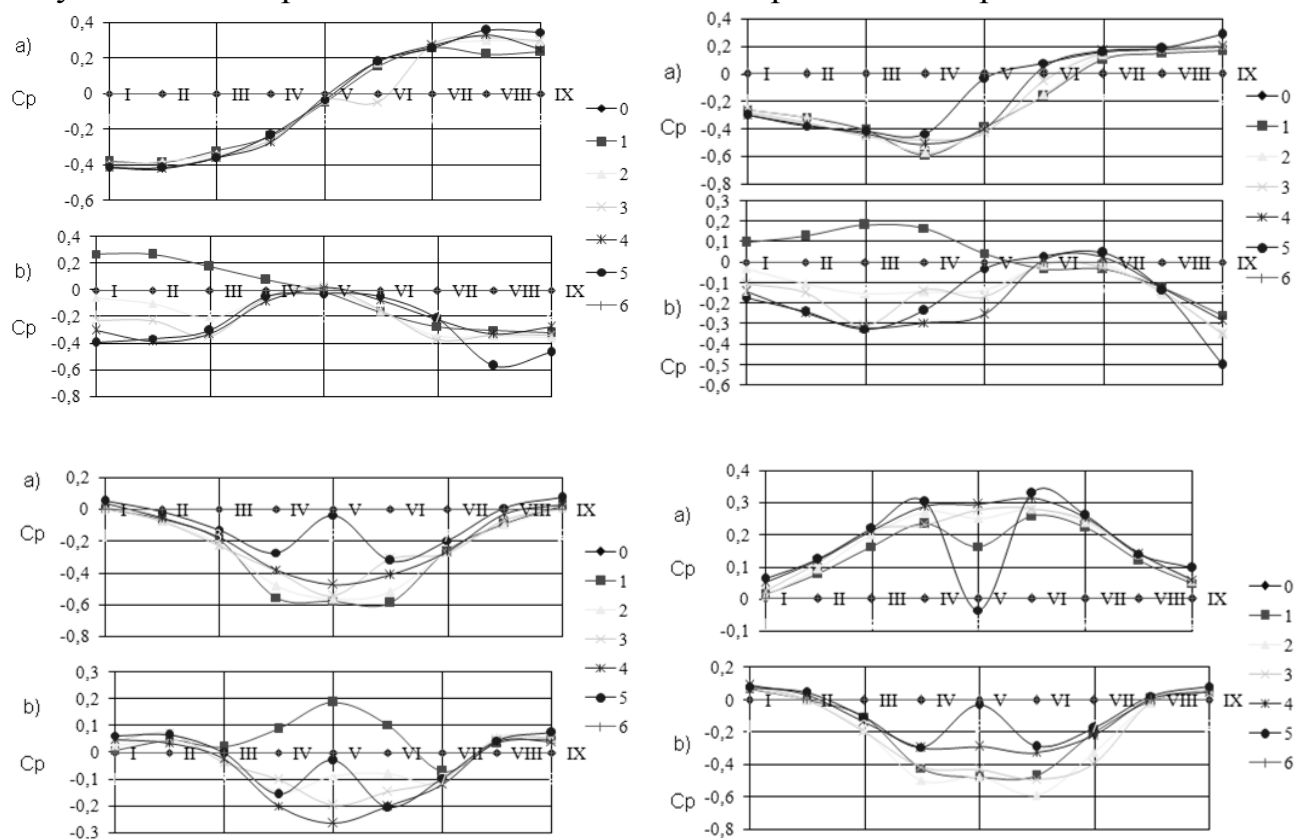
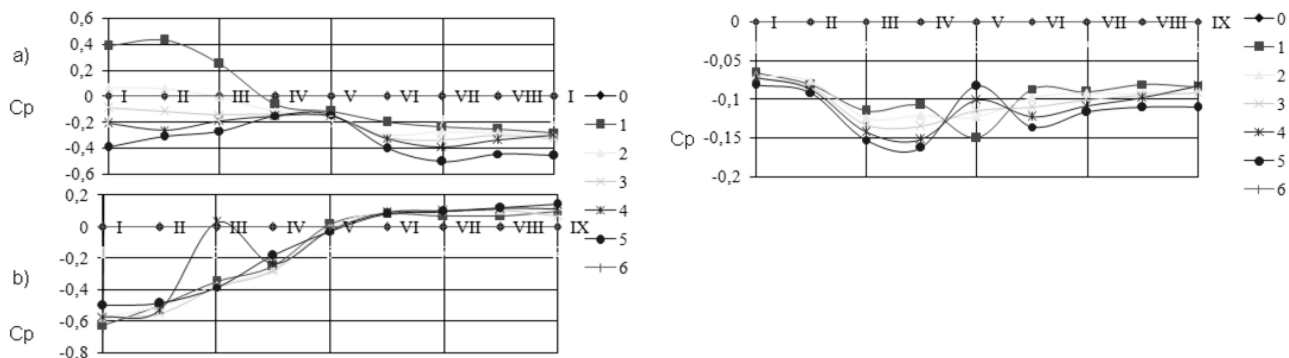


Рис. 3.39 Распределение коэффициентов давлений для вогнутой поверхности оболочки в сечениях I-IX в точках измерения 0-6:

а – давление на верхней поверхности; б – на нижней поверхности для угла наплыва воздуха 0° (180°) без ограждения чаши; в, г – то же, для угла наплыва воздуха 45° (135°); д, е - то же, для угла наплыва воздуха 90° ; ж, з – то же, для угла наплыва воздуха 270° .



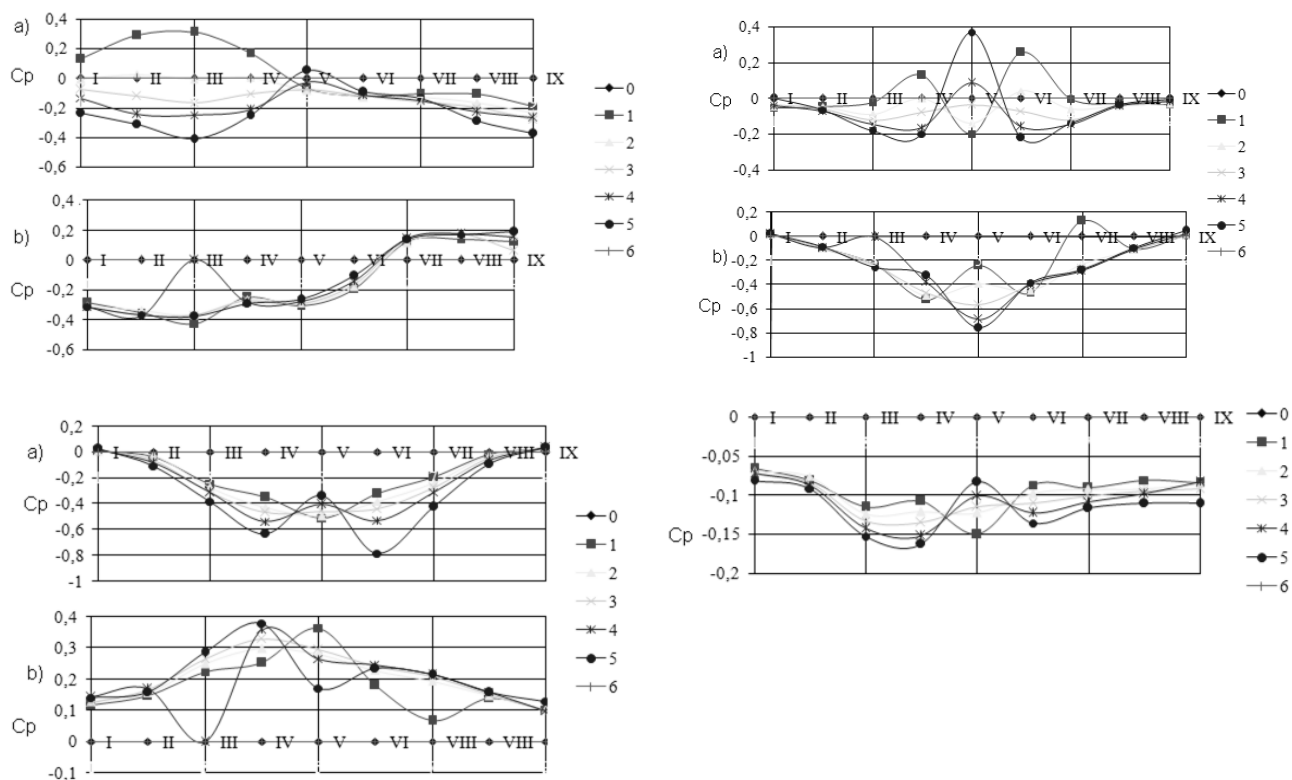


Рис. 3.40 Распределение коэффициентов давлений для выпуклой поверхности оболочек в сечениях I-IX в точках измерения 0-6:

а – давление на верхней поверхности; б – на нижней поверхности для угла наплыва воздуха 0° (180°) без ограждения чаши; в – на верхней поверхности с ограждением, г, д – давление на верхней и нижней поверхностях, соответственно, для угла наплыва воздуха 45° (135°) без ограждения чаши; ж, з - давление на верхней и нижней поверхностях, соответственно, для угла наплыва воздуха 90° без ограждения чаши; и, к - давление на верхней и нижней поверхностях, соответственно, для угла наплыва воздуха 270° без ограждения чаши; л - давление на верхней поверхности для угла наплыва воздуха 90° с ограждением чаши.

Для подтверждения результатов экспериментальных исследований, представленных на рис. 3.39...3.40, проведены численные исследования модели покрытия в виде провисающей мембранной оболочки с помощью программного расчетного комплекса FLUENT 6.1, являющегося составной частью вычислительного комплекса ANSYS, Inc. (NASDAQ: ANSS) и представляющего собой современный, универсальный программный комплекс для решения задач механики жидкостей и газов.

На рис. 3.41-3.44 приведены результаты численных исследований модели мембранного покрытия. Проведенный анализ этих материалов, выполненный при принятой в экспериментальных и численных исследованиях скорости воздушного потока 25 м/с, при действии ветра вдоль длинной оси сооружения, позволяет сделать следующие выводы:

- по сравнению со скоростью ветрового потока скорости ветра в пределах стадиона на уровне половины высоты трибун характеризуются довольно

равномерным распределением, составляют 6.5...8 м/с, или 25...30% от начальной величины (см. рис. 3.41),

- если в пределах практически всей высоты трибун значения скоростей ветра характеризуются довольно однородным распределением 6,5...8 м/с, то в уровне покрытия они составляют 19 ... 22 м/с по короткой оси (до 90% от скорости потока) и 26...28 м/с по длинной оси с достижением на локальных участках величин 30 м/с (см. рис. 3.42), что превышает в 1,2 раза номинальную величину.

Сравнивая результаты экспериментальных и теоретических исследований, приведенных на рис. 3.39...3.44, можно сделать общий вывод о хорошем качественном и удовлетворительном количественном их совпадении. Некоторое превышение результатов численных исследований над экспериментальными зафиксировано лишь для сечений, расположенных на наветренной и заветренной сторонах сооружения.

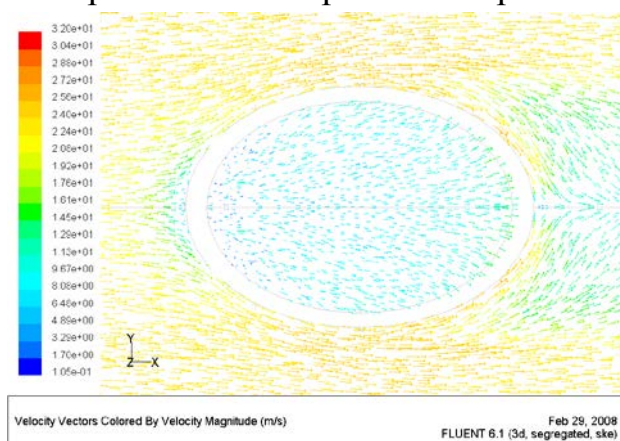


Рис. 3.41 Поле скоростей на стандартной плоскости $z = 0.015\text{m}$ (половина высоты трибун)

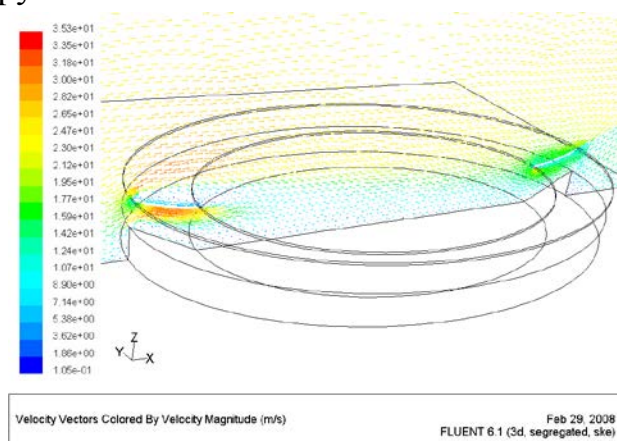


Рис. 3.42 Поле скоростей в плоскости большой оси симметрии

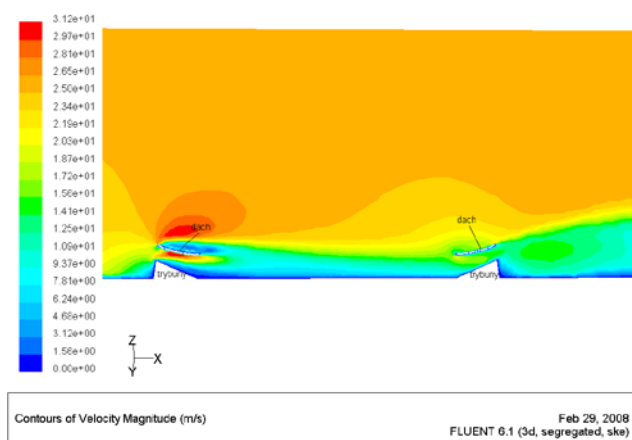


Рис. 3.43 Образ поля скоростей в плоскости большой оси симметрии

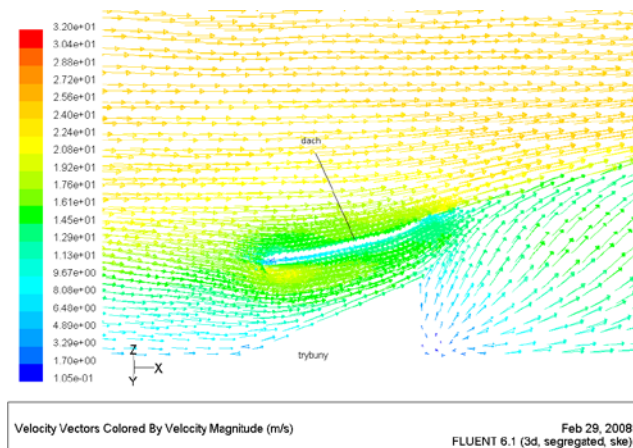


Рис. 3.44 Векторное представление поля скоростей в плоскости большой оси

По результатам исследований могут быть предложены рекомендации по нормированию ветровой нагрузки на мембранные покрытия с вырезом. Предельное расчетное значение [23]:

$$w_m = \gamma_{fm} w_0 C \quad (3.99)$$

где $\gamma_{fm}=1$ – коэффициент надежности по предельному расчетному значению ветровой нагрузки для периода $\tau = 50$ лет; $w_0 = 0.5$ кПа – характеристическое значение снеговой нагрузки;

$$C = C_{aer} C_h C_{alt} C_{dir} C_d,$$

здесь C_{aer} – аэродинамические коэффициенты принимаем по приведенным графикам изополей релятивных давлений через переходные формулы, остальные согласно нормам [23].

Изополя релятивных давлений примем для угла атаки вдоль малой оси для наветренной и подветренной поверхностей оболочки приведены на рис. 3.45.

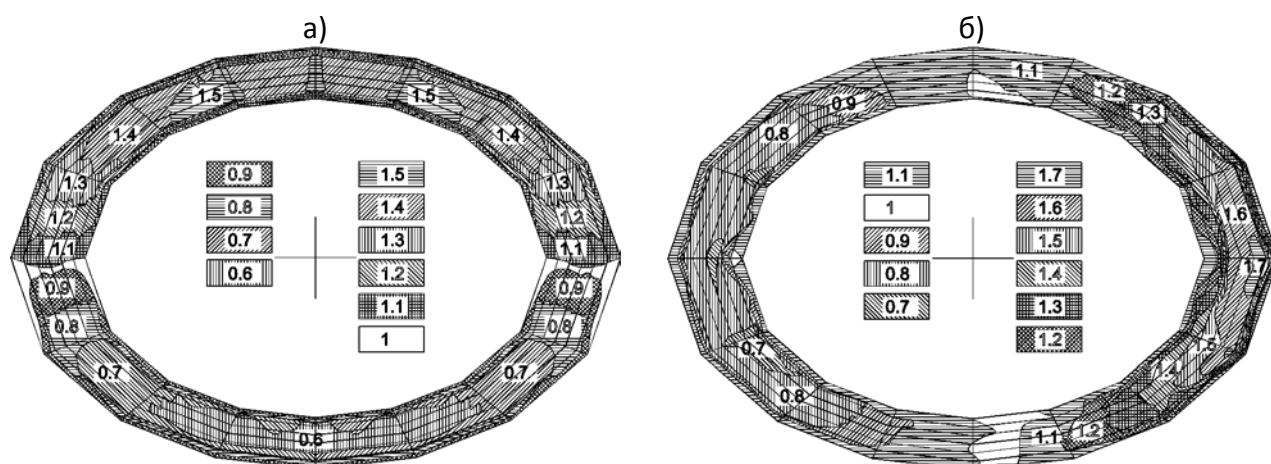


Рис. 3.45 Изополя релятивных давлений для угла атаки вдоль малой оси: а - для верхней поверхности оболочки, б - для нижней поверхности оболочки

3.6.2 Система безразмерных параметров для оболочек с большим вырезом

Основным инструментом, исключающим масштабный фактор при проектировании большепролетных конструкций, является подход, основанный на установлении зависимостей безразмерных параметров напряженно-деформированного состояния основных элементов конструкций от безразмерных параметров проектирования, объединяющих геометрические и жесткостные характеристики элементов конструкций.

Основой для получения системы безразмерных параметров проектирования является рассмотрение известной системы уравнений статики для пологих оболочек:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial T_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} + P_x &= 0 \\
\frac{\partial T_2}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial x} + P_y &= 0 \\
\frac{\partial T_{23}}{\partial y} + \frac{\partial T_{13}}{\partial x} + T_1 \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + T_2 \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + P_z &= 0 \\
\frac{\partial M_2}{\partial y} - \frac{\partial H}{\partial x} + T_{23} &= 0 \\
\frac{\partial M_1}{\partial x} - \frac{\partial H}{\partial y} + T_{13} &= 0
\end{aligned}
\tag{3.100}$$

Рассмотрим систему уравнений равновесия по линии примыкания оболочки к контуру (граничные условия оболочки, см. рис. 3.46 а, б) [64]. Уравнение $\Sigma M_{i2}=0$ не используется вследствие шарнирного крепления оболочки к контуру.

Величины погонных усилий, используемые в уравнениях (3.100) могут быть выражены через соответствующие деформации перемещений. Поскольку, как показали предварительные расчеты, наибольшее влияние на изменение напряженно-деформированного состояния оказывают изгибные жесткостные характеристики опорных контуров и пролетной части оболочки, рассмотрим в дальнейшем упрощенный вариант формирования уравнений (3.100):

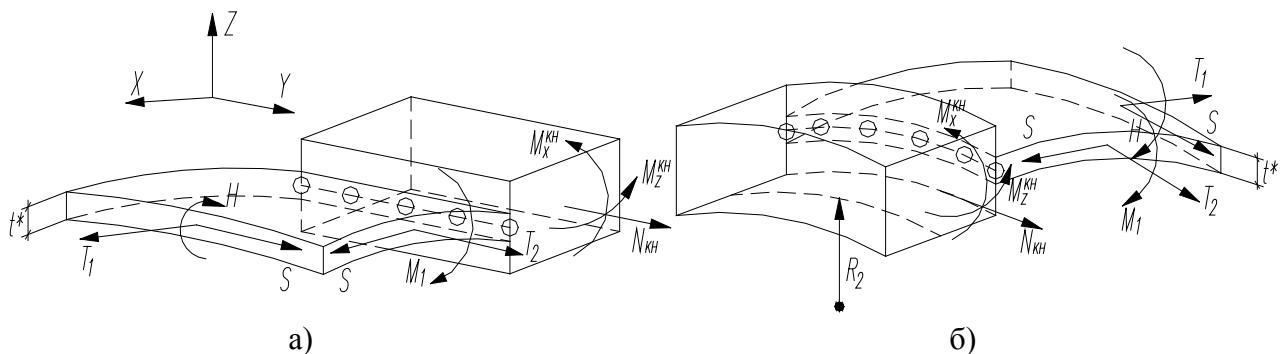


Рис. 3.46 Схемы примыкания оболочки к контурам: а - к наружному опорному контуру; б - к внутреннему кольцу, T_1, T_2 - радиальное и кольцевое погонное усилие оболочки; S - сдвигающее погонное усилие оболочки; M_1, H - изгибающий и крутящие погонные моменты оболочки; N_{KH} - продольное усилие опорного контура; M_x^{KH}, M_z^{KH} - изгибающий момент в опорном контуре относительно оси X и оси Z .

$$\left. \begin{aligned} T_1 &= B \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial v}{\partial y} - w(L + \mu N) \right); \\ M_1 &= -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right); B = \frac{Et^*}{1 - \mu^2}; \\ D &= \frac{Et^{*3}}{12(1 - \mu^2)}; \\ q_y^{кн} &= \frac{\partial^2 M_z}{\partial y^2} = EI_z^{внеш} \frac{\partial^4 u}{\partial y^4} \end{aligned} \right\} \quad (3.101)$$

$L = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$; $N = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$ - коэффициенты второй квадратичной формы, принимаемые в соответствии с [48].

Используя относительные координаты: $\xi = \frac{x}{a}$, $\eta = \frac{y}{b}$ и относительные перемещения: $\bar{u} = \frac{ua}{t^2}$, $\bar{v} = \frac{vb}{t^2}$, $\bar{w} = \frac{w}{f}$, уравнение совместности деформаций по линии контакта «внешний контур + оболочка» примет вид:

$$EI_z^{внеш} \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \eta^4 b^4} \cdot \frac{(t^*)^2}{a} = \frac{Et^*}{1 - \mu^2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \zeta a} \cdot \frac{(t^*)^2}{a} + \mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \cdot \frac{1}{b} \cdot \frac{(t^*)^2}{b} - \bar{w} f (L + \mu N) \right) \quad (3.102)$$

По аналогии запишем аналогичное уравнение совместности деформаций по линии контакта «внутренний контур + оболочка»:

$$EI_z^{внутр} \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \eta^4 b_1^4} \cdot \frac{(t^*)^2}{a_1} = \frac{Et^*}{1 - \mu^2} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \zeta a_1} \cdot \frac{(t^*)^2}{a_1} + \mu \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} \cdot \frac{1}{b_1} \cdot \frac{(t^*)^2}{b_1} - \bar{w} f (L + \mu N) \right) \quad (3.103)$$

После некоторых преобразований получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \eta^4} \cdot \frac{EI_z^{внеш} a b_1^4 + EI_z^{внутр} a_1 b^4}{Et^* b^4 b_1^4} &= \frac{2}{1 - \mu^2} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial \zeta} + \left(\frac{a^2}{b^2} + \frac{a_1^2}{b_1^2} \right) \frac{\mu}{1 - \mu^2} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} - \frac{\bar{w} a_1^2 f}{(t^*)^2} \cdot \\ &\cdot \frac{1}{1 - \mu^2} \cdot (L + \mu N) = \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial \bar{\eta}^4} \cdot \bar{D}_1 - \frac{2}{1 - \mu^2} \cdot \frac{\partial \bar{u}}{\partial \zeta} + \bar{D}_2 \frac{\mu}{1 - \mu^2} \cdot \frac{\partial \bar{v}}{\partial \eta} + \bar{D}_3 \cdot \frac{1}{1 - \mu^2} \cdot \\ &\cdot (L + \mu N) = 0. \end{aligned} \quad (3.104)$$

Как видно из структуры уравнений (3.102) и (3.104) определяющим в них является параметр $\bar{D}_1$ (или $\bar{D}_1'$).

Для выделения безразмерных параметров, определяющих работу покрытия на вертикальных перемещениях, рассмотрим напряженно-деформированное состояние внутреннего опорного контура (изогнутого кривого бруса) и примыкающего к нему края оболочки. Повторяя аналогичные процедуры получим:

$$\begin{aligned}
& \frac{EI_y^{внутр} b}{E(t^*)^3 R_2^2} \left(-\frac{d^4 \bar{w}}{d\zeta^4} \cdot \zeta^2 + 4\zeta \frac{d^3 \bar{w}}{d\zeta^3} - \frac{d^2 \bar{w}}{d\zeta^2} \right) + \frac{EI_y^{внутр} b}{E(t^*)^3 a^2} \cdot \frac{d^4 \bar{w}}{d\zeta^4} = \frac{a^2}{b^2} \cdot \frac{1}{12(1-\mu)^2} \cdot \\
& \cdot \frac{d^3 \bar{w}}{d\eta^3} + \frac{2-\mu}{12(1-\mu)^2} \cdot \frac{d^3 \bar{w}}{d\zeta^2 d\eta} \cdot \\
& \bar{D}_4 \left(-\frac{d^4 \bar{w}}{d\zeta^4} \cdot \zeta^2 + 4\zeta \frac{d^3 \bar{w}}{d\zeta^3} - \frac{d^2 \bar{w}}{d\zeta^2} \right) + \bar{D}_5 \cdot \frac{d^4 \bar{w}}{d\zeta^4} = \bar{D}_6 \cdot \frac{1}{12(1-\mu)^2} \cdot \frac{d^3 \bar{w}}{d\eta^3} + \\
& + \frac{2-\mu}{12(1-\mu)^2} \cdot \frac{d^3 \bar{w}}{d\zeta^2 d\eta} \cdot
\end{aligned} \tag{3.105}$$

Как видно из структуры уравнения (3.105), определяющим в нем является параметр $\bar{D}_4$.

Таким образом, полученная система безразмерных параметров может быть использована:

- при проведении численного анализа влияния изменчивости безразмерных параметров проектирования на безразмерные параметры напряженно-деформированного состояния системы;
- при назначении исходных жесткостных характеристик, используемых при выполнении численных расчетов пологих оболочек с вырезами;
- при разработке инженерной методики расчета конструкций покрытий в виде оболочек с большими вырезами.

Для установления взаимосвязи между безразмерными параметрами проектирования и безразмерными параметрами напряженно-деформированного состояния конструкции были взяты основные безразмерные параметры проектирования

$$\bar{D}_1 = \frac{EI_z^{внеш} ab_1^4 + EI_z a_1 b^4}{Et b^4 b_1^4} \text{ и } \bar{D}_4 = \frac{EI_y b}{Et R^2}.$$

Учитывая реальные жесткостные характеристики, приемлемые для перекрытия стадионов вместимостью 20...40 тыс. зрителей, для указанных параметров принимались следующие дискретные значения:

$\bar{D}_1 = 2.573\text{E-}04, 3.536\text{E-}04, 5.462\text{E-}04$ (изменение параметра осуществлялось за счет изменения изгибной жесткости в горизонтальной плоскости внешнего опорного контура);

$\bar{D}_4 = 8,647\text{E-}11, 1,729\text{E-}10, 3,459\text{E-}10, 2,419\text{E-}03, 4,838\text{E-}03, 6,824\text{E-}03, 9,675\text{E-}03, 1,365\text{E-}02, 2,730\text{E-}02$ (варьирование осуществлялось за счет изменения двух переменных: изгибной жесткости внутреннего опорного контура в вертикальной плоскости и радиуса кривизны внутреннего опорного контура в плоскости ZOX).

В процессе проведенных исследований были получены данные о величинах внутренних усилий в радиальных ребрах стержневой оболочки, расположенных вдоль главных полуосей конструкции и в средней части четверти. Аналогичные данные были получены и для кольцевых элементов. Особого внимания, также, заслуживают данные о величинах вертикальных перемещений внутреннего опорного контура. Результаты приведены на рис. 3.47 ... 3.50.

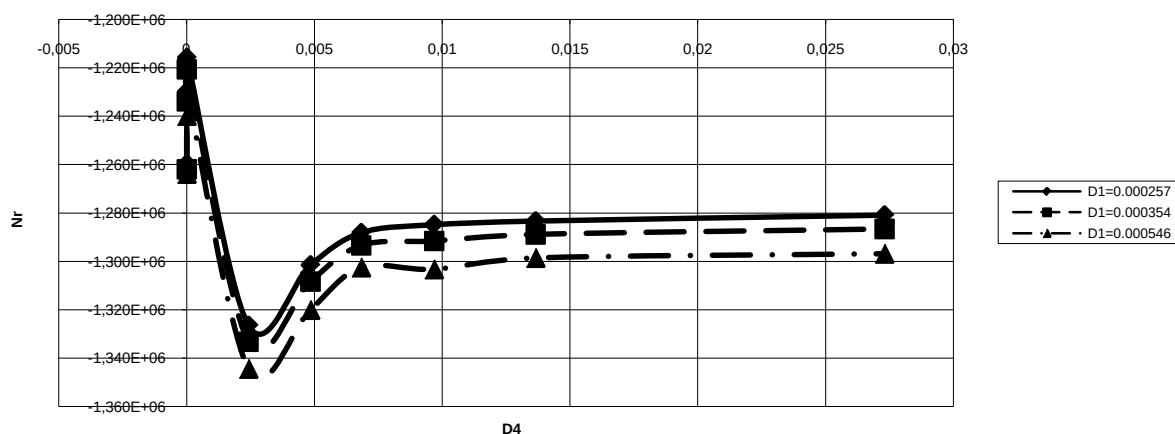


Рис. 3.47 Зависимость безразмерного параметра продольной силы $\bar{N}_r = \frac{Nabl^2}{EA_r^3}$ от параметров проектирования D_1 и D_4 для радиального элемента, расположенного вдоль полуоси b

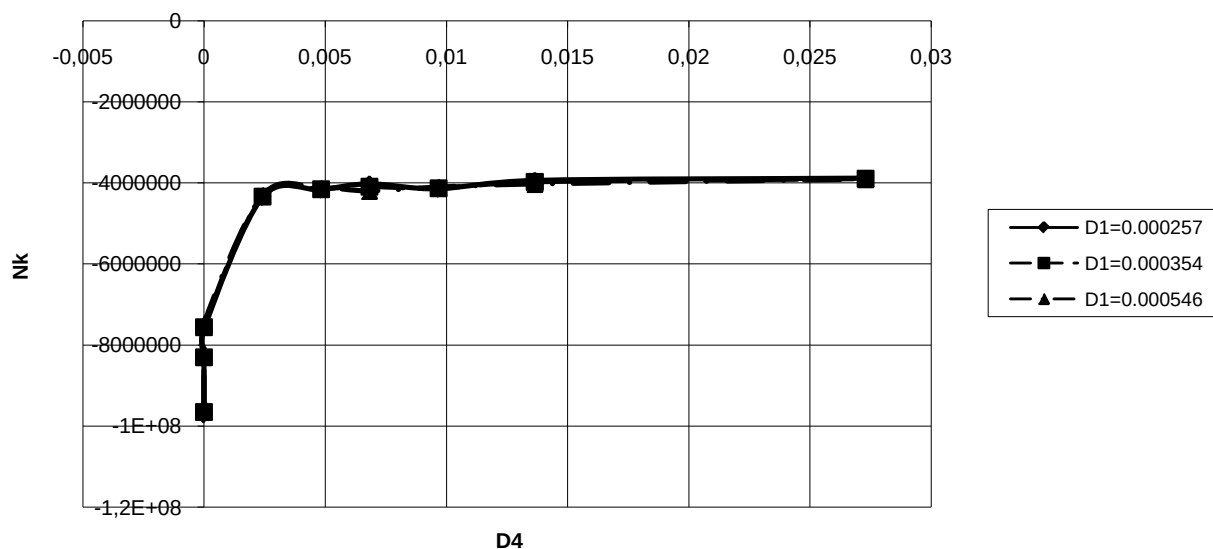


Рис. 3.48 Зависимость безразмерного параметра продольной силы $\bar{N}_k = \frac{Nabl^2}{EA_k^3}$ от параметров проектирования D_1 и D_4 в для кольцевого элемента, расположенного вдоль полуоси a

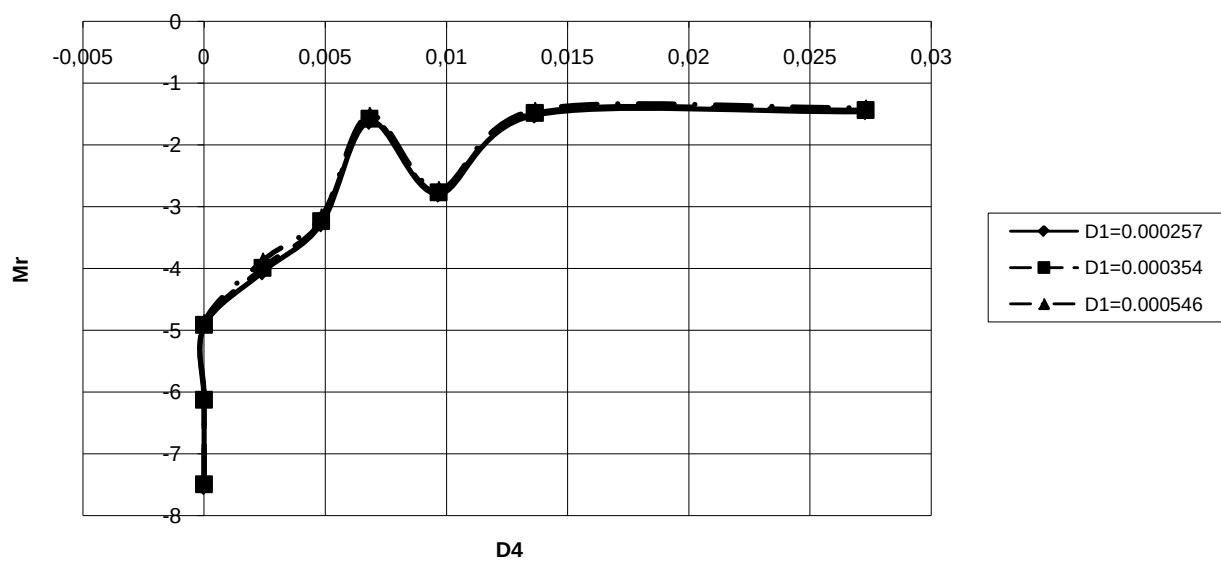
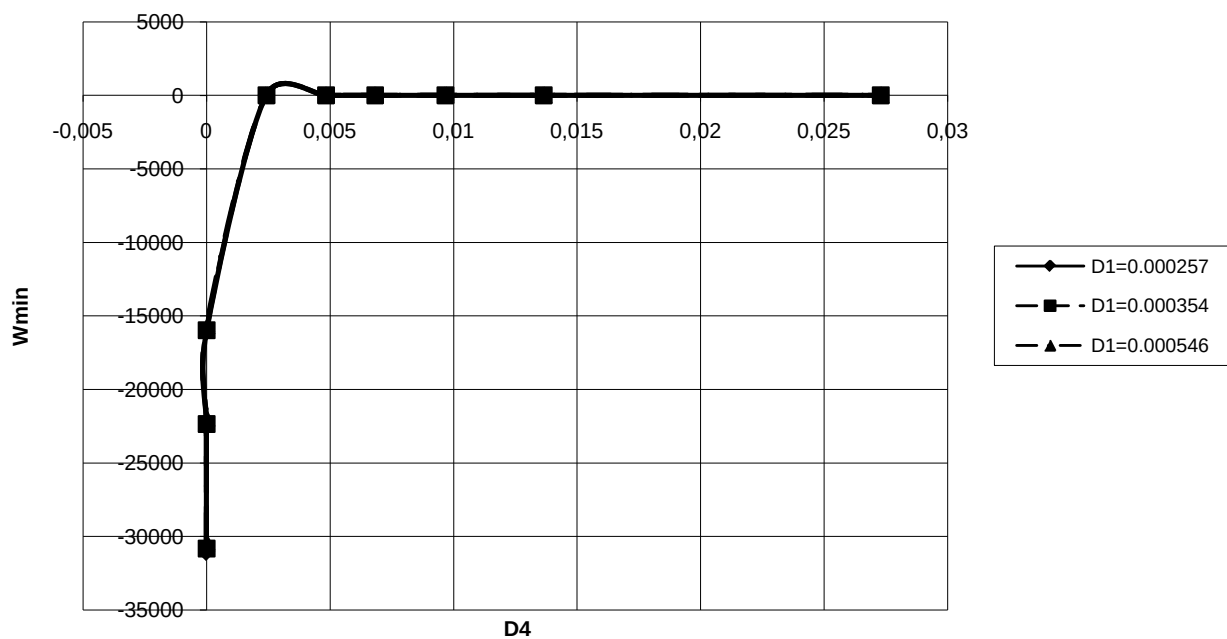


Рис. 3.49 Безразмерный параметр изгибающего момента в радиальном элементе

$$\overline{M}_r = \frac{M_r a b}{E I_r l}, \text{ расположенном вдоль полуоси «b»}$$

a)



б)

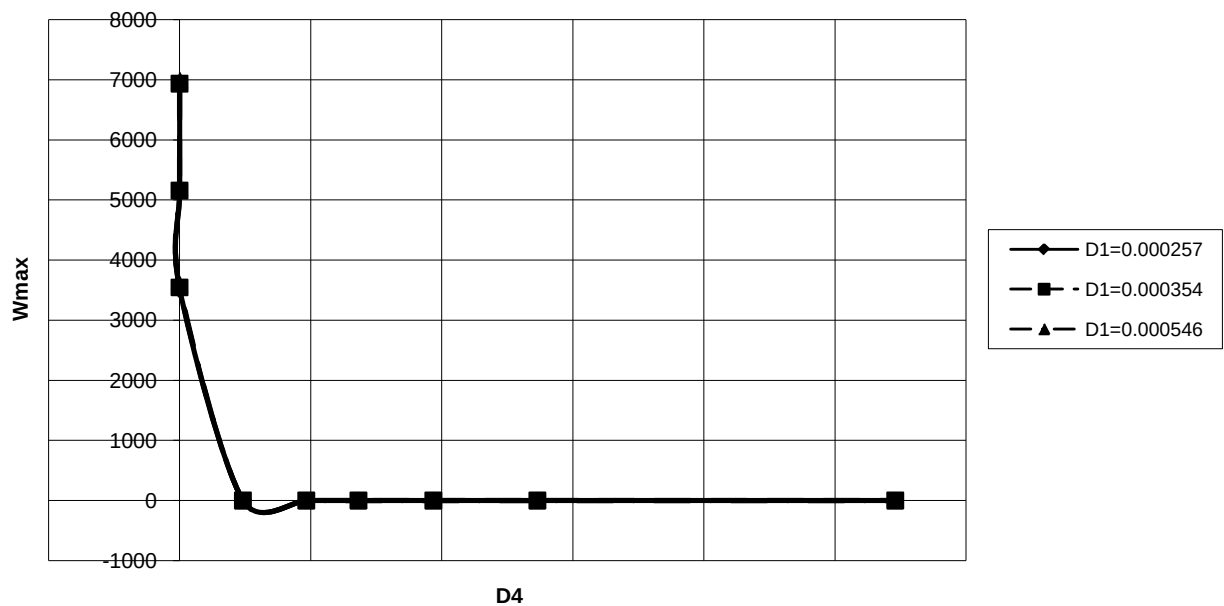


Рис. 3.50 Безразмерный параметр вертикальных перемещений внутреннего опорного

контура $\bar{w} = \frac{w}{a+b}$: а - со знаком "-", б – со знаком «+»

Анализ зависимостей, представленных на рис. 3.47...3.50, позволяет сформулировать следующие выводы о закономерностях изменения усилий в пролетной части конструкции:

1. Наибольшее влияние на изменение безразмерных параметров напряженно-деформированного состояния пролетной части оболочки покрытия ($\bar{N}$, $\bar{M}$, $\bar{w}$) оказывает безразмерный параметр изгибной жесткости внутреннего опорного контура в вертикальной плоскости $\bar{D}_4 = \frac{EI_y b}{EtR^2}$. Параметр $\bar{D}_1 = \frac{EI_z^{внеш} ab_1^4 + EI_z a_1 b^4}{Et b^4 b_1^4}$

оказывает некоторое влияние лишь на изменение безразмерного параметра продольной силы $\bar{N}_r$ в радиальных элементах. На изменение безразмерных параметров продольных сил в кольцевых элементах, изгибающих моментов в радиальных элементах и прогибов по периметру внутреннего опорного контура параметр $\bar{D}_1$ практически влияния не оказывает.

2. По степени влияния наибольшее влияние параметр $\bar{D}_4$ оказывает на изменение безразмерного параметра вертикальных перемещений $\bar{w}$ внутреннего опорного контура, которые при изменении в пределах параметра $\bar{D}_4 = 0...0.024$ удастся снизить в 20...25 раз (см. рис. 3.50). Также заметное влияние изменчивость параметра $\bar{D}_4$ оказывает на изменение безразмерного

параметра изгибающего момента в радиальных элементах: уменьшение $\bar{M}_r$ составляет 2.8...5 раз.

3. Увеличение параметра $\bar{D}_4$ сопровождается перераспределением внутренних усилий в радиальных элементах: отмеченное в п. 2 снижение безразмерного параметра изгибающего момента $\bar{M}_r$ сопровождается одновременным увеличением безразмерного параметра продольной силы $\bar{N}_r$ в 1.1 раза для элементов расположенных вдоль короткой оси, и снижению в 1.07...1.05 раза для элементов расположенных в четверти покрытия и вдоль длинной оси сооружения. При этом наибольшей чувствительностью к увеличению параметра $\bar{D}_4$ отличаются элементы, расположенные вдоль длинной оси сооружения, характеризующиеся изменчивостью безразмерного параметра продольной силы $\bar{N}_r$ в пределах 3...5%.

4. Увеличение параметра $\bar{D}_1$ с 2.573E-04 до 5.462E-04, характеризующего жесткость диска покрытия, создаваемую изгибными жесткостями контуров в горизонтальной плоскости и продольной жесткостью пролетной части покрытия, на величину безразмерного параметра продольных сил в радиальных элементах $\bar{N}_r$ приводит к его изменению на 1.5...2%.

5. Изменение параметра $\bar{D}_1$ не оказывает влияния на изменение $\bar{N}_r$ в кольцевых элементах. Увеличение параметра $\bar{D}_4$ приводит к снижению $\bar{N}_r$ в 1.4...1.6 раза для кольцевых элементов, расположенных вдоль короткой оси сооружения, и в 2.4...2.5 раза – для элементов, расположенных вдоль длинной оси.

Для провисающей мембранной оболочки при выводе данной системы параметров проектирования не была учтена продольная жесткость внешнего и внутреннего контура, что, вследствие непрерывного контакта контуров с мембраной, является важной характеристикой для проектируемой мембранной оболочки. Дополненная для мембранных оболочек система безразмерных параметров имеет вид

$$\begin{aligned}\bar{D}_1 &= \frac{E \cdot I_z^{\text{внеш}} \cdot a \cdot b_1^4 + E \cdot I_z \cdot a_1 \cdot b^4}{E \cdot t^* \cdot b^4 \cdot b_1^4}, \quad \bar{D}_2 = \frac{a^2}{b^2} + \frac{a_1^2}{b_1^2}, \quad \bar{D}_3 = \frac{\bar{w} \cdot a_1^2 \cdot f}{(t^*)^2}, \\ \bar{D}_4 &= \frac{E \cdot I_y \cdot b}{E \cdot (t^*)^3 \cdot R_2^2} \\ \bar{D}_5 &= \frac{E \cdot I_y \cdot b}{E \cdot (t^*)^3 \cdot a^2}, \quad \bar{D}_6 = \frac{a^2}{b^2}, \quad \bar{F}_1 = \frac{E \cdot F \cdot a \cdot b_1^2 + E \cdot F_{\text{вн}} \cdot a_1 \cdot b^2}{E \cdot t \cdot b^2 \cdot b_1^2}, \\ \bar{F}_2 &= \frac{E \cdot F \cdot b \cdot a_1^2 + E \cdot F_{\text{вн}} \cdot b_1 \cdot a^2}{E \cdot t \cdot a^2 \cdot a_1^2}.\end{aligned}\tag{3.106}$$

4. ОБЕСПЕЧЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ ПОКРЫТИЙ НАД ТРИБУНАМИ НА ПРОЕКТНОЙ СТАДИИ

4.1. Обеспечение надежности рассматриваемых систем в рамках метода предельных состояний

Поскольку до сегодняшнего дня основным инструментом проектировщика в части обеспечения надежности проектируемых сооружений остается метод предельных состояний (а том числе и для проектирования уникальных большепролетных сооружений покрытий над трибунами стадионов), рассмотрим несколько основных нормативных документов в этой области, а именно:

- ГОСТ Р 54257-2010 «Национальный стандарт Российской Федерации. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения и требования» (Россия);

- EN 1990 «ЕВРОКОД 0: Основы проектирования сооружений» (Евросоюз). Еврокод 0, базирующийся на стандарте EN 1990, используется для проектирования строительных конструкций вместе с другими евростандартами EN1991 - EN1999, из которых были исключены соответствующие главы;

- ДБН В.1.2-14-2009 «Общие принципы обеспечения надежности и конструктивной безопасности зданий, сооружений, строительных конструкций и оснований» (Украина).

Этими документами устанавливаются принципы и требования к безопасности, эксплуатационной пригодности и долговечности несущих конструкций, описываются основы их проектирования и контроля и дают указания по соответствующим аспектам надежности конструкций. На основе сопоставительного анализа (см. таблицы 4.1 – 4.4) рассмотрим основные этапы реализации метода предельных состояний, предусмотренные этими нормативными документами в отношении рассматриваемых конструкций большепролетных сооружений.

Таблица 4.1 – Система частных коэффициентов надежности

Сфера применения	Нормативный документ		
	ГОСТ Р 54257-2010	ДБН В.1.2-14-2009	ЕВРОКОД 0
Назначение объекта	γ_n - коэффициент надежности по ответственности сооружений (для конструкций с уровнем ответственности 1а минимально допустимое значение γ_n	γ_n – коэффициент надежности по ответственности ($\gamma_n = 1,25 \dots 0,975$ – для сооружений с классом последствий ССЗ, категория ответственности конструкций А).	γ_f – коэффициент надежности по ответственности (см. EN 1998)

	=1.2)		
Идеализация объекта	γ_d - коэффициенты условий работы	$\gamma_d = \gamma_{sd} \cdot \gamma_{rd}$, где: γ_d - коэффициент надежности модели, γ_{sd} - коэффициент учетанеопределенности расчетной модели относительно нагру-жающих эффектов; γ_{rd} - коэффициент учета неопределенности расчетной модели относительно несущей способности; γ_c - коэффициент условий работы, принимаемый в соответствие с нормами проектирования конструкций	γ_{rd} - парциальный коэф-фициент надежности для учета неопределенности модели сопротивления; γ_{sd} - парциальный коэффициент надежности для учета неопределенности воздействия и/или эффекта воздействия
Нагрузки и воздействия	γ_f - коэффициент надежности по нагрузке	γ_f - коэффициент надежности по нагрузке	γ_f - парциальный коэф-фициент надежности по нагрузке, которым учиты-вается возможность неблаго-приятных отклонений чис-ленных значений воздей-ствий от их репрезента-тивных величин; γ_F - парциальный коэф-фициент надежности по нагрузке, которым учиты-вается также неопределен-ность расчетных моделей и неточность размеров; γ_g - парциальный коэф-фициент надежности для постоянных воздействий, которым учитывается воз-можность неблагоприятных отклонений численных зна-чений воздействия от ре-презентативных величин; γ_g - парциальный коэф-фициент надежности для постоянных воздействий, учитывающий также не-

			определенность расчетных моделей и неточность размеров; $\gamma_{G,j}$ – парциальный коэффициент надежности для j-го постоянного воздействия; $\gamma_{G,j,sup}/\gamma_{G,j,inf}$ – парциальный коэффициент надежности для j-го постоянного воздействия при определении максимальных/минимальных расчетных значений; γ_p – парциальный коэффициент для преднапряженных воздействий (см. стандарты EN 1992 - EN 1996 и EN 1998 - EN 1999); γ_q – парциальный коэффициент надежности временных воздействий, которым учитывается возможность неблагоприятных отклонений численных значений воздействий по отношению к их репрезентативным величинам; γ_Q – парциальный коэффициент надежности временных воздействий, которым учитывается также неопределенность расчетных моделей и неточность размеров; $\gamma_{Q,i}$ – парциальный коэффициент надежности временного воздействия i Q;
Материал	коэффициенты надежности по материалу γ_m ,	-	γ_m – парциальный коэффициент надежности свойства материала; γ_M – парциальный коэффициент надежности свой-

			ства материала, которым учитывается также неопределенность расчетной модели и неточность размеров
--	--	--	---

Таблица 4.2 – Формулировка предельных состояний

Сфера применения	Нормативный документ		
	ГОСТ Р 54257-2010	ДБН В.1.2-14-2009	ЕВРОКОД 0
Несущая способность	1-я группа предельных состояний - состояния строительных объектов, превышение которых ведет к потере несущей способности строительных конструкций	1-я группа предельных состояний - содержит предельные состояния, переход через которые приводит к полной непригодности строительного объекта (конструкции, элемента, основания) к эксплуатации $\gamma_n \gamma_{sd} S(G_d, a_d, T_{ef}) \leq \left(\frac{1}{\gamma_{rd}} \right) R(f_d, a_d, T_{ef})$	Критические предельные состояния (ultimate limit state) - состояния, связанные с обрушением или с другими подобными формами разрушения несущей конструкции: а) EQU : потеря статического равновесия сооружением или любой его части, которые рассматриваются как жесткое тело, при следующих условиях: - незначительные изменения величины или пространственного распределения единичного воздействия являются существенными; - прочность строительных материалов или основания, как правило, не является определяющей; б) STR : Разрушение или чрезмерная деформация сооружения или его несущих элементов, включая фундаменты, сваи, подвальные стены, и т.д., для которых прочность строительных материалов играет решающую роль; в) GEO : Разрушение или чрезмерная деформация основания, для которого прочность грунта или скальной породы являются определяющими в обеспечении несущей способности; г) FAT : Усталостное разрушение сооружения или его элементов.

			Условия предельного состояния: - для STR и/или GEO - при рассмотрении предельного состояния разрыва или большой деформации элемента или соединения: $E_d \leq R_d$ где E_d - расчетное значение эффекта воздействий, как например, внутренняя сила, момент, которые могут рассматриваться как скалярные или векторные величины; R_d - соответствующее расчетное сопротивление. - для EQU – предельного состояния статического равновесия $E_{d,dst} \leq E_{d,stab}$ где $E_{d,dst}$ - расчетное значение эффекта дестабилизирующих воздействий; $E_{d,stab}$ - расчетное значение эффекта воздействий без потери устойчивости. <u>Примечание:</u> Комбинации воздействий, которые учитываются при оценке усталостной прочности, указаны в Еврокодах EN 1992 - EN 1999.
Эксплуатационная пригодность	2-я группа предельных состояний - состояния, при превышении которых нарушается нормальная эксплуатация строительных конструкций, исчерпывается ресурс их долговечности или нарушаются условия комфортности	2-я группа предельных состояний - содержит предельные состояния, усложняющие нормальную эксплуатацию строительного объекта или уменьшающие его долговечность по сравнению с установленным сроком эксплуатации $\gamma_n \gamma_{sd} S(G_d, f_d, a_d, T_{ef}) \leq \frac{C}{\gamma_{rd}}$	Эксплуатационные предельные состояния (serviceability limit states) - состояния, при превышении которых не выполняются установленные технические требования к эксплуатации сооружения или их элементов: а) <i>необратимые эксплуатационные предельные состояния (irreversible serviceability limit states)</i>- эксплуатационные предельные состояния, при которых некоторые последствия воздействий, превышающих установленные эксплуатационные требования, остаются при устранении этих воздействий. б) <i>обратимые эксплуатационные предельные состояния (reversible serviceability limit states)</i> -

			эксплуатационные предельные состояния, при которых не остается последствий после устранения воздействий, превышающих требования по эксплуатации. $E_d \leq C_d$ где C_d - предельное расчетное значение параметра для рассматриваемого критерия эксплуатационной пригодности; E_d - расчетное значение эффектов от сочетания нагрузок, указанных в критерии эксплуатационной пригодности
Особые случаи	Особые предельные состояния - состояния, возникающие при особых воздействиях и ситуациях, превышение которых приводит к разрушению зданий и сооружений с катастрофическими последствиями	-	-

Таблица 4.3 – Формулировка расчетных ситуаций

Нормативный документ		
ГОСТ Р 54257-2010	ДБН В.1.2-14-2009	ЕВРОКОД 0
Установившаяся - ситуация, имеющая продолжительность, близкую к сроку службы строительного объекта (например, эксплуатация между двумя капитальными ремонтами или изменениями технологического процесса); Переходная - ситуация, имеющая небольшую по сравнению со сроком службы строительного объекта продолжительность (например, изготовление, транспортирование, монтаж, капитальный ремонт и реконструкция строительного объекта); Аварийная - ситуация, соответствующая исключительным условиям работы сооружения (в том числе и при особых воздействиях), которые могут привести к существенным социальным, экологическим и экономическим потерям.	Постоянные - ситуации, для которых характерна продолжительность реализации T_{sit} того же порядка, что и установленный срок эксплуатации строительного объекта T_{ef} (например, период эксплуатации между двумя капитальными ремонтами или изменениями технологического процесса); Переходные - ситуации, для которых характерна длительность реализации T_{sit} небольшая по сравнению с установленным сроком эксплуатации T_{ef} (например, период возведения объекта, капитального ремонта, реконструкции); Аварийные - ситуации, для которых мало вероятно появление P_{sit} и, как правило, небольшая продолжительность реализации $T_{sit} \ll T_{ef}$ но которые являются достаточно важными с точки зрения последствий возможных отказов (например, ситуации, возникающие во время взрывов, пожаров, аварий оборудования, соприкосновений транспортных средств, а также непосредственно после отказа любого элемента конструкции).	Постоянные (установившиеся) - ситуации, которые соответствуют условиям нормальной эксплуатации, предусмотренных проектным сроком службы; Переходные (временные) - ситуации, которые соответствуют временным условиям, например, во время строительства или ремонта, и для которых должны формулироваться соответствующие репрезентативные числовые значения нагрузок и воздействий; Аварийные - ситуации, которые относятся к исключительным условиям или к случаям, реализуемым в течение короткого периода, когда сооружение или конструкция подвергается, например, пожару, взрыву, удару или последствиям локального разрушения. Сейсмические - ситуации, относящиеся исключительно к условиям, которые на распространяются на конструкцию, подвергающуюся сейсмическим воздействиям.

Таблица 4.4 – Дополнительные рекомендации

Нормативный документ		
ГОСТ Р 54257-2010	ДБН В.1.2-14-2009	ЕВРОКОД 0
3.1.5 Для строительных объектов с повышенным уровнем ответственности (1а и 1б), при проектировании которых использованы не апробированные ранее в Российской Федерации конструктивные решения или для которых не существует надежных методов расчета, необходимо	6.4.2 Главные несущие конструкции объектов классов последствий (ответственности) СС3 и СС2 должны быть запроектированы так, чтобы в аварийной ситуации вероятность возникновения лавинообразных (прогрессирующих) разрушений несравнимо больших, нежели начальные повреждения	Разработаны дополнительные указания к подразделу 2.2 (обеспечение надежности) и к соответствующим пунктам Еврокодов EN 1991 - EN 1999.

использовать данные конструкции, была достаточно экспериментальных исследований малой. на моделях или натурных конструкциях.	
4.2.5. Расчет конструкций и оснований сооружений повышенного уровня ответственности (1a и 1b) рекомендуется проводить на основе результатов специальных теоретических, апробированных численных и экспериментальных исследований, проводимых на моделях или натурных конструкциях.	8. Вероятностный расчет надежности Вероятностный расчет надежности может выполняться дополнительно к нормативным проектным расчетам по методу предельных состояний для уникальных и особо ответственных конструкций, если это указано в задании на проектирование, выданном заказчиком проекта и согласованном с генеральным проектировщиком. Рекомендованы подходы, обеспечивающие надежность сооружения (по предельным состояниям несущей способности, исключая усталость)
4.2.7. Расчет на прогрессирующее обрушение при действии особых нагрузок проводится для зданий (жилых и офисных высотных зданий, торговых комплексов, подтрибунных конструкций и т.п.) 1-го (1a и 1b) уровня ответственности, если не предусмотрены другие мероприятия, исключающие их прогрессирующее обрушение.	Предполагаемые последствия разрушения и повреждения сооружений разбиваются на классы, для каждого из которых устанавливается частный коэффициент надежности по нагрузке и расчетным сопротивлениям
Объекты с высоким уровнем ответственности, при проектировании и строительстве которых используются принципиально новые конструктивные решения и не прошедшие проверку в практике строительства и эксплуатации, должны быть отнесены к особо высокому уровню ответственности 1a.	Для классификации уровня надежности может быть использован индекс β (см. Приложение С), при назначении которого принимаются во внимание известная или предполагаемая статистическая изменчивость воздействий и расчетных сопротивлений, а также неопределенности расчетной модели.

Следует отметить тщательно проработанную в Еврокоде 0 связь между обеспечением надежности проектируемой конструкции с помощью метода предельных состояний и вероятностно-статистическими методами проектирования. Необходимость этого обусловлена «полувероятностной» основой метода предельных состояний, базирующейся на независимом исследовании и последующем нормировании значений частных коэффициентов надежности, что в конечном итоге не всегда обеспечивает требуемый уровень надежности, определяемый нормами проектирования (значение индекса надежности β или вероятности отказа P_f).

Поскольку рассматриваемые нами уникальные конструкции большепролетных покрытий относятся к классу последствий СС3 (по таблице В1 Приложения В EN 1990) с соответствующим ему классом надежности RC3,

то рекомендуемые для них минимальные значения индекса надежности β (для предельных состояний по несущей способности) должны составить:

- $\beta = 5,2$ – для годового базового периода;
- $\beta = 4,3$ – для 50-летнего базисного периода.

А поскольку, как было указано выше, метод предельных состояний не всегда обеспечивает требуемый нормами уровень надежности (например, $\beta = 4,3$), то для обеспечения таких гарантий для конструкций, запроектированных с помощью метода предельных состояний с использованием всех требуемых значений частных коэффициентов надежности, дополнительно рекомендуется учитывать коэффициент K_{FI} ($K_{FI} = 1,1$ – для класса надежности RC3)

Наряду с приведенным сопоставительным материалом, содержащимся в таблицах 4.1...4.4, не менее важно зафиксировать, также различия в нормируемом проектном сроке эксплуатации объекта, от выбора которого в дальнейшем зависит целый ряд параметров проектирования (нагрузки, коэффициенты надежности и т.д., см. Таблицу 4.5).

Таблица 4.5 –Сравнение проектных сроковэксплуатации

Примерные сроки службы зданий и сооружений по ГОСТ Р 54257-2010		Индикативный (проектный) срокэксплуатациипоЕврокод 0			Ориентировочное значениеустановленного срокаэксплуатациипо ДБН В.1.2-14-2009	
Наименование объектов	Примерный срок службы	Категории проектного срока службы	Индикативный проектный срок службы (годы)	Примеры	Здания и сооружения	T_{ef} (годы)
Временные здания и сооружения (бытовки строительных рабочих и вахтового персонала, временные склады, летние павильоны и т.п.)	10	1	10	Временные сооружения	Мобильные контейнеры	15
		2	10-25	Заменяемые части сооружения, например, пролетные строения козлового крана, опоры		
		3	15-30	Сельскохозяйственные и подсобные здания	Сельскохозяйственные здания Теплицы Мобильные сборно-разборные	50 30 20
Здания и сооружения массового	Не менее 50	4	50	Строительные сооружения и	Здания жилые и гражданские	100

строительства в обычных условиях эксплуатации (здания жилищно-гражданского и производственного строительства)				иные здания общего назначения	е Производственные вспомогательные Складские	60 60
Уникальные здания и сооружения (здания основных музеев, хранилищ национальных и культурных ценностей, произведения монументального искусства, стадионы, театры, здания высотой более 75 м, большепролетные сооружения и т.п.) Сооружения, эксплуатируемые в условиях сильно-агрессивных сред (сосуды и резервуары, трубопроводы предприятий нефтеперерабатывающей, газовой и химической промышленности, сооружения в условиях морской среды и т.п.)	100 лет и более	5	100	Монументальные строительные сооружения, мосты и инженерно-гражданские инженерные сооружения	Мосты в зависимости от типа Дамбы Тоннели Резервуары для воды Резервуары для нефти и нефтепродуктов Резервуары для химической промышленности Емкостные конструкции для сыпучих материалов Башни и мачты в зависимости от назначения Дымовые трубы	80-100 120 120 80 40 30 20-30 20-40 30
	Не менее 25					

При этом, особое внимание должно уделяться обеспечению проектной надежности легких металлических конструкций, к которым относится и рассматриваемый класс сооружений. На это указывают результаты исследований уровня надежности металлических конструкций для различных значений коэффициентов надежности по нагрузке, выполненных украинскими специалистами при формировании национального приложения к Еврокодам (см. рис.4.1).

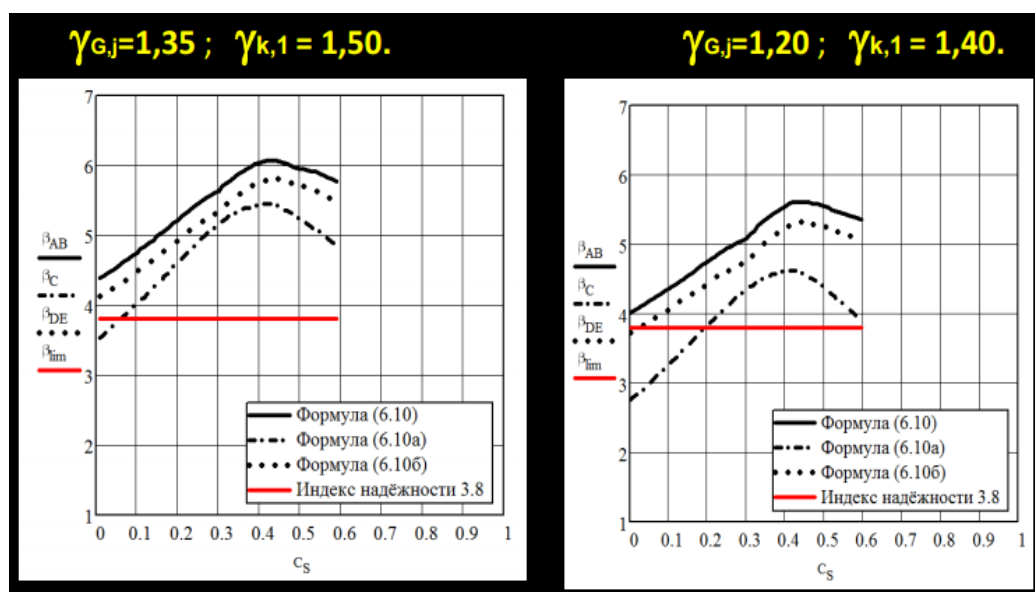


Рис. 4.1 Изменение индекса надежности β при различных значениях коэффициентов надежности по нагрузке

При более подробном рассмотрении требований, предъявляемых к проектированию конкретных видов большепролетных покрытий (в частности, мембранного типа), в качестве основных положений, сформулированных в различных частях Еврокода 3, следует назвать:

- части EUROCODE 1993 1-5. *Дополнительные требования к проектированию металлических плитных конструкций* – в разделе назначения эффективной части сечения мембранной оболочки при ее совместной работе с подкрепляющими элементами стабилизирующей системы;
- части EUROCODE 1993-1-6. *Напряжения и устойчивость металлических оболочек*:
- нормируемые виды расчета оболочек, в которых для рассматриваемых систем особый интерес представляет геометрически нелинейный расчет с учетом геометрических несовершенств. При этом особо отмечается, что при формировании расчета GMNIA (или GNIA) необходимо внести соответствующие поправки для учета влияния дефектов, которых невозможно избежать на практике, включая геометрические дефекты и дефекты материала, которые должны быть учтены в расчете GMNIA путем включения соответствующих дополнительных величин в расчетную модель для численного расчета (см. табл. 4.6).

Таблица 4.6 - Виды расчета оболочек

Вид расчета	Теория оболочек	Поведение материала	Геометрия оболочки
Мембранная теория оболочек	мембранное равновесие	не учитывается	идеальная

Линейно-упругий расчет оболочек (LA)	линейный изгиби растяжение	линейное	идеальная
Линейно-упругий расчет бифуркаций (LBA)	линейный изгиби растяжение	линейное	идеальная
Геометрически нелинейный упругий расчет (GNA)	нелинейная	линейное	идеальная
Физически нелинейный расчет (MNA)	линейная	нелинейное	идеальная
Геометрически и физически нелинейный расчет (GMNA)	нелинейная	нелинейное	идеальная
Геометрически нелинейный расчет с учетом дефектов (GNIA)	нелинейная	линейное	неидеальная
Геометрически и физически нелинейный расчет с учетом дефектов (GMNIA)	нелинейная	нелинейное	неидеальная

- части EUROCODE 1993-1-7. Пластины, загруженные поперечной нагрузкой – в части использования энергетической теории прочности при определении приведенных напряжений (напряжений Мизеса) в любой точке оболочки.

В отличие от рекомендуемой Еврокод 3 (часть 1-6) методики, в которой влияние геометрических несовершенств рекомендуется учитывать с помощью корректирующих коэффициентов, в ДБН В.2.6-163:2010 «Стальные конструкции» принята методика, в рамках которой учитывается влияние геометрических несовершенств, отклонений в прочностных и геометрических свойствах листового проката, возможного коррозионного износа, зависящего от вида выбранной стали и условий эксплуатации объекта, с помощью соответствующих составляющих коэффициента условий работы (нумерация пунктов, формул, таблиц сохранена в соответствии с оригиналом):

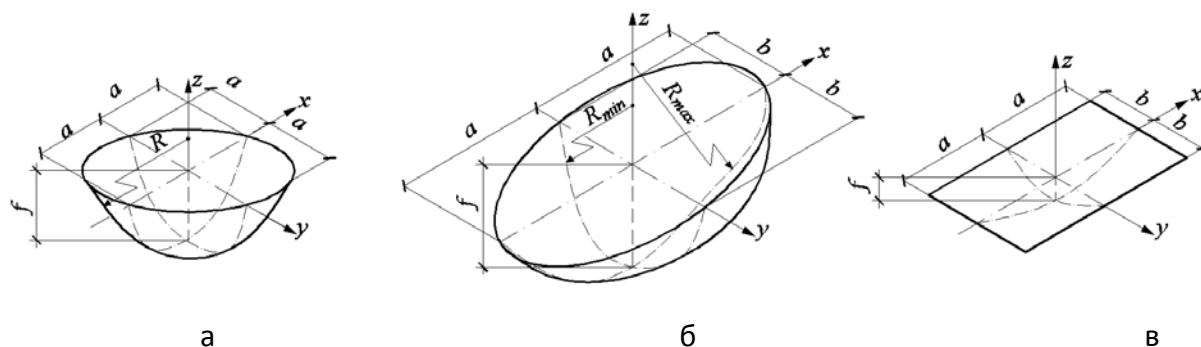
«...10.3.4 Толщина мембраны определяется расчетом в соответствии с 10.1.1 с учетом возможных отклонений толщины и прочностных характеристик тонколистового проката от характеристических значений, нормированных размеров геометрических несовершенств, обусловленных используемым методом монтажа. При расчете пролетной части покрытия следует ограничиваться упругой стадией работы материала.

При расчете на прочность по формуле (10.1) коэффициент условий работы γ_c конструкций при учете отклонений геометрических размеров и прочностных характеристик листового проката, начальных геометрических несовершенств может быть уточнен по формуле

$$\gamma_c \approx \gamma_{c(t)} \gamma_{c(g)},$$

$\gamma_{c(t)}$ – составляющая коэффициента условий работы конструкции γ_c , учитывающая отклонение геометрических размеров и прочностных характеристик листового

прокатаотхарактеристических значений, и принимаемая по таблице 10.2; $\gamma_{c(g)}$ – составляющая коэффициента условий работы конструкций γ_c , учитывающая отклонения поверхности оболочки от проектной геометрии и принимаемая по таблице 10.3.



а – на круглом плане; б – на овальном плане; в – на прямоугольном плане

Рисунок 10.4 – Геометрия поверхности оболочки положительной гауссовой кривизны

Таблица 10.2 – Коэффициент $\gamma_{c(t)}$ учета изменчивости геометрических и прочностных характеристик листового проката классов С255 и С345 по ГОСТ 27772

План	Тип контура	Зоны		
		приконтурная	периферийная	Центральная
Прямоугольный	Гибкий	0,92 (0,94)	0,96 (0,97)	0,98 (0,99)
	Жесткий	0,93 (0,95)	0,95 (0,96)	0,90 (0,93)
Круглый	Неподвижный	0,96 (0,97)	0,94 (0,95)	0,92 (0,93)
	Податливый	0,94 (0,95)	0,90 (0,93)	0,88 (0,91)

Примечание: Значения в скобках приведены для стали класса С345 по ГОСТ 27772.

Таблица 10.3 – Коэффициент $\gamma_{c(g)}$ учета отклонений от проектной геометрии поверхности оболочки, выполненной из листового проката классов С255 и С345 по ГОСТ 27772

План	Контур	Зона	Участок зоны	Значения $\gamma_{c(g)}$ для $\Delta\bar{z}$		
				0,02f	0,04f	0,08f
Прямо- угольный	Гибкий	Приконтурная	Угловая	0,99 (0,99)	0,80 (0,85)	0,67 (0,76)
			Иные	0,99 (0,99)	0,85 (0,89)	0,75 (0,81)
		Периферийная	На расст. a/4	0,97 (0,98)	0,76 (0,85)	0,65 (0,73)
			Иные	0,98 (0,99)	0,90 (0,92)	0,78 (0,84)
		Центральная	Все	0,97 (0,97)	0,91 (0,94)	0,86 (0,90)
	Жесткий	Приконтурная	Угловая	0,96 (0,97)	0,93 (0,95)	0,65 (0,75)
			Иные	0,96 (0,97)	0,75 (0,82)	0,60 (0,70)
		Периферийная	На расст. a/4	0,93 (0,95)	0,91 (0,94)	0,65 (0,75)
			Иные	0,96 (0,97)	0,85 (0,90)	0,70 (0,80)
		Центральная	Все	0,98 (0,99)	0,92 (0,94)	0,60 (0,70)
План	Контур	Зона		Значения $\gamma_{c(g)}$ для $\Delta\bar{z}$		
				0,00027R	0,00038R	0,00107R
Круглый	Неподвижный	Приконтурная		0,99 (0,99)	0,98 (0,99)	0,98 (0,98)
		Периферийная		0,95 (0,96)	0,94 (0,95)	0,91 (0,94)

План	Контур	Зона	Участок зоны	Значения $\gamma_{c(g)}$ для $\Delta\bar{z}$		
				0,02f	0,04f	0.08f
	Податливый	Центральная	0,77 (0,83)	0,75 (0,82)	0,72 (0,80)	
		Приконтурная	1,08 (1,06)	1,07 (1,05)	0,99 (1,01)	
		Периферийная	1,05 (1,04)	1,00 (1,00)	0,92 (0,95)	
Центральная		1,07 (1,05)	0,96 (0,97)	0,83 (0,88)		

$\Delta\bar{z}$ – средний размер отклоненийот проектной геометрии;

f – начальная стрела провисания (рисунок 10.4);

R – начальный радиус кривизны поверхности для покрытий на круглом плане, рисунок 10.4, а (для овального плана – R_{max} , рисунок 10.4, б);

a – характерный размер плана мембранной оболочки (рисунок 10.4).

Примечание: Значения в скобкахприведены для стали класса С345 по ГОСТ 27772.

Наряду с рассмотренными нормативными документами следует также обратить внимание на рекомендации, изложенные в справочной и научной литературе. Так, в работах П.Г. Еремеева [33, 43] рекомендуется более простой вариант назначения коэффициента условий работы γ_c для тонколистовой мембраны в пролетной части покрытия:

- 1 – при пролетах до 120 м;
- 0,8 – при пролетах более 120 м.

Результаты исследований, полученные в работах А.Н. Оржеховского [51] под научным руководством В.Ф. Мущанова, позволили получить значения коэффициентов условий работы для наиболее ответственных элементов рамно-консольных покрытий, которые могут быть насчитаны в соответствии с приведенным ниже выражением, а также в таблице 4.7. Приведенные значения коэффициентов условий работы позволяют получить проектные решения, обеспечивающие требуемый уровень надежности по ЕВРОКОД 0 для систем, требующих обеспечения повышенного уровня надежности (класс последствий СС3).

$$\gamma_c = 0.9969 + 0.00191H + 0.00295L - 0.001025HL, \quad (4.1)$$

где: H – шаг несущих рам (м); L – вылет несущей фермы (м).

Таблица 4.7 – Значения коэффициентов γ_c для элементов поясов и опорных раскосов рамно-консольных покрытий над трибунами стадионов

γ_c		Вылет консоли L (м)																					
		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
Шаг несущих рам Н (м)	2	1	1	1	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02	1.02
	2.5	1	1	1	1	1	1	1	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01	1.01
	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	3.5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99
	4	1	1	1	1	1	1	1	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98
	4.5	1	1	1	1	1	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97
	5	1	1	1	1	0.99	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	0.98	0.98	0.97	0.97	0.97	0.97	0.97	0.96	0.96	0.96	0.96
	5.5	1	1	1	0.99	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	0.98	0.97	0.97	0.97	0.96	0.96	0.96	0.96	0.95	0.95	0.95	0.95
	6	1	1	1	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	0.97	0.97	0.97	0.96	0.96	0.96	0.95	0.95	0.95	0.94	0.94	0.94	0.93
	6.5	1	1	0.99	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	0.97	0.97	0.96	0.96	0.96	0.95	0.95	0.95	0.94	0.94	0.94	0.93	0.93	0.92
	7	1	1	0.99	0.99	0.98	0.98	0.98	0.97	0.97	0.96	0.96	0.96	0.95	0.95	0.94	0.94	0.93	0.93	0.93	0.92	0.92	0.91
	7.5	1	1	0.99	0.99	0.98	0.98	0.97	0.97	0.96	0.96	0.95	0.95	0.94	0.94	0.94	0.93	0.93	0.92	0.92	0.91	0.91	0.9
	8	1	1	0.99	0.99	0.98	0.98	0.97	0.96	0.96	0.95	0.95	0.94	0.94	0.93	0.93	0.92	0.92	0.91	0.91	0.9	0.9	0.89
	8.5	1	1	0.99	0.98	0.98	0.97	0.97	0.96	0.96	0.95	0.94	0.94	0.93	0.93	0.92	0.92	0.91	0.9	0.9	0.89	0.89	0.88
	9	1	1	0.99	0.98	0.98	0.97	0.96	0.96	0.95	0.95	0.94	0.93	0.93	0.92	0.91	0.91	0.9	0.89	0.89	0.88	0.88	0.87
	9.5	1	0.99	0.99	0.98	0.97	0.97	0.96	0.95	0.95	0.94	0.93	0.93	0.92	0.91	0.91	0.9	0.89	0.89	0.88	0.87	0.87	0.86
	10	1	0.99	0.99	0.98	0.97	0.96	0.96	0.95	0.94	0.94	0.93	0.92	0.91	0.91	0.9	0.89	0.88	0.88	0.87	0.86	0.86	0.85
	10.5	1	0.99	0.99	0.98	0.97	0.96	0.95	0.95	0.94	0.93	0.92	0.92	0.91	0.9	0.89	0.88	0.88	0.87	0.86	0.85	0.85	0.84
	11	1	0.99	0.98	0.98	0.97	0.96	0.95	0.94	0.93	0.93	0.92	0.91	0.9	0.89	0.88	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.83
	11.5	1	0.99	0.98	0.97	0.97	0.96	0.95	0.94	0.93	0.92	0.91	0.9	0.9	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.82
	12	1	0.99	0.98	0.97	0.96	0.95	0.95	0.94	0.93	0.92	0.91	0.9	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.8

Примечание. Для определения промежуточных значений допускается использование линейной интерполяции.

4.2 Использование вероятностной интерпретации метода конечных элементов при оценке надежности проектируемых систем

Определение вероятностного характера величины действующего в элементе конструкции вектора усилий $\tilde{N}$, являющегося функцией случайных величин геометрических несовершенств, коррозионных повреждений, начальной толщины листового проката, нагрузки, представляет собой по классификации В.В.Болотина первую и основную задачу статистической динамики, состоящую в нахождении статистических характеристик выходного параметра $\tilde{N}$ при заданных характеристиках входных параметров.

При этом, учитывая, что решаемая нелинейная задача расчета континуальной системы с бесконечным числом степеней свободы путем использования метода пошаговых нагружений для каждого шага расчета является линейной, а применение МКЭ сводит ее к конечномерной схеме, становится возможным при определении вероятностного характера $\tilde{N}$ использовать относительно простые и хорошо разработанные методы решения, которые применяются для линейных, стационарных (временной шаг расчета ΔT незначителен), вырожденных (иначе - конечномерных) систем. Для малых дисперсий (например, $k_N < 20\%$) $\bar{N}$, σ_N^2 могут быть аппроксимированы в виде:

$$\bar{N} \approx N(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n);$$

$$\sigma_N^2 \approx \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial N}{\partial \bar{x}_i} \right)^2 \cdot \sigma_{x_i}^2 + \sum_i^n \sum_j^n \left(\frac{\partial N}{\partial \bar{x}_i} \right) \left(\frac{\partial N}{\partial \bar{x}_j} \right) \rho_{ij} \cdot \sigma_{x_i} \cdot \sigma_{x_j} \quad (4.2)$$

где $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_n$ – средние значения факторов, влияющих на N ; ρ_{ij} – коэффициент корреляции для случайных факторов x_i и x_j .

Следует отметить, что по причине фактического отсутствия корреляционной связи между параметрами $x_1, \dots, x_n$ для рассматриваемого варианта задачи, т.е. $\rho_{ij} \approx 0$, все последующие выражения значительно упрощаются.

Однако, ни один из используемых методов не отвечает в полной мере условиям решаемой задачи. Поэтому наиболее естественным способом решения поставленной проблемы будет учет случайного характера величин, определяющих изменчивость напряженно-деформированного состояния конструкции средствами МКЭ. Рассмотрим выражение для функционала энергии деформации плоского треугольного элемента:

$$\mathcal{E}_i = \frac{1}{2} \int_s \frac{Et}{1-\mu^2} \left\{ \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial y} \right] + \frac{Et}{2(1+\mu)} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right] \right\} dx \cdot dy \quad (4.3)$$

Учтем в выражении (4.3) изменчивость жесткостных параметров элемента конструкции (изменчивость начальной толщины проката, коррозионный износ элемента) добавкой t , а влияние других факторов, определяющих напряженно-деформированное состояние конструкции – добавками перемещений u и v . Таким образом, суммарные значения приведенных параметров могут быть выражены соотношениями:

$$u = u_0 + \hat{u}; v = v_0 + \hat{v}; t = t_0 + \hat{t}. \quad (4.4)$$

Использование энергетического функционала с линейной связью между деформациями и перемещениями обусловлено использованием в качестве метода решения системы уравнений метода пошагового нагружения в сочетании с простыми итерациями. Запишем выражение (4.3) с учетом (4.4):

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_i = \frac{1}{2} \int_s \left\{ \left[\left(\frac{Et_0}{1-\mu^2} + \frac{E\hat{t}}{1-\mu^2} \right) \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \right)^2 + \right. \right. \right. \\ \left. \left. + 2\mu \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} \right) \right] + \left(\frac{Et_0}{2(1+\mu)} + \frac{E\hat{t}}{2(1+\mu)} \right) \cdot \right. \\ \left. \left. \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial \hat{u}}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial \hat{u}}{\partial y} \right) \cdot \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} \right) \right] \right\} dx \cdot dy; \end{aligned} \quad (4.5)$$

Случайными компонентами энергии деформации, насчитанными на основе произведения 2-х и более случайных компонент, пренебрегаем,

как величинами 2–3-го порядка малости. Тогда составляющие выражения для потенциальной энергии деформации i -го элемента с выделением случайной составляющей будут выглядеть следующим образом:

$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{i,0} + \Delta\mathcal{E}_i, \quad (4.6)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{i,0} = & \frac{1}{2} \int_s \left\{ \frac{Et_0}{1-\mu^2} \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \frac{\partial u_0}{\partial x} \frac{\partial v_0}{\partial y} \right] + \frac{Et_0}{2(1+\mu)} \cdot \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial u_0}{\partial y} \frac{\partial v_0}{\partial x} \right] \right\} dx \cdot dy; \\ \Delta\mathcal{E}_i = & \frac{1}{2} \int_s \left\{ \frac{Et_0}{1-\mu^2} \cdot 2 \cdot \left[\frac{\partial u_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} + 2\mu \left(\frac{\partial u_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial \hat{v}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} \cdot \frac{\partial v_0}{\partial y} \right) \right] + \frac{E\hat{t}}{1-\mu^2} \cdot \right. \\ & \cdot \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \frac{\partial u_0}{\partial x} \cdot \frac{\partial v_0}{\partial y} \right] + \frac{Et_0}{2(1+\mu)} \left[2 \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial y} + \frac{\partial \hat{v}}{\partial x} \right) + \right. \\ & \left. \left. + \frac{E\hat{t}}{2(1+\mu)} \left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_0}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial u_0}{\partial y} \cdot \frac{\partial v_0}{\partial x} \right] \right] \right\} dx \cdot dy. \end{aligned}$$

Компоненты выражения (4.6) $\mathcal{E}_{i,0}$ и $\Delta\mathcal{E}_i$ соответствуют детерминированной $[K]$ и случайной $[\hat{K}]$ составляющим матрицы жесткости. Разложение матрицы жесткости в ряд Тейлора позволило выделить линейную $[K_0]$ и нелинейную $[K_\sigma]$ составляющие матрицы.

Поскольку матрица $[K_\sigma]$ сама является вторым членом ряда Тейлора и носит уточняющий характер по отношению к базовому решению $[K_0]$, то при вычислении добавочной матрицы, обусловленной случайным характером решаемой задачи, достаточно, с приемлемой для практических расчетов точностью, рассмотреть лишь вариацию $[K_0]$:

$$[K] = [\bar{K}] + [\hat{K}_0]; \quad (4.7)$$

Учет случайных составляющих добавочных матриц $[\hat{K}_\sigma]$ эквивалентен учету величин 3-го, 4-го порядка малости.

Поскольку рассматриваемые в работе факторы (t_0 – начальная толщина листового проката; t_k – толщина оболочки на стадии эксплуатации, определенная с учетом коррозионных потерь; Δz – геометрические несовершенства, выраженные в отклонении поверхности оболочки от заданной геометрии) оказывают влияние на матрицу жесткости конструкции, то наиболее логично учесть эти несовершенства на стадии ее формирования:

$$[K] \approx [\bar{K}] + [\hat{K}]; \quad (4.8)$$

где $[\bar{K}] = [\bar{K}_0(\bar{t}_0, \bar{t}_k, \Delta\bar{z})] + [\bar{K}_\sigma(\bar{t}_0, \bar{t}_k, \Delta\bar{z})]$ – математическое ожидание матрицы жесткости, вычисленное как для нелинейной функции случайных независимых аргументов на основе

математических ожиданий $\bar{t}_0, \bar{t}_k, \Delta\bar{z}$; $[\hat{K}]$ - случайная составляющая матрицы жесткости, определенная на основе ее дисперсии путем разложения в ряд Тейлора:

$$[\hat{K}_0] \approx \left(\frac{\partial [\bar{K}_0]}{\partial \bar{t}_0} \right)^2 \cdot \hat{t} + \left(\frac{\partial [\bar{K}_0]}{\partial \bar{t}_k} \right)^2 \cdot \hat{t}_k + \left(\frac{\partial [\bar{K}_0]}{\partial \bar{z}} \right)^2 \cdot \Delta\bar{z}; \quad (4.9)$$

где $[\hat{K}_0]$ – дисперсия линейной составляющей матрицы жесткости $[K_0]$, определенная как центральный момент второго порядка. В реальных расчетах при формировании случайных матриц жесткости отдельных i -х конечных элементов принято:

$$\hat{t} \approx (t_i - \bar{t})^2, \hat{t}_k \approx (t_{k,i} - \bar{t}_k)^2, \Delta\bar{z} \approx (\Delta z_i - \Delta\bar{z})^2, \\ \hat{t} \approx (t_i - \bar{t})^2, \hat{t}_k \approx (t_{k,i} - \bar{t}_k)^2, \Delta\bar{z} \approx (\Delta z_i - \Delta\bar{z})^2$$

где величины $t_i, t_{ki}, \Delta z_i$ выбираются генератором случайных чисел в соответствии с заданным законом распределения.

Как известно, решение системы уравнений МКЭ (системы линейных алгебраических уравнений) сводится к необходимости обращения глобальной матрицы жесткости:

$$\{z\} = [K]^{-1} \{R\}. \quad (4.10)$$

Однако наличие случайной составляющей в правой части уравнения (4.10) вызовет наличие случайной составляющей в векторе узловых перемещений:

$$\{z\} = \{\bar{z}\} + \{\hat{z}\}. \quad (4.11)$$

Наличие в правой части уравнения (5.70) обратной матрицы $[K]^{-1}$ делает невозможным непосредственное определение $\{z\}$ из уравнения (5.70). Поэтому для выполнения этой операции возможно использование одного из 2-х способов:

1. Разложение правой части уравнения (5.10) в ряд Тейлора. Основным преимуществом изложенного способа является однократное обращение глобальной матрицы жесткости, недостатком – сложность и громоздкость операции дифференцирования глобальной матрицы жесткости $[\bar{K}_0]$ по компонентам матрицы случайных добавок $[K_f]$ для всех элементов системы.

$$\begin{aligned}
\{z\} &= \{\bar{z}\} + \{\hat{z}\} = [K]^{-1} \cdot \{R\} = [\bar{K}_0]^{-1} \cdot \{\bar{R}\} + \delta([K]^{-1} \cdot \{R\}) = \\
&= [\bar{K}_0]^{-1} \cdot \{\bar{R}\} + ([\bar{K}]^{-1} \cdot \{R\})' \cdot \delta([K]^{-1} \cdot \{R\}) = \\
&= [\bar{K}_0]^{-1} \cdot \{\bar{R}\} + \delta([K]^{-1} \cdot \{R\}) \cdot \left[([\bar{K}]^{-1})' \cdot \{\bar{R}\} + [\bar{K}_0]^{-1} \cdot (\{\bar{R}\})' \right] = \\
&= [\bar{K}_0]^{-1} \cdot \{\bar{R}\} + \sum_{i=1}^{NM} \delta([K]^{-1} \cdot \{R\}) \cdot \frac{\partial([\bar{K}_0]^{-1})}{\partial[\hat{K}]} \cdot \{\bar{R}\} + \sum_{i=1}^{NM} [\bar{K}_0]^{-1} \cdot \frac{\partial\{\bar{R}\}}{\partial\{\hat{R}\}_i} \cdot \\
&\cdot \delta([K]^{-1} \cdot \{R\}) = [\bar{K}_0]^{-1} \cdot \{\bar{R}\} - \sum_{i=1}^{NM} \sum_{f=1}^{\hat{u}, \hat{v}, \hat{f}} [\bar{K}_0]^{-1} \cdot \frac{\partial[\bar{K}_0]}{\partial[\hat{k}_f]} \cdot [\bar{K}_0]^{-1} \cdot \{\bar{R}\} \cdot [\hat{K}_f] + \\
&+ \sum_{i=1}^{NM} [\bar{K}_0]^{-1} \cdot \frac{\partial\{\bar{R}\}}{\partial\{\hat{r}\}_i} \cdot \{\hat{R}\}_i;
\end{aligned} \tag{4.12}$$

2. Рассмотрение с учетом добавок основного исходного уравнения МКЭ и прямой метод вычисления $\{\hat{z}\}$:

$$([\bar{K}] + \{\hat{K}\})(\{\bar{z}\} + \{\hat{z}\}) = (\{\bar{R}\} + \{\hat{R}\}); \tag{4.13}$$

Решение уравнения (4.13) можно представить в виде:

$$\{\hat{z}\} = ([\bar{K}] + [\hat{K}])^{-1} \cdot (\{\bar{R}\} + \{\hat{R}\}) - \{\bar{z}\}. \tag{4.14}$$

Поскольку уравнение (4.14) содержит неизвестные в обеих частях более строгое его решение возможно методом последовательных приближений, приняв на первом этапе $\{\hat{z}\} = 0$, а затем, корректируя матрицы $\{\hat{K}\}$, уточнить его значение. Однако, как показали предварительно выполненные расчеты, с вполне приемлемой для практики точностью можно принять:

$$\{\bar{z}\} \approx [\bar{K}]^{-1} \cdot \{\bar{R}\}; \{\hat{z}\} \approx ([\bar{K}] + [\hat{K}])^{-1} \cdot (\{\bar{R}\} + \{\hat{R}\}) - \{\bar{z}\}. \tag{4.15}$$

Достоинством предложенного способа является простота и наглядность определения $\{z\}$ по сравнению с первым вариантом в связи с отсутствием трудоемких и громоздких операций дифференцирования глобальной матрицы жесткости по компонентам матрицы случайных добавок.

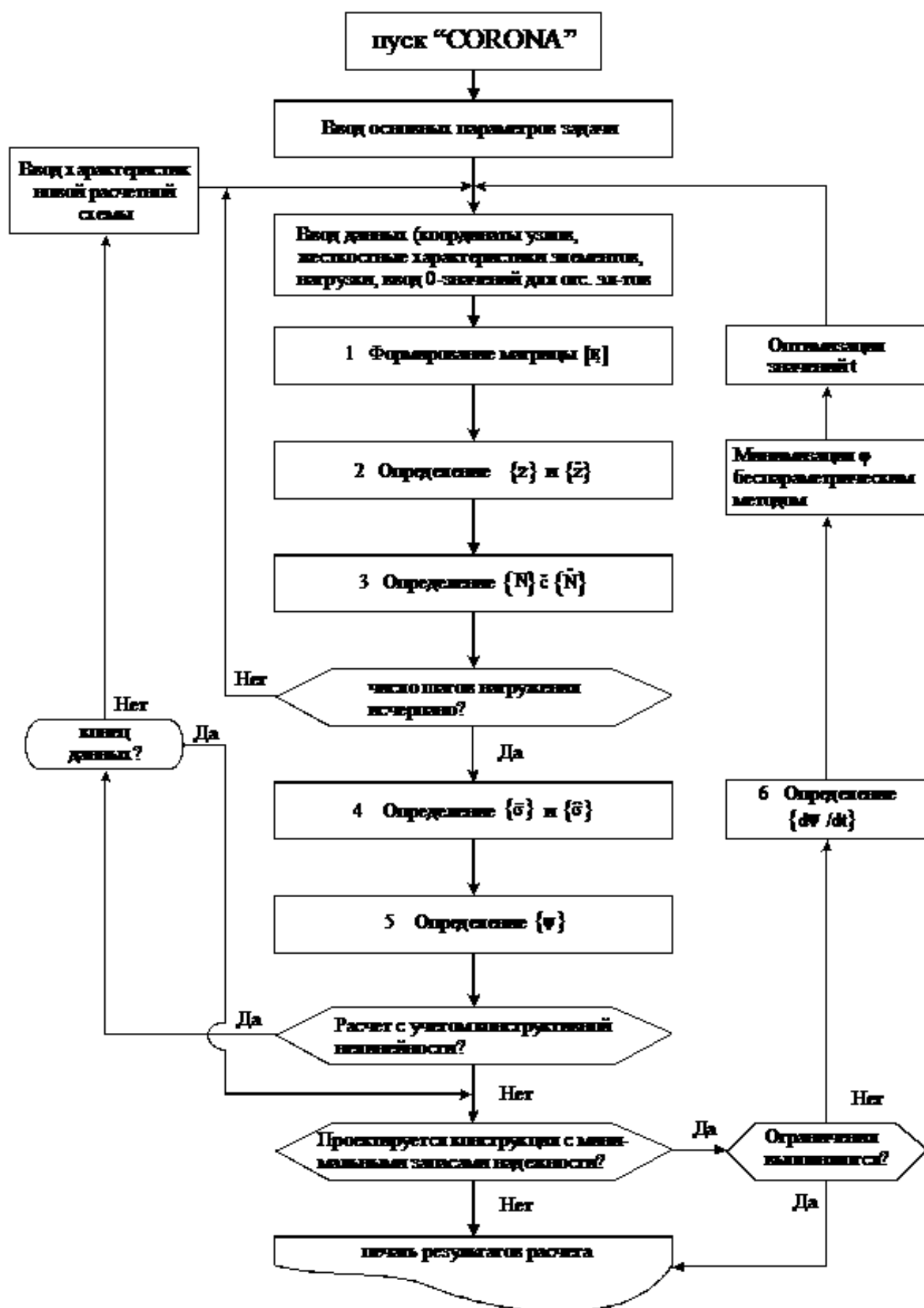


Рисунок 4.2 – Алгоритм программного комплекса «CORONA».

Менее строгое, на первый взгляд, решение в принципе сопоставимо по точности с первым вариантом, т.к. разложение в ряд Тейлора при увеличении степени разброса случайных параметров для сохранения прежней точности решения требует удержания все большего числа членов ряда, что в реальных расчетах многоэлементных систем практически невозможно. Недостатком такого варианта решения является необходимость двукратного обращения глобальной матрицы жесткости в процессе решения задачи. Определение вектора узловых реакций элемента выполняется, как известно, в соответствии с формулой:

$$\{N\}_e = [K]_e \cdot \{z\}_e; (4.16)$$

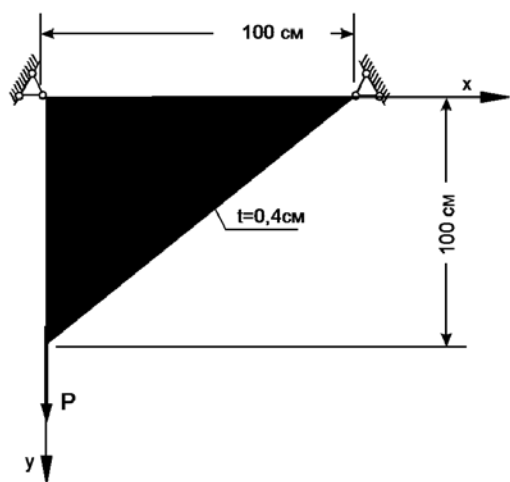
где $\{N\}_e = \{N_{x1}, N_{y1}, N_{x2}, N_{y2}, N_{x3}, N_{y3}\}$ – вектор узловых реакций плоского треугольного конечного элемента; $[K]_e$ – матрица жесткости элемента, выраженная в локальной системе координат; $\{z\}_e = \{z_{x1}, z_{y1}, z_{x2}, z_{y2}, z_{x3}, z_{y3}\}$ – вектор узловых перемещений элемента, выраженный в локальной системе координат.

Наличие в правой части уравнения случайных составляющих вызовет алогичные составляющие в левой его части (см. рис.4.2 п. 3):

$$\{N\}_e = \{\bar{N}\}_e + \{\hat{N}\}_e = ([\bar{K}]_e + [\hat{K}]_e) (\{\bar{z}\}_e + \{\hat{z}\}_e) \approx [\bar{K}]_e \cdot \{\bar{z}\}_e + [\hat{K}]_e \cdot \{\hat{z}\}_e \quad (4.17)$$

Дальнейшая работа алгоритма связана с определением показателей надежности рассчитываемой и проектируемой конструкции и проектирования, в случае необходимости, оптимальной конструкции, обладающей минимально необходимыми запасами надежности.

Выполним проверку работоспособности предложенного метода на тестовом примере для плоского треугольного элемента, представленного на рис. 4.3. В качестве случайных величин рассмотрим прочностные и геометрические свойства исходного листового проката:



$$X_1 : \bar{R}_y^n = 300 \text{ МПа} ; R_y^n = 20,9 \text{ МПа}$$

$$X_2 : \bar{t} = 3,78 \text{ мм} ; t = 0,19 \text{ мм} .$$

Рисунок 4.3 – Тестовый пример.

Определим точным методом вероятность превышения действующими приведенными напряжениями несущей способности элемента по нормативному сопротивлению по пределу текучести. Нарушение предельного состояния наступит при условии $\sigma_{np} > R_y^n$. Уравнение предельного состояния будет иметь в этом случае вид:

$$X_1 - \frac{N_{np}}{X_2} = 0; \quad X_1 = \frac{N_{np}}{X_2};$$

Вероятность отказа есть интеграл по плотности распределения по области отказа:

$$P_f = \iint_{\{xy(x) < 0\}} f_{x_1}(x_1) \cdot f_{x_2} dx_1 dx_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{N_{np}/X_2} f_{x_1}(x_1) \cdot f_{x_2} dx_1 dx_2 = \int_{-\infty}^{\infty} F_{x_1}\left(\frac{N_{np}}{X_2}\right) \cdot f_{x_2} dx_2 \quad (4.18)$$

Введя функцию распределения для нормального закона

$$F_{x_1}\left(\frac{N_{np}}{X_2}\right) = \Phi\left(\frac{\frac{N_{np}}{x_2^i} - \bar{X}_1}{\hat{X}_1}\right) \quad \text{и плотность распределения} \quad f_{x_2}(x_2) = \frac{1}{\hat{X}_2 \sqrt{2\pi}} \exp^{-0.5 \left(\frac{x_2^i - \bar{X}_2}{\hat{X}_2}\right)^2},$$

можно, выполняя численное интегрирование по правилу Симпсона, определить по формуле (4.18) значение вероятности отказа.

Результаты вычислений вероятности отказа точным методом и на основании разработанного алгоритма (см. формулы 4.8– 4.17) представлены в таблице 4.8. Как видно из данных таблицы, даже для такой чувствительной величины, какой является вероятность отказа, разность результатов по 2-м способам вычислений составила всего 12,8 %, что вполне допустимо для практических расчетов. Полученное незначительное превышение вероятности отказа, вычисленной по разработанному алгоритму объясняется, прежде всего, приближенным вычислением поправочных матриц жесткости элемента.

Сравнительные результаты расчета вероятности отказа точным методом и на основании разработанного алгоритма приведены в таблице 4.8.

Таблица 4.8 – Сравнительные результаты расчета вероятности отказа точным методом

N	x_2	$F_{x_1}\left(\frac{N_{np}}{X_2}\right)$	$f_{x_2}(x_2)$	$y_i = F_{x_1} f_{x_2}$	P_f^*	P_f^{**}
0	0,321	0,13245	0,233	0,030861	0,00393	0,00443
1	0,332	0,05995	1,121	0,067144		
2	0,344	0,02275	4,235	0,096346		
3	0,355	0,0087	10,091	0,087792		
4	0,367	0,00275	17,757	0,048832		
5	0,378	0,00094	20,997	0,019737		
6	0,389	0,000309	17,757	0,005487		
7	0,401	0,0000875	10,091	0,000883		
8	0,412	0,0000275	4,235	0,000116		
9	0,424	0,000010	1,121	0,000011		
10	0,435	0,000005	0,233	0,000001		

Примечание: В этой таблице

$P_f^* \approx \left(\frac{h}{3}\right)(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + 4y_5 + 2y_6 + 4y_7 + 2y_8 + 4y_9 + y_{10})$ – значение вероятности отказа, вычисленное по формуле Симпсона для интервала $\pm 3t$ с шагом 0,0114 см. P_f^{**} – вероятность отказа, вычисленная на основании разработанного алгоритма.

4.3 Применение инженерных методов для определения показателей надежности проектируемых покрытий над трибунами стадионов

Несмотря на универсальность способа, изложенного в разделе 4.2, на практике мы сталкиваемся с рядом ограничений, которые не позволяют данному способу претендовать на возможность его применения в расчетах конструктивных систем различных типов. Эта ограниченность обусловлена, прежде всего, требованием наличия достаточно большого количества элементов, составляющих зону, характеризующуюся однородными показателями напряженно-деформированного состояния и условиями эксплуатации элементов, и которые в дальнейшем должны составить требуемую выборку случайных значений параметров НДС, являющихся основой для определения численных значений показателей надежности проектируемой системы.

Это требование, наряду с рекомендациями нормативных документов по обеспечению надежности проектируемых конструкций с применением вероятностно-статистических методов, диктует необходимость разработки инженерных методик определения численных значений показателей надежности проектируемых конструкций. Некоторые из таких способов по определению вероятности отказа проектируемых систем, к которым предъявляются повышенные требования надежности (класс последствий по Еврокод 0 - СС3 и $\beta = 4,3$ – для 50-летнего базисного периода).

Некоторые из таких способов уже разработаны для конструкций рамно-консольных покрытий и покрытий в виде провисающих стержневых оболочек с большим вырезом на овальном плане над трибунами стадионов.

4.3.1 Оценка надежности конструкций рамно-консольных покрытий над трибунами стадионов

Для проведения численного эксперимента с целью определения показателей надежности принят пространственный блок покрытия над трибунами стадиона, состоящий из шести несущих консольных рам и, соответственно, пяти пролетов. Геометрическая схема консольной рамы с маркировкой основных параметров конструкции приведена на рисунке 4.4.

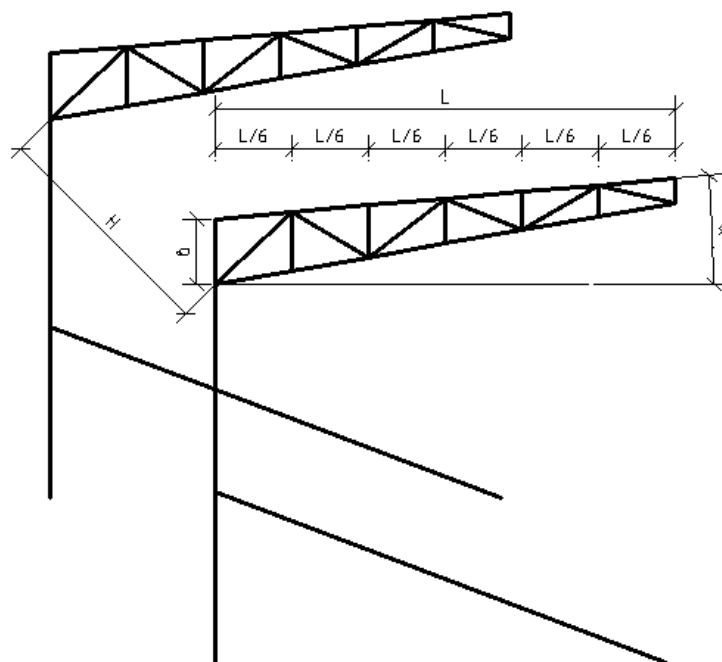


Рис 4.4. Геометрическая схема несущей рамы покрытия над трибунами стадиона

Приведенная конструкция несущих рам покрытия над трибунами стадионов имеет большое распространение при реконструкции старых стадионов построенных еще в Советском Союзе (стадион «Авангард» в г. Макеевке, стадион «Металлург» в г. Донецке и др.), а также на стадионах небольшой вместительности или запасных полях (покрытия над трибунами запасных полей ФК «Олимпик» в г. Донецке), но также применимо на стадионах средней вместительности до 10 000 сидячих мест (покрытие над трибунами основного поля ФК «Олимпик»).

С целью наибольшего охвата диапазона возможных значений параметров рассматриваемой геометрической формы конструкции были выбраны три наиболее значимых характеристики системы. Для каждой из характеристик, исходя из конструктивных ограничений и требований целесообразности, назначались максимальное и минимальное значение (следовательно, рассматривалось 8 вариантов комбинаций значений параметров в конструкции, см. данные таблицы 4.9 и рис. 4.5).

В качестве варьируемых параметров системы рассматривались следующие характеристики (рис. 4.4):

- L - вылет консольной фермы покрытия (4...22 м);
- α - угол наклона покрытия к горизонтали (0...30°);
- H - шаг несущих рам (4...12 м);

Высота фермы для каждого из рассматриваемых вариантов конструкции покрытия вычислялась исходя из конструктивных требований, и, несмотря на

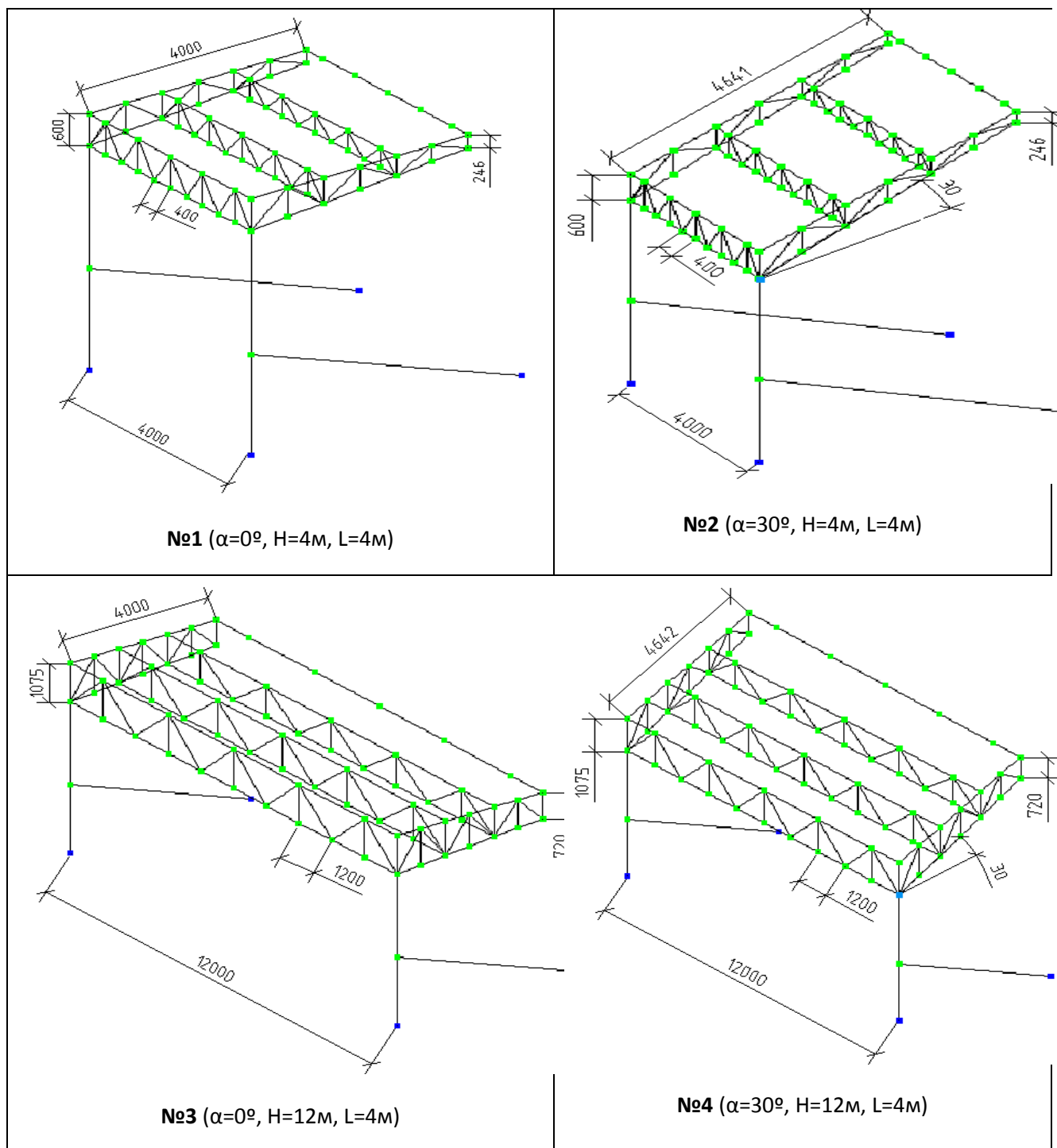
изменения своих значений в рассматриваемых вариантах, варьируемой величиной не является.

Следует отметить, что в данной работе рассматривается напряженно-деформируемое состояние только конструкций покрытия, при этом напряженное состояние опорной стойки рамы не вошло в область изучения. Этот, казалось бы, недочет легко объяснить тем, что при некоторых рассматриваемых значениях вылета консольной фермы (L), шага несущих рам (H) конструкция покрытия становится достаточно габаритной, и изгибающий момент, передаваемый на опорную стойку рамы, принимает достаточно большие значения. Следовательно, подобрать для сжато-изогнутого элемента стойки какое-либо прокатное сечение не представляется возможным. В таких случаях наиболее целесообразным решением, с конструктивной точки зрения, было бы замена одного стержня на шарнирно - стержневую конструкцию в виде вертикальной ферменной системы. Во избежание значительного изменения геометрии конструктивной схемы было принято решение рассматривать исключительно конструкцию покрытия.

Таблица 4.9 - Рассматриваемые комбинации варьируемых параметров системы

№ варианта конструкции	Угол наклона α (градусы)	Шаг рам H (м)	Вылет фермы L (м)
1	0	4	4
2	30	4	4
3	0	12	4
4	30	12	4
5	0	4	22
6	30	4	22
7	0	12	22
8	30	12	22

В конструкции покрытия наиболее ответственными являются элементы несущих ферм. Вертикальные связи и прогоны имеют меньшую степень ответственности. Следовательно, в целях уменьшения объема анализа данных, полученных при расчете показателей надежности и порядка выхода элементов из строя методом конечных элементов в вариационной постановке, ограничимся анализом работы именно элементов несущих ферм.



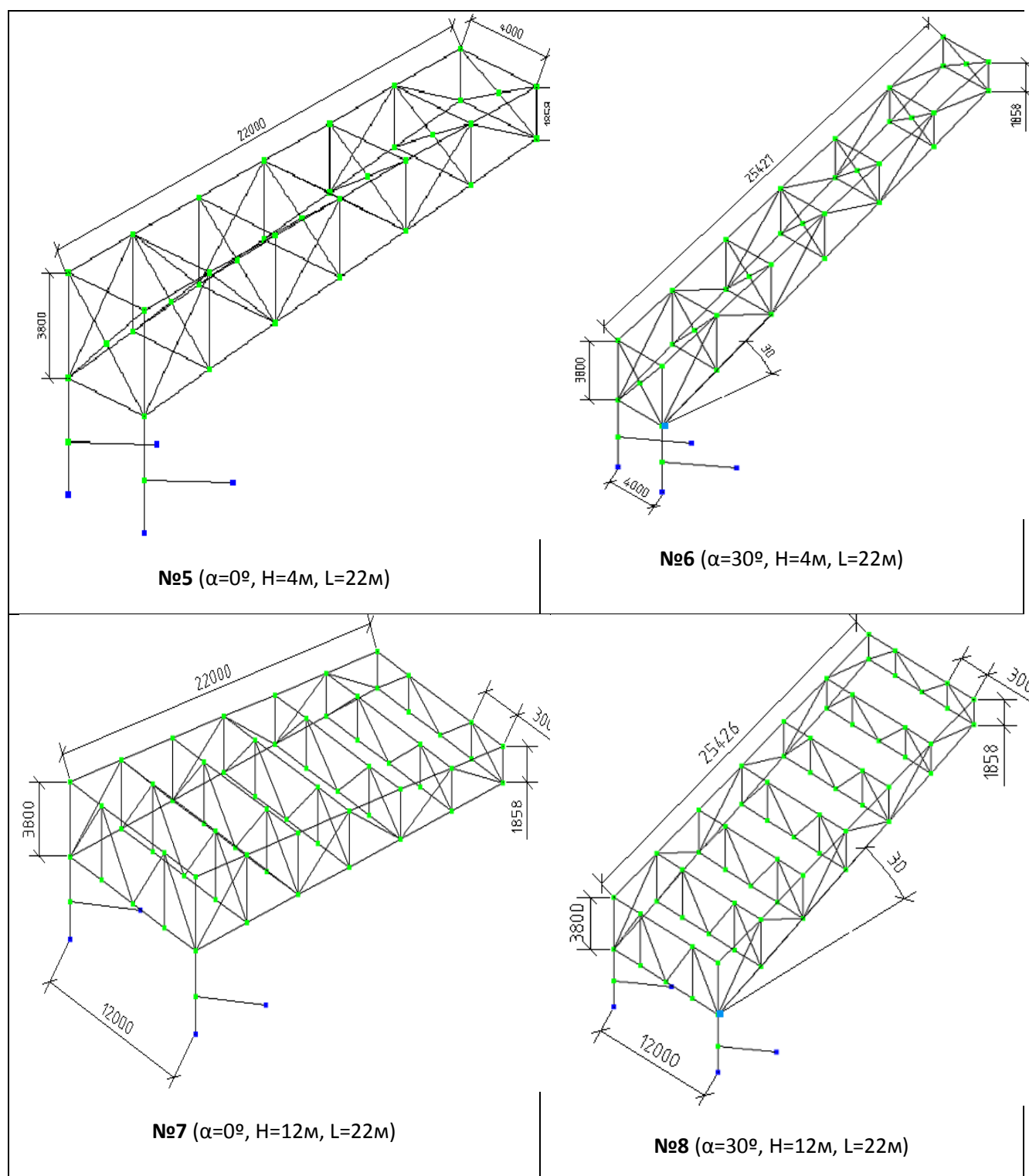


Рис. 4.5 Рассматриваемые конструктивные варианты покрытия над трибунами

Следует отметить, что при анализе надежности вероятностно-статистическими методами рассмотрение системы покрытия, как статически определимой системой, как правило, реализуется на основе определения наиболее напряженного элемента, который фиксирует нижнюю границу надежности. Однако, на самом деле, система покрытия зачастую является статически неопределимой, и выход из строя одного элемента не повлечет за

собой разрушение всего покрытия, и расчет надежности сводится к определению вероятности отказа системы покрытия, которая зафиксировывает верхнюю границу надежности. Таким образом, общий уровень надежности покрытия всегда будет в рамках этих двух значений.

Необходимость обоснованного выбора группы элементов, выход из строя которых инициирует последующее лавинообразное разрушение системы и, тем самым, сочетание вероятностных характеристик которых определяет верхнюю границу надежности системы, требует проведения своеобразного анализа живучести проектируемой системы. В упрощенной постановке для этой цели может быть использован следующий алгоритм, представленный на рис. 4.6. С целью определения порядка выхода из строя элементов конструкции выполняется поэтапный численный расчет покрытия при приведённой к узловому воздействию (с использованием метода грузовых площадей) основной - нормативной временной снеговой нагрузке $S_{\text{норм}}$ для рассматриваемого района строительства. В случае, если ни один элемент покрытия не разрушается, временная нагрузка увеличивается достаточно малыми приращениями (например, этапами по 0.5 кН) и выполняется перерасчет. Далее, не меняя схему нагружения, и, удаляя поочередно элементы, в которых наступил отказ либо вследствие достижения напряжениями предела текучести, либо потери устойчивости (для удаленных растянутых элементов их эффект заменялся величинами внутренних усилий в соответствии с методикой Стрелецкого Н.С. [69]) фиксируется группа разрушенных элементов, при которых дальнейшая эксплуатация покрытия будет невозможной, а также расположение наиболее напряженных элементов несущих ферм покрытия и их максимальные усилия M и N .

Учет геометрической нелинейности, необходимый из-за появления больших перемещений в конструкции вследствие удаления стержней, осуществляется с помощью функций Корноухова, позволяющих учитывать нелинейную связь между напряжениями, возникающими в элементе, и деформациями. С этой же целью на каждом этапе расчета производится обновление координат узлов конструкции с учетом перемещений, полученных на предыдущем этапе.

В качестве примера такого анализа на рис. 4.7 в виде гистограммы показана зависимость между количеством вышедших из строя стержней и приращениями нагрузки (как видно из рисунка, на 9-м этапе приращения нагрузки начинается лавинообразное разрушение системы).

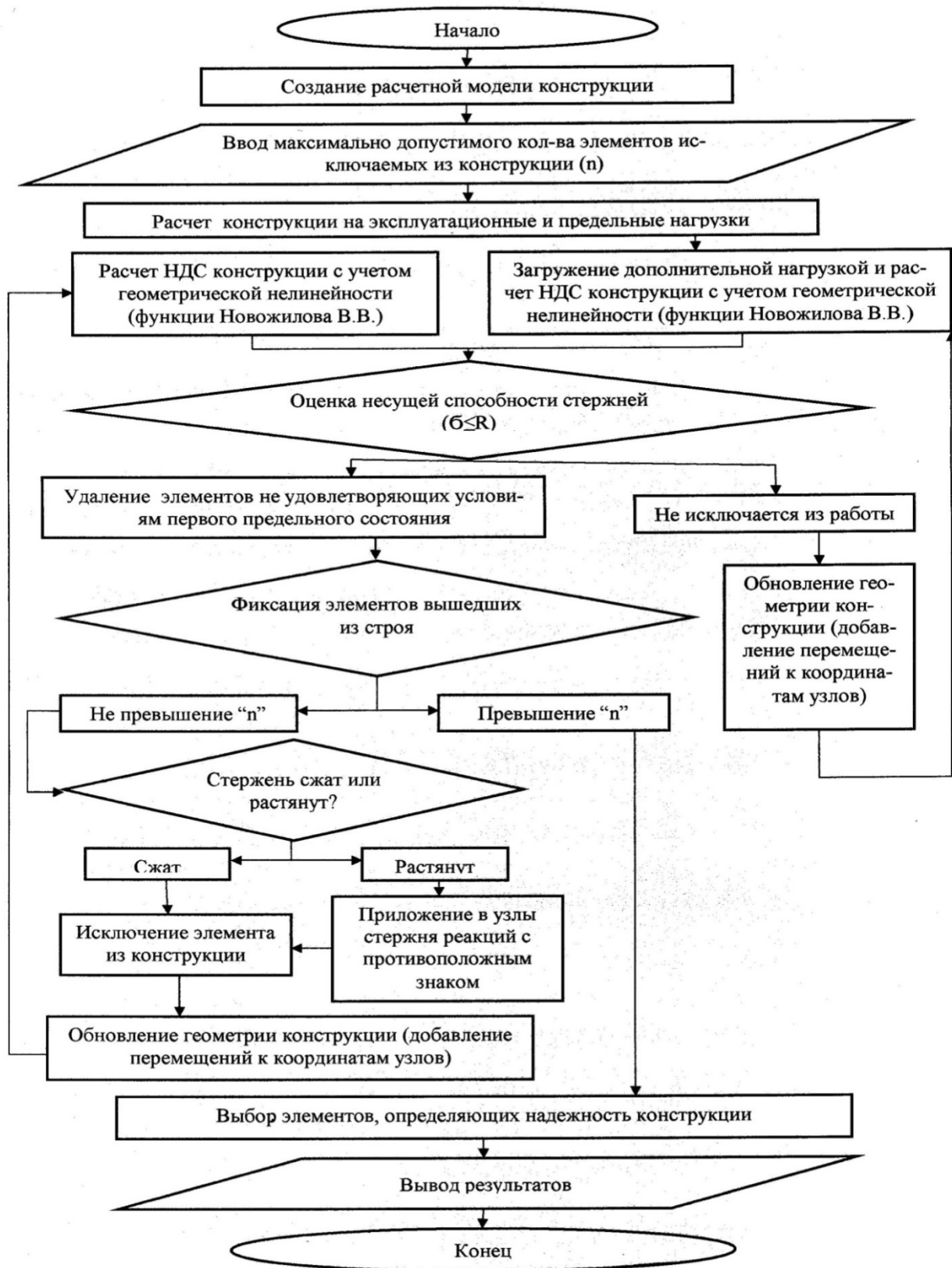


Рис 4.6 Блок-схема определения группы элементов конструкции, характеризующих надежность системы в целом

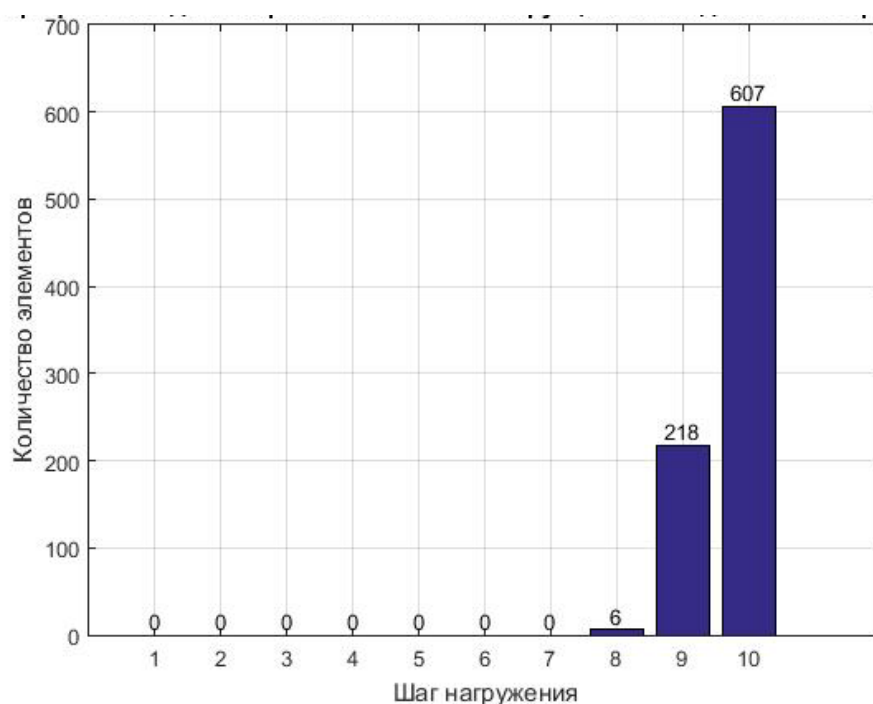


Рис. 4.7 График выхода из строя элементов конструкции на каждом шаге дополнительного пригружения для варианта конструкции №1.

После определения порядка выхода из строя элементов определяется группа (как правило, из 5...7 стержней), для которой будут насчитываться характеристики надежности, в частности: вероятность отказа и β -характеристика безопасности, которые и будут определять надежность системы в целом. Также следует учитывать и возможность лавинообразного разрушения конструкции. Если на каком-либо этапе итерационного расчета элементы системы начинают выходить из строя без дополнительного приращения нагрузки, то, следовательно, началось лавинообразное разрушение, допускать развитие которого недопустимо. Следовательно, следует ограничиться группой элементов, вышедших из строя, до наступления этого явления. Для выбранных на предыдущем этапе расчета элементов выполняется циклический расчет, основанный на методе конечных элементов, с учетом указанных случайных величин в виде геометрических и прочностных характеристик проката, геометрических несовершенств расчетной схемы, обусловленных использованным методом монтажа, случайных характеристик основной нагрузки (в данном случае, снеговой).

Количество циклов расчета определяется совокупностью значений выборки входных случайных величин. Таким образом, формируется выборка напряжений для рассматриваемой группы стержней. Выборка должна иметь значительный объем.

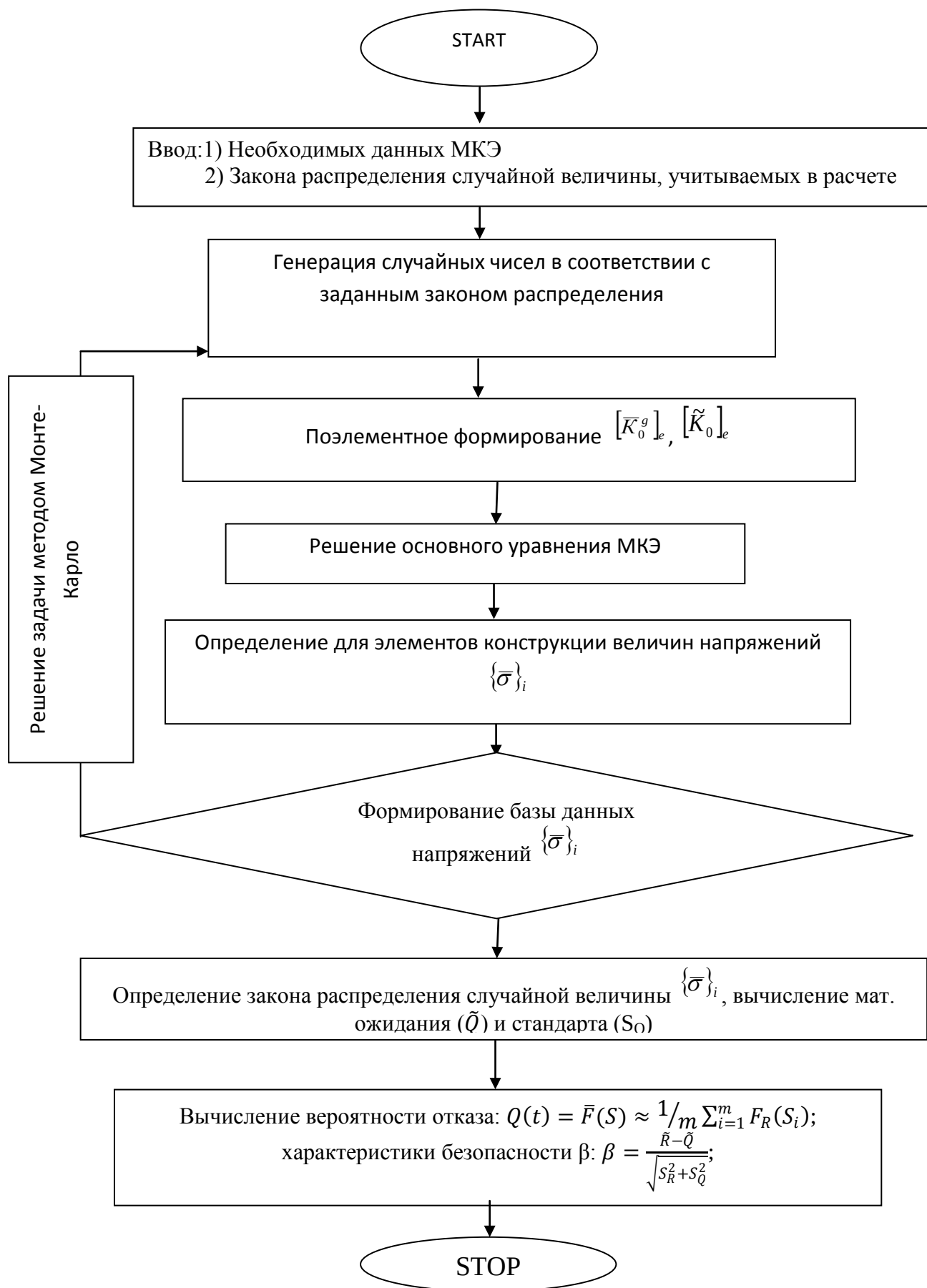


Рис. 4.8 Блок-схема алгоритма определения параметров надежности стационарных рамно-консольных покрытий над трибунами стадионов

Исследуя эту проблему ряд авторов (В.Д. Райзер, Г.Шпетте, С.Ф. Пичугин, а также собственные исследования авторов) приводят числа в интервале 10^4 - 10^8 . На рисунке 4.8 изображена блок-схема предложенного алгоритма. Вероятность отказа определяется методом Монте-Карло.

$$P(t) = \int_0^{\infty} R(t) p_s(t) dt = F_R(S) \approx \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m F_R(S_i); \quad (4.19)$$

Основные пункты представленного алгоритма:

- на каждом испытании по плотности заданной вероятностей случайной величины моделируется ее i -я реализация и определяется значение функции распределения величины R при аргументе t ;
- определяется среднее из этих значений по всем проведенным испытаниям (в нашем случае величина $S(t)$ (напряжение в конструкции) есть функция нескольких переменных, поэтому на каждом испытании по плотностям вероятностей этих величин моделируется их реализация и вычисляется $S(t)$. То есть, имея насчитанные выборки площади сечения и снеговой нагрузки, вычисляются реализации напряжений в конструкции, которые составляют выборку $S(t)$ в объеме не менее 10000 значений);
- методами математической статистики определяется закон распределения, который с должной точностью аппроксимирует рассматриваемую непрерывную случайную величину напряжения в сечении элемента конструкции;
- для предела текучести материала так же определяется соответствующий закон распределения случайной величины;
- подставляем значения напряжений в функцию распределения предела текучести и вычисляем среднее значение полученной совокупности;
- в соответствии с формулой $P(t) = \int_0^{\infty} R(t) p_s(t) dt = F_R(S) \approx \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m F_R(S_i)$ устанавливаем первую характеристику надежности системы - вероятность отказа;
- по формуле $\beta = \frac{\bar{R} - \bar{Q}}{\sqrt{S_R^2 + S_Q^2}}$ вычисляем вторую характеристику надежности - характеристику безопасности β .

Ниже в таблице 4.10 представлены данные о численных значениях характеристик надежности расчетных схем, приведенных на рис. 4.5.

Таблица 4.10 - Характеристики надежности наиболее ответственного элемента конструкции при комплексном учете ряда случайных величин.

№ схемы	Экспериментальные значения		Нормативные значения (ДБН)	
	β	P_f	β_i^{ex}	P_i^{ex}
1	4,47	$0,824 \cdot 10^{-4}$	4,76	1×10^{-6}
2	4,49	$0,772 \cdot 10^{-4}$		
3	4,52	$0,835 \cdot 10^{-4}$		
4	4,89	$0,568 \cdot 10^{-6}$		
5	5,01	$0,986 \cdot 10^{-6}$		
6	3,57	$0,378 \cdot 10^{-4}$		
7	3,22	$0,267 \cdot 10^{-4}$		
8	3,08	$0,399 \cdot 10^{-4}$		

Следует сразу отметить, что вероятность отказа является вероятностной величиной и, следовательно, может варьироваться. При повторных пересчётах данных она имела амплитуду разброса в пределах 10-12%. Характеристика безопасности β является более стабильной величиной, но тоже имела разброс в пределах 6-8%. Это объясняется вычислением характеристики безопасности на основании обработки двух выборок: выборки напряжений в наиболее ответственном элементе и выборки случайного значения предела текучести материала конструкции.

Полученные в ходе численного эксперимента значения характеристик безопасности сопоставимо с нормативными [25], но в большинстве вариантов (1-3, 6-8) не удовлетворяет требованиям надежности, выдвигаемым к покрытиям над трибунами стадионов, как к конструкциям, в случае обрушения которых могут быть большие финансово-экономические, а так же людские потери.

Из анализа данных, полученных по результатам численного эксперимента, формулируются следующие выводы:

1. Методика расчета по предельным состояниям не всегда в должной мере обеспечивает требуемый уровень надежности уникальных конструкций, каковыми являются и стационарные стальные рамно-консольные покрытия над трибунами стадионов, в связи с чем можно сделать вывод о необходимости применения прямых методов теории надежности для подбора сечений элементов конструкции, определения показателей надежности и последующего уточнения значений γ_c .
2. Рекомендуемые нормами общие меры учета ответственности сооружения в рамках метода предельных состояний (учет коэффициента надежности по ответственности γ_n , класс последствий здания и сооружения, категории ответственности конструкций и их элементов) также не всегда обеспечивают

требуемый уровень надежности β_i^{ex} для сооружений повышенной ответственности. Для отдельных ключевых элементов конструкции, определяющих вероятность ее отказа, наиболее просто это сделать корректировкой значений коэффициента условий работы γ_c , но в существующей нормативной литературе их значения предлагаются без такого учета степени ответственности сооружения и нуждаются в уточнении.

4.3.2 Оценка надежности провисающих стержневых оболочек с большим вырезом

Для стадионов большей (по сравнению с рассмотренным выше рамно-консольным вариантом) вместимости для устройства стационарных покрытий над трибунами стадионов могут применяться висячие стержневые оболочки с большим вырезом на эллиптическом плане (см. рис. 4.9). В рассматриваемом варианте большепролетных покрытий над трибунами стадионов в виде провисающей стержневой оболочки основные несущие радиальные элементы представлены жесткими нитями со сплошным или сквозным (в виде висячих ферм) поперечным сечением. Такая конструктивная форма отличается от остальных отсутствием необходимости создания предварительного напряжения, что зачастую присутствует в висячих покрытиях с гибкими несущими элементами, а также высокой жесткостью при относительно небольших постоянных и достаточно больших временных нагрузках.

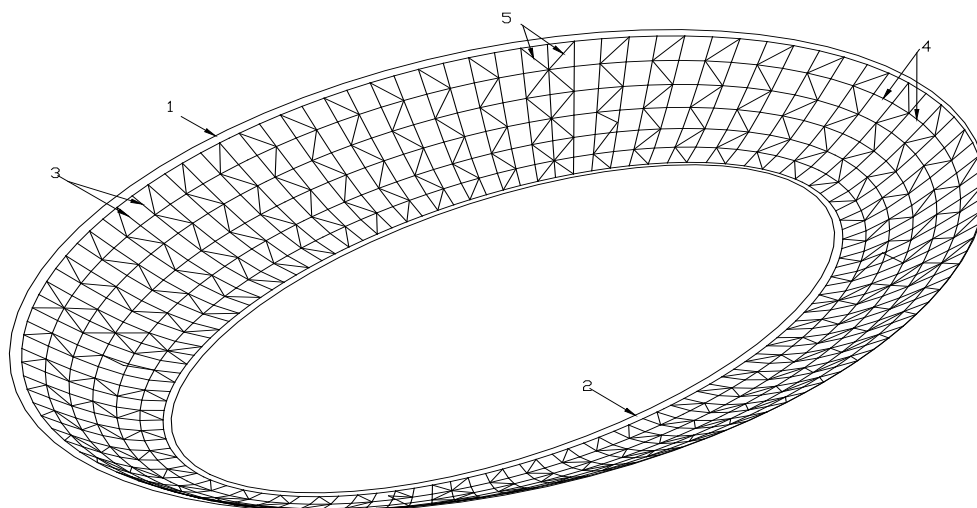


Рис. 4.9 Большепролетное покрытие с вырезом очертанием на эллиптическом плане:

- 1, 2 - внешний и внутренний опорные контуры;
- 3, 4, 5 - радиальные, кольцевые и диагональные элементы

В технической теории надежности, оценка надежности сложных систем обычно сводится к рассмотрению двух главных видов соединений элементов:

а) последовательное соединение, надежность которого для независимых элементов определена, как

$$P_m = \prod_{i=1}^m P_i \quad (4.20)$$

где P_i – надежность i -го элемента;

б) параллельное соединение

$$P_m = 1 - \sum_{i=1}^m (1 - P_i) \quad (4.21)$$

Последовательное соединение элементов в вероятностном расчете может быть применено для описания статически определимых систем, например ферм. Но практическая оценка надежности реальных конструкций не может быть сведена к применению формулы (4.20) вследствие присутствия корреляции между условиями отказа элементов.

Проектирование статически неопределимых систем на основе вероятностно-статистических методов обычно осуществляется с применением ряда хорошо апробированных методов, а именно: вероятностного метода предельного равновесия, метода Монте-Карло, марковских моделей и т.д.

Представленная висячая конструкция сформирована тремя основными конструктивами: пролетной частью в виде статически неопределимой стержневой пространственной системы (радиальные жесткие нити, кольцевые элементы, диагональные элементы), опорными системами в виде внутреннего и внешнего опорных контуров (Рис. 4.9). Поэтому, надежность покрытия можно рассматривать как комплексный показатель, учитывающий отказ элементов пролетной части, внешнего и внутреннего контуров, определяемый по формуле

$$1 - P_{sis} = (1 - P_{span})(1 - P_{ext.con})(1 - P_{int.con}) \quad (4.22)$$

где P_{sis} , P_{span} , $P_{ext.con}$, $P_{int.con}$ - вероятности отказа пролетной части покрытия, внешнего и внутреннего опорных контуров, соответственно

В связи с изложенным, в качестве расчетной гипотезы принимаем параллельное соединение для элементов пролетной части покрытия и последовательное – для элементов внешнего, внутреннего контуров и системы в целом.

Учитывая более сложное конструктивное решение исследуемой системы по сравнению с рассмотренным ранее рамно-консольным вариантом покрытия, методика расчета и проектирования также имеет дополнительные этапы по сравнению с общими методами, в том числе и назначение начальных

величин безразмерных параметров проектирования системы, рассмотренных в подразделе 3.6.2.

Предлагаемая методика проектирования, предусматривающая в итоге численное определение показателей надежности проектируемой системы в виде висячей стержневой оболочки на эллиптическом плане, предусматривает три этапа:

- на первом этапе предполагается назначение основных жесткостных характеристик проектируемой системы с использованием рекомендованных значений безразмерных параметров проектирования (см. подраздел 3.6.2) $\bar{D}_1 = EI_z^{ext} a b_1^4 + EI_z a_1 b^4 / (E t b^4 b_1^4)$ и $\bar{D}_4 = EI_y b / (E t R^2)$, устанавливаемых на основе их взаимосвязи с безразмерными параметрами вертикальных $\bar{W} = W / f$ и горизонтальных $\bar{U} = U / a$ перемещений, продольной силы $\bar{N} = N a b a^2 / E A^3$ и изгибающего момента $\bar{M} = M a b / E I_y a$ во внутреннем опорном контуре (см. рис. 4.10), что исключает масштабный фактор при проектировании.

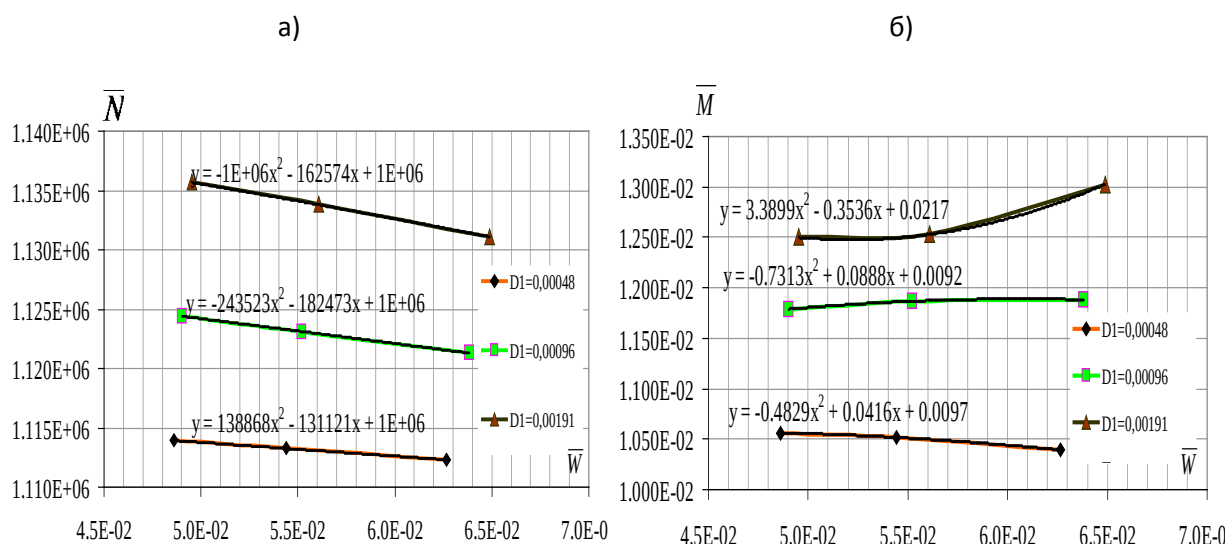


Рис 4.10 Зависимости между безразмерными параметрами усилий и вертикальных перемещений для внутреннего опорного контура: а) $\bar{N}(\bar{W})$; б) $\bar{M}(\bar{W})$

- на втором этапе на основе численного анализа устанавливается набор элементов, выход которых из строя (см. рис. 4.11) предшествует началу лавинообразного разрушения пролетной части конструкции и определяет верхнюю границу ее надежности в дальнейшем. В качестве критериев отказа приняты те же условия, которые использовались для этой цели в разделе 4.3.1;

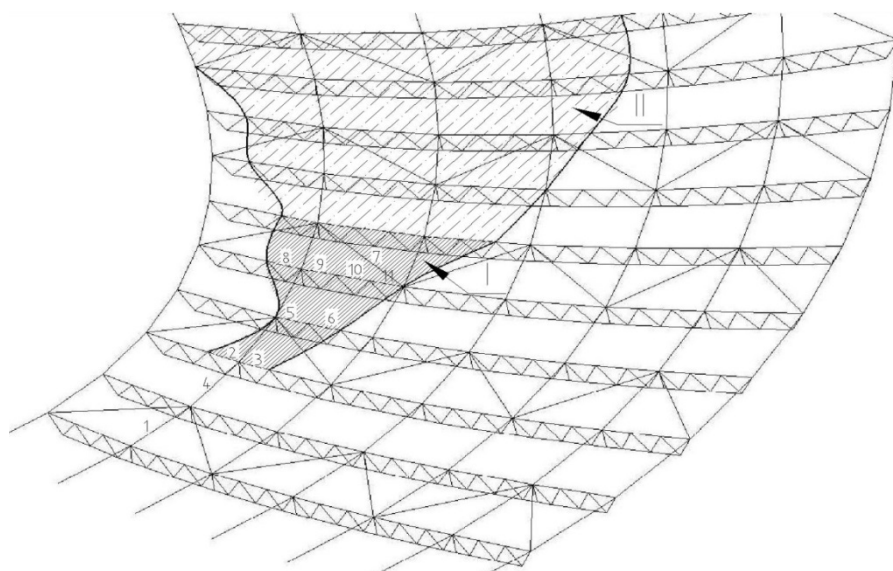


Рис. 4.11 Разрушенная область пролетной части покрытия (элементы 1...11): I – зона с разрушенными элементами; II – зона дальнейшего распространения разрушений

- на третьем этапе реализуется вероятностная оценка проектируемой конструкции покрытия с определением верхней и нижней границ надежности. При определении нижней границы надежности используется модель с последовательным соединением элементов, в связи с чем предполагается, что выход из строя даже одного элемента (первого на рис. 4.11) приводит к образованию изменяемой системы.

В качестве механизма реализации определения вероятности отказа, как и в предыдущем случае, используется хорошо апробированный численный метод Монте-Карло. При моделировании в качестве случайных величин принимаются:

- площадь поперечного сечения наиболее напряженного элемента радиальной фермы (элемент верхнего пояса) - $\tilde{A} = Z_1$;
- предел текучести стали - $\tilde{\sigma}_T = Z_2$.

За отказ элемента принимается условие

$$\tilde{N}_{destr} > \tilde{\sigma}_T \cdot \tilde{A},$$

где $\tilde{N}_{destr}$ – усилие в наиболее напряженном элементе нити сквозного сечения, в результате действия которого напряжения превышают предел текучести.

Таким образом, уравнение вероятности наступления предельного состояния принимает вид:

$$g(Z_1, Z_2) = Z_1 \cdot Z_2 - \tilde{N}_{destr} = 0 \quad (4.23)$$

Величина вероятности отказа P_f для фиксированного элемента и законы плотности распределения случайных значений $\tilde{N} = \tilde{Z}_1 \cdot \tilde{Z}_2$, полученные по

результатам расчетов методом Монте-Карло для различных возможных параметров случайных величин, принимаемых на основании обработки статистических данных для металлопроката, выпускаемого украинскими предприятиями, при различных запасах несущей способности, представлены в таблицах 4.11 и 4.12 в соответствии с соотношением N/N_0 , где N – усилие, зафиксированное в элементе с отказом по данным статистического моделирования, N_0 – расчетное значение усилия, регулируемое действующими нормативными документами. Число реализаций при использовании метода Монте-Карло составляет не менее $n = 10000$. Из таблицы 4.11 видно, что для комбинаций, выделенных жирным шрифтом, сочетание рассмотренных случайных факторов, не обеспечивает уровень надежности, рекомендованный для элементов класса ответственности СС3. Значения случайной величины, влияющие на результат и попадающие в интервал $[a; b]$, относительная частота появления которых превышает 0,05 (5%), определяются выявленным законом, позволяющим сделать вывод о 95% вероятности значений полученных усилий.

Таблица 4.11- Нижняя граница надежности (вероятность отказа элемента P_f)

N/N_0	0.95		0.97		1	
$\tilde{A} \tilde{\sigma}_m$	5%	7%	5%	7%	5%	7%
3%	$5,2 \times 10^{-5}$	$5,5 \times 10^{-5}$	$5,7 \times 10^{-5}$	$6,1 \times 10^{-5}$	$7,3 \times 10^{-5}$	$1,2 \times 10^{-4}$
4%	$5,7 \times 10^{-5}$	$5,9 \times 10^{-5}$	$6,3 \times 10^{-5}$	$7,6 \times 10^{-5}$	$1,0 \times 10^{-4}$	$2,2 \times 10^{-4}$
5%	$6,1 \times 10^{-5}$	$6,6 \times 10^{-5}$	$7,9 \times 10^{-5}$	$9,4 \times 10^{-5}$	$1,8 \times 10^{-4}$	$2,9 \times 10^{-4}$

Таблица 4.12 Закон плотности распределения случайной величины $N = Z_1 \cdot Z_2$.

$N/N_0 = 0.95$		
$\tilde{A} \tilde{\sigma}_m$	5%	7%
3%	$y = 2E-06x^4 - 9E-05x^3 + 0.0043x^2 - 0.0287x + 0.007$	$y = 8E-07x^4 - 7E-05x^3 + 0.0032x^2 - 0.0143x + 0.0012$
4%	$y = 7E-07x^4 - 6E-05x^3 + 0.00022x^2 - 0.0076x + 0.006$	$y = 5E-07x^4 - 6E-05x^3 + 0.00012x^2 - 0.0054x + 0.0032$
5%	$y = 9E-08x^4 - 1E-05x^3 + 0.0009x^2 - 0.0022x + 0.01$	$y = 8E-08x^4 - 9E-06x^3 + 0.0005x^2 + 0.0008x + 0.0032$
$N/N_0 = 0.97$		
$\tilde{A} \tilde{\sigma}_m$	5%	7%
3%	$y = 8E-07x^4 - 7E-05x^3 + 0.0025x^2 - 0.0237x + 0.0036$	$y = 5E-07x^4 - 5E-05x^3 + 0.0012x^2 - 0.0121x + 0.0131$
4%	$y = 5E-07x^4 - 4E-05x^3 + 0.0009x^2 - 0.0056x + 0.022$	$y = 4E-07x^4 - 4E-05x^3 + 0.0005x^2 - 0.0023x + 0.0042$
5%	$y = 7E-08x^4 - 9E-06x^3 + 0.0003x^2 - 0.002x + 0.0027$	$y = 6E-08x^4 - 7E-06x^3 + 0.0001x^2 + 0.0007x + 0.001$
$N/N_0 = 1$		
$\tilde{A} \tilde{\sigma}_m$	5%	7%
3%	$y = 5E-07x^4 - 5E-05x^3 + 0.0016x^2 - 0.0132x + 0.025$	$y = 2E-07x^4 - 2E-05x^3 + 0.0007x^2 - 0.0049x + 0.0111$
4%	$y = 2E-07x^4 - 2E-05x^3 + 0.0005x^2 - 0.0025x + 0.0052$	$y = 1E-07x^4 - 1E-05x^3 + 0.0003x^2 - 0.001x + 0.0062$
5%	$y = 4E-08x^4 - 5E-06x^3 + 0.0001x^2 - 7E-05x + 0.0089$	$y = 3E-08x^4 - 3E-06x^3 + 5E-05x^2 + 0.0008x + 0.0071$

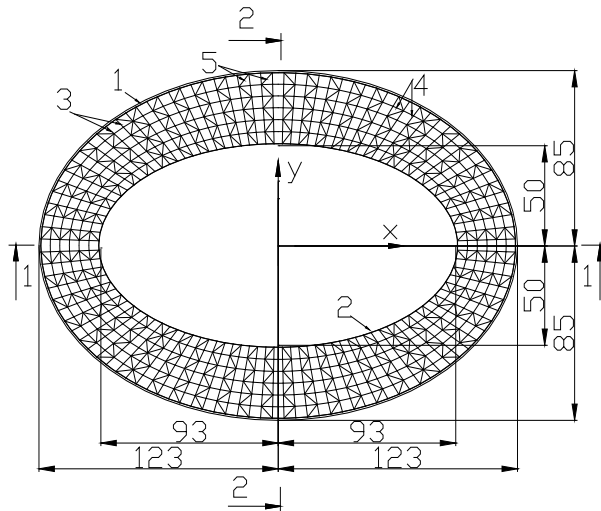
Верхняя граница надежности определяется в соответствии с положениями, описанными выше, и может быть представлена в виде алгоритма,

приведенного на рис. 4.12. Пример реализации данного алгоритма схематично приведен на рис. 4.13.

Внешний и внутренний контуры	Пролетная часть
1. Параметры распределения случайной величины снеговой нагрузки $\tilde{S}$ назначаются для равномерно распределенного по площади покрытия загрузения. В этом случае плотность распределения случайного величины принимается в соответствии с полиномиально-экспоненциальным законом: : $f_{ns}(\gamma) = \exp[C_0 + C_1 \cdot \gamma + C_2 \cdot \gamma^2 + C_3 \cdot \gamma^3]$ 2. Назначаются параметры распределения случайной величины поперечного сечения контуров $\tilde{A}$, описываемых нормальным законом. 3. По заданному значению $\tilde{A}$ вычисляется значение случайной величины безразмерного параметра $\tilde{D}_1 = (E \tilde{I}_z a b_1^4 + E \tilde{I}_z a_1 b^4) / E t b^4 b_1^4.$ 4. По заданной величине соотношения g / s (g - постоянная нагрузка, S - временная нагрузка) и $\tilde{D}_1$ определяются значениями безразмерных параметров вертикальных $\tilde{W}_1$ и горизонтальных $\tilde{U}_1$ перемещений. 5. По соотношению безразмерных параметров (рис. 4.10) вычисляются значения случайных величин безразмерных параметров усилий $\tilde{N}$ и $\tilde{M}$. 6. Случайная величина напряжений в контуре определится: $\tilde{\sigma} = \frac{\tilde{N}}{\tilde{A}} + \frac{\tilde{M}}{\tilde{W}}$ 7. Назначаются параметры распределения случайной величины предела текучести стали $\tilde{\sigma}_T$ проектируемого контура, описываемого нормальным законом. 8. Определяются характеристики надежности контуров: - характеристики безопасности $\beta = \frac{\tilde{\sigma}_T - \tilde{\sigma}}{\sqrt{\tilde{\sigma}_T + \tilde{\sigma}}}$ - вероятности отказа $P_{ext.con}, P_{int.con}.$	1. Назначаются параметры распределения случайных величин продольных сил $\tilde{N}$ и изгибающих моментов $\tilde{M}$ (при наличии) в разрушенных элементах пролетной части покрытия. Плотность распределения случайной величины интенсивности снеговой нагрузки принимается в соответствии с полиномиально-экспоненциальным законом: $f_{ns}(\gamma) = \exp[C_0 + C_1 \cdot \gamma + C_2 \cdot \gamma^2 + C_3 \cdot \gamma^3]$ 2. Параметры распределения случайной величины поперечного сечения $\tilde{A}$ элементов описывается нормальным законом распределения. 3. Определяются значения коэффициентов корреляции между напряжениями в рассматриваемых элементах i, j ($\rho_{i,j} = e^{-x}$, где $i \neq j, x = i - j$). 4. На основе текущих значений случайных величин рассчитываются случайные величины нормальных напряжений: $\tilde{\sigma} = \frac{\tilde{N}}{\tilde{A}} + \frac{\tilde{M}}{\tilde{W}}$ 5. Определяются характеристики надежности: - разрушенных элементов в отдельности (характеристики безопасности $\beta = \frac{\tilde{\sigma}_T - \tilde{\sigma}}{\sqrt{\tilde{\sigma}_T + \tilde{\sigma}}}$ и соответствующие им значения вероятностей отказов); - для совокупности разрушенных элементов в целом $P_{span} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P_i \cdot P_j \cdot \rho_{ij}.$
Верхняя граница надежности $1 - P_{sis} = (1 - P_{span})(1 - P_{ext.con})(1 - P_{int.con})$	

Рис. 4.12 К определению верхней границы надежности проектируемой системы

Расчетная схема покрытия



1, 2 – внешний и внутренний контуры
3, 4, 5 – радиальные, кольцевые и диагональные элементы

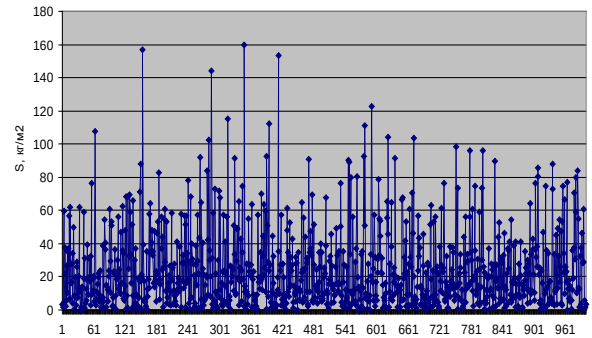
1-1



2-2



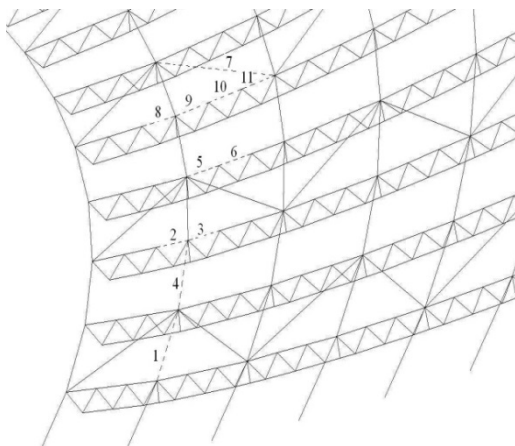
Распределение случайной величины снеговой нагрузки, кг/м²



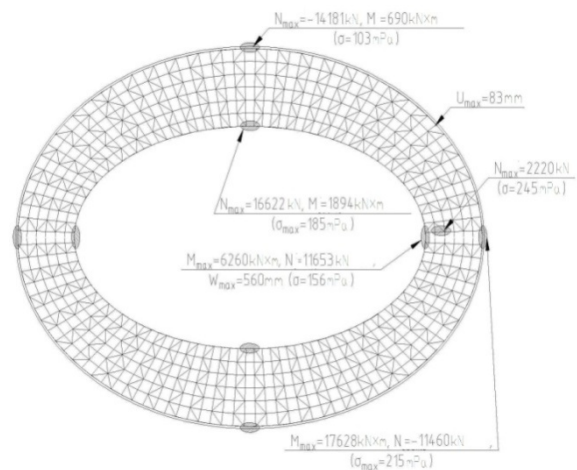
Жесткостные характеристики несущих элементов проектируемого покрытия

Внешний контур	Внутренний контур	Радиальные элементы	Кольцевые элементы

Потенциально разрушающийся участок покрытия



Участки контуров с максимальными усилиями



Нижняя граница надежности

$$y = 3E-08x^4 - 3E-06x^3 + 5E-05x^2 + 0.0008x + 0.0071$$

Вероятность разрушения $P_f = 2,7 \cdot 10^{-4} > P_{f(req)} = 1 \cdot 10^{-4}$

Верхняя граница надежности

P_f	элементов			системы
	Пролетной части	Внешн. контура	Внутр. контура	
P_f	$1,3 \cdot 10^{-8}$	$4,6 \cdot 10^{-9}$	$1,1 \cdot 10^{-9}$	$1,78 \cdot 10^{-8}$
$P_{f(req)}$	$1 \cdot 10^{-4}$			$1 \cdot 10^{-5}$

Рис. 4.13 Пример проектирования стержневого покрытия большим вырезом на эллиптическом плане, сформированного системой жестких нитей сквозного сечения

На основе анализа полученных результатов формулируются следующие выводы:

- предложена инженерная методика определения численных значений показателей надежности конструкции висячей пологой большепролетной стержневой оболочки, сформированной системой радиальных жестких нитей сквозного сечения, с большим вырезом на эллиптическом плане;
- разработанная процедура, в основе которой лежат зависимости между безразмерными параметрами проектирования и безразмерными параметрами напряженно-деформированного состояния исключают учет масштабного фактора при проектировании и последующей оценке надежности системы;
- разработанная процедура, в основе которой в качестве критерия отказа лежат требования обеспечения надежности (несущей способности) основных конструктивных элементов, требует доработки, так как в ней не учитываются требования эксплуатационной надежности (деформативности). Этим же объясняются высокие запасы надежности системы в целом, т.к. сечения опорных контуров (в особенности внутреннего) подбираются, прежде всего, из условия жесткости, а не из условия прочности.

4.4. Перспективные методы интегральной оценки надежности конструкций с учетом надежности узловых соединений

В настоящем параграфе рассмотрим некоторые общие методы расчета стержневых систем с учетом надежности узловых соединений. В силу сложности решаемой задачи данный метод не нашел еще достаточной разработки и последующей апробации в практике проектирования, но он чрезвычайно важен, так как большинство аварий строительных конструкций происходит, как правило, не из-за отказов элементов по основному сечению (например, недостаточной несущей способности элемента), а прежде всего, из-за разрушения узловых соединений, отличающихся по сравнению с основным элементом большим числом вспомогательных элементов и соединений, что, естественно, снижает надежность этого элемента системы и, как следствие, всей системы в целом. Некоторые предложения по учету этого фактора в оценке надежности системы в целом изложены в работе [61].

Аналитические и вычислительные методы, используемые в технической теории надежности для расчетов сложных систем, которые могут быть применены также и для анализа надежности статически неопределенных систем, приведены на рис. 4.14.

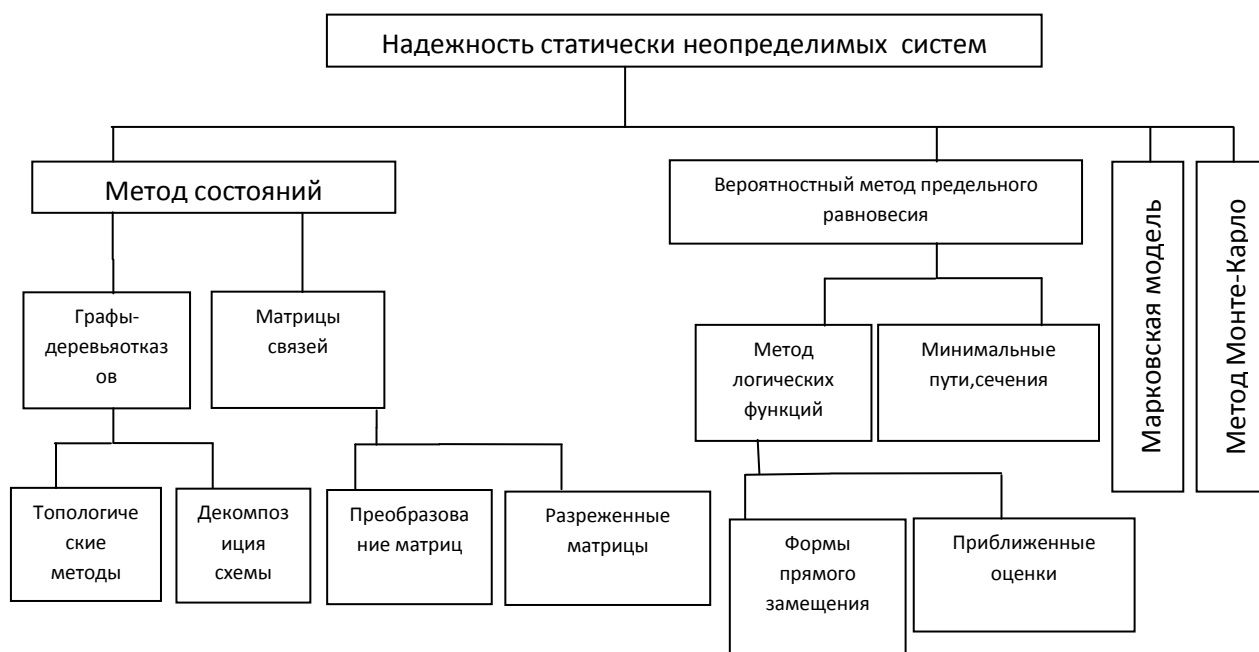


Рис. 4.14 Методы оценки надежности статически неопределимых систем

Главная цель этой стадии исследований –на примере висячей стержневой оболочки покрытия сформировать общие методы определения надежности соединений численными методами с использованием современных методов CAD моделирования (в данном случае средствами AutoCAD 2014 и Abaqus/CAE 6.13-1, см. рис. 4.15).

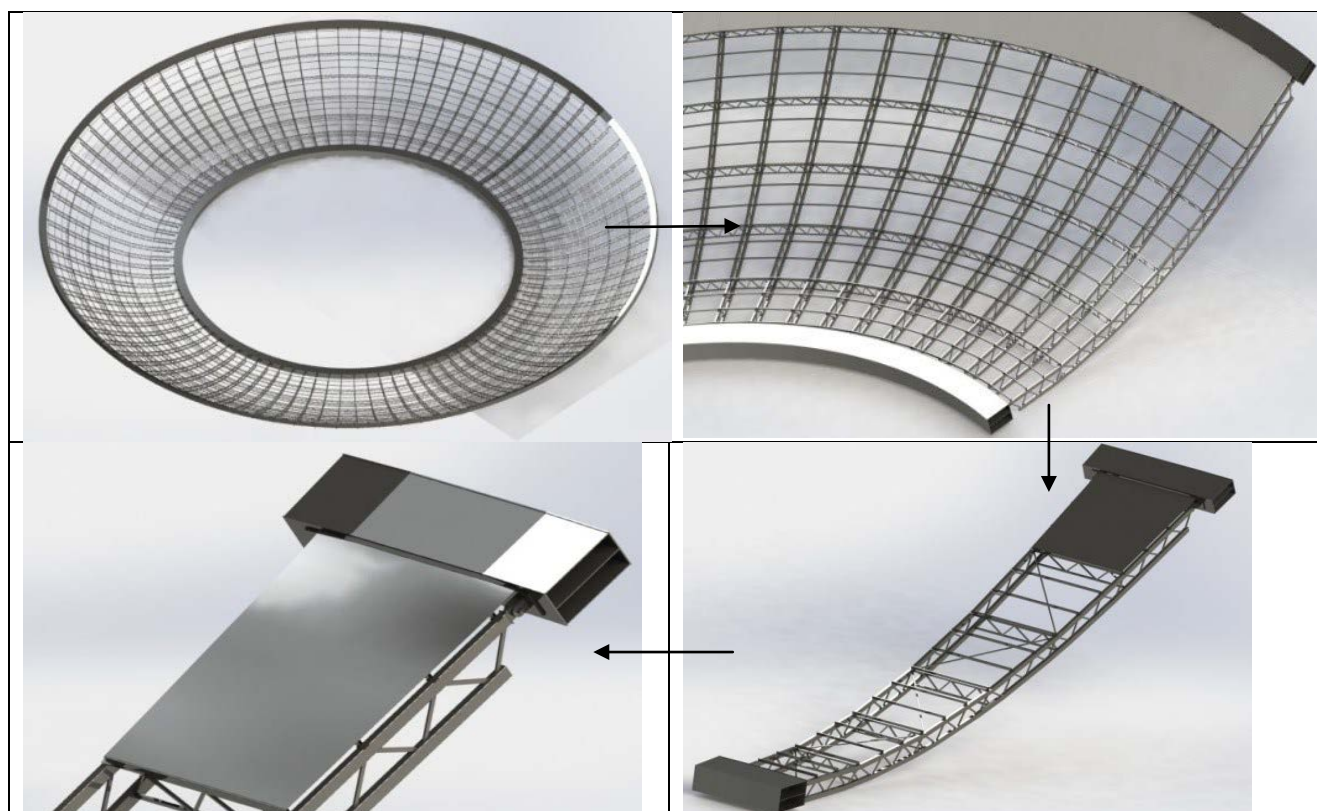
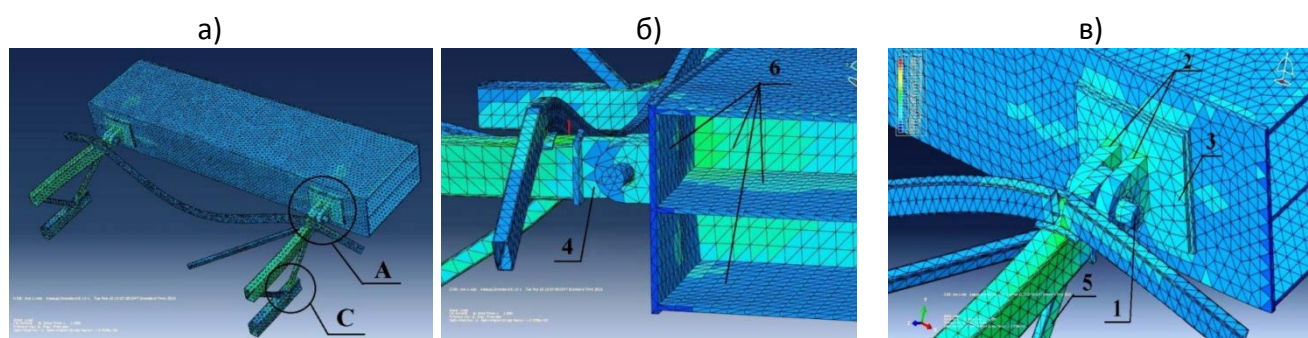
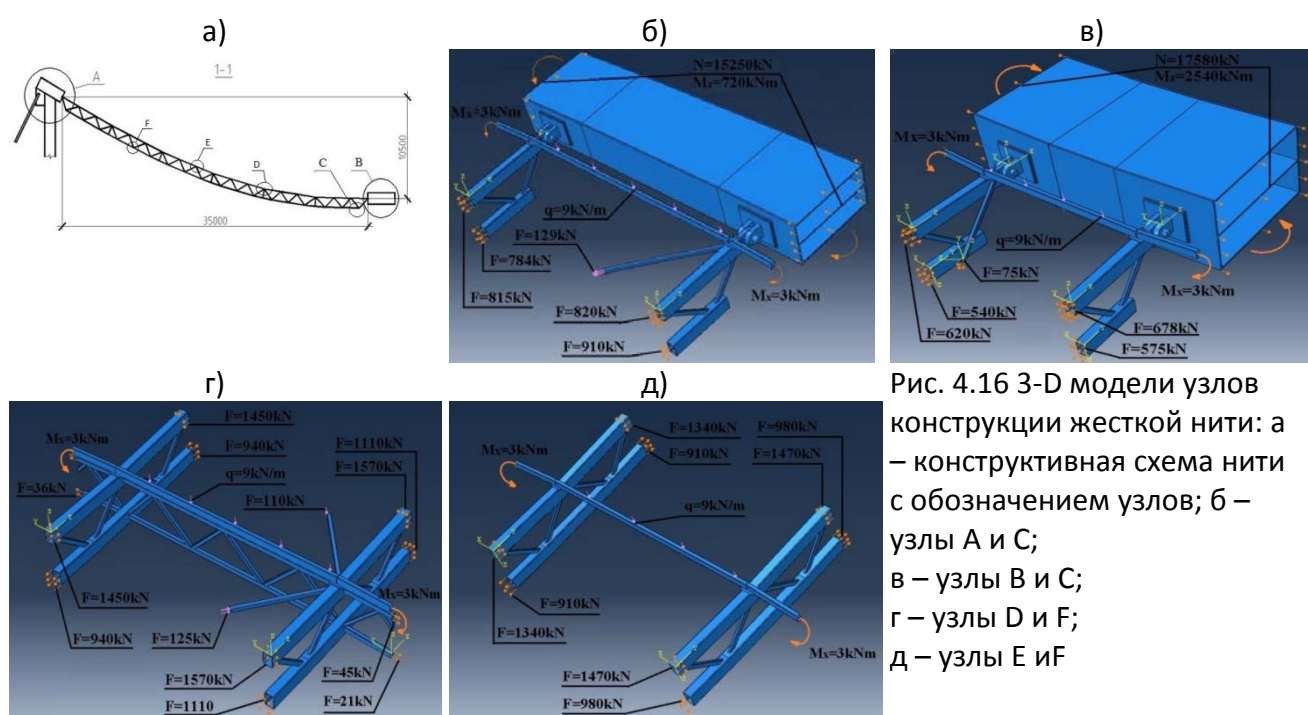


Рис. 4.15 Висячее покрытие стадиона с большим вырезом на эллиптическом плане (переход от стержневой схемы к 3D модели)

Для этого критические внешние нагрузки и внутренние усилия были приложены в узлах модели, через которые прошло сечение, с целью получения критических напряжений в элементах и необратимой деформации. Кроме того, для определения напряженно-деформированного состояния 3D-моделей были заданы перемещения со всеми необходимыми закреплениями (рис. 4.16). Все соединения элементов жесткой нити выполнены сварными. Исключение составляют соединения жесткой нити с опорными контурами (узлы «А» и «В»). В этом случае контактное взаимодействие не учитывало трения в соединении. Конечно-элементная сетка модели принята с размером ячейки 30 мм для выполнения микроанализа. Результаты моделирования показаны на рисунке 4.17.



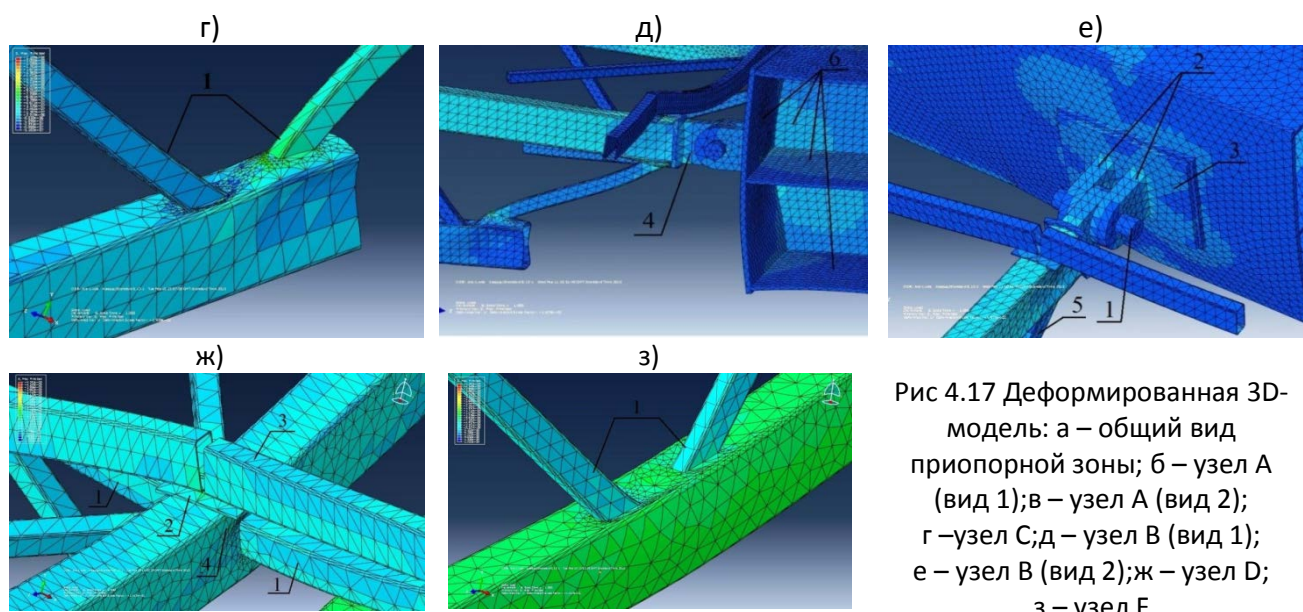


Рис 4.17 Деформированная 3D-модель: а – общий вид приопорной зоны; б – узел А (вид 1); в – узел А (вид 2); г – узел С; д – узел В (вид 1); е – узел В (вид 2); ж – узел D; з – узел F

Рассмотрим один из наиболее общих подходов к оценке надежности узловых соединений элементов конструкции покрытия с учетом их конструктивного решения. Например, узел примыкания жесткой нити сквозного сечения к внешнему опорному контуру (узел «А») и внутреннему опорному контуру (узел В), соединение опорного раскоса с нижним поясом жесткой нити (узел С), промежуточные узлы верхнего и нижнего поясов жесткой нити (узлы D, E и F). Учитывая тот факт, что отказ узла не всегда ведет к разрушению покрытия в целом, оценим роль каждого из них (см. таблицу 4.13), где оперируя моделями надежности (последовательное или параллельное соединение элементов) можно учесть уровень ответственности рассматриваемого объекта для покрытия в целом.

Таблица 4.13–Модели надежности элементов

Обозначение узла	Модель разрушения узла	Модель соединения элементов в узле	Модель соединения узлов в покрытии
А	см. ниже	Рис. 4.18	последовательное
В	1 - разрушение штифта; 2 - разрушение узловых фасонки; 3 - разрушение накладки; 4 - разрыв серьги; 5 – разрушение опорного раскоса; 6 - потеря устойчивости элементов опорных контуров	Последовательное Параллельное Последовательное Последовательное Параллельное	
С	1 – разрушение сварных швов между опорным раскосом и нижним поясом фермы	Последовательное	Параллельное

D	1 - разрушение сварных швов между элементами вертикальной связи и верхнего пояса фермы; 2 –разрушение узловой накладки из-за локального изгиба или среза сварных швов; 3 - разрушение балок кольцевых элементов из-за отказа сварных швов; 4 –потеря устойчивости верхней полкой верхнего пояса фермы в местекрепления балок кольцевых элементов; 5 - разрушение промежуточных деталей ферм из-заотказ сварных швов или потери устойчивости.	Параллельное Последовательное Последовательное Последовательное Параллельное	Параллельное
E	1 –разрушение опорной пластины дл крепления кольцевых элементов вследствие потери устойчивости или разрушения сварных швов; 2 - разрушение балок кольцевых элементов из-за отказа сварных швов. 3 –потеря устойчивости верхней полки пояса в местекреплениякольцевых элементов; 4 - коллапс раскосов жестких нитей вследствие разрушения сварных швов или потери устойчивости.	Последовательное Последовательное Последовательное Параллельное	Параллельное
F	1 –разрушение опорной пластины между раскосом и полкой пояса фермы вследствие потери устойчивости или разрушения сварных швов	Параллельное	Параллельное

Согласно принятой логике и правилам вероятностного моделирования, требования к безотказной работе элемента обозначаются X , а случаи отказа - по X' . Операция для узла в целом, описываемая функцией включенных логических переменных - функцией булевой алгебры (FBA) $y(X_1, X_2, \dots, X_n)$, назовемнесущей способностью системы (узла).

Кратчайший путь успешного функционирования (SWSF), описывающий вероятность безотказной работы минимального набора элементов, необходим для безотказной работы системы, выраженной в виде конъюнкции (логического умножения) элементов (4.24):

$$P_i = \bigwedge_{i \in (K_{pl})} X_i, (4.24)$$

где K_{pl} - набор элементов, включенных в заданное уравнение.

Условие несущей способности (узла) описывается в виде дизъюнкции (логического добавления) всех d кратчайших путей успешного функционирования (SWSF) в системе (4.25) следующим образом:

$$y(X_1, X_2, \dots, X_n) = V_{i=1}^d P_i = V_{i=1}^d \left[\bigwedge_{i \in (K_{pl})} X_i \right] (4.25)$$

Рассмотрим реализацию предложенного подхода на примере опорного узла «А» - узла сопряжения жесткой нити с внешним опорным контуром. Анализируя фактическую работу этого узла можно отметить, что его отказ может произойти в результате реализации нескольких факторов:

- 1 - разрушение штифта;
- 2 - разрушение проушин;
- 3 - разрушение пластины усиления;
- 4 - разрушение проушины верхнего пояса нити;
- 5 - разрушение опорного раскоса;
- 6 - потеря устойчивости элементов опорных контуров.

Эти отказы представлены в виде элементов расчетной схемы на рис. 4.18.

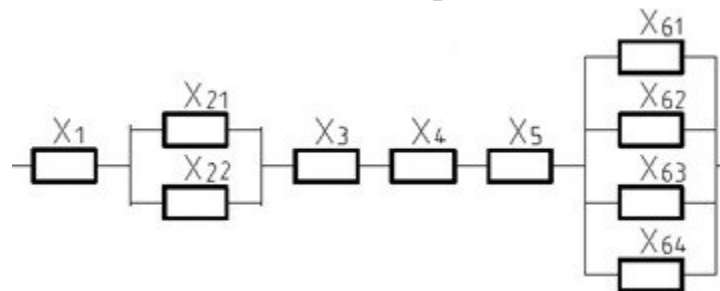


Рис. 4. 18 Расчетная схема к определению надежности узла «А»

Можно отметить, что элементы, представленные в рассматриваемом узле в единственном количестве (1, 3, 4, 5), могут рассматриваться как аналог модели последовательного соединения, поскольку их выход из строя ведет к разрушению узла в целом, а элементы, представленные количеством два и более (2, 6), укладываются в схему параллельного соединения, так как отказ одного из них не ведет к разрушению узла в целом, а перераспределяет действующую нагрузку на оставшиеся элементы. Тогда несущая способность системы, определяющая работу рассматриваемого соединения (узел «А»), может быть описана уравнением

$$y(X_1, X_2, \dots, X_{11}) = X_1 \cdot (X_{21} \vee X_{22}) \cdot X_3 \cdot X_4 \cdot X_5 \cdot (X_{61} \vee X_{62} \vee X_{63} \vee X_{64}) (4.26)$$

Для перехода от логической к вероятностной функции, должен быть выполнен анализ коррелированных связей между элементами. Учитывая, что примерно все усилия в узле пропорциональны действующей на покрытие нагрузке (например, постоянная + снеговая), условие неразрушимости для каждого из элементов может быть записано, как

$$Y_i = X_i = R_i - S_i = \sigma_{T,i} - \sigma_{q,i} \geq 0, (4.27)$$

а корреляционные связи между элементами 1...6, в упрощенном виде могут быть определены коэффициентом корреляции

$$r_{ij} = \frac{\hat{\sigma}_q^2}{\sqrt{\hat{\sigma}_T^2 + \hat{\sigma}_q^2}}, \quad (4.28)$$

Если принять в качестве рабочей гипотезы отсутствие корреляционных связей между отказами элементов в узле, то сводя (4.26) к традиционному вычислению показателя безотказной работы для последовательного соединения, получим уравнение следующего вида

$$P_A = P_1 \cdot (1 - Q_{21} Q_{22}) \min(P_3, P_4, P_5) \cdot (1 - Q_{61} Q_{62} Q_{63} Q_{64}) (4.29)$$

По аналогии с проведенным анализом для остальных типов узлов могут быть записаны следующие выражения безотказной работы:

$$P_B = P_1 \cdot (1 - Q_{21} Q_{22}) \min(P_3, P_4, P_5) \cdot (1 - Q_{61} Q_{62} Q_{63} Q_{64}),$$

$$P_C = P_1,$$

$$P_D = \min((1 - Q_{11} Q_{12}), (1 - Q_{51} Q_{52})) \cdot \min(P_2, P_3) \cdot P_4,$$

$$P_E = (1 - Q_{41} Q_{42}) \cdot \min(P_1, P_2) \cdot P_3,$$

$$P_F = (1 - Q_{11} Q_{12}).$$

С учетом принятых типов узловых соединений, вероятность безотказной работы системы узлов может быть описана следующим образом:

$$P_{sis,y} = P_A \cdot P_B \cdot (1 - Q_{C1} \cdot \dots \cdot Q_{Cn}) \cdot (1 - Q_{D1} \cdot \dots \cdot Q_{Dm}) \cdot (1 - Q_{E1} \cdot \dots \cdot Q_{Ek}) \cdot (1 - Q_{F1} \cdot \dots \cdot Q_{Fh}), (4.30)$$

где n, m, k, h - количество проектируемых узлов C, D, E, F соответственно.

Примечание: значения n, m, k, h определяются из результатов численного исследования прогнозирования разрушения системы.

В целом интегральная оценка надежности проектируемой конструкции выполняется с широким использованием численных методов, как при моделировании напряженно-деформированного состояния, так и при определении численных показателей надежности, изложенные в ряде работ

авторов, например, [78]. Учет влияния надежности узловых соединений в общей оценке надежности системы прогнозируется выполнять в 2 этапа:

- а) анализ надежности систем на макроуровне, основанный на оценке надежности основных элементов конструкции;
- б) анализ надежности системы на микроуровне, когда анализ надежности прогнозируемых к разрушению элементов конструкции выполняется с учетом надежности узловых соединений.

Несмотря на небольшой объем выполненных исследований в этом направлении, приведенная выше реализация последнего подпункта позволяет сформулировать некоторые общие выводы:

1. Строительное проектирование надежности узловых соединений в рассматриваемой конструкции всякого покрытия показывает, что эти соединения в основном описываются последовательными схемами с включением параллельных соединений зависимых элементов, соответствующих многоэлементным конструктивам, соответственно отображаемым в расчетной схеме надежности.
2. Вследствие одинаковых прочностных свойств стали элементов, объединенных в одном узле, между ними существуют тесные корреляционные связи, что позволяет упростить логическую схему надежности узла и повысить надежность соединения.
3. Надежность узлов всякого покрытия зависит от количества составляющих его элементов, так как увеличение количества элементов приводит к снижению его надежности, в то время как малоэлементные соединения обладают большей надежностью. Другим важным фактором является однородность запасов несущей способности элементов, а также надежность узлов ниже при взаимонезависимости элементов соединения. Эта ситуация имеет место в случаях изготовления элементов из различных классов стали, применения различных видов сварки и сварочных материалов, а также различными производителями и т. д.
4. Вследствие многоэлементности конструктивного решения узлов последние зачастую менее надежны, чем основные элементы (стержневые элементы колонн, жестких нитей сквозного сечения и т. д.), что должно учитываться при оценке надежности сооружения в целом.
5. Предлагаемый метод обладает достаточной универсальностью и может быть использован для оценки надежности провисающих и выпуклых стержневых оболочек с узловыми решениями аналогичной конструкции.
6. После проведения анализа надежности узлов необходимо увеличить несущую способность конструкции в зонах с зафиксированными критическими

напряжениями путем совершенствования принятых первоначальных конструктивных решений с учетом рекомендаций пп. 2...4.

7. Предлагаемый метод может быть применен к оценке надежности конструкции систем висячих покрытий, отказ которых может иметь значительные экономические и социальные последствия. Полученные на основе вероятностно-статистического моделирования решения могут быть полезны как проектировщикам, так и пользователям систем, что позволит обеспечить более эффективное обслуживание таких сложных конструкций с обеспечением требуемого уровня надежности и функциональности.

5. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ФОРМИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ МОНИТОРИНГА ТЕХНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ КОНСТРУКЦИЙ ПОКРЫТИЙ НАД ТРИБУНАМИ СТАДИОНОВ

5.1 Общие принципы формирования системы мониторинга

Целью научно-технического сопровождения эксплуатации объекта является исследование особенностей эксплуатации объекта с уникальной конструктивной формой покрытия, «... имеющего уникальное и особенно важное народнохозяйственное и/или социальное значение...» (ДБН В.1.2-5:2007), и подлежащего, таким образом, обязательному научно-техническому сопровождению в процессе проектирования, строительства и эксплуатации. Кроме того, одним из пунктов научно-технического сопровождения объекта является обязательное осуществление мониторинга, что диктуется требованиями УЕФА и ФИФА к объектам, принимающим матчи высокого ранга.

Научно-техническое сопровождение объекта конструкций покрытия стадиона предназначено для разработки и реализации **концепции мониторинга технического состояния и защиты нестандартных объектов** от неблагоприятных геотехнических проявлений – эпизодические нагрузки в виде сейсмических воздействий и влияния просадочных грунтов основания (ДБН В.1.2.-2:2006; ДБН В.1.2-2:2006) и других эксплуатационных факторов, отражающихся на несущей способности и эксплуатационной надежности конструкций объекта.

В соответствии с этим ключевой задачей научно-технического сопровождения на этапе эксплуатации данного объекта является обеспечение его **геотехнической и конструктивной безопасности**.

В подавляющем большинстве случаев мониторинг технического состояния зданий и сооружений проводят для:

- контроля технического состояния зданий и сооружений и своевременного принятия мер по устранению возникающих негативных факторов, которые могут привести к ухудшению состояния объектов;
- выявления зданий и сооружений, в которых произошли существенные изменения напряженно-деформированного состояния несущих конструкций, требующие проведения обследования их технического состояния;
- отслеживания степени и скорости изменения технического состояния объекта с целью своевременного обнаружения на ранней стадии негативного изменения напряженно-деформированного состояния конструкций, оснований,

способных в перспективе повлечь переход объектов в ограниченно работоспособное или в аварийное состояние; а в случае крайней необходимости – принять экстренные меры по предотвращению обрушения.

Все указанные выше моменты должны учитываться и при выборе системы наблюдений.

При реализации общего мониторинга технического состояния зданий и сооружений основной целью ставится выявление объектов, изменение напряженно-деформированного состояния которых требует обследования их технического состояния. В этом случае, как правило, не проводится обследование технического состояния зданий и сооружений в полном объеме, заменяя его визуальным осмотром конструкций, прежде всего, с целью назначения категории технического состояния. Наиболее целесообразным способом регистрации текущего состояния здания является составление его динамического паспорта по результатам измерения динамических параметров конкретных зданий и сооружений.

Мониторинг технического состояния конструкций и инженерных систем уникальных зданий и сооружений должен обеспечить выполнение повышенных требований к надежности и безопасности этих объектов, обеспечивающих их безопасную эксплуатацию, связанную с одновременным средоточием на объекте большого количества людей. К настоящему времени разработан целый ряд нормативных документов, регламентирующих необходимость устройства системы мониторинга и состав мероприятий при ее реализации. В качестве основных стоит упомянуть:

- МГСН 1.04.2005 «Временные нормы и правила проектирования планировки и застройки участков территории высотных зданий-комплексов, высотных градостроительных комплексов в городе Москве».
- Методика оценки и сертификации инженерной безопасности зданий и сооружений. Москва-2003 г.
- Методика оценки систем безопасности и жизнеобеспечения на потенциально опасных объектах, зданиях и сооружениях. Москва-2003 г.
- Методика мониторинга состояния несущих конструкций зданий и сооружений. Москва-2008г.
- Пособие по научно-техническому сопровождению и мониторингу строящихся зданий, в том числе большепролетных, высотных и уникальных. МРДС 02-08
- Федеральный закон от 30.12.2009 N 384-ФЗ (Технический регламент о безопасности зданий и сооружений).

- *Постановление Правительства Москвы № 389-ПП от 11 мая 2010 года «О первоочередных мероприятиях по обеспечению реализации системы безопасной эксплуатации зданий с большепролетными конструкциями в городе Москве с использованием современных автоматизированных технических систем».*

Отличительными особенностями реализации мониторинга технического состояния уникальных зданий и сооружений являются:

- состав работ по обследованию и оценке результатов определяется в каждом отдельном случае в зависимости от конструктивного решения объекта и его технического состояния. В общем случае должны соблюдаться требования, соответствующие требованиям выше перечисленных нормативных документов;
- если оценке подвергается объект, находящийся в стадии эксплуатации, то, учитывая его уникальный характер, ограниченные возможности прямого осмотра несущих конструкций и их ответственных узлов и элементов, то должны максимально широко использоваться неразрушающие методы контроля, а также косвенные приемы и методы, позволяющие получить необходимые для оценки технического состояния результаты
- в любом случае (желательно на стадии монтажа конструкций) на уникальных объектах, зданиях и сооружениях, должны устанавливаться автоматизированные системы для регистрации основных параметров технического состояния конструкций и узлов, определяющих его надежность и безопасность (в соответствии с заранее разработанным проектом). Настоящие требования к такой системе изложены в разделе 5 настоящей монографии.
- по результатам мониторинга технического состояния уникального объекта должно составляться заключение, индивидуальная форма которого должна, наряду с общепринятыми данными, включать в себя результаты показаний автоматизированной стационарной системы мониторинга технического состояния, а также их анализ в виде текущей и прогнозируемой оценки технического состояния объекта (например, экспресс–оценку остаточной несущей способности важнейших элементов и узлов несущих конструкций или текущее значение основных показателей надежности (вероятности отказа) основных элементов или несущей конструкции в целом).

При всем своем многообразии идеология разрабатываемых в настоящее время систем мониторинга основывается на двух принципиальных схемах:

- 1) определение интегральных характеристик перемещений наиболее

ответственных узлов конструкций, позволяющих определить фактическое положение конструкции в пространстве и являющихся основой дальнейшего анализа напряженно-деформированного состояния сооружения (опыт мониторинга спортивных сооружений, накопленный как Донбасской национальной академией строительства и архитектуры, так и ЦНИИСК им. Кучеренко (г. Москва, Россия) [35]: крытый стадион и плавательный бассейн на проспекте Мира, Универсальный спортивный зал «Измайлово», футбольно-легкоатлетический комплекс и универсальный спортивный зал ЦСКА, стадион «Локомотив» в Москве, Крытый конькобежный каток в г. Коломна и др.);

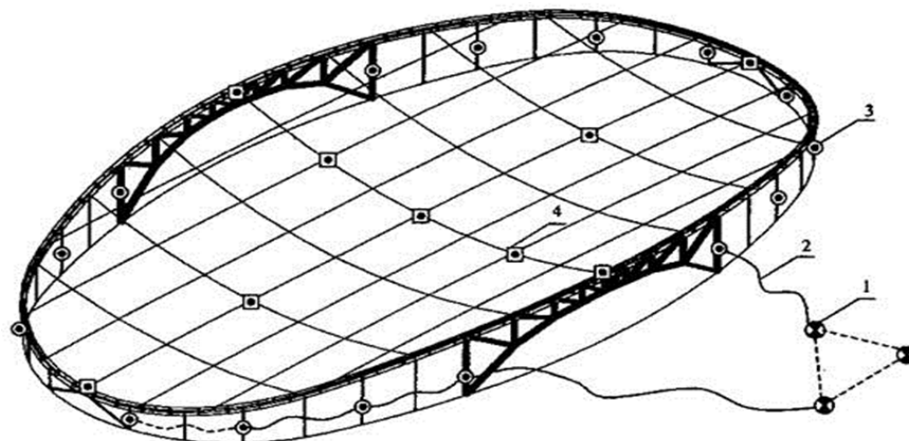


Рис. 5.1 Типовая схема геодезического мониторинга большепролетной конструкции:
1 – начальная высотная отметка (база); 2 - задняя линия выравнивания; 3 – марка деформационной высотной сети на колоннах; 4 – планово-высотная деформационная марка на опорном контуре и покрытия

2) непосредственная фиксация деформаций (напряжений) наиболее ответственных элементов сооружения с последующим заключением об их несущей способности (наиболее показательный пример – это старое покрытие над трибунами стадионов «Лужники» (г. Москва, Россия).

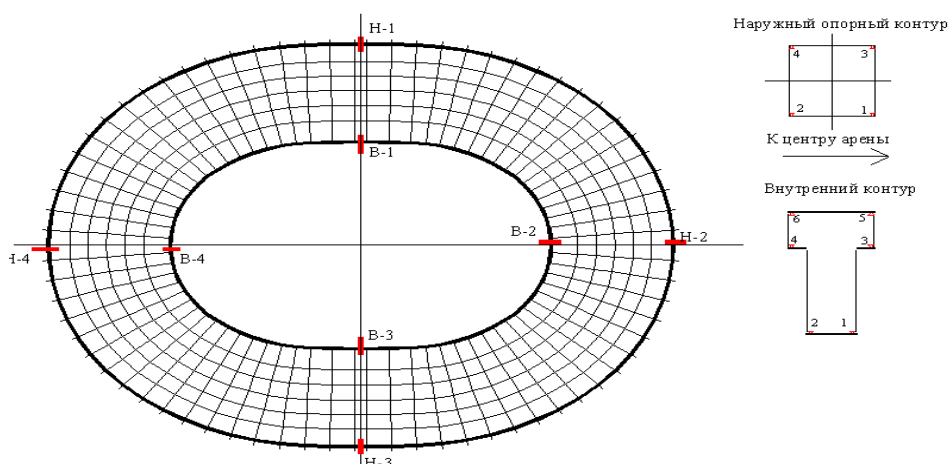


Рис. 5.2 План установки датчиков на опорных контурах сооружения

Наряду с выше изложенным, особенностью ряда создаваемых в настоящее

время систем мониторинга ответственных объектов является реализация контроля основных узлов и элементов объекта в режиме **on-line**, позволяющем оперативно реагировать на возникающие ситуации. Создаваемые на такой основе системы относятся к классу специальных многоканальных измерительно-информационных систем реального времени с распределенными свойствами и переменной номенклатурой сенсоров первичных физических параметров, которые должны удовлетворять требованиям работоспособности, достоверности и эффективности.

Анализируя соответствие системы мониторинга каждому из перечисленных аспектов, можно отметить следующее:

- оценка работоспособности и надежности системы заключается в проверке соответствия реальных метрологических характеристик, заявленных в технических условиях, и адекватности их передачи на центральный концентратор. Результатом такой проверки может быть выявление дополнительной погрешности, вводимой условиями эксплуатации «Системы...», и разработка рекомендаций по ее компенсации. Работы такого рода могут проводиться автономно, поэлементно, с применением образцового поверочного оборудования;
- достоверность «Системы...» заключается в ее способности формировать архивы получаемых данных, интегрировать их в виде рабочих модулей (таблицы, графики, диаграммы...) в соответствии с заложенным алгоритмом обработки;
- об эффективности «Системы...» можно судить по степени соответствия экспертных оценок, формируемых «Системой...» реально протекающим процессам в контролируемом объекте и возможности на их базе принимать симметричные меры по предотвращению нежелательных режимов эксплуатации.

При возможных отличиях в реализации системы, обусловленных конструктивным решением объекта, создаваемая система мониторинга должна иметь комплексный характер, сочетающий, с одной стороны, применение современных методов неразрушающего контроля напряженно-деформированного состояния конструкций, прочностных характеристик материалов и, с другой стороны, традиционную систему плановых осмотров, выполняемых службой эксплуатации объекта с привлечением специализированных организаций. При этом базовой компонентой создаваемой системы должны стать методы геодезического контроля положения сооружения, данные измерения которых являются интегральной характеристикой, позволяющей судить о состоянии объекта. Предполагаемая схема работ по созданию и эксплуатации системы мониторинга может

включать следующие основные этапы:

I-й этап работ – фиксирование и анализ начального состояния конструкций, подготовленных к сдаче в эксплуатацию.

В данный этап предполагается включать следующий перечень работ:

- а) формирование базы экспериментальных данных о параметрах, определяющих напряженно-деформированное состояние объекта (постоянных и временных (прежде всего климатологических) нагрузках и воздействиях, фактической геометрии смонтированного сооружения, температурно-влажностном режиме эксплуатации, величинах осадок, начальных дефектах и несовершенствах конструкций, допущенных при изготовлении и монтаже);
- б) выполнение перерасчетов смонтированных конструкций на действие фактических нагрузок и воздействий с учетом фактической пространственной геометрии, сечений, начальных дефектов и несовершенств.

Для подбора аппаратной базы системы мониторинга необходимо знать верхний и нижний пределы измеряемых величин, которые, с одной стороны, определяются в соответствии с параметрами напряженно-деформированной системы, а с другой – должны быть вычислены путем моделирования критической ситуации на математической модели сооружения. В связи с тем, что данные действующих нормативных документов не могут охватить весь спектр разнообразия конструктивных решений различных сооружений, то в ряде случаев, в особенности для уникальных зданий и сооружений, необходимо опираться на данные, полученные в результате расчетов.

- в) выполнение на основе использованных экспериментально-теоретических методов сравнительной оценки проектной и начальной надежности конструкций объекта, соответствующей началу его эксплуатации;
- г) разработка принципиального решения системы мониторинга технического состояния несущих конструкций объекта.

Результатами по I-му этапу работ могут быть:

- а) создание паспорта технического состояния сооружения;*
- б) определение характерных элементов и узлов конструкции, определяющих надежность сооружения в целом и требующих особого контроля в ходе эксплуатации объекта;*
- в) установление критических значений контролируемых параметров деформаций характерных элементов и перемещений узлов, используемых при текущем контроле состояния объекта;*
- г) выбор приборной базы для мониторинга строительных конструкций.*

В качестве приборной базы, например, «Пособие по научно-техническому сопровождению и мониторингу строящихся зданий, в том числе

большепролетных, высотных и уникальных. МРДС 02-08»рекомендует:

- **инклинометры** (стационарные и переносные;по условиям установки: поверхностные и встраиваемые) для фиксации смещений и деформаций;
- **экстензометры**(датчики осадки, DSM-система дифференциального мониторинга осадок)для долговременного мониторинга, контроля за поведением здания;
- **датчики нагрузки** для мониторинга нагрузок в основании сооружений (датчики нагрузки грунта) или в строительных конструкциях (датчики нагрузки бетона);
- **тензометрические датчики** для измерения деформаций (напряжений) в стальных и железобетонных конструкциях;
- **гидравлические (анкерные) датчики нагрузки** для мониторинга нагрузок на основные опорные элементы сооружения;
- **измерители трещин и стыков** для мониторинга раскрытия трещин, стыков в сооружениях (в особенности эффективны при оценке поведения элементов строительных конструкций под действием переменных нагрузок);
- **регистраторы и накопители**, оборудованные, как правило, микрокомпьютером, счетчиком сигналов, таймером, сканером и др.

В последнее время большое распространение получили автоматизированные системы на базе волоконно-оптических датчиков (ВОД). Общий вид ВОД приведен на рис 5.3, технические требования – в табл. 5.1.



Рис. 5.3 Оптиволоконный датчик: а – общий вид, б – принципиальная схема

Таблица 5.1- Необходимые технические характеристики системы измерения деформаций на базе комплекса с волоконно-оптическими датчиками

Наименование параметра	Величина
Диапазон измеряемой относительной деформации	0...21 0-2
Погрешность измерения на всем диапазоне	1,5%
Порог чувствительности	10 е
Удаленность объекта контроля	<3000 м
Потребляемая мощность	Не более 2 Вт
Температура эксплуатации	-30...+60 С
Устойчивость к коррозии	Да
Влажность при эксплуатации	0...100%
Срок службы	Не менее 15 лет

Примечание: Датчики должны обеспечивать измерение ускорений колебаний здания от 10 м/с² по трем ортогональным компонентам в полосе, частот от 0,5 до 50 Гц, в динамическом диапазоне от 120 Дб, при частоте дискретизации сигнала 400 Гц/канал. Датчики регистрации крена здания должны обеспечивать измерения углов наклона при точности измерения $\pm 3''$.

При решении обозначенного вопроса следует отметить необходимость особого внимания к контролю качества узловых соединений и их напряженного состояния. Так, например, в ходе проектирования покрытия «Донбасс-Арены» (подробнее в разделе 5.2) были разработаны уникальные конструктивные решения монолитных железобетонных пилонов для опирания несущих конструкций покрытия, для которых в недостаточной степени реализованы вопросы контроля совместной работы несущей арматуры и бетона. На указанные конструкции сходятся все нагрузки и воздействия от покрытия стадиона. В связи с этим при разработке и эксплуатации системы мониторинга для строительных конструкций «Донбасс-Арены» необходимо было бы осуществлять учет и контроль состояния оголовков железобетонных пилонов в местах опирания основных несущих конструкций покрытия.

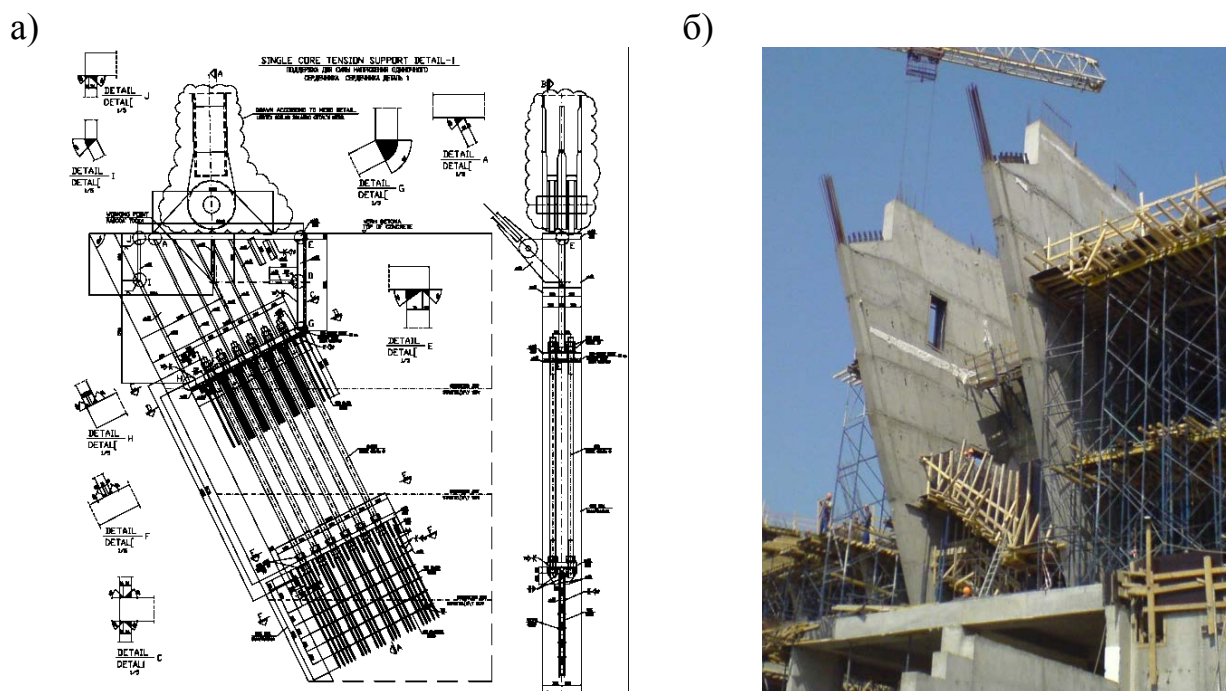


Рис. 5.4 Опорный узел ферм покрытия: а – конструктивная схема узла;
б – монтаж железобетонного основания опорного узла

На II-ом этапе работ необходимо создание системы *on-line* контроля напряженно-деформированного состояния основных несущих конструкций сооружения. Целесообразнее всего на данном этапе выполнить следующие виды работ:

а) установку и апробацию датчиков *on-line* системы контроля значений деформаций в характерных элементах и перемещений узлов;

- б) контроль состояния элементов сооружения и физико-механических характеристик материалов, выполняемый при проведении плановых текущих осмотров;
- в) проведение периодических динамических испытаний сооружения для определения его интегральных динамических характеристик.

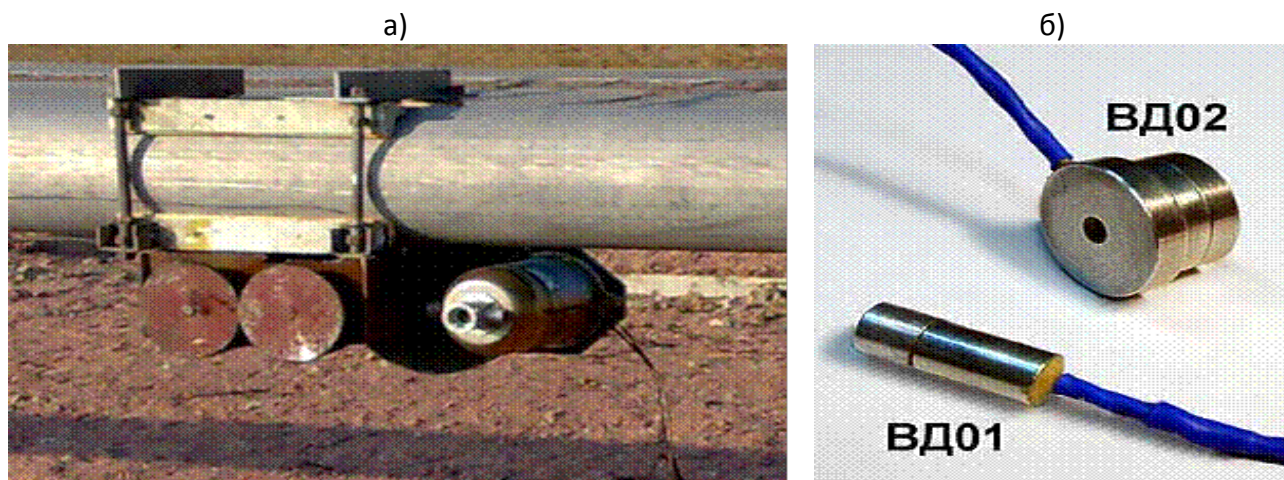


Рис. 5.5 Оборудование для динамических испытаний конструкции: а - возбудитель колебаний конструкции; б - пьезоэлектрические датчики "Micronics"

Стоит отметить, что в «Методике оценки и сертификации инженерной безопасности зданий и сооружений (Москва 2003 г.)» сформулированы основные оценки данных динамических испытаний в отношении изменения технического состояния сооружения (см. таблицу 5.2).

Таблица 5.2 – К оценке результатов динамических испытаний

Степень повреждения	Увеличение периода собственных колебаний, %
1 - без повреждения - легкая	0 - 10
2 – умеренная	11 - 30
3 – сильная	31 - 60
4 – тяжелая	61 - 90
5 - катастрофическая	91 - 100

Исходя из большого опыта работ ДонНАСА по исследованию строительных конструкций в частности Олимпийских сооружений Москвы-80, следует отметить, что на данном этапе работ при разработке и эксплуатации системы мониторинга особое внимание следует уделить исследованию работы элементов соединений конструкций на высокопрочных болтах.

В качестве результата II-го этапа работ служит создание системы мониторинга технического состояния основных несущих конструкций сооружения.

III-им этапом работ является непосредственная эксплуатация системы *on-line* контроля напряженно-деформированного состояния основных несущих конструкций сооружения службой эксплуатации объекта и специализированными организациями.

На данном этапе работ осуществляется накопление базы данных о фактических нагрузках и воздействиях, дефектах и повреждениях конструкций, осадках и изменении положения сооружения, изменении характеристик материала. При этом выполняется постоянный контроль значений деформаций в характерных элементах и перемещений в узлах (ранее выбранных), сопоставляемых с критическими значениями.

Реализацию системы мониторинга рекомендуется выполнять в соответствии с приведенной ниже структурной схемой (см. рис.5.6).



Рис. 5.6 Блок-схема выполнения расчета конструктивной схемы покрытия

5.2 Проект решения системы на примере системы мониторинга технического состояния покрытия стадиона «Донбасс Арена»

5.2.1 Освидетельствование объекта с целью уточнения технического задания на проектирование системы

В нормативных документах Украины [24] указанные объекты вошли в перечень объектов «...имеющих уникальное и особенно важное народнохозяйственное и/или социальное значение...», которые в свою очередь подлежат обязательному научно-техническому сопровождению в процессе проектирования, строительства и эксплуатации. Одним из пунктов научно-технического сопровождения объектов является обязательное осуществление мониторинга. Аналогичные требования выдвинуты УЕФА и ФИФА к объектам, принимающим матчи высокого ранга, для которых мониторинг есть неотъемлемый элемент системы эксплуатации. Создание и постоянная эксплуатация системы мониторинга технического состояния основных несущих конструкций сооружения и ее показания служат единственным достоверным обоснованием готовности объектов к приему матчей любого уровня.

В условиях плотной застройки г. Донецка проектирование, строительство и эксплуатацию крупных объектов, к которым относится спортивный комплекс «Донбасс-Арена», приходится осуществлять в сложных геотехнических условиях (горные подработки, просадка, тектоника, сейсмика и др.), когда на всех этапах необходимо учитывать многофакторность влияния указанных условий на эксплуатационные качества этого сооружения. Стадион «Донбасс-Арена» обладает неповторимым и уникальным дизайном, органически вписывается в окружающую среду парка Ленинского комсомола, рассчитан на 50 тысяч зрительских мест. Главные отличительные черты стадиона: наклоненная в юго-восточном направлении кровля, повторяющая естественный уклон ландшафта и добавляющая полю естественное проникновение воздуха и прямого солнечного света; стеклянный фасад и хорошо организованная для доступа окружающая территория. Стадион представляет собой чашу с трехъярусной террасой для зрителей и подтрибунными помещениями различного назначения, выполненными в железобетонных конструкциях, и козырька над большей частью мест для зрителей, выполненного из металлических элементов (рис. 5.7 – общий вид стадиона). В соответствии с рекомендациями УЕФА, стадион запроектирован исключительно для футбольных матчей, без легкоатлетических дорожек вокруг поля, что позволит разместить места для зрителей в непосредственной близости от игрового поля. В качестве проектного предложения при строительстве стадиона принят проект компании ArupSport, предприятия международной сети Ove Arup & Partners

Limited. Кровля стадиона наклонена с севера на юг, повторяя ландшафт вокруг стадиона. Внутри стадион имеет классическую овальную форму.



Рис. 5.7 Стадион «Донбасс-Арена»

Основные характеристики стадиона:

- общая площадь строительной площадки (включая районы мобилизации) – 254907 м²,
- площадь земельного участка (включая поле), на котором расположен стадион, - 46780 м²,
- высота стадиона от уровня поля до высшей точки - 51 м,
- общий объем строительных конструкций составляет – более 120 тыс. м³ железобетона и около 4300 т стальных конструкций, из которых 3800 т являются конструкциями покрытия,
- общая площадь уровней стадиона - 30.000 м²,
- размер футбольного поля 105м x 68м, с 7668 м² натурального поля и 2201 м² синтетического поля.

Все это свидетельствует о большой массе объекта, которая значительно возрастает в период массовых мероприятий и влияет на деформации основания.

В конструктивном отношении основными несущими элементами являются многэтажные радиальные рамы, воспринимающие нагрузку от наклонных террас для зрительских мест, межэтажных перекрытий и встроенных подтрибунных помещений. В свою очередь радиальные рамы включают:

- наклонные и вертикальные колонны;
- наклонные балки, воспринимающие нагрузку от трибун;
- радиальные и круговые балки;
- межэтажные перекрытия между радиальными и круговыми балками.

По периметру стадиона конструкции разделены деформационными швами на отдельные отсеки. Устойчивость в пределах отсека (от ветрового, снегового, динамического воздействий, осадок основания и др.) обеспечивается

железобетонными ядрами жесткости, в которых расположены лестничные клетки и лифты.

Рабочие чертежи железобетонных конструкций секторов трибун стадиона разработаны компанией «ENKA Construction & Industry Co., Inc», являющимся также генеральным подрядчиком строительства объекта.

Расчет и проектирование металлоконструкций структурного покрытия стадиона выполнены компанией «MERO» (Германия) с последующим их изготовлением на заводах этой же фирмы.

Запроектированное компанией «MERO» покрытие представляет собой независимо работающие сектора, изготовленные в виде 8-ми больших трапециидальных блоков структурных покрытий положительной кривизны с узлами типа «MERO» и с переменными размерами оснований 57277...61581 x 32956...34546 мм, и 4-х малых – 34341...35743 x 15061...16037 мм (см. рис. 5.10...5.11), опирающиеся на пространственные радиальные консольные фермы, выполненные из стали S355, аналога отечественной С345 (см. рис. 5.8, 5.9, 5.12, 5.13), и изготовленные компанией «CİMTAS» (Турция).

Для исключения влияния возможных осадок крепление трапецеидальных блоков структурных покрытий к консольным фермам с одной стороны выполнено в виде неподвижного шарнира, а другой – в виде шарнирно-подвижной опоры.



Рис. 5.8 Пространственная консольная ферма покрытия большого сечения



Рис. 5.9 Пространственная консольная ферма покрытия меньшего сечения

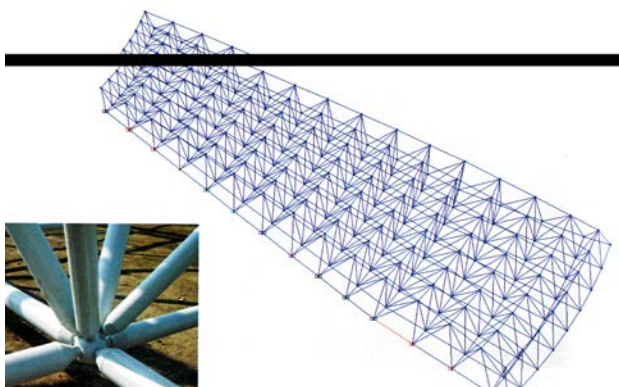


Рис. 5.10 Геометрическая схема и узел трапециедального блока структурного покрытия



Рис. 5.11 Трапециедальный блок структурного покрытия перед монтажом

Ниже представлены фрагменты чертежей консольных ферм покрытия:

- WT1 – WT4 – консольные фермы большого сечения;
- ST1 – ST8 – консольные фермы меньшего сечения.

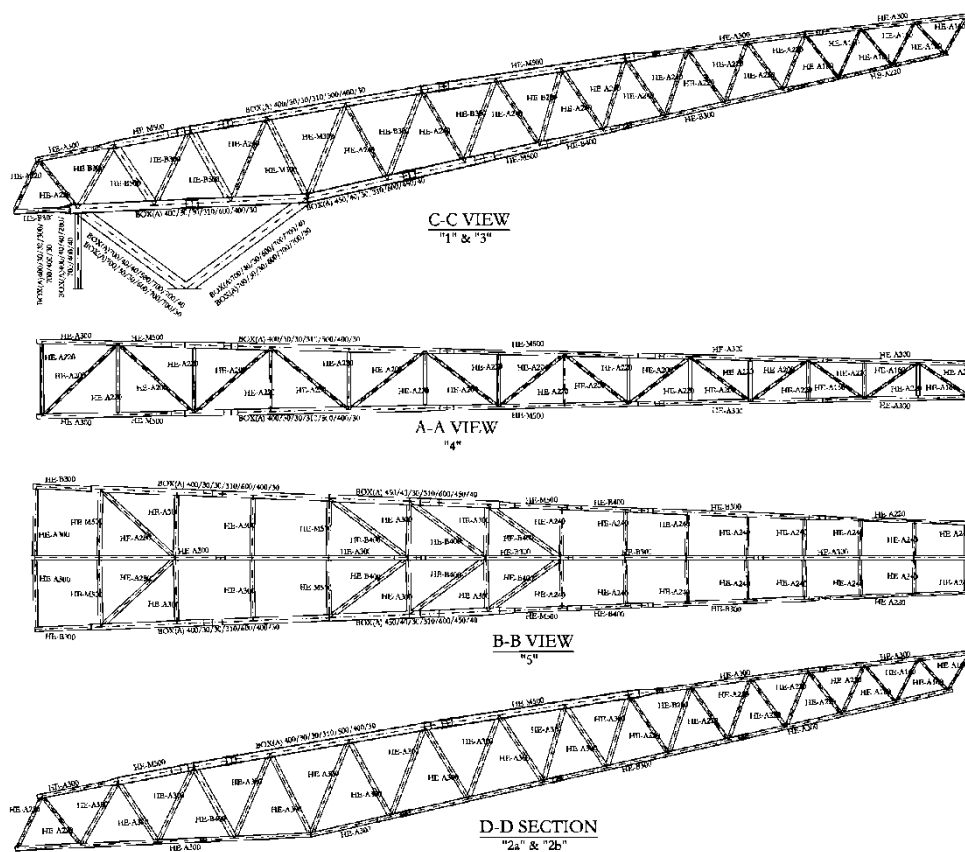


Рис. 5.12 Геометрия консольных ферм ST1 – ST8

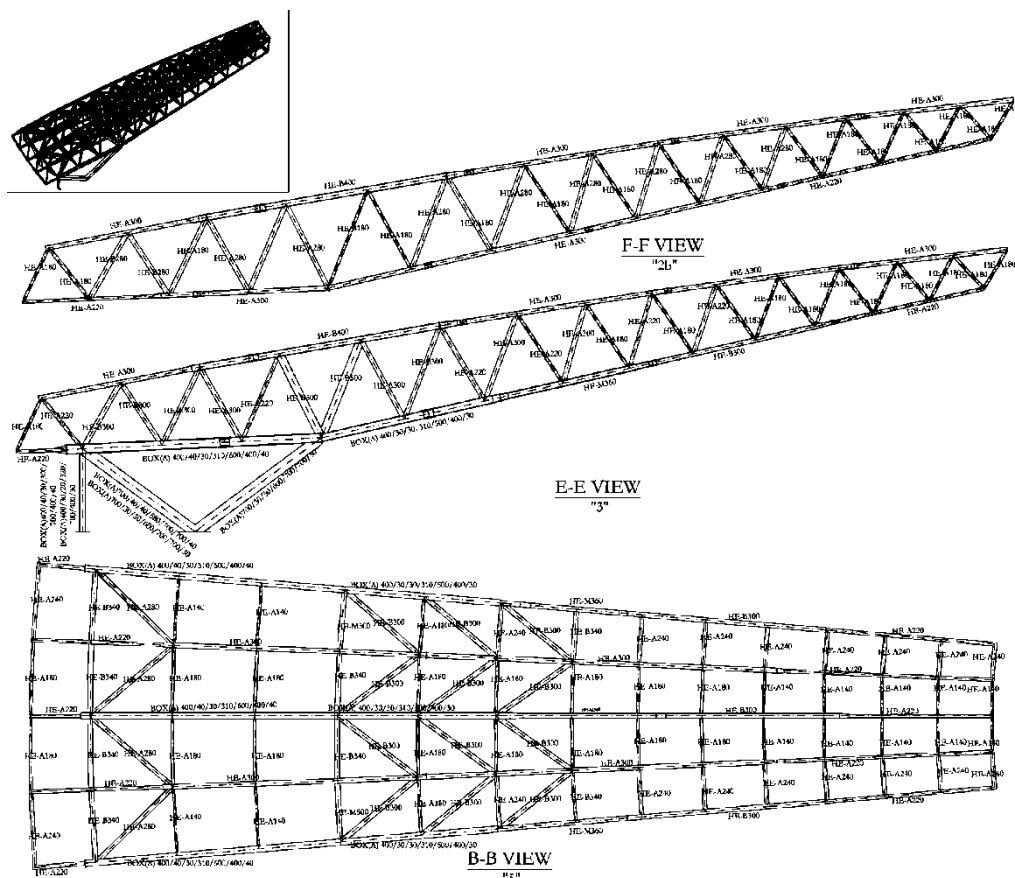


Рис. 5.13 Геометрия блоков консольных ферм WT1 – WT4

5.2.2 Методика проведения обследования

Основное внимание при проведении обследования уделялось:

- обследованию и наблюдению за металлическими конструкциями покрытия (узлы шарнирно-подвижных и шарнирно-неподвижных деталей, опорных частей и др.) стадиона;
- натурному обследованию строительных конструкций покрытия стадиона, выполненных сотрудниками научно-исследовательской части Донбасской национальной академии строительства и архитектуры в августе-ноябре 2010 г. согласно методике выполнения обследования, разработанной путем привязки положений вышеперечисленных документов к конкретным конструктивным решениям и условиям эксплуатации конструкций стадиона.

Методика выполнения обследования включала:

- изучение имеющейся проектной, исполнительной документации и сертификатов на материалы;
- выполнение визуального натурного освидетельствования основных конструкций покрытия;
- контроль геометрических характеристик конструкций - размеров в осях, поперечных сечений и т.д.;
- инструментальные замеры количественных характеристик дефектов и

повреждений.

в) при обследовании конструкций покрытия фиксировались:

- трещины в основном металле конструкций, сварных швах и околошовных зонах сварных соединений;
- общие и местные погибы элементов;
- отклонения осей конструкций от вертикали и горизонтали;
- отступления конструктивных решений от требований норм проектирования строительных конструкций;
- повреждения узлов и соединений в виде трещин, непроваров сварных швов, отсутствия и ослабления элементов болтового соединения и т.д.;
- состояние противокоррозионных покрытий, характер и величины коррозионного износа металлоконструкций.

При обнаружении повреждения (дефекта) производилось его описание, эскизирование и инструментальные замеры для получения количественных характеристик с помощью отвеса, струны, штангенциркуля, рулетки и линейки.

Выполнялся контроль поперечных сечений элементов и размеров различных элементов покрытия.

В случае отсутствия непосредственного доступа к отдельным элементам конструкций покрытия для их визуального исследования применялись различные оптические инструменты и приспособления (бинокли, цифровые фотоаппараты и т.д.).

5.2.3 Основные результаты натурных исследований

Зафиксированные на основании методики обследования, изложенной выше, перемещения шарнирно-подвижных опор структурных блоков в настоящее время не вызывают видимых искажений геометрической формы несущих конструкций покрытия и не оказывают какого-либо существенного влияния на напряженно-деформированное состояние и надежность эксплуатируемой конструкции.

Типичными дефектами и повреждениями **консольных ферм большего сечения** являются:

- дополнительные вставки толщиной до 1-2 мм в части фрикционных соединений на высокопрочных болтах (рис. 5.14);
- наблюдаемая в части фрикционных соединений щелевая коррозия на глубину до 1-2 мм;
- наблюдаемое на отдельных конструктивных элементах разрушение (отслоение) лакокрасочного покрытия площадью до 300-400 см² (рис. 5.15);
- зазоры между стыкуемыми элементами до 2 мм (рис. 5.16);

- отсутствие герметизации фрикционных соединений на высокопрочных болтах;
- зазоры между фланцами крепления стоек ограждения проходных площадок до 2 мм (рис. 5.17).

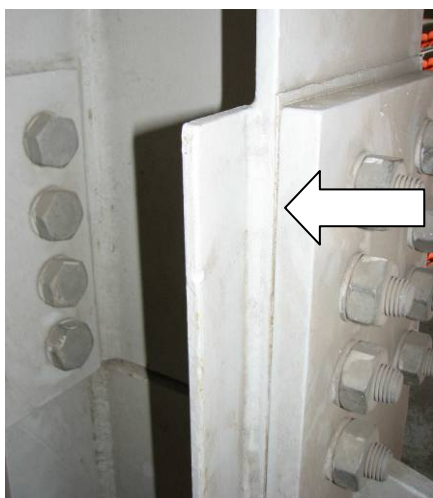


Рис. 5.14 Дополнительная вставка толщиной 1-2 мм в фрикционном соединении



Рис. 5.15 Отслоение лакокрасочного покрытия



Рис. 5.16 Зазор до 2 мм между фасонкой и элементом решетки



Рис. 5.17 Зазоры между фланцами крепления стоек ограждения

Таковыми же типичными дефектами и повреждениями **консольных ферм меньшего сечения** являются:

- дополнительные вставки во фрикционных соединений на высокопрочных болтах толщиной до 1-2 мм;
- щелевая коррозия на глубину до 1-2 мм во фрикционных соединений;
- на незначительной поверхности элементов наблюдается разрушение (отслоение лакокрасочного покрытия;
- отсутствие герметизации фрикционных соединений на высокопрочных болтах;

– зазоры между фланцами крепления стоек ограждения проходных площадок до 2 мм.

Основными дефектами и повреждениями **блоков структурных покрытий** являются:

– точечное разрушение лакокрасочного покрытия (площадью до 3-5 см²) нижней поверхности прогонов;

– разрушение защитного лакокрасочного покрытия на шаровых вставках и болтах крепления элементов структурных блоков к шаровым вставкам (рис. 5.20);

– отсутствие отдельных болтов крепления элементов связей (рис. 5.21) или ослабление элементов болтового соединения (рис. 5.18, 5.19);

– непроектная установка отдельных элементов связей (непроектная ориентация фасонки на монтаже).



Рис. 5.18. Ослабление элементов болтового крепления катка подвижной опоры блока структурного покрытия



Рис. 5.19. Ослабление и выпадение болтов крепления катка подвижной опоры структурного блока покрытия



Рис. 5.20. Разрушение лакокрасочного покрытия шаровых вставок

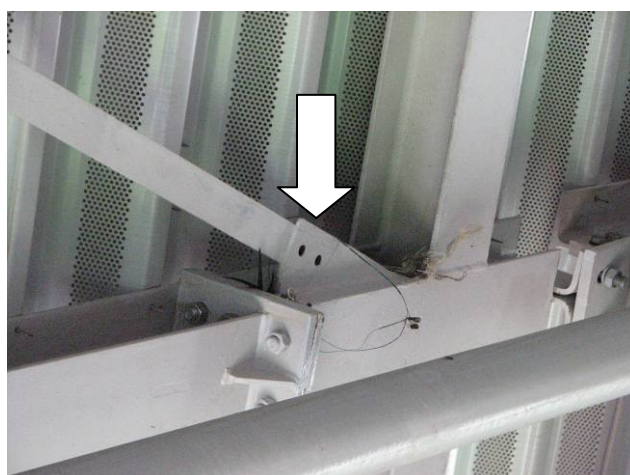


Рис. 5.21. Отсутствие болтов крепления элемента связи к фасонке несущей фермы (элемент выключен из работы)

Наиболее опасным повреждением, с точки зрения последствий его возможного развития, является ослабление болтового соединения крепления элементов связей.

Вышеперечисленные дефекты и повреждения по конструкциям покрытия стадиона в зависимости от вида и характеристики могут быть классифицированы на следующие типы:

Таблица 5.3 - Типы дефектов и повреждений

Типы дефектов и повреждений	Наименование дефектов и повреждений
1	2
1	Дополнительные вставки во фрикционных соединениях на высокопрочных болтах
2	Отсутствие герметизации фрикционных соединений на высокопрочных болтах
3	Щелевая коррозия во фрикционных соединениях на высокопрочных болтах
4	Разрушение лакокрасочного покрытия
5	Коррозионный износ элементов
6	Разбалчивание крепления катка подвижной опоры пространственной фермы
7	Вмятина в полке прогона
8	Местная погнутость стенки раскоса
9	Несовпадение отверстий под болты
10	Отсутствие болтов крепления элементов
11	Непроектное положение фасонки связей
12	Зазор между стыкуемыми элементами
13	Зазоры между фланцами крепления стоек ограждения

5.2.4 Особенности реализации системы мониторинга, обусловленные конструктивным решением и условиями эксплуатации объекта «Донбасс-арена»

Исходные данные для выполнения работ по сопровождению данного объекта:

а) предоставленные Заказчиком:

- Отчет о НИР «Разработка программы научно-технического сопровождения эксплуатации металлоконструкций крыши стадиона “Донбасс-Арена”, технического задания на автоматизированную систему их мониторинга и программы мониторинга металлоконструкций крыши стадиона “Донбасс-Арена”» договор № 782 от 28 мая 2009 г. (заключительный) – Государственное предприятие Государственный научно-исследовательский институт строительных конструкций (ГП НИИСК);

- Отчет о НИР «Разработка системы и программы мониторинга

несущих железобетонных конструкций стадиона “Донбасс-Арена” с учетом монтажа системы BMS стадиона» договор № 828 от 19 июня 2009 г. (промежуточный, этапы 2, 3) - Государственное предприятие Государственный научно-исследовательский институт строительных конструкций (ГП НИИСК);

- комплект чертежей стадиона, конструктивных элементов, прилегающей территории, инженерных коммуникаций. Чертежи выполнены ДП «Донецкий ПромстройНИИпроект» (Украина);

- научно-технические отчеты о результатах проделанной работы и разработке системы мониторинга ДП «Донецкий ПромстройНИИпроект», ДП НДІБК (2009г.) и Донбасской национальной академии строительства и архитектуры (2010г.).

б) нормативные документы:

- ДБН В.1.2-2:2006. Навантаження і впливи. Норми проектування / Мінбуд України. – Київ. 2006 р.;
- ДБН В.1.2-5:2007. Науково-технічний супровід будівельних об’єктів / Мінрегіон-буд України. – Київ. 2007 р.;
- ДБН 362–92. Оцінка технічного стану сталевих конструкцій виробничих будівель і споруд, що знаходяться в експлуатації/Держбуд України. - К.: Укрархбудінформ, 1995. - 47с.;

- ДБН В.1.1-12:2006 «Строительство в сейсмических районах Украины»;
- ДБН В.1.1-5-2000, «Здания и сооружения на подрабатываемых и просадочных грунтах»;

- ГОСТ 27751-88 (СТ СЭВ 384-87) «Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения по расчету»;

- ДБН В.1.2-12-2008 «Будівництво в умовах ущільненої забудови. Вимоги безпеки»;

- ГКНТА-2.04-02-98 «Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500»;

- Нормативні документи з питань обстежень, паспортизації, безпечної та надійної експлуатації виробничих будівель і споруд / Держкомітет будівництва, архітектури та житлової політики України – Київ – 1997р.

- ДБН В.2.2.2-96. Общественные здания и сооружения;
- ДСТУ Б В.1.2-3:2006. Прогини і переміщення. Вимоги проектування / Мінбуд України. – Київ. 2006 р.;

- ГОСТ 27751-88 (СТ СЭВ 384-87) «Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения по расчету»;

- Пособие по контролю состояния строительных металлических конструкций зданий и сооружений в агрессивных средах, проведению

обследования и проектированию восстановления защиты конструкций от коррозии (к СНиП 2.03.11–85) / ЦНИИПроектстальконструкция. – М.: Стройиздат, 1989. – 51 с.

Также использовано «Пособие по научно-техническому сопровождению и мониторингу строящихся зданий и сооружений, в том числе большепролетных, высотных и уникальных» МРДС 02-08, Москва – 2008г.

5.2.5 Этапы работ по сопровождению

С учетом особенностей уникального объекта - конструкций стадиона «Донбасс-Арена», его научно-техническое сопровождение, обусловленное, прежде всего, сложными инженерно-геологическими условиями площадки строительства, предусматривает следующие этапы работ по его научно-техническому сопровождению:

- анализ мирового опыта эксплуатации и обслуживания крупных уникальных спортивных объектов с разработкой оптимальных решений при проведении мониторинга;
- анализ исходных конструктивных схем объекта или его элементов (геометрия, конструктивные решения, материалы и т.п.), с определением нестандартных отклонений, выходящих за рамки требований действующей нормативной базы, а также анализ месторасположения объекта, геологических, инженерных и других условий;
- анализ геотехнических условий местности вокруг стадиона, в том числе возможных эпизодических воздействий, связанных с проведением спортивных мероприятий;
- разработка концепции и методики наблюдений в процессе мониторинга стадиона, обеспечивающих предупреждение негативных явлений и конструктивную безопасность;
- выбор технологии и приборного обеспечения для проведения мониторинга стадиона;
- проверка соответствия принятых проектных решений реальным климатическим и гидрогеологическим условиям, реальным условиям работы отдельных конструктивных элементов (гидроизоляция, вентиляция, кондиционирование и т.д.), энергообеспечения и условий пожарной безопасности и т.п.;
- корректировка (уточнение) проектов эксплуатации и технологий мониторинга, которые разработаны на этапах эксплуатации;
- геотехнический мониторинг стадиона «Донбасс-Арена», предусматривающий наблюдения за сдвижением и деформациями земной

поверхности вокруг объекта, определение степени влияния сдвижения земной поверхности на устойчивость и конструктивную целостность всего объекта;

- оценка результатов наблюдений.

При этом именно работы по созданию системы мониторинга объекта включает следующие этапы:

- создание геодезического обоснования снаружи и внутри сооружения;
- выполнение циклов геодезических наблюдений (плановое и высотное положение);
- оценка точности измерений и анализ результатов с заданными целями;
- прогнозирование изменения состояния объекта, его конструктивных элементов с целью принятия наиболее эффективных управленческих решений;
- регулярное информирование пользователей объекта об изменении его состояния.

Непосредственная реализация подпрограммы по реализации *геотехнического мониторинга* стадиона «Донбасс-Арена» осуществлялась в следующей последовательности:

- создание планово-высотного обоснования для наблюдений за деформациями земной поверхности и конструктивными элементами стадиона;
- предварительный расчет и оценка точности геодезической сети. Контроль стабильности координат и высот пунктов опорной геодезической сети;
- контроль осуществляется в каждом цикле наблюдений;
- закладка кустов реперов для определения стабильности их высот и определения деформаций вследствие возможных нарушений и надвигов;
- закладка профильной линии, состоящей из грунтовых реперов, для выявления сдвижения земной поверхности в районе возможных горизонтальных сдвигов основания;
- определение деформаций земной поверхности вокруг стадиона (2-4 цикла) высокоточным нивелированием;
- выполнение периодических циклов наблюдений по определению осадок колонн 3-го яруса стадиона;
- формирование журнала мониторинга, анализ результатов;
- корректировка или разработка новых технических решений, обеспечивающих объективное определение деформаций земной поверхности с необходимой точностью.

Эта последовательность операций по реализации геотехнического мониторинга представлена в виде логической схемы на рис. 5.22.

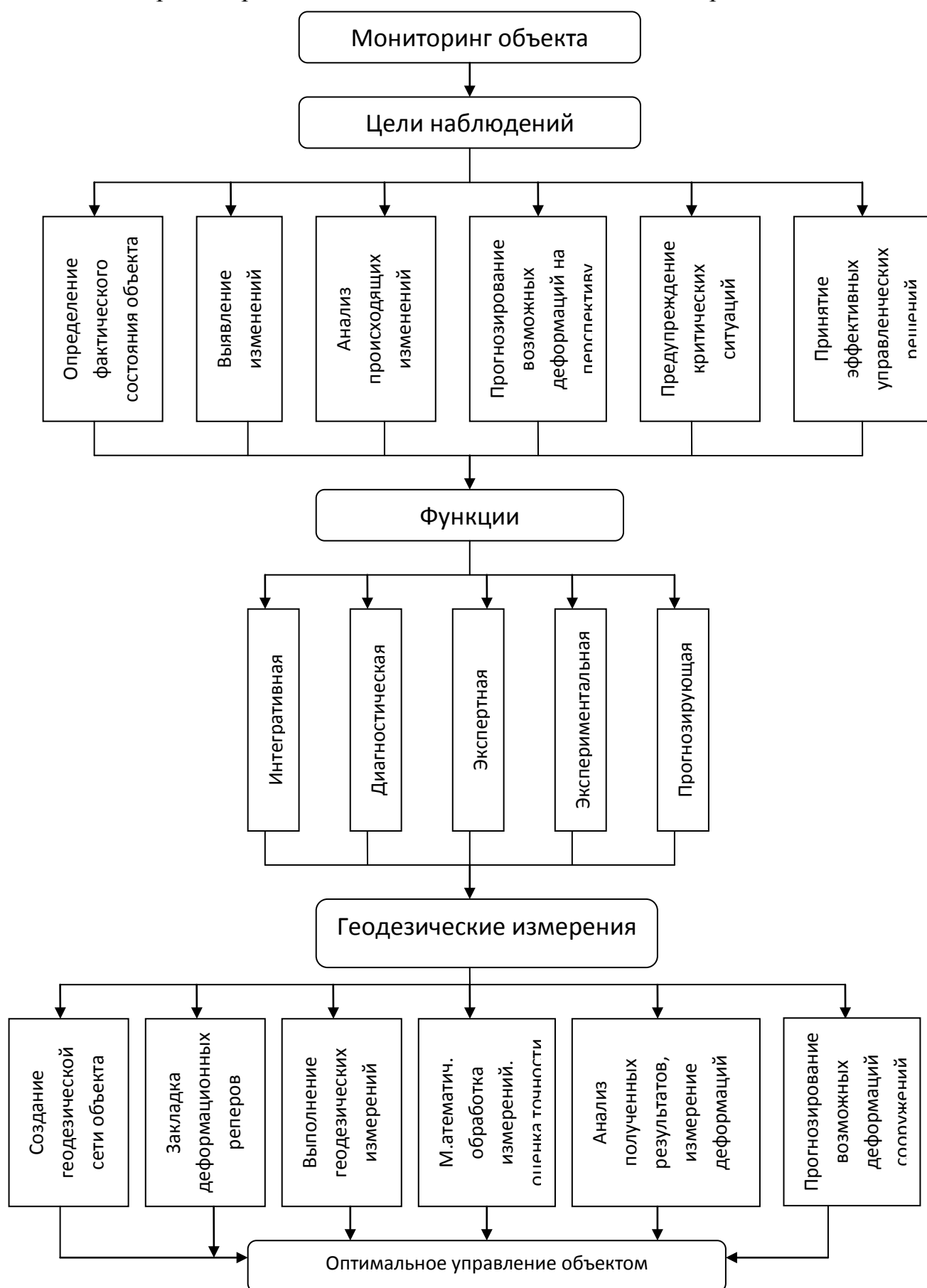


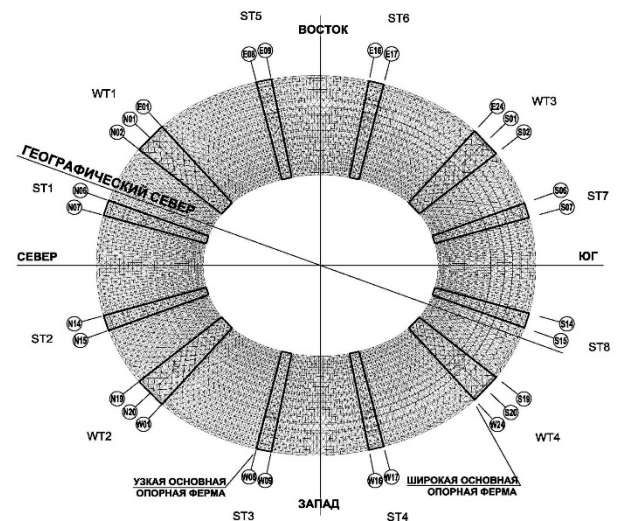
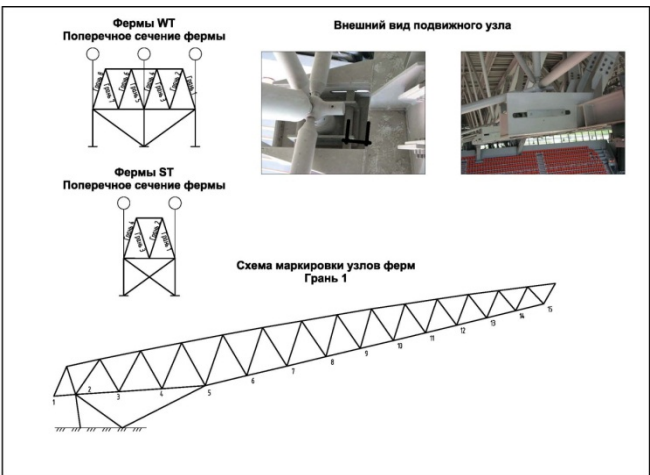
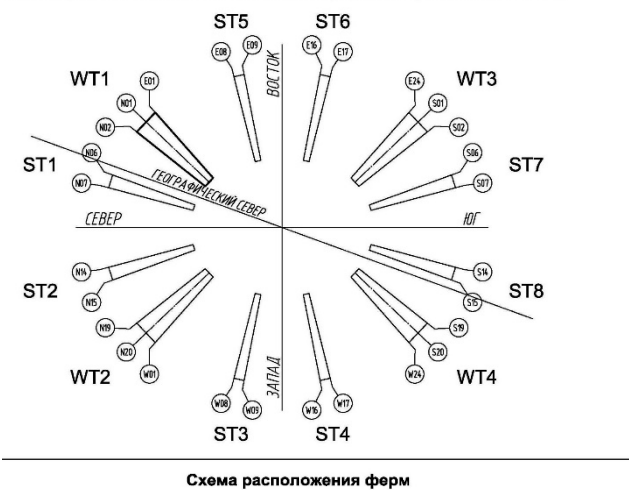
Рис. 5.22 Логическая схема реализации геотехнического мониторинга объекта

5.2.6 Перечень материалов, передаваемых Заказчику

По результатам научно-технического сопровождения объекта Заказчику передаются завершённые работы для использования на стадии эксплуатации в виде научно-технического отчёта с данными:

а) о результатах выполненных исследований:

Схема расположения консольных ферм покрытия стадиона



Ведомость дефектов и повреждений широких основных опорных ферм WT1...WT4

Местоположение	Тип	Эскиз дефекта или повреждения	Описание дефекта или повреждения	Рекомендации по устранению
----------------	-----	-------------------------------	----------------------------------	----------------------------

б) с приложениями:

- журнал наблюдений за осадками глубинных реперов;

Журнал наблюдений за осадками глубинных реперов

№ глубинного репера	Начальный цикл нивелирования			Цикл нивелирования № 1				Цикл нивелирования № 2				Примеч.
	Дата	t, °C	Отметка, H ₀ м	Дата	t, °C	Отметка, H _i м	Осадка ΔH=H ₀ -H _i	Дата	t, °C	Отметка, H _i м	Осадка ΔH=H ₀ -H _i	

Примечание: нивелирование глубинных реперов выполнять по методике II класса с привязкой к государственной геодезической сети

Журнал наблюдений за осадками пунктов сети полигонометрии стадиона

Примечание: нивелирование пунктов сети полигонометрии выполнять по методике III класса с привязкой к глубинному реперу №

- журнал наблюдений за деформациями профильных линий;

[illegible]

- журнал наблюдений за смещением опорных узлов блоков структурных покрытий.

Номер узла	Нулевой отсчет			Отсчет №1				Отсчет №2				Примечания
	Дата	t, °C	a ₀ , мм.	Дата	t, °C	a ₁ , мм. Δ= a ₀ — a ₁ , мм	Дата	t, °C	a ₂ , мм. Δ= a ₀ — a ₂ , мм			

Данные, получаемые в ходе эксплуатации системы мониторинга, могут быть рассмотрены с 2-х позиций:

- 1) для экспресс-оценки технического состояния объекта;
- 2) для построения прогнозной модели поведения конструкции при статистической обработке результатов показаний системы

Рассмотрим оба подхода на примере постоянно действующей системы мониторинга, выполненной для основных конструктивных элементов несущих конструкций уникального покрытия над трибунами стадиона «Донбасс-Арена» в г. Донецке.

Конструктивное решение пространственного стержневого покрытия, включает в себя два основных несущих элемента (рис. 5.23):

а) *Структурный блок*. В качестве проверки расчётных предпосылок и апробации работы расчетной схемы пространственного структурного покрытия принят блок «G». Пролётная часть покрытия «G», расположенная в осях (E01 и E08), представляет собой пространственную стержневую оболочку двоякой кривизны и переменной высоты. Основные размеры в плане по внешнему контуру покрытия – 59,941 м, по внутреннему – 31,764 м, пролёт составил – 61,187 м. Высота структуры имеет переменное значение, и составила 1,997 м – 5,275–3,058 м. Пространственная структура выполняет функцию несущих конструкций. Для исключения влияния возможных осадок крепление трапецидальных блоков структурных покрытий к консольным фермам с одной стороны выполнено в виде неподвижного шарнира, а другой – в виде шарнирно-подвижной опоры. Опирается и примыкает оболочка двоякой кривизны вдоль осей в 15-ти узлах на консольные пространственные фермы. Элементы пространственной оболочки выполнены в виде труб и соединены между собой шарнирно.

б) *Пространственная консольная ферма*. Консольные пространственные фермы WT1, ST1 служат упругоподатливыми опорами для пролётной части покрытия. Консольная ферма ST1 загружена с двух сторон по осям (N07 и N06) пространственными блоками «А» и «В», а консольная ферма WT1 загружена по осям (N02 и E01) пространственными блоками «В» и «G». Элементы пространственной фермы запроектированы из прокатных двутавров, в основном это элементы консольной части, а нижний и верхний пояса пролетной части выполнены в виде сварного коробчатого сечения. Примыкание элементов реализовано при помощи сварного и болтового соединения. Пространственные радиальные консольные фермы выполнены из стали S355, аналога отечественной С345.

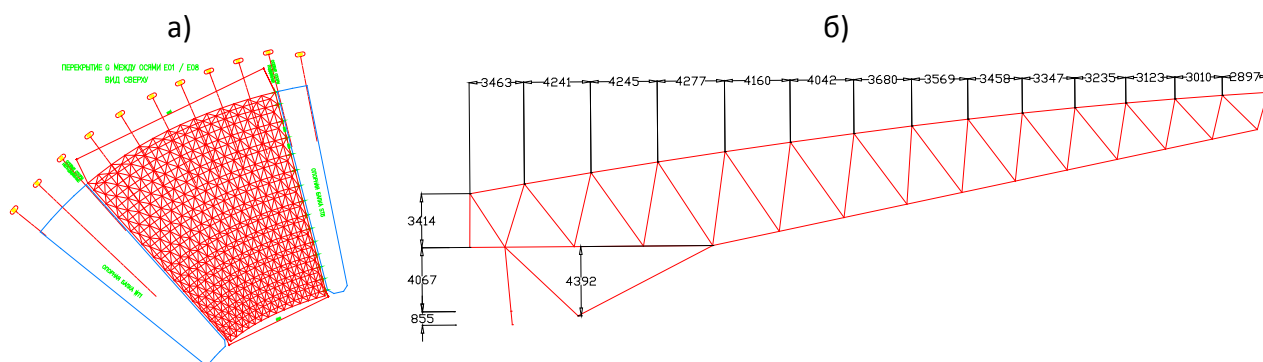


Рис. 5.23 Основные несущие элементы покрытия: а – структурный блок “G”;
б - консольная пространственная ферма WT1 (вид сбоку)

Мониторинг деформированного состояния основных несущих конструкций покрытия производится путём контроля положения в пространстве заданных узлов конструкции. На рисунке 5.24 приведены места расположения измерительных приборов и узлы геодезического контроля.

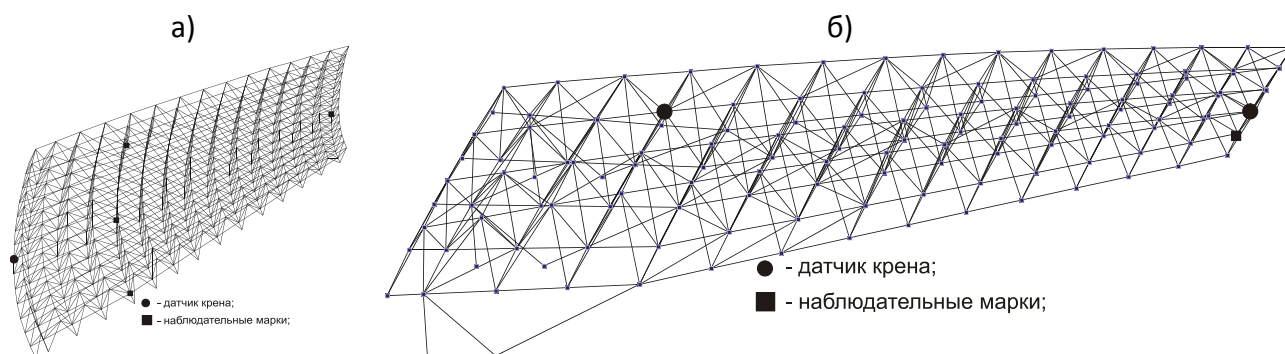


Рис. 5.24 Расстановка приборов на основных конструктивных элементах:
а - пролётная часть покрытия «G»; б - консольная пространственная ферма WT1

5.3.1 Экспресс-анализ надежности системы покрытия по показаниям системы мониторинга

5.3.1.1 Разработка расчетных схем для конечно-элементного анализа напряженно-деформированного состояния рассчитываемой системы

Для реализации поставленной задачи, прежде всего, следует установить взаимосвязь между отдельными компонентами напряженно-деформированного состояния конструкции, часть из которых фиксируется в качестве экспериментальных данных приборами и оборудованием системы технического мониторинга. Учитывая сложность решаемой задачи, которая обусловлена, прежде всего, многоэлементностью и высокой степенью статической неопределимости системы, сложностью конструктивного решения, асимметричностью расчетных схем, наличием материалов с различными значениями модуля упругости и т.д. наиболее логичным в такой ситуации является использование численных методов прочностного анализа конструкций в форме метода конечных элементов, реализованных как в виде универсальных вычислительных комплексов, так и программ специализированного назначения.

а) расчетная схема пространственного структурного блока покрытия «G»

Геометрическое положение мест узлов конструкции получено путём обработки исходных файлов формата DWG. Исходные файлы содержат информацию о жесткостных характеристиках основных элементов структурного покрытия. В качестве основных характеристик расчётной схемы пространственного структурного блока покрытия «G» отметим, что она состоит

из 495 узлов и 1595 элементов. Некоторые результаты статического расчёта, а именно, минимальные и максимальные значения усилий в элементах и перемещения узлов пространственного структурного блока покрытия «G» приведены в табл. 5.4 и 5.5.

Таблица 5.4 - Минимальные и максимальные значения усилий в стержнях структурного блока

Наименование	Максимальные значения				Минимальные значения		
	Значение в кН	Номер эл-та	Номер гр. жесткости	Номер загруж.	Значение в кН	Номер эл-та	Номер загруж.
N	83.093	184	1	2	-43.4001	561	2
N	1038.9587	64	15	2	-876.6193	451	2

Таблица 5.5 - Перемещения в узлах структурного блока покрытия, наблюдения за которыми выполняются в процессе мониторинга конструкции

Номер узла	Номер загружения	Значения перемещений в мм		
		X	Y	Z
8	2	19.654	-8.3107	-126.7378
118	1	13.2958	0.8316	-8.6007
118	2	24.8594	9.6932	-18.2736
124	1	9.7627	-4.9798	-38.6661
124	2	17.6866	-4.5796	-82.1285
130	1	1.5625	-1.4756	-7.7986
130	2	2.8614	-2.2942	-16.6132
414	1	3.2723	-1.1879	-20.1323
414	2	15.6655	-4.4754	-100.0887

Примечание: 1 - загрузка постоянной нагрузкой, 2 – загрузка временной (снеговой) нагрузкой

б) расчетная схема консольной пространственной фермы «WT1»

В качестве тестового примера определения напряженно-деформированного состояния консольной пространственной фермы была принята пространственная ферма «WT1». Основные характеристики расчетной схемы консольной пространственной фермы «WT1» Расчетная схема состоит из 141 узла и 516 элементов. Узлы примыкания элементов блока покрытия «WT1» имеют достаточную жесткость, чтобы передать угол поворота (момент), в качестве типа элемента принята пространственная рама. Некоторые результаты статического расчёта – минимальные и максимальные значения усилий в отдельных элементах консольной пространственной фермы «WT1» приведены в таблице 5.6, значения перемещений – в таблице 5.7.

Таблица 5.6 - Минимальные и максимальные значения усилий в стержнях консольной пространственной фермы «WT1»

Усилие	Максимальные значения				Минимальные значения		
	Значение в кН, кНм	№ эл-та	№ группы жесткости	№ загрузж.	Значение в кН, кНм	№ эл-та	№ загрузж.
N	467.7021	282	1	2	-175.3976	266	2
M _y	54.1723	480		2	-30.7608	393	2
M _z	5.8659	393		2	-9.8121	393	2
N	1019.1588	394	2	2	-682.2531	279	2
M _y	57.7357	481		2	-105.7386	394	2
M _z	20.9619	481		2	-43.7265	481	2
M _y	12.3183	8		2	-33.8884	64	2
M _z	24.1321	8		2	-11.023	8	2

Примечание: 1 - загрузка постоянной нагрузкой, 2 – загрузка временной (снеговой) нагрузкой

Таблица 5.7 - Значения перемещений в узлах консольной пространственной фермы «WT1», наблюдения за положением которых производятся в процессе мониторинга конструкции

№ узла	№ загрузки	Значения в, мм					
		X	Y	Z	U _x	U _y	U _z
30	1	26.2555	-21.8176	-150.4475	-2.657	3.3715	-0.2175
30	2	33.0604	-42.6051	-193.673	-6.9745	4.5153	-0.7279
45	1	26.7725	-21.8349	-156.4081	-2.6931	3.5173	-0.3339
45	2	34.5721	-42.7053	-209.5137	-7.1452	5.0051	-1.0327
64	1	5.893	-19.0277	-16.4333	-0.3246	1.7885	-0.4313
64	2	7.5347	-28.3392	-21.6357	-0.7047	2.4867	-0.756

Примечание: 1 - загрузка постоянной нагрузкой, 2 – загрузка временной (снеговой) нагрузкой

5.3.1.2 Предлагаемые алгоритмы оценки НДС рассматриваемых конструктивных подсистем на основании данных системы мониторинга

а) для структурной части покрытия (на примере структурного блока «G»):

1. С использованием геодезических методов определяем характерное значение прогиба в узле, расположенном в центре тяжести структуры $W_{ц.т.}$

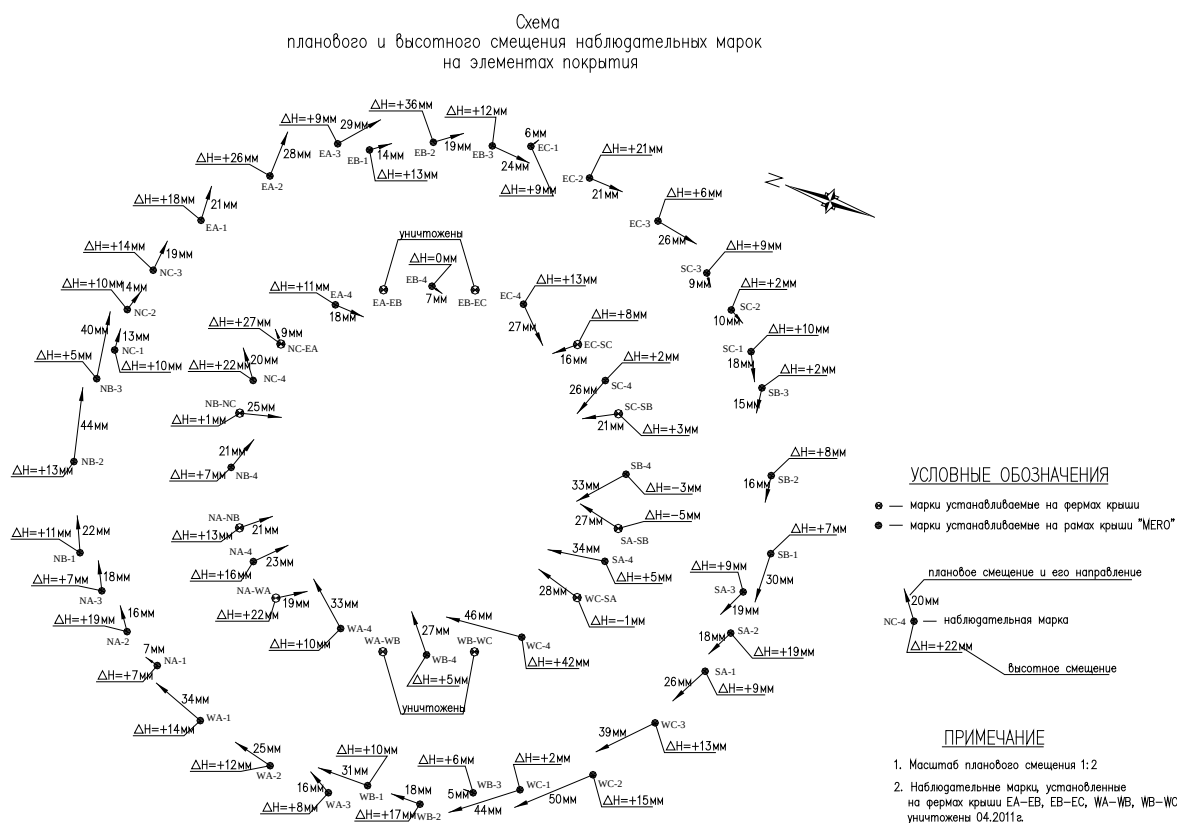


Рисунок 5.25 Результаты геодезического мониторинга покрытия

2. На основании заранее установленной зависимости «нагрузка – прогиб» (см. рис. 5.26) определяем интенсивность эквивалентной распределённой нагрузки q , соответствующей значению $W_{ц.т.}$.

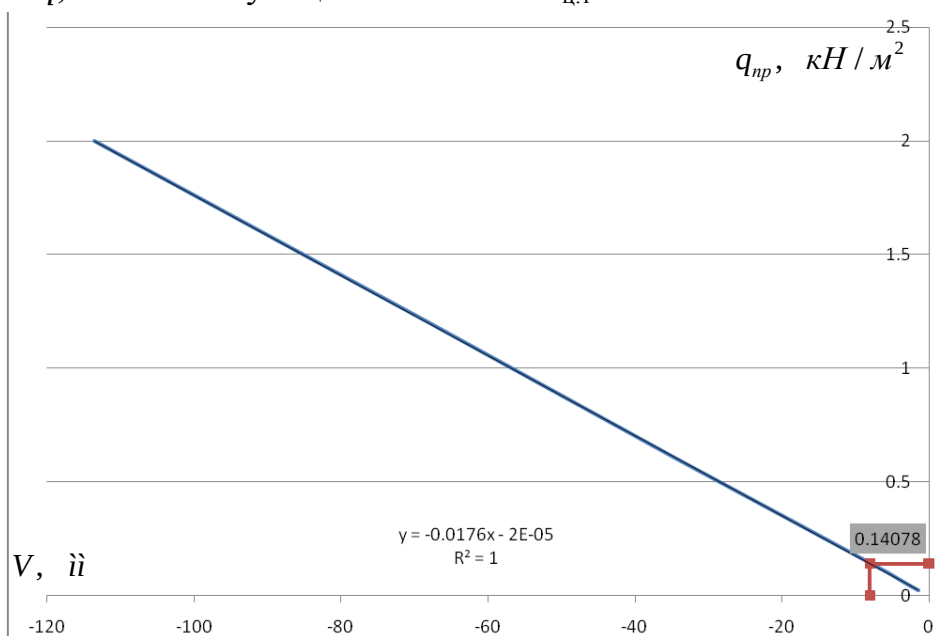


Рис. 5.26 Диаграмма зависимости нагрузки от вертикального перемещения узла структурного блока «Г» покрытия

В соответствии с приведенной зависимостью и результатами геодезического мониторинга значение приведенной равномерно-

распределённой нагрузки на блок структурного покрытия составило для структурного блока «Г» покрытия $q_{np} = 0,141 \text{ кН/м}^2$ при значении вертикального перемещения характерной точки покрытия (узла ЕА-2) $V=+8 \text{ мм}$.

3. В качестве эквивалентной расчетной схемы рассмотрим пластинку трапециевидного очертания с приведенной толщиной t .

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\mu^2)} = 0.4ESA_{\text{с.п.}} \frac{\text{tg}^2 \alpha}{1 + A_{\text{с.п.}} / A_{\text{н.п.}}};$$

$$t = \sqrt[3]{12(1-\mu^2) \cdot 0.4 \cdot S \cdot A_{\text{с.п.}} \frac{\text{tg}^2 \alpha}{1 + A_{\text{с.п.}} / A_{\text{н.п.}}}};$$

где S - средняя длина элемента пояса; $A_{\text{в.п.}}$, $A_{\text{н.п.}}$ - средняя площадь поперечного сечения элементов верхнего пояса и нижнего соответственно; α - средний угол наклона к горизонтальной плоскости элементов решетки структуры;

$$t = \sqrt[3]{12(1-0.3^2) \cdot 0.4 \cdot 3.78 \cdot 36.26 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{\text{tg}^2 69.46}{1 + 36.26 / 23.63}} \cdot 10^2 = 57.5 \text{ см}$$

Из уравнения упругой поверхности пластинки, задавшись функцией прогибов $w=f(x, y)$ и величиной нагрузки $q_{np} = 0,141 \text{ кН/м}^2$ для схемы (см. рис. 5.27) определяем расчетные усилия и строим эпюры M_x , M_y , M_{xy} , Q_x , Q_y . (см. рис. 5.28).

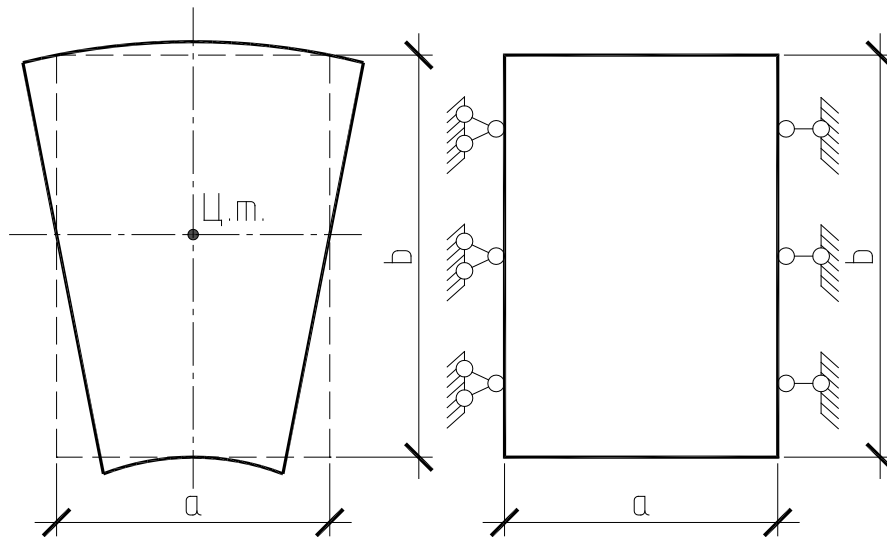


Рис.5.27 Размеры и геометрия в плане структурного покрытия

а)

б)

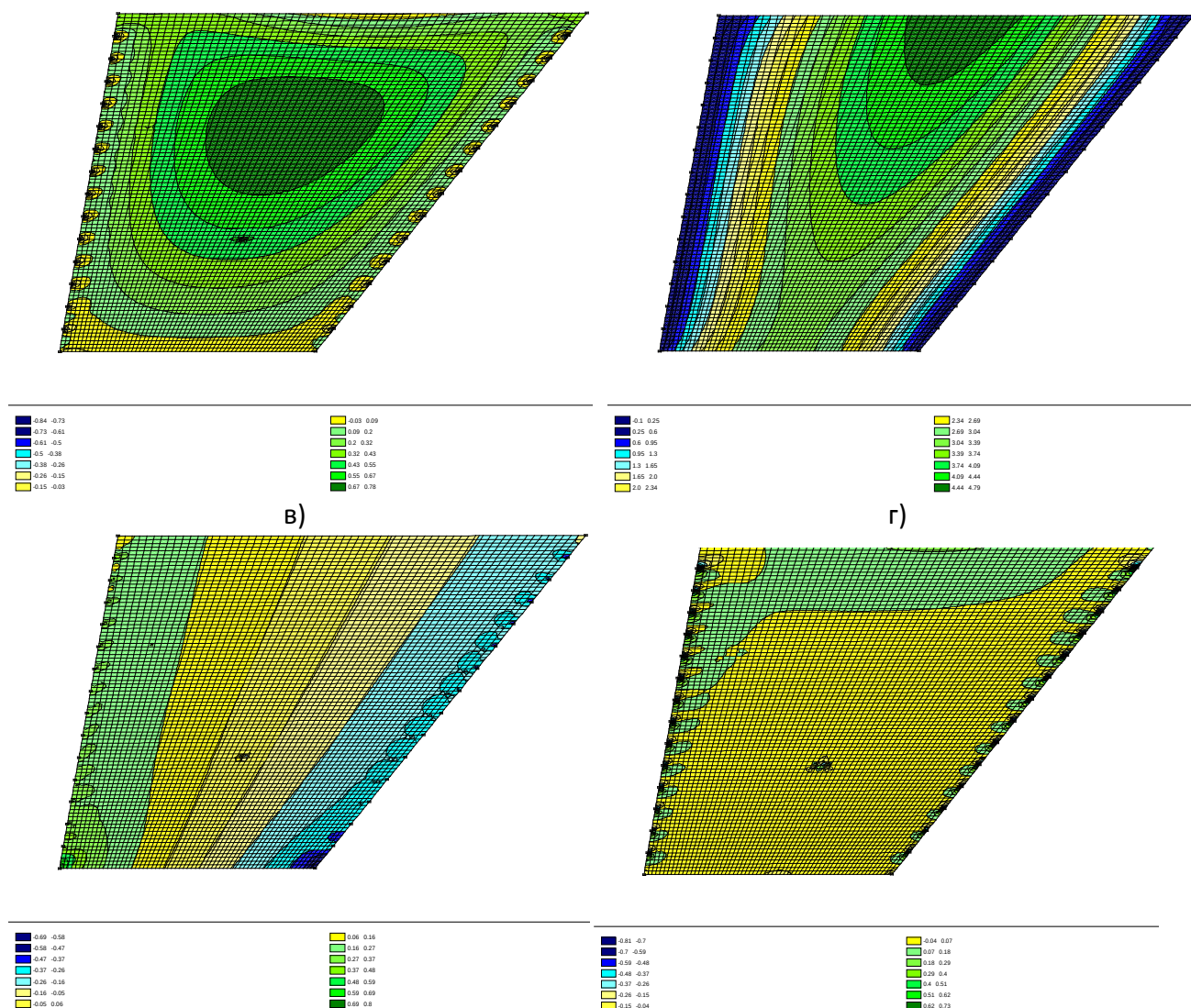


Рис. 5.28 Эпюры усилий в пластинке эквивалентной толщины: а - эпюра изгибающего момента M_x (тм/м); б - эпюра изгибающего момента M_y (тм/м); в - эпюра поперечной силы Q_y (т/м); г - эпюра поперечной силы Q_x (т/м).

4. Найти на поверхности исследуемой пластины точки с тах усилием:

M_x , M_y , M_{xy} - для всех типоразмеров поясов;

Q_x , Q_y - для всех типоразмеров раскосов.

5. Через соответствующие усилия в эквивалентной пластине по нижеприведенным формулам определить усилия в элементах структуры:

$$\text{для поясов } N_1 = -N_5 = -\frac{M_x \sqrt{2}}{\operatorname{tg} \alpha}; \quad N_2 = -N_6 = -\frac{M_y \sqrt{2}}{\operatorname{tg} \alpha};$$

$$\text{для раскосов } N_{12} = -N_{10} = -\frac{(Q_x - Q_y)b}{2 \sin \alpha}; \quad N_9 = -\frac{(Q_x + Q_y)b}{2 \sin \alpha}; \quad N_{11} = \frac{(Q_x + Q_y)b}{2 \sin \alpha}.$$

6. По результатам уточняющего расчета в форме МКЭ для элементов, расположенных в точках, определённых пунктом 2, находим значение поправочного коэффициента $k_N(x, y)$, учитывающего различия между

аналитическим и численным методами расчета, обусловленные наличием упрощающих предпосылок.

Расчёт результирующих усилий в наиболее нагруженных элементах структурного покрытия произведём по формуле:

$$N = N_{сб.в.} + k \cdot N_{вр.н.};$$

где $N_{сб. в.}$ – продольное усилие в стержне структуры от действия собственного веса несущих и ограждающих конструкций, определённые по конечно-элементному расчету части покрытия; k – уточняющий коэффициент инженерной (приближенной методики); $N_{вр.н.}$ – продольное усилие в стержне структуры от действия временных нагрузок, определённое по приближенной методике.

7. По формулам соответствующих нормативных документов (СНиП, ДБН и др.) оцениваем прочность и устойчивость стержней структуры от продольного усилия $k_N N$, зафиксированного по данным системы мониторинга. Результаты расчета представлены в таблице 5.8

Таблица 5.8- Результаты расчета

Сектор	№ эл-та	Тип эл-та	N, тс	ℓ_{efx} , см	ℓ_{efy} , см	A_{n_2} , см ²	$i_x = i_y$, см	$\max(\lambda_x, \lambda_y)$	$\lambda_{пред}$	φ_{min}	N/A_n , кгс/см ²	$N/(\varphi A)$, кгс/см ²	$R_y \gamma_{с_2}$, кгс/см ²	Δ , %
Сектор G	452	в.п.	-29.56	371	371	129.2	9.104	40.713	150	0.8707	228.82	262.82	2205	11.92
	561		-0.552	242	242	6.669	2.59	93.292	150	0.4828	82.77	171.4		7.77
	728		0.805	415	415	6.669	2.59	160.37	400	-	120.71	-		5.47
	61	н.п.	32.776	364	364	81.13	7.317	49.752	400	-	403.98	-		18.32
	365		-0.377	294	294	6.669	2.59	113.66	150	0.3442	56.53	164.25		7.45
	1008	р.	-14.861	603	603	81.13	7.318	82.46	150	0.5874	183.17	311.86		14.14
	1457		0.7797	347	347	6.669	2.59	133.94	400	-	116.91	-		5.3
Сектор A(отсек NC)	314	в.п.	-0.6218	209	209	6.669	2.59	80.69	150	0.5961	-93.237	-156.41	2205	7.09
	362		0.102	385	385	6.669	2.59	148.65	400	-	15.295	-		0.69
	222		-5.9319	431	431	40.29	5.674	75.96	150	0.6355	-147.24	-231.69		6.68
	250		-5.6043	355	355	40.29	5.674	62.57	150	0.7506	-139.11	-185.33		8.4
	125	н.п.	-0.5407	529	529	42.12	7.527	70.28	150	0.6847	-12.838	-18.75		0.85
	209		-0.7748	538	538	42.12	7.527	71.48	150	0.6742	-18.396	-27.286		1.24
	55		1.3674	324	324	6.669	2.59	125.1	400	-	205.038	-		9.3
	899		-0.3284	252	252	6.669	2.59	97.3	150	0.4678	-49.243	-105.26		4.77
	821	р.	0.4009	340	340	6.669	2.59	131.27	400	-	60.114	-		2.73
	579		-4.6006	644	644	65.69	7.401	87.02	150	0.5453	-70.034	-128.43		5.82
	564		-4.1642	638	638	58.14	7.442	85.73	150	0.5554	-71.624	-128.96		5.85

где в.п.— элемент верхнего пояса, н.п. — элемент нижнего пояса, р. — элемент решетки

б) для консольной фермы покрытия (на примере консольной фермы WT)

- Исходя из результатов геодезической съёмки, по W_k определяем q_{coot} . (см. рис. 5.29).

а))

б)



Рис. 5.29 Для консольной фермы WT: а - схема расположения приборов; б –принципиальная зависимость изменения нагрузки от вертикально перемещения точки «к» – конца консоли балки

2. Из статического расчёта балки определяем значения опорных реакций R_a , R_b (см. рис. 5.30, а). Для дальнейших расчетов строим эпюры M_x и Q_y , в характерных сечениях определяем значения внутренних усилий балки M_x и Q_y от нагрузок q_l и q_{np} , которые принимаются на основе результатов расчетов блоков структурного покрытия, расположенных левее и правее опорной консольной пространственной фермы.

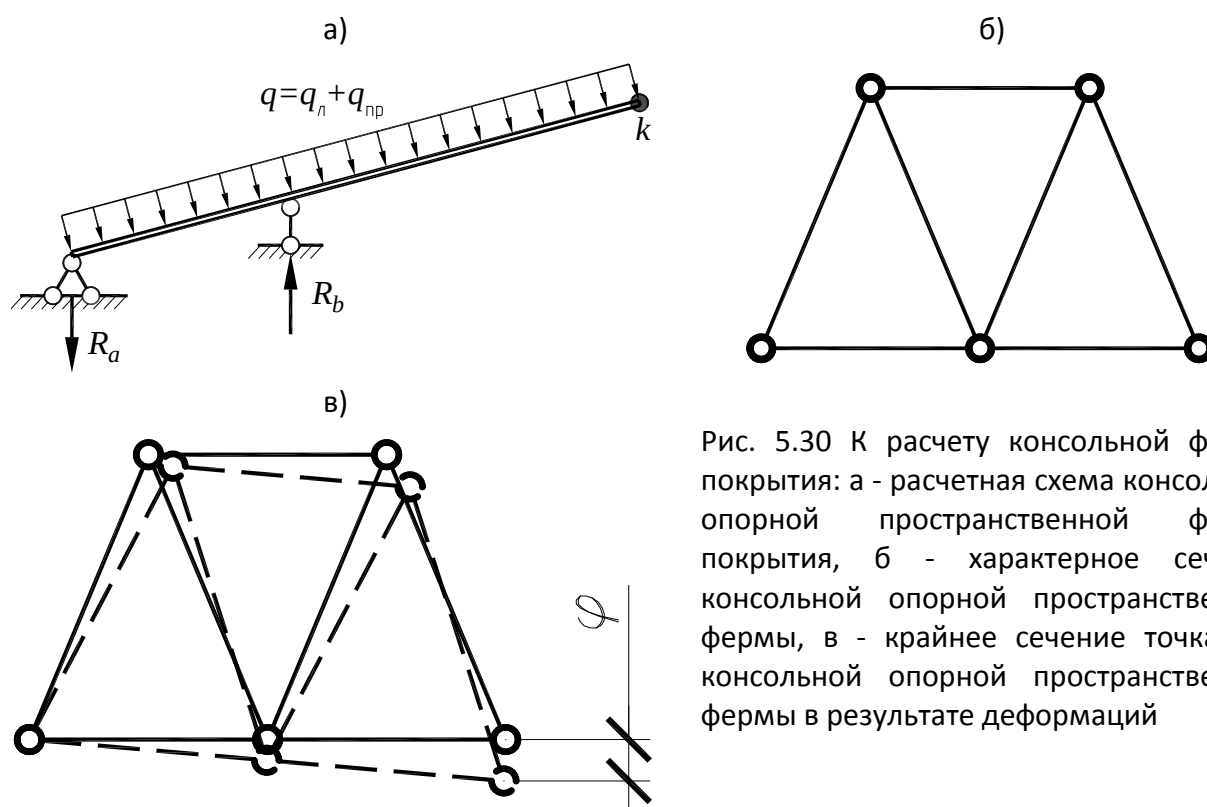


Рис. 5.30 К расчету консольной фермы покрытия: а - расчетная схема консольной опорной пространственной фермы покрытия, б - характерное сечение консольной опорной пространственной фермы, в - крайнее сечение точка «к» консольной опорной пространственной фермы в результате деформаций

3. Рассматривая сечения опорных консолей (см. рис. 5.30, б) от действия M_x определяем усилия в поясах, а от усилия Q_y в решетке, раскосах.
4. В случае перекоса (угол поворота определяем методами инженерной геодезии) на конце консоли (см. рис. 5.30, в) по линейной зависимости $\varphi \rightarrow M_{kp}$ определяем дополнительные усилия в поясах от перекоса.

5. Дополнительно, для контроля состояния наиболее ответственных опорных элементов фермы (оттяжек и опорных стоек) предварительно, на основании конечно-элементных расчетов пространственной схемы консольной фермы были установлены ключевые для разрабатываемой методики зависимости (см. рис. 5.31) между характерными узловыми перемещениями и усилиями в элементах опорной части (оттяжке и опорной стойке).

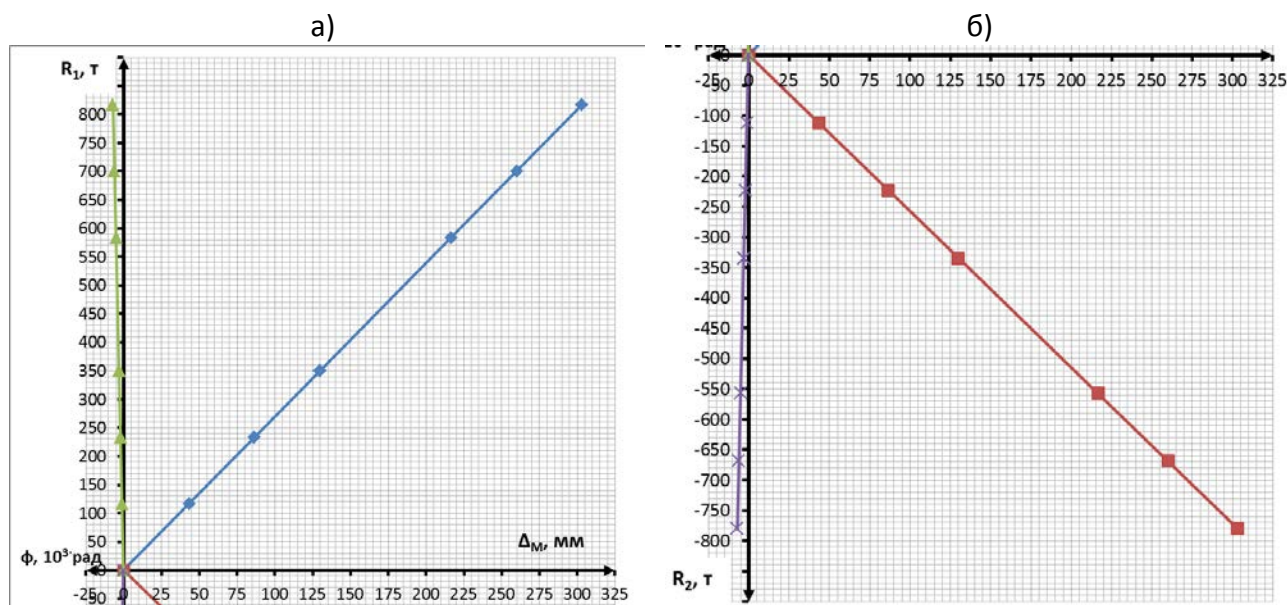


Рис. 5.31 Зависимость усилий в опорных элементах консольной фермы WT от перемещений Δ : R_1 – усилие в оттяжке, R_2 – усилие в элементе V-образной опорной стойки, Δ – величина характерного узлового перемещения фермы, зафиксированная методами геодезической съемки

Несущую способность опорных элементов консольной фермы (R_1 – оттяжка, R_2 – элемент V-образной опорной стойки) проверяем по приведенным ниже формулам (результаты проверки приведены в таблице 5.9):

$$\sigma_1 = \frac{R_1^g + R_1^P(\Delta)}{A_1} \leq R_y \gamma_c \quad \sigma_2 = \frac{R_2^g + R_2^P(\Delta)}{\phi A_2} \leq R_y \gamma_c$$

где R_1^g – растягивающие усилия в оттяжках от постоянной нагрузки; $R_1^P(\Delta)$ – растягивающие усилия в оттяжках от временной нагрузки, определяется по зависимости, показанной на рис. 5.31; A_1 – площадь поперечного сечения оттяжек, испытывающих растягивающие усилия; R_2^g – сжимающие усилия в опорных стойках от постоянной нагрузки; $R_2^P(\Delta)$ – сжимающие усилия в опорных стойках от временной нагрузки, определяется по зависимости, показанной на рис. 5.31; A_2 – площадь поперечного сечения опорных стоек, испытывающих сжимающие усилия; R_y – расчетное сопротивление стали С345 $R_y = 3050 \text{ кгс/см}^2$

Значения геометрических длин элементов V-образной опорной стойки приведены в таблице (в соответствии с номерами элементов на конечно-элементной расчетной схеме рис. 18).

Таблица 5.9- Несущая способность опорных элементов консольной фермы

Тип элемента	оттяжки			стойки		
$N=R^g$, тс	345,84	455,246	371,879	-393,3	-398,23	-425,79
$R_1^p(\Delta)$, тс	49,972	72,731	61,526			
$R_2^p(\Delta)$, тс				-55,693	-58,015	-69,465
l_{efx} , см	459	459	459	1129	1113	1107
l_{efy} , см	459	459	459	1129	1113	1107
A_n , см ²	660	660	660	1120	1120	1120
i_x , см	18,524	18,524	18,524	29,822	29,822	29,822
i_y , см	25,85	25,85	25,85	27,374	27,374	27,374
$\max(\lambda_x; \lambda_y)$				41,24	40,66	40,44
$\lambda_{пред.}$	400	400	400	150	150	150
ϕ_{min}	–	–	–	0,8714	0,8741	0,8751
N/A_n , кгс/см ²	448,263	648,826	522,519			
$N/(\phi A)$, кгс/см ²				-345,902	-347,502	-363,539
$R_{\gamma\gamma c}$, кгс/см ²	3050	3050	3050	3050	3050	3050
Δ , %	14,697	21,273	17,132	11,341	11,394	11,919

5.3.1.3 Выводы по результатам экспресс-анализа

Проведенный экспресс-анализ несущей способности основных элементов покрытия над трибунами стадиона «Донбасс-Арена» по разработанным методикам и летним показаниям системы мониторинга (при отсутствии снеговой нагрузки) позволил оценить уровень напряженно-деформированного состояния:

а) для элементов блоков структурного покрытия:

- несущая способность элементов структурного покрытия при использовании в качестве тестового примера данных мониторинга от 10.08.2011г. – **обеспечена**;
- для рассмотренных элементов структурного блока «G» коэффициент использования несущей способности элементов варьируется:
 - для элементов верхнего пояса в пределах от 5,5% до 12%,
 - для элементов нижнего пояса – от 7,5% до 18,3%,
 - для элементов решетки – от 5,3% до 14,1%.

б) для элементов пространственных консольных ферм:

- несущая способность элементов опорной части консольной фермы **WT** при использовании в качестве тестового примера данных мониторинга от 10.08.2011г. – **обеспечена**;

- для рассмотренных элементов коэффициент использования несущей способности элементов варьируется:
 - для элементов оттяжки – в пределах 14–21%,
 - для элементов стойки – 11–12%.

5.3.2 Расчет показателей надежности пространственного структурного блока «G»

С учетом конструктивного решения исследуемого фрагмента конструкции покрытия (см. рис. 5.32) для решения задачи был применен алгоритм оценки надежности пространственных стержневых конструкций, изложенный в разделе 4.3.2, с поправкой на использование лишь той части алгоритма, которая касается оценки надежности пролетной части покрытия, поскольку опорные контуры в данной системе отсутствуют. Геометрические размеры блока, особенности его конструктивного решения и формирования расчетной схемы для конечно-элементного расчета описаны выше в начальной части раздела 5.3.

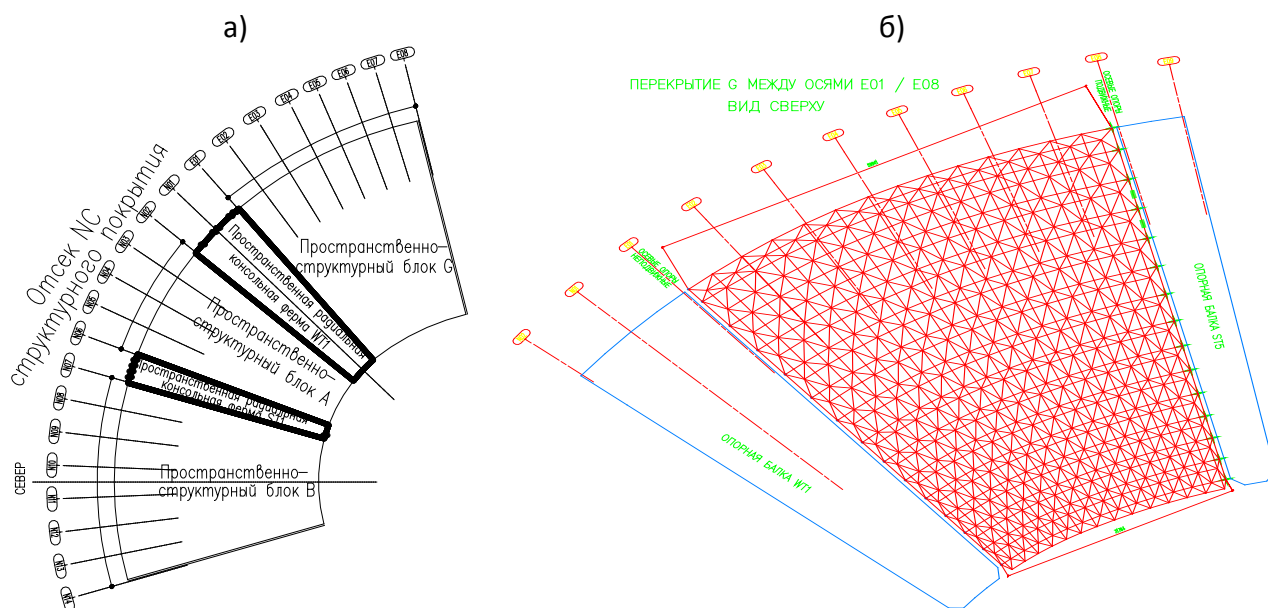


Рис. 5.32 Конструктивное решение объекта исследования: а – местоположение блока «G» в составе конструкции покрытия; б – конструктивное решение блока «G»

Следуя требованиям алгоритма расчета, представленного в разделе 4.3.2 и визуализированного на рис. 4.12 («пролетная часть»), выполняется:

1. Численный анализ системы (в данном случае с помощью ПК SCAD), по результатам которого устанавливается набор элементов, выход которых из строя (см. рис. 5.33) предшествует началу лавинообразного разрушения конструкции структурного блока и определяет верхнюю границу ее надежности в дальнейшем. В качестве нагружения конструкции было рассмотрено два вида нагрузки: постоянная (40 кг/м^2) и временная (снеговая - 160 кг/м^2 для условий г.

Донецка).

По результатам выполненных расчетов при максимальной нормативной снеговой нагрузке нормальные напряжения в наиболее напряженном элементе (№1 на рис. 5.33, б) составили лишь $112 \text{ Мпа} < \sigma_T = 240 \text{ Мпа}$. В связи с этим с целью достижения предельного состояния элементов нагрузка поэтапно увеличивалась и при достижении значения 255 кг/м^2 зафиксирован отказ первого элемента покрытия. Дальнейшее увеличение нагрузки позволило сформировать зону разрушения из 7-ми элементов (зона 1, рис. 5.33,а) и оценить возможность дальнейшего лавинообразного разрушения системы (зона 2 на этом же рисунке).

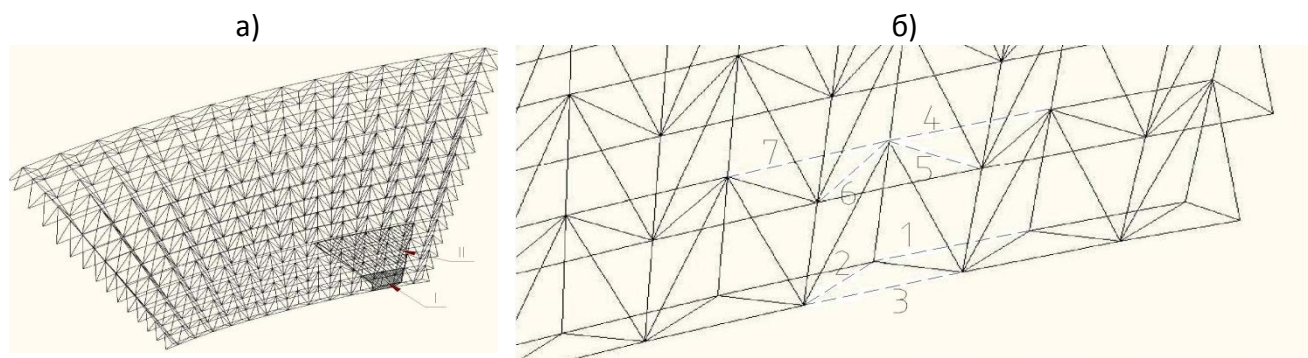


Рис. 5.33 Прогнозируемый отказ элементов блока покрытия: а – блок покрытия (I-разрушенная зона покрытия, II – прогнозируемая зона последующего разрушения); б - последовательность разрушения элементов в зоне I

2. Выполняется вероятностная оценка технического состояния конструкции блока покрытия с определением верхней и нижней границ надежности.

2.а - определение нижней границы надежности покрытия.

В соответствии с требованиями методики расчета принимаем количество выбросов случайных величин $n=10\,000$. В качестве рассматриваемого элемента принимается первый, потерявший несущую способность, элемент структуры (рис. 5.33,б), разрушение которого фиксирует начало процесса разрушения всего покрытия, инициирующего образование фрагмента изменяемой системы, моделируемой при анализе надежности последовательно соединенными элементами.

Используя в качестве уравнения предельного состояния выражение $g(Z_1, Z_2) = Z_1 \cdot Z_2 - N_{\text{разр}} = 0$, где случайные величины $Z_1 = \tilde{F}$ – площадь сечения элемента, $Z_2 = \tilde{R}$ – предел текучести стали, на основе метода Монте-Карло реализуется следующий алгоритм:

1. Назначается $Q=0$, $j=0$.
2. ВПК MicrosoftOfficeExcel при использовании встроенной подпрограммы «Анализ данных - генерация случайных чисел» вырабатываются две нормально распределенные величины Z_1 и Z_2 (см. рис. 5.34):

- Z_1 - случайная величина площади сечения элемента с параметрами математического ожидания $m=9,64\text{см}^2$; стандартного отклонения $0,81\text{см}^2$ и случайного рассеивания $0,67$;
- Z_2 - случайная величина предела текучести стали R с параметрами математического ожидания $m=240$ МПа, стандартного отклонения $3,46$ МПа и случайного рассеивания 12 .

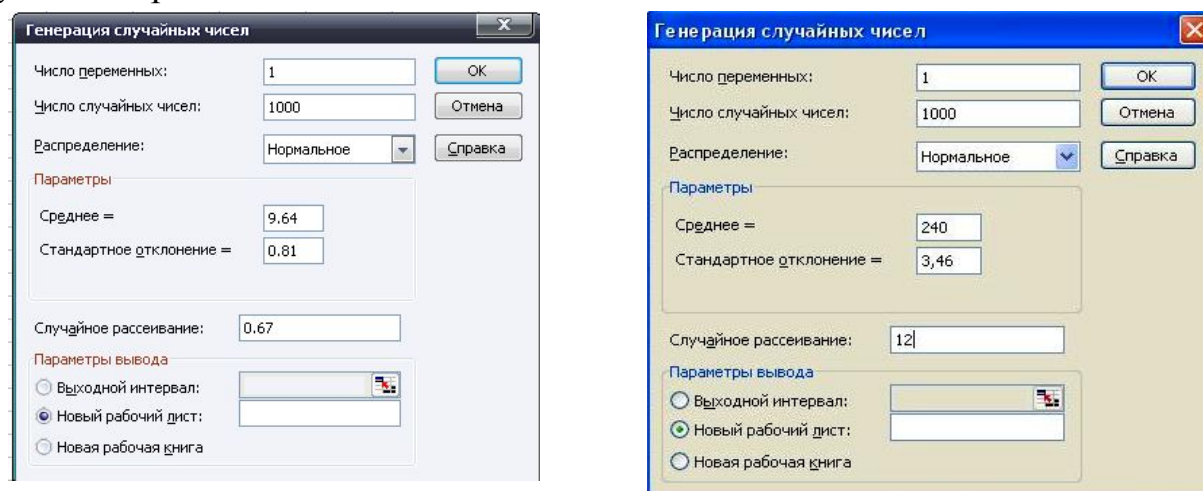


Рис. 5.34 Генератор случайных чисел Excel. Нормальное распределение.

а) площадь сечения элемента; б) предел текучести стали.

Примечание: для удобства расчетов переменные Z_1 , Z_2 перераспределяются в интервал $[0,1]$.

3. Вычисляется $V_1 = \psi_1(Z_1)$, $V_2 = \psi_2(Z_2)$, где $\psi_1(Z_1) = Z_1^k$, $\psi_2(Z_2) = Z_2^k$, $k = 2$

4. Вычисляется $x_1 = F_1^{-1}(V_1)$, где $F_1^{-1}(V_1) = \Phi^{-1}(V_1)$.

Если $0 < V_1 \leq 0,5$, $\Rightarrow \Phi_1^{-1}(V_1) = -u + \frac{c_0 + c_1u + c_1u^2}{1 + d_1u + d_2u^2 + d_3u^3}$, где $u = \sqrt{\ln(\frac{1}{V_1^2})}$, $C_0 = 2.515517$,

$C_1 = 0.802853$, $C_2 = 0.010328$, $d_1 = 1.432788$, $d_2 = 0.189269$, $d_3 = 0.001308$;

Если $0,5 < V_1 \leq 1$, $\Rightarrow \Phi_1^{-1}(V_1) = -\Phi_1^{-1}(1 - V_1)$.

Аналогично вычисляется $x_2 = F_2^{-1}(V_2)$, где $F_2^{-1}(V_2) = \Phi^{-1}(V_2)$.

Если $0 < V_2 \leq 0,5$, $\Rightarrow \Phi_2^{-1}(V_2) = -u + \frac{c_0 + c_1u + c_1u^2}{1 + d_1u + d_2u^2 + d_3u^3}$, где $u = \sqrt{\ln(\frac{1}{V_1^2})}$, $C_0 = 2.515517$,

$C_1 = 0.802853$, $C_2 = 0.010328$, $d_1 = 1.432788$, $d_2 = 0.189269$, $d_3 = 0.001308$;

Если $0,5 < V_2 \leq 1$, $\Rightarrow \Phi_2^{-1}(V_2) = -\Phi_2^{-1}(1 - V_2)$.

5. Вычисляется $g(x_1, x_2)$, где $g(x_1, x_2) = x_1x_2 - x_3$,

где x_3 - детерминированная величина, обозначающая $N_{разр.}$.

Если $g(x_1, x_2) < 0$, то вычисляется весовая функция $w = \psi_1'(Z_1) \cdot \psi_2'(Z_2)$ и полагается $Q = 0 + w$.

6. $j=j+1$, если $j < n$, переходим к шагу 2

7. Вычисляется вероятность отказа $P_f \approx \frac{Q}{n}$, где n – число испытаний.

В результате проведенных расчетов при $n=10000$ вероятность отказа $P_f = 8,7 \cdot 10^{-9}$. Сравнивая полученные значения вероятности отказа элемента с нормируемыми значениями (например, по ДБН В.1.2-14-2009 «Общие принципы обеспечения надежности» для класса ответственности сооружения: «СС3» и категории ответственности элемента «В» - фактически разрушенный элемент не повлечет за собой разрушение всего покрытия, однако приведет к усложнению нормальной эксплуатации покрытия) $P_f = 1 \cdot 10^{-4}$, можно сделать вывод, что полученное значение вероятности отказа значительно ниже требуемого значения, что объясняется более, чем двукратным запасом несущей способности элементов покрытия, запроектированных фирмой “MERO”, и связанным с этим значительным недонапряжением стержневых элементов блока.

2.б – определение верхней границы надежности покрытия.

В соответствии с алгоритмом, представленным в разделе 4.3.2, расчетная модель надежности пролетной части рассматриваемой системы покрытия представляется в виде параллельного соединения основных элементов несущих конструкций:

$$P_{sis} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P_i \cdot P_j \cdot \rho_{ij}$$

где P_{sis} , P_i , P_j - вероятность разрушения системы покрытия, i -го и j -го разрушенного элемента покрытия, где $i \neq j$; ρ_{ij} - корреляционный коэффициент зависимости между элементами i и j .

В соответствии с требованиями алгоритма:

1. Параметры распределения случайной величины продольных усилий $\tilde{N}$ в наборе элементов пролетной части, определенных на первом этапе анализа, а также плотность распределения случайного процесса (см. рис. 5.35), принимаются соответствующими полиномиально-экспоненциальному закону распределения временной снеговой нагрузки, поскольку все элементы пролетной части покрытия - центрально растянутые или сжатые, и значения усилий в них прямо пропорциональны изменению значения снеговой нагрузки.

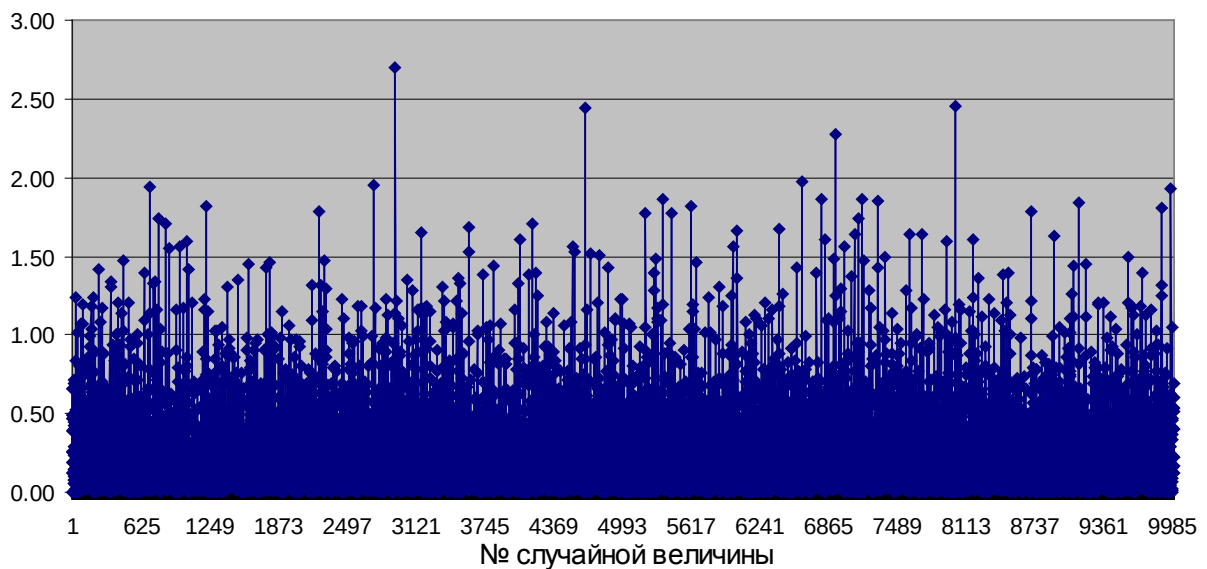


Рис. 5.35 График реализации полиномиально-экспоненциального закона распределения случайной величины снеговой нагрузки, кН/м² (10000 чисел)

Ниже в таблицах 5.10...5.12 приведены характеристики случайных параметров расчета оценки надежности, а также значения корреляционного коэффициента $\rho_{i,j} = e^{-x}$ между напряжениями в рассматриваемых элементах i , j (где $i \neq j$, $x = |i - j|$).

Таблица 5.10 - Математические ожидания случайных величин усилий N

№	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{N}$, кН	-151	-90	347	-200	-196	172	392

Таблица 5.11 - Параметры распределения $\tilde{F}$

№ элемента	1	2,6	3,4,5	7
Матем. ожидание $\bar{F}$, см ²	9,64	6,67	8,1	11,2
Стандартное отклонение	0,81	0,68	0,75	0,88
Случайное рассеивание	0,67	0,46	0,5	0,78

Таблица 5.12 - Корреляционный коэффициент

№		i						
		1	2	3	4	5	6	7
j	1	1.0000	0.3679	0.1353	0.0498	0.0183	0.0067	0.0025
	2	0.3679	1.0000	0.3679	0.1353	0.0498	0.0183	0.0067
	3	0.1353	0.3679	1.0000	0.3679	0.1353	0.0498	0.0183
	4	0.0498	0.1353	0.3679	1.0000	0.3679	0.1353	0.0498
	5	0.0183	0.0498	0.1353	0.3679	1.0000	0.3679	0.1353
	6	0.0067	0.0183	0.0498	0.1353	0.3679	1.0000	0.3679
	7	0.0025	0.0067	0.0183	0.0498	0.1353	0.3679	1.0000

4. Для выделенного набора элементов определяются случайные величины напряжений, как для центрально-сжатых (растянутых) с шарнирными узлами.

5. На основе анализа условия $\tilde{\sigma} \leq \tilde{R}$ вычисляются показатели надежности отдельно взятых элементов (см. табл. 5.13).

Таблица 5.13 - Показатели надежности элементов покрытия

№	Число реализаций, n	1	2	3	4	5	6	7
P_f	100	5.50E-08	2.15E-08	1.07E-09	1.83E-09	8.22E-09	1.96E-08	5.18E-09
	1000	1.30E-08	5.08E-08	2.54E-10	4.33E-10	1.94E-09	4.63E-09	1.23E-09
	10000	8.70E-09	3.40E-08	1.70E-09	2.90E-09	1.30E-08	3.10E-08	8.20E-09

6. Определяем вероятность отказа пролетной части (см. табл. 5.14) при условии параллельного соединения элементов 1-7 на основе выражения

$$P_{\text{прол}} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m P_i \cdot P_j \cdot \rho_{ij} \quad (5.1)$$

Найденное таким образом значение вероятности отказа системы в целом, фиксирующей верхнюю границу надежности, составляет $P_{\text{sis}} = 4,85 \cdot 10^{-16}$. Сравнивая это значение с нормативным (в соответствии с ДБН В.1.2-14-2009 «Общие принципы обеспечения надежности» для класса ответственности сооружения: «СС3» и категории ответственности системы покрытия «А» (разрушение зафиксированных элементов повлечет за собой разрушение всего покрытия)) получаем $P_{\text{sis}} = 4,85 \cdot 10^{-16} < [P_f] = 1 \cdot 10^{-5}$. Из полученных результатов видно, что полученное значение вероятности отказа на несколько порядков меньше нормируемого значения, что объясняется крайне малыми значениями напряжений, возникающих в элементах структуры (недонапряжение наиболее напряженных элементов для рассмотренных расчетных ситуаций превышало 70%). Более подробная информация о принципах разработки систем мониторинга уникальных зданий и сооружений приведена в работе авторов [66].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Уважаемые научные сотрудники, аспиранты магистранты и студенты специалитета профиля подготовки «Строительство уникальных зданий и сооружений»!

Мы надеемся, что, прочитав это пособие, вы получили некоторые знания, которые станут полезными в научных исследованиях, в работе над диссертациями или дипломными проектами, так как актуальность подобной информации обусловлена все более широким внедрением в практику проектирования, прежде всего, индивидуальных решений, зачастую обладающих уникальными свойствами, параметрами, технологиями изготовления и монтажа, применяемыми материалами. Всем этим условиям в полной мере соответствуют уникальные конструкции стационарных покрытий над трибунами стадионов, в проектировании и строительстве которых в последние годы наблюдается буквально взрывной прирост, поскольку практически все значимые международные спортивные мероприятия крупного уровня (Олимпийские игры, универсиады, чемпионаты мира и Европы и т.д.) неизменно сопровождаются строительством новых интереснейших объектов спортивной инфраструктуры.

Вместе с тем не стоит относиться к данному изданию как книге, в которой вы найдете ответы на все интересующие вас вопросы. Наоборот, приводя в пособии данные о результатах научных исследований, выполненных за последние годы, авторы преследовали цель помочь начинающему исследователю в формировании тематики его собственных научных изысканий в этой области, подчеркивая те задачи, которые еще ожидают своего решения. Назовем еще раз лишь некоторые из них:

а) при проектировании мембранных оболочек покрытий (как с большим вырезом, так и без него):

- более корректный учет в расчете и проектировании влияния в расчетах напряженно-деформированного состояния оболочки геометрических и жесткостных параметров подкрепляющих элементов «постели»;

- строгий (а не упрощенный!) учет конструктивной нелинейности в работе тонколистовой мембранной конструкции при расчетах напряженно-деформированного состояния конструкции покрытия и оценке устойчивости сжато-изогнутых элементов опорного контура;

- расчет влияния температурных климатических воздействий на напряженно-деформированное состояние конструкций покрытия;

б) при обеспечении и оценке надежности разрабатываемых проектных решений:

- адаптация возможностей метода предельных состояний к проектированию уникальных сооружений с повышенным уровнем ответственности за счет уточнения как самой системы, так и значений частных коэффициентов надежности, пересмотр которых позволит обеспечить требуемое значение индекса надежности β проектируемой системы в целом и ее наиболее ответственных элементов;

- разработка специализированных инженерных методик оценки надежности наиболее распространенных видов конструкций и сооружений в рамках вероятностно-статистического проектирования;

- разработка методик и программного обеспечения по расчету конструкций и сооружений при строгом совместном учете всех видов нелинейностей (геометрической, физической, конструктивной, генетической) с целью анализа поведения конструкции до полного исчерпания ее несущей способности;

- формулировка новых, уточненных критериев для оценки опасности наступления лавинообразного разрушения проектируемых систем;

- корректный учет требований 2-го предельного состояния при формулировке вероятности отказа при оценке надежности;

- учет надежности узловых соединений при составлении общей расчетной модели оценки надежности конструкции.

Желаем всем читателям пособия творческих успехов и с вашей помощью надеемся обогатить научные исследования и практику проектирования новыми интересными решениями для уникальных зданий и сооружений, возводимых в будущем.

С уважением,

Авторы

ЛИТЕРАТУРА

1. Александров А.В., Потапов В.Д. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Высшая школа, 1990. – 400 с.
2. Алешин, и др. Покрытие Большой спортивной арены в Лужниках (проектирование, научные исследования, строительство): - Москва.: Фортэ, 1998. - 248 с.
3. Амиро И.Я., Демерцева И.Ф., Заруцкий В.А. и др. Экспериментальное исследование несущей способности конических оболочек с большими вырезами. В кн.: Сопротивление материалов и теория сооружений. – Вып. 23. – Киев: Будівельник, 1974. – С. 57-62.
4. Амиро И. Я. Заруцкий В. А. Методы расчета оболочек. Теория расчета оболочек. – К., 1980, т. 2. – 367 с.
5. Андреева Г. Н., Гольденберг Л. И., Демыгина С. Н. и др. Мембранные конструкции зданий и сооружений под общей редакцией В. И. Трофимова и П. Г. Еремеева: Справочное пособие в 2-х частях - Москва: Стройиздат, 1990. -128 с.
6. Аугустин Я., Шледзевский Е. Аварии строительных конструкций. – М.,: Стройиздат, 1978. – 182 с.
7. Браславский Б.М. Железобетонный опорный контур мембранных висячих покрытий прямоугольного плана : Автореф. дис. канд. техн.наук. М.: 1979.- 19 с.
8. Бурыгин С. В., Гавриленко И. С., Зеливянский Е. Б. и др. Программный комплекс Structure CAD для Windows. Общее описание. - Киев: SCAD Group, 1997. - 213 с.
9. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 42 с.
10. Власов В. З. Общая теория оболочек её приложения в технике - Гостехиздат, М.-Л., 1949 г. - С. 678.
11. Власов В. З. Избранные труды Тонкостенные пространственные системы (том 3). – М.: Изд-во академии наук СССР, 1964 г. - 472 стр.
12. Вовкушевский А.В., Шойхет Б.А. Расчет массивных гидротехнических сооружений с учетом раскрытия швов. – Москва: Энергия, 1981 – 136 с..
13. Галлагер Р. Метод конечных элементов. Основы. – М.: Мир, 1984. – 428 с.
14. Гольберг Л.И. Исследование напряженно-деформированного состояния квадратной мембраны с начальным прогибом – Новые конструктивные решения строительных металлических конструкций. – М.: 1983. – С.175-181.
15. Гольденберг Л.И., Учитель З.Е. Экспериментально-теоретическое исследование прочности и устойчивости гибкого контура квадратной мембраны с начальным прогибом // Строительная механика и расчет сооружений. – 1983. - №1. - С. 36-40.
16. Горохов Е.В. Повышение долговечности и надежности металлических конструкций промышленных зданий и сооружений в условиях эксплуатации и реконструкции: Научный доклад на соискание ученой степени доктора технических наук. – Днепропетровск, 1992. – 91 с.
17. Горохов Е. В., Муцанов В. Ф., Касимов В. Р. Конструкции стационарных покрытий над трибунами стадионов - Макеевка.: ДонГАСА, 2002. - 280 с.
18. Е.В. Горохов, В.Ф. Муцанов, В.Р. Касимов, Я.В. Назим, С.Г. Кузнецов, В.Н. Васылев. Мониторинг сложных технических систем // Современное промышленное и гражданское строительство.- 2008. – Том 14, № 4.- С. 300-313.
19. Горохов Е.В., Муцанов В.Ф., Касимов В.Р., Руднева И.Н., Сивоконь Ю.В. Развитие методов расчета и проектирования большепролетных пространственных покрытий спортивных сооружений // Сборник статей «Пространственные конструкции зданий и сооружений». Вып. 10. - Москва: МОО "Пространственные конструкции". - 2006. - С. 7-16.
20. Горохов Е.В., Муцанов В.Ф., Кинаш Р.И., Шимановский А.В., Лебедич И.Н. Конструкции стационарных покрытий над трибунами стадионов (2-е изд., исправленное и дополненное) / Под общей редакцией Е.В. Горохова и А.В. Шимановского. – Макеевка, РИО ДонНАСА, 2008. – 404 с.

21. Горохов Е.В., Мушанов В.Ф., Королев В.П. Обеспечение надежности большепролетных покрытий мембранного типа / Изв. вузов. Строительство - №8, 1996. - С. 31 - 35.
22. Гунст И.А. О перекрытии большой спортивной арены центрального стадиона в Лужниках / Пространственные конструкции зданий и сооружений покрытия результаты работы научно технической конференции – Москва-Белгород, 1998. - С. 193-202.
23. ДБН В.1.2-2:2006 «Нагрузки и воздействия», Нормы проектирования. – Киев, Минстрой Украины, 2006. – 78 с.
24. ДБН В.1.2-5:2007. Науково-технічний супровід будівельних об'єктів. – Київ, Мінрегіонбуд України, 2007.–16 с.
25. ДБН В.1.2-14-2009 Общие принципы обеспечения надежности конструктивной безопасности зданий, сооружений строительных конструкций и оснований / Государственные строительные нормы Украины – Киев: Минрегионстрой Украины, 2009. – 45 с.
26. ДБН 362–92. Оцінка технічного стану сталевих конструкцій виробничих будівель і споруд, що знаходяться в експлуатації/Держбуд України. – К.: Укрархбудінформ, 1995. – 47с.
27. ДСТУ Б.А.2.4-14:2005 —Автоматизовані системи технічного діагностування будівельних конструкцій. Технічне завдання. – К.: Держбуд України, 2005. - 24 с.
28. ДСТУ Б В.1.2-3:2006. Прогини і переміщення. Вимоги проектування / Мінбуд України. – Київ. 2006 р. – 30 с.
29. Дыховичный Ю.А. Большепролетные конструкции сооружений Олимпиады-80 в Москве - М.: Стройиздат, 1982. - 277 с.
30. Дыховичный Ю.А., Жуковский Э.З., Ермолов В.В. и др. Современные пространственные конструкции (железобетон, металл, дерево, пластмассы). – Москва, Высшая школа, 1991. – 543 с.
31. Еремеев П.Г. Исследование работы замкнутого опорного контура мембранных оболочек // Строительная механика и расчет сооружений №4. Москва: Госстрой. - 1981. - С. 11-14.
32. Еремеев П.Г. Особенности проектирования уникальных большепролетных зданий и сооружений // Современное промышленное и гражданское строительство.- 2006. – Том 2, № 1.- С. 5-15.
33. Еремеев П.Г. Пространственные тонколистовые металлические конструкции покрытий. – М.: Изд-во АСВ, 2006 – 561 с.
34. Еремеев П.Г.. Современные конструкции покрытий над трибунами стадионов. Научное издание / М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2014 – 236 с.
35. Еремеев П.Г. Современные стальные конструкции большепролетных покрытий уникальных зданий и сооружений. Научное издание / М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2009 – 336 с.
36. Зенкевич О. К. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
37. Идельчик И.Е. Справочник по гидравлическим сопротивлениям. – М.: Машиностроение, 1992. – 672с.
38. Касимов В. Р. Прочность и деформативность большепролетной стержневой оболочки покрытия с большим вырезом на эллиптическом плане : Дис... канд. техн. наук: 05.23.01 / Донбасская гос. академия строительства и архитектуры. - Макеевка, 2004. – 173 л.
39. Корнишин М.С. Нелинейные задачи теории пластин и пологих оболочек и методы их решения – Москва, Наука, 1964 г. – 191 с.
40. Лебедич И.Н., Ударцев Е.П.. Аэродинамические испытания круглых в плане зданий с вогнутым сферическим покрытием. // Строительная механика и расчет сооружений. №2. - 1980. - М.: Стройиздат. - С. 63-65
41. Лихтарников Я.М. Вариантное проектирование и оптимизация стальных конструкций - М.: Стройиздат, 1979. – 319 с.
42. Михайлов В.В., Сергеев М.С. Методические указания по проектированию висячих покрытий с примерами расчета: – Владимир: Изд-во Владимир. гос. ун-та, 2010. – 102 с.

43. Мембранные конструкции зданий и сооружений: Справочное пособие: в 2 ч. под общей ред. В. И. Трофимова и П. Г. Еремеева, ЦНИИ строительных конструкций им. В. А. Кучеренко - М.: Стройиздат, 1990. – 447 с.
44. Мушанов В. Ф. Действительная работа и надежность мембранных конструкций: Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук. – Одесса, 1996. – 456 с.
45. Мушанов В. Ф., Губанов В. В. Методика определения коэффициента условий работы на примере расчета газоотводящих труб на прочность / Деп. в ДНТБ №177- 95. – ДИСИ, Макеевка, 1995 г. - 23 с.
46. Мушанов В. Ф., Роменский И. В. Вероятностно-оптимальное проектирование большепролетных покрытий мембранного типа / “Металлостроительство-96” (Состояние и перспективы развития). Международная конференция. Сб. трудов в 2 т. / Редкол. Горохов Е. В., Югов А. М., Колесниченко С. В. - Донецк-Макеевка, 1996, т. 1. - С. 6-9.
47. Мушанов В. Ф., Сивоконь Ю. В. Уточненная система безразмерных параметров для мембранных оболочек покрытий с вырезами // «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» Вісник ДонДАБА 2003-2(39). - Макеевка: ДонГАСА. - 2003. - С. 131- 134.
48. Назаров А. А. Основы теории и методы расчёта пологих оболочек – Л.-М., Стройиздат, 1966. – 304 с.
49. Никонов Н. Н. Большепролетные покрытия Анализ и оценка: Учебное пособие. Издание второе, дополненное и переработанное. – М.: изд-во АСВ, 2000. - 400 с.
50. НПА ОП 45.2–1.01–98 «Правила обстежень, оцінки технічного стану та паспортизації виробничих будівель і споруд» /
Наказ Державного комітету будівництва, архітектури та житлової політики України та Держнагляд охорони праці України 27.11.97 № 32/288. – 26 с.
51. Оржеховский А. Н. Особенности напряженно-деформированного состояния и надежность проектируемых и эксплуатируемых рамно-консольных покрытий над трибунами стадионов: Дис... канд. техн. наук: 05.23.01 / Донбасская нац. академия строительства и архитектуры. - Макеевка, 2017. – 144 л.
52. Отчет о НИР «Разработка программы научно-технического сопровождения эксплуатации металлоконструкций крыши стадиона “Донбасс-Арена”, технического задания на автоматизированную систему их мониторинга и программы мониторинга металлоконструкций крыши стадиона “Донбасс-Арена”» договор № 782 от 28 мая 2009 г. (заключительный) – Государственное предприятие Государственный научно-исследовательский институт строительных конструкций (ГП НИИСК).
53. Отчет о НИР «Разработка системы и программы мониторинга несущих железобетонных конструкций стадиона “Донбасс-Арена” с учетом монтажа системы ВМС стадиона» договор № 828 от 19 июня 2009 г. (промежуточный, этапы 2, 3) - Государственное предприятие Государственный научно-исследовательский институт строительных конструкций (ГП НИИСК).
54. Павловський Р. Н., Іщенко С. О., Жданов О. І., Дегтярьов В. В. Визначення умов виникнення аеропружних коливань погано обтічних конструкцій у трубному експерименті // Вісник НАУ. – 2006. - №1(27). – С. 64-69.
55. Пашинский В. А. Представление атмосферных нагрузок в виде дифференцируемых случайных процессов / Строительная механика и расчет сооружений. - 1992. - №1. - С. 92-96.
56. Перельмутер А. В., Сливкер В. И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа: - Киев: ВВП "Компас", 2001 - 448 с.
57. Поляков Л. П., Файнбурд В. М. Моделирование строительных конструкций: - Киев: Будівельник, 1975. - 144 с.
58. Пособие по контролю состояния строительных металлических конструкций зданий и сооружений в агрессивных средах, проведению обследования и проектированию восстановления защиты конструкций от коррозии (к СНиП 2.03.11–85) / ЦНИИПроектстальконструкция. – М.: Стройиздат, 1989. – 51 с.

59. Постнов В. А., Хархурим В. Я. Метод конечных элементов в расчетах судовых конструкций. – Л.: Судостроение, 1974. – 342 с.
60. Прядко Ю.Н. Надежность большепролетных стержневых покрытий с большим вырезом, образованных системой жестких нитей на эллиптическом плане: Дис... канд. техн. наук: 05.23.01 / Донбасская нац. академия строительства и архитектуры. - Макеевка, 2012. – 172с.
61. Прядко Ю.Н., Мушанов В.Ф., Бартоло Х., Ватин Н.И., Руднева И.Н. Усовершенствование численных методов расчета надежности узлов висячих покрытий / Инженерно-строительный журнал. 2016. № 5(65). С. 27–41. doi: 10.5862/МСЕ.65.3.
62. Рекомендации по проектированию, возведению и эксплуатации мембранных покрытий - Киев-Макеевка: УкрНИИпроектстальконструкция, ДГАСА, 1997. - 56 с.
63. Руднева И.Н. Особенности пространственной работы висячего покрытия, образованного системой жестких нитей: дис... канд. техн. наук: 05.23.01 / Донбасская нац. академия строительства и архитектуры. - Макеевка, 2006. – 263с.
64. Самуль В.И. Основы теории упругости и пластичности / Учеб.пособие. - 2-е изд. - Москва “Высшая школа”, 1982. – 264 с.
65. Сивоконь Ю.В. Мембранные оболочки покрытий над трибунами стадионов с большими вырезами на эллиптическом плане: дис... канд. техн. наук: 05.23.01 / Донбасская нац. академия строительства и архитектуры. - Макеевка, 2007. – 273 л.
66. Системы мониторинга технического состояния несущих металлических конструкций зданий и сооружений: [научн. монография] / [Горохов Е. В., Мушанов В. Ф., Васылев В.Н., Назим Я. В. Касимов В.Р., Мнацаканян К.Б., Пчельников С.Б., Денисов Е.В.]; Под общей редакцией Е. В. Горохова и В.Ф.Мушанова. – Макеевка: ПЦ ДонНАСА, 2013. – 314 с.
67. СНиП 2.01.07-85. Нагрузки и воздействия./ Госстрой СССР. - М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1986. -36 с.
68. СНиП II–23–81* «Стальные конструкции. Нормы проектирования».
69. Стрелецкий Н. С. Избранные труды. / Под ред. Е.И. Беленя / Сост.: Е.И. Беленя, Н.Н. Стрелецкий, Н.П. Мельников и др. - М., Стройиздат, 1975. - 422 с.
70. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. М.: Наука, 1966. – 636 с.
71. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 711с.
72. R.H. Barnard, Predicting dynamic wind loading on cantilevered canopy roof structures / Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics 85(1) (2000). –pp.47-57.
73. Blessmann J.: Wind action on hip roofs. EACWE4 - Proceedings of the Fourth European & African Conference on Wind Engineering; ITAM AS CR, Prague, 11-15 July, 2005, pp.38-39.
74. Borri C., Biagini P.: Wind response of large roofs of stadiums and arena. EACWE4 – Proceedings of the Fourth European & African Conference on Wind Engineering; ITAM AS CR, Prague, 11-15 July, 2005, pp.18-20.
75. Comprehensive aerodynamic and study of Independence of Ukraine monument/ I.M.Lebedich, M.P. Kondra, R.M. Pavlovskiy, a.o. // K.: Proc. Of the NAU. – 2003. - № 2 (17). – P. 100 – 104.
76. N. J. Cook. The designer's guide to wind loading of building structures, Part 1: Background, damage survey,
77. Y.V.Gorokhov and V.F.Mushchanov. “The new design concepts for large-span membrane roofs”. J.Construct.Steel Res. Vol. 46, Nos. 1-3, pp. 335-336, paper number 191 - 1998.
78. Gorokhov E., Mushchanov V., Priadko I. Ensuring the required level of reliability during the design stage of –latticed shells with a large opening. *Journal of Civil Engineering and Management*. 2015. No. 21(3). Pp. 282–289.
79. Kasperski M.: A consistent model for the codification of wind loads on gable roofs. Proceedings of the Fourth European & African Conference on Wind Engineering; ITAM AS CR, Prague, 11-15 July, 2005, pp.164-165.
80. Katsumura A., Tamura Y., Nakamura O.: Universal wind load distribution simultaneously reproducing maximum load effects in all subject members on large-span cantilevered roof. Proceedings of the Fourth European & African Conference on Wind Engineering; ITAM AS CR, Prague, 11-15 July, 2005, pp.168-169.

81. G.P. Killen, C.W. Letchford. A parametric study of wind loads on grandstand roofs / Engineering Structures 23 (2001) 725–735 - www.elsevier.com/locate/engstruct.
82. Lebedich I.M., Pavlovsky R.M., Zhdanov O.I.: Analysis of aerodynamic features of the over-stand roof in Dnepropetrovsk FC “Dnipro” stadium. // Metal Constructions. - 2007, Volume 13. - N2 - pp.65-78.
83. Mushchanov V.F. “Probability-based method of calculation and design for sheet structures”. The ninth International conference "Metal structures" 26 - 30 June 1995, Krakow (Poland). Preliminary report. Vol. 2 - pp. 179-187.
84. Mushchanov V. F. “Probabilistic-optimum design of sheet structures”. EUOREPAN WORKSHOP "Thin-walled steel structures" 25-27 September 1996, Wroclaw (Poland) - pp. 121-125.
85. Mushchanov V.F., Gorokhov Y.V. “The probabylystic-based design of membrane structures”. Proceedings international congress ICSS-98 “Spatial structures in new and renovation projects of buildings and construction. Theory, investigations, design, erection”. June 22-26, 1998, Moscow, Russia. Vol. 2. - pp. 656-663.
86. Standards Australia. AS 1170.2-1989, SAA Loading Code, Part 2: Wind Loads. – Published by Standards Australia (Standards Association of Australia), 1 the Crescent, Homebush, NSW 2140. – 1989. - 99 p.
87. Yermeev P. Kancheli N. A roof design for the Central Stadium in Moscow. Proceedings of the IASS Symposium June 5-9, 1995, Milano, Italia