

Кудрицкий Г. А

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПРОСТЫХ
ЧИСЕЛ

монография

Санкт-Петербург
2020г

Предисловие

В данной работе подводится итог двух работ „Теории чисел с нетрадиционными подходами„ и „Умножение и алгебра целых положительных чисел.. Эти работы относятся к изучению распределения простых чисел.

Приведём некоторые определения понятий применяемых в данной работе.

Упоряд – последовательности всех целых чисел, как положительных, так и отрицательных, которые группируются по остаткам, получаемым при делении на положительное число B . [3]

$B=p_1p_2p_3 \dots p_n$ - произведение простых чисел в первой степени. B - обозначение шага упоряд, как и каждой из последовательностей, которые его образуют.

В предлагаемой работе шаг упоряд B состоит из произведений простых чисел в первой степени. Произведение простых чисел начинается с числа 3 и далее по порядку следования. Это означает, что число B нечётное.

$$B=3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times p_n$$

Последовательности $Bm-p = p \cdot \left(\frac{B}{p}m - 1\right)$ выделяют последовательности,

все числа которых делятся на любое простое, входящее сомножителем в B .

$$\text{где: } 3 \leq p \leq p_n$$

Так же выделяются последовательности, все числа которых имеют общие делители, для которых шаг упоряд B является кратным.

Умножение B на последовательность нечётных чисел $2m-1$ в результате даёт так же последовательности нечётных чисел, [1,2]. Если шаг упоряд B умножить на 2, то получим последовательности чётных чисел из которых ни сложением ни вычитанием и ни умножением нельзя получить последовательности нечётных чисел. Можно только обратным действием, т. е. делением на 2 вернуться к исходным последовательностям. Поэтому в данной работе рассматриваются только нечётные последовательности.

Умножением нечётного шага упоряд B на последовательность нечётных чисел в произведении даст последовательности с нечётными числами.

$$Z=B(2m-1)=2Bm-B$$

где: Z – упоряд с последовательностями нечётных чисел.

$$1 \leq m < \infty$$

Как известно функции по распределению простых чисел получены простым подсчётом простых чисел в диапазонах от единицы и до какого-то предельного числа, которое стремится к бесконечности. В настоящей работе предлагается расчётный метод определения количества простых чисел.

1. Вывод функции Эйлера для произведений последовательных простых нечётных чисел (без 2)

Имеем произведение простых чисел. $3 \times 5 = 15$

Выпишем нечётные числа от 15 до 1 и пронумеруем их.

15, 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1. - нечётные числа

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. - номера чисел

Нумерация в отличии от принятой ведётся от большего числа к меньшему. Начало отсчёта от произведения 2 последовательных нечётных чисел.

Такая нумерация в данной работе принимается при произведении последовательных простых числах. Простое число 2 не входит в эти произведения. В- обозначение упорядка в независимости от того чётное В или нечётное. [3] Как известно функция Эйлера рассчитывается для числового ряда.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15.

Выпишем числа взаимно простые с числом 15.

1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14 - 8 чисел. По функции Эйлера $(3-1)(5-1)=8$

Из этих 8 чисел 4 числа чётные и 4 числа нечётные.

В данной работе будут рассматриваться только нечётные числа.

Выпишем эти нечётные числа:

1, 7, 11, 13. Значит, для определения нечётных чисел взаимно простых с числом 15 надо значение функции Эйлера разделить на 2.

Упоряд нечётных чисел обозначим через Z.

$$\frac{\varphi(z)}{2} = \frac{(3-1)(5-1)}{2} = \frac{2 \times 4}{2} = 4$$

В общем виде, когда $V=3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times p_n$

$$\frac{\varphi(z)}{2} = \frac{(3-1)(5-1)(7-1)\dots(p_n-1)}{2} \quad (1)$$

Вернёмся к рассмотрению нумерации нечётных чисел до числа $15=3 \times 5$.

Нумерация производится от большего числа к меньшему числу. Для примера рассмотрим начало нумерации для произведения нечётных чисел.

$3 \times 5 \times 7 = 105$.

105, 103, 101, 99, 97, 95, 93, 91, 89, ... - нечётные числа

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, ... - нумерация нечётных чисел

Как видим, при такой нумерации каждое 3 число делится на 3, каждое 5 число делится на 5, каждое 7 число делится на 7. Для чисел, которые не входят в произведение числа 105 такой закономерности не наблюдается. Числа, стоящие под номерами $\{1, 2, 4, 8, \dots\}$ взаимно простые с числом 105.

103, 101, 97, 89, ... - числа взаимно простые с числом 105.

1, 2, 4, 8, ... - соответствующие номера для этих чисел.

По функции Эйлера чисел взаимно простых с числом 105 будет:

$$\frac{\varphi(z)}{2} = \frac{(3-1)(5-1)(7-1)}{2} = \frac{48}{2} = 24$$

Этот результат легко проверить, выписав все нечётные числа от 105 до 1 и пронумеровав их, как показано. Это мы рассмотрели применение функции Эйлера для числовых последовательностей. (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, и т. д.)

Для последовательностей упорядков терминология взаимно простых чисел не имеет места к применению. Вместо этого говорится, что выделяются последовательности, все числа которых имеют одни и те же делители, определяемые делителями шага упорядка (+B). Рассмотрим это, на примере упорядка с шагом $15=3 \times 5$.

m	1	2	3	4	5	6	7	8	...
15m	15	30	45	60	75	90	105	120	...
15m-1	14	29	44	59	74	89	104	119	...
15m-2	13	28	43	58	73	88	103	118	...
15m-3	12	27	42	57	72	87	102	117	...
15m-4	11	26	41	56	71	86	101	116	...
15m-5	10	25	40	55	70	85	100	115	...
15m-6	9	24	39	54	69	84	99	114	...
15m-7	8	23	38	53	68	83	98	113	...
15m-8	7	22	37	52	67	82	97	112	...
15m-9	6	21	36	51	66	81	96	111	...
15m-10	5	20	35	50	65	80	95	110	...
15m-11	4	19	34	49	64	79	94	109	...
15m-12	3	18	33	48	63	78	93	108	...
15m-13	2	17	32	47	62	77	92	107	...
15m-14	1	16	31	46	61	76	91	106	...

где: $1 \leq m < \infty$

Выпишем последовательности все числа которых делятся на 3.

15m-12,	15m-9,	15m-6,	15m-3,	15m.
3(5m-4),	3(5m-3),	3(5m-2),	3(5m-1)	3(5m)
3=3x1,	6=3x2,	9=3x3,	12=3x4,	15=3x5
18=3x6,	21=3x7,	24=3x8,	27=3x9,	30=3x10
33=3x11,	36=3x12,	39=3x13,	42=3x14,	45=3x15
.....
.....

Каждый упорядок содержит все целые числа, которые группируются по остаткам, получаемым при делении на его шаг.

Выпишем последовательности, все числа которых делятся на 5.

15m-10=5(3m-2),	15m-5=5(3m-1),	15m=5(3m)
5=5x1,	10=5x2,	15=5x3
20=5x4,	25=5x5,	30=5x6
35=5x7,	40=5x8,	45=5x9
50=5x10,	55=5x11,	60=5x12
.....
.....

Последовательности: 15m-1, 15m-2, 15m-4, 15m-7, 15m-8, 15m-11, 15m-13, 15m-14 - не содержат чисел, делящихся на 3 и 5.

2 Получение упорядов с нечётными числами путём умножения.

Наименьший (с шагом 6) нечётный упоряд получается умножением числа 3 на последовательность нечётных чисел.

$$3(2m-1)=6m-3=\{3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, \dots\}$$

Между числами 3 и 9, 9 и 15, 15 и 21 находятся нечётные числа, которые не делятся на 3. Между числами 3 и 9 находятся числа 5 и 7. Между числами 9 и 15 находятся числа 11 и 13 и т. д.

Числа 3 и 9, 9 и 15, 15 и 21, 21 и 27 и т. д. назовём граничными числами, которые образуют граничные пары.

3 и 9 – первая граничная пара

9 и 15 – вторая граничная пара

15 и 21 – третья граничная пара и т. д.

.....

.....

Отразим это в таблице для граничных пар.

№ m	1	2	3	4	5
$6m-3$	3	9	15	21	27
$6m+3$	9	15	21	27	35

где: № m - номера граничных пар

$$1 \leq m < \infty$$

Между граничными парами находятся 2 последовательности с нечётными числами. Это последовательности $6m-1$ и $6m+1$. [1].

Выпишем последовательности этого нечётного упорядка вместе с граничными числами

$$\text{№ } m = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$$

$$\mathbf{d} \quad 6m-3 = \{3, 9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57, 63, \dots\}$$

$$\mathbf{1.} \quad 6m-1 = \{5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, 65, \dots\}$$

$$\mathbf{2.} \quad 6m+1 = \{7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49, 55, 61, 67, \dots\}$$

$$6m+3 = \{9, 15, 21, 27, 33, 39, 45, 51, 57, 63, 69, \dots\}$$

где: d- нумерация последовательностей с нечётными числами между граничными числами.

$$1 \leq m < \infty$$

$$6m-1=2(3m)-1. \quad m^1=3m \quad - \quad \text{уравнение выборок в } 2m-1$$

$$6m+1=2(3m+1)-1 \quad m^1=3m+1 \quad - \quad \text{уравнение выборок в } 2m-1$$

Уравнения выборок последовательности $6m-1$ можно подставить в уравнение $6m+1$ и наоборот. С помощью таких подстановок определялись простые числа с разностью в две единицы. (Определялись близнецы) [1].

Умножим последовательности упорядка $Z=3(2m-1)$ на число 5 Получим:

$$30m-15 = \{15, 45, 75, 105, 135, 165, \dots\}$$

$$30m-5 = \{25, 55, 85, 115, 145, 175, \dots\}$$

$$30m+5 = \{35, 65, 95, 125, 155, 185, \dots\}$$

$$30m+15 = \{45, 75, 105, 135, 165, 195, \dots\}$$

где: $1 \leq m < \infty$ Z-обозначение нечётных упорядов.

Рассмотрим последовательности: (см. работы [1,3,4])

$30m-5=5(6m-1)=\{5 \times 5, 5 \times 11, 5 \times 17, 5 \times 23, \dots\}$ – произведения в $6m+1$

$30m+5=5(6m+1)=\{5 \times 7, 5 \times 13, 5 \times 19, 5 \times 25, \dots\}$ – произведения в $6m-1$

где: $1 \leq m < \infty$

$30m-5=2(15m-2)-1$ $m^{\setminus} = 15m-2$ - уравнение выборок в $2m-1$

$30m+5=2(15m+1)-1$ $m^{\setminus} = 15m+1$ – уравнение выборок в $2m-1$

$30m-5=2m^{\setminus}-1$ где: $m^{\setminus} = 15m-2$

$30m+5=2m^{\setminus}-1$ где: $m^{\setminus} = 15m+1$

где: $1 \leq m < \infty$

Число 30 делится на 6, поэтому можно к этим последовательностям применить правило тождественных преобразований. [4]. Это позволит определить расчётным путём, к какой последовательности упорядка с шагом 6 относятся числа последовательностей $30m-5$ и $30m+5$.

$30m-5=6(5m-1)+1$ – числа находятся в последовательности $6m+1$. Можно с уверенностью сказать, что числа последовательности $30m-5$ находятся в последовательности $6m+1$ и стоят на номерах $5m-1$ и делятся на 5.

$30m+5=6(5m+1)-1$ – числа находятся в последовательности $6m-1$ и стоят на номерах $5m+1$ и делятся на 5.

Приведём таблицу граничных чисел для последовательности $15(2m-1)$

№ m	1	2	3	4	5
$30m-15$	15	45	75	105	135
$30m+15$	45	75	105	135	165

где: $1 \leq m < \infty$

Выпишем в таблице $15(2m-1)$ последовательности нечётных чисел, которые находятся между граничными числами.

Таблица $15(2m-1)$

d	$30m-15$	$(15m-7)$	15	(8)	45	(23)	75	(38)	105	(53)
1	$30m-13$	$(15m-6)$	17	(9)	47	(24)	77	(39)	107	(54)
2	$30m-11$	$(15m-5)$	19	(10)	49	(25)	79	(40)	109	(55)
3	$30m-9$	$(15m-4)$	21	(11)	51	(26)	81	(41)	111	(56)
4	$30m-7$	$(15m-3)$	23	(12)	53	(27)	83	(42)	113	(57)
5	$30m-5$	$(15m-2)$	25	(13)	55	(28)	85	(43)	115	(58)
6	$30m-3$	$(15m-1)$	27	(14)	57	(29)	87	(44)	117	(59)
7	$30m-1$	$(15m)$	29	(15)	59	(30)	89	(45)	119	(60)
8	$30m+1$	$(15m+1)$	31	(16)	61	(31)	91	(46)	121	(61)
9	$30m+3$	$(15m+2)$	33	(17)	63	(32)	93	(47)	123	(62)
10	$30m+5$	$(15m+3)$	35	(18)	65	(33)	95	(48)	125	(63)
11	$30m+7$	$(15m+4)$	37	(19)	67	(34)	97	(49)	127	(64)
12	$30m+9$	$(15m+5)$	39	(20)	69	(35)	99	(50)	129	(65)
13	$30m+11$	$(15m+6)$	41	(21)	71	(36)	101	(51)	131	(66)
14	$30m+13$	$(15m+7)$	43	(22)	73	(37)	103	(52)	133	(67)
	$30m+15$	$(15m+8)$	45	(23)	75	(38)	105	(53)	135	(68)

Числа в граничных парах от начальных граничных пар $30m-15$ до конечных граничных пар $30m+15$ увеличиваются по величине.

Будем вычитать из свободного члена первой граничной пары число 2 и отмечая при этом количество вычитаний числами 1, 2, 3, 4, 5, . . . и т.д. При этом замечаем, что каждое 3 вычитание определяет числа, которые делятся на 3, каждое 5 вычитание определяет числа, которые делятся на 5. Поэтому мы нумеруем последовательности упорядка нечётных чисел:

$d=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$ Вычитание осуществляется до получения величины свободного члена равного единице. Далее увеличение чисел происходит прибавлением числа 2 к свободному члену. Нумерация сохраняется. При номере $d=7$ свободный член равен -1. К свободному члену -1 прибавляется число 2 и в сумме получается значение свободного члена равное +1. Эта операция нумеруется числом 8 и т. д. т.е. каждое суммирование нумеруется следующим числом $d=\{9, 10, 11, 12, 13, 14\}$

Сумма номеров d равноотстоящих от концов нумерации равна свободному члену уравнений граничных пар числу 15.

Последовательности, отличающиеся знаками перед свободными членами, назовём сопутствующими.

1. $30m-13$	14. $30m+13$
2. $30m-11$	13. $30m+11$
3. $30m-9$	12. $30m+9$
4. $30m-7$	11. $30m+7$
5. $30m-5$	10. $30m+5$
6. $30m-3$	9. $30m+3$
7. $30m-1$	8. $30m+1$

где: $1 \leq m < \infty$

Выпишем последовательности, которые не имеют чисел делящихся на 3 и 5. Это сопутствующие пары уравнений. [2].

$30m \pm 13, 30m \pm 11, 30m \pm 7, 30m \pm 1.$

где: $1 \leq m < \infty$

Последовательностей, которые не делятся на 3 и на 5 будет уже 8 последовательностей.

$\varphi(z) = (3-1)(5-1) = 8$ Происходит удвоение последовательностей.

В общем, можно написать формулу для произведений последовательных простых чисел.

$$B=3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times \dots \times p_{n-1} \times p_n. \quad (2)$$

$Z=B(2m-1)$ – упоряд нечётных чисел/ Образует граничные числа.

$$\varphi(z) = (3-1)(5-1)(7-1) \dots (p_{n-1}-1)(p_n-1) \quad (3)$$

где: $\varphi(z)$ -функция Эйлера выведенная для последовательностей упорядов. **Простые числа берутся только в первой степени, так как любая степень простого числа в последовательности нечётных чисел $2m-1$ находится на соответствующем номере и делится на это простое.**

По формуле (3) определяется количество последовательностей, у которых числа не делятся на числа являющиеся делителями шага упорядка $B=3 \times 5 \times 7 \times \dots \times p_n.$

Умножим последовательности нечётного упорядка $15(2m-1)$ на 7.

$7 \times d$	$7(30m-15)=210m-105$	$(105m-52)$	$7 \times 15=105$	(53)
$7 \times 1=7$	$7(30m-13)=210m-91$	$(105m-45)$	$7 \times 17=119$	(60)
$7 \times 2=14$	$7(30m-11)=210m-77$	$(105m-38)$	$7 \times 19=133$	(67)
$7 \times 3=21$	$7(30m-9)=210m-63$	$(105m-31)$	$7 \times 21=147$	(74)
$7 \times 4=28$	$7(30m-7)=210m-49$	$(105m-24)$	$7 \times 23=161$	(81)
$7 \times 5=35$	$7(30m-5)=210m-35$	$(105m-17)$	$7 \times 25=175$	(88)
$7 \times 6=42$	$7(30m-3)=210m-21$	$(105m-10)$	$7 \times 27=189$	(95)
$7 \times 7=49$	$7(30m-1)=210m-7$	$(105m-3)$	$7 \times 29=203$	(102)
$7 \times 8=56$	$7(30m+1)=210m+7$	$(105m+4)$	$7 \times 31=217$	(109)
$7 \times 9=63$	$7(30m+3)=210m+21$	$(105m+11)$	$7 \times 33=231$	(116)
$7 \times 10=70$	$7(30m+5)=210m+35$	$(105m+18)$	$7 \times 35=245$	(123)
$7 \times 11=77$	$7(30m+7)=210m+49$	$(105m+25)$	$7 \times 37=259$	(130)
$7 \times 12=84$	$7(30m+9)=210m+63$	$(105m+32)$	$7 \times 39=273$	(137)
$7 \times 13=91$	$7(30m+11)=210m+77$	$(105m+39)$	$7 \times 41=287$	(144)
$7 \times 14=98$	$7(30m+13)=210m+91$	$(105m+46)$	$7 \times 43=301$	(151)
	$7(30m+15)=210m+105$	$(105m+53)$	$7 \times 45=315$	(158)

где: $1 \leq m < \infty$ d – номера последовательностей упорядка нечётных чисел $15(2m-1)$ умноженные на 7. В круглых скобках уравнения выборов для определения номеров чисел в последовательности $2m-1$.

Определим внимание, на действие теоремы Евклида при доказательстве о бесконечности чисел с разностью в две единицы, т. е. о бесконечном существовании так называемых близнецов.

$$\left. \begin{array}{l} 6m-1=(2 \times 3)m-1 \\ 6m+1=(2 \times 3)m+1 \end{array} \right\} \text{нет чисел делящихся на 2 и 3 без остатка.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{где: } 1 \leq m < \infty \\ 30m-1=(2 \times 3 \times 5)m-1 \\ 30m+1=(2 \times 3 \times 5)m+1 \end{array} \right\} \text{нет чисел делящихся на 2, 3 и 5 без остатка.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{где: } 1 \leq m < \infty \\ 210m-1=(2 \times 3 \times 5 \times 7)m-1 \\ 210m+1=(2 \times 3 \times 5 \times 7)m+1 \end{array} \right\} \text{нет чисел делящихся на 2, 3, 5 и 7 без остатка.}$$

Эти последовательности с включением в произведение следующего простого можно продолжать – результат будет однозначен. Это как раз и свидетельствует о бесконечности числа близнецов.

В приведённых примерах присутствует число 2, что не допускается в основной работе, так как чётные числа не присутствуют в последовательностях с нечётными числами, а нечётные числа присутствуют во всех последовательностях, как чётных, так и нечётных. Такое свойство нечётных чисел позволяет исследовать всю область целых чисел. Дополним произведение последовательностей $15(2m-1)$ на 7 до упорядка нечётных чисел $Z=105(2m-1)$

	1	2	3			
d	-105	210m-105	(105m-52)	105 (53)	315 (158)	525 (263)
1	-103	210m-103	(105m-51)	107 (54)	317 (159)	527 (264)
2	-101	210m-101	(105m-50)	109 (55)	319 (160)	529 (265)
3	-99	210m-99	(105m-49)	111 (56)	321 (161)	531 (266)
4	-97	210m-97	(105m-48)	113 (57)	323 (162)	533 (267)
5	-95	210m-95	(105m-47)	115 (58)	325 (163)	535 (268)
6	-93	210m-93	(105m-46)	117 (59)	327 (164)	537 (269)
7x1=7	-91	210m-91	(105m-45)	119 (60)	329 (165)	539 (270)
8	-89	210m-89	(105m-44)	121 (61)	331 (166)	541 (271)
9	-87	210m-87	(105m-43)	123 (62)	333 (167)	543 (272)
10	-85	210m-85	(105m-42)	125 (63)	335 (168)	545 (273)
11	-83	210m-83	(105m-41)	127 (64)	337 (169)	547 (274)
12	-81	210m-81	(105m-40)	129 (65)	339 (170)	549 (275)
13	-79	210m-79	(105m-39)	131 (66)	341 (171)	551 (276)
7x2=14	-77	210m-77	(105m-38)	133 (67)	343 (172)	553 (277)
15	-75	210m-75	(105m-37)	135 (68)	345 (173)	555 (278)
16	-73	210m-73	(105m-36)	137 (69)	347 (174)	557 (279)
17	-71	210m-71	(105m-35)	139 (70)	349 (175)	559 (280)
18	-69	210m-69	(105m-34)	141 (71)	351 (176)	561 (281)
19	-67	210m-67	(105m-33)	143 (72)	353 (177)	563 (282)
20	-65	210m-65	(105m-32)	145 (73)	355 (178)	565 (283)
7x3=21	-63	210m-63	(105m-31)	147 (74)	357 (179)	567 (284)
22	-61	210m-61	(105m-30)	149 (75)	359 (180)	569 (285)
23	-59	210m-59	(105m-29)	151 (76)	361 (181)	571 (286)
24	-57	210m-57	(105m-28)	153 (77)	363 (182)	573 (287)
25	-55	210m-55	(105m-27)	155 (78)	365 (183)	575 (288)
26	-53	210m-53	(105m-26)	157 (79)	367 (184)	577 (289)
27	-51	210m-51	(105m-25)	159 (80)	369 (185)	579 (290)
7x4=28	-49	210m-49	(105m-24)	161 (81)	371 (186)	581 (291)
29	-47	210m-47	(105m-23)	163 (82)	373 (187)	583 (292)
30	-45	210m-45	(105m-22)	165 (83)	375 (188)	585 (293)
31	-43	210m-43	(105m-21)	167 (84)	377 (189)	587 (294)
32	-41	210m-41	(105m-20)	169 (85)	379 (190)	589 (295)
33	-39	210m-39	(105m-19)	171 (86)	381 (191)	591 (296)
34	-37	210m-37	(105m-18)	173 (87)	383 (192)	593 (297)
7x5=35	-35	210m-35	(105m-17)	175 (88)	385 (193)	595 (298)
36	-33	210m-33	(105m-16)	177 (89)	387 (194)	597 (299)
37	-31	210m-31	(105m-15)	179 (90)	389 (195)	599 (300)
38	-29	210m-29	(105m-14)	181 (91)	391 (196)	601 (301)
39	-27	210m-27	(105m-13)	183 (92)	393 (197)	603 (302)
40	-25	210m-25	(105m-12)	185 (93)	395 (198)	605 (303)
41	-23	210m-23	(105m-11)	187 (94)	397 (199)	607 (304)
7x6=42	-21	210m-21	(105m-10)	189 (95)	399 (200)	609 (305)
43	-19	210m-19	(105m-9)	191 (96)	401 (201)	611 (306)
44	-17	210m-17	(105m-8)	193 (97)	403 (202)	613 (307)
45	-15	210m-15	(105m-7)	195 (98)	405 (203)	615 (308)
46	-13	210m-13	(105m-6)	197 (99)	407 (204)	617 (309)
47	-11	210m-11	(105m-5)	199 (100)	409 (205)	619 (310)

48	-9	210m-9	(105m-4)	201 (101)	411 (206)	621 (311)
7x7=49	-7	210m-7	(105m-3)	203 (102)	413 (207)	623 (312)
50	-5	210m-5	(105m-2)	205 (103)	415 (208)	625 (313)
51	-3	210m-3	(105m-1)	207 (104)	417 (209)	627 (314)
52	-1	210m-1	(105m)	209 (105)	419 (210)	629 (315)
53	1	210m+1	(105m+1)	211 (106)	421 (211)	631 (316)
54	3	210m+3	(105m+2)	213 (107)	423 (212)	633 (317)
55	5	210m+5	(105m+3)	215 (108)	425 (213)	635 (318)
7x8=56	7	210m+7	(105m+4)	217 (109)	427 (214)	637 (319)
57	9=3x3	210m+9	(105m+5)	219 (110)	429 (215)	639 (320)
58	11	210m+11	(105m+6)	221 (111)	431 (216)	641 (321)
59	13	210m+13	(105m+7)	223 (112)	433 (217)	643 (322)
60	15=3x5	210m+15	(105m+8)	225 (113)	435 (218)	645 (323)
61	17	210m+17	(105m+9)	227 (114)	437 (219)	647 (324)
62	19	210m+19	(105m+10)	229 (115)	439 (220)	649 (325)
7x9=63	21=3x7	210m+21	(105m+11)	231 (116)	441 (221)	651 (326)
64	23	210m+23	(105m+12)	233 (117)	443 (222)	653 (327)
65	25=5x5	210m+25	(105m+13)	235 (118)	445 (223)	655 (328)
66	27=3x9	210m+27	(105m+14)	237 (119)	447 (224)	657 (329)
67	29	210m+29	(105m+15)	239 (120)	449 (225)	659 (330)
68	31	210m+31	(105m+16)	241 (121)	451 (226)	661 (331)
69	33=3x11	210m+33	(105m+17)	243 (122)	453 (227)	663 (332)
7x10=70	35=5x7	210m+35	(105m+18)	245 (123)	455 (228)	665 (333)
71	37	210m+37	(105m+19)	247 (124)	457 (229)	667 (334)
72	39=3x13	210m+39	(105m+20)	249 (125)	459 (230)	669 (335)
73	41	210m+41	(105m+21)	251 (126)	461 (231)	671 (336)
74	43	210m+43	(105m+22)	253 (127)	463 (232)	673 (337)
75	45=3x15	210m+45	(105m+23)	255 (128)	465 (233)	675 (338)
76	47	210m+47	(105m+24)	257 (129)	467 (234)	677 (339)
7x11=77	49=7x7	210m+49	(105m+25)	259 (130)	469 (235)	679 (340)
78	51=3x17	210m+51	(105m+26)	261 (131)	471 (236)	681 (341)
79	53	210m+53	(105m+27)	263 (132)	473 (237)	683 (342)
80	55=5x11	210m+55	(105m+28)	265 (133)	475 (238)	685 (343)
81	57=3x19	210m+57	(105m+29)	267 (134)	477 (239)	687 (344)
82	59	210m+59	(105m+30)	269 (135)	479 (240)	689 (345)
83	61	210m+61	(105m+31)	271 (136)	481 (241)	691 (346)
7x12=84	63=3x21	210m+63	(105m+32)	273 (137)	483 (242)	693 (347)
85	65=5x15	210m+65	(105m+33)	275 (138)	485 (243)	695 (348)
86	67	210m+67	(105m+34)	277 (139)	487 (244)	697 (349)
87	69=3x23	210m+69	(105m+35)	279 (140)	489 (245)	699 (350)
88	71	210m+71	(105m+36)	281 (141)	491 (246)	701 (351)
89	73	210m+73	(105m+37)	283 (142)	493 (247)	703 (352)
90	75=3x25	210m+75	(105m+38)	285 (143)	495 (248)	705 (353)
7x13=91	77=7x11	210m+77	(105m+39)	287 (144)	497 (249)	707 (354)
92	79	210m+79	(105m+40)	289 (145)	499 (250)	709 (355)
93	81=3x27	210m+81	(105m+41)	291 (146)	501 (251)	711 (356)
94	83	210m+83	(105m+42)	293 (147)	503 (252)	713 (357)
95	85=5x17	210m+85	(105m+43)	295 (148)	505 (253)	715 (358)

96	87=3x29	210m+87 (105m+44)	297 (149)	507 (254)	717 (359)
97	89	210m+89 (105m+45)	299 (150)	509 (255)	719 (360)
7x14=98	91=7x13	210m+91 (105m+46)	301 (151)	511 (256)	721 (361)
99	93=3x31	210m+93 (105m+47)	303 (152)	513 (257)	723 (362)
100	95=5x19	210m+95 (105m+48)	305 (153)	515 (258)	725 (363)
101	97	210m+97 (105m+49)	307 (154)	517 (259)	727 (364)
102	99=3x33	210m+99 (105m+50)	309 (155)	519 (260)	729 (365)
103	101	210m+101 (105m+51)	311 (156)	521 (261)	731 (366)
104	103	210m+103 (105m+52)	313 (157)	523 (262)	733 (367)
	3x5x7	210m+105 (105m+53)	315 (158)	525 (263)	735 (368)

где: $1 \leq m < \infty$, $1 \leq d \leq 104$ – конечная арифметическая прогрессия.

Номера d представляют собой арифметическую прогрессию с разностью между рядом стоящими членами равными 1. Сумма равностоящих от концов прогрессии членов равна 105.

Для данной работы имеют значение 4 колонки упорядка нечётных чисел $Z=105(2m-1)$. Это колонки для номеров d и колонки пронумерованные цифрами 1, 2 и 3. Колонка под номером 1 соответствует области отрицательных чисел по свойству взаимнообратимости [3] и материала изложенного в работе „Теория чисел с нетрадиционными подходами,, [1] Колонка под номером 2 – это числовые уравнения описывающие положительную числовую область. В скобках в колонке под номером 2 указаны уравнения выборок для соответствующих чисел в последовательности $2m-1$. Колонка под номером 3 соответствует остаткам при делении положительных нечётных чисел на шаг упорядка 210, при условии изменения числовых уравнений от $210m-105$ до $210m-1$. В этом диапазоне числовое уравнение при $m=1$ равно остатку. В десятичных дробях это изменение будет увеличиваться от 0,5 до 0,99... соответственно. Вычисление остатка производится при $m=1$ (от 105 до 209).

Во втором диапазоне изменения числового уравнения от $210m+1$ до числового уравнения $210m+105$. Начало отсчёта осуществляется от +1 до +105 в сторону сложения. Поэтому в десятичных дробях отношение значений при $m=1$ числовых уравнений будет больше 1. $211:210=1,00476...$ и $315:210=1,5$.

Замечаем, что десятичная часть 0,00476 при увеличении чисел стремится к 0,5, т. е. в общем случае меньше 0,5 в отличии от первого диапазона в котором десятичная часть больше 0,5 и на немного меньше единицы.

Всё это будет использоваться при определении целых чисел, которые принимают числовые уравнения от $210m-105$ до $210m+105$ при $m=1$. Пример:

Нам надо определить к какому числовому уравнению упорядка Z относится число 3959. разделим это число на 210, чтобы определить к какой граничной паре относится это число. $3959:210=18,85...$ Число 3959 относится к 19 граничной паре. ($0,85 > 0,5$). Разность чисел между числом 3959 и числом 18 граничной пары как раз и будет равна числу при искомой последовательности при $m=1$.

$$3959-210 \times 18 = 3959 - 3780 = 179 \quad 179 < 210 \text{ поэтому уравнение будет}$$

$$210m - y = 179 \text{ при } m=1 \quad y = 210 - 179 = 31$$

Имеем числовое уравнение:

$$210m-31=\{179, 389, 599, 809, \dots\}$$

Для проверки в последовательность $210m-31$ вместо m подставим число 19 равное 19 граничной паре. $210 \times 19 - 31 = 3990 - 31 = 3959$.

Следовательно, расчёты показали правильность этого метода.

Исследуем число 3213

Определим, в какой граничной паре это число находится

$3213:210=15,3$ $0,3 < 0,5$, поэтому можно сказать, что число находится в 15 граничной паре. И уравнение будет иметь вид

$$210m+y=3213-210 \times 14=3213-2940=273. \text{ При } m=1 \quad y=273-210=63$$

Итак, определили уравнение

$$210m+63=\{273, 483, 693, 903, 1113, \dots\}$$

$$\text{Проверка } 210 \times 15 + 63 = 3213$$

Теперь надо установить имеют ли числа найденных последовательностей общих делителей. Для этого надо вспомнить, как осуществлялась нумерация последовательностей упорядка $Z=105(2m-1)$. [2].

$210m-(105-2d)$ Знак минус всегда перед свободным членом $y=-(105-2d)$

потому что величина $2d$ может быть как меньше 105, так и больше 105.

Для первого примера $210m-31$.

$$y=-105+2d=-31 \text{ откуда}$$

$$d = \frac{105-31}{2} = 37 \text{ число } 37 \text{ не является делителем шага упорядка, поэтому чис-$$

ла этой последовательности не имеют общих делителей. В найденной последовательности содержатся остальные простые числа отличные от 3, 5 и 7 и произведения этих чисел, не являющихся делителями шага упорядка.

Исследуем на делимость последовательность $210m+63$

$$y=-105+2d=63 \text{ откуда}$$

$$d = \frac{105+63}{2} = \frac{168}{2} = 84 \quad 7 \times 3 = 21 \times 4 = 84 \text{ числа последовательности } 210m+63 \text{ де-}$$

лятся на число $21=3 \times 7$.

Предлагаемый метод (определения делимости) можно использовать и для любого последовательного произведения нечётных чисел, потому что величины B и y однозначно связаны уравнением :

$$-B+2d=\pm y \quad \text{где: } B=3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times p_n \quad \text{откуда:}$$

$$d = \frac{B \pm y}{2} \tag{4}$$

где: $1 \leq d \leq B-1$ y – свободный член в числовом уравнении.

Для примера исследуем число 101846771, т. е. найдём в какой последовательности упорядка $Z=B(2m-1)$ находится это число.

$$B=3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 = 4849845$$

$$Z=4849845(2m-1)=9699690m-4849845=\{4849845, 14549535, \dots\}$$

Это мы получили два числа первой граничной пары, где находятся числа числовых уравнений при значении аргумента $m=1$.

$$\text{Шаг числовых уравнений равен } 2 \times B = 9699690$$

Определим граничную пару, в которой находится исследуемое число.

$101846771 : 9699690 = 10,50000268 \dots$ $0,500002 > 0,5$ следовательно исследуемое число находится в 11 граничной паре, а это означает что разность между исследуемым числом и числом, определяемым произведением шага упорядка на граничное число меньше на единицу и определит число, в искомой последовательности получаемое при $m=1$. Определим это число.

$$101846771 - 10 \times 9699690 = 101846771 - 96996900 = 4849871$$

Определим свободный член искомого числового уравнения:

$$9699690m - y = 4849871 \text{ откуда при } m=1 \text{ } y = 9699690 - 4849871 = 4849819$$

Окончательно по уравнению (4) определим, делится ли числа найденной последовательности на какое то из чисел $B = 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19$.

$$d = \frac{B - y}{2} = \frac{4849845 - 4849819}{2} = \frac{26}{2} = 13$$

Следовательно число $101846771 : 13 = 7834367$

Для проверки подставим в уравнение $2B \times 11 - y$ найденные значения

11- номер граничной пары, в которой находится исследуемое число.

y – свободный член найденного уравнения

$$9699690 \times 11 - 4849819 = 106696590 - 4849819 = 101846771 \text{ – получили исследуемое число.}$$

Приведённый пример показывает, что не обязательно составлять таблицу подобную таблице $Z = 105(2m - 1)$, для того чтобы определить делится ли исследуемое число на числа входящие в последовательные произведения простых чисел (B), или находится в последовательности, которая содержит другие простые и произведения этих простых, которые не являются делителями свободного члена (B) граничных чисел.

3. Распределение простых чисел

В данной работе распределение простых чисел изучается определением количества простых чисел в диапазоне от единицы и до числа определяемого произведением простых чисел в первой степени. $B = 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times p_n$

Далее составляется таблица граничных чисел.

№ m	1	2	3	...
$2Bm - B$	B	3B	5B	...
$2Bm + B$	3B	5B	7B	...

№ m – номера граничных пар.

B и 3B – первая граничная пара

3B и 5B – вторая граничная пара

.....

.....

.....

Затем между граничными числами (граничными парами) пишем недостающие последовательности с нечётными числами.

Последовательности все числа которых делятся на делители числа B не выписываются. $B = 3 \times 5 \times 7 = 105$.

d	210m-105	(105m-52)	105	(53)				
1	210m-103	(105m-51)	107	(54)	317	(159)	527	(264)
2	210m-101	(105m-50)	109	(55)	319	(160)	529	(265)
4	210m-97	(105m-48)	113	(57)	323	(162)	533	(267)
8	210m-89	(105m-44)	121	(61)	331	(166)	541	(271)
11	210m-83	(105m-41)	127	(64)	337	(169)	547	(274)
13	210m-79	(105m-39)	131	(66)	341	(171)	551	(276)
16	210m-73	(105m-36)	137	(69)	347	(174)	557	(279)
17	210m-71	(105m-35)	139	(70)	349	(175)	559	(280)
19	210m-67	(105m-33)	143	(72)	353	(177)	563	(282)
22	210m-61	(105m-30)	149	(75)	359	(180)	569	(285)
23	210m-59	(105m-29)	151	(76)	361	(181)	571	(286)
26	210m-53	(105m-26)	157	(79)	367	(184)	577	(289)
29	210m-47	(105m-23)	163	(82)	373	(187)	583	(292)
31	210m-43	(105m-21)	167	(84)	377	(189)	587	(294)
32	210m-41	(105m-20)	169	(85)	379	(190)	589	(295)
34	210m-37	(105m-18)	173	(87)	383	(192)	593	(297)
37	210m-31	(105m-15)	179	(90)	389	(195)	599	(300)
38	210m-29	(105m-14)	181	(91)	391	(196)	601	(301)
41	210m-23	(105m-11)	187	(94)	397	(199)	607	(304)
43	210m-19	(105m-9)	191	(96)	401	(201)	611	(306)
44	210m-17	(105m-8)	193	(97)	403	(202)	613	(307)
46	210m-13	(105m-6)	197	(99)	407	(204)	617	(309)
47	210m-11	(105m-5)	199	(100)	409	(205)	619	(310)
52	210m-1	(105m)	209	(105)	419	(210)	629	(315)
53	210m+1	(105m+1)	211	(106)	421	(211)	631	(316)
58	210m+11	(105m+6)	221	(111)	431	(216)	641	(321)
59	210m+13	(105m+7)	223	(112)	433	(217)	643	(322)
61	210m+17	(105m+9)	227	(114)	437	(219)	647	(324)
62	210m+19	(105m+10)	229	(115)	439	(220)	649	(325)
64	210m+23	(105m+12)	233	(117)	443	(222)	653	(327)
67	210m+29	(105m+15)	239	(120)	449	(225)	659	(330)
68	210m+31	(105m+16)	241	(121)	451	(226)	661	(331)
71	210m+37	(105m+19)	247	(124)	457	(229)	667	(334)
73	210m+41	(105m+21)	251	(126)	461	(231)	671	(336)
74	210m+43	(105m+22)	253	(127)	463	(232)	673	(337)
76	210m+47	(105m+24)	257	(129)	467	(234)	677	(339)
79	210m+53	(105m+27)	263	(132)	473	(237)	683	(342)
82	210m+59	(105m+30)	269	(135)	479	(240)	689	(345)
83	210m+61	(105m+31)	271	(136)	481	(241)	691	(346)
86	210m+67	(105m+34)	277	(139)	487	(244)	697	(349)
88	210m+71	(105m+36)	281	(141)	491	(246)	701	(351)
89	210m+73	(105m+37)	283	(142)	493	(247)	703	(352)
92	210m+79	(105m+40)	289	(145)	499	(250)	709	(355)
94	210m+83	(105m+42)	293	(147)	503	(252)	713	(357)
97	210m+89	(105m+45)	299	(150)	509	(255)	719	(360)
101	210m+97	(105m+49)	307	(154)	517	(259)	727	(364)
103	210m+101	(105m+51)	311	(156)	521	(261)	731	(366)
104	210m+103	(105m+52)	313	(157)	523	(262)	733	(367)

Определение чисел, которые делятся на 11, 13, 17, 19, . . . и далее по порядку следования простых чисел. Осталось определить составные числа, которые делятся на 3, 5 и 7 только в области от единицы и до первого граничного числа 105 и исключить их из рассмотрения.

Числа, которые делятся на 3, (От 3 до 105)

$3(10m-9)$	$3(10m-7)$	$3(10m-5)$	$3(10m-3)$	$3(10m-1)$
$3 \times 1 = 3$	$3 \times 3 = 9$	$3 \times 5 = 15$	$3 \times 7 = 21$	$3 \times 9 = 27$
$3 \times 11 = 33$	$3 \times 13 = 39$	$3 \times 15 = 45$	$3 \times 17 = 51$	$3 \times 19 = 57$
$3 \times 21 = 63$	$3 \times 23 = 69$	$3 \times 25 = 75$	$3 \times 27 = 81$	$3 \times 29 = 87$
$3 \times 31 = 93$	$3 \times 33 = 99$	$3 \times 35 = 105$		

Числа, которые делятся на 5. (От 5 до 105)

$5(10m-9)$	$5(10m-7)$	$5(10m-5)$	$5(10m-3)$	$5(10m-1)$
$5 \times 1 = 5$	$5 \times 3 = 15$	$5 \times 5 = 25$	$5 \times 7 = 35$	$5 \times 9 = 45$
$5 \times 11 = 55$	$5 \times 13 = 65$	$5 \times 15 = 75$	$5 \times 17 = 85$	$5 \times 19 = 95$
$5 \times 21 = 105$				

Числа, которые делятся на 7. (От 7 до 105)

$7(10m-9)$	$7(10m-7)$	$7(10m-5)$	$7(10m-3)$	$7(10m-1)$
$7 \times 1 = 7$	$7 \times 3 = 21$	$7 \times 5 = 35$	$7 \times 7 = 49$	$7 \times 9 = 63$
$7 \times 11 = 77$	$7 \times 13 = 91$	$7 \times 15 = 105$		

Числа 3, 5, 7 являются делителями $V=3 \times 5 \times 7=105$. Остальные простые числа, начиная с 11, делителями не являются.

$11(10m-9)$	$11(10m-7)$	$11(10m-5)$	$11(10m-3)$	$11(10m-1)$
$11 \times 1 = 11$	$11 \times 3 = 33$	$11 \times 5 = 55$	$11 \times 7 = 77$	$11 \times 9 = 99$
$11 \times 11 = 121$	3×11	5×11	7×11	3×33

Число $121 > 105$ - находится в первой граничной паре.

$13(10m-9)$	$13(10m-7)$	$13(10m-5)$	$13(10m-3)$	$13(10m-1)$
$13 \times 1 = 13$	$13 \times 3 = 39$	$13 \times 5 = 65$	$13 \times 7 = 91$	$13 \times 9 = 117$
	3×13	5×13	7×13	

$13 \times 9 = 117 > 105$ - делится на 3, поэтому в таблицу с простыми числами не входит.

$17(10m-9)$	$17(10m-7)$	$17(10m-5)$	$17(10m-3)$	$17(10m-1)$
$17 \times 1 = 17$	$17 \times 3 = 51$	$17 \times 5 = 85$	$17 \times 7 = 119$	$17 \times 9 = 153$
	3×17	5×17		

$17 \times 7 = 119 > 105$ и $17 \times 9 = 153 > 105$ исключаются из рассмотрения

(Делятся на 7 и 3)

$19(10m-9)$	$19(10m-7)$	$19(10m-5)$	$19(10m-3)$	$19(10m-1)$
$19 \times 1 = 19$	$19 \times 3 = 57$	$19 \times 5 = 95$	$19 \times 7 = 133$	$19 \times 9 = 171$
	3×19	5×19		

$19 \times 7 = 133 > 105$ и $19 \times 9 > 105$ исключаются из рассмотрения
(Делятся на 7 и 3)

Далее можно перечислить все простые числа меньше 105.

1, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103. - 24 простых числа.

Простые числа 3, 5 и 7 – исключаются из рассмотрения, как и составные числа, в которые они входят делителями.

Простые числа 11, 13, 17, 19, 23, . . . и т. д. будут входить в составные числа, которые будут располагаться между граничными числами. Эти составные числа надо определить и исключить из простых чисел каждой из граничной пары.

Для того, чтобы определить количество простых чисел в первой граничной паре, надо определить составные числа, которые делятся на 11, 13, 17, 19, и т. д. Первая граничная пара это числа между 105 и 315.

$11(2m-1) = 22m - 11 = 11, 33, 55, 77, 99, 121, 143, 165, 187, 209, 231, 253, 275, 297, 319, 341, \dots$

Числа 11, 33, 55, 77, 99 – меньше 105.

Выпишем составные числа, которые не делятся на 3, 5 и 7.

$11 \times 11 = 121$ (61), $11 \times 13 = 143$ (72), $11 \times 17 = 187$ (94), $11 \times 19 = 209$ (105), $11 \times 23 = 253$, $11 \times 29 = 319$ (номера в последовательности $2m-1$ в скобках)

Число $319 > 315$ – находится во 2 граничной паре.

5 составных чисел, делящихся на 11, находятся в первой граничной паре.

Определим количество составных чисел, делящихся на 13 и находящихся в первой граничной паре.

$13(2m-1) = 26m - 13 = 13, 39, 65, 91, 117 = 13 \times 9$ - это число делится на 3

$13 \times 11 = 143$ - уже включено в составные.

$13 \times 13 = 169$, $13 \times 17 = 221$, $13 \times 19 = 247$, $13 \times 23 = 299$, $13 \times 29 = 377 > 315$

$5 + 4 = 9$ составных чисел делящихся на 11 и 13 в первой граничной паре.

Определим количество составных чисел, делящихся на 17 в первой граничной паре.

$17 \times 11 = 187$, $17 \times 13 = 221$ – эти числа включены в список составных чисел, находящихся в первой граничной паре.

$17(2m-1) = \dots \dots \dots 17 \times 17 = 289$, $17 \times 19 = 323$, $17 \times 23 = 391, \dots$

$323 > 315$ – находится во 2 граничной паре.

$5 + 4 + 1 = 10$ составных чисел, делящихся на 11, 13 и 17 находится в первой граничной паре.

Количество простых чисел в первой граничной паре будет:

$\varphi(z) - 10 = 2 \times 4 \times 6 - 10 = 38$ – простых чисел содержится в первой граничной паре.

Определим количество простых чисел, содержащихся во второй граничной паре. Это числа, которые находятся между 315 и 525.

$319 = 11 \times 29$ (160), $341 = 11 \times 31$ (171), $407 = 11 \times 37$ (204), $451 = 11 \times 41$ (226), $473 = 11 \times 43$ (237), $517 = 11 \times 47$ (259), **$583 = 11 \times 53$ (292)**

Число $583 > 525$ находится в 3 граничной паре.

$377=13 \times 29$ (189), $403=13 \times 31$ (202), $481=13 \times 37$ (241), **$533=13 \times 41$ (267)**.

Число $533 > 525$ находится в 3 граничной паре

$323=17 \times 19$ (162), $391=17 \times 23$ (196), $493=17 \times 29$ (247), **$527=17 \times 31$ (264)**.

Число $527 > 525$ находится в 3 граничной паре.

$437=19 \times 23$ (219), **$551=19 \times 29$ (276)**.

Число $551 > 525$ находится в 3 граничной паре.

$23 \times 23 = 529$ (265). Находится в 3 граничной паре.

Количество простых чисел во второй граничной паре будет:

$\varphi(z) - (6 + 3 + 3 + 1) = 48 - 13 = 35$ - **простых чисел во 2 граничной паре**.

Определим количество простых чисел в 3 граничной паре. Это числа, которые находятся между 525 и 735.

$11 \times 53 = 583$ (292), $11 \times 59 = 649$ (325), $11 \times 61 = 671$ (336), **$11 \times 67 = 737$ (369)**

Число $737 > 735$ находится в 4 граничной паре.

$13 \times 41 = 533$ (267), $13 \times 43 = 559$ (280), $13 \times 47 = 611$ (306), $13 \times 53 = 689$ (345),

$13 \times 59 = 767$ (384), число находится в 4 граничной паре.

$17 \times 31 = 527$ (264), $17 \times 37 = 629$ (315), $17 \times 41 = 697$ (349), $17 \times 43 = 731$ (366)

$17 \times 47 = 799$ (400), число находится в 4 граничной паре.

$19 \times 29 = 551$ (276), $19 \times 31 = 589$ (295), $19 \times 37 = 703$ (352), **$19 \times 41 = 779$ (390)**

Число **$19 \times 41 = 779$ (390)** находится в 4 граничной паре.

$23 \times 23 = 529$ (265), $23 \times 29 = 667$ (334), $23 \times 31 = 713$ (357), **$23 \times 37 = 851$ (426)**,

$23 \times 37 = 851 > 735$ – находится в 4 граничной паре.

$29 \times 29 = 841$ (421) – находится в 4 граничной паре.

$\varphi(z) - (3 + 4 + 4 + 3 + 3) = 48 - 17 = 31$ - **простых чисел**

Определим количество простых чисел в 4 граничной паре. ($735 \div 945$).

$11 \times 67 = 737$ (369), $11 \times 71 = 781$ (391), $11 \times 73 = 803$ (402), $11 \times 79 = 869$ (435),

$11 \times 83 = 913$ (457), **$11 \times 89 = 979 > 945$**

$13 \times 59 = 767$ (384), $13 \times 61 = 793$ (397), $13 \times 67 = 871$ (436), $13 \times 71 = 923$ (462),

$13 \times 73 = 949 > 945$

$17 \times 47 = 799$ (400), $17 \times 53 = 901$ (451), **$17 \times 59 = 1003 > 945$**

$19 \times 41 = 779$ (390), $19 \times 43 = 817$ (409), $19 \times 47 = 893$ (447), **$19 \times 53 = 1007 > 945$**

$23 \times 37 = 851$ (426), $23 \times 41 = 943$ (472), **$23 \times 43 = 989 > 945$**

$29 \times 29 = 841$ (421), $29 \times 31 = 899$ (450), **$29 \times 37 = 1073 > 945$**

$31 \times 31 = 961 > 945$

$\varphi(z) - (5 + 4 + 2 + 3 + 2 + 2) = 48 - 18 = 30$ - **простых чисел**

Подсчитаем количество простых чисел от 1 до 945

$24 + 38 + 35 + 31 + 30 + 3 = 161$. 3 соответствует простым числам 3, 5 и 7.

Единица в данной работе так же считается простым числом. И не обращается внимание на обстоятельство, что единица является образующим числом для всех целых чисел. Расчёты по содержанию количества простых чисел в каждой

граничной паре можно и продолжить. Но это можно сделать и при использовании вычислительной техники и при этом можно ожидать интересных результатов.

После выписки последовательностей под номерами соответствующим последовательностям, не содержащим чисел, которые делятся на числа являющиеся делителями В. В рассматриваемом нечётном упорядке $Z=105(2m-1)$ номера d не кратны числам 3, 5 и 7 являющимися делителями В.

Для каждой последовательности полученной таким образом, и определения простых и составных чисел, можно определить для каждого простого и составного числа в этих последовательностях следующую граничную пару, в которой эти числа присутствуют делителями. Рассмотрим это на примере последовательности $210m-67$ ($105m-33$) = {143=11x13, } Определим граничные пары в которых числа 11 и 13 будут делителями. Номера m определяют и граничные пары.

Число 143 =11x13 в рассматриваемой последовательности $210m-67$ находится на первом номере $m=1$.

$1+11=12$ – граничная пара. В последовательности $210m-67$ в 12 граничной паре находится число $210x12-67=2520-67=2453$. $2453:11=223$.

Можно выделить из чисел последовательности $210m-67$ последовательность, числа которых делятся на 11.

1, 12, 23, 34, . . . $m \setminus = 11m-10$ - уравнение выборки –
11, 11, 11, . . .

Найдём числовое уравнение:

$210(11m-10)-67=2310m-2167=\{143, 2453, 4763, 7073, . . . \}$

Такие же операции проделаем и для числа 13.

Определим уравнение выборки

1, 14, 27, 40, . . . $m \setminus = 13m-12$
13, 13, 13, . . .

Числовое уравнение будет:

$210(13m-12)-67=2730m-2587=\{143, 2873, 5603, 8333, . . . \}$

Уравнения выборок указывают так же на нахождение соответствующих чисел в граничных парах. В уравнении $210m-67$ в 12 граничной паре находится число, которое делится на 11. Проверим это:

$210x12-67=2453=11x223$

А в 14 граничной паре находится число, делящееся 13.

$210x14-67=2873=13x221$, $221=13x17$.

Так как число 2873 делится на 17, то на основании свойства взаимнообратимости и материала изложенного в [1], так как $17 > 14$ то разность между $14-17=-3$ будет принадлежать числу в отрицательной числовой области.

Проверим это: $210(-3)-67=-697=-17x41$

Но мы условились работать только в положительной числовой области, поэтому число 697 будет находиться в сопутствующем уравнении $210m+67$.

$210x3+67=697=17x41$

В уравнении $210m-67$ определим число, которое находится в при $m=13$.

$210 \times 13 - 67 = 2663$ – простое число.

Между номерами 23 и 27 рассматриваемого уравнения находятся числа, стоящие на номерах 24, 25 и 26 исследуем соответствующие числа.

$210 \times 24 - 67 = 4973$ – простое число.

$210 \times 25 - 67 = 5183 = 71 \times 73$

$210 \times 26 - 67 = 5393$ – простое число

На номере 25 (в 25 граничной паре) числа 71 и 73 больше 25.

Определим номера в сопутствующем уравнении, на которых будут находиться числа делящиеся на 71 и 73.

$25 - 71 = -46$, В сопутствующем уравнении на 46 номере будет находиться число, которое делится на 71.

$210 \times 46 + 67 = 9727 = 71 \times 137$

Разность номеров чисел $|25 - 73| = 48$ определяет число в уравнении $210m + 67$, делящееся на 73. [1].

$210 \times 48 + 67 = 10147 = 73 \times 139$.

Это мы рассматриваем номера в последовательностях $210m \pm 67$.

Найдём уравнения выборок для чисел делящихся на 71 и 73 в последовательности $210m - 67$.

25, 96, 167, ... $m^1 = 71m - 46$

71, 71, ...

25, 98, 171, ... $m^1 = 73m - 48$

73, 73, ...

Соответствующие числовые уравнения:

$210(71m - 46) - 67 = 14910m - 9727 = \{5183, 20093, 35003, 49913, 64823, \dots\}$

$210(73m - 48) - 67 = 15330m - 10147 = \{5183, 20513, 35843, 51173, 66503, \dots\}$

$14910m - 9727 = 71(210m - 137)$

$15330m - 10147 = 73(210m - 139)$

Определим уравнения выборок для чисел делящихся на 71 и 73 в последовательности $210m + 67$.

46, 117, 188, ... $m^1 = 71m - 25$

71, 71, ...

48, 121, 194, ... $m^1 = 73m - 25$

73, 73, ...

Соответствующие числовые уравнения:

$210(71m - 25) + 67 = 14910m - 5183 = 71(210m - 73) = \{9727, 24637, 39547, \dots\}$

$210(73m - 25) + 67 = 15330m - 5183 = 73(210m - 71) = \{10147, 25477, 40807, \dots\}$

Для примера исследуем число 135073. Изберём оптимальный путь для исследования, заключающийся в том, что произведение простых чисел будет максимально приближено к исследуемому числу. Для такого приближения надо рассмотреть первые граничные пары.

$3 \times 5 = 15$

$3 \times 15 = 45$

$3 \times 5 \times 7 = 105$

$3 \times 105 = 315$

$3 \times 5 \times 7 \times 11 = 1155$

$3 \times 1155 = 3465$

$$\begin{array}{ll} 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 = 15015 & 3 \times 15015 = 45045 \\ 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 = 255255 & 3 \times 255255 = 765765 \\ 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 \times 19 = 4849845 & 3 \times 4849845 = 14549535 \end{array}$$

.....

Число $135073 < 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13 \times 17 = 255255$, поэтому оно не может принадлежать ни одному из уравнений нечётного упорядка $Z = 255255(2m-1)$.

Число $135073 > 15015$, поэтому может принадлежать одному из уравнений нечётного упорядка $Z = 15015(2m-1) = 30030m - 15015 = \{15015, 45045, \dots\}$

Разделим исследуемое число на шаг нечётного упорядка $B = 30030$.
 $135073 : 30030 = 4,497\dots$

Десятичная часть $0,49\dots < 0,5$, поэтому исследуемое число находится в четвёртой граничной паре. Разность между самим числом и произведением шага упорядка на 3 граничную пару в результате даст значение искомой последовательности при значении аргумента равного единице.

$135073 - 3 \times 30030 = 44983$ откуда надо решить уравнение:

$$30030m + y = 44983 \quad \text{при } m=1 \quad y = 44983 - 30030 = 14953$$

Имеем числовое уравнение:

$$30030m + 14953 = \{44983, 75013, 105043, \mathbf{135073}, \dots\}$$

Исследуем найденное числовое уравнение на делимость делителей шага $B = 3 \times 5 \times 7 \times 11 \times 13$. Для этого надо определить номер d .

$$y = -15015 + 2d = 14953 \quad \text{откуда}$$

$$d = \frac{15015 + 14953}{2} = \frac{29968}{2} = 14984 \quad \text{получили очень большое число.}$$

По свойству арифметических прогрессий о сумме равноотстоящих от концов прогрессии найдём номер d у сопутствующего числового уравнения.

$d = 15015 - 14984 = 31$ этот номер показывает, что оба сопутствующие уравнения не делятся на делители шага упорядка B .

Номер $d = 31$ должен соответствовать уравнению $30030m - 14953 = 15077$,

$$y = -15015 + 2d = -14953 \quad \text{откуда:}$$

$$d = \frac{15015 - 14953}{2} = \frac{62}{2} = 31$$

Номера 31 и 14984 не делятся на 3, 5, 7, 11 и на 13 это свидетельствует о том, что числа в найденных обоих сопутствующих уравнениях содержат в своём разложении на множители другие простые и произведения этих простых.

4. Заключение и выводы

В данной работе приведены две таблицы, описывающие упоряд нечётных чисел $Z = 105(2m-1)$.

Первая таблица содержит все числовые уравнения упоряд нечётных чисел. Подобные таблицы служат в основном для определения делимости чисел на числа, которые являются делителями шага упорядка нечётных чисел.

В последовательном рассмотрении нечётных последовательностей типа $Z=2Vm-V$ при последовательном изменении $V=3, V=3 \times 5, V=3 \times 5 \times 7$, и т. д.

При $V=3$ [$3(2m-1)$] получаем 2 последовательности содержащие простые числа кроме числа 3 и чисел кратных 3 (делящихся на 3).

$$6m-1 = \{5, 11, 17, 23, 29, 35, 41, 47, 53, 59, 65, 71, 77, 83, 89, 95, 101, \dots\}$$

$$6m+1 = \{7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49, 55, 61, 67, 73, 79, 85, 91, 97, 103, \dots\}$$

При $V=3 \times 5$ получаем $\varphi(z) = (3-1)(5-1) = 8$ последовательностей содержащих простые числа.

Из чисел последовательности $6m-1$ образуются 4 последовательности, содержащие простые числа.

$$30m-13 = \{17, 47, 77, 107, 137, 167, 197, 227, 257, 287, 317, 347, 377, \dots\}$$

$$30m-7 = \{23, 53, 83, 113, 143, 173, 203, 233, 263, 293, 323, 353, 383, \dots\}$$

$$30m+11 = \{41, 71, 101, 131, 161, 191, 221, 251, 281, 311, 341, 371, 401, \dots\}$$

Особо выделим последовательность $30m-1=(2 \times 3 \times 5)m-1$ которая по теореме Евклида не будет содержать чисел, делящихся на 2, 3 и 5 при целочисленном изменении аргумента m . Но стоит заметить, что и другие последовательности у которых $(2 \times 3 \times 5)m \pm p$ где $p \geq 7$ не будут содержать чисел, делящихся на делители $V=2 \times 3 \times 5$. Но если уравнение выборки $m^1 = pm$, то в результате будем иметь:

$$(2 \times 3 \times 5)pm \pm p = p[(2 \times 3 \times 5)m \pm 1]$$

Таким образом, можно выделить из последовательности $Vm \pm 1$ числа, которые делятся на любое простое, которое больше простых чисел делящих V .

$$30m-1 = \{29, 59, 89, 119, 149, 179, 209, 239, 269, 299, 329, 359, 389, 419, \dots\}$$

Во всех 4 последовательностях отсутствует число 5 и числа кратные 5, которые присутствуют в последовательности $6m-1$.

$30m+5$ – числа этой последовательности находятся в $6m-1$.

$$30m+5 = 5(6m+1) = \{35, 65, 95, 125, 155, 185, 215, 245, 275, 305, 335, \dots\}$$

Из чисел последовательности $6m+1$ можно выделить числа, делящиеся на 5 умножив 5 на $6m-1$. [3].

$$5(6m-1) = 30m-5 = \{25, 55, 85, 115, 145, 175, 205, 235, 265, 295, 325, \dots\}$$

Остальные простые разместились в 4 последовательностях:

$$30m-11 = \{19, 49, 79, 109, 139, 169, 199, 229, 259, 289, 319, 349, 379, \dots\}$$

$$30m+1 = \{31, 61, 91, 121, 151, 181, 211, 241, 271, 301, 331, 361, 391, \dots\}$$

$$30m+7 = \{37, 67, 97, 127, 157, 187, 217, 247, 277, 307, 337, 367, 397, \dots\}$$

$$30m+13 = \{43, 73, 103, 133, 163, 193, 223, 253, 283, 313, 343, 373, 403, \dots\}$$

где: $1 \leq m < \infty$.

При умножении упорядка $Z=15(2m-1)$ на 7 отметим только произведение последовательностей $30m \pm 1$ на 7. Это произведение выделяет из этих последовательностей числа, которые делятся на 7. ($210m \pm 7$)

И последовательности $210m \pm 1$ не будут содержать уже чисел, которые делятся на 5 и 7.

При умножении последовательностей $210m \pm 1$ на 11 из этих последовательностей выделяются числа, которые делятся на 11. ($2310m \pm 11$). И последовательности $2310m \pm 1$ не будут содержать чисел, делящихся на 5, 7 и 11,

При умножении последовательностей $2310m \pm 1$ на следующее простое число 13 следует ожидать такой же результат. Получим в результате последовательности $30030m \pm 1$, которые не будут содержать чисел, которые делятся на 3, 5, 7, 11 и 13. Умножение на следующие по порядку простые числа будут давать такие же результаты.

Нахождение пары номеров – близнецов.

Выпишем подряд пары номеров, которые находятся между номерами, делящимися на 3 из таблицы $105(2m-1)$. [2].

$$3d-2 = \{1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, \dots\}$$

$$3d-1 = \{2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, \dots\}$$

Значения последовательностей $3d-2$ и $3d-1$ представим в виде таблиц.

$3d-2$									
1,	4,	7,	10,	13,	16,	19,	22,	25,	28,
31,	34,	37,	40,	43,	46,	49,	52,	55,	58,
61,	64,	67,	70,	73,	76,	79,	82,	85,	88,
91,	94,	97,	100,	103,	106,	109,	112,	115,	118,
.....									
.....									

$3d-1$									
2,	5,	8,	11,	14,	17,	20,	23,	26,	29,
32,	35,	38,	41,	44,	47,	50,	53,	56,	59,
62,	65,	68,	71,	74,	77,	80,	83,	86,	89,
92,	95,	98,	101,	104,	107,	110,	113,	116,	119,
.....									
.....									

Отметим в последовательностях $3d-2$ и $3d-1$ номера чисел, делящиеся на 5. В последовательности $3d-2$ число 10 делится на 5 при $d=4$. Определим уравнение выборки:

$$4, \quad 9, \quad 14, \dots \quad d \setminus = 5d-1$$

$$5, \quad 5, \dots$$

Уравнение числовое для номеров чисел, которые делятся на 5 будет:
 $3(5d-1)-2=15d-5=\{10, 25, 40, 55, 70, 85, 100, 115, \dots\}$

Эти числа отметим жирным шрифтом в последовательности $3d-2$.

Найдём в последовательности $3d-1$ уравнение выборки для номеров чисел делящихся на 5.

$$2, \quad 7, \quad 12, \dots \quad d \setminus = 5d-3$$

$$5, \quad 5, \dots$$

Подставим это уравнение выборки в числовое уравнение $3d-2$. Этой подстановкой мы определим номера, для которых нет близнецов.

$$3(5d-3)-2=15d-11=\{4, 19, 34, 49, 64, 79, 94, 109, \dots\}$$

Отметим эти числа жирным шрифтом в последовательности $3d-2$.

Точно таким же образом отметим номера для чисел делящихся на 7.

В последовательности $3d-2$ число 7 стоит на 3 номере.

Найдём уравнение выборки.

$$3, 10, 17, \dots \quad d^1 = 7d-4$$

$$7, 7, \dots$$

Числовое уравнение будет:

$$3(7d-4)-2=21d-14=\{7, 28, 49, 70, 91, 112, \dots\}$$

В уравнении $3d-1$ число делится на 7 при $d=5$.

Найдём уравнение выборки:

$$5, 12, 19, \dots \quad d^1 = 7d-2$$

$$7, 7, \dots$$

Это уравнение выборки подставим в уравнение $3d^1-2$.

$$3(7d-2)-2=21d-8=\{13, 34, 55, 76, 97, 118, \dots\}$$

Вычисленные номера в последовательностях с шагом 210 принадлежат последовательностям, числа которых не имеют близнецов.

Номерам, напечатанным обычным шрифтом соответствуют последовательности, в которых имеются близнецы. Перечислим некоторые из этих номеров.

$$3d-2=1, 16, 22, 31, 37, 43, 46, 52, 58, \dots$$

$$3d-1=2, 17, 23, 32, 38, 44, 47, 53, 59, \dots$$

Например, подставив номера d соответствующие парам уравнений, в которых находятся простые числа. Эти простые числа не являются делителями $V=3 \times 5 \times 7$. В этом случае мы получим и пары простых чисел - так называемых близнецов. Приведём несколько примеров.

$$210m-(105-2 \times 31)=210m-43=\mathbf{167}, 377, \mathbf{587}, \mathbf{797}, 1007, \mathbf{1217}, \mathbf{1427}, \dots$$

$$210m-(105-2 \times 32)=210m-41=169, \mathbf{379}, 589, 799, \mathbf{1009}, 1219, \mathbf{1429}, \dots$$

$$\text{где: } 1 \leq m < \infty$$

Жирным шрифтом напечатаны простые числа.

$$210m-(105-2 \times 16)=210m-73=\mathbf{137}, \mathbf{347}, \mathbf{557}, 767, \mathbf{977}, \mathbf{1187}, \dots$$

$$210m-(105-2 \times 17)=210m-71=\mathbf{139}, \mathbf{349}, 559, \mathbf{769}, 979, 1189, \dots$$

$$\text{где: } 1 \leq m < \infty$$

$$210m-(105-2 \times 1)=210m-103=\mathbf{107}, \mathbf{317}, 527, 737, \mathbf{947}, 1157, \dots$$

$$210m-(105-2 \times 2)=210m-101=\mathbf{109}, 319, 529, \mathbf{739}, 949, 1159, \dots$$

$$\text{где: } 1 \leq m < \infty$$

При введении в произведение следующего простого $V=3 \times 5 \times 7 \times 11=1155$ из уравнений $3d-2$ и $3d-1$ исключаются номера чисел, которые делятся на 11. По причине того, что образуются последовательности, все числа которых имеют общий делитель число 11. Если произведение $V=3 \times 5 \times 7 \times \dots \times p_{n-1} \times p_n$ то для всех простых чисел входящих в произведение V будут образовываться последовательности с общими свойствами по делимости. И из уравнений номеров $3d-2$ и $3d-1$ эти числа будут удалены. Будут образованы поиски других простых, и других близнецов начиная от числа p_{n+1} .

В заключении можно сказать, что даже если мы и выделим очень большое количество последовательностей, числа которых имеют общие делители, но и в этом случае надо иметь в виду, что каждое число из этих уравнений

отличается от другого числа набором других простых чисел, которые не являются делителями $V=3 \times 5 \times 7 \times 11 \times \dots \times p_{n-1} \times p_n$. Если даже и не рассматривать последовательности, у которых числа не имеют общих делителей. В данной работе изучается произведения простых чисел в первой степени.

Содержание

Предисловие	2
1. Вывод функции Эйлера для произведений последовательностных простых нечётных чисел (без числа 2)	3
2. Получение упорядков с нечётными числами путём умножения	5
3. Распределение простых чисел	13
4. Заключение и выводы	20

Литература

1. Кудрицкий Г. А. Теория чисел с нетрадиционными подходами 2019г
ФБ СПбПУ Отдел электронных ресурсов и библиографии
<http://elib.spbstu.ru/dl/2/z19-8.pdf>
2. Кудрицкий Г. А. Умножение и алгебра целых положительных чисел
2020г ФБ СПбПУ Отдел электронных ресурсов и библиографии
<http://elib.spbstu.ru/dl/z20-4.pdf>
3. Кудрицкий Г. А. Нетрадиционная математика в целых числах. Нахождение делителей чисел и определение простых чисел. (Часть 1). 2011 г.
ФБ СПбПУ Отдел электронных ресурсов и библиографии
<http://dl.unilib.neva.ru/dl/2092.pdf>
4. Кудрицкий Г. А. Нетрадиционная математика в целых числах. Нахождение делителей чисел и определение простых чисел. (Часть 2). 2012 г.
ФБ СПбГПУ Отдел электронных ресурсов и библиографии
<http://dl.unilib.neva.ru/dl/2333.pdf>

