

Физические основы СВЧ электроники



Соминский Г.Г.

Введение

- Здесь представлены учебные группы ИФНиТ, которые заняты исследованиями и разработками в разных научных направлениях. Общим и объединяющим является то, что практически во всех представленных у нас направлениях **большое значение имеют разнообразные излучения, колебания и волны.**
- Приступаем к изучению курса, который занимается изучением физики и техники СВЧ колебаний и волн. Стремление к работе на все более высоких частотах – мировая тенденция.
- Необходимость курса обосновывается широким использованием СВЧ излучений, СВЧ приборов и устройств, спецификой и нетривиальностью способов создания и использования СВЧ источников и приемников.
- **Познакомимся с основами вакуумной СВЧ электроники.**

Диапазон частот.

Возможные приложения.

- СВЧ диапазон: частоты ориентировочно от 30 МГц до 3000 ГГц, длины волн от 10 м до 0.1 мм.
- Некоторые приложения:
 - радиолокация;
 - передача информации;
 - передача энергии без проводов;
 - радиоастрономия и радиоспектроскопия;
 - нагрев разных объектов, в том числе, высокотемпературной плазмы;
 - диагностика потоков заряженных частиц и плазмы;
 - технологические приложения;
 - в быту (охранная сигнализация, системы мобильной связи, СВЧ печи);
 - приложения в медицине.

Ток в конденсаторе с диэлектриком

В вакуумном конденсаторе ток имеет чисто мнимое значение (реактивный ток) и опережает напряжение по фазе на $\pi/2$. Введем в конденсатор диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_B/\varepsilon_0$. Тогда $C = C_0 \cdot \varepsilon = C_0 \cdot \varepsilon_B/\varepsilon_0$, где ($\varepsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12}$ Ф/м).

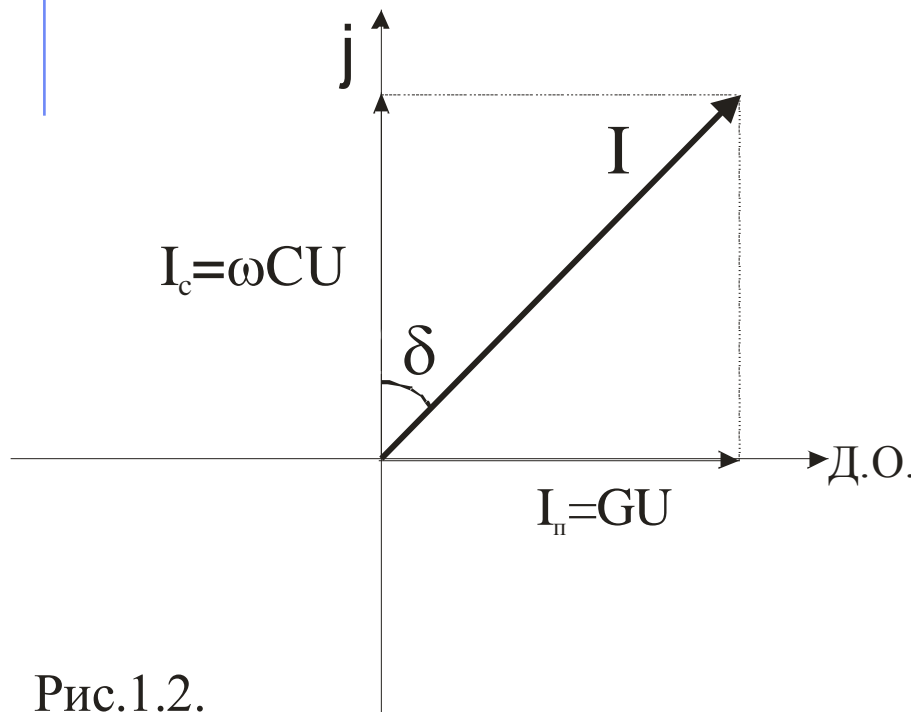


Рис.1.2.

В конденсаторе с диэлектриком, наряду с реактивным емкостным током I_c , появляется активная составляющая тока I_π (ток потерь), связанная с проводимостью диэлектрика G .

Полный ток I через конденсатор определяется векторной суммой емкостного тока и тока потерь. Потери характеризуют тангенсом угла потерь $\operatorname{tg} \delta = I_\pi / I_c = G / \omega C$.

Рекомендованная литература

1. Г.Г. Соминский. Электронный (и машинописный) курс лекций.
2. И.В. Лебедев. Техника и приборы СВЧ. М.: Изд. ВШ. Т.1 - 1970, 440 с. Т.2 - 1972, 375 с.
3. С.И. Молоковский, А.Д. Сушков. Интенсивные электронные и ионные пучки. М.: Энергоатомиздат. 1991. 302 с.
4. М.И. Рабинович, Д.И. Трубецков. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Изд. ФМЛ.1984. 432 с.
5. Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов. Лекции по СВЧ электронике для физиков. Т.1., 2003 г. Т.2, 2004 г. 648 с.
6. С.П. Бугаев, В.И. Канавец, В.И. Кошелев, В.А. Черепенин. Релятивистские многоволновые СВЧ генераторы. Новосибирск: Наука СО. 1991. 296 с.

Доп. литература:

1. Т. Маршалл. Лазеры на свободных электронах. М.: Мир. 1987. 238 с.
2. И.В. Алямовский. Электронные пучки и электронные пушки. М.: Сов. радио. 1966. 455 с.
3. В.Н. Шевчик, Г.Н. Шведов, А.В. Соболева. Волновые и колебательные явления в электронных потоках на сверхвысоких частотах. Саратов: Изд. СГУ. 1962. 336 с.

Лекция 1. Потери в диэлектриках и металлах.

Потери в диэлектриках.

Используется комплексная форма описания гармонического изменения величин. Диэлектрик между металлическими пластинами – элемент конденсатора. Пусть напряжение U между пластинами меняется по закону

$$U = U_0 \cdot \exp[j(\omega t + \varphi_0)].$$

Изменение величины U с фазой $\theta = \omega t + \varphi_0$ можно описать изменением проекции вектора U_0 на действительную ось "мнимой плоскости".

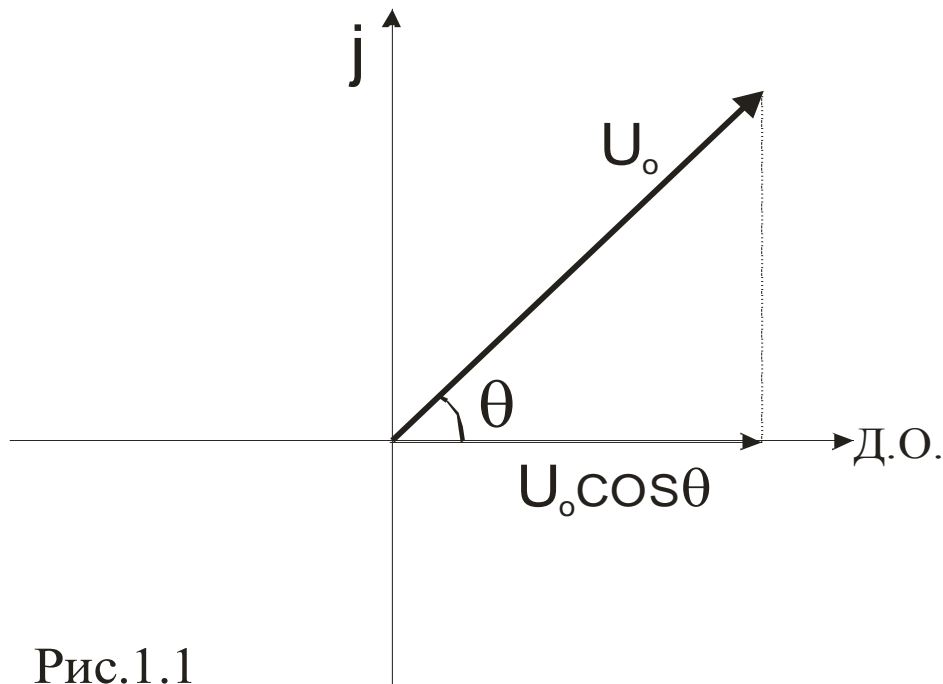


Рис.1.1

Емкостной ток в вакуумной конденсаторе (продолжение)

Рассмотрим для начала протекание токов в конденсаторе емкостью C_o без диэлектрика.

Заряд на обкладках конденсатора

$$Q = C_o U,$$

Из-за перераспределения заряда при изменении напряжения протекает емкостной ток I_{co} :

$$I_{co} = dQ/dt = C_o \cdot dU/dt.$$

$$I_{co} = j\omega C_o U_o \cdot \exp[j(\omega t + \varphi_o)] = j\omega C_o U.$$

Обозначив амплитуду емкостного тока величиной

$$I_o = \omega C_o U_o$$

и учитывая, что

$$\exp(j\pi/2) = \cos(\pi/2) + j \sin(\pi/2) = j, \text{ получаем}$$

$$I_{co} = I_o \cdot \exp[j(\omega t + \varphi_o + \pi/2)].$$

Влияние на потери длины волны и диэлектрической проницаемости

Длина волны	$\lambda=10$ см		$\lambda=3$ см		$\lambda=5$ мм	
	ε	$\operatorname{tg}\delta$	ε	$\operatorname{tg}\delta$	ε	$\operatorname{tg}\delta$
Оргстекло	-	-	2,61	$8,4 \cdot 10^{-3}$	2,5	$4,7 \cdot 10^{-2}$
Полистирол	2,55	$0,5 \cdot 10^{-3}$	2,55	$0,7 \cdot 10^{-3}$	-	$5 \cdot 10^{-3}$
Кварц	3,8	$1,0 \cdot 10^{-4}$	3,8	$1,7 \cdot 10^{-4}$	3,64	$4 \cdot 10^{-3}$
Фторопласт	-	-	2,08	$3,7 \cdot 10^{-4}$	-	$2 \cdot 10^{-3}$
Керамика стеатитовая	5,8	-	5,8	$1 \cdot 10^{-3}$	-	-
Стекло С49-2	-	-	5,2	$9 \cdot 10^{-3}$	5,3	0,122
Вода	74	0,11	59	0,46	-	-

Потери в металлах. Скин-эффект

Уравнения Максвелла

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}_{np} + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad \vec{j}_{np} = G \vec{E}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0}$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0$$

Скин-эффект (продолжение)

$$\operatorname{rot} \vec{H} \approx G \vec{E}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0$$

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0$$

В использованной для расчета Скин-эффекта системе уравнений Максвелла нужно учесть следующие два обстоятельства:

1. Если проводится рассмотрение явлений в тонких слоях вещества, можно воспользоваться условием квазистационарности $T \gg \tau$, т.е. учесть, что период колебаний T существенно превышает время τ распространения сигналов в слое.

Тогда при достаточно малой частоте ω сигналов плотность тока проводимости в первом уравнении Максвелла существенно превышает плотность вихревых токов.

2. В третьем уравнении учтено отсутствие свободных заряженных частиц в металле (равенство нулю величины ρ).

Скин-эффект (продолжение)

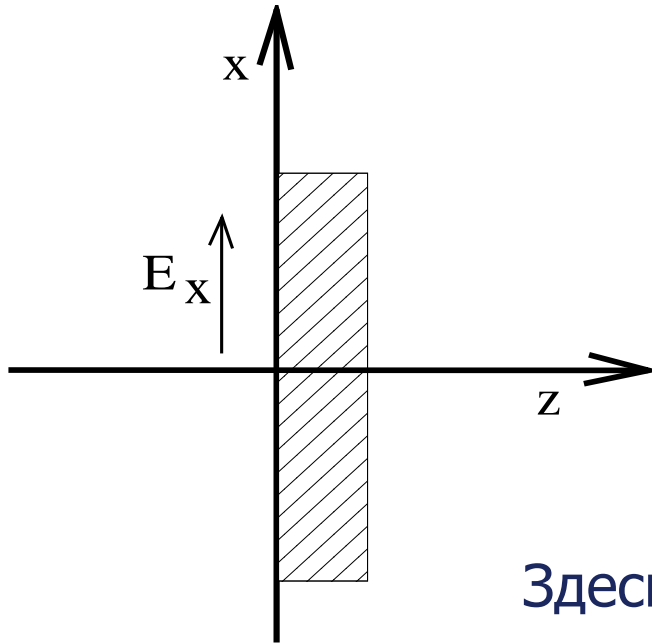
$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{E}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\vec{E}) - \Delta\vec{E} = -\mu\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot}\vec{H})$$

$$\Delta\vec{E} = \mu\mu_0 G \frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot}\vec{H}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div}\vec{H}) - \Delta\vec{H} = G \operatorname{rot}\vec{E} = -\mu\mu_0 G \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$$

$$\Delta\vec{H} = \mu\mu_0 G \frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$$

Скин-эффект (продолжение)



В одномерном случае

$$\frac{d^2}{dz^2} E_{x0}(z) = j\mu\mu_0 G\omega E_{x0}(z)$$

Ищем решение уравнения в виде

$$E_{x0}(z) = A_1 e^{-Kz} + A_2 e^{+Kz}$$

Здесь
$$K = \sqrt{j\mu\mu_0 G\omega} = \frac{1+j}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{\mu\mu_0 G\omega}$$

Обозначим:
$$d_c = \sqrt{\frac{2}{\mu\mu_0 G\omega}}$$
 Тогда
$$K = \frac{1}{d_c} + \frac{j}{d_c}$$

$$E_{x0} = A_1 e^{-z/d_c} \cdot e^{-jz/d_c}$$

Скин-эффект (продолжение)

Инерционность проникновения переменного магнитного поля сквозь стенку цилиндрического экрана

$$\tau_m = \frac{\mu\mu_0 r \Delta r_0 G}{2}$$

Материал	$G, \text{ Ом}^{-1}\cdot\text{м}^{-1}$
Серебро	$6,28 \cdot 10^7$
Медь	$5,8 \cdot 10^7$
Латунь	$(1,6-2,5) \cdot 10^7$
Алюминий	$3,72 \cdot 10^7$
Никель	$1,28 \cdot 10^7$
Графит	$1,25 \cdot 10^5$

Лекция 2. Линии передачи и тракты.

Основные типы линий передач и трактов:

- Двухпроводные линии. Неприемлемы из-за сильного излучения во внешнее пространство.
- Коаксиалы. Велики потери в диэлектрике и из-за Скин-эффекта. Потери во внутреннем проводнике больше, чем во внешнем. Используются, в основном, в качестве коротких соединительных элементов.
- Волноводы. Потери меньше, чем в коаксиалах, но в них могут распространяться только волны с длиной волны меньше некоторого критического значения.
- Распространение волн в волноводе описывается уравнениями Максвелла. В уравнениях учитывается, что равна нулю проводимость G и отсутствует свободный пространственный заряд ($\rho = 0$).

Линии передачи и тракты (продолжение).

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Так как проводимость G равна нулю, равна нулю плотность тока проводимости.

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0$$

Так как отсутствуют свободные заряды, $\rho=0$.

$$\operatorname{div} \vec{H} = 0.$$

$$\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{E}) = \operatorname{grad}(\operatorname{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} (\operatorname{rot} \vec{H})$$

$\Delta \vec{E} + \omega^2 \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \vec{E} = 0$ Приняв, что $k^2 = \omega^2 \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0$, получаем

$\Delta \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0$. Взяв $\operatorname{rot}(\operatorname{rot} \vec{H})$, получаем $\Delta \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0$

Линии передачи и тракты (продолжение)

- Величина k в записанных волновых уравнениях имеет смысл постоянной распространения в свободном пространстве без потерь, не ограниченном проводниками (см. И.В. Лебедева). $k = 2\pi/\lambda$, $V_{\phi c} = \lambda/T$, $T = 2\pi/\omega$, $V_{\phi c} = \omega/k$.
- Так как $V_{\phi c} = \omega/k$, а $k = \omega(\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0)^{1/2}$, то фазовая скорость в свободном пространстве

$$V_{\phi c} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{C}{\sqrt{\epsilon\mu}}$$

- Здесь мы учли, что скорость света $C = 1/(\epsilon\epsilon_0)^{1/2}$.
- Решение волновых уравнений дает выражение для фазовой скорости в волноводе

Характеристики волн в волноводе

Фазовая скорость в волноводе определяется соотношением

$$V_{\text{фв}} = \frac{C}{\sqrt{\epsilon\mu - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}} \equiv \frac{\omega}{k_v}$$

Длина волны в волноводе

$$\lambda_v = V_{\text{фв}} \cdot T = \frac{CT}{\sqrt{\epsilon\mu - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\epsilon\mu - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}}\right)^2}}$$

$\lambda_{\text{кр}}$ - критическое значение длины в волноводе без диэлектриков и магнетиков ($\epsilon = \mu = 1$). Если ϵ и/или μ отличны от 1, при $\lambda > \lambda_{\text{кр}} \cdot (\epsilon\mu)^{1/2}$ фазовая скорость в волноводе становится мнимой. Волна в волноводе затухает.

Характеристики волн в волноводе (продолжение)

При $\lambda \rightarrow \lambda_{кр} \sqrt{\epsilon\mu}$ (1)

фазовая скорость стремится к бесконечности.

Групповая скорость ($V_{гр} = \frac{\partial \omega}{\partial k}$) характеризует перенос энергии. Групповая скорость в волноводе:

$$V_{грв} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon\mu}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_{кр}^2 \epsilon\mu}}$$

При выполнении (1) $V_{грв}$ стремится к нулю.

Фазовая скорость в волноводе отличается от скорости света и зависит от частоты, т. е. волновод обладает дисперсией.

Виды волн в линиях передачи

В свободном пространстве и в коаксиальных линиях передачи возбуждают **ТЕМ** волны.

Основные виды волн в волноводе поперечные электрические (**ТЕ**) и поперечные магнитные (**ТМ**).

ТЕ и **ТМ** волны могут отличаться периодичностью распределения поля в сечении волновода. В волноводах прямоугольного сечения распределения полей описываются тригонометрическими функциями (\sin , \cos). Для обозначения разных волн используются целочисленные индексы (1, 2, 3...), указывающие количество полупериодов поля, укладываемых вдоль длинной (m) и вдоль короткой (n) стенок волновода, например **ТЕ_{mn}**, **ТМ_{mn}**.

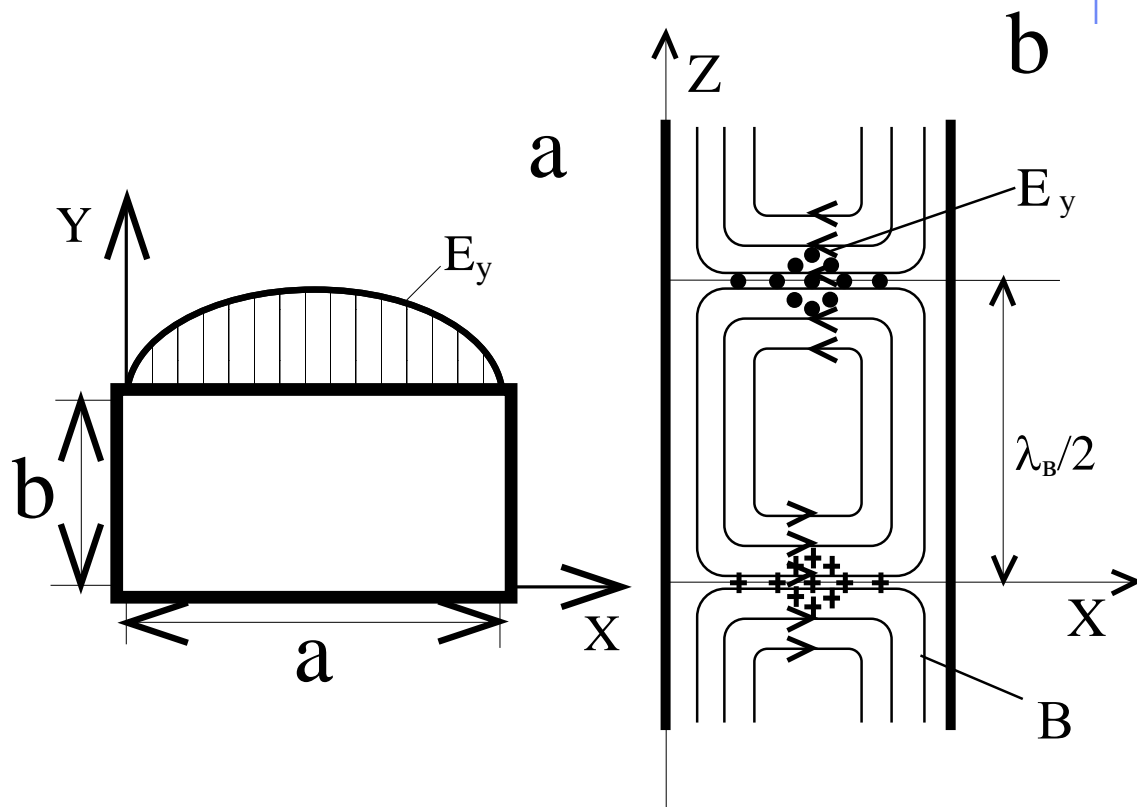
В прямоугольном волноводе критическое значение длины волны $\lambda_{кр}$ определяется размерами длинной (a) и короткой (b) стенок, а также значениями индексов.

Волны в линиях передачи (продолжение)

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}}$$

На рисунке показаны распределения полей на наиболее употребимом виде TE_{10} . На этом виде при $m=1$ и $n=0$ максимально значение критической длины волны

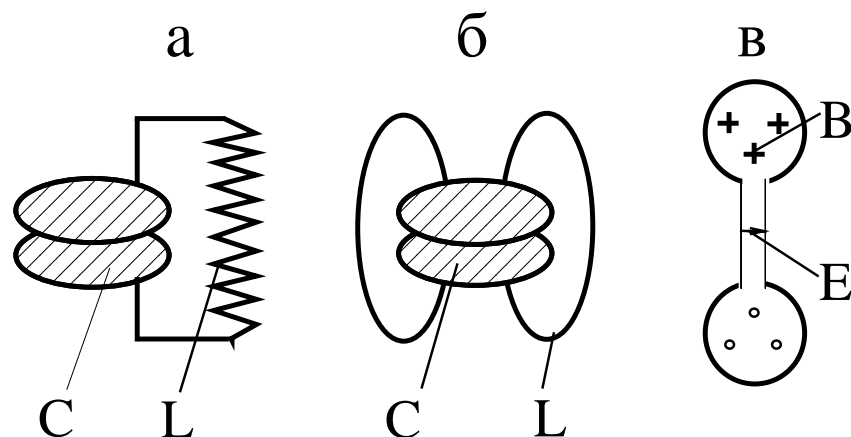
$$\lambda_{кр} = 2a$$



Резонаторы

$$\omega_{рез} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

- Резонансная частота в любом резонаторе.



На рис. показан переход от резонатора с сосредоточенными параметрами L и C к тороидальному резонатору.

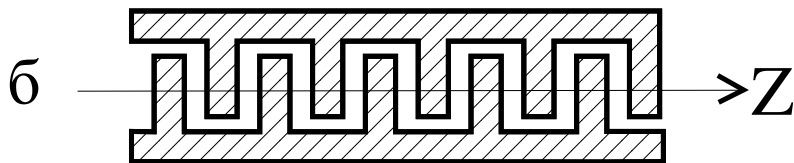
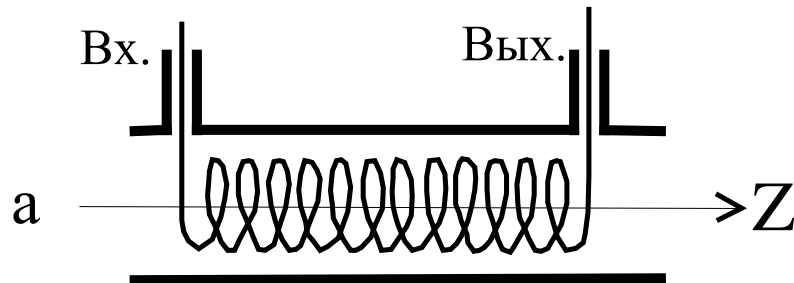
Основные характеристики резонатора – **резонансная частота и добротность**. Размеры резонатора определяют его резонансную частоту, а потери в нем определяют добротность.

В резонаторе могут быть возбуждены разные виды колебаний, отличающиеся количеством вариаций поля в трех основных характерных направлениях.

Замедляющие системы

Чтобы осуществить эффективное взаимодействие электронных потоков с полями нерезонансных структур, бывает необходимо обеспечить синхронное движение электронов и электромагнитных волн. Для реализации такого взаимодействия используются замедляющие системы. Простейшая ЗС – волновод с диэлектриком. Замедление мало. Нужно замедление порядка 10 раз.

Спиральная ЗС и ЗС типа встречных штырей



Фазовая скорость волн в спиральной ЗС

$$V_{\phi} = \frac{c}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\pi a}{L}\right)^2}}$$

Здесь a – радиус спирали, а L – ее период.

Фазовые скорости пространственных гармоник в ЗС

У поверхности ЗС при пропускании по ней СВЧ волны формируется стоячая картина поля. Поле E_z периодически меняется вдоль оси и не может быть описано одной бегущей волной. Оно описывается бесконечным набором пространственных гармоник (бегущих волн, отличающихся фазовой скоростью и пространственным периодом). Поле пространственных гармоник меняется со временем и вдоль оси Z .

$$E = E_m e^{j(\omega t + kz)}$$

$$E_m = E_{m0} \cdot F(z), \quad F(z) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_p \cdot e^{jp \frac{2\pi}{L} z}$$

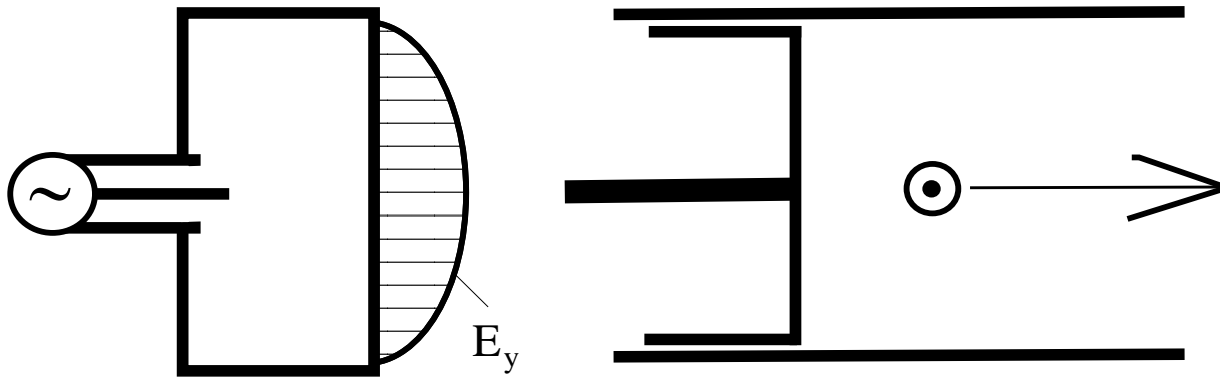
$$E = E_{m0} \cdot e^{j(\omega t + kz)} \cdot \sum_{-\infty}^{\infty} C_p \cdot e^{jp \frac{2\pi}{L} z}, \quad E = \sum_{-\infty}^{\infty} E_p \cdot e^{j(\omega t + k_p z)}$$

$$E_p = E_{m0} \cdot C_p, \quad k_p = k + \frac{2\pi p}{L}, \quad p = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

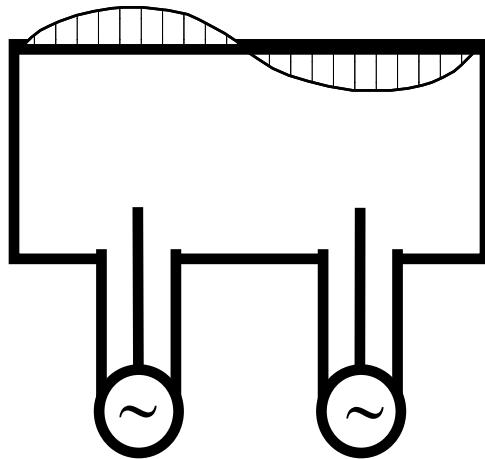
$$E = E_m e^{j(\omega t + kz)} \quad V_{\phi p} = \frac{\omega}{k_p} = \frac{\omega}{k + \frac{2\pi p}{L}}$$

Возбуждение разных видов волн в волноводе.

Возбуждение волны типа TE_{10}



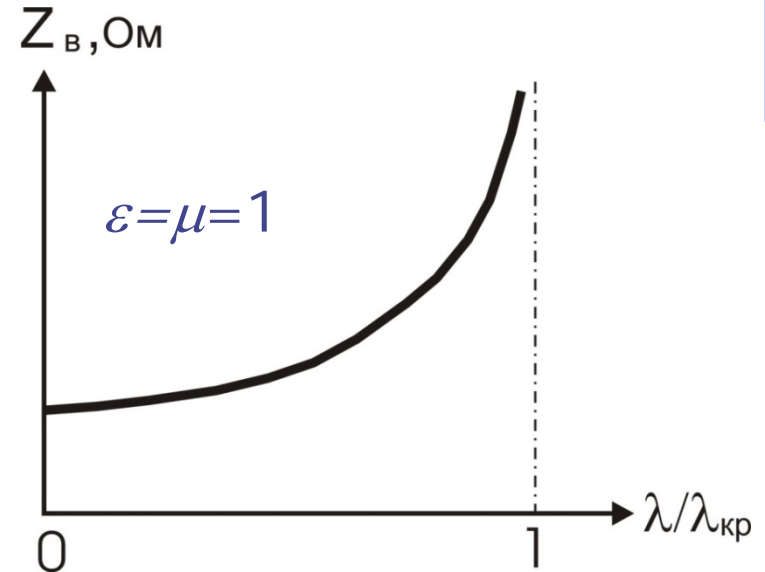
Возбуждение волны типа TE_{20}



Согласование трактов

В длинной линии согласование ее элементов осуществляется установлением одинаковых волновых сопротивлений (ВС) ее участков. ВС прямоугольных волноводов на виде TE_{10}

$$Z_{в(TE_{10})} = A \cdot \frac{b}{a} \cdot \frac{\sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\epsilon\epsilon_0}}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\epsilon\mu} \cdot \left(\frac{\lambda}{2a}\right)^2}}$$



Для коаксиальной линии на волне TEM.

$$Z_B = \frac{1}{2\pi} \cdot \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\epsilon\epsilon_0}} \cdot \ln \frac{D}{d} \approx 138 \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \cdot \lg \frac{D}{d}$$

Возбуждается только TEM при

$$\frac{\pi}{2} \cdot (D + d) < \lambda$$

Определение качества согласования

Если в тракте существуют отражения, сложение падающей и отраженной волн дает картину стоячей волны. Расстояние между максимумами стоячей волны в коаксиале (как и расстояние между минимумами этой волны) равно половине длины волны в свободном пространстве ($\lambda/2$). В волноводе эти расстояния равны половине длины волны в волноводе ($\lambda_B/2$).

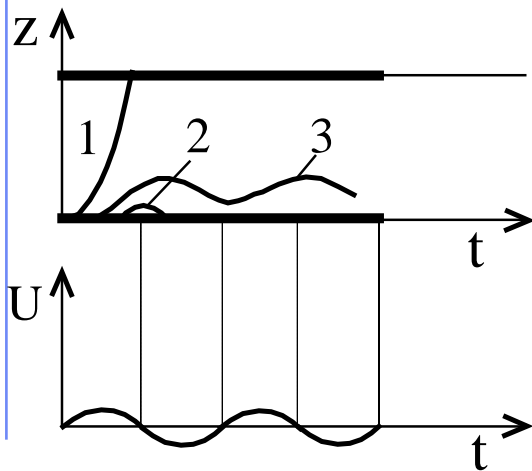
Коэффициент стоячей волны определяется отношением:

$$\rho = \frac{E_{\max}}{E_{\min}}$$

Коэффициент отражения:

$$|\Gamma| = \frac{\rho - 1}{\rho + 1}$$

Лекция 3. Особенности движения электронов и протекания токов на СВЧ.



Пространственно-временная диаграмма. Начальная скорость электронов равна нулю. Отсутствует постоянное напряжение на зазоре.

$$\theta = 2\pi \frac{\tau}{T} = \omega\tau$$

Угол пролета θ – изменение фазы поля за время τ движения электрона в зазоре.

Согласно первому уравнению Максвелла

$$\text{rot}\vec{H} = \vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j}_{\text{конв}} + \epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

При однородном по площади S сечения пучка электронном потоке:

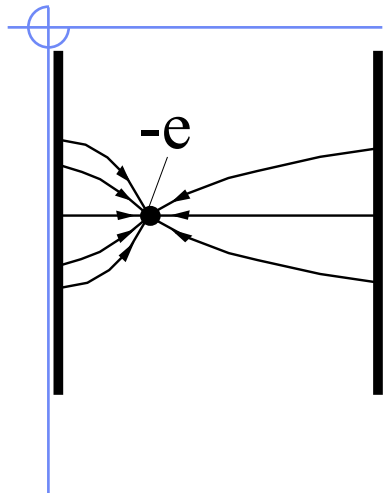
ток в вакуумном зазоре – сумма конвекционного тока $I_{\text{конв}} = S j_{\text{конв}} = SenV$

и тока смещения $S\epsilon_0 \cdot \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$. Для определения тока во внешней цепи важно

учесть наведение зарядов на электродах, связанное с движением электронов.

Ток во внешней цепи – сумма емкостного $I_c = C_o \cdot \frac{dU}{dt}$ и наведенного ($I_{\text{нав}}$) ТОКОВ

Наведенный ток



При смещении электрона в поле \vec{E} на расстояние $d\vec{Z}$ по его траектории, пройденное за интервал времени dt , совершается работа

$$dW = e\vec{E} \cdot d\vec{Z}$$

С другой стороны, энергия, отбираемая от источника напряжения U , равна

$$dW = I_{\text{нав}} \cdot U \cdot dt$$

Для плоского зазора при движении в однородном электрическом поле $E=U/d$, где d - расстояние между электродами, а скорость $V=dz/dt$. Поэтому:

$$I_{\text{нав}} = \frac{e}{d} \cdot \frac{dz}{dt}$$

Наведенный ток $I_{\text{нав}}$ не связан с попаданием заряда с одного электрода на другой. Этот ток не равен нулю только во время движения электрона и обращается в нуль при ее остановке

Теорема Шокли – Рамо. Баланс токов

Обобщение теоремы Шокли-Рамо на случай движения электрона в системе n электродов. Выражение для тока, наведенного на n -м электроде электроном, который движется со скоростью V , имеет вид

$$I_{наВ}^n = e \frac{grad U_n \cdot \vec{V}}{U_n}$$

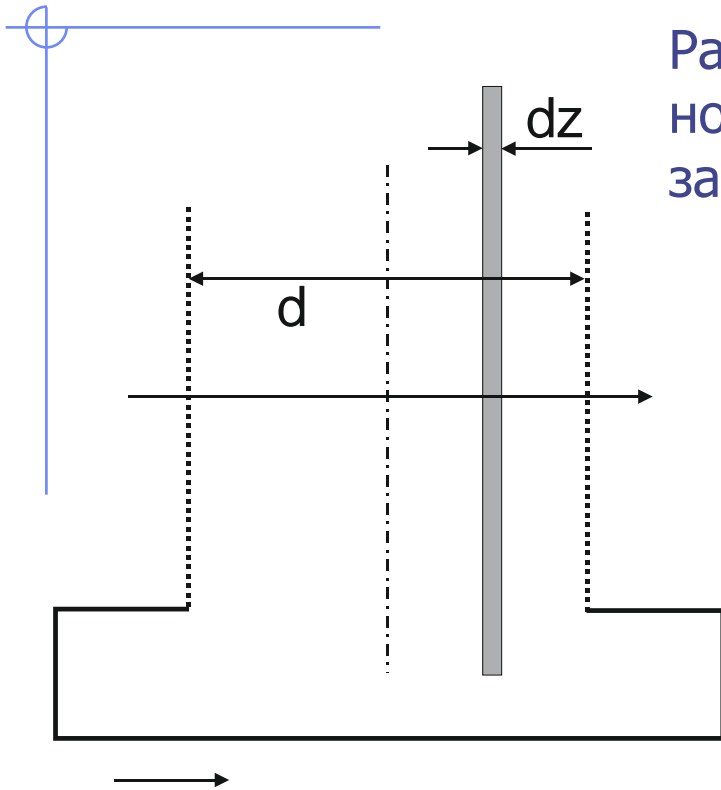
Здесь $grad U_n$ - поле в точке нахождения электрона, определяемое напряжением U_n на n -м электроде относительно заземленных остальных электродов.

Ток во внешней цепи равен току внутри зазора

$$I_{наВ} + I_c = I_{конВ} + I_{см}$$

В общем случае **конвекционный ток не равен наведенному**, а **ток емкостной не равен току смещения**. Только на низких частотах, когда малы токи смещения и емкостной, ток наведенный приблизительно равен конвекционному.

Наведение токов промодулированным по плотности потоком электронов



Рассматриваем промодулированный по плотности моноростной поток, движущийся в зазоре, где нет переменных полей

$$\rho = \rho_o + \rho_m \cdot \sin \omega t$$

$$I_{\text{конв}} = S\rho V_o = I_o + I_m \cdot \sin \omega t \equiv \frac{dq}{dt},$$

Здесь $I_o = S\rho_o V_o, \quad I_m = S\rho_m V_o$

В плоском зазоре $dI_{\text{нав}} = \frac{dq}{d} \cdot V_o$

Так как $dq = I_{\text{конв}} \cdot dt,$ $dI_{\text{нав}} = \frac{I_{\text{конв}}}{d} \cdot V_o dt = \frac{I_{\text{конв}}}{d} \cdot dz$

Наведение токов промодулированным потоком электронов (продолжение)

$$dI_{\text{нав}} = \frac{dq}{d} \cdot V_o, \quad dq = I_{\text{конв}} \cdot dt, \quad dI_{\text{нав}} = \frac{I_{\text{конв}}}{d} \cdot V_o dt = \frac{I_{\text{конв}}}{d} \cdot dz$$

$$I_{\text{нав}} = \int_{-d/2}^{+d/2} \frac{I_{\text{конв}}}{d} dz = \int_{-d/2}^{+d/2} \left\{ I_o + I_m \sin\left(\omega t_o + \frac{\omega z}{V_o}\right) \right\} \frac{dz}{d} = \int_{-d/2}^{+d/2} \frac{I_o}{d} dz +$$

$$+ \int_{-d/2}^{+d/2} \frac{I_m}{d} \sin\left(\omega t_o + \frac{\omega z}{V_o}\right) dz = I_o + \frac{I_m V_o}{d \cdot \omega} \int_{\omega t_o - \frac{\omega d}{2V_o}}^{\omega t_o + \frac{\omega d}{2V_o}} \sin z^* \cdot dz^*$$

Здесь заменили t на $t_o + z/V_o$, где t_o - момент влета электронов в центр зазора, и перешли к новой переменной

$$z^* = \omega t_o + \frac{\omega z}{V_o}, \quad dz^* = \frac{\omega}{V_o} dz$$

Наведение токов промодулированным потоком электронов (продолжение)

$$I_{нав} = I_0 + \frac{I_m V_0}{d \cdot \omega} [-\cos z^*] \begin{vmatrix} \omega t_0 + \frac{\omega d}{2V_0} \\ \omega t_0 - \frac{\omega d}{2V_0} \end{vmatrix}$$

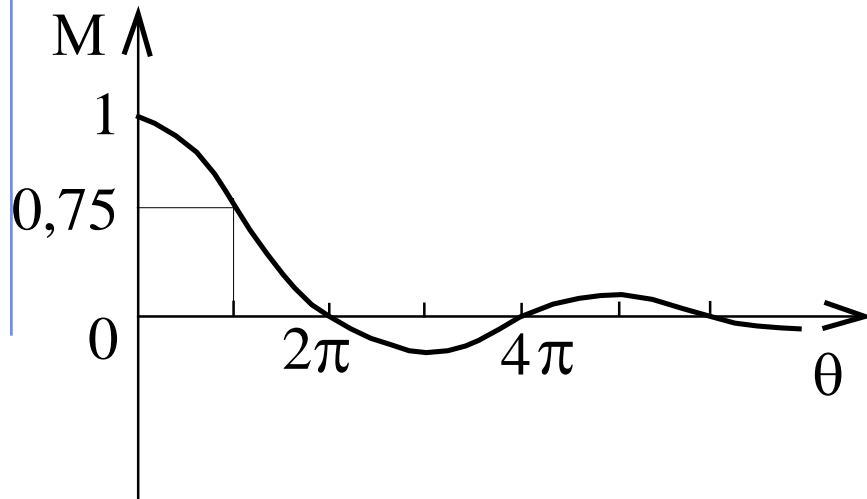
Учтем, что $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$ и получим

$$I_{нав} = I_0 + I_m \cdot \sin \omega t_0 \cdot \frac{\sin \frac{\omega d}{2V_0}}{\frac{\omega d}{2V_0}} \cdot \text{Угол пролета в зазоре } \theta = \frac{\omega d}{V_0} \cdot$$

$$I_{нав} = I_0 + MI_m \cdot \sin \omega t_0, \text{ где } M = \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{\frac{\theta}{2}}$$

Наведение токов промодулированным потоком электронов (продолжение)

M - коэффициент взаимодействия электронного потока с двухэлектродным зазором.



Вспомним, что $I_{конв} = I_o + I_m \cdot \sin \omega t$

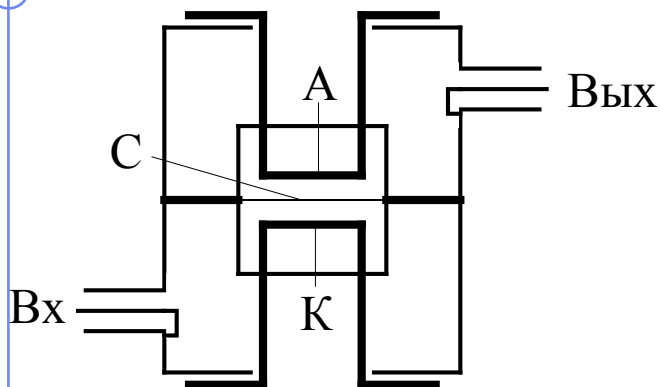
Наведенный ток равен конвекционному только при $M = 1$. Переменная составляющая наведенного тока уменьшается при увеличении угла пролета.

При негармоническом изменении конвекционный ток можно представить в виде ряда Фурье по гармоническим функциям.

$$I_{конв} = I_o + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cdot \sin(n \omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \cdot \cos(n \omega t)$$

В этом случае наведенные токи можно рассчитать для каждой временной гармоники.

Лекция 4. Приборы с сеточным управлением.



Триод эксплуатируется в режиме ограничения тока пространственным зарядом.

Электроны с катода поступают в анодный резонатор в положительные полупериоды СВЧ напряжения $U_{кС}$ на сетке относительно катода. При малом угле пролета электронов в зазоре катод - сетка их движение в этом зазоре опре-

деляется амплитудой СВЧ поля в момент, когда электроны пересекают зазор.

Ток с катода пропорционален разности потенциалов $U_{кС}$ в степени $3/2$ и большая часть тока с катода отбирается при напряжениях, близких к максимальному положительному.

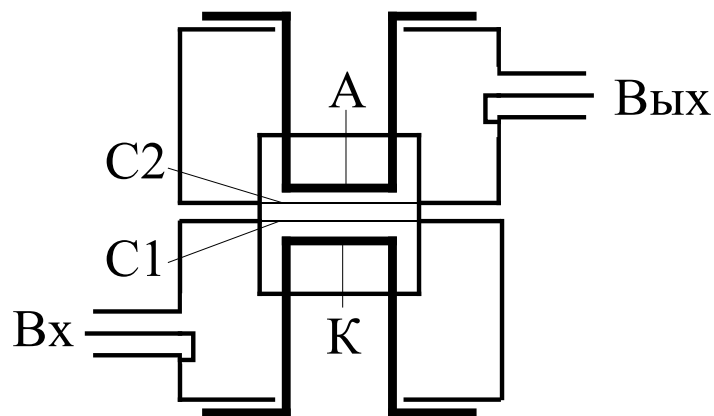
Промодулированный поток электронов наводит токи в выходном резонаторе. В резонансных условиях резонатор имеет чисто активное сопротивление. В выходном зазоре автоматически устанавливается тормозящее электронные сгустки электрическое СВЧ поле. Отбираемая от электронов энергия идет на усиление выходного сигнала.

Разрывы в стенках резонатора позволяют подавать постоянные напряжения между электродами триода.

Приборы с сеточным управлением (продолжение)

У СВЧ триодов есть одно ограничение принципиального характера, препятствующее их использованию на частотах более 300-700 МГц. На более высоких частотах трудно реализовать приемлемые значения угла пролета $\theta = \omega\tau$ в высокочастотных зазорах. Другой недостаток мощных триодов: при высокой прозрачности сетки ВЧ поля проникают из выходного резонатора во входной, а это может привести к самовозбуждению.

СВЧ тетроды обладают несколько лучшими характеристиками. Но это тоже длинноволновый прибор (велик угол пролета в зазоре катод – сетка).

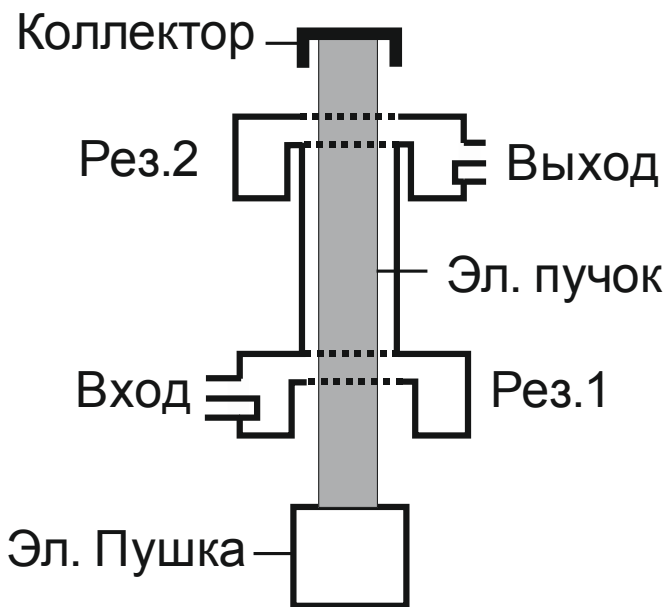


Триоды и тетроды - мощные длинноволновые приборы с малым уровнем шумов, обеспечивающие в непрерывном режиме выходные мощности до сотен кВт, а в импульсном до МВт. КПД СВЧ триодов достигает 50 - 60%. В тетродах получают КПД ориентировочно до 75%.

Недостатки СВЧ ламп с сеточным управлением – малый коэффициент усиления $K \leq 10-15$ дБ (из-за

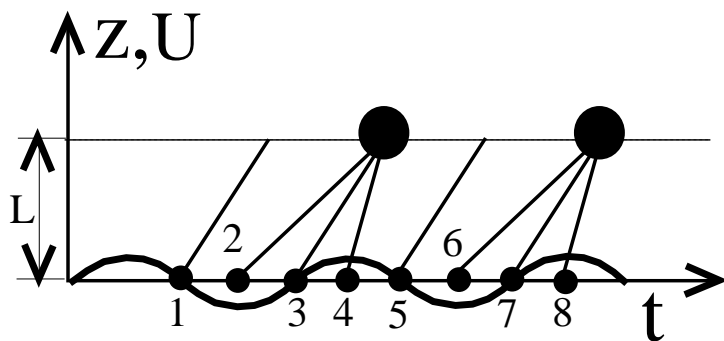
плохого качества сгустков пространственного заряда, наводящих ток во втором резонаторе) и узкая полоса частот.

Клистроны



Двухрезонаторный клистрон – простейший СВЧ прибор с динамическим управлением. Электроны из пушки, ускоренные до большой энергии, быстро проходят ВЧ зазоры резонаторов. В результате **малы углы пролета** в этих зазорах и **клистрон может работать на малых длинах волн вплоть до миллиметрового диапазона.**

Модуляция по скорости, приобретенная в первом резонаторе, преобразуется в модуляцию потока по плотности в пространстве дрейфа. Группируются в сгустки происходит относительно электронов, вышедших из первого резонатора при нулевых ВЧ полях. Группировка ограничивается полями пространственного заряда в сгустках. Расстояние L оптимизируется.



При $\lambda > \lambda_{кр}$ исключается прохождение СВЧ сигналов по каналу транспортировки. **Затруднено самовозбуждение.**

Клистроны (продолжение)

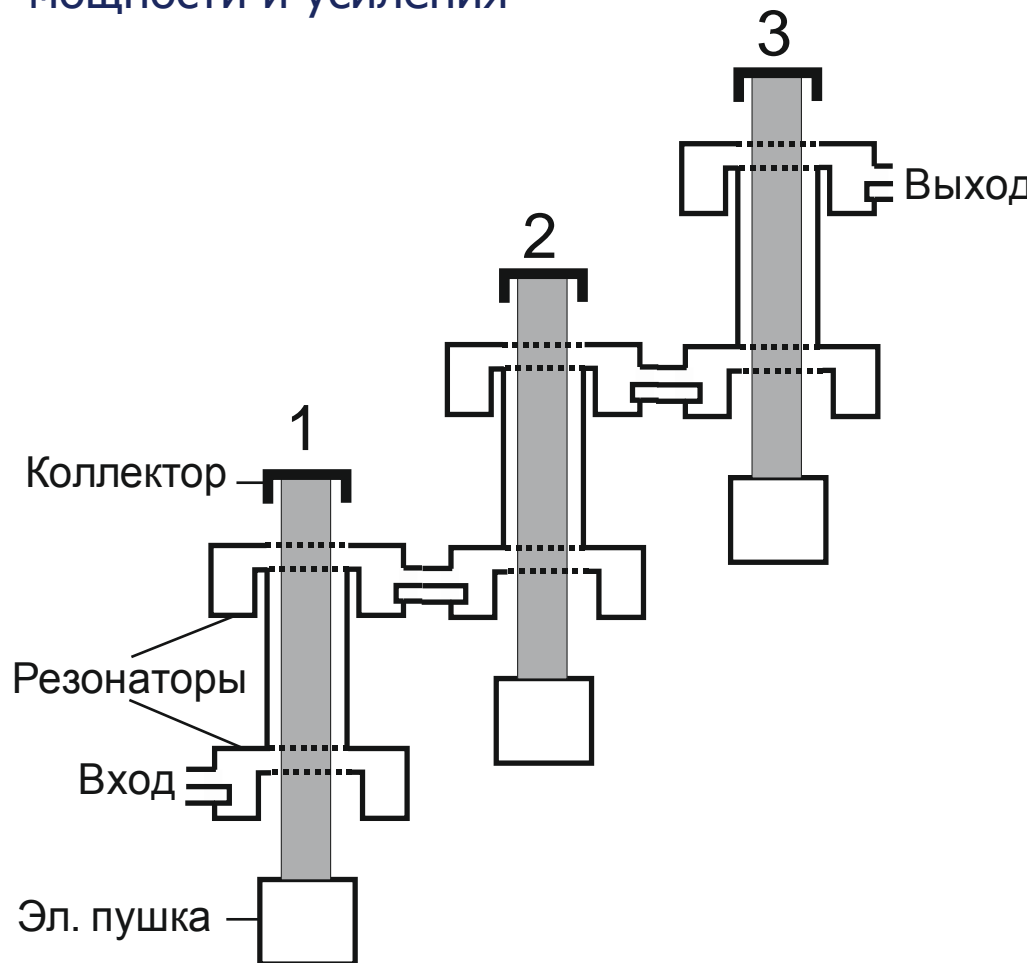
Типичные **характеристики двухрезонаторных клистронов-усилителей:**

- коэффициент усиления невелик (до 15 дБ);
- полоса частот - доли процента от средней частоты;
- выходные мощности до десятков Вт в непрерывном режиме;
- КПД менее 20 %.

Преимущество по сравнению с триодами – возможность усиления коротковолновых СВЧ сигналов.

Должна быть оптимизирована длина каналов дрейфа с учетом роста $P_{\text{вх}}$.

Возможный путь увеличения выходной мощности и усиления



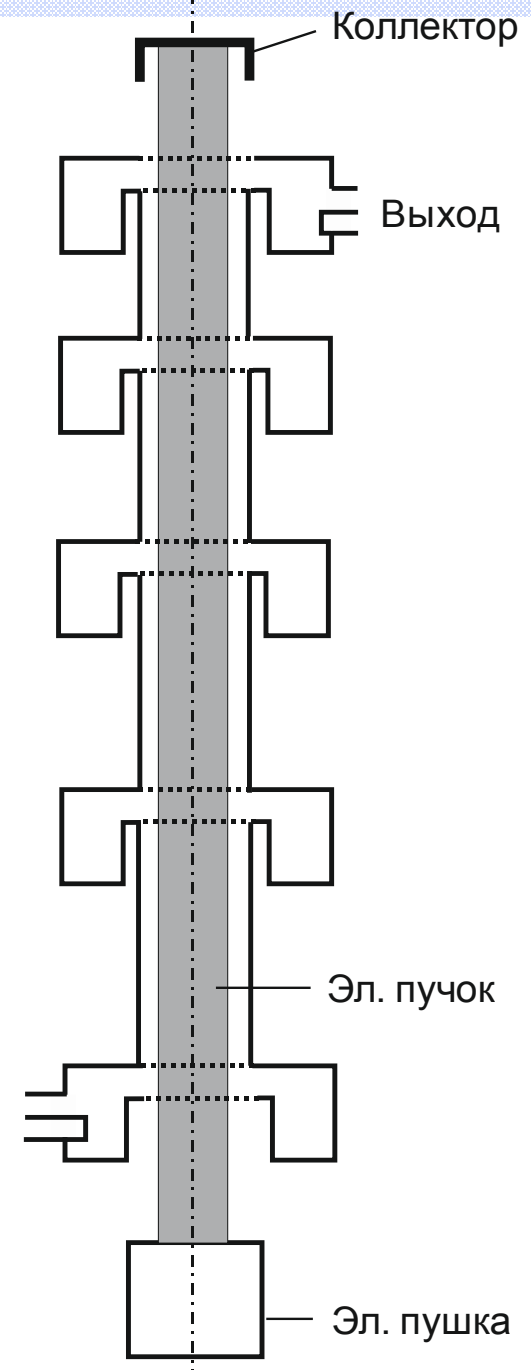
Многорезонаторный клистрон

В многорезонаторном клистроне группировка электронов усиливается при прохождении последовательности резонаторов. В результате удастся получить существенное увеличение не только коэффициента усиления и мощности, но и КПД.

Дополнительное повышение КПД может быть достигнуто при использовании рекуперации.

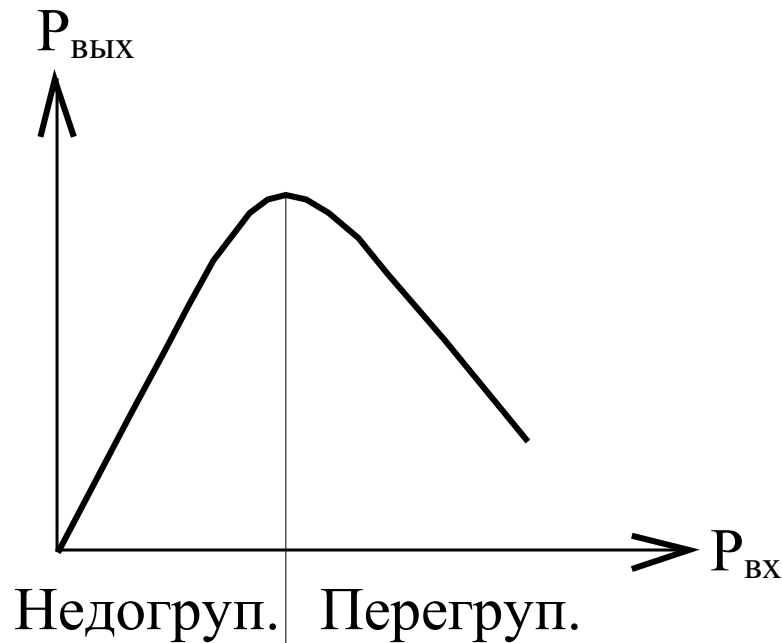
$$\eta_{эл} = \frac{P_{вых}}{P_{вых} + P_{эл-д} + P_{кол}}$$

КПД современных многорезонаторных клистронов с рекуперацией достигает 80-90%, их коэффициент усиления достигает 60 дБ, их выходные мощности в непрерывном режиме достигают сотен кВт, а в импульсном – десятков МВт.

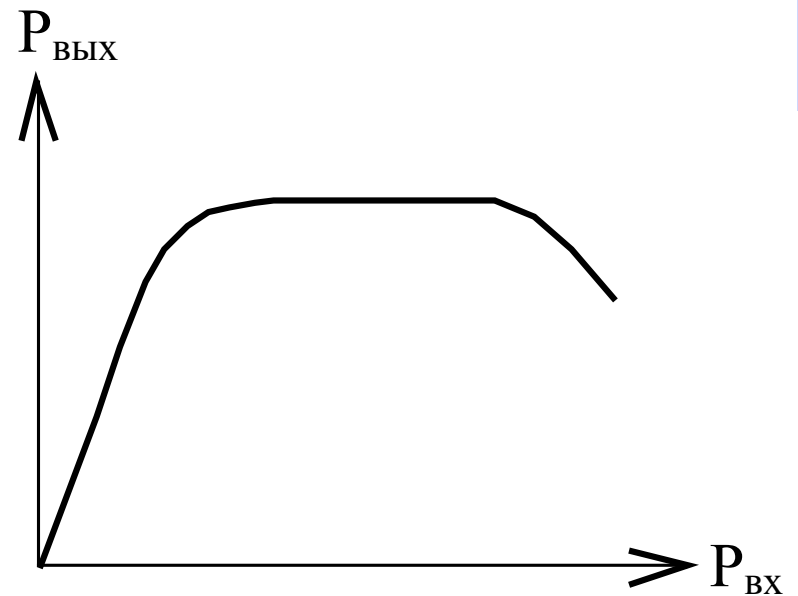


Клистроны (продолжение)

Двухрезонаторный клистрон

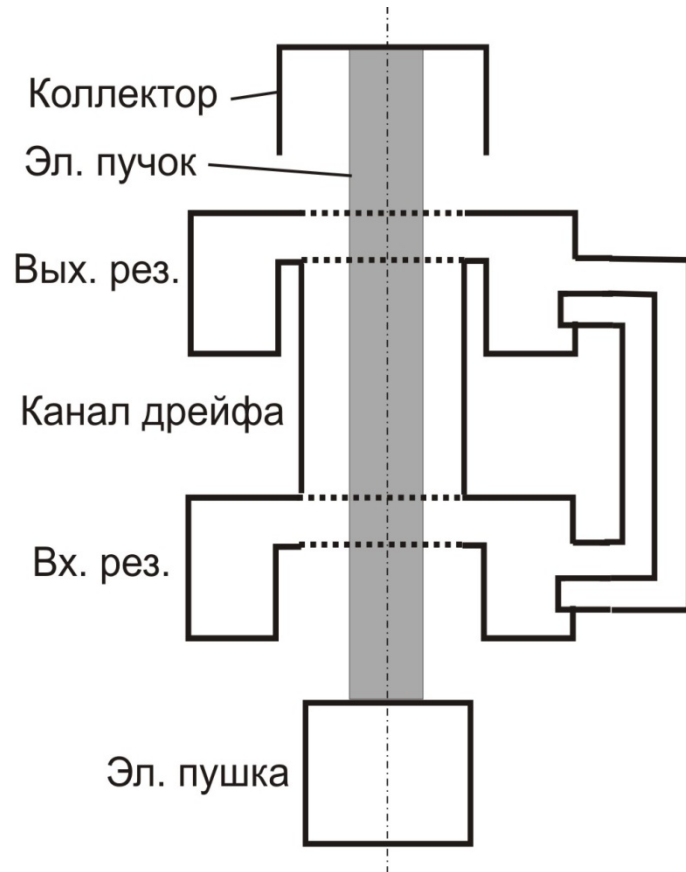


Многорезонаторный клистрон

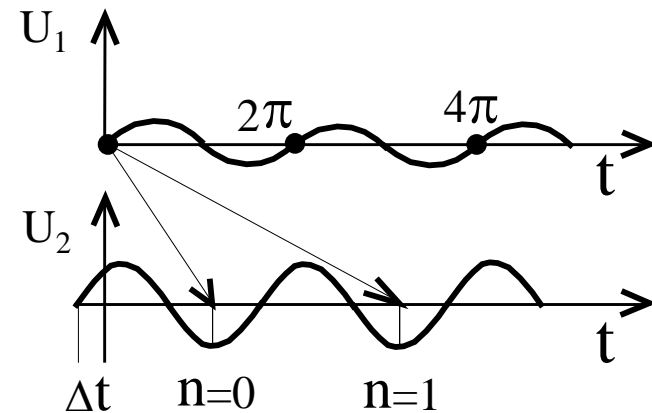


Максимальное усиление на восходящем участке характеристики. В многорезонаторном клистроне на плато подавляется амплитудная модуляция. Возможна частотная модуляция.

Двухрезонаторный клистрон-генератор



Флуктуации поля передаются из второго резонатора в первый с задержкой по времени (Δt) и по фазе ($\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$).



Для реализации положительной обратной связи между резонаторами оптimalен угол пролета

$$\theta_{opt} = \frac{3}{2} \pi - \Delta\varphi + 2\pi n, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\theta_{opt} = 2\pi \cdot \left(n + \frac{3}{4}\right) - \Delta\varphi$$

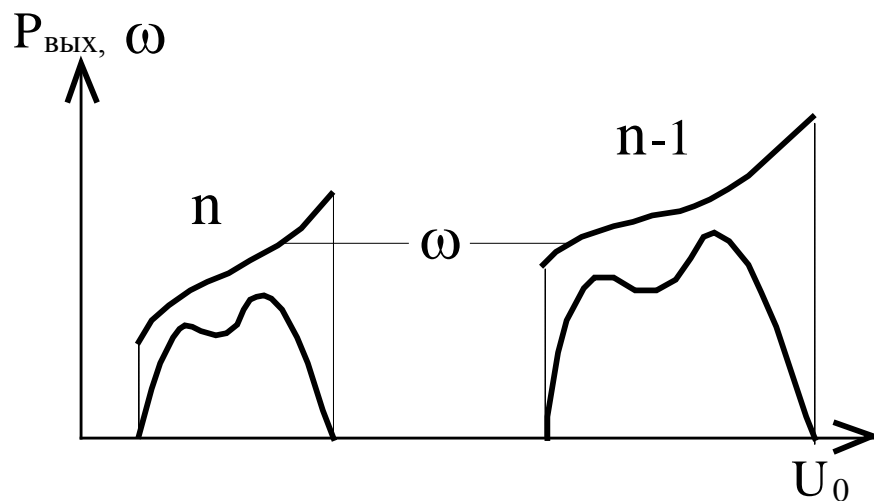
Разным n соответствуют разные ускоряющие электроны напряжения U_0 . Чем больше n , тем больше время пролета и тем меньше напряжение U_0 .

Двухрезонаторный клистрон-генератор (продолжение)

Разным n соответствуют дискретные зоны генерации.

Особенностью системы двух связанных резонаторов является существование двух видов колебаний на близких частотах (ω_1 и ω_2). Поэтому в каждой зоне генерации существуют два близко расположенных максимума выходной мощности.

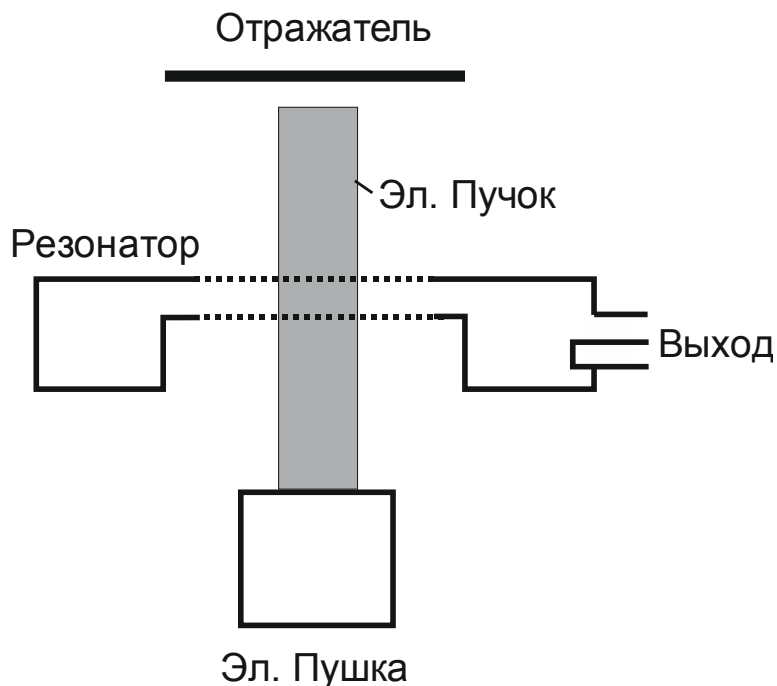
С изменением напряжения в каждой зоне меняется выходная мощность и происходит электронное смещение частоты. Смещение частоты в генераторе связано с изменением сдвига фазы между максимумами наведенного тока и ВЧ напряжения на втором резонаторе.



Максимальное смещение частоты имеет величину порядка 0.1 % рабочей частоты.

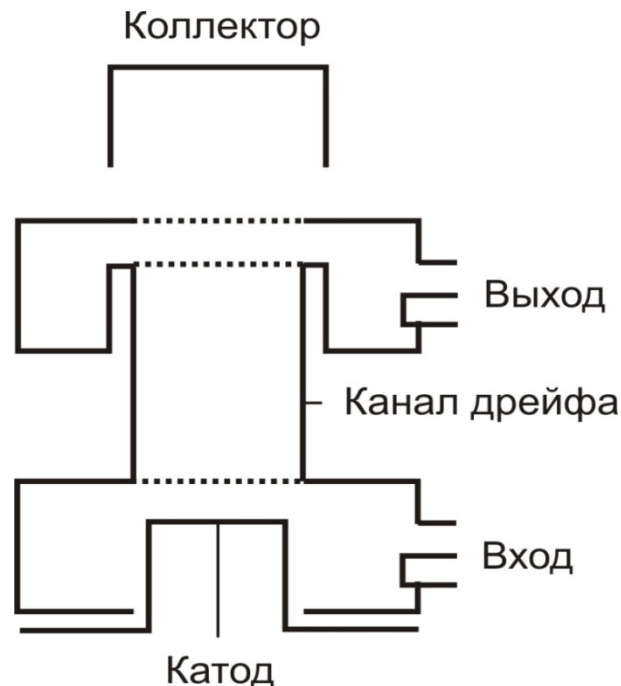
Для самовозбуждения клистрона - генератора необходимо, чтобы ток в электронном пучке превышал пусковое значение.

Отражательный клистрон и клистрод



Отражательные клистроны.

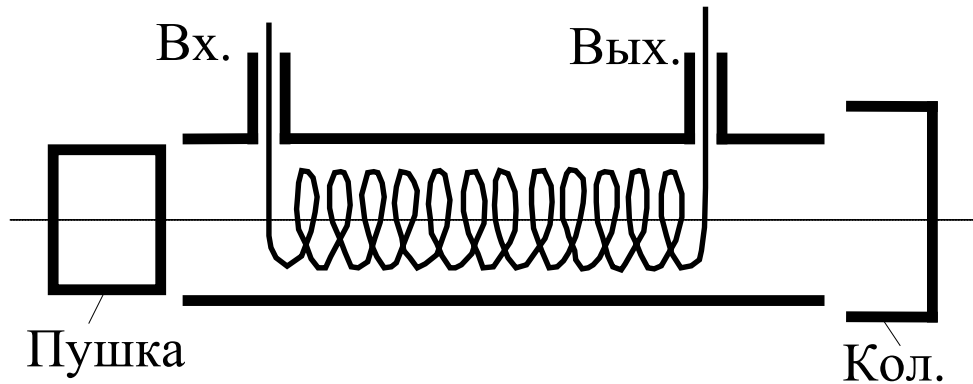
- КПД единицы процента,
- мощности порядка милливатт.
Электронная перестройка частоты порядка долей процента от средней частоты. Используется в качестве гетеродина.



Клистрод.

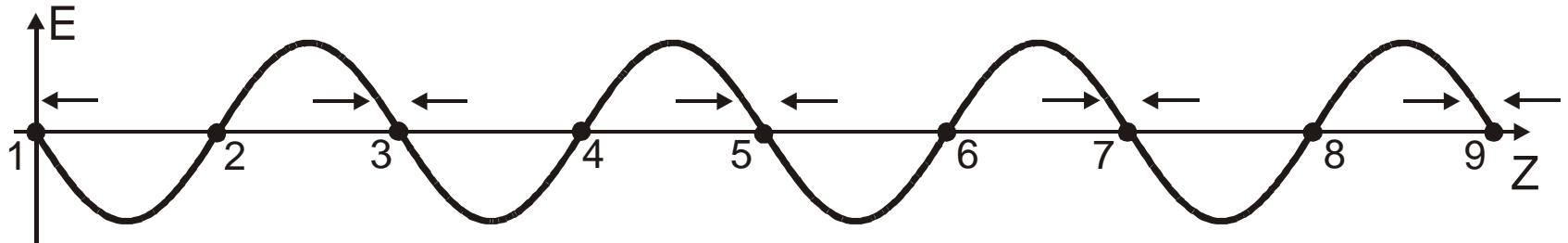
Триодный вход, дополнительная группировка в канале дрейфа, уменьшена связь между резонаторами. Увеличены по сравнению с триодом коэф. усиления (до 20 дБ) и вых. мощность.

Лекция 5. Лампа бегущей волны.



Главный недостаток триодов и клистронов – узкополосность. ЛБВ – широкополосный прибор без резонансных структур.

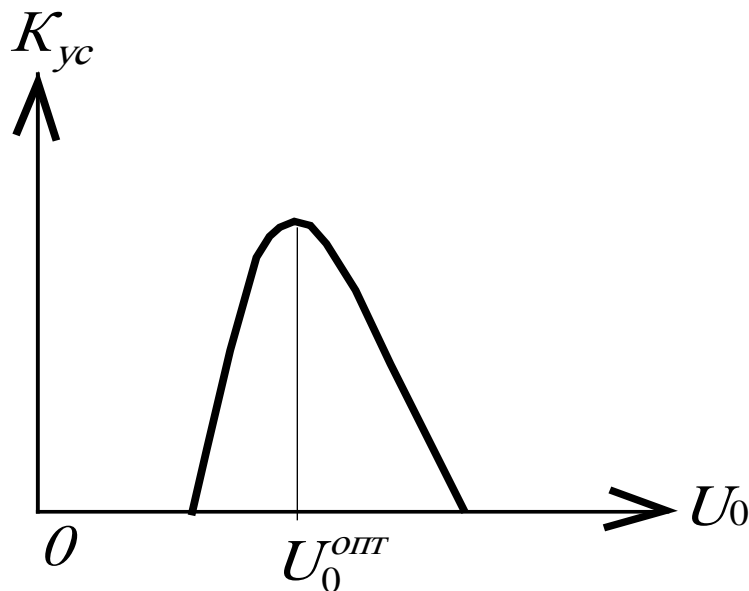
В условиях синхронизма ($V_e = V_\phi$) слабые поля нерезонансной ЗС оказывают сильное воздействие на электроны при длительном (десятки – сотни периодов) взаимодействии.



В движущейся синхронно с волной системе координат на электроны действуют статические поля. В результате происходит группировка в сгустки относительно электронов, обозначенных на рисунке нечетными номерами.

Лампа бегущей волны (продолжение).

При точном синхронизме энергия не передается от электронов волне. Если скорость электронов немного превосходит фазовую скорость волны ($V_e > V_\phi$), формирование сгустков происходит в области тормозящих фаз поля, и в результате начинается перекачка энергии из электронного пучка волне. От электронов отбирается кинетическая их энергия. Поэтому эффективная передача энергии от электронов волне возможна только до тех пор, пока скорость электронов не уменьшится до фазовой скорости волны.

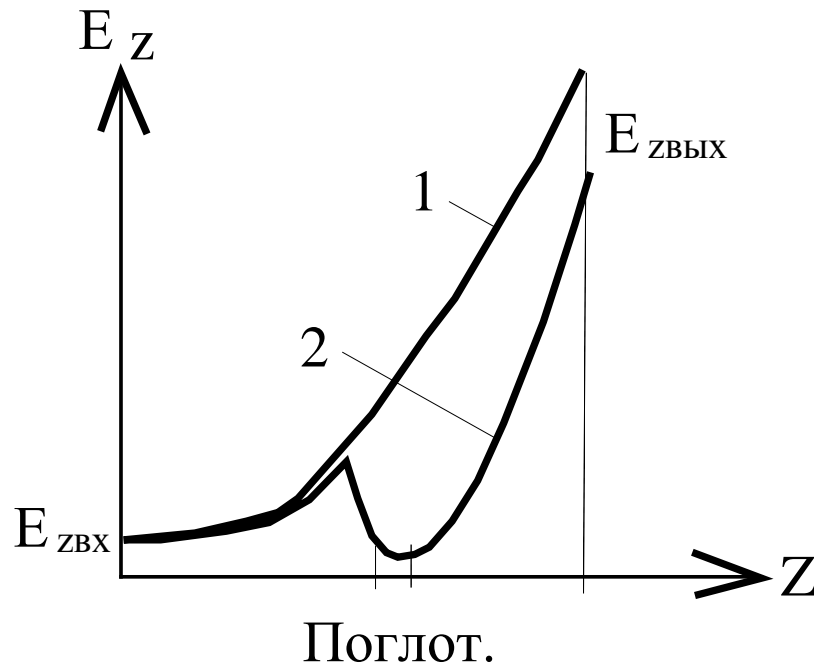


Для получения наибольшего усиления должны быть оптимизированы длина ЛБВ и ускоряющее напряжение U_0 . При заданной длине зависимость коэффициента усиления от ускоряющего электроны напряжения имеет вид кривой с максимумом. Для увеличения коэффициента усиления можно увеличить длину ЛБВ, если принять меры по поддержанию необходимого соотношения между скоростью электронов и фазовой скоростью волны.

Лампа бегущей волны (продолжение).

Использование локальных поглотителей позволяет бороться с самовозбуждением ЛБВ. Но этого недостаточно.

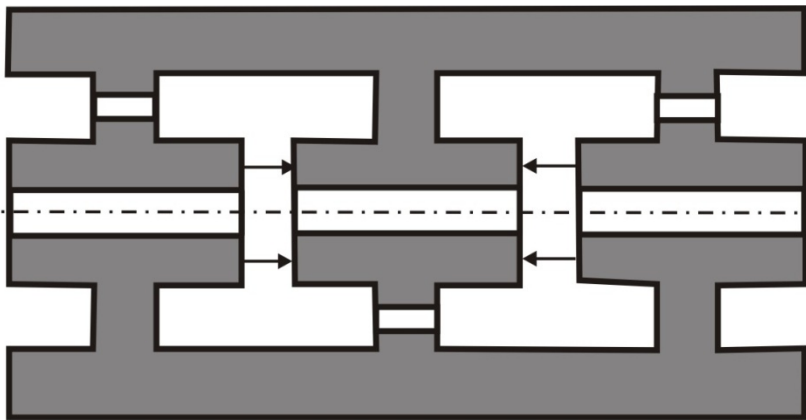
Чтобы исключить самовозбуждение, ток в пучке должен быть меньше некоторого пускового значения ($I < I_{\max}$).



Важнейшей особенностью спиральной ЛБВ является чрезвычайная ее широкополосность. Полоса частот, усиливаемых в такой ЛБВ сигналов, достигает октавы или даже более.

ЛБВ со спиральными замедляющими системами эффективно работают лишь при сравнительно малых энергиях электронов ориентировочно не более 10-15 кэВ.

Лампа бегущей волны (продолжение).



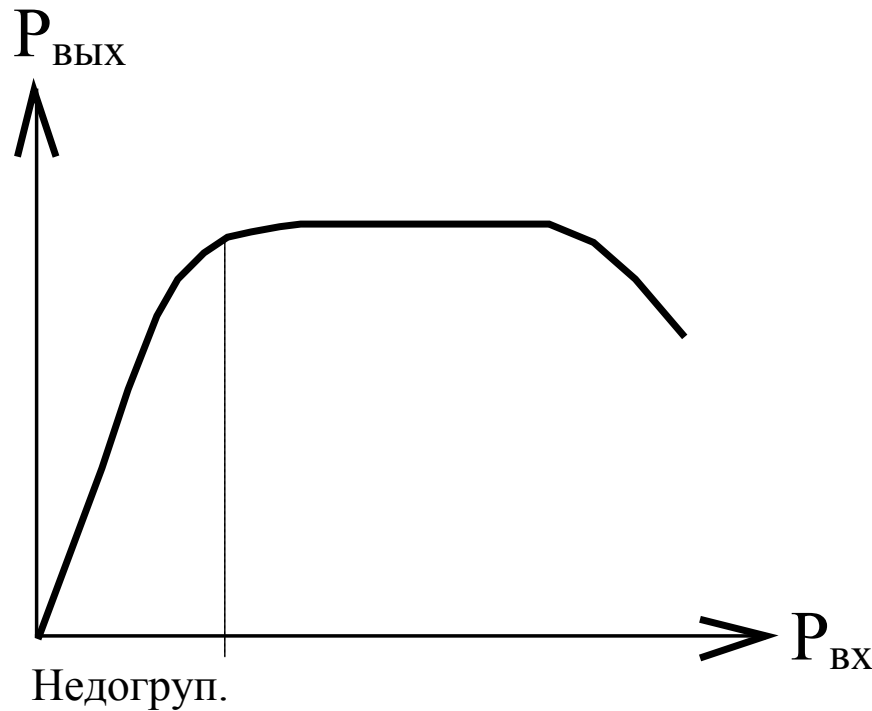
Самые мощные спиральные ЛБВ при широкополосности порядка октавы обеспечивают мощности в непрерывном режиме до единиц кВт. КПД спиральных ЛБВ обычно не превышает 30-40%, а коэффициент усиления бывает порядка 30 дБ.

Рис.5.5.

При больших напряжениях (и больших мощностях) в ЛБВ используются замедляющие системы типа цепочки связанных резонаторов.

ЛБВ с ЦСР дают мощности излучений до сотен кВт в непрерывном и до единиц МВт в импульсном режиме, но в гораздо более узкой полосе частот Δf порядка 10-20%. При этом достижимый в них коэффициент усиления бывает порядка 30-40 дБ, а КПД таких систем с рекуперацией достигает 50%.

Лампа бегущей волны (продолжение).



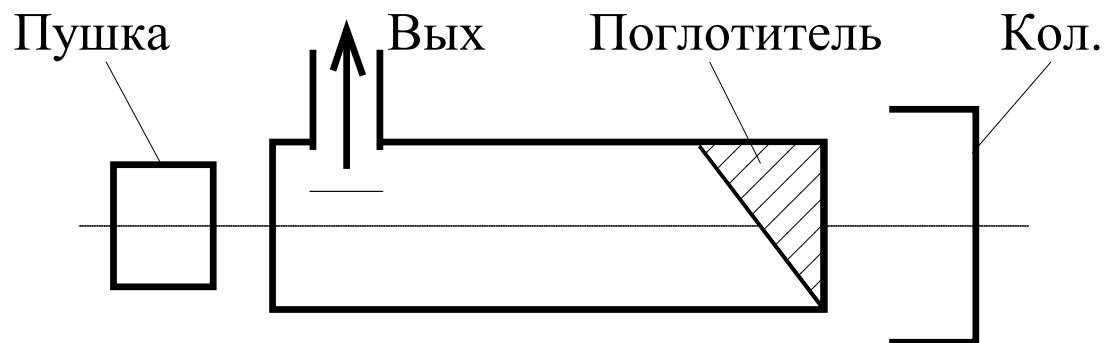
Характеристика $P_{ВЫХ} = f(P_{ВХ})$ ЛБВ с ЦСР подобна такой характеристике многорезонаторного клистрона.

Работа на линейном начальном участке этой характеристики хороша для передачи амплитудной модуляции сигналов. На участке насыщения удастся снизить амплитудные шумы.

Все типы ЗС, кроме спиральных, обладают гораздо более выраженной дисперсией. Поэтому в ЛБВ с такими ЗС не удастся добиться такой же широкополосности, как в спиральных ЛБВ.

Характеристика $P_{ВЫХ} = f(P_{ВХ})$ ЛБВ с ЦСР подобна такой характеристике многорезонаторного клистрона.

Лампа обратной волны (ЛОВ).



$$V_{\phi p} = \frac{\omega}{k_0 + \frac{2\pi p}{L}}$$

L – период ЗС, $k_0 = 2\pi/\lambda$,

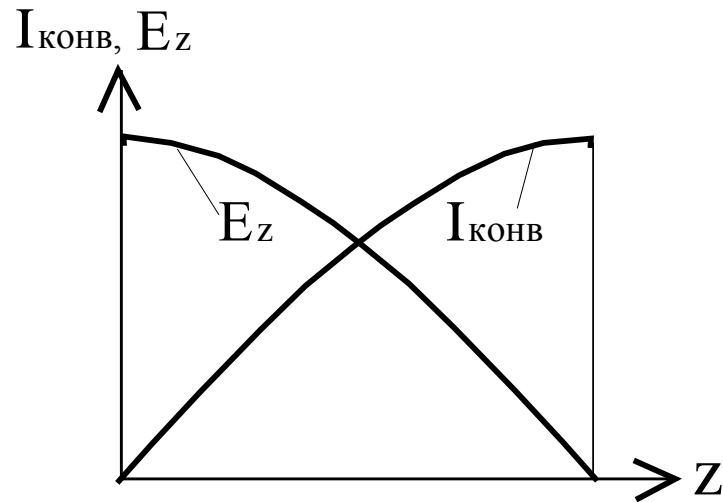
$p=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3...$ – номера простр. гармоник. $L \ll \lambda$ и $2\pi/L \gg 2\pi/k_0$

Реализуется взаимодействие электронного потока с одной из обратных пространственных гармоник. Обычно, это первая обратная пространственная гармоника ($p=-1$), имеющая наибольшую по абсолютной величине фазовую скорость. У нее самый медленный спад амплитуды ВЧ поля с удалением от ЗС. Как правило используются ЗС типа встречных штырей с повышенной амплитудой обратных пространственных гармоник.

$$V_e = \sqrt{\frac{2eU_0}{m}} = \frac{\omega}{k_0 + \frac{2\pi p}{L}}$$

При синхронизме электроны двигаются от одной ячейки ЗС к другой в одной и той же фазе ВЧ поля, несмотря на распространение энергии волны навстречу электронам.

Лампа обратной волны (продолжение).



В коллекторной области введен слабый флуктуационный сигнал. Групповая его скорость направлена к выходу, а фазовая к коллектору. Передача энергии от электронов волне, как в ЛБВ, если скорость электронов немного больше фазовой скорости волны. При передаче энергии скорость электронов уменьшается и сгустки перемещаются относительно волны.

Для получения большой мощности важно, чтобы формирующиеся электронные сгустки при своем движении в сторону коллектора все время или большую часть этого времени находились в тормозящих фазах ВЧ поля.

Условие получения наибольшей мощности $\frac{\omega l}{V_{\phi p}} - \frac{\omega l}{V_e} = \pi$ Положительный

эффект будет и в случае: $\frac{\omega l}{V_{\phi p}} - \frac{\omega l}{V_e} = \pi + 2\pi n = \pi(2n + 1)$ (1)

Лампа обратной волны (продолжение).

Физическая причина электронной перестройки частоты ЛОВ:

Условием самовозбуждения ЛОВ является приблизительное равенство V_e и $V_{\phi p}$. Следовательно, если мы будем менять величину V_e , изменяя напряжение U_0 , **должна меняться и фазовая скорость волны $V_{\phi p}$, на которой возможна, а следовательно и существует генерация.**

Из (1) следует

$$\sqrt{\frac{m}{2eU_0}} = \frac{1}{V_{\phi p}} - \frac{(2n+1)\pi}{\omega l}, \quad (2)$$

т.е. фазовая скорость -
функция частоты

$$V_{\phi p} = \frac{\omega}{k_0 + \frac{2\pi p}{L}} = \frac{1}{\frac{1}{V_{\phi 0}} + \frac{2\pi p}{\omega L}} \quad (3)$$

Генерация имеет место при токах больше порогового. Частота увеличивается с ростом напряжения. ЛОВ обеспечивает диапазон электронной перестройки порядка октавы (2 раза), но для этого требуется изменение напряжения примерно в 4 раза.

Лампа обратной волны (продолжение).

ЛОВ – генераторы малой мощности. Обычно работают при напряжениях от сотен вольт до нескольких кВ. Рабочие их токи, как правило, не превышают 1 А.

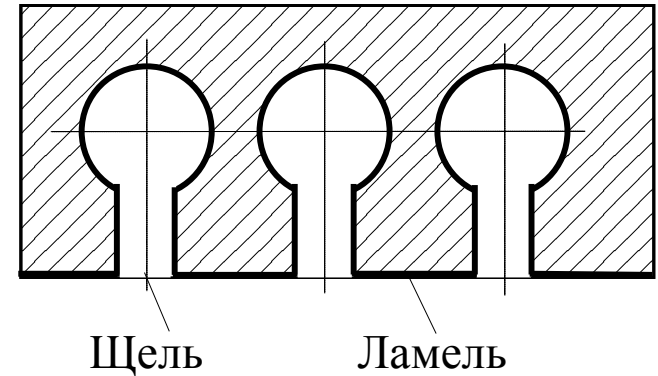
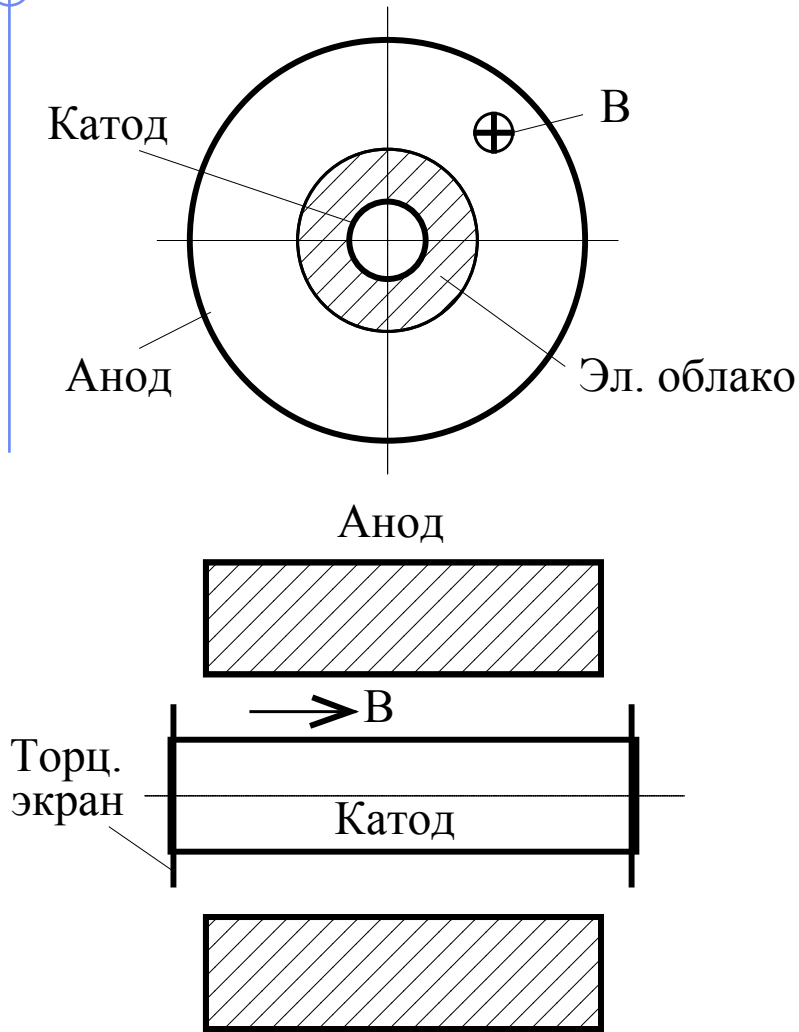
Для ЛОВ терагерцового и субтерагерцового диапазона типичны:

- мощности порядка десятков мВт;
- КПД не более единиц процентов.

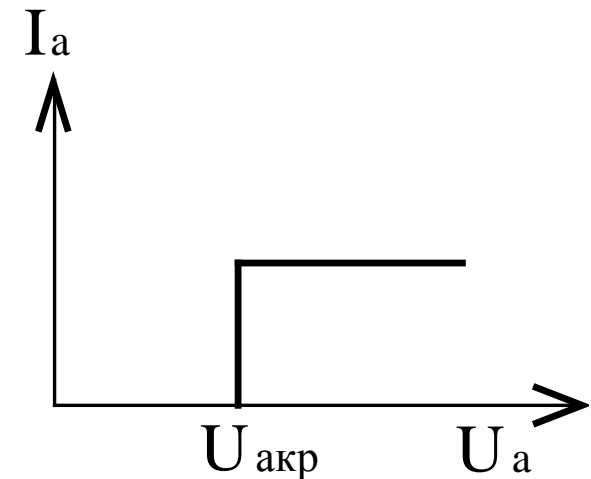
Наибольшие мощности обеспечивают низкочастотные ЛОВ, например, в диапазоне длин волн до 1-2 ГГц, но и там мощность не превышает примерно 100 Вт.

Зато ЛОВ с успехом используются как маломощные, но очень высокочастотные генераторы. В настоящее время умеют создавать ЛОВ на частоты практически до 1 ТГц. Такого типа генераторы нужны, например, в спектроскопии.

Лекция 6. Магнетрон.



$$B_{кр} = \sqrt{\frac{8m}{e} \cdot U_a \cdot \left[r_a \cdot \left(1 - \frac{r_k^2}{r_a^2} \right) \right]^{-1}}$$



Магнетрон (продолжение).

Для определения условий синхронного взаимодействия электронов с волной, бегущей вдоль замедляющей системы, необходимо определить фазовые скорости волн и азимутальные скорости электронов в скрещенных полях.

Азимутальная скорость электронов в общем виде:

$$V_{\theta} = \frac{E_r}{B}$$

Уравнения движения:

$$\ddot{r} - r \cdot \dot{\theta}^2 = -\frac{e}{m}(E_r - r\dot{\theta}B)$$

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial t}(r^2\dot{\theta}) = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = -\frac{e}{m}rB$$

$$\dot{\theta}_e = \frac{\omega_y}{2} \cdot \left(1 - \frac{r_k^2}{r^2}\right), \quad \omega_y = \frac{eB}{m}, \quad V_e = r\dot{\theta}_e$$

Предположения:

- Отсутствует движение по Z.
- Нет азимутальных составляющих электрического поля.

Магнетрон (продолжение).

В замкнутой по азимуту системе вокруг ее оси могут длительно вращаться только такие волны, для которых по периметру ЗС укладывается целое число длин волн.

$$n\lambda_{zc} = 2\pi r_a, \text{ где } n=0,1,2,3\dots$$

$$\varphi_{cp} N = 2\pi n, \quad \varphi_{cp} = \frac{2\pi n}{N} \quad (*)$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
φ_{cp}	0	$\pi/4$	$\pi/2$	$3\pi/4$	π	$5\pi/4$ $(-3\pi/4)$	$3\pi/2$ $(-\pi/2)$	$7\pi/4$ $(-\pi/4)$	$2\pi(0)$

Величина n (номер вида колебаний) в соотношении (*) равна полному количеству периодов СВЧ поля, укладываемых по длине замедляющей системы. Для выделения π вида делают четное число резонаторов и вводят связи.

Магнетрон (продолжение).

В магнетроне стараются работать на π виде колебаний, для которого сдвиг фазы между соседними резонаторами равен π . Другие виды дважды вырождены

Для реализации π вида колебаний магнетронные генераторы создают с четным числом резонаторов. Для дополнительного выделения этого вида часто используют металлические связки, соединяющие ламели резонаторов через одну. На всех видах, кроме π , по связкам протекают токи, что увеличивает потери на таких видах колебаний. Кроме того, связки увеличивают разделение видов по частоте. На π виде связки вносят дополнительную емкость, подключенную параллельно емкости резонаторов. Поэтому резонансная частота этого вида уменьшается

$$\omega_{\pi} = \frac{1}{\sqrt{L(C + C_{CB})}}$$

На других видах, так как по связкам протекают токи, их сопротивление носит индуктивный характер. Подключенные параллельно, они уменьшают индуктивность резонаторной системы и повышают резонансную частоту.

Магнетрон (продолжение).

Волна вида N проходит по аноду расстояние между соседними резонаторами

$\frac{2\pi r_a}{N}$ за время Δt_n . Это время связано со сдвигом фазы между соседними резонаторами соотношением $\varphi_{cp} = \omega \cdot \Delta t_n$, т.е. $\Delta t_n = \frac{\varphi_{cp}}{\omega}$

С другой стороны: $\varphi_{cp} = \frac{2\pi n}{N}$.

Линейная фазовая скорость волн в ЗС: $V_{\phi n} = \frac{2\pi r_a}{N} \cdot \frac{1}{\Delta t_n} = \frac{2\pi r_a}{N} \cdot \frac{\omega}{\varphi_{cp}}$.

Отсюда следует $V_{\phi n} = \frac{\omega r_a}{n}$.

Угловая фазовая скорость: $\dot{\theta}_{\phi n} = \frac{V_{\phi n}}{r_a} = \frac{\omega}{n}$.

Условие синхронизма: $\dot{\theta}_e = \dot{\theta}_{\phi n}$

Магнетрон (продолжение).

В проведенном выше рассмотрении мы проанализировали условия синхронного взаимодействия электронов только с основной пространственной гармоникой.

Для взаимодействия с любой пространственной гармоникой электрон должен, переходя от резонатора к резонатору, попадать в одну и ту же фазу ВЧ поля. Это будет происходить, если время пролета между резонаторами будет отличаться от Δt_n на число, кратное периоду колебаний T , т.е. будет определяться соотношением

$$\Delta t_p = \Delta t_n + pT, \quad p = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$$

$$\Delta t_n = \frac{\varphi_{cp}}{\omega} = \frac{2\pi n}{\omega N} \quad V_{\phi p} = \frac{2\pi r_a}{N} \cdot \frac{1}{\Delta t_p} = \frac{r_a \omega}{n + Np}$$

$$\dot{\theta}_p = \frac{V_{\phi p}}{r_a} = \frac{\omega}{n + pN} \quad \text{Угловая скорость пространственной гармоники } p \text{ на виде колебаний } n$$

Условия возбуждения генерации

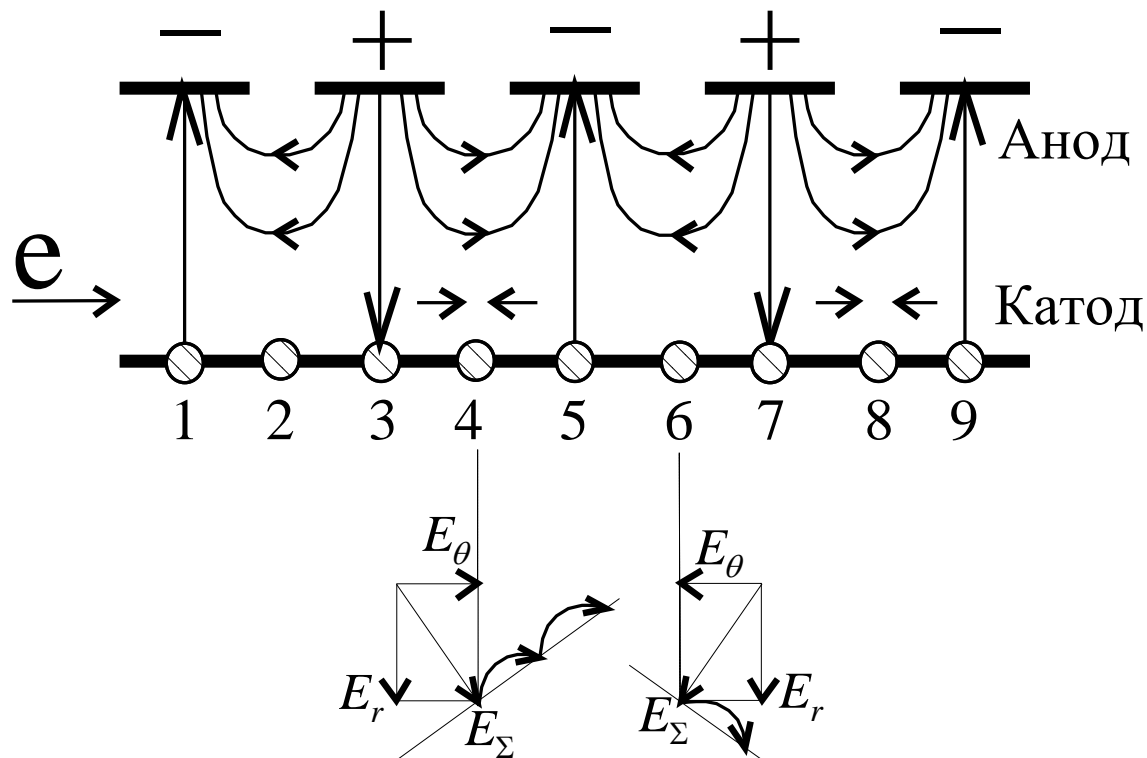
- С ростом анодного напряжения происходит расширение электронного облака. Его внешняя граница $r_{кр}$ смещается в сторону анода. Одновременно **увеличивается максимальная азимутальная скорость электронов**.
- При некотором пороговом напряжении $U_{апор}$ в слое электронов у внешней границы угловая азимутальная их скорость достигает величины, равной угловой скорости одной из волн вида n , распространяющихся вдоль анода.
- В некотором интервале напряжений выше порогового для данного вида становится возможным эффективное взаимодействие электронов с волной. Однако, дальнейшее увеличение напряжения может сопровождаться возбуждением следующих более высоковольтных видов колебаний.
- **Сначала возбуждаются колебания с большими значениями n , а затем моды с меньшими номерами, так как фазовая скорость волн уменьшается с ростом n .**

Магнетрон (группировка электронов).

Определим **механизм группировки электронов в сгустки** и такой их фазировки, чтобы они, располагаясь в тормозящих фазах СВЧ поля, отдавали ему свою энергию.

Изобразим схематически структуру силовых линий электрического поля в области между катодом и ламелями замедляющей системы при работе на π -виде колебаний.

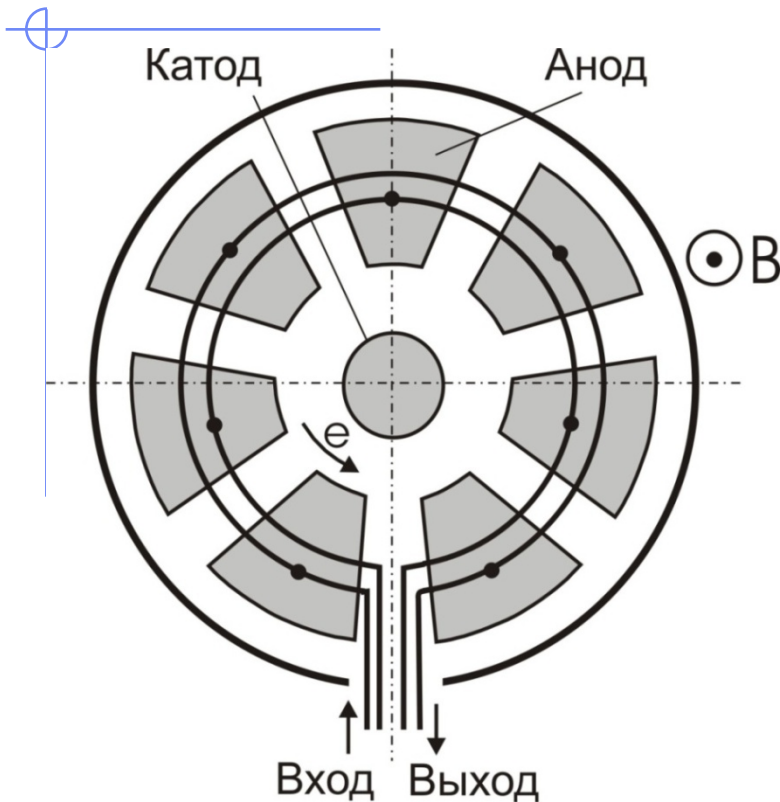
Структура поля определяется набором пространственных гармоник. Разные гармоники имеют разные фазовые скорости и разный пространственный период.



Магнетрон (продолжение)

- СВЧ поле у системы резонаторов имеет вид стоячей волны не только на виде колебаний $n = 0$, но и на любом другом виде колебаний. Основное отличие состоит в том, что они имеют разный период в азимутальном направлении ($n\lambda_{zc} = 2\pi r_a$) и следовательно при большем n меньше λ_{zc} .
- Сгустки формируются на участках тормозящего тангенциального СВЧ поля.
- **На всех видах колебаний формируются движущиеся по азимуту спицы пространственного заряда, причем количество спиц равно n .**
- Спицы вращаются вместе с волной вокруг оси системы. Электроны в спицах движутся по петлевым траекториям. При этом их дрейфовая скорость, а значит и кинетическая энергия практически не меняются, если пренебречь изменением суммарного электрического поля по длине спицы. Потенциальная же энергия электронов уменьшается на величину, близкую к eU_a , где U_a - разность потенциалов между катодом и анодом. Таким образом, **магнетронные приборы принципиально отличаются от СВЧ устройств О-типа, так как в них СВЧ полям передается не кинетическая, а потенциальная энергия электронов.**
- Потери энергии связаны с бомбардировкой катода, анода и торцевых катодных экранов. КПД до 60-70%. Выходные мощности до 10 ГВт.

Амплитрон



Осуществляется взаимодействие электронов с 1-й обратной пространственной гармоникой. Условием синхронного взаимодействия электронного потока с любой пространственной гармоникой является то, что электрон при своем движении от ячейки к ячейке ЗС каждый раз должен попадать в одну и ту же фазу ВЧ поля.

$$\frac{\omega d}{V_e} = \theta + \pi + 2\pi p$$

d - расстояние между соседними ячейками ЗС, а θ - изменение фазы волны за время движения электронов между этими ячейками. $\theta \ll \pi$. $p = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots$

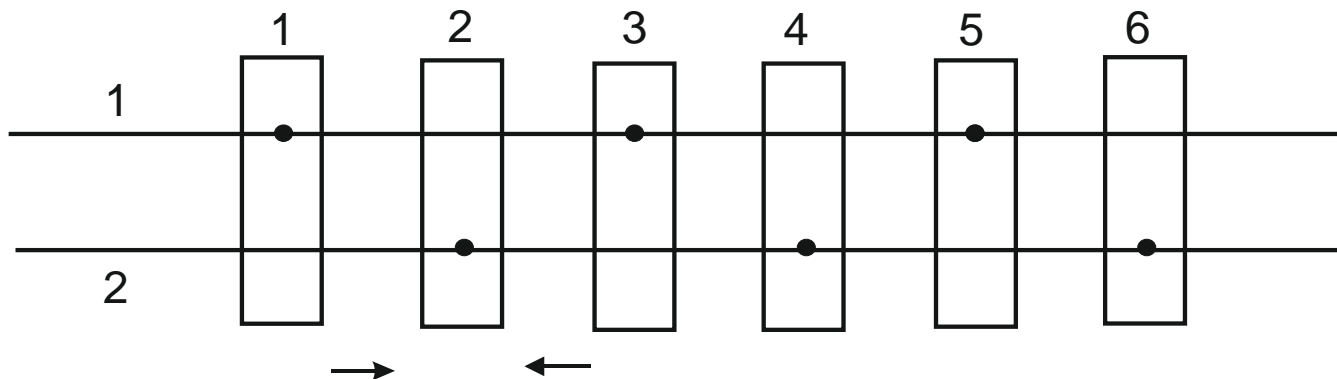
$$V_{\text{фр}} = V_e = \frac{\omega d}{\pi + \theta + 2\pi p}$$

$$V_{\text{фр}(-1)} = -\frac{\omega d}{\pi - \theta}$$

Амплитрон (продолжение)

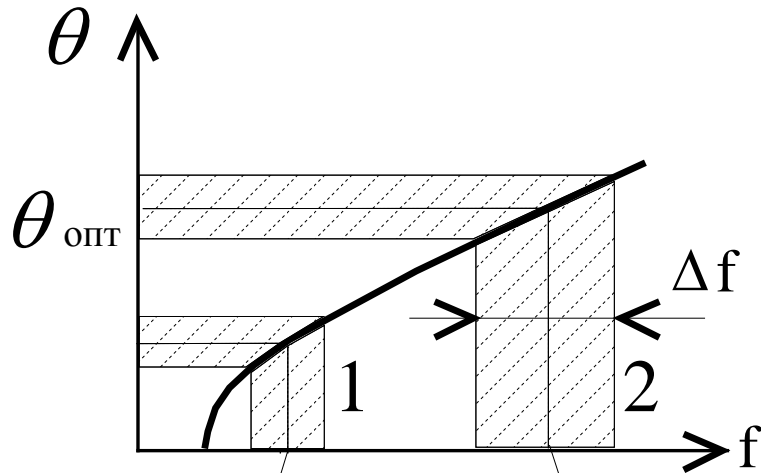
Пояснение к соотношению

$$V_{\phi p} = V_e = \frac{\omega d}{\pi + \theta + 2\pi r}$$



1. Сигнал передается от Вх. к Вых. по линии, образованной двумя связками.
2. Связки подключены к ламелям ЗС через одну (см. рис.).
3. На электроны действуют поля между ламелями, а не между связками.
4. При «перекрестном» подключении связок, если в данный момент поле между 1-й и 2-й ламелями направлено слева направо, то поле между 3-й и 2-й ламелями имеет противоположное направление.
5. Таким образом, из-за перекрестного подключения связок и с учетом того, что за время движения электронов от ячейки к ячейке ЗС происходит изменение фазы волны на величину θ , получаем, что изменение фазы поля, с которым взаимодействуют электроны, равно $\pi + \theta$.

Амплитрон (продолжение)



$$\gamma = \frac{N-1}{2}$$

$$\gamma = \frac{N-3}{2}$$

Синхронизм в амплитроне обеспечивается выбором анодного напряжения. Из-за замкнутости электронного потока работа амплитрона может быть осуществлена только при дискретных значениях угла пролета θ вокруг оси.

$$\tau_{onm} = \gamma T,$$

$\gamma=1,2,3,\dots$, а T – период колебаний

$$\tau_{onm} = \frac{2\pi r_a}{|V_{\phi(-1)}|} = \frac{N}{\omega} \cdot (\pi - \theta_{onm}),$$

Приравняв 2 выражения для τ_{opt} , из полученного соотношения получаем

$$\theta_{onm} = \pi \left(1 - \frac{2\gamma}{N}\right).$$

Учли здесь, что $2\pi r_a = Nd$

Амплитрон (продолжение)

Усиление возможно только в зонах вблизи дискретных значений $\theta_{\text{опт}}$.

γ	1	2	3	4	5	6	7	8
γ через N	(N-7)/2 4-я зона	(N-5)/2 3-я зона	(N-3)/2 2-я зона	(N-1)/2 1-я зона	(N+1)/2	(N+3)/2	(N+5)/2	(N+7)/2
$\theta_{\text{опт}}$	$\pi(1-2/9),$ $\pi \cdot 7/9$	$\pi(1-4/9),$ $\pi \cdot 5/9$	$\pi(1-6/9),$ $\pi \cdot 3/9$	$\pi(1-8/9),$ $\pi \cdot 1/9$	$\pi(1-10/9),$ $\pi \cdot (-1/9)$	$\pi(1-12/9),$ $\pi \cdot (-3/9)$	$\pi(1-14/9),$ $\pi \cdot (-5/9)$	$\pi(1-16/9),$ $\pi \cdot (-7/9)$

В амплитроне с 9-ю ячейками ЗС ($N=9$) при γ от 5 до 8 значения оптимального сдвига фазы по абсолютной величине равны соответствующим значениям сдвигов для γ от 1 до 4 и отличаются только знаком, что для усиления несущественно. **Существует всего $(N-1)/2$ зон.** В таблице красным выделена 1-я зона и указаны зоны усиления.

Амплитрон. Основные характеристики.

- Амплитроны - **мощные и эффективные приборы, подобные по этим показателям магнетронным генераторам.**
- В амплитронах так же, как и в магнетронах, **передается СВЧ колебаниям потенциальная энергия электронов.**
- Бичом амплитронов является самовозбуждение. Поэтому они **обеспечивают без самовозбуждения усиление, которое не превышает 10-15 дБ.**
- **Полоса усиливаемых частот** в амплитроне, как правило, **не больше 10-15%.**

Лекция 7. Релятивистская СВЧ электроника.

Закон сохранения энергии в нерелятивистской (слева) и в релятивистской (справа) форме.

$$eU = \frac{mV^2}{2}, \quad eU = mc^2 - m_0c^2.$$

m и m_0 – соответственно **релятивистская масса** и **масса покоя** электрона (масса электрона в системе координат, где частица неподвижна).

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}, \quad \beta = \frac{V}{c}, \quad \gamma = \left(\sqrt{1 - \beta^2}\right)^{-1},$$

$$m = m_0\gamma, \quad \gamma = \frac{eU}{m_0c^2} + 1, \quad m_0c^2 \approx 511\text{кэВ}$$

Релятивистская электроника (продолжение)

- На основе записанных соотношений можно получить **самое общее выражение для скорости электрона**, приобретенной под действием ускоряющего напряжения, в виде

$$V = \sqrt{\frac{2eU}{m_0}} \cdot \frac{\sqrt{1 + \frac{eU}{2m_0c^2}}}{1 + \frac{eU}{m_0c^2}}$$

Прослеживается переход к нерелятивистскому выражению для скорости.

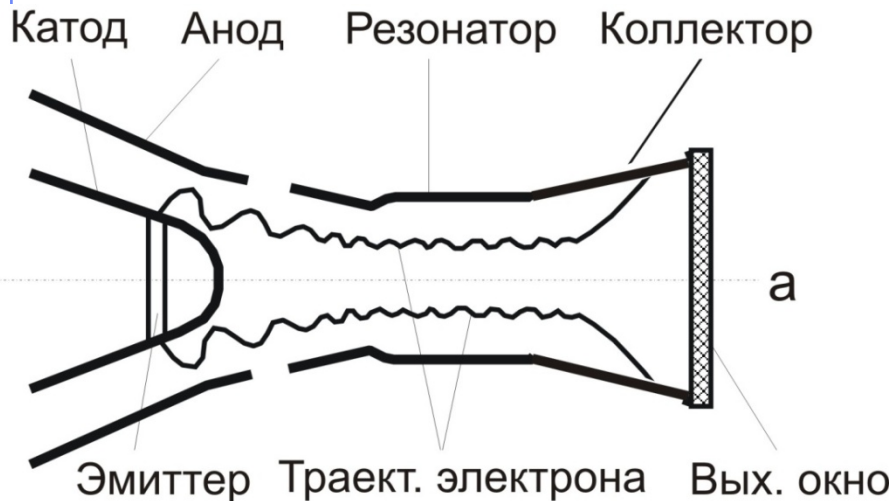
При $m_0c^2 \gg eU$

$$V = \sqrt{\frac{2eU}{m_0}}$$

- В релятивистской электронике могут быть существенны:
 - изменение массы со скоростью;
 - действие ВЧ магнитных полей (может быть сравнимо с действием ВЧ электрических полей);
 - действие собственных магнитных полей электронного потока;
 - проявление Допплеровского эффекта (при рассмотрении процессов в движущихся электронных потоках);
 - процессы, связанные с взрывной эмиссией.

Слаборелятивистский прибор - Гиротрон

Реализуется индуцированное циклотронное излучение на циклотронной частоте $\omega_{\text{ц}}$ или на ее гармониках, связанное с вращением электронов в магнитном поле. Электроны двигаются по винтовым траекториям.



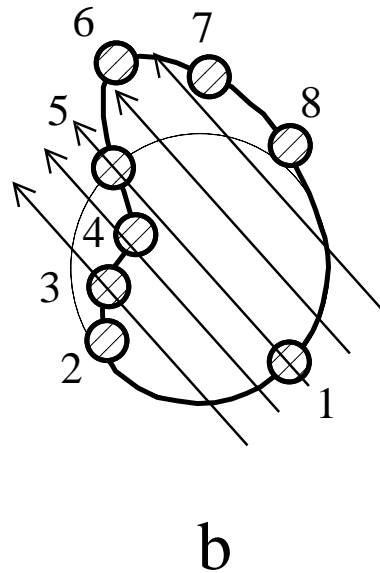
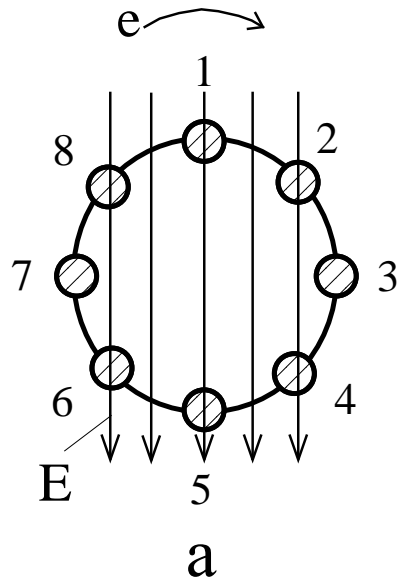
Принцип работы связан с основным релятивистским эффектом – зависимостью массы электронов от скорости.

$$\omega_{\text{ц}} = \frac{eB}{m} = \frac{eB}{m_0 \gamma} = \frac{eB \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}{m_0}$$

$$R = \frac{m V_{\perp}}{eB} = \frac{m_0 V_{\perp}}{eB} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{V}{c}\right)^2}}$$

С ростом скорости уменьшается циклотронная частота, но увеличивается радиус.

Гиротрон. Формирование и фазировка сгустков.



В резонаторе возбуждаются ТЕ моды колебаний. Электроны взаимодействуют с попутно вращающейся компонентой электрического поля.

При оптимальном выборе $\omega_{\text{ц}} < \omega$ для электронов 2, 3, 4 с уменьшающейся поперечной скоростью $\omega_{\text{ц}}$ увеличивается, но разность $\omega - \omega_{\text{ц}}$ остается больше нуля. Для электронов 6, 7, 8 с увеличивающейся поперечной скоростью $\omega_{\text{ц}}$ уменьшается, а разность

$\omega - \omega_{\text{ц}}$ увеличивается. В результате эти электроны перемещаются в сторону тормозящих фаз ВЧ поля. Т. о. сгусток формируется в области тормозящих фаз поля и происходит передача энергии от электронов полям резонатора.

Т. к. СВЧ полям резонатора передается энергия электронов, связанная с поперечным их движением относительно силовых линий магнитного поля, для получения большей выходной мощности должно быть велико отношение поперечной составляющей их скорости V_{\perp} к продольной V_{\parallel} (питч-фактор).

Гиротроны обычно работают при значениях питч-фактора ($V_{\perp} / V_{\parallel}$) 1.2-1.4.

Гиротрон. Продолжение.

- **«Накачка» поперечных скоростей** происходит на участке нарастания магнитного поля перед входом в резонатор (на участке перемагничивания). Величина питч-фактора определяется коэффициентом перемагничивания.
- Так как электроны в гиротронах передают СВЧ полю свою кинетическую энергию, исходно выбранное **соотношение между частотой поля и циклотронной меняется в резонаторе**. Поэтому, чтобы реализовать максимально эффективную передачу энергии от электронов ВЧ полю, **длина резонатора должна быть оптимизирована**.
- **Условия для возбуждения гиротрона на данной моде** создаются подбором оптимальных значений ускоряющего электроны напряжения U_0 , величины магнитного поля B_0 в резонаторе (задает циклотронную частоту) и коэффициента перемагничивания B_0/B_k (B_k – поле у катода), определяющего поперечную скорость электронов у входа в резонатор. При постоянных напряжении и коэффициенте перемагничивания **изменение величины B_0 ведет к переходу с одной моды генерации на другую**.
- Гиротроны миллиметрового диапазона обеспечивают в квазинепрерывном режиме мощности до 2 МВт. КПД таких гиротронов бывает порядка 20-40%. При введении рекуперации КПД достигает значений порядка 50-70%.

Гиротрон. Продолжение.

Гиротроны являются самыми эффективными из существующих мощными приборами миллиметрового и субмиллиметрового диапазона длин волн.

Достижимые мощности ограничиваются, в основном, возможностями вывода мощности из прибора, а также стойкостью к мощным излучениям резонатора и СВЧ трактов. В современных гиротронах мегаваттного уровня мощностей вынуждены использовать алмазные выходные окна, поскольку даже малые потери мощности в окнах другого типа приводят к их разрушению.

Ограничивающим фактором является также и необходимость рассеяния большой мощности на коллекторе.

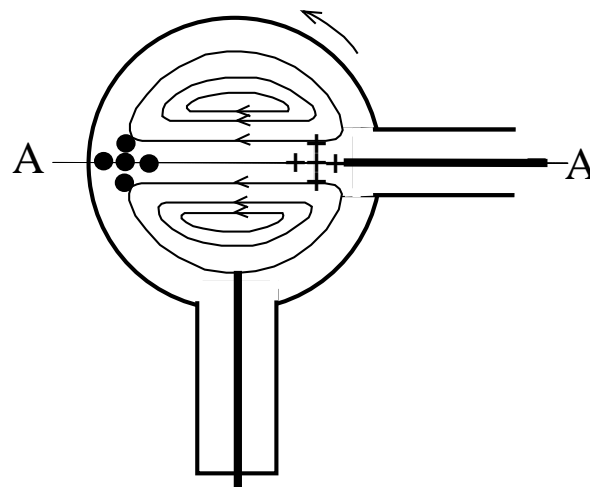
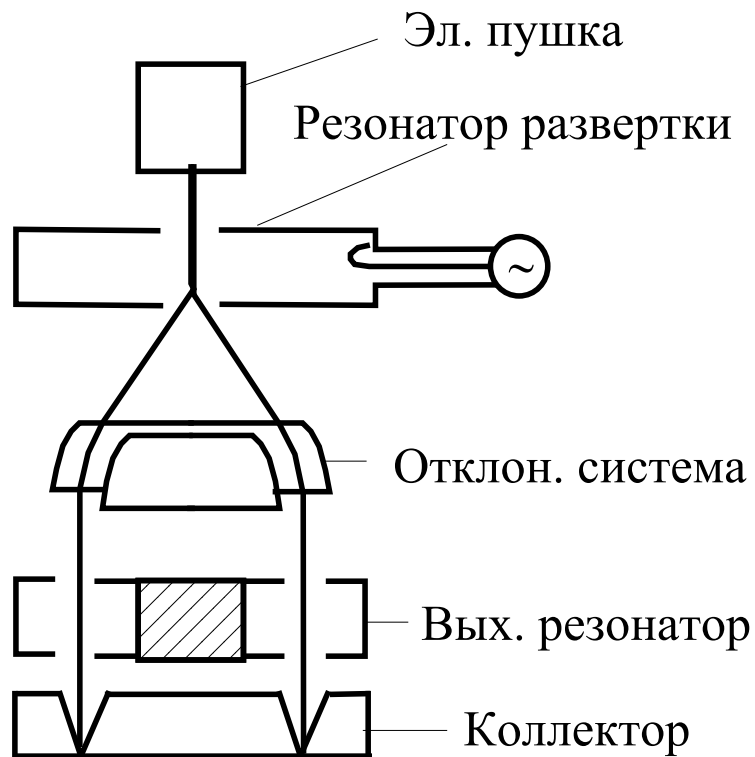
Один из важнейших недостатков приборов гиротронного типа – необходимость использования в них больших магнитных полей (например, порядка 3 Тл на длине волны 3,3 мм). При работе гиротронов в квазинепрерывном режиме такие поля удается создавать с помощью сверхпроводящих соленоидов, что существенно удорожает их эксплуатацию.

Гиротроны могут работать не только на циклотронной частоте, но и на ее гармониках $\omega = n\omega_{\text{ц}}$ ($n=1,2,3\dots$). При работе на гармониках удается в n раз снизить магнитное поле, однако, при этом падает эффективность приборов.

Гирокон

Оригинальный СВЧ прибор, в котором нет группировки электронов в сгустки. **Используется взаимодействие с волной вращающегося в азимутальном направлении электронного пучка.**

Магнитное поле в резонаторе развертки вращает и отклоняет электронный луч. Выходной резонатор – свернутый в кольцо волновод.

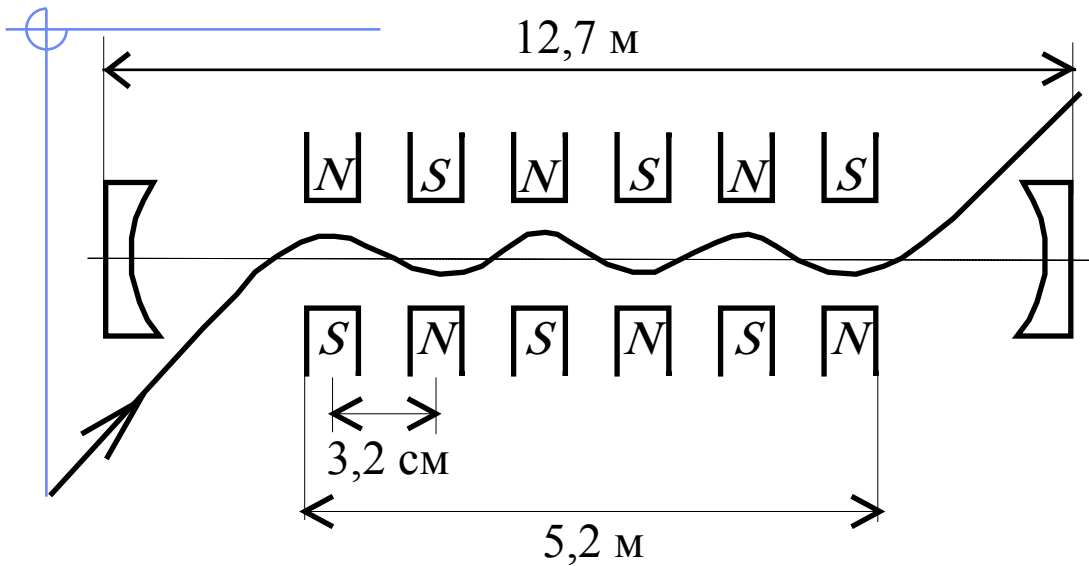


Гирокон. Продолжение.

- Вращающийся электронный пучок возбуждает в выходном резонаторе бегущую волну.
- Настройка выходного резонатора состоит в том, что длина его окружности подбирается равной длине волны на частоте входного сигнала.
- Гирокон – своеобразный усилитель (частота выходного сигнала задается частотой резонатора развертки).
- Принципиально релятивистский прибор. Используется **самосжатие пучка собственным магнитным полем, существенное при релятивистских скоростях электронов**. Обычно работают при энергиях электронов $0,5 \leq eU \leq 3,0$ МэВ.
- Созданные в Новосибирском ИЯФ гироконы на частоте 430 МГц и при ускоряющем электроны напряжении 2 МВ дают выходные мощности около 200 МВт. При этом их коэффициент усиления около 25 дБ, а КПД больше 80 %. Максимальные коэффициенты усиления в таких приборах достигают ориентировочно 40 дБ. Гироконы удается эксплуатировать в режиме длинных импульсов больше 10 мкс.

Лазер на свободных электронах.

10-50 МэВ, 1-2 кГц.



Электроны движутся в плоскости, перпендикулярной плоскости рисунка.

$$\beta_{\text{II}} = \frac{V_z}{c}, \quad k_o = \frac{2\pi}{L_o}.$$

Поле ондулятора воспринимается электронами как поперечная электромагнитная волна.

Период ондулятора L_o .

Эффективное взаимодействие электронов и волны при синхронном их движении вдоль оси Z , т.е. при выполнении равенства $|V_{\phi}| \equiv |V_z|$.

В движущейся системе координат с учетом преобразования Лоренца

$$L_o^I = \frac{L_o}{\gamma}, \quad \lambda_o^I = L_o^I, \quad \text{С другой стороны,} \quad \lambda_o^I = V_{\phi} \cdot T = V_{\phi} \cdot \frac{2\pi}{\omega_o^I},$$

$$k_o^I = \frac{2\pi}{L_o^I} = \frac{2\pi}{\lambda_o^I} = \frac{2\pi}{V_{\phi} T} = \frac{2\pi \omega_o^I}{2\pi V_{\phi}} = \frac{\omega_o^I}{V_z} \quad (1), \quad k_o^I = \frac{2\pi}{L_o^I} = \gamma \cdot \frac{2\pi}{L_o} = \gamma k_o \quad (2)$$

ЛСЭ (продолжение)

Приравняв (1) и (2), получаем: $\frac{\omega_o^I}{V_z} = \gamma k_o, \quad \omega_o^I = \gamma k_o V_z = \gamma k_o \beta_{II} C$

Волна испытывает томсоновское рассеяние на движущихся электронах в лабораторную систему координат. Характеристики рассеянного излучения (ω_s и k_s) связаны с характеристиками в движущейся системе координат преобразованием Лоренца

$$\omega_o^I = \gamma(\omega_s - \vec{k}_s \vec{V}).$$

Здесь $k_s = \omega_s / c$ - постоянная распространения рассеянной волны, движущейся со скоростью света, а V - скорость электронов. Если угол наблюдения θ (угол между k_s и V), то

$$\omega_o^I = \gamma \omega_s \left(1 - \frac{k_s V_z \cos \theta}{\omega_s}\right) = \gamma \omega_s \left(1 - \frac{k_s V_z \cos \theta}{k_s c}\right), \quad \text{так как } \omega_s = k_s c.$$

$$\omega_o^I = \gamma \omega_s (1 - \beta_{II} \cos \theta). \quad \text{При малом } \theta \quad \omega_o^I \approx \gamma \omega_s (1 - \beta_{II}).$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \beta_{II}^2}} = \gamma, \quad 1 - \beta_{II}^2 = \gamma^{-2}.$$

ЛСЭ (продолжение)

При $\beta_{II} \rightarrow 1$

$$1 - \beta_{II}^2 = (1 + \beta_{II}) \cdot (1 - \beta_{II}) \approx 2(1 - \beta_{II}) = \gamma^{-2}, \quad \text{т. к. } 1 + \beta_{II} \approx 2.$$

$$1 - \beta_{II} \approx \frac{1}{2} \gamma^{-2}.$$

Учтем, что $\omega_o^I = \gamma k_o \beta_{II} C$, а $k_o = \frac{2\pi}{L_o}$ и что $\lambda_s = \frac{2\pi C}{\omega_s}$.

$$\lambda_s \approx \frac{L_o}{2\gamma^2 \beta_{II}}, \quad \lambda_s \approx \frac{L_o}{2\gamma^2}.$$

Группировка происходит под действием магнитного поля B_s электромаг-

нитной волны. Сила Лоренца $e \cdot (\vec{V}_{\perp} \times \vec{B}_s)$ способна ускорить или

затормозить электроны в зависимости от ее направления по отношению к движущимся электронам. В результате формируется сгусток в области, где поперечное электрическое поле волны тормозит электроны.

ЛСЭ (продолжение)

В заключение можно назвать характеристики Стэнфордского ЛСЭ:
При $U = 43$ МэВ

- $\lambda_s = 3,4$ мкм (т.е. длина волны примерно на 4 порядка меньше периода ондулятора),
- КПД = 0,006 %,
- выходная мощность 7 кВт.

Подытоживая анализ характеристик ЛСЭ, подчеркнем, что получение сверхкоротких длин волн в нем связано с доплеровским преобразованием частоты на релятивистском электронном потоке.

Лекция 8. Волновые и колебательные явления в электронных потоках

Электронные потоки высокой плотности, как правило, неустойчивы. Из-за развития неустойчивостей в потоках возникают колебания и волны.

Существенным для работы СВЧ устройств должно быть взаимодействие волн и колебаний в электронных потоках с волнами в замедляющих системах и полями резонаторов.

Постараемся разобраться с важнейшими типами колебательных и волновых процессов и с условиями, в которых они развиваются, выявить пути управления этими процессами.

При развитии автоколебаний они проходят две стадии - линейную и нелинейную. На линейной стадии (пока амплитуды малы) система демонстрирует аддитивный (простая сумма) отклик на аддитивные воздействия. На нелинейной стадии (стадии больших амплитуд) система не аддитивна.

Основной способ выявления закономерностей и механизмов развития колебаний на линейной стадии - построение и решение дисперсионных уравнений.

Важнейшие и общие характеристики колебательных систем

Свободные одномерные колебания автономных линейных систем описываются уравнением вида

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

Здесь x - отклонение от положения равновесия, ω_0 – собственная резонансная частота системы, ξ - коэффициент затухания. В отсутствие потерь ($\xi = 0$) имеем дело с гармоническими колебаниями:

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

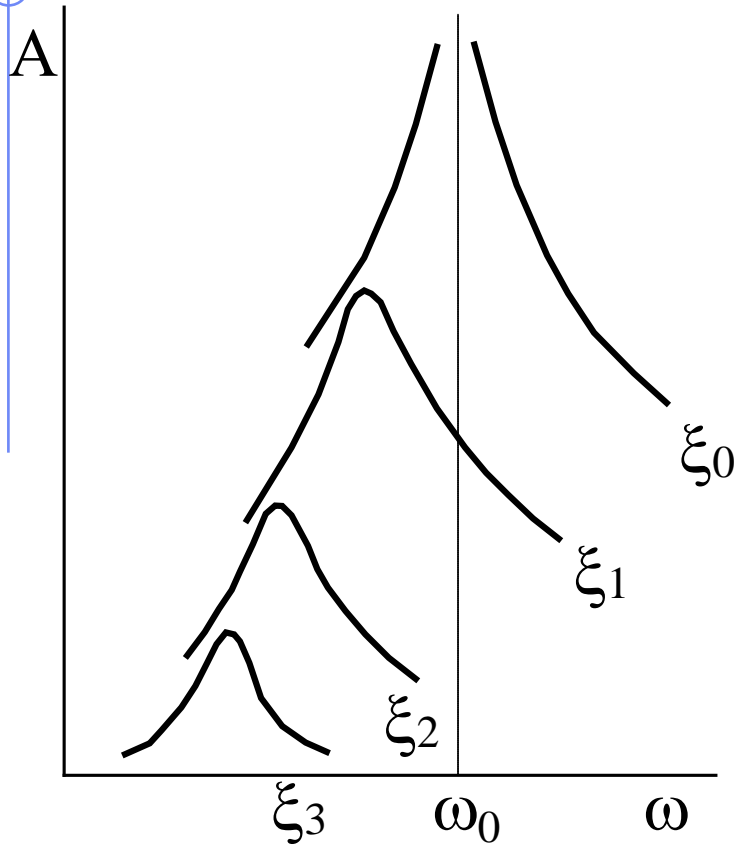
Добротность осциллятора определяется равенством

$$Q = \frac{\omega_0}{2\xi}$$

Колебания в неавтономном осцилляторе определяются не только его внутренними характеристиками, но и действием внешней вынуждающей силы

$$\ddot{x} + 2\xi\dot{x} + \omega_0^2 x = F_0 \cdot \cos \omega t$$

Характеристики колебательных систем (продолжение)



ω - частота изменения вынуждающей силы.

$$\xi_0 = 0 \text{ и } \xi_3 > \xi_2 > \xi_1 > 0$$

Условия получения максимальных амплитуд зависят не только от резонансной частоты системы, но и от потерь в ней.

В линейных режимах распределенная колебательная система, каковой является электронный поток, может быть рассмотрена, как сумма дискретных электронов в колебательных состояниях. Поэтому же в линейных режимах можно пользоваться гидродинамической моделью электронного потока, рассматривать его как заряженную жидкость, в которой колеблются макрообъемы.

Характеристики колебательных систем (продолжение)

Для характеристики волновых процессов используют понятия частоты, постоянной распространения, фазовой и групповой скорости, которыми мы уже неоднократно пользовались. Но есть еще одно понятие, которым мы практически не пользовались, но которое может быть полезным, в особенности, **при анализе коллективных процессов в движущихся средах**, каковыми являются электронные потоки. Это **понятие плотности энергии монохроматической волны (средняя за период энергия, излучаемая единицей объема)**.

Пусть W_k - **плотность энергии монохроматической волны с постоянной распространения k** . Можно записать

$$W_k = \omega_k \cdot N_k$$

Здесь N_k - величина, не зависящая от ω_k и определяемая количеством квантов частоты ω_k , испускаемых единицей объема в единицу времени.

Характеристики колебательных систем (продолжение)

Если волна распространяется в движущейся со скоростью \vec{V} среде и W_k есть плотность энергии в движущейся системе координат, то можно определить плотность энергии этой волны W_k^o в неподвижной (лабораторной) системе координат с учетом доплеровского преобразования частоты.

$$\omega_k^o = \omega_k + \vec{k} \cdot \vec{V}$$

Поэтому в неподвижной системе координат получим

$$W_k^o = \omega_k^o \cdot N_k = (\omega_k + \vec{k} \cdot \vec{V}) N_k$$

Из последнего соотношения следует кажущееся парадоксальным следствие - **возможность существования волн с отрицательной энергией.**

Характеристики колебательных систем (продолжение)

Представим себе, что мы имеем дело с плоской одномерной волной с постоянной распространения k_z и с частотой ω_k , распространяющейся вдоль оси Z в движущейся системе координат.

Если среда движется навстречу волне со скоростью $V = -V_o$, при переходе в неподвижную систему координат произойдет доплеровский сдвиг частоты

$$\omega_k^o = \omega_k - k \cdot V_o. \quad \text{Отсюда следует: } W_k^o = (\omega_k - k \cdot V_o) N_k$$

Если увеличивать по абсолютной величине скорость $|V_o|$, то в условиях,

когда $|V_o|$ достигнет фазовой скорости волны $V_\phi = \frac{\omega_k}{k}$, волна в

неподвижной системе координат остановится и ее частота ω_k^o , а следовательно и энергия, обратятся в нуль. **Если величина $|V_o|$ превысит V_ϕ , то энергия волны станет отрицательной. То, что энергия волны отрицательна, означает, что для ее возбуждения нужно не вводить энергию в среду, а отнимать энергию от среды.**

Метод дисперсионного уравнения

Дисперсионное уравнение **определяет связь частоты с постоянной распространения**. Решение этого уравнения позволяет выявить развитие неустойчивостей.

В нерелятивистском случае будем считать, что на движение электронов оказывает воздействие только ВЧ электрическое поле, а влияние ВЧ магнитного поля пренебрежимо мало. Будем пренебрегать вихревыми составляющими электрического поля, связанными с изменением во времени магнитного поля. Такое приближение приемлемо при рассмотрении процессов **в нерелятивистских потоках**.

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j}_{\text{полн}} = \vec{j} + \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon \varepsilon_0},$$

$$\operatorname{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0.$$

Распределение полей, связанных с токами и зарядами, однозначно определяется любой парой из приведенных трех уравнений.

Если электронный поток имеет бесконечную протяженность, в уравнении полного тока

$$\operatorname{rot} \vec{H} = 0.$$

Поэтому изменения конвекционного тока ($\vec{j} = \rho \vec{V}$) происхо-

дят за счет тока смещения и наоборот.

Метод дисперсионного уравнения (продолжение)

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{e}{m} \{ \vec{E} + \mu_o [\vec{V} \times \vec{H}] \} - \text{Уравнение движения.}$$

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \text{grad}) \vec{V}$$

Составление дисперсионного уравнения и его решение упрощается в случае малых переменных сигналов. Можно провести линеаризацию.

$$V = V_o + \tilde{V}; \quad \rho = \rho_o + \tilde{\rho}; \quad j = j_o + \tilde{j}; \quad E = E_o + \tilde{E}$$

Рассмотрим **однородный моноскоростной поток электронов, движущихся в направлении Z** . В таком потоке **отсутствует не только магнитное, но и статическое электрическое поле**. Статические величины не меняются в пространстве. Определим, что будет происходить в такой системе, если в качестве начального возмущения ввести малые переменные электрические поля. В общем случае

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \text{grad}) \vec{V} = \frac{e}{m} \vec{E}$$

Дисперсионное уравнение (продолжение)

Простейший вариант: бесконечно протяженный во всех направлениях однородный и моноскоростной электронный поток в отсутствие магнитного поля.

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \cdot \frac{\partial V}{\partial Z} = \frac{e}{m} E$$

Здесь учли, что **при одномерном движении вдоль оси Z** $grad \rightarrow \frac{\partial}{\partial Z}$

Подставим в уравнение движения все величины в виде сумм статических и переменных составляющих и получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(V_o + \tilde{V}) + (V_o + \tilde{V}) \cdot \frac{\partial}{\partial Z}(V_o + \tilde{V}) &= \frac{\partial V_o}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{V}}{\partial t} \\ + V_o \frac{\partial V_o}{\partial Z} + \tilde{V} \frac{\partial V_o}{\partial Z} + V_o \frac{\partial \tilde{V}}{\partial Z} + \tilde{V} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial Z} &= \frac{e}{m} E = \frac{e}{m} \tilde{E} \end{aligned}$$

Линеаризированное уравнение движения

$$\frac{\partial \tilde{V}}{\partial t} + V_o \frac{\partial \tilde{V}}{\partial Z} = \frac{e}{m} \tilde{E}$$

Дисперсионное уравнение (продолжение)

Для определения переменной составляющей электрического поля в уравнении движения воспользуемся уравнениями непрерывности и полного тока.

Из уравнения непрерывности, учитывая, что в одномерном случае

$$\mathit{div} \rightarrow \frac{\partial}{\partial Z}, \text{ получаем } \frac{\partial}{\partial Z}(j_o + \tilde{j}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\rho_o + \tilde{\rho})$$

Линеанизированное уравнение непрерывности $\frac{\partial \tilde{j}}{\partial Z} = -\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t}$

Вспомним, что $j_o + \tilde{j} = (\rho_o + \tilde{\rho}) \cdot (V_o + \tilde{V})$

Отсюда $\tilde{j} = \tilde{\rho} V_o + \rho_o \tilde{V}$

Дисперсионное уравнение (продолжение)

Используя записанные линеаризованные уравнения, получаем уравнение

связывающее \tilde{j} и \tilde{E} :

$$\frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial t^2} + 2V_0 \cdot \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial Z \partial t} + V_0^2 \cdot \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial Z^2} = \frac{e}{m} \rho_0 \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t}$$

В одномерном случае для бесконечно протяженного электронного потока уравнение полного тока имеет вид

$$j_{\text{п о лн}} = j + \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = 0$$

Проводим линеаризацию и получаем линеаризованное уравнение полного тока (ЛУПТ).

$$\tilde{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} = 0$$

Дисперсионное уравнение (продолжение)

Подставив выражение для $\frac{\partial \tilde{E}}{\partial t}$ из **ЛУПТ** в записанное ранее уравнение, связывающее переменные значения плотности тока и поля, получаем уравнение для определения изменений во времени и вдоль оси Z переменной составляющей плотности тока:

$$\frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial t^2} + 2V_o \cdot \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial Z \partial t} + V_o^2 \cdot \frac{\partial^2 \tilde{j}}{\partial Z^2} + \frac{e\rho_o}{m\varepsilon_o} \tilde{j} = 0$$

Решение ищем в форме плоской волны $\tilde{j} = A \cdot e^{j(\omega t + kZ)}$.

В результате подстановки **получаем искомую связь между частотой и постоянной распространения (дисперсионное уравнение):**

$$-\omega^2 + 2V_o\omega k - V_o^2 k^2 + \frac{e\rho_o}{m\varepsilon_o} = 0$$

Дисперсионное уравнение (продолжение)

Из дисперсионного уравнения получаем

$$k_{1,2} = \frac{\omega}{V_o} \pm \frac{\omega_{ПЛ}}{V_o} \cdot \frac{e\rho_o}{m\varepsilon_o} = \omega_{ПЛ}^2 - \text{квадрат плазменной частоты.}$$

В рассматриваемой однородной системе нет мнимых решений для ω и k . Поэтому волны пространственного заряда с постоянными распространения $k_{1,2}$, будучи однажды возбужденными, не меняют свою амплитуду.

Все переменные величины (скорости, плотности пространственного заряда и плотности тока) описываются двумя волнами пространственного заряда с фазовыми скоростями

$$V_{\phi 1,2} = \frac{\omega}{k_{1,2}} = \frac{V_o}{1 \pm \frac{\omega_{ПЛ}}{\omega}}$$

Дисперсионное уравнение (продолжение)

Возбуждение волн может быть произведено, например, как в клистроне. Для этого мы должны произвести на входе в поток модуляцию электронов по скорости. На входе

$$\tilde{V} = \tilde{V}_m \cdot e^{j\omega t}, \quad \tilde{j} = 0$$

Две волны пространственного заряда от входа начинают движение "вниз по потоку" в фазе, но из-за накопления сдвига фаз (из-за разных фазовых скоростей у быстрой и медленной волн пространственного заряда) **устанавливается стоячая волна с периодичностью**

$$\lambda_{\text{ПЛ}} = \frac{2\pi V_o}{\omega_{\text{ПЛ}}}$$

Дисперсионное уравнение (продолжение)

Из теор. анализа (В.Н. Шевчик и др.) следует, что для быстрой волны максимум плотности переменной составляющей пространственного заряда находится в фазе с максимумом переменной скорости. Для медленной волны максимум плотности совпадает с минимумом скорости (эти две величины меняются в противофазе).

Таким образом, при возбуждении быстрой волны в ней преобладают ускоренные электроны, а при возбуждении медленной – замедленные. Т.е. **энергия, переносимая пучком с быстрой волной, больше, чем без волны, а энергия, переносимая пучком с медленной волной, меньше, чем без волны. Т.о., быстрая волна пространственного заряда - волна с положительной энергией, а медленная волна - волна с отрицательной энергией.**

Волны пространственного заряда в ограниченных по поперечному размеру электронных потоках.

При движении сгустков внутри металлического канала в стенках канала наводятся заряды противоположного знака, что ведет к ослаблению суммарного поля пространственного заряда. Ослабление тем сильнее, чем ближе к потоку электронов проводящая стенка.

Фазовые скорости волн пространственного заряда, которые могут быть возбуждены в таких условиях, описываются выражением

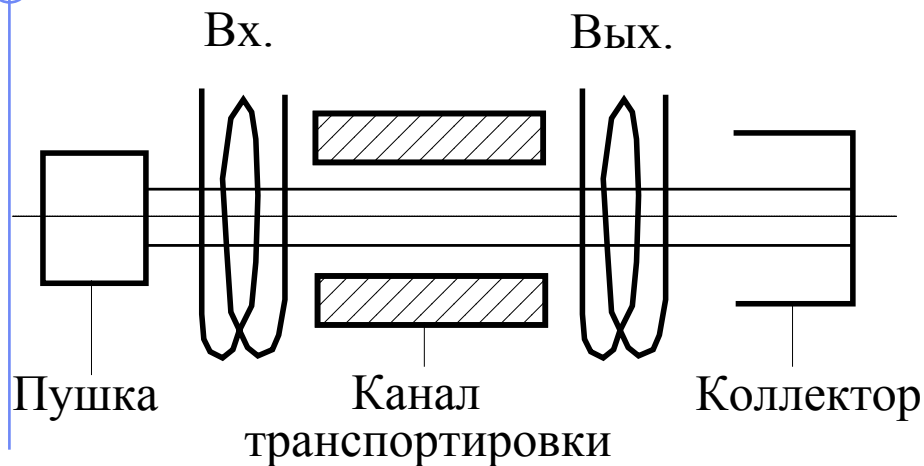
$$V_{\phi 1,2} = \frac{V_0}{1 \pm \frac{\omega_{\varepsilon}}{\omega}}$$

Здесь вместо плазменной частоты входит эффективная (или редуцированная) плазменная частота ω_{ε} , определяемая соотношением

$$\omega_{\varepsilon} = S \cdot \omega_{\text{ПЛ}}, \text{ где коэффициент редукции } S \text{ имеет величину меньше 1.}$$

Поле ограниченного по сечению пучка неоднородно в поперечном направлении. Поэтому волновые процессы в нем не могут быть описаны только парой волн пространственного заряда. Волновой процесс описывается бесконечным набором пар волн пространственного заряда (быстрых и медленных) с разным распределением полей в поперечном направлении и с разными эффективными частотами. Эти волны распространяются с разными фазовыми скоростями.

Лекция 9. Нарастание волн пространственного заряда. Резистивный усилитель.



Пример системы с нарастающими волнами - резистивный усилитель. **Потери в поглотителе** на поверхности канала ведут к тому, что **быстрая волна пространственного заряда затухает, а медленная нарастает** при ее распространении в сторону коллектора. Усиление в описанной системе достигает 15 дБ.

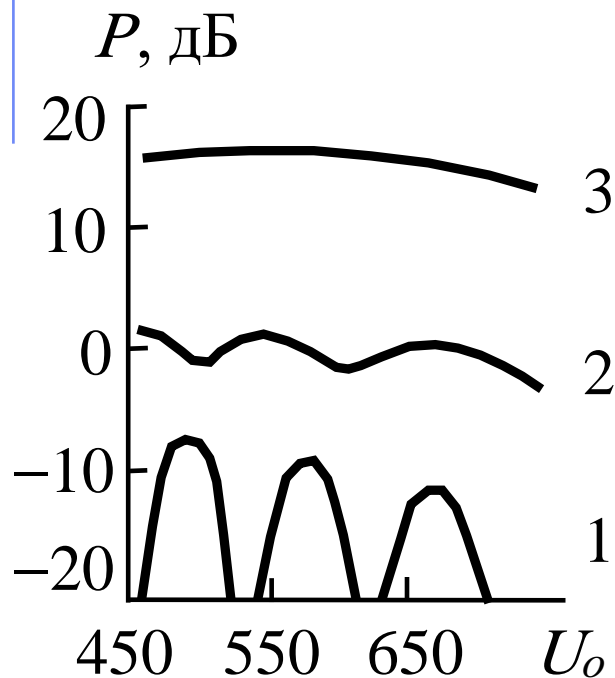
В отсутствие потерь обе волны пространственного заряда при своем движении от первой спирали не должны существенно менять амплитуду. Так как быстрая и медленная волны имеют разные фазовые скорости, в электронном пучке устанавливается стоячая картина суммы полей этих волн с расстоянием между соседними максимумами поля, примерно равным плазменной длине волны $\lambda_{пл}$

$$\lambda_{пл} = \frac{2\pi V_o}{\omega_{пл}}, \quad \omega_{пл} = \sqrt{\frac{e^2 n}{m\epsilon_o}}$$

Расстояние между максимумами и минимумами должно меняться с изменением напряжения и тока эмиссии.

Резистивный усилитель (продолжение).

Сигнал выходной спирали, пропорциональный ВЧ мощности в пучке (а следовательно квадрату переменной составляющей плотности тока), должен немонотонно меняться с изменением как тока пучка, так и ускоряющего электроны напряжения. Именно это наблюдается в эксперименте.



Приведены зависимости мощности выходной спирали от ускоряющего электроны напряжения. **Характеристика 1 получена в системе без поглотителя, а характеристики 2,3 в системе с поглотителем.** Зависимость 2 получена с меньшим, чем характеристика 3, током пучка. Заметное усиление достигнуто только при достаточно большом электронном токе.

Эти усилители не нашли применения, так как не обеспечивают ни больших выходных мощностей, ни высоких КПД. Основные трудности связаны с большими потерями мощности, с трудностями отвода тепла.

Наращение волн пространственного заряда в немоноскоростных электронных потоках.

Проанализируем процессы, связанные с существованием и взаимодействием электронных потоков с разными скоростями.

Исходный **электронный поток имеет бесконечную протяженность во всех направлениях и однороден по плотности. Все электроны движутся в одном направлении.** Наряду с непрерывным распределением электронов по скоростям $f_o(V_o)$, в потоке имеется m потоков с дискретными скоростями V_{ov} ($v=1,2,3\dots$).

На основе совместного решения системы уравнений непрерывности, уравнения Пуассона и уравнения движения получено **дисперсионное уравнение**

$$\sum_{v=1}^m \frac{\omega_{плv}^2}{(\omega - kV_{ov})^2} + \frac{e^2}{\epsilon_o m} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_o(V_o)}{(\omega - kV_{ov})^2} dV_o = 1$$

Здесь $f_o(V_o)dV_o$ - количество электронов со скоростями в интервале от V_o до $V_o + dV_o$, а $\omega_{плv}$ - плазменная частота v -го потока электронов.

Процессы в немоноскоростных электронных потоках (продолжение).

Дисперсионное уравнение упрощается в случае, когда нет непрерывного распределения по скоростям

$$\sum_{\nu=1}^m \frac{\omega_{nl\nu}^2}{(\omega - kV_{o\nu})^2} = 1$$

Самый простой вариант - взаимодействие двух потоков с дискретными скоростями. Дисперсионное уравнение в этом случае имеет в левой части только два слагаемых.

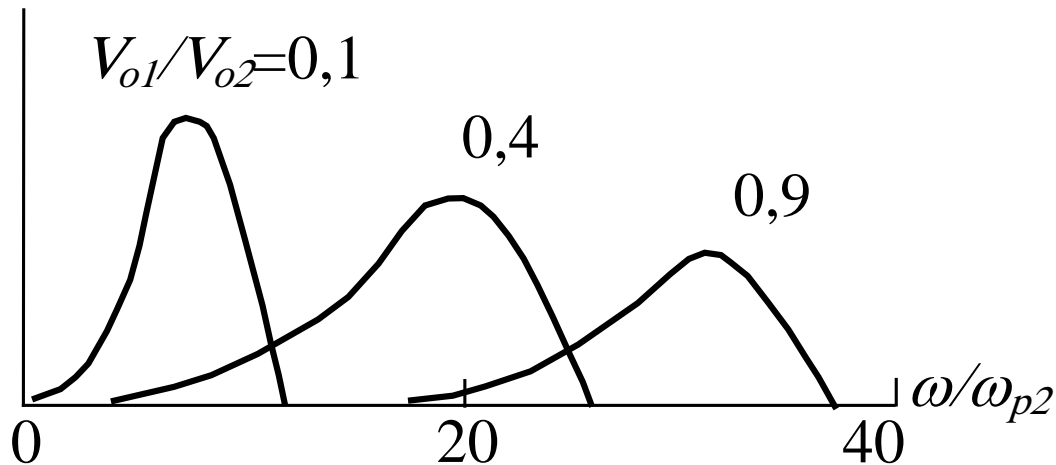
$$\frac{\omega_{nl1}^2}{(\omega - kV_{o1})^2} + \frac{\omega_{nl2}^2}{(\omega - kV_{o2})^2} = 1$$

В широком интервале параметров при действительных частотах ω получаются мнимые значения постоянной распространения k . Это означает, что вдоль потока должно происходить увеличение амплитуды волн.

Двухпоточковая неустойчивость.

Типичные зависимости инкремента нарастания (мнимой части постоянной распространения $Im k$) от величины отношения V_{o1}/V_{o2} , рассчитанные для двух потоков одинаковой плотности, приведены на рисунке.

$$Im k \cdot V_{o2} / \omega_{p2}$$



$$\left(\frac{\omega_{nl1}}{\omega_{nl2}} \right)^2 = 1$$

Подобные изменения претерпевает инкремент нарастания и при значениях

$$\left(\frac{\omega_{nl1}}{\omega_{nl2}} \right)^2 = 10 \quad , \quad \text{а также} \quad \left(\frac{\omega_{nl1}}{\omega_{nl2}} \right)^2 = 10^{-3}$$

Двухпотоковая неустойчивость (продолжение).

В электронном потоке с меньшей скоростью электронов $V_{o1} < V_{o2}$ быстрая волна распространяется со скоростью

$$V_{o1} = \frac{V_{o1}}{1 - \frac{\omega_{nl1}}{\omega}}$$

Во втором луче с большей скоростью медленная волна распространяется со скоростью

$$V_{m2} = \frac{V_{o2}}{1 + \frac{\omega_{nl2}}{\omega}}$$

Если эти скорости равны, **происходит синхронное взаимодействие волн с отрицательной и с положительной энергией. В результате нарастают обе волны.**

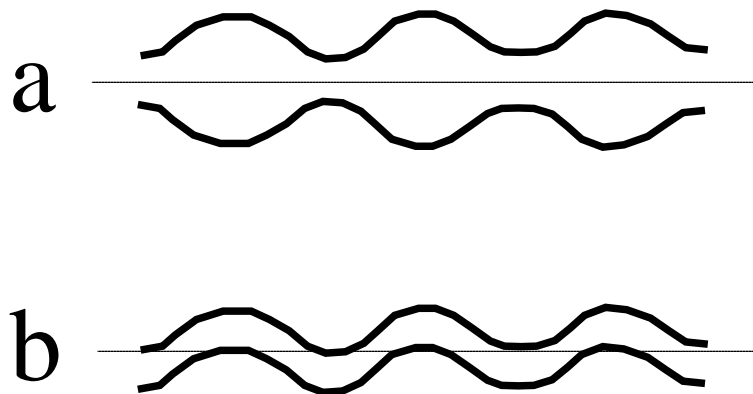
$$\frac{V_{o1}}{1 - \frac{\omega_{nl1}}{\omega}} \approx \frac{V_{o2}}{1 + \frac{\omega_{nl2}}{\omega}}$$

Последнее соотношение позволяет понять изменения положения максимумов инкремента нарастания, происходящие с изменением соотношения скоростей потоков.

Двухпоточковая неустойчивость (продолжение).

- Казалось, что описанный способ усиления может представлять интерес при создании источников миллиметровых излучений, поскольку не требует использования прецизионно изготовленных мелкоструктурных замедляющих систем. Однако реализация на таком принципе генераторов или усилителей миллиметрового диапазона затруднено. **С увеличением частоты становятся очень жесткими и в миллиметровом диапазоне уже практически невыполнимыми требования по обеспечению достаточно малого разброса скоростей электронов** (при неизменной плазменной частоте (плотности потоков) с ростом частоты все меньше становится разница скоростей быстрой и медленной волн пространственного заряда).
- **Неустойчивости развиваются в многоскоростных потоках только в случае, когда в распределении электронов по скоростям имеется два и более дискретных максимумов.** В потоке же с колоколообразным (например, Максвелловским) распределением по скоростям неустойчивость не развивается.
- **Возможно усиление волн и во встречных потоках.** В этом случае максимальное усиление, независимо от соотношения скоростей, достигается при $\omega \approx \omega_{пл1} \approx \omega_{пл2}$.

Нарастание волн пространственного заряда в неоднородных электронных потоках.



Типичные неоднородности, возникающие, например, при использовании магнитно-периодических систем удержания (рис. а) или под действием неоднородностей электрического поля замедляющей системы (рис. b). Такого типа неоднородности могут возникать, например, напротив изрезанной поверхности замедляющей системы.

Волны пространственного заряда в неоднородных потоках описываются совокупностью пространственных гармоник. На каждой гармонике существует пара волн пространственного заряда – быстрая и медленная. Разные пространственные гармоники имеют разную скорость.

Причиной нарастания волн пространственного заряда в неоднородных потоках является “связывание” медленной волны быстрой пространственной гармоники с быстрой волной медленной пространственной гармоники.

Циклотронные волны

В проведенных ранее рассмотрении не учитывалось действие магнитных полей. Оно **может быть существенно, если есть поперечное магнитному полю движение электронов.**

Действие магнитного поля конечной величины определяет существование волн поперечных скоростей, которые принято называть циклотронными. **Рассмотрим случай, когда на движение электронов действует только магнитная лоренцева сила и нет электрических сил.** Уравнение движения в векторной форме имеет вид

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \text{grad})\vec{V} = -\frac{e}{m} \cdot [\vec{V} \times \vec{B}]$$

Чтобы определить связь постоянной распространения с частотой (построить дисперсионное уравнение), в данном случае **достаточно ограничиться решением уравнения движения, так как силовое поле однозначно задано.**

Предположим, что постоянная составляющая скорости V_0 направлена вдоль магнитного поля (вдоль оси Z) и **рассмотрим изменения переменных составляющих только поперечных скоростей V_x и V_y .**

Циклотронные волны (продолжение).

Линеаризованные уравнения движения для поперечных составляющих скорости

$$\frac{\partial \tilde{V}_x}{\partial t} + V_o \cdot \frac{\partial \tilde{V}_x}{\partial z} = -\frac{e}{m} \cdot \tilde{V}_y B,$$

$$\frac{\partial \tilde{V}_y}{\partial t} + V_o \cdot \frac{\partial \tilde{V}_y}{\partial z} = -\frac{e}{m} \cdot \tilde{V}_x B$$

Решая нерелятивистскую задачу, мы не учитываем действия переменных составляющих магнитного поля и в правой части равенств стоит статическая величина магнитного поля.

Ищем решение уравнений в виде плоских волн, учитывая линейную связь составляющих скорости при круговом вращении электронов

$$\tilde{V}_x = A_o \cdot e^{j(\omega t + kz)}, \quad \tilde{V}_y = A \cdot \tilde{V}_x$$

Подставив выражения для составляющих скорости в уравнения движения и решив совместно эту систему уравнений, получаем дисперсионное уравнение

$$j\omega - V_o k = \mp j\omega_c$$

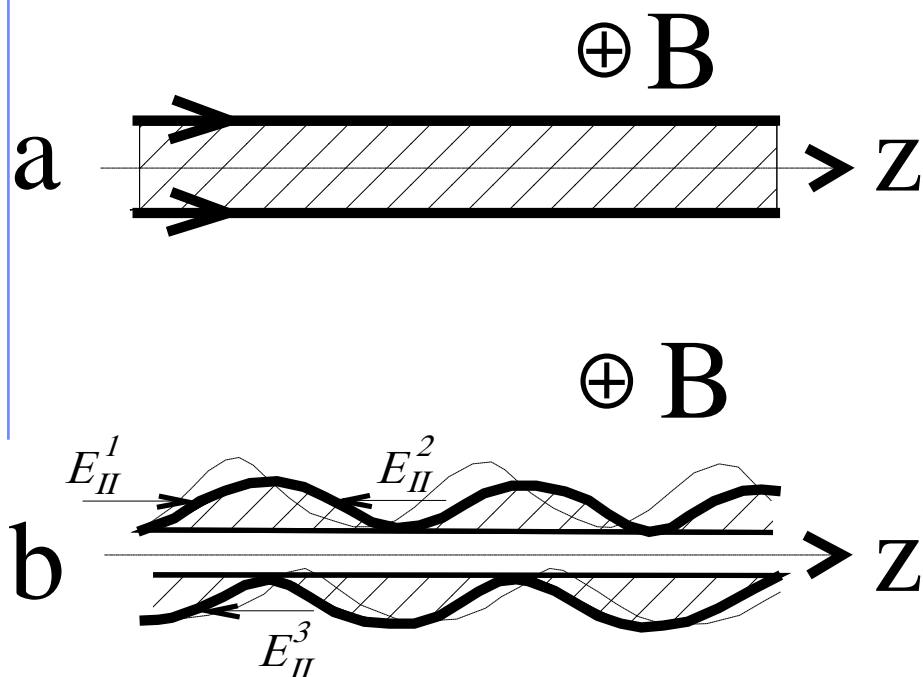
Циклотронные волны (продолжение).

Из решения дисперсионного уравнения следует

$$V_{\phi 1,2} = \frac{\omega}{k} = \frac{V_o}{1 \pm \frac{\omega_c}{\omega}}$$

Существует две циклотронные волны: быстрая (– в знаменателе) и медленная (+ в знаменателе). **Медленная циклотронная волна - волна с отрицательной энергией**, т.е. она нарастает если от нее отбирается энергия. **Быстрая циклотронная волна - волна с положительной энергией**, а значит нарастает только в том случае, когда в нее вкладывается энергия.

Неустойчивость электронных потоков в скрещенных полях.



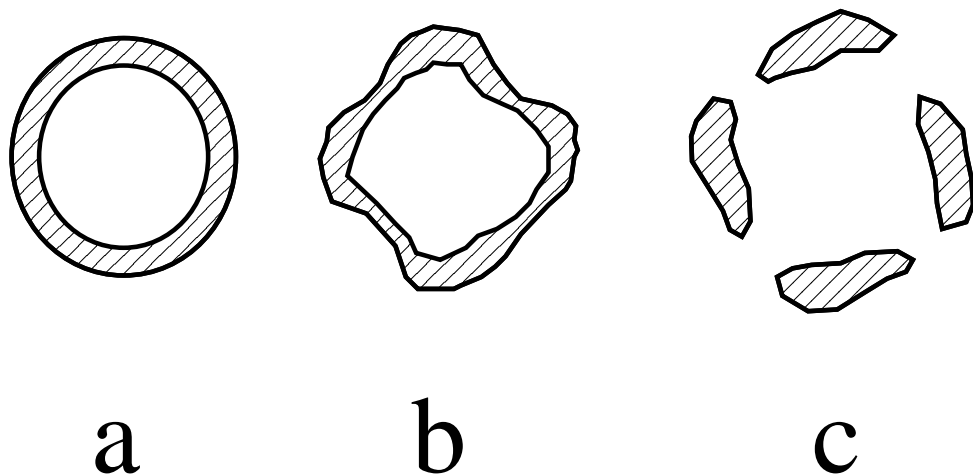
Из-за полей пространственного заряда разные слои электронов движутся с разными скоростями. С наименьшей скоростью движется нижняя граница, а с наибольшей - верхняя.

В результате деформации пучка, наряду с электрическими полями, перпендикулярными оси пучка, **появляются электрические поля вдоль оси**, связанные с полем пространственного заряда заштрихованных на рисунке областей.

Электроны на границе пучка будут смещаться в поперечном направлении под действием скрещенных полей. В результате происходит утолщение одних участков пучка и утоньшение других. Деформация нарастает во времени и заканчивается разрушением пучка. **Описанная неустойчивость получила название диокотронной.**

Неустойчивость электронных потоков в скрещенных полях.

Развитие диокотронной неустойчивости возможно не только в “плоских” электронных пучках, но также и в пучках кольцевого сечения. **Развитие такой неустойчивости ведет к разрушению электронных пучков, удерживаемых магнитными полями.**



Похожа по своей природе на описанную так называемая *slipping* неустойчивость электронного облака в магнетронных приборах с катодом в пространстве взаимодействия. Основное отличие здесь состоит в том, что деформируется в данном случае только удаленная от катода граница.

Лекция 10. Классификация неустойчивостей

Неустойчивость электронного потока, в которой возмущение нарастает в области между электронной пушкой и коллектором, принято называть **сносовой или конвективной**. Типичный пример – двухпоточковая неустойчивость.

Неустойчивость, в которой возмущение нарастает во всей области существования электронного потока одновременно, не покидая ее, принято называть **истинной или абсолютной**. Пример неустойчивости такого типа - слиппинг-неустойчивость в пространственном заряде цилиндрического магнетронного диода.

Основное отличие абсолютных и конвективных видов неустойчивостей - разное возможное время их развития.

Фактор времени играет важную роль в развитии неустойчивостей. С учетом времени нарастания развитие колебаний становится более вероятным для долгоживущих электронов во всякого рода ловушках.

Мы встретимся еще с примерами коллективных процессов в ловушках при рассмотрении методов формирования электронных потоков для СВЧ устройств.

Объяснение работы СВЧ устройств с использованием концепции волн пространственного заряда.

Если мы осуществим **синхронное взаимодействие быстрой волны в ЗС с медленной попутной волной пространственного заряда** (волной с отрицательной энергией), то будут нарастать обе волны и мы реализуем устройство, которое мы раньше называли лампой бегущей волны (**ЛБВ**). При синхронизме

$$V_{\phi ЗС} = V_{\phi м} = \frac{V_o}{1 + \frac{\omega_{\text{Э}}}{\omega}}$$

Отсюда мы можем определить скорость электронов, при которой взаимодействие волны в ЗС и медленной волны пространственного заряда будет наиболее эффективно. Эта скорость равна

$$V_o = \left(1 + \frac{\omega_{\text{Э}}}{\omega}\right) V_{\phi ЗС}$$

Таким образом, используя концепцию волн пространственного заряда, мы сумели объяснить **оптимальное превышение скорости электронов над фазовой скоростью волны в замедляющей системе.**

Некоторые особенности нелинейных колебательных и волновых процессов.

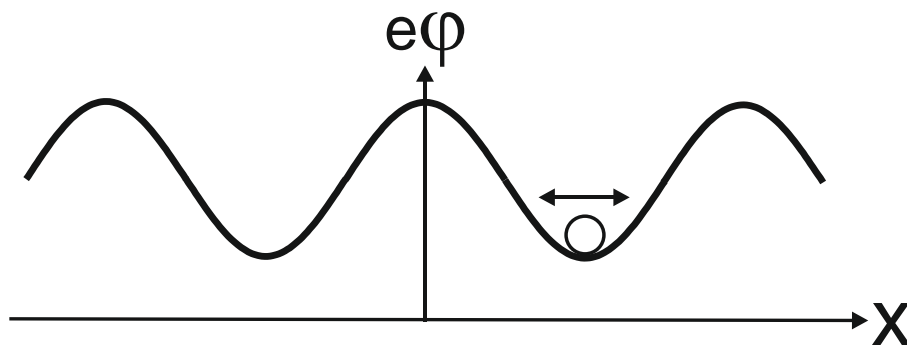
Вспомним, что линейные колебания автономной одномерной системы без потерь описываются уравнением

$$\ddot{X} + \omega_o^2 X = 0$$

Это простейшее уравнение преобразуется к виду, характерному для нелинейных колебаний, если второй член в левой части равенства - нелинейная функция $f(x)$.

$$\ddot{X} + f(X) = 0$$

Простейший пример нелинейных колебаний - колебания электрона с большой амплитудой в периодическом поле типа показанного на рисунке. Такая ситуация реализуется в поле бегущей волны, которая может возникнуть, например, в ЛБВ или ЛОВ.



Нелинейные колебательные и волновые процессы (продолжение).

В системе координат, движущейся с волной, изменение потенциальной энергии электрона описывается уравнением $e\varphi = e\varphi_0 \cdot \cos kx$

Уравнение движения электрона может быть записано в виде

$$\ddot{x} + e\varphi_0 \cdot k \sin kx = 0$$

В данном случае проявляется **одно из свойств нелинейных систем - их неизохронность.**

Другой отличительной чертой нелинейных колебаний является их негармоничность.

Пусть мы имеем дело с электронным пучком, распространяющимся вдоль оси X , т.е. движение электронов одномерно. Введем начальную малую по

амплитуде модуляцию скорости электронов $u = a \cdot \sin kx$

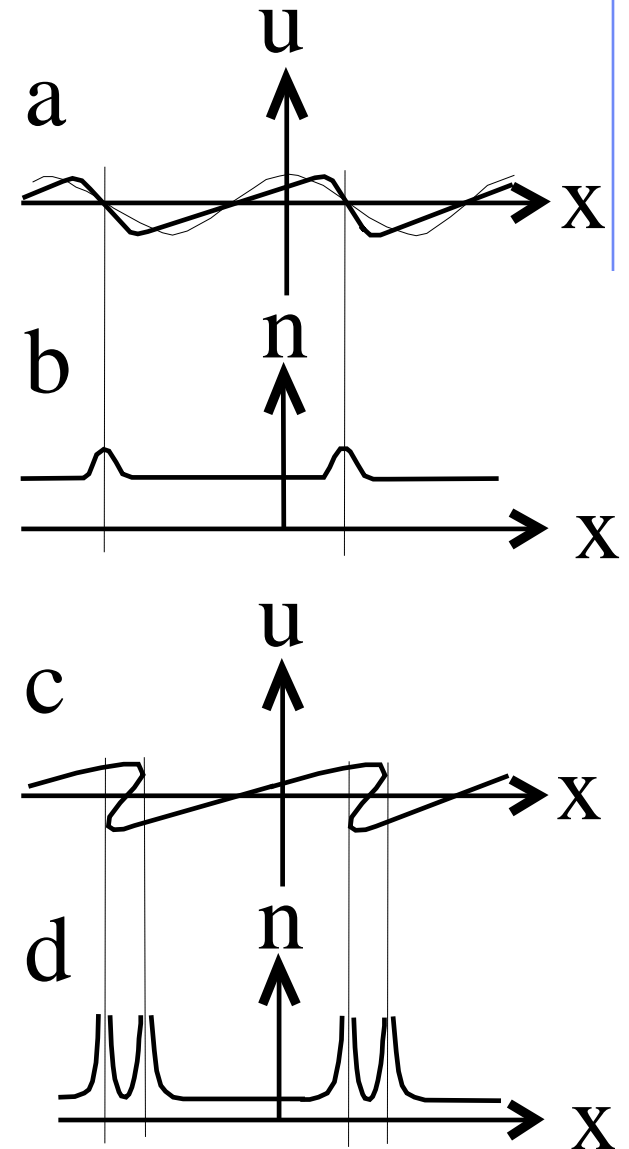
Теперь полная скорость электронов V равна сумме $V = V_0 + u$, где V_0 - начальная их скорость. Введение этого возмущения приводит к тому, что в пучке начнется группировка электронов.

Нелинейные колебательные и волновые процессы (продолжение).

Движение электронов в системе координат, перемещающейся со скоростью V_0 , обусловлено только начальным возмущением и уравнение движения можно записать в форме

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = 0$$

Рассмотрим эволюцию электронного потока на фазовой плоскости X, U в отсутствие дисперсии. Сначала изменение U по X описывается синусоидой, но затем изменение скоростей становится негармоническим и формируются сгустки пространственного заряда вблизи точек, где величина $U=0$. Далее появляются точки, где производная $\partial u / \partial x$ и концентрация электронов стремятся к бесконечности. Затем происходит опрокидывание волны и сингулярные максимумы расходятся.



Нелинейные колебательные и волновые процессы (продолжение).

Главный вывод: распределение скоростей и плотности пространственного заряда в пучке описываются гармоническими функциями при малых амплитудах колебаний и становится существенно негармоническим при больших амплитудах.

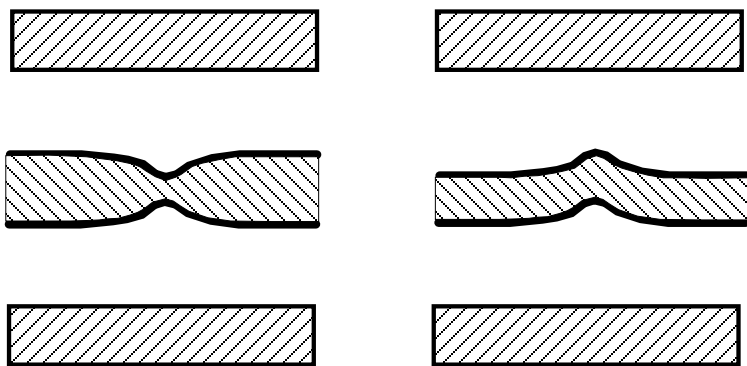
Условия оптимальной группировки реализуются перед началом опрокидывания волн (при приближении $\partial u / \partial x$ к бесконечности) .

Учет дисперсии. Солитоны.

В среде с дисперсией можно замедлить или даже устранить “опрокидывание волн”. К этому может привести “разбегание” гармоник, движущихся с разными фазовыми скоростями. К замедлению развития нелинейных процессов могут привести и потери, также не учтенные в анализе.

Интересный **нелинейный эффект, наблюдающийся в средах с дисперсией, - формирование уединенных стационарных волн - солитонов.**

Солитоны впервые наблюдались, как одиночный выступ (уединенная волна), бегущий без изменений по поверхности мелкой воды. Солитон не меняется, так как образуется в результате уравнивания нелинейности и дисперсии. На рисунке показаны примеры солитонов в электронных потоках.



Солитоны проявляют свойств частицы и волны. Взаимодействие солитонов подобно взаимодействию частиц. Если скорости солитонов близки по величине, в результате их взаимодействия быстрый солитон ускоряется, а медленный замедляется

Лекция 11. Электронные потоки для СВЧ устройств.

- Определить необходимые токи **электронных потоков** I_n можно, зная ускоряющее электроны напряжение U_0 , выходную мощность прибора P_0 и достижимый его коэффициент полезного действия η . Мощность P_n , переносимая в пучке определяется выражением:

$$P_n \sim \frac{P_0}{\eta} = \frac{U_0 \cdot I_n}{\eta}$$

- Для коротковолновых приборов **используются электронные пучки малого сечения**. Например, в приборах сантиметрового диапазона длин волн площадь сечения электронного пучка порядка $S_n = 10^{-1}$ см² или даже меньше.

Плотность тока в пучке j_n должна быть порядка или более 100 А/см².

Необходима компрессия.

- **Высокие требования предъявляются к однородности электронных потоков**. Поэтому катоды электронных пушек, используемых при построении СВЧ устройств, **как правило, работают в режиме ограничения тока пространственным зарядом**. Одно из исключений - катоды гиротронных пушек. Их приходится эксплуатировать в режиме температурного ограничения, чтобы обеспечить достаточно большой пич - фактор.

Электронные потоки для СВЧ устройств (продолжение).

- Электронные потоки **имеют большую протяженность**. В связи с этим при формировании потоков **приходится использовать их удержание магнитным полем**, так как в противном случае произойдет сильная их расфокусировка.
- Формулируя требования к электронным потокам СВЧ устройств, нужно еще оговорить **требование по высокой степени монохроматичности таких потоков**.

Для любых диодов в режиме ограничения тока пространственным зарядом величина плотности тока с катода j_K пропорциональна напряжению U в степени $3/2$. Для плоского диодного зазора шириной d эта связь имеет вид

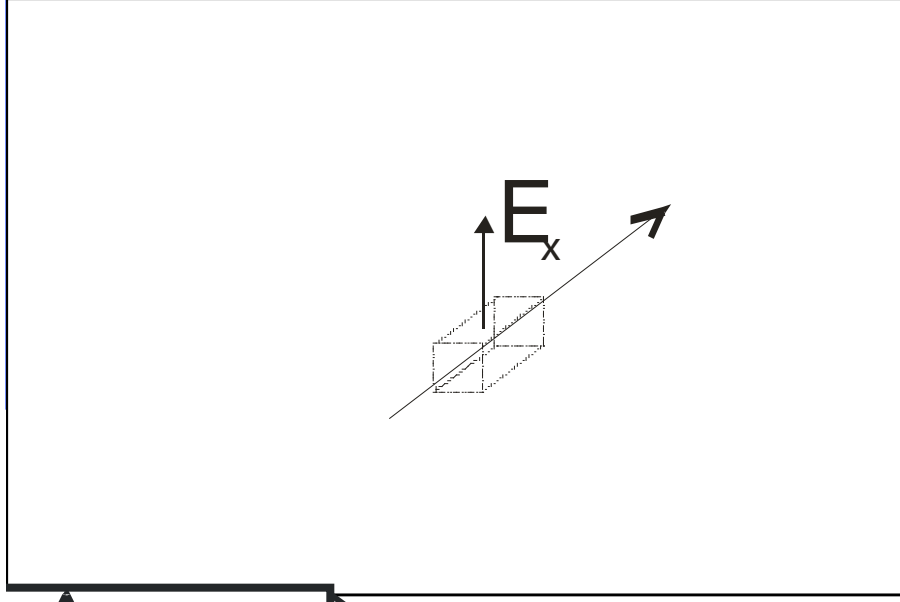
$$j_K = \frac{4}{9} \cdot \varepsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}} \cdot \frac{U^{3/2}}{d^2}$$

Для характеристики протекания токов в диодных зазорах часто используют

понятие первеанса $p = \frac{I_K}{U^{3/2}}$ или микропервеанса $p_\mu = 10^6 p$

Поля пространственного заряда электронных пучков.

Оценим поля пространственного заряда для ленточного пучка.



По теореме Гаусса

$$\int_s E_n ds = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV$$

Пучок имеет большую протяженность в направлениях z и y . Поэтому **можно пренебречь действием краевых полей, во всяком случае в центральной части пучка**. Вблизи центра пучка $E_z = E_y = 0$, а $E_x \neq 0$.

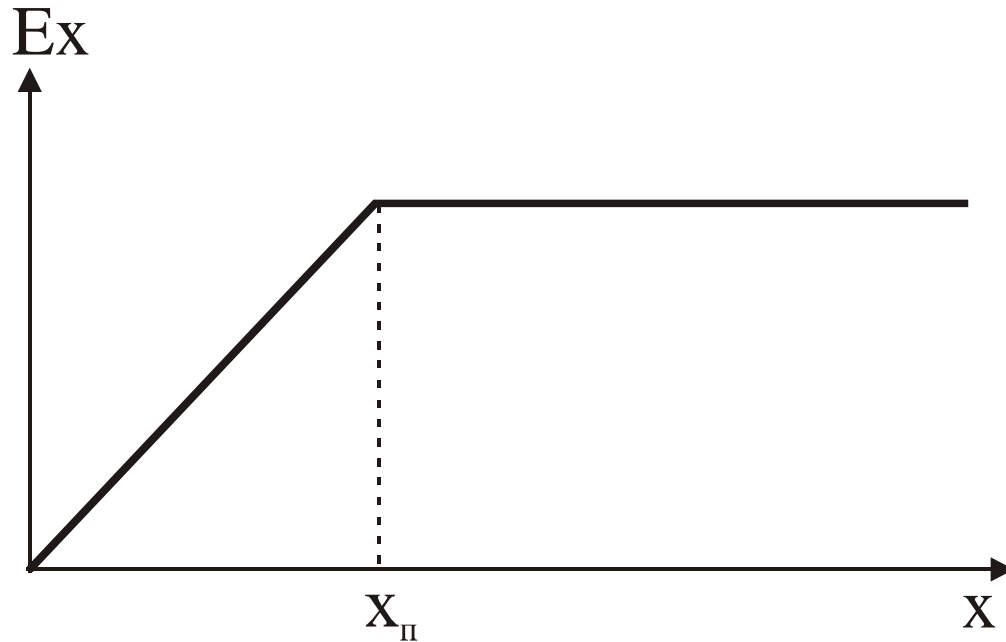
Учитывая равенство нулю всех составляющих поля, кроме x -й, получаем:

$$\int_s E_n ds = 2E_x \Delta S \quad \text{и} \quad \int_V \rho dV = \rho \cdot 2x \cdot \Delta S \quad \Delta S - \text{площадь поверхности выделенного объема в плоскости } xz$$

В пределах пучка $E_x = \frac{\rho}{\epsilon_0} x$

В области за границей пучка E_x поле не меняется с координатой x .

Поля пространственного заряда электронных пучков (продолжение).



Полезно иметь выражение электрического поля через плотность тока пучка.

Учитывая, что в моноскоростном пучке скорость

электронов
$$V = \sqrt{\frac{2eU}{m}},$$

а плотность тока

$$j_{\text{п}} = \rho V, \text{ получаем:}$$

$$E_x = \frac{j_{\text{п}}}{\varepsilon_0 V} \cdot X = \frac{j_{\text{п}}}{\varepsilon_0 \sqrt{\frac{2eU}{m}}} \cdot X$$

Поля пространственного заряда электронных пучков (продолжение).

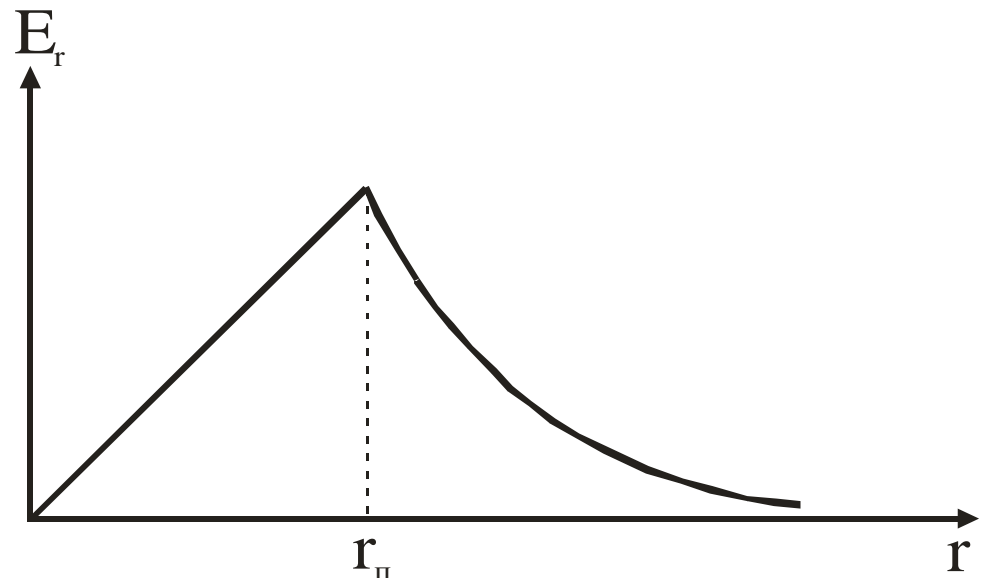
Для полей **внутри цилиндрического пучка**, воспользовавшись теоремой Гаусса и предполагая, что **в пучке отсутствуют азимутальные поля, а также поля вдоль оси Z** , получаем

$$\int_s E_n ds = E_r 2\pi r \Delta L \quad \text{и} \quad \int_V \rho dV = \rho \cdot \pi r^2 \cdot \Delta L. \quad E_r = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} r$$

Здесь r – радиальная координата, отсчитываемая от оси пучка, а ΔL – протяженность вдоль оси Z выделенного цилиндрического слоя диаметром $2r$.

Вне пучка пространственного заряда нет, однако, площадь в интеграле по поверхности увеличивается с ростом r . Поэтому в этой области поле уменьшается

по закону $E_r \sim \frac{1}{r}$.



Поля пространственного заряда электронных пучков (продолжение).

Как и для ленточного пучка, можно записать выражение для поля в цилиндрическом пучке через его ток.

Учитывая, что
$$\rho = \frac{j_{\Pi}}{V} = \frac{I_{\Pi}}{\pi r^2 V},$$

получаем для области внутри пучка, т.е. при $r < r_{\Pi}$

$$E_r = \frac{I_{\Pi} r}{2\pi r_{\Pi}^2 V \epsilon_0}$$

Определив электрические поля, мы можем теперь определить и силы, расфокусирующие пучок.

$$F_E = eE_r$$

Поля пространственного заряда электронных пучков (продолжение).

Выражение для электрической силы бывает удобно записать для всей области внутри и вне цилиндрического электронного пучка в виде

$$F_E \approx 60 \frac{I_{II}}{\beta r_{II}} \cdot \begin{cases} \xi & \text{При } \xi \leq 1 \\ \xi^{-1} & \text{при } \xi > 1 \end{cases}$$

где $\xi = r/r_{II}$ и $\beta = V/C$ – соответственно относительные значения координаты и скорости. Ток выражен в А, а линейные размеры в М.

При микропервеансе $\rho_{II} \sim 1$ нерелятивистский пучок расширяется в два раза на пути $L_x \approx 12,3 r_{II}$, где r_{II} – начальный радиус пучка. Если $\rho_{II} \sim 3$, $L_x \approx 7,1 r_{II}$. Обычно, $L_x \geq (10-10^2) r_{II}$, и приходится использовать специальные системы удержания.

Поля пространственного заряда электронных пучков (продолжение).

Чтобы оценить возможности самофокусировки электронных пучков, определим создаваемые ими магнитные поля. **Из закона Ампера** азимутальная составляющая магнитной индукции цилиндрического пучка с током I_{Π} и радиусом r_{Π} определяется соотношением:

$$B_{\theta} \approx 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{I_{\Pi}}{r_{\Pi}} \cdot \begin{cases} \xi & \text{При } \xi \leq 1 \\ \xi^{-1} & \text{при } \xi > 1 \end{cases}$$

Здесь $\xi = r/r_{\Pi}$, ток выражен в А, линейные размеры в М, а магнитная индукция в Тл.

Зная магнитное поле, мы определяем магнитную силу и соотношение электрической и магнитной сил. Внутри пучка

$$F_B = eVB_{\theta} = e\beta CB_{\theta} = 60e\beta \frac{I_n}{r_n} \xi, \quad \frac{F_B^{\max}}{F_E^{\max}} = \beta^2$$

т.е. электрическая и магнитная силы равны только в ультрарелятивистском

случае, когда $\beta \rightarrow 1$.

Предельный вакуумный ток пучка.

Перепад потенциала ΔU_n на пучке определяется соотношением

$$\Delta U_n = \int_0^{r_n} E_r dr = \frac{\rho r_n^2}{4\epsilon_0}$$

Чтобы оценить влияние поля пространственного заряда пучка на влетающие в него электроны, учтем, что потенциал пучка на оси наиболее отрицателен. **У оси наибольшая выталкивающая сила действует на влетающие в пучок электроны. У его границы выталкивающая сила равна нулю.**

Оценить величину кинетической энергии, которую должен иметь электрон, чтобы попасть в пучок, можно, определив потенциальную энергию электрона в пучке. **Максимальной потенциальной энергией обладают электроны на оси пучка.** Величина этой потенциальной энергии определяется равенством

$$W_n^{\max} = eE_{r\max}r_n = \frac{I_n}{17\beta}$$

Эта максимальная энергия равна работе по переносу электрона с оси на границу пучка, где максимально поле.

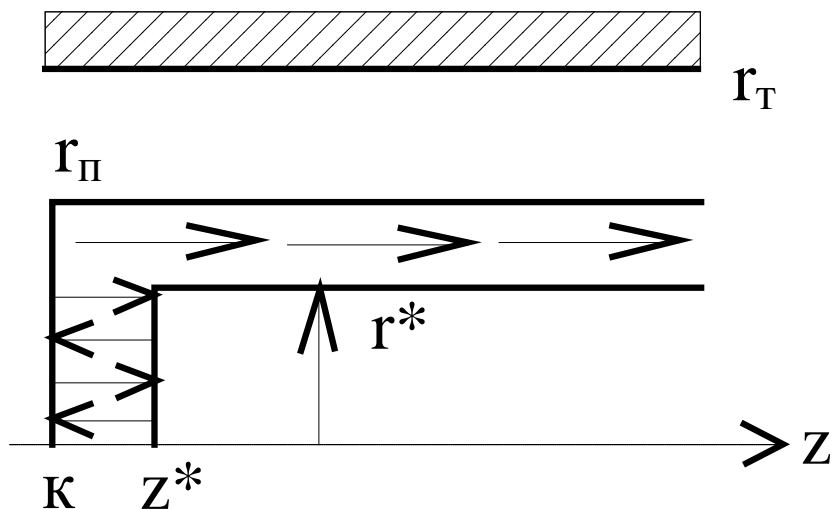
Предельный вакуумный ток пучка.

Если при подлете к минимуму потенциала электроны имеют кинетическую энергию W_{ε} меньше потенциальной, они отразятся от минимума потенциала в сторону катода. Отражение начинается при

$$W_{\varepsilon} = W_n^{\max} = \frac{I_{\text{пред}}}{17\beta}. \quad \text{Отсюда следует } I_{\text{пред}} = 17\beta W_{\varepsilon}$$

Здесь ток в А, а энергия в кэВ.

При токах пучка больше предельного меняется распределение плотности тока в пучке.



Предельный вакуумный ток пучка.

Перепад потенциала по сечению пучка является одной из причин существования разброса электронов по энергии. При токах меньше предельного минимальна энергия у тех электронов, которые проходят вдоль оси пучка. Максимальна энергия у электронов, проходящих у внешней границы пучка. Относительный разброс электронов по энергии определяется соотношением

$$\frac{\Delta W_{\varepsilon}}{W_{\varepsilon}} = \frac{W_{\varepsilon} - (W_{\varepsilon} - W_{\Pi}^{\max})}{W_{\varepsilon}} = \frac{W_{\Pi}^{\max}}{W_{\varepsilon}} = \frac{I_{\Pi}}{17\beta W_{\varepsilon}} = \frac{I_{\Pi}}{I_{\text{пред}}}$$

Проведенное рассмотрение выполнено без учета влияния стенок металлического канала транспортировки пучка. С учетом влияния проводящих стенок для однородного по сечению и для кольцевого в сечении пучков предельные токи определяются соответственно выражениями

$$I_{\text{пред}} = 17 \frac{(\gamma_o^{2/3} - 1)^{3/2}}{1 + 2 \ln \frac{r_T}{r_{\Pi}}} \quad \text{и} \quad I_{\text{пред}} = 17 \frac{(\gamma_o^{2/3} - 1)^{3/2}}{\frac{\Delta}{r_{\Pi}} + 2 \ln \frac{r_T}{r_{\Pi}}}$$

Лекция 12. Формирование и удержание электронных потоков для СВЧ устройств. Теорема Буша.

Рассмотрим движение электронов в осесимметричном пучке в присутствии неоднородных магнитных и электрических полей. Запишем уравнения движения в предположении, что отсутствуют азимутальные составляющие как электрического (E_θ), так и магнитного (B_θ) полей.

$$m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = eE_r + er\dot{\theta}B_z,$$

$$m\frac{1}{r}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = e\dot{z}B_r - e\dot{r}B_z,$$

$$m\ddot{z} = eE_z - er\dot{\theta}B_r.$$

Учитывая, что **магнитная индукция есть плотность магнитного потока**, выразим компоненты магнитной индукции в уравнениях через **магнитный поток ψ** :

$$B_r = -\frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad B_z = -\frac{1}{2\pi r} \cdot \frac{\partial \psi}{\partial r}.$$

Теорема Буша (продолжение).

Подставив выражения для составляющих магнитной индукции в уравнение, описывающее азимутальное движение электронов, получаем:

$$\frac{d}{dt}(r^2\dot{\theta}) = -\frac{e}{2\pi m} \left(\dot{z} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \dot{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) = \frac{e}{2\pi m} \frac{d\psi}{dt}$$

Величина $\dot{z} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \dot{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$ - полная производная по времени от величины магнитного потока.

Интегрируя уравнение и приняв, что в начальный момент ($t=0$) $r=r_H$, $\dot{\theta} = \dot{\theta}_H$ и $\psi = \psi_H$, получаем выражение теоремы Буша:

$$r^2\dot{\theta} - r_H^2\dot{\theta}_H = -\frac{e}{2\pi m} (\psi - \psi_H) \quad \text{- Выражение теоремы Буша}$$

Изменение углового момента электронов ($r V_\theta = r^2 \dot{\theta}$) в аксиально-симметричных пучках определяется изменением магнитных потоков через круговые контуры, радиусы которых соответственно равны текущей и начальной радиальным координатам.

Теорема Буша (продолжение).

Если движение начинается с нулевыми начальными скоростями $\dot{\theta}_H = \dot{\theta}_K = 0$ с катода при $r_H = r_K$, получаем:

$$\dot{\theta} = \frac{e}{2\pi m} \cdot \frac{\psi - \psi_K}{r^2}$$

Отсюда следует, что, **зная изменение магнитного потока, можно определить изменение с r угловой скорости электронов**

Для параксиальных электронных потоков, в которых поперечные скорости электронов много меньше продольных, магнитный поток через его сечение определяется практически только продольным магнитным полем в данном сечении. В однородном по сечению пучка магнитном поле

$$\psi \approx \pi r^2 B_z \quad \text{и} \quad \psi_K = \pi r_K^2 B_{zK} = \pi r_K^2 B_K$$

В этом случае можно получить выражение для угловой скорости через магнитное поле

$$\dot{\theta} = \frac{eB_z}{2m} \cdot \left[1 - \frac{B_K}{B_z} \left(\frac{r_K}{r} \right)^2 \right],$$

А при

$$B_K = B_z$$

$$\dot{\theta} = \frac{eB_z}{2m} \cdot \left[1 - \left(\frac{r_K}{r} \right)^2 \right] = \frac{\omega_y}{2} \cdot \left[1 - \left(\frac{r_K}{r} \right)^2 \right].$$

Теорема Буша (продолжение).

Теперь, получив выражение для угловой скорости и зная выражение для радиального электрического поля, можно решить уравнение, определяющее радиальное движение граничного электрона

$$m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = eE_r + er\dot{\theta}B_z,$$

и определить равновесный радиус пучка r_p , на котором отсутствует ускорение в радиальном направлении ($\ddot{r} = 0$).

$$r_p = r_0 \cdot \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + 4 \left(\frac{B_K}{B_Z}\right)^2 \cdot \left(\frac{r_K}{r_0}\right)^4}}$$

$$r_0^2 = \frac{\sqrt{2} I_{II}}{\pi \varepsilon_0 \left(\frac{e}{m}\right)^{3/2} \sqrt{U} B_Z^2}$$

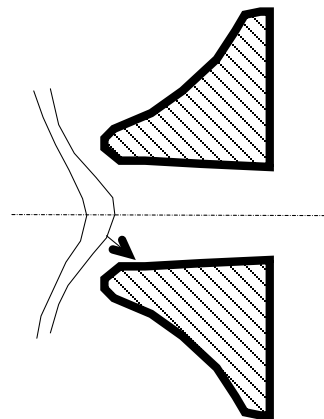
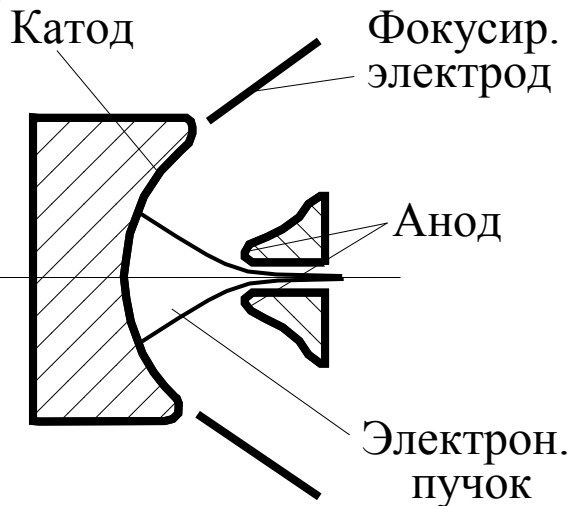
На равновесном радиусе сила Лоренца $eV_\theta B_Z$ компенсирует действие суммы сил электрического поля пространственного заряда eE_r и центробежной

силы $mr\dot{\theta}^2 = \frac{mV_\theta^2}{r}$

Равновесный радиус имеет наименьшую величину, равную бриллюэновскому радиусу r_0 , при полностью магнитно-экранированном катоде.

Электронные пушки для СВЧ устройств.

Пушка Пирса.



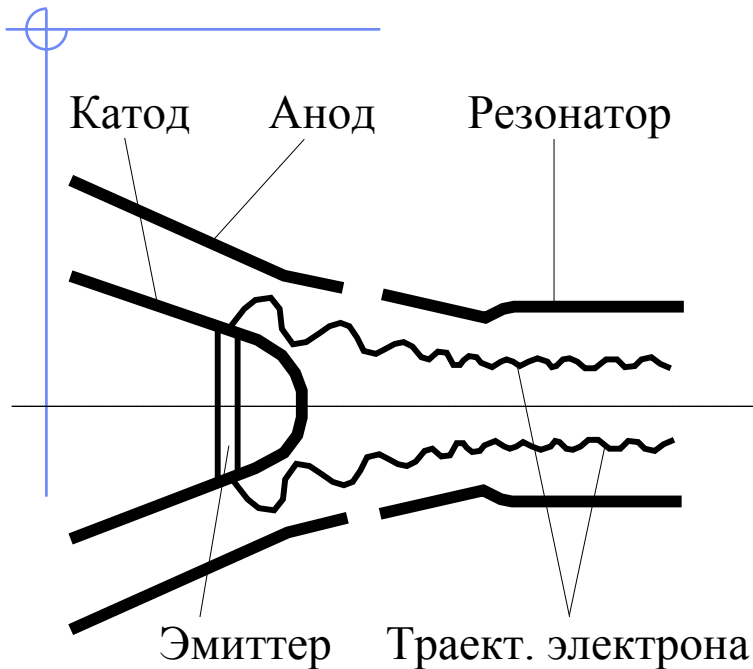
Бывают пушки Пирса **со сферическими и с цилиндрическими электродами.**

Для достижения высокой компрессии в пушке Пирса необходимо уменьшать радиус анода и вместе с этим увеличивать расстояние между катодом и анодом. Однако, это ведет к уменьшению первеанса пушки.

Одновременно высокими показателями компрессии и первеанса обладают так называемые **многопучковые пушки**. В пушках такого типа на поверхности сферического катода создается система сферических эмиттеров существенно меньшего радиуса. На малом расстоянии от катода располагается дополнительный сферический электрод (первый анод) с системой отверстий, каждое из которых согласовано с соответствующим эмиттером.

Входное отверстие в аноде является своеобразной расфокусирующей линзой. Расфокусировка уменьшается с уменьшением диаметра отверстия. Как правило, для удержания пучка за отверстием используется магнитное поле.

Магнетронно-инжекторные пушки.



Магнитное поле нарастает от B_K у катода в сторону резонатора. Одновременно увеличивается поперечная и уменьшается продольная составляющие скорости.

В адиабатически изменяющихся полях работает дрейфовая теория:

движение электронов описывается как движение с дрейфовой скоростью V_∂ некоторого ведущего центра, относительно которого происходит вращение электронов с поперечной скоростью V_\perp .

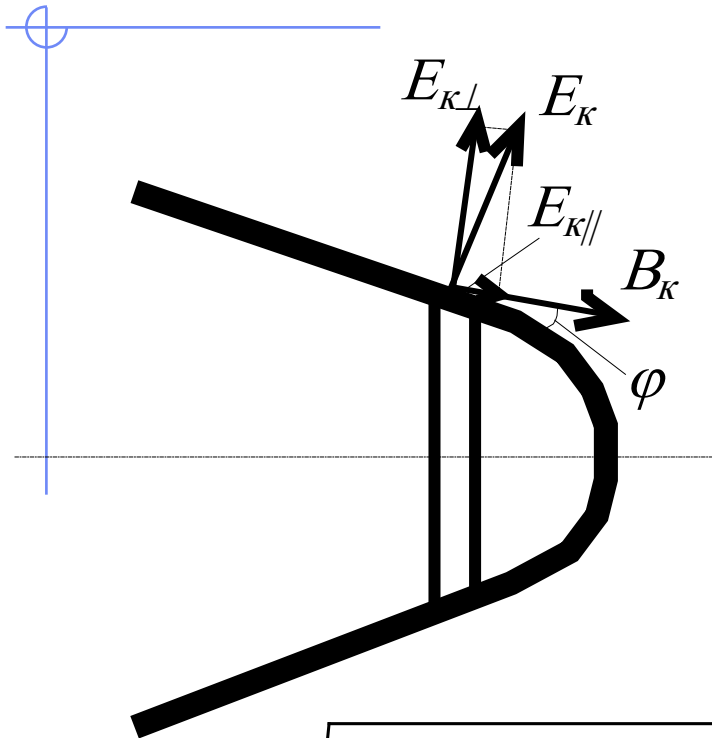
Полная скорость: $\vec{V} = \vec{V}_\partial + \vec{V}_\perp$

$$I_\perp = \frac{m^2 V_\perp^2}{2eB} = const.$$

Изменение поперечной скорости определяется **адиабатическим инвариантом**

У катода: $\vec{V}_\partial \approx \frac{[\vec{E}_K \vec{B}_K]}{B_K^2}, \quad V_\partial \approx \frac{E_K}{B_K}, \quad V_{\perp K} = \frac{E_{\perp K}}{B_K} \pm V_{\perp 0}.$

Магнетронно-инжекторные пушки (продолжение).



Поперечная магнитному полю составляющая скорости электронов у катода

$$V_{\perp K} = \frac{E_{\perp K}}{B_K} \pm V_{\perp 0}$$

Воспользовавшись соотношением для адиабатического инварианта, получаем значение поперечной составляющей скорости электронов на полке магнитного поля, где $B = B_n$.

$$V_{\perp n} = \left(\frac{E_K \cos \varphi}{B_K} \pm V_{\perp 0} \right) \sqrt{\alpha}.$$

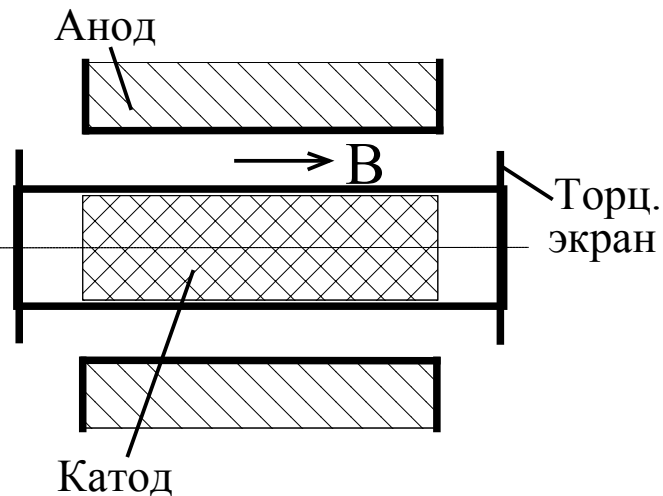
$$V_{In} = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_o - V_{\perp n}^2}, \quad \alpha = \frac{B_n}{B_K}, \quad R_n = \frac{R_K}{\sqrt{\alpha}}, \quad g_o = \frac{V_{\perp}}{V_{\parallel}}.$$

$$V_{In} = V_{полн} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + g_o^2}} = \sqrt{2 \frac{e}{m} U_o} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + g_o^2}}.$$

Магнетронно-инжекторные пушки (продолжение).

- В высоковольтных гиротронах иногда канал с резонатором изолирован от анода и производится **доускорение электронов**. Это позволяет уменьшить напряжение между катодом и анодом и увеличить электрическую прочность этого зазора.
- На работу магнетронно-инжекторной пушки **могут оказывать сильное влияние колебания пространственного заряда на участке перемагничивания электронного пучка**.
- Коэффициент перемагничивания достигает в приборах терагерцового и субтерагенцового диапазона значений порядка 100.
- Велик разброс по скоростям электронов в винтовом электронном пучке. Часть из них с малой продольной скоростью отражаются от магнитной пробки и могут переотразиться вблизи катода. В результате **на участке между катодом и резонатором накапливаются «задержанные» и колеблющиеся вдоль оси электроны**.
- На участке перемагничивания развиваются, как правило, **коллективные аксиальные колебания пространственного заряда**. Они дополнительно увеличивают разброс скоростей, могут привести к интенсивной бомбардировке катода и к возникновению вторичной эмиссии с его поверхности.

Лекция 13. Формирование и удержание пространственного заряда в устройствах магнетронного типа



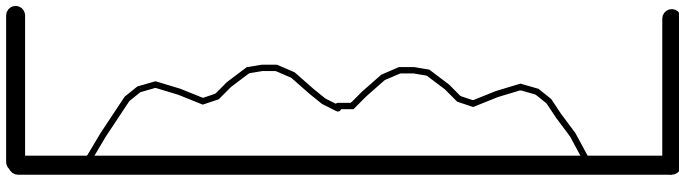
В скрещенных полях **при движении электрона по петлевой траектории он сначала ускоряется, а затем после прохождения вершины петли тормозится.**

Электроны из краевой области сносятся полями торцевых экранов к центру прибора. При этом радиальное поле на их пути к центру увеличивается.

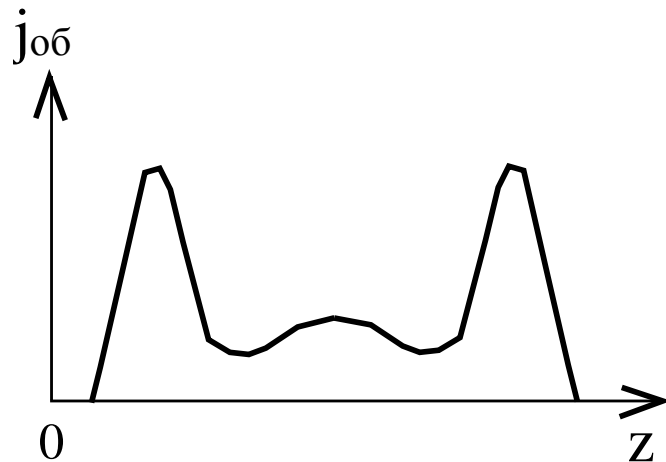
Электрон, начавший свое движение в краевой области и ускоренный на первой половине своей траектории малым радиальным полем, тормозится большим по величине радиальным полем. **На спаде траектории скорость электрона обращается в нуль до его падения на катод и траектория электрона отрывается от катода.**

После того, как электрон проходит центральную плоскость сечения прибора, на пути его движения вдоль оси в противоположной краевой области радиальная составляющая электрического поля уменьшается. В результате траектория электронов «снижается» к катоду и **электрон «приземляется» на катод в плоскости, симметричной плоскости вылета.**

Формирование и удержание пространственного заряда в устройствах магнетронного типа (продолжение)

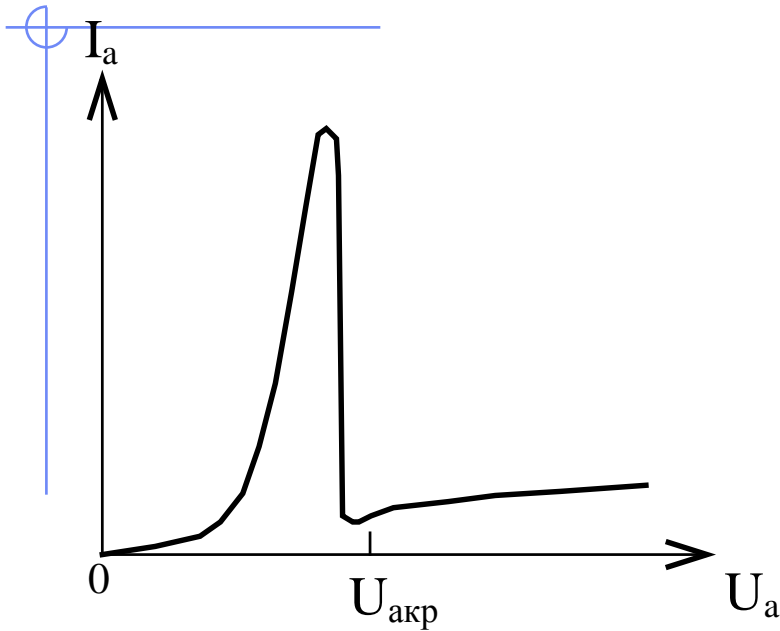


Колеблющиеся между торцевыми экранами электроны длительное время существуют в рабочем пространстве. **В облаке захваченных электронов развиваются колебания пространственного заряда.**



Наиболее интенсивна обратная бомбардировка катода в торцевых областях магнетрона. Связано это с тем, что участвующие в аксиальном движении электроны быстро проскакивают в своем аксиальном движении центр прибора и дольше находятся в торцевых областях. Поэтому усредненное во времени распределение плотности тока обратной бомбардировки катода имеет вид, показанный на рисунке

формирование и удержание пространственного заряда в устройствах магнетронного типа



Эффективный коэффициент вторичной эмиссии превышает единицу в любых магнетронных приборах при анодных напряжениях $U_a \geq 1-5$ кВ.

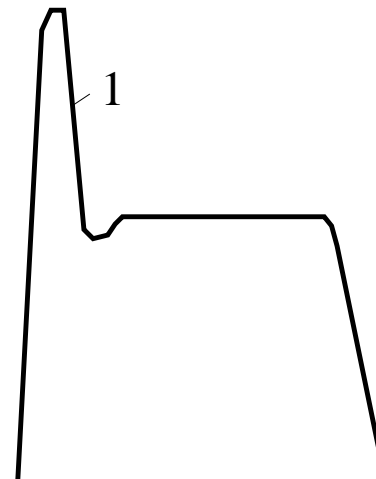
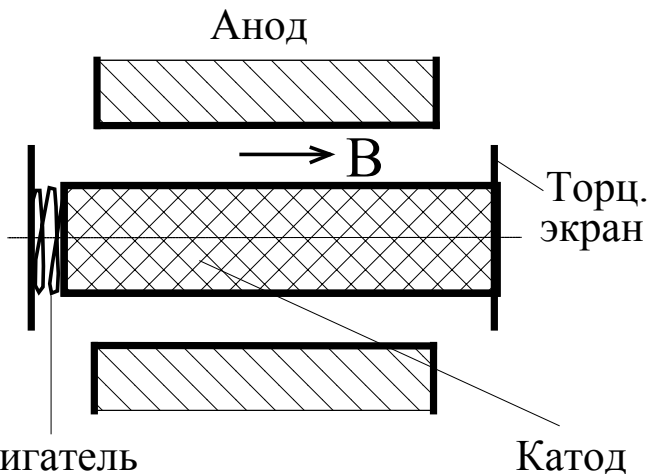
Величина максимального тока связана с величиной максимального коэффициента вторичной эмиссии δ_m соотношением

$$I_{am} = C \cdot (\delta_m - 1)$$

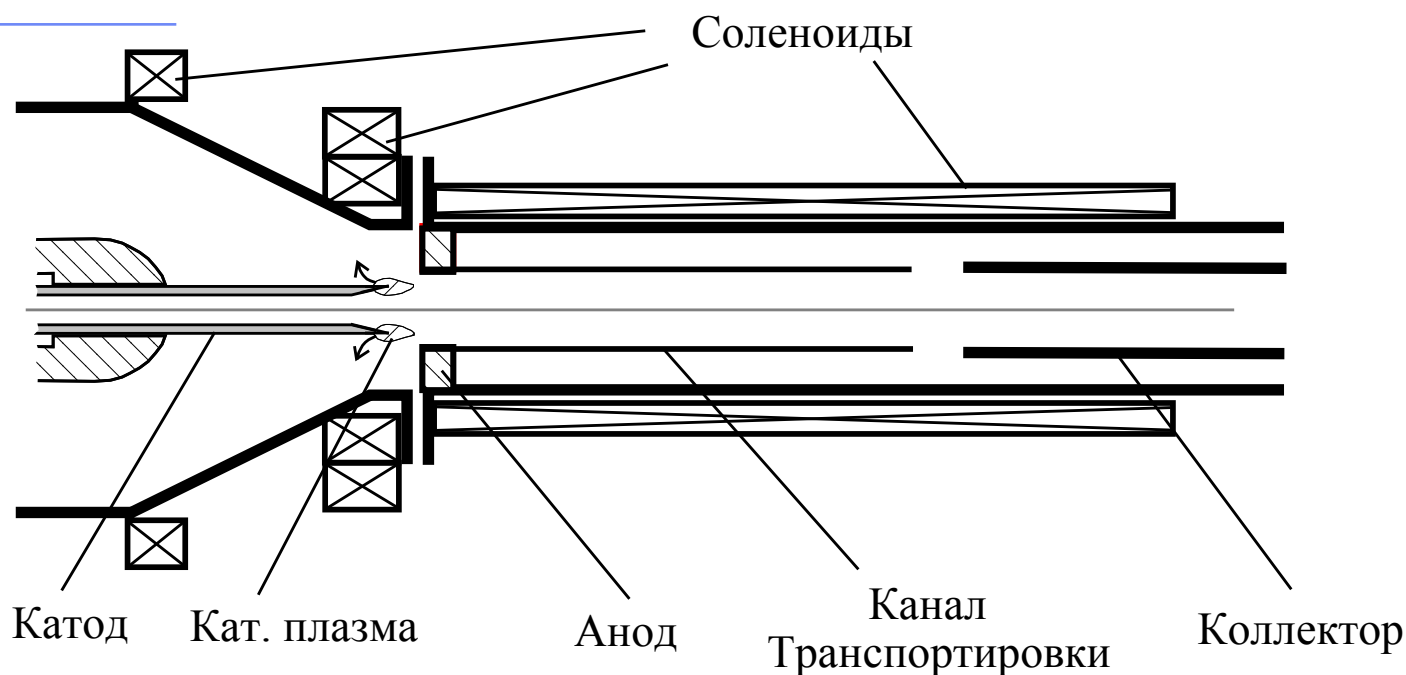
Способы запуска

приборов с холодными катодами:

- входной СВЧ сигнал;
- поджигатель;
- импульс анодного напряжения специальной формы.



Особенности формирования релятивистских электронных потоков.



Типичный СВЧ прибор с релятивистским электронным пучком – карсинотрон (ЛОВ). В таком приборе **в качестве замедляющей системы используется гофрированный волновод**. Проблемы:

- Азимутальные неоднородности потока электронов.
- Азимутальный и радиальный $((1-2) \cdot 10^5$ см/сек), аксиальный $(2 \cdot 10^6 - 2 \cdot 10^7$ см/сек) дрейф электронов.

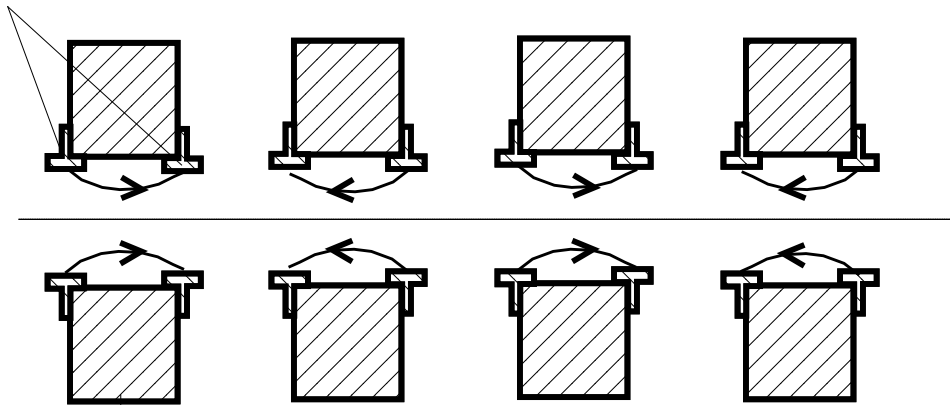
На работу ЛОВ влияет **не только катодная, но и коллекторная плазма**.

Удержание электронных потоков периодическими фокусирующими системами.

Магнитно-периодические фокусирующие системы (**МПФС**)

Системы с периодической электростатической фокусировкой (**ПЭФ**).

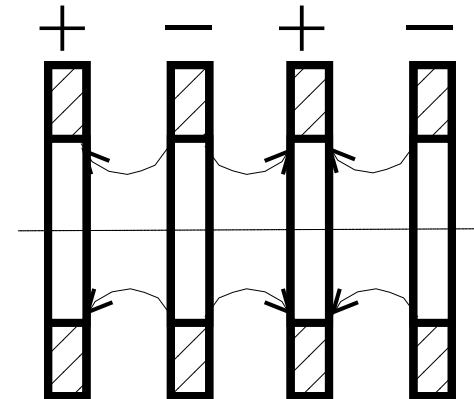
Полюсные наконечники



Феррит. кольцо

$$\alpha = \frac{e}{64m\pi^2} \cdot \frac{B^2 L^2}{U} \leq 0,1 - 0,2$$

L – период МПФС, B – амплитуда магнитного поля, U – ускоряющее электроны напряжение.



Удержание электронных потоков периодическими фокусирующими системами. Продолжение

МПФС

- Использование МПФС ведет к уменьшению веса и габаритов магнитной системы, необходимой для удержания электронного пучка, в $N-N^2$ раз по сравнению с соленоидальной.
- Недостаток такой системы удержания связан, в первую очередь, с тем, что распространяющийся в ней электронный пучок неустойчив.
- С ростом α возрастают пульсации в пучке, которые могут привести к нарушению его удержания. Оценки: при $\alpha = 0,1$ пульсации имеют величину около 2,5%, а при $\alpha=0,5$ достигают 17%.
- Для МПФС характерны большие изменения магнитных полей с изменением температуры керамических колец.

ПЭФ

- Поля диафрагм оказывают в среднем фокусирующее действие, т.к. на участках у диафрагм под отрицательным потенциалом электроны находятся в течение большего времени.
- ПЭФ не меняют характеристик с температурой, но требуют подачи на систему диафрагм достаточно больших напряжений.

Лекция 14. Ионы и ионные процессы.

Возможные источники ионов:

- Ионизация остаточного газа электронным ударом.
- Полевое испарение с поверхности электродов.

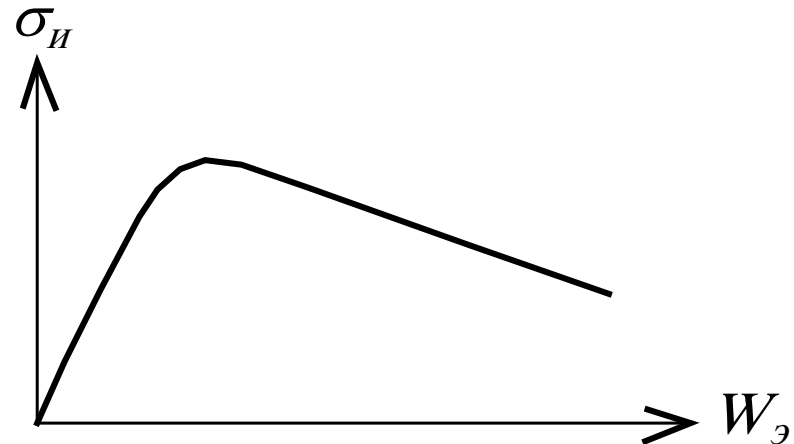
Образуются, в основном, **положительные однозарядные ионы**.

В техническом вакууме 10^{-6} - 10^{-8} Торр, **концентрация ионов, сравнимая с концентрацией электронов, может быть достигнута только в результате длительного их накопления**.

Вероятность образования ионов характеризуют сечением ионизации $\sigma_{и}$.

Сечение ионизации определяет длину свободного пробега $\lambda_{и}$ электронов между ионизирующими столкновениями с частицами остаточного газа

$$\lambda_{и} = \frac{1}{n_{г} \sigma_{и}}$$



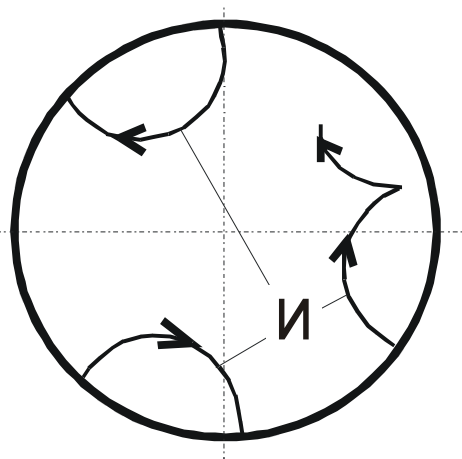
Ионы и ионные процессы. Продолжение.

- Если известны объем V , в котором происходит ионизация, а также скорость ν и концентрация электронов n , производящих ионизацию, можно определить ток ионов из этого объема.

$$I_{и} = en_{г}n\nu\sigma_{и}V = j_e n_{г} \sigma_{и} V.$$

Распределение концентрации нейтральных частиц $N_{г}$ может быть существенно неоднородно в объеме прибора.

- Из-за накопления ионов возможна компенсация пространственного заряда электронов ионами.
- Движение ионов в электронном пучке в процессе их накопления:



Изображены траектории ионов, движущихся под действием скрещенных электрического и магнитного полей в канале транспортировки электронного пучка.

Ионы и ионные процессы. Продолжение.

- При энергиях электронов свыше ~ 100 эВ **темп накопления ионов тем медленнее, чем больше энергия электронов**. В системе формирования пучка электронов с энергиями ~ 100 кэВ полная компенсация наступает через интервал времени ~ 10 мкс.
- Влияние ионов на работу меньше в высоковольтных и короткоимпульсных приборах. Релятивистские короткоимпульсные электронные приборы удовлетворительно работают при давлениях $\sim 10^{-5}$ - 10^{-6} Торр, если в них используются стойкие к газовой среде и к ионной бомбардировке взрывоэмиссионные катоды.
- Возможные механизмы воздействия ионов на работу приборов:
 - изменение распределения электрических полей;
 - развитие специфических неустойчивостей;
 - бомбардировка катода ионами остаточного газа и его дезактивировка.