

Федеральное агентство по образованию

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Ю. Н. ЕГОРОВ И. М. СЕМЁНОВ

ПРИВОДЫ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

ЭЛЕКТРОПРИВОДЫ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИНАХ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Санкт-Петербург
Издательство Политехнического университета
2009

Федеральное агентство по образованию

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Приоритетный национальный проект «Образование»

**Инновационная образовательная программа
Санкт-Петербургского государственного политехнического
университета**

Ю. Н. ЕГОРОВ И. М. СЕМЁНОВ

ПРИВОДЫ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

ЭЛЕКТРОПРИВОДЫ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИНАХ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Рекомендовано Учебно-методическим объединением
по университетскому политехническому образованию
в качестве учебного пособия для студентов высших
учебных заведений, обучающихся по направлению
подготовки «Технологические машины и оборудование»

**Санкт-Петербург
Издательство Политехнического университета
2009**

УДК 62-581.6 62-83 (075.8)

ББК 31.291

Егоров Ю. Н., Семёнов И. М. **Приводы автоматизированных систем. Электроприводы и управление в технологических машинах:** Учебное пособие. – СПб.: Изд-во Политехнического университета., 2009. – 342 с.

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор Санкт-Петербургского государственного технологического университета растительных полимеров В. Д. Кулик,

кандидат технических наук, профессор Санкт-Петербургского государственного политехнического университета Л. А. Станкевич.

Пособие содержит сведения, необходимые для изучения динамических режимов электроприводов постоянного и переменного тока, оптимальных систем электропривода нескольких типов, а также связанных систем. Рассмотрены структуры с заданной податливостью к возмущающему воздействию.

Пособие предназначено для подготовки студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению «Технологические машины и оборудование» и специальностям в области техники и технологии при изучении дисциплины «Приводы автоматизированных систем».

Работа выполнена в рамках реализации Инновационной образовательной программы Санкт-Петербургского государственного политехнического университета «Развитие политехнической системы подготовки кадров в инновационной среде науки и высокотехнологичных производств Северо-Западного региона России».

Печатается по решению редакционно-издательского совета Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

© Семенов И. М., Егоров Ю. Н., 2009

© Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 2009

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	6
1. Разомкнутые системы электропривода	13
1.1. Электрические приводы с двигателями постоянного тока	13
1.1.1. Система электропривода «генератор - двигатель».....	13
1.1.2. Система электропривода «управляемый выпрямитель-двигатель постоянного тока».....	14
1.1.3. Система «широтно-импульсный преобразователь- двигатель постоянного тока».....	29
1.2. Электрические приводы с двигателями переменного тока.....	37
1.2.1. Системы электропривода «тиристорный регулятор напряжения - асинхронный двигатель».....	37
1.2.2. Системы электропривода «полупроводниковый преобразователь частоты- асинхронный двигатель»	41
1.2.3. Преобразователь частоты с автономным инвертором напряжения и управляемым выпрямителем.....	45
1.2.4. Преобразователь частоты с автономным инвертором напряжения и неуправляемым выпрямителем	48
1.2.5. Законы частотного управления.. ..	49
1.2.6. Электроприводы с синхронными двигателями	56
1.3. Релейно-контакторные системы электропривода	57
1.3.1. Механические переходные процессы в системах электропривода.....	58
1.3.2. Типовые узлы схем автоматического управления движением электроприводов постоянного тока.....	62
1.3.3. Типовые узлы схем автоматического управления движением электроприводов переменного тока.....	75
1.3.3.1. Пуск асинхронных электроприводов.....	75
1.3.3.2. Реверс асинхронных электроприводов	78
1.3.3.3. Торможение и останов электроприводов с асинхронными двигателями.....	79
1.4. Электроприводы с шаговыми двигателями.....	87
2. Системы электропривода постоянного тока	94
2.1. Регулируемый электропривод с отрицательной обратной связью по скорости	95

2.2. Регулируемый привод с отрицательной обратной связью по скорости и току якоря	98
2.3. Регулируемый привод с отрицательной обратной связью по скорости и току с отсечкой	99
2.4. Системы подчиненного управления	100
2.4.1. Элементы теории систем подчиненного управления.....	100
2.4.2. Оптимум по модулю передаточной функции (модульный оптимум)	105
2.4.3. Симметричный оптимум.....	114
2.4.4. Система подчиненного регулирования тока якоря двигателя постоянного тока.....	118
2.4.5. Системы регулирования скорости	124
2.5. Двухзонное регулирование скорости в приводах постоянного тока с двигателями независимого возбуждения	128
3. Системы электропривода переменного тока	131
3.1. Системы частотного управления асинхронными двигателями.....	131
3.1.1. Скалярные системы управления скоростью асинхронных двигателей.....	132
3.1.2. Частотно-токовые скалярные системы управления асинхронными двигателями.....	135
3.2. Векторные системы управления асинхронными двигателями	139
3.2.1. Элементы теории. Математические модели асинхронного двигателя.....	139
3.2.2. Векторные системы частотного управления	148
4. Оптимальное управление в системе электропривода	160
4.1. Система электропривода с минимальным потреблением энергии.....	160
4.2. Система с минимальным нагревом двигателя.....	165
4.3. Разгон двигателя до наибольшей скорости с ограничением нагрева.....	169
4.4. Система с предельным быстродействием.....	174
4.5. Отработка заданной функции времени	178
4.6. Линеаризация моментного контура	185
4.7. Управление моментным контуром в переходном процессе с подвижной границей	189
4.8. Применение уравнения Риккати.....	195
4.9. Оптимизация динамики электропривода в дискретном времени	202
4.10. Синтез управления, ограниченного максимально-допустимым значением	203

5. Управление связанными системам электропривода.	
Оптимизация управления	212
5.1. Однотипные связанные системы	212
5.2. Алгоритмически связанные системы	218
5.3. Примеры алгоритмически связанных систем	223
5.4. Системы, связанные алгоритмически и через источник сырья.....	232
5.5. Системы, связанные алгоритмически и через источник электропитания.....	237
5.6. Вариант компенсации взаимовлияния систем через общую нагрузку.....	238
5.7. Системы с координатной и силовой синергиями	240
5.8. Эквивалентирование связанных систем	243
6. Обучаемая система электропривода	248
6.1. Сущность обучения.....	248
6.2. Анализ процесса обучения системы привода	253
6.3. Проектирование алгоритма обучения	275
7. Системы податливые к возмущающему воздействию	278
7.1. Система с упругой механической связью.....	278
7.2. Система с заданной податливостью к возмущению.....	286
7.3. Управление в системе привода мехатронного модуля	296
8. Программируемые контроллеры и логические системы привода.	300
8.1. Контроллеры	300
8.2. Логические системы привода	302
8.2.1. О булевых функциях	310
8.2.2. Упрощение логических формул и схем	312
8.2.3. Построение последовательностных логических схем	319
8.2.4. Надежность логической системы привода.....	335
Библиографический список	340

ВВЕДЕНИЕ

В технологической машине осуществляются разнообразные операции с материалами, связанные с формообразованием, изменением физико-химических свойств, нагревом и охлаждением, перемещением исходных материалов и готовой продукции. В большинстве случаев протекание технологических процессов обеспечивается электрическими приводами.

В соответствии с принятой терминологией [2], *электрическим приводом называется электромеханическая система, предназначенная для приведения в движение рабочих органов машин, целенаправленного управления этими процессами и состоящая из передаточного, электродвигательного, преобразовательного, управляющего и информационного устройств.*

В основе построения такой электромеханической системы лежат некоторые общие фундаментальные принципы управления, определяющие каким образом осуществляется увязка алгоритмов функционирования и управления с фактическим функционированием и причинами, вызывающими отклонение реальных процессов от заданных.

Принципы управления

В настоящее время известны и используются в приводах три фундаментальных принципа: разомкнутого управления, компенсации и обратной связи [1].

Принцип разомкнутого управления. Сущность данного принципа состоит в том, что алгоритм управления вырабатывается только на основе

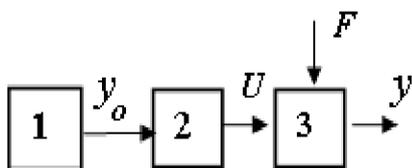


Рис. В.1. Функциональная схема системы разомкнутого управления

заданного алгоритма функционирования. Состояние объекта управления и его функционирование, в том числе при изменении возмущения F , не контролируются в процессе отработки заданного алгоритма. Общая

функциональная схема системы показана на рис. В.1.

Задание y_0 может вырабатываться как специальным техническим устройством – задатчиком программы 1, так и выполняться заранее при проектировании системы, а затем использоваться при конструировании управляющего устройства 2. В последнем случае блок 1 в схеме отсутствует. В обоих случаях схема имеет вид разомкнутой цепочки, в которой основное воздействие передается к выходному элементу 3. Близость y_0 и выходной переменной y в разомкнутых системах обеспечивается только свойствами выходного элемента 3 и согласованием характеристик всех элементов системы.

Несмотря на очевидные недостатки, этот принцип используется достаточно широко. Элементы, составляющие разомкнутую цепь, входят в состав любой системы, поэтому принцип представляется настолько простым, что его не всегда выделяют как один из фундаментальных принципов. Основные правила, используемые при конструировании, существенно зависят от свойств конкретных устройств, входящих в состав функциональной схемы.

К этому типу можно отнести и широко распространенные системы, выполняющие операции включения, отключения, переключения с помощью логических элементов и их наборов (выключатели, реле, контакторы, элементы И, ИЛИ, НЕ, и др.), каждый из которых может представлять элемент с управлением по разомкнутой цепи.

Принцип компенсации (управление по возмущению). Если при наличии возмущений разомкнутая система не обеспечивает точности выполнения алгоритма управления, то для повышения точности иногда возможно, измерив возмущение, внести коррективы в алгоритм управления для компенсации отклонений, вызванных действием возмущений.

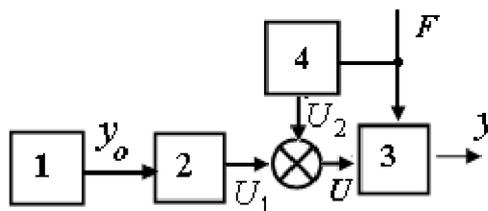


Рис. В.2. Функциональная схема системы с управлением по возмущению

Так как отклонение регулируемой переменной зависит не только от управляющего воздействия U , но и от возмущающего воздействия F , т. е. $y = f_1(U_1, F)$, то можно подобрать управление $U = f_2(F)$ таким образом,

чтобы в установившемся режиме отклонение отсутствовало, т. е. $\Delta y = y_o - f_1(U_1, F) = 0$.

В простейшем случае, если характеристика объекта в статике $y_o = k_o U - k_F F$, то, выбирая $U = y_o/k_o + k_F \cdot F/k_o$, получим $y = y_o = const$.

Функциональная схема системы регулирования по возмущению приведена на рис. В.2.

Принцип обратной связи. Регулирование по отклонению. Использование этого принципа позволяет построить систему и без измерения возмущений. На рис. В.3 показана схема, в которой коррективы в алгоритм управления вносятся по фактическому значению координат системы. Для

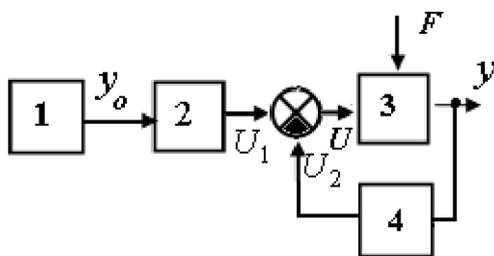


Рис. В.3. Функциональная схема системы с управлением по отклонению

этой цели в систему вводят дополнительную связь 4, в которую могут входить элементы для измерения y и для выработки корректирующих воздействий на управляющее устройство. Схема имеет вид замкнутой

цепи, что позволяет рассматривать используемый в ней принцип как управление в замкнутом контуре. Введенная дополнительная связь называется цепью обратной связи, так как направление передачи сигналов в этой цепи обратно направлению передачи основного воздействия на объект. Достоинством систем регулирования по отклонению является то их свойство, что система реагирует на появляющееся отклонение регулируемой координаты независимо от причин, вызвавших это отклонение.

В некоторых случаях регулирование по отклонению дополняется регулированием по возмущению, что приводит к созданию систем комбинированного управления, обладающих повышенной точностью.

Основные виды систем автоматического управления

Развитие техники управления начиналось с систем поддержания заданного уровня регулируемой переменной. Долгое время под системами

автоматического управления понимался именно этот вид. Впоследствии количество видов систем автоматического управления многократно возросло, и упоминающиеся ниже 8 их видов далеко не исчерпывают все возможные варианты.

В соответствии с алгоритмом функционирования можно выделить следующие виды систем управления.

Системы стабилизации. Основное назначение систем – поддержание на заданном уровне значение регулируемой переменной.

Системы программного управления. При программном управлении алгоритм функционирования задан и может быть построено специальное устройство – датчик программы, вырабатывающее входное воздействие $y_o(t)$, рис. В.2. Программное управление может быть осуществлено по любому из фундаментальных принципов или с помощью их комбинации.

Следящие системы. В следящих системах алгоритм функционирования заранее не известен. Регулируемая величина должна воспроизводить изменение некоторого внешнего фактора и следить за ним.

Системы оптимального управления. Оптимальное управление в технических системах применяется для повышения эффективности производственных процессов. Оптимизация процессов особенно эффективна для переходных процессов, в которых показатель эффективности зависит не только от текущих значений координат, но и от характера их изменения в прошлом, настоящем и будущем, и выражается некоторым функционалом, зависящим от координат, их производных и, иногда, от времени.

Связанные системы управления (многодвигательные приводные системы) характеризуются наличием перекрестных связей, действующих либо как исходные физические связи, либо как связи, созданные алгоритмом управления.

Обучаемые системы содержат организуемую память и устройство ее коррекции на каждом малом отрезке времени с целью достижения высокоточного воспроизведения задания в виде функции времени.

Системы податливые к возмущающему воздействию характеризуются наличием установившейся ошибки обработки задания,

либо упругих колебаний вала в динамике, либо отработкой заданного несовпадения поведений модели и привода.

Логические системы. Логические системы имеют дискретную элементную базу, т.е. могут выполняться на контактной и бесконтактной аппаратуре с использованием реле, логических элементов, цифровых узлов, программируемых логических контроллеров. Логические системы осуществляют автоматизацию движения рабочих органов установки в технологических режимах. Это означает, что дискретные логические системы вырабатывают команды на выполнение в определенной последовательности операций: выбора направления и скорости движения, пуска, торможения, создания паузы, возобновления движения, а также выполняют операции защиты электропривода и самой технологической установки от аварийных режимов.

Классификация систем в соответствии с алгоритмами управления и функционирования скрывает физическую природу элементов систем привода при переходе от реальных физических устройств к их математическим моделям.

Перечисленные выше разновидности систем относятся к исполнительному уровню управления технологической машины. Задание исполнительной системе поступает от другого уровня управления, где осуществляется контроль за изготавливаемым продуктом.

Энергетический канал электропривода

Перечисленные выше типы систем электропривода требуют для своей работы вполне определенного энергетического обеспечения, так как движение любой технологической машины (механизма) или ее части возможно лишь в том случае, если на входном валу механизма существует движущий момент (сила при линейном движении), способный преодолеть статические и динамические нагрузки. Специфика систем электропривода определяется типом исполнительного двигателя и устройствами преобразования электрической энергии, с помощью которых двигатель получает питание от сети или другого источника электрической энергии. Функциональная схема энергетического канала электропривода показана на рис. В.4.

Электромеханический преобразователь (ЭМП) может получать электрическую энергию со стороны статора, ротора или с обеих сторон одновременно. Чаще всего в технологических машинах источником электрической энергии является трехфазная промышленная сеть, поэтому к указанным цепям электрическая энергия поступает от преобразователей энергии в цепи статора Π_c и цепи ротора Π_r . Тип преобразователей определяется типом применяемого двигателя. В приводах с двигателями постоянного тока это машинные преобразователи (генераторы), управляемые выпрямители, импульсные (часто широтно-импульсные) преобразователи. В приводах с двигателями переменного тока и шаговыми двигателями это полупроводниковые коммутаторы и преобразователи частоты разных типов.

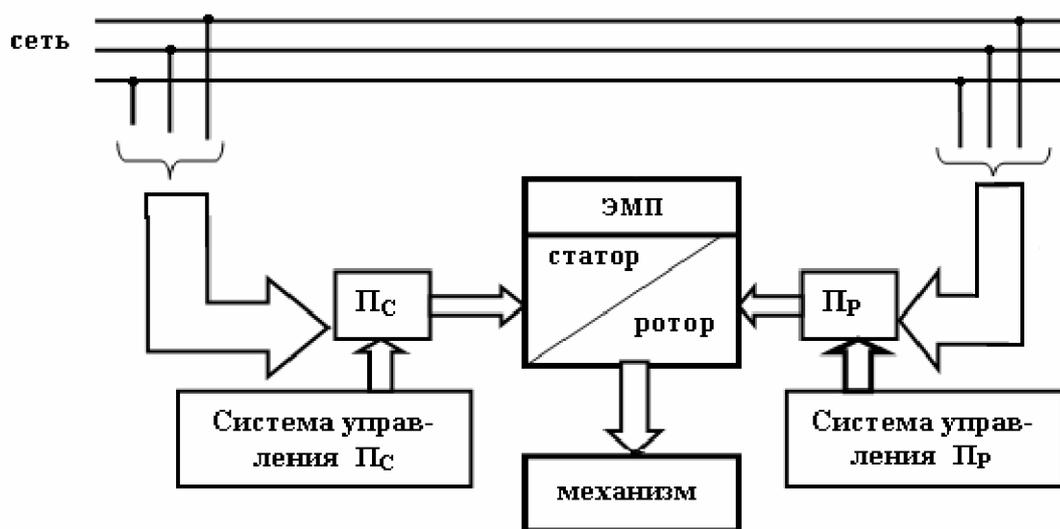


Рис. В.4. Функциональная схема энергетического канала электропривода

В приводах работающих по принципу разомкнутого управления преобразователи энергии могут вообще отсутствовать. В этом случае двигатель будет получать энергию непосредственно от сети или другого нерегулируемого источника энергии, например аккумулятора.

Комбинация преобразователь электрической энергии - двигатель вместе с системой управления позволяет организовать контур регулирования движущей силы или момента, в структуре и характеристиках которого отражается специфика энергетического канала.

Настоящее пособие начинается именно с рассмотрения элементной базы, принципов организации и свойств энергетического канала

электроприводов различных типов. В последующих разделах пособия этот канал представляется в виде математических моделей, описывающих поведение силовой части привода в виде дифференциальных уравнений или передаточных функций.

Данное пособие является второй частью цикла дисциплин по изучению электромеханических систем технологических машин. В первой части «Электропривод и автоматика» изложены основы теории электрических приводов. Во второй части рассмотрены процессы управления и авторы считают методически целесообразным излагать материал этой книги в следующей последовательности: одностепенные системы – многостепенные (связанные) системы – специальные системы электропривода. В программу лабораторного практикума целесообразно включить исследования динамических и энергетических характеристик различных систем электропривода, в том числе оптимальных, связанных и специальных систем.

1. РАЗОМКНУТЫЕ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Питание двигателей, как со стороны статора, так и со стороны ротора в большинстве случаев осуществляется от преобразователей электрической энергии, которые трехфазное напряжение сети преобразуют в напряжение питания двигателей постоянного или переменного тока. Собственные параметры этих преобразователей (активные и индуктивные сопротивления, дискретность работы, односторонняя проводимость управляемых и неуправляемых диодов и прочее) оказывают существенное влияние на характеристики электроприводов и должны быть учтены при проектировании и определении параметров математических моделей при исследовании электроприводов.

1.1. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРИВОДЫ С ДВИГАТЕЛЯМИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

В настоящее время в приводах постоянного тока находят применение два основных типа преобразователей – управляемые выпрямители и широтно-импульсные преобразователи. На ранних этапах развития регулируемых приводов широко использовались системы привода «генератор – двигатель» (Г–Д), перекрывая диапазон мощности от сотен Ватт до нескольких мегаВатт.

1.1.1. Система «генератор – двигатель»

Схема системы Г–Д приведена на рис. 1.1. Этой схеме привода присущи такие свойства как

большая инерционность, большая установленная мощность. С учетом КПД электрических машин мощность приводного асин-

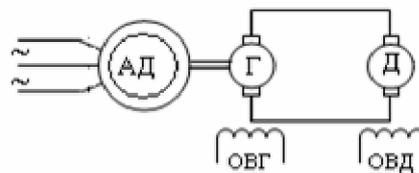


Рис. 1.1. Система «генератор – двигатель»

хронного двигателя примерно в 1,5 раза превышает мощность двигателя $P_{дв\ ном}$, а мощность генератора составляет величину $P_{г\ ном} = (1,2 - 1,3)P_{дв\ ном}$. Таким образом, установленная мощность машин в 3,7 – 3,8 раза превышает установленную мощность двигателя. Управление в системах Г–Д может осуществляться по цепи возбуждения генератора и цепи возбуждения двигателя.

Статические и динамические характеристики системы генератор-двигатель могут быть получены из системы уравнений

$$\left. \begin{aligned} U_{ВГ} &= I_{ВГ}R_{ВГ} + L_{ВГ} \frac{dI_{ВГ}}{dt}, \\ E_{Г} &= f(I_{ВГ}), \\ E_{Г} &= E_{Д} + I_{Я}(R_{Д} + R_{Г}) + (L_{Д} + L_{Г}) \frac{dI_{Я}}{dt}, \\ E_{ДВ} &= c\Phi_{ВД}\omega, \\ M_{Д} &= c\Phi_{ВД}I_{ВД}, \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

где $U_{ВГ}$ – напряжение питания обмотки возбуждения генератора; $I_{ВГ}$ и $I_{ВД}$ – токи обмоток возбуждения генератора и двигателя; $R_{ВГ}$, $L_{ВГ}$, $R_{ВД}$, $L_{ВД}$ – сопротивления и индуктивности обмоток возбуждения генератора и двигателя; E , R, L с индексами $Г$ и $Д$ – ЭДС, сопротивления и индуктивности якорных цепей генератора и двигателя, $M_{Д}$ – электромагнитный момент двигателя; $\Phi_{ВД}$ – поток возбуждения двигателя; c – конструктивная постоянная двигателя.

Если сравнить механические характеристики системы $Г-Д$ и механические характеристики двигателя при его питании от промышленной сети постоянного тока, то можно отметить что из-за увеличенного полного сопротивления цепи ротора двигателя за счет сопротивления роторной цепи генератора они стали более мягкими.

К середине XX века такие электроприводы перестали удовлетворять возросшим требованиям, прежде всего к точности регулирования (особенно в переходных режимах), к массогабаритным показателям, к надежности (наличие подвижных контактов), стоимости, энергосбережению и быстродействию. Дело в том, что цепи возбуждения машин обладают большими постоянными времени, что приводит к существенному замедлению в изменении координат при изменении управляющих воздействий. Высокая стоимость установленного оборудования определяется значительным расходом активных материалов (медь, сталь). В результате к началу XXI века стоимость машины постоянного тока значительно превысила стоимость асинхронной машины той же габаритной мощности.

Мощным толчком в совершенствовании электроприводов явилось создание и освоение производства управляемых силовых полупроводниковых вентиляй, сначала тиристоров, а затем и транзисторов, что позволило выполнять электрические преобразовательные устройства (ЭПУ) на основе статических вентиляных преобразователей.

1.1.2. Система электропривода «управляемый выпрямитель- двигатель постоянного тока»

С разработкой тиристоров было освоено промышленное производство управляемых выпрямителей (УВ) и с середины XX века началась поэтапная замена электроприводов постоянного тока на основе систем Г-Д на электроприводы на основе схем управляемый выпрямитель – двигатель (УВ-Д).

Схемы выпрямителей отличаются большим разнообразием в зависимости от назначения, элементной базы и могут быть классифицированы по нескольким признакам:

1. Числу фаз питающей сети.
2. Числу пульсаций выходного напряжения по отношению к частоте сети.
3. Числу полупериодов выпрямленного напряжения в течение периода питающего напряжения – одноктные (нулевые) и двухтактные (мостовые);
4. Характеру управления – управляемые и неуправляемые.

Функциональная схема выпрямителя приведена на рис. 1.2. Входной координатой является U_y , а выходной координатой – выпрямленная ЭДС E_d . Входной блок $B1$ преобразует величину U_y в угол отпирания вентиляй α , а выходной блок $B2$ преобразует α в ЭДС выпрямителя. Технически блок $B1$ представляет собой систему импульсно-фазового управления (СИФУ), а блок $B2$ вентиляную группу $BГ$. На выходную величину оказывает влияние ток нагрузки I_d , который через функциональный блок $B3$ воздействует на $B2$. Влияние I_d на E_d проявляется только в режиме прерывистых токов.

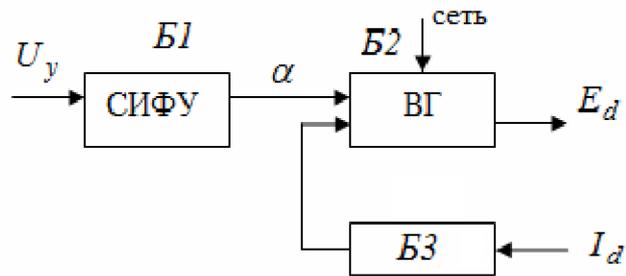


Рис. 1.2. Функциональная схема управляемого выпрямителя

Для электроприводов, требующих реверсирования скорости, преобразователи энергии должны обеспечить протекание тока в двух направлениях. Это может быть достигнуто двумя способами. Первый предполагает использование одного комплекта тиристоров (рис. 1.3,а) и переключателя K в цепи нагрузки (якорная цепь двигателя), второй – использование двух комплектов тиристоров (рис. 1.3,б), каждый из которых проводит ток в определенном направлении.

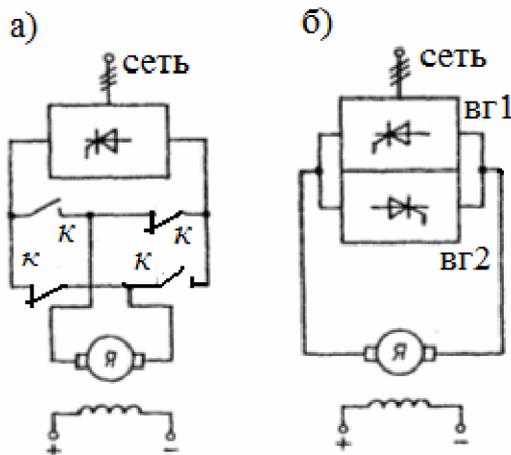


Рис. 1.3. Варианты реверсивных электроприводов типа УВ-Д

Тиристорные группы соединяются между собой и нагрузкой либо с помощью дросселей, которые в данном применении получили название уравнивающих реакторов $L_{ур}$, либо без них. Схемы с уравнивающими реакторами предполагают использование совместного управления вентильными группами, схемы без уравнивающих реакторов – раздельное.

Принцип работы и особенности систем УВ-Д рассмотрим на основе изучения процессов в силовой цепи этих систем. В целях упрощения задачи сделаем следующие допущения [2]: ЭДС двигателя $E = c\Phi\omega$ постоянна; падение напряжения на открытом вентиле $U_{o.v.}$ постоянно и не зависит от протекающего по

нему тока; активное и индуктивное сопротивления якорной цепи постоянны.

Первое допущение обосновано тем, что хотя якорная цепь двигателя и обтекается импульсами выпрямленного тока i (рис. 1.4), но, благодаря механической инерционности якоря двигателя, его угловая скорость ω во время пауз уменьшается так мало, что этими колебаниями в стационарном динамическом режиме можно пренебречь.

Падение напряжения на открытом вентиле составляет для транзисторов 0,3—0,7 В, для тиристоров (в зависимости от их класса) 0,75—1,10 В. Источник ΔU_B может учитывать как прямое падение напряжения на открытых вентилях, так и на щетках двигателя.

При подаче управляющего сигнала на УВ с углом регулирования α (рис. 1.5) вентиль открывается, в силовой цепи формируется импульс тока i .

Значение угла α должно лежать в пределах $\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$. Для углов α , не удовлетворяющих этому условию, открывание УВ не происходит, поскольку текущее значение напряжения $U_c(t) < E + \Delta U_B$.

В течение интервала протекания тока справедливо уравнение:

$$U_c(t) = U_{max} \sin(\varphi + \alpha) = E + \Delta U_B + iR + L \frac{di}{dt}, \quad (1.2)$$

где ω_c - угловая частота источника питания; $\varphi = \omega_c t$.

Благодаря наличию ЭДС самоиндукции, импульсы тока не заканчиваются при переходе сетевого напряжения через нуль, поскольку на аноде вентиля по отношению к катоду сохраняется положительное напряжение. Таким образом, угол проводимости вентиля определяется значением

$$\lambda = \varphi_3 - \alpha,$$

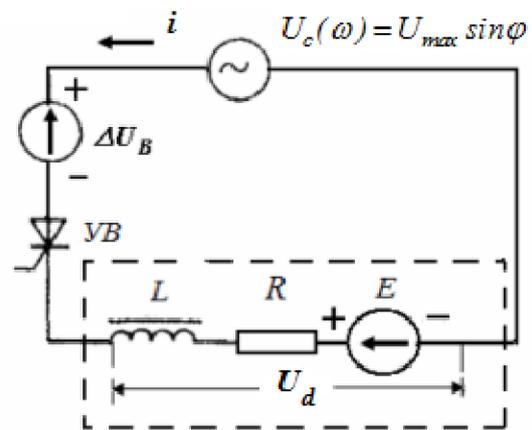


Рис. 1.4. Эквивалентная схема системы УВ-Д с однофазным выпрямителем

где φ_3 - угол запирания (закрывания) вентиля.

Эшора выпрямленного напряжения на якоре двигателя $U_d = f(\varphi, \alpha)$ изображена также на рис. 1.5.

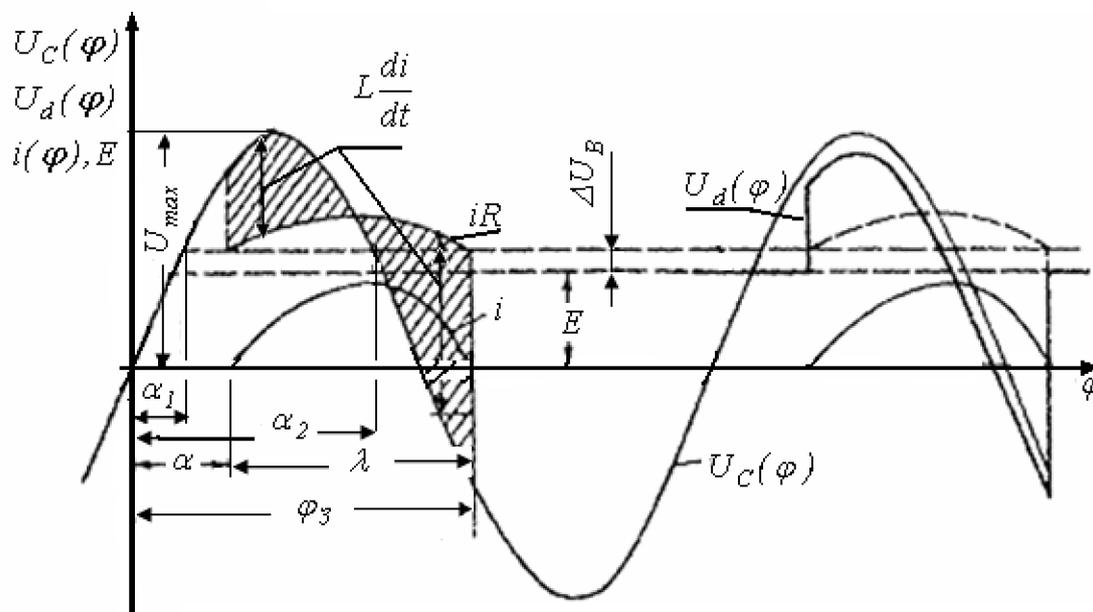


Рис. 1.5. Диаграммы напряжений и токов в системе с однофазным выпрямителем

Электромагнитный момент двигателя, так же как и ток, имеет импульсный характер и его среднее значение определяется по формуле

$$M_{\varphi} = \frac{c\Phi}{2\pi} \int_0^{\lambda} i(\lambda) d\lambda.$$

Среднее значение электромагнитного момента двигателя должно уравновешивать статический момент.

Механическая характеристика привода при прерывистых токах становится нелинейной. Прерывистость тока в якорной обмотке двигателя не только определяет переменную крутизну механической характеристики, но и большой уровень гармонических составляющих тока якоря. Это означает наличие значительных дополнительных потерь в двигателе, что ухудшает коэффициент мощности и увеличивает нагрев двигателя.

Эффективным средством уменьшения диапазона действия прерывистых токов является увеличение фазности и тактности УВ. Это уменьшает длительность работы каждого вентиля в многофазных преобразователях до

$\varphi_B = 2\pi(mq)^{-1}$, где m – фазность и q – тактность (пульсность) схемы. В нулевых схемах выпрямителей $q=1$, в мостовых – $q=2$.

Рассмотрим процессы и статические характеристики системы УВ–Д с трехфазной нулевой схемой выпрямителя (рис. 1.6).

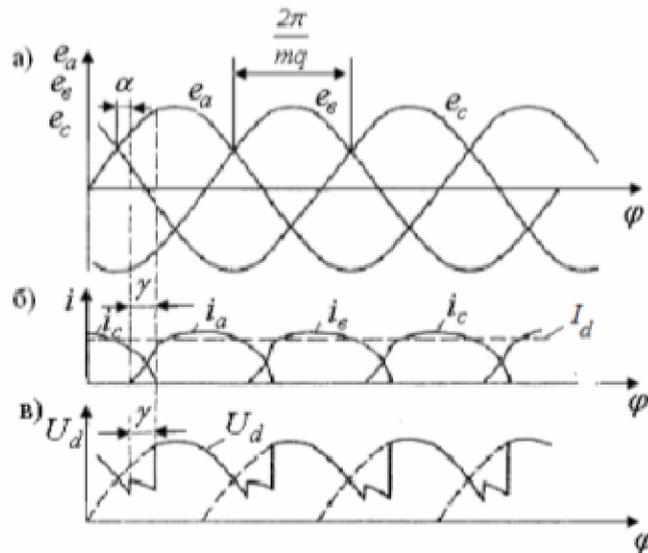


Рис.1.6. Диаграммы напряжений и выпрямленного тока в системе УВ – Д с трехфазным нулевым выпрямителем

На рис. 1.6 приняты следующие обозначения: e_a, e_b, e_c – мгновенные значения ЭДС, наводимые в фазах вторичных обмоток силового трансформатора; i_a, i_b, i_c – мгновенные значения токов, протекающих через вентили; U_d – мгновенное значение выпрямленного напряжения на выходе преобразователя; I_d – среднее значение выпрямленного тока. Среднее значение выпрямленной ЭДС определяется формулой

$$E_d = E_{d \max} \cos \alpha ,$$

где $E_{d \max}$ – максимальное значение выпрямленной ЭДС при $\alpha = 0$;

$$E_{d \max} = \sqrt{2}E_2 \frac{mq}{\pi} \sin \frac{\pi}{mq}. \quad (1.3)$$

Здесь E_2 – действующее значение фазной ЭДС вторичной обмотки трансформатора при $q = 1$ и линейной ЭДС при $q=2$.

В однополупериодных схемах выпрямителей ток I_d равен току одного проводящего вентиля в течение всего времени его работы, кроме

периода коммутации вентиля, характеризуемого углом перекрытия γ , когда работают два вентиля (рис. 1.6,б).

Следовательно, суммарное падение напряжения в якорной цепи системы УВ-Д определяется падением напряжения, обусловленным процессом коммутации вентиля ΔU_x ; падением напряжения на вентилях в открытом состоянии ΔU_B (включая падение на щетках двигателя $\Delta U_{щ}$), на активных сопротивлениях трансформаторов ΔU_R , на активных сопротивлениях реактора ΔU_P и якоря двигателя $\Delta U_{я}$.

Определение этих падений напряжений, вследствие зависимости параметров электрической цепи системы от многих факторов, представляет собой сложную задачу. Однако благодаря принятым ранее допущениям, которые не вносят существенных погрешностей в расчеты, ее можно упростить.

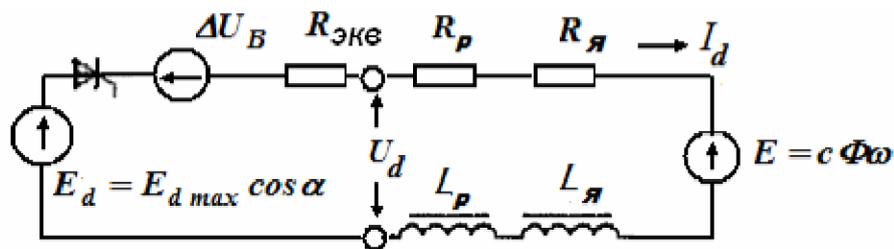


Рис.1.7. Эквивалентная электрическая схема системы УВ-Д

С учетом изложенного найдем параметры системы УВ-Д (рис. 1.7). Падение напряжения ΔU_B зависит от тактности выпрямителя:

$$\Delta U_B = qU_{o.в.} + \Delta U_{щ}, \quad (1.4)$$

где $U_{o.в.}$ - падение напряжения на открытом вентиле.

Падение напряжения ΔU_R , при одноконтурной схеме выпрямителя:

$$\Delta U_R = r_{mp} \left(1 - \frac{\gamma m q}{4\pi}\right) I_d, \quad (1.5)$$

где r_{mp} – активное сопротивление трансформатора, γ - угол коммутации.

Угол коммутации γ при заданном значении α найдем в виде [2]

$$\gamma = \arccos\left(\cos \alpha - \frac{mqx_{mp}I_d}{\pi E_{d \max}}\right) - \alpha. \quad (1.6)$$

где x_{mp} –индуктивное сопротивление трансформатора.

Если угол γ не превышает 20—30°, то $m\gamma \ll \pi$, и поэтому часто принимают $\Delta U_R \approx r_{mp} I_d$.

Для трехфазной нулевой схемы снижение напряжения, обусловленное процессом коммутации вентилей, вычислим по формуле

$$\Delta U_x = \frac{x_{mp} m q}{2\pi} I_d = 0,478 x_{mp} I_d. \quad (1.7)$$

Таким образом, для среднего выпрямленного напряжения U_d при трехфазной нулевой схеме управляемого выпрямителя ($m = 3, q = 1$), используя эквивалентную схему на рис. 1.7, получаем:

$$U_d = E_{d \max} \cos \alpha - \Delta U_B - \Delta U_R - \Delta U_x, \quad (1.8)$$

или, подставляя численные значения параметров схемы,

$$U_d = 1,17 E_2 \cos \alpha - \Delta U_B - R_{\text{экв.1}} I_d,$$

где $R_{\text{экв.1}} = r_{mp} (1 - 0,238\gamma) + 0,478 x_{mp}$; γ - угол коммутации, рад.

Для расчета среднего выпрямленного напряжения при трехфазной мостовой схеме управляемого выпрямителя ($m=3, q=2$) выражение примет такой вид:

$$U_d = 2,34 E_2 \cos \alpha - \Delta U_B - R_{\text{экв.2}} I_d,$$

где $R_{\text{экв.2}} = r_{mp} (1 - 0,476\gamma) + 0,956 x_{mp}$.

Использованные в формулах значения активной и индуктивной составляющих сопротивлений фазы трансформатора, приведенных к его вторичной цепи, вычисляются по формулам:

$$x_{mp} = x_2 + x_1 \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2, \quad r_{mp} = R_2 + R_1 \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2;$$

где R_1 и R_2 - активные составляющие сопротивлений первичной и вторичных обмоток трансформатора; x_1 и x_2 соответствующие индуктивные составляющие сопротивлений; w_1 и w_2 - число витков тех же обмоток.

Полученные выражения позволяют определить свойства разомкнутой системы УВ-Д, в том числе и ее механические характеристики.

В соответствии с эквивалентной схемой на рис. 1.7 можно записать для установившегося режима работы системы следующее уравнение напряжений в ее силовой цепи:

$$E_d - \Delta U_B - E = I_d(R_{\text{экв}} + R_p + R_y).$$

Откуда получим уравнение электромеханической характеристики привода, принимая $I_d = I_y$:

$$\omega = (E_{d \max} \cos \alpha - \Delta U_B - r_c I_y)(c\Phi)^{-1}, \quad (1.9)$$

где $r_c = R_{\text{экв}} + R_p + R_y$ - активное суммарное сопротивление в якорной цепи системы привода; величины $R_{\text{экв}}$ и ΔU_B определяются с учетом фазности и тактности выпрямителя; Φ - поток возбуждения двигателя, c - конструктивная постоянная двигателя

Уравнение механической характеристики:

$$\omega = (E_{d \max} \cos \alpha - \Delta U_B) \frac{1}{c\Phi} - \frac{r_c}{(c\Phi)^2} M. \quad (1.10)$$

Из (1.10) следует, что в режиме непрерывного тока характеристики системы УВ-Д представляют собой прямые, жесткость этих характеристик ниже жесткости механической характеристики двигателя независимого возбуждения.

Регулирование скорости системы УВ-Д достигается изменением угла регулирования α от 0 до 90° и более.

Полученные механические характеристики представляют собой семейство параллельных прямых, проходящих через точки идеального холостого хода ω'_0 (рис. 1.8) и определяемых следующим выражением:

$$\omega'_0 = \frac{E_{d \max} \cos \alpha - \Delta U_B}{c\Phi}. \quad (1.11)$$

В действительности из-за наличия области прерывистых токов при малых нагрузках вид реальных механических характеристик будет другим. Изменяется и реальное значение скорости холостого хода ω_0 .

Переход от режима непрерывных токов к режиму прерывистых токов характеризуется граничным режимом начально-непрерывных токов. В последнем режиме отсутствуют перекрытие вентилей $\gamma = 0$ и интервалы нулевого тока.

Значение среднего выпрямленного тока [2] $I_{d\text{зр}}$ можно найти по формуле

$$I_{d\text{зр}} = \frac{E_{d\text{max}} \sin \alpha}{x_{\text{мп}} + \omega_c L_H} \left(1 - \frac{\pi}{mq} \operatorname{ctg} \frac{\pi}{mq}\right), \quad (1.12)$$

где ω_c частота переменного тока,

$L_H = L_P + L_{\text{Я}}$ - индуктивность цепи нагрузки.

Гранично-непрерывный ток в относительных единицах не превышает единиц процентов в установках средней и большой мощности, поэтому можно принять, что в граничном режиме

$$U_{d\text{гр}} \approx E_{d\text{max}} \cos \alpha - \Delta U_B. \quad (1.13)$$

В соответствии с выражениями (1.12, 1.13) граничные значения токов $I_{d\text{зр}}$ лежат на дуге эллипса [2,3], смещенного по оси ординат на величину $\frac{\Delta U_B}{c\Phi}$ (рис.1.8). Формула (1.13) справедлива при значениях

угла α , превышающих минимальное значение α_{min} , при котором мгновенное значение фазного напряжения на вентиле, вступающем в работу, равно ЭДС двигателя E .

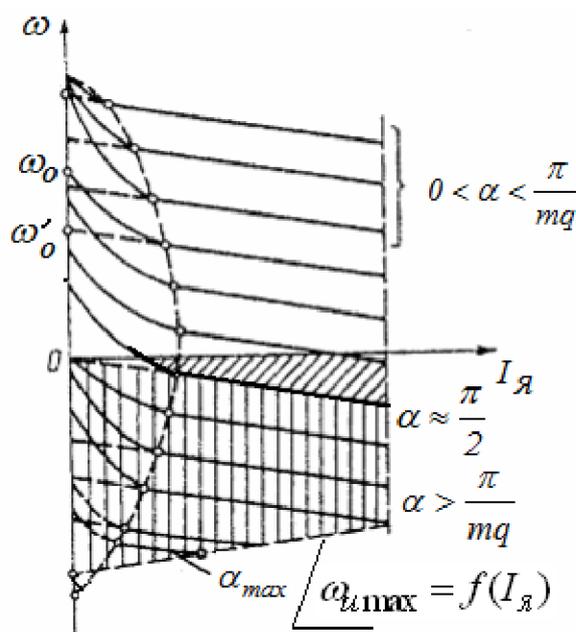


Рис. 1.8. Механические характеристики системы УВ-Д

Скорость идеального холостого хода в режиме прерывистых токов будет иметь значения [2]

$$\omega_0 = \frac{E_{2\max} - \Delta U_B}{c\Phi} \quad \text{при } 0 < \alpha < \frac{\pi}{mq}$$

и

$$\omega_0 = \frac{E_{2\max} \cos(\alpha - \frac{\pi}{mq}) - \Delta U_B}{c\Phi} \quad \text{при } \alpha > \frac{\pi}{mq}.$$

При угле регулирования $\alpha > 90^\circ$ среднее выпрямленное напряжение изменяет знак, ЭДС двигателя и угловая скорость также изменяют знак (рис. 1.8). Если $|E| > |E_d|$, то двигатель работает в генераторном (тормозном) режиме, а преобразователь - в инверторном режиме. В таком случае в течение всего интервала проводимости вентиля (при непрерывном токе) или части этого интервала (при прерывистом токе) ток во вторичной обмотке трансформатора будет направлен против ЭДС вторичной обмотки трансформатора $e_2(t)$. Для описания инверторного режима работы преобразователя пользуются не только углом регулирования α , отсчитываемым от точки естественной коммутации вентилей 1, но и углом опережения открывания вентилей β (рис. 1.9).

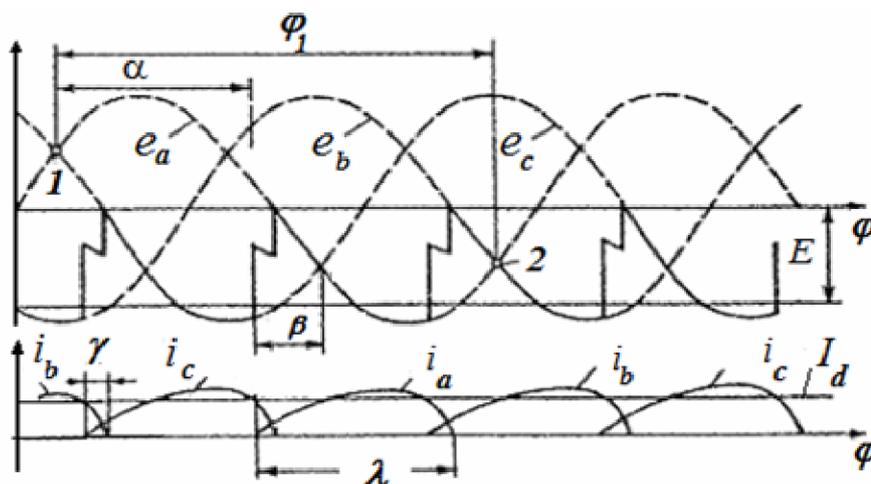


Рис. 1.9. Диаграммы напряжений и токов в силовой цепи системы УВ-Д при работе преобразователя в инверторном режиме

Следует иметь в виду, что к моменту времени, определяемому значением угла φ_1 , клапан, работающий в инверторном режиме, должен быть надежно закрыт, для чего его ток снижается до нуля. В противном случае правее точки 2 напряжение на открытом клапане, включенном в фазу «а», будет определяться уже не разностью, а суммой ЭДС E и $e_2(t)$. При этом происходит «опрокидывание» инвертора. Возникают броски анодного тока, которые могут повредить прежде всего клапаны преобразователя. Поэтому такой режим является аварийным. Для его предотвращения следует ограничивать максимальный угол регулирования α_{\max} :

$$\text{Рис. 1.9. Диаграммы напряжений и токов в силовой цепи системы УВ – Д при работе преобразователя в инверторном режиме} \quad (1.14)$$

свойств клапанов, которое в пересчете на угловую величину (при частоте в сети 50 Гц) будет соответствовать углу δ , примерно равному 3° для полупроводниковых клапанов (тиристоров) и может не учитываться для транзисторов. Тогда будем иметь:

$$\alpha_{\max} < \pi - (\gamma + \delta) \quad \text{или} \quad \beta_{\min} \geq \gamma + \delta. \quad (1.15)$$

Ограничение величины α_{\max} приводит к ограничению ЭДС двигателя, работающего в генераторном тормозном режиме, и его угловой скорости в режиме идеального холостого хода.

Учитывая указанные особенности работы управляемого выпрямителя, можно найти [2] граничную прямую, определяющую максимально допустимое значение скорости двигателя в инверторном режиме. На рис.1.8 она показана штриховой линией. Область возможных режимов генераторного рекуперативного торможения заштрихована вертикальными линиями. Косой штриховкой отмечена область существования тормозного режима противовключения, а характеристика режима динамического торможения будет при $\alpha = \pi/2$.

Поскольку $\gamma_{\max} = (15 - 20)^\circ$, то $\alpha_{\max} \approx 160^\circ$ ($\beta_{\min} \approx 20^\circ$) для преобразователей с тиристорами и $\alpha_{\max} \approx 165^\circ$ ($\beta_{\min} \approx 15^\circ$) для транзисторных управляемых выпрямителей.

Режим генераторного торможения с отдачей энергии в сеть можно получить при положительном значении угловой скорости и изменении направления тока в якорной цепи двигателя (во втором квадранте).

Многообразие двухкомплектных систем преобразователей может быть сведено к использованию двух основных способов их включения: перекрестного или восьмеричного (рис. 1.10), встречно-параллельного или противоположного вида (рис. 1.11).

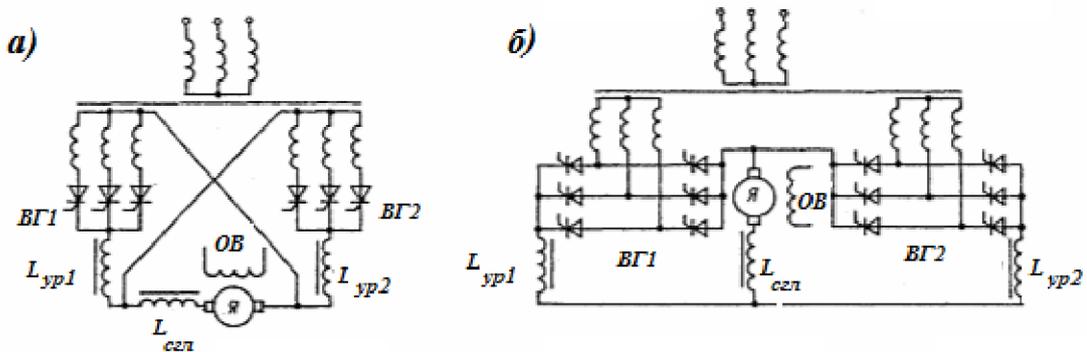


Рис. 1.10. Перекрестные схемы с нулевым и мостовым преобразователями

В перекрестных схемах вентильные группы $BG1$ и $BG2$ получают питание от изолированных групп вторичных обмоток трансформатора. При встречно-параллельном включении преобразователей используется одна многофазная группа вторичных обмоток трансформатора.

Характер работы этих схем преобразователей определяется в основном принципами их совместного или раздельного управления.

Например, если в схеме, изображенной на рис. 1.10,а, вентильная группа $BG1$ будет обеспечивать двигательный режим работы привода и работать в режиме выпрямителя, то вентильная группа $BG2$, должна быть надежно закрыта или подготовлена к работе в режиме инвертирования. В последнем случае ЭДС E_{d2} должна быть больше ЭДС E_{d1} чтобы избежать передачи энергии, преобразованной $BG1$, в сеть переменного тока через $BG2$.

Очевидно, в общем случае должно соблюдаться неравенство

$$E_{du} \geq E_{dB}, \quad (1.16)$$

где E_{du} и E_{dB} - среднее выпрямленное значение ЭДС преобразователей, работающих в режимах инвертора и выпрямителя.

В генераторном тормозном режиме системы УВ-Д с отдачей энергии в сеть соотношение (1.16) также должно соблюдаться. Но в этом случае функционирует инвертор, а выпрямитель либо закрыт, либо подготавливается к работе привода в двигательном режиме.

При совместном управлении управляющие сигналы подаются на обе вентильные группы с соблюдением неравенства (1.16). Между вентильными группами возникают уравнивательные токи ввиду разности ЭДС преобразователей. Для их ограничения используют два (рис. 1.10,а; 1.11,а) или четыре (рис. 1.10,б; 1.11,б) уравнивательных реактора. Кроме того, для сглаживания пульсаций тока в якорной цепи двигателя имеется реактор $L_{сэл}$.

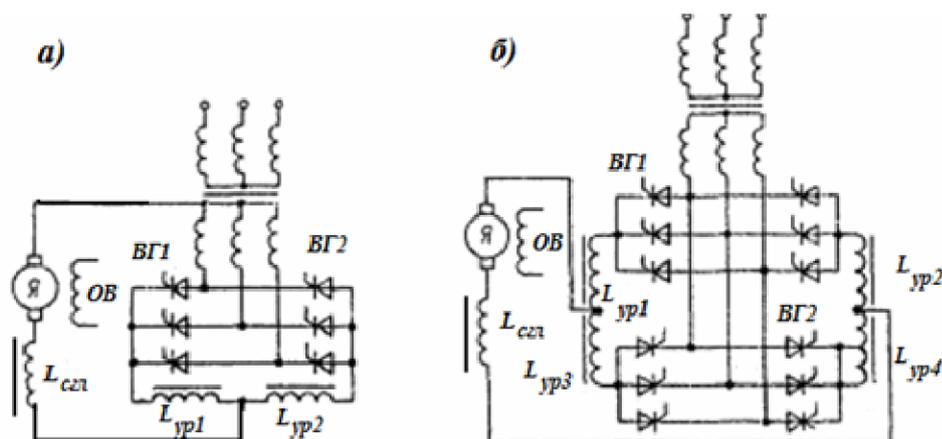


Рис. 1.11. Встречно-параллельные схемы с нулевым и мостовым преобразователями

Раздельное управление преобразователями применяется для исключения уравнивательных токов. При этом в двигательном режиме привода импульсы управления подаются на один преобразователь, например $BG1$, при надежно закрытом втором преобразователе. Для перехода в режим генераторного торможения вначале снимают импульсы управления с вентильной группы $BG1$ и после паузы 5-10 мс подают управление на вентильную группу $BG2$, работающую в инверторном режиме. При переходе привода из одного режима в другой неизбежно появляется область прерывистых токов.

Преимущества и недостатки двухкомплектных выпрямителей с совместным и отдельным управлением приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1

Сравнительные характеристики двухкомплектных выпрямителей

Совместное управление	Отдельное управление
Необходимы дорогостоящие уравнивающие реакторы	Может возникнуть потребность в реакторах для уменьшения зоны прерывистых токов
Уравнивающие токи вызывают дополнительные потери и снижают КПД выпрямителей	Высокий КПД
Простота реализации непрерывного плавного регулирования выходного напряжения	Сложность схемных решений, обеспечивающих непрерывное и плавное регулирование в зоне прерывистых токов
Вентильные группы работают с непрерывными токами	Возможен режим прерывистых токов
Характеристика вход-выход линейна	Характеристика вход-выход в режиме прерывистых токов нелинейна
Высокое быстродействие благодаря непрерывному характеру тока, протекающего через выпрямитель	Пониженное быстродействие
Токи короткого замыкания между вентильными группами при ложных включениях тиристоров ограничиваются реакторами	При ложных срабатываниях возникает режим короткого замыкания
Суммарная нагрузка вентильных групп превышает величину полезной нагрузки на выходе	Суммарная нагрузка вентильных групп равна нагрузке на выходе

Управляемый выпрямитель является дискретным устройством, поэтому при рассмотрении динамических процессов необходимо учитывать запаздывание, вносимое им в процесс управления. Современные системы импульсно-фазового управления строятся таким образом, что время преобразования сигнала в импульс управления не превышает периода дискретности. При расчете систем с УВ принято считать, что среднестатистическое запаздывание τ равно половине интервала дискретности сигнала управления, т. е. $\tau = 1/2m \cdot q \cdot f$.

Передаточная функция УВ имеет вид

$$W(s) = \frac{E_d(s)}{U_y(s)} = Ke^{-\tau s} \approx \frac{K}{1 + \tau s}. \quad (1.17)$$

1.1.3. Система «широтно - импульсный преобразователь - двигатель постоянного тока»

Ухудшение энергетических характеристик системы УВ - Д при малых нагрузках, особенно ее коэффициента мощности, и отрицательное влияние высших гармоник на сеть привело к интенсивному использованию систем широтно-импульсный преобразователь - двигатель постоянного тока (ШИП - Д).

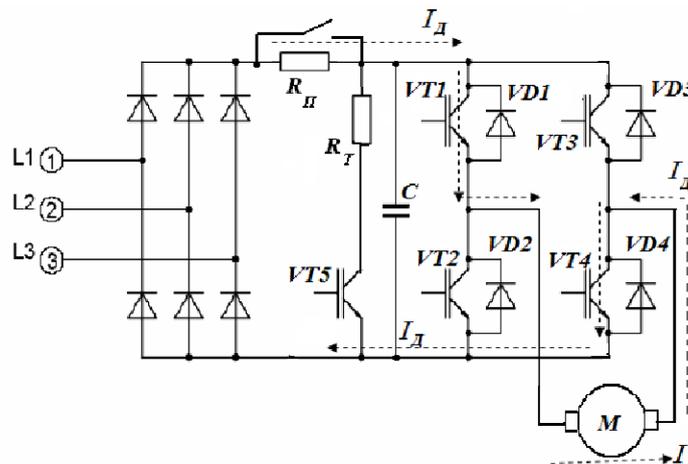


Рис. 1.12. Система электропривода ШИП-Д

При питании от сети переменного тока (рис.1.12) широтно - импульсный преобразователь в большинстве случаев содержит неуправляемый выпрямитель, поэтому коэффициент мощности такого привода увеличивается почти до единицы. Частота коммутации ШИП не связана с частотой питающей сети и выбирается в пределах от одного до 20 кГц, что позволяет уменьшить неравномерность вращения двигателя, расширить диапазон регулирования скорости и повысить жесткость механических характеристик замкнутых систем электропривода.

Работа широтно-импульсного преобразователя характеризуется постоянным периодом переключения ключей преобразователя T и относительной продолжительностью их включения γ (рис. 1.13). Напряжение на нагрузке (якоре двигателя) носит импульсный характер, среднее значение которого равно

$$U_{cp} = \frac{1}{T} \int_0^{t_H} U_{я}(t) dt = \gamma U, \quad (1.18)$$

где U – напряжение на выходе неуправляемого выпрямителя с фильтром без учета падения напряжения на ключах преобразователя.

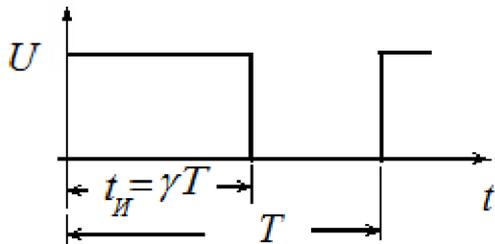


Рис. 1.13. Форма напряжения на выходе широтно-импульсного преобразователя

На рис. 1.12 показана наиболее универсальная схема ШИП содержащая четыре ключа $VT1 - VT4$ с независимыми системами управления. С помощью такой схемы можно реализовать симметричное,

несимметричное и поочередное управление транзисторными ключами. Симметричное управление (рис. 1.14) является наиболее простым, так как в течение периода T необходимо реализовать одновременное управление двумя диагонально расположенными ключами $VT1$ и $VT4$, а затем $VT2$ и $VT3$. Двухполярное напряжение на выходе ШИП $U_{я}$ обеспечивает плавное изменение среднего напряжения от $-U < U_{cp} < U$ без зоны нечувствительности и при $\gamma = 0,5$:

$$U_{cp} \approx (2\gamma - 1)U. \quad (1.18-a)$$

Недостатком такого управления является значительный уровень пульсаций тока в якоре, что привело созданию других способов управления. Несимметричное управление (рис. 1.14,б) получают при постоянно открытом ключе, например $VT1$, и постоянно закрытом другом ключе $VT2$, последовательно подключенных к источнику питания. Два других ключа переключаются в противофазе. На якоре двигателя формируются однополярные импульсы напряжения $U_{я}$. Изменение полярности импульсов напряжения на якоре достигается при постоянно открытом ключе $VT3$ и постоянно закрытом ключе $VT4$. Недостатком несимметричного управления является наличие зоны нечувствительности при $\gamma \rightarrow 0$ и большая токовая нагрузка верхних ключей в схеме (рис. 1.12). Последний недостаток исключается в схеме с поочередным управлением ключами (рис. 1.14,с). Здесь в состоянии переключения в течение двух

периодов находятся все четыре транзисторных ключа. Причем два диагонально расположенных ключа, например $VT1$ и $VT4$, имеют длительность открытого состояния $(1+\gamma)T$, а два других — $(1-\gamma)T$. Однако моменты открывания каждого из диагонально расположенных ключей сдвинуты на период выходного напряжения. Поэтому однополярное выходное напряжение состоит из импульсов продолжительности γT .

Уравнение механической характеристики для режимов непрерывного тока получим, оперируя средними значениями напряжения на якоре двигателя и тока. Для несимметричного и поочередного управления (при однополярных импульсах выходного напряжения

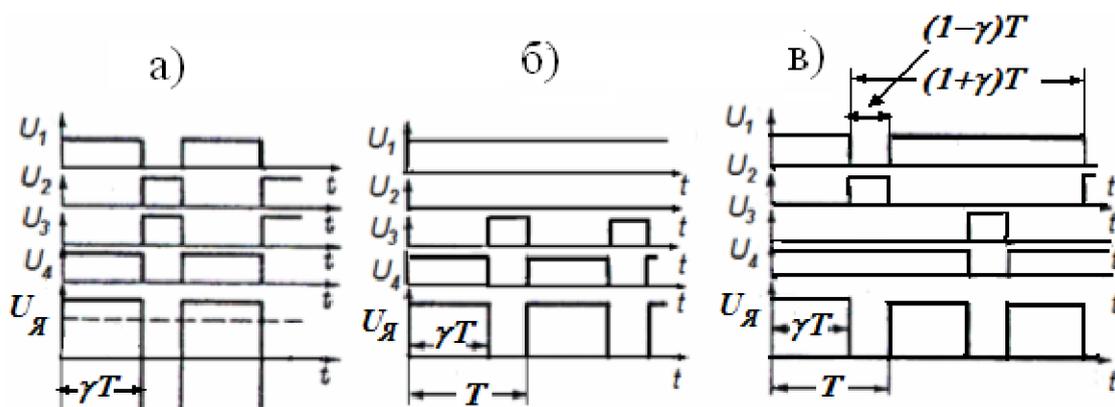


Рис. 1.14. Диаграммы управляющих сигналов и выходного напряжения преобразователя: а- при симметричном управлении, б- при несимметричном управлении, в – при поочередном управлении

преобразователя) имеем

$$\omega = \frac{\gamma U}{c\Phi} - \frac{r_{я}}{(c\Phi)^2} M, \quad (1.19)$$

где $r_{я}$ - сопротивление якорной цепи двигателя; $M = c\Phi I_{ср}$.

При двухполярных импульсах выходного напряжения получим

$$\omega = \frac{(2\gamma - 1)U}{c\Phi} - \frac{r_{я}}{(c\Phi)^2} M. \quad (1.20)$$

В системах ШИП - Д, содержащих четыре ключа (рис. 1.12), ток в якоре двигателя (рис. 1.15) имеет пульсирующий характер.

В динамическом стационарном режиме работы привода ток якоря двигателя может иметь однозначные пульсации (рис. 1.15,а), неоднозначные (рис. 1.15,б) или быть гранично-однозначным (рис. 1.15,в). Амплитуда колебаний тока в относительных единицах [3] может быть определена по формуле

$$\Delta I = I_{\max} - I_{\min} = I_{к.з.} \gamma (1 - \gamma) \frac{1}{\tau_{я}},$$

где $I_{к.з.} = \frac{U}{r_{я}}$ - ток короткого замыкания; $\tau_{я} = \frac{L_{я}}{r_{я}T}$ - относительная постоянная времени якорной цепи привода.

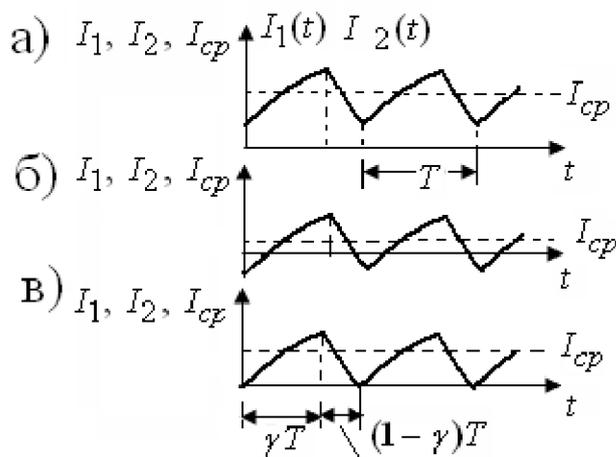


Рис. 1.15. Пульсации тока якоря

При симметричном управлении, когда якорь двигателя питается биполярными импульсами напряжения, амплитуда колебаний тока получается вдвое большей

$$\Delta I = I_{к.з.} 2\gamma \frac{1 - \gamma}{\tau_{я}}.$$

Величина ΔI не зависит от нагрузки двигателя и скорости вращения его якоря. Максимальное значение ширины зоны гранично-однозначных токов при симметричном управлении ШИП располагается вблизи нулевой скорости и имеет координаты

$$I_{ср.мах} = I_{к.з.} \frac{1}{4\tau_{я}}, \quad \gamma_{ср.мин} = \frac{1}{4\tau_{я}}. \quad (1.21)$$

Механические характеристики системы ШИП—Д при любых законах управления ключами располагаются в четырех квадрантах (рис.



Рис. 1.16. Механические характеристики ШИП-Д при симметричном (а) и несимметричном (б) управлении коммутатором

1.16).

Это позволяет получить не только двигательные, но и тормозные режимы работы привода. Однако для работы двигателя во всех четырех квадрантах координатной системы $\omega - M$ необходимо обеспечить свободный обмен энергией между двигателем и источником питания. Это означает, что поток электрической энергии может идти как от источника питания к двигателю, так и в обратном направлении.

Наличие неуправляемого выпрямителя на входе звена постоянного тока не позволяет передавать энергию от двигателя в сеть. В таких случаях энергия передается в звено постоянного тока и накапливается на конденсаторе C . На рис. 1.12 показано что при работе машины в

Рис. 1.16. Механические характеристики ШИП-Д при симметричном (а) и несимметричном (б) управлении коммутатором

д

д
 Ш... режим можно получить, если в зависимости от направления вращения двигателя сначала включить один из транзисторов $VT1$ или $VT2$ при

полярности ЭДС, показанной на рисунке, и $VT3$ или $VT4$ при обратной полярности. В появившемся контуре (рис. 1.17) $M - VT2 (VT1, VT3, T4) - VD4 (VD3, VD1, VD2) - M$ под действием ЭДС начинает протекать ток и в индуктивности якорной цепи запасается энергия $LI^2/2$.

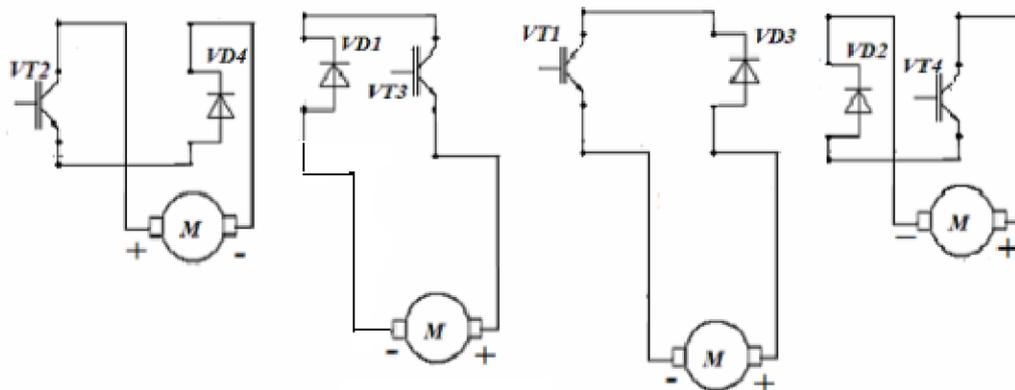


Рис. 1.17. Контур протекания тока якоря двигателя при торможении

Выключение транзистора ведет к возникновению ЭДС самоиндукции обмотки ротора, под действием которой ток в обмотке начинает протекать по одному из образовавшихся контуров в зависимости от полярности ЭДС самоиндукции (рис.1.18).

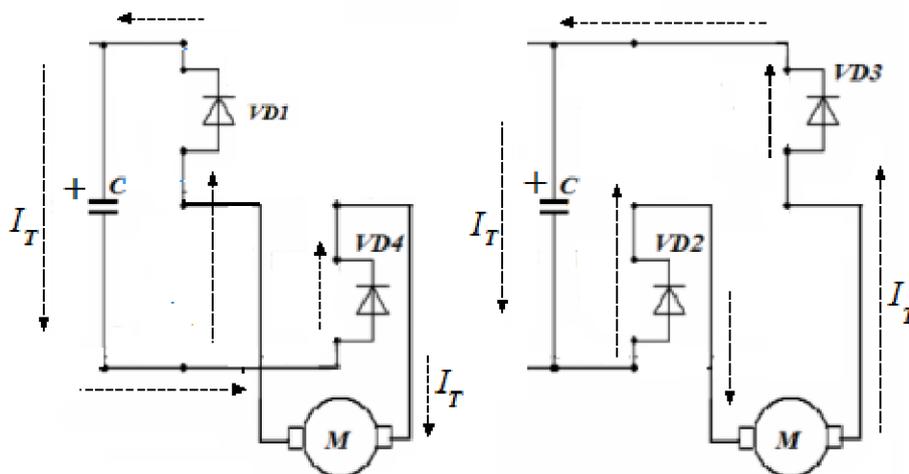


Рис. 1.18. Заряд конденсатора фильтра тормозными токами

Напряжение на конденсаторе фильтра контролируется системой управления и при определенном превышении номинального значения

система управления включает транзистор $VT5$. Начинается разряд конденсатора на сопротивление R_T , которое чаще всего называют тормозным сопротивлением. При снижении напряжения на конденсаторе до требуемого значения система управления отключает транзистор $VT5$. Процесс заряда-разряда конденсатора C повторяется до тех пор, пока энергия поступает от двигателя к источнику питания.

С целью ограничения пусковых (зарядных) токов конденсатора фильтра C в цепь заряда включено токоограничивающее сопротивление R_P , которое шунтируется после включения схемы и в дальнейшей ее работе не участвует.

В линейном приближении импульсный преобразователь (ШИП) можно рассматривать как звено чистого запаздывания с передаточной функцией $W_{ШИП}(s) = K_{ШИП} e^{-\tau \cdot s}$.

Время чистого запаздывания τ принимается равным периоду коммутации $\tau = T$. Поскольку частота коммутации в импульсных преобразователях велика, а τ мало, то импульсный преобразователь можно представить аperiodическим звеном с передаточной функцией

$$W_{ШИП}(s) = K_{ШИП} / (1 + \tau s).$$

При большой частоте коммутации постоянной времени τ часто пренебрегают и считают ШИП безынерционным звеном с передаточной функцией $W_{ШИП}(s) = K_{ШИП}$.

Сравнение систем УВ-Д и ШИП-Д. В отличие от управляемых выпрямителей функции выпрямления переменного напряжения и регулирования его средней величины в ШИП-Д разделены. Функцию выпрямления выполняет неуправляемый выпрямитель, собранный чаще всего по трехфазной мостовой схеме. Выпрямленное напряжение $U_d = const$ сглаживается емкостным или индуктивным фильтром (емкость фильтра дополнительно выполняет следующие функции: накопителя энергии, возвращаемой двигателем в тормозных режимах; реактивной проводимости в цепи обратного тока, возникающего в переходных режимах и при коммутации; компенсатора индуктивного сопротивления силового трансформатора).

В настоящее время самым распространенным элементом, согласующим напряжение сети и выпрямителя с напряжением двигателя,

является силовой трансформатор. Благодаря разделению функций выпрямления и регулирования выходного напряжения в системах с ШИП габаритная мощность трансформатора может быть существенно снижена по сравнению со схемами с управляемыми выпрямителями [7]. Проведенные исследования показывают, что габаритная мощность $S_{тр.габ}$ для систем ШИП-Д находится в пределах $(0,6-0,8)U_{ном} I_{ном}$ в зависимости от типа нагрузки, в то время как для шестипульсного реверсивного УВ она составляет $(1,6-1,7)U_{ном}I_{ном}$. Для двух и трехкоординатных приводов габаритная мощность трансформатора определяется как $S_{тр.габ}^{2к} = (1,4 - 1,5)S_{тр.габ}^{1к}$, $S_{тр.габ}^{3к} = (1,9 - 2,1)S_{тр.габ}^{1к}$.

Таким образом, габаритная мощность трансформаторов системы ШИП-Д примерно в два раза меньше, чем трансформаторов УВ при равных мощностях двигателей. Характерно также снижение массы и габаритов самих двигателей по сравнению с двигателями, работающими в приводах с УВ, благодаря меньшим пульсациям тока якоря. Проведенные для серии машин ПБВ расчеты показывают, что увеличение массы двигателей $\Delta m_{об}$, работающих в системе ШИП-Д, для различных типоразмеров составляют от 0,5 до 3,3%; для тех же двигателей, работающих в приводах с шестипульсными УВ от 4,7 до 45%, а для трехпульсных УВ от 11 до 100%. Приведенные примеры показывают, что применение систем ШИП-Д позволяет осуществить заметную экономию массы двигателей и соответственно меди и электротехнической стали. Применяемые в современных системах ШИП-Д якорные реакторы также существенно меньше по массе (в 3-4 раза), чем реакторы, используемые в шестипульсных УВ для работы с малоинерционными двигателями. Для трехпульсных УВ разница в массе еще больше.

Важным показателем системы ШИП-Д является высокое быстродействие при отработке управляющих и возмущающих воздействий. При частоте коммутации 4-5кГц реально достижимая частота коммутации в контуре тока превышает полосу пропускания в схемах с шестипульсными УВ в 2-2,5 раза. Более высокое быстродействие приводов ШИП-Д позволяет существенно повысить добротность следящих приводов. В механизмах с короткими циклами позиционирования эти преимущества реализуются

наиболее полно. В указанном случае для обеспечения максимальной производительности необходимо минимизировать суммарный момент инерции, приведенный к валу двигателя, применяя малоинерционные двигатели (предпочтительны двигатели с дисковыми якорями). Индуктивность якоря таких машин значительно меньше, чем у обычных и высокомоментных, поэтому применение ШИП с более высокой частотой коммутации позволяет сократить потери в двигателе и габариты сглаживающего реактора, уменьшить время нарастания тока якоря и скорости двигателя, что сказывается на увеличении производительности механизма.

Указанные достоинства систем ШИП-Д обусловили их широкое применение.

1.2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ПРИВОДЫ С ДВИГАТЕЛЯМИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

1.2.1. Системы электропривода «тиристорный регулятор напряжения - асинхронный двигатель»

Возможность создания системы ТРН-АД базируется на зависимости электромагнитного момента асинхронного двигателя от величины напряжения питания. В соответствии со схемой замещения АД (рис.1.19) эта зависимость выражается формулой [2,11]

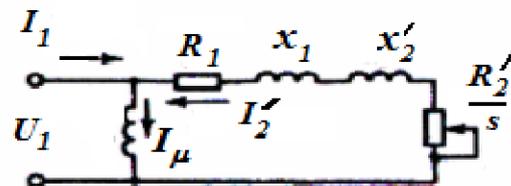


Рис.1.19. Схема замещения АД:
 I_1, I_2', I_μ - токи статора, ротора и ток намагничивания, x_μ - индуктивное сопротивление цепи намагничивания

$$M = \frac{3U_1^2 R_2'}{\omega_o s [(R_1 + \frac{R_2'}{s})^2 + X_k^2]} \quad (1.22)$$

где U_1 – напряжение фазной обмотки АД, R_2' - сопротивление фазной обмотки ротора, приведенное к цепи статора, R_1 - сопротивление обмотки статора, $X_k = x_1 + x_2'$ - индуктивное сопротивление короткого замыкания,

равного сумме индуктивных сопротивлений обмоток статора и ротора, s - скольжение, $\omega_0 = 2\pi \cdot f / p_{II}$ - скорость идеального холостого хода двигателя, p_{II} - число пар полюсов.

Наиболее распространенная схема системы ТПН-АД показана на рис. 1.20,а. Она состоит из шести тиристоров, включенных попарно встречно-параллельно в статорные цепи асинхронного двигателя.

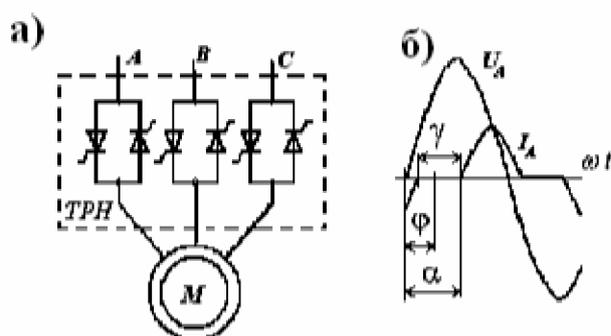


Рис.1.20. Схема силовой части системы ТРН – АД и графики фазных напряжения и тока

С помощью такой схемы можно регулировать первую (основную) гармонику напряжения на обмотках двигателя, изменяя угол управления тиристорами α от $\alpha = \varphi$ до $\alpha = 180^\circ$, φ - угол отставания тока от напряжения при синусоидальном напряжении. Напряжение первой гармоники при этом изменяется от $U_1 = U_{1ном}$ до $U_1 = 0$.

Характеристики асинхронного двигателя при изменении напряжения питания показаны на рис. 1.21, однако использовать их для регулирования скорости двигателя в разомкнутых системах практически невозможно в связи с тем, что при скоростях двигателя меньше критической такая система становится статически неустойчивой [11].

В системах с обратной связью по скорости возможно получение характеристик подобных тем, которые на рис. 1.21 показаны штриховыми линиями [7].

Следует отметить, что в настоящее время такие системы привода для работы в продолжительном режиме не используются ввиду их плохой энергетики. Дело в том, что из-за сильного искажения напряжения на обмотках двигателя при регулировании скорости резко возрастают потери в двигателе, что приводит к его интенсивному нагреву и, как следствие, к уменьшению длительно допустимого момента.

Особенностью использования асинхронных короткозамкнутых двигателей в системах ТРН-АД является то, что относительные потери в роторе превышают относительные потери в остальных элементах машины [5].

Определив потери в цепи ротора по формуле

$$\Delta P_2 = 3I_2'^2 R_2' = M\omega_o - M\omega = M\omega_o s,$$

поставим условие, чтобы во всем диапазоне изменения скорости и скольжения величина ΔP_2 не превышала номинального значения, т. е.

$\Delta P_2 = const.$ Это означает, что

$$M\omega_o s = M_{ном} s_{ном} \omega_o \quad \text{или} \quad M = M_{ном} \frac{S_{ном}}{S}.$$

Если $S=1$, то длительно допустимый момент равен $M_{ном} S_{ном}$, что составляет всего 5÷10% от номинального момента двигателя. Примерная зависимость длительно допустимого момента от скорости показана на рис. 1.21.

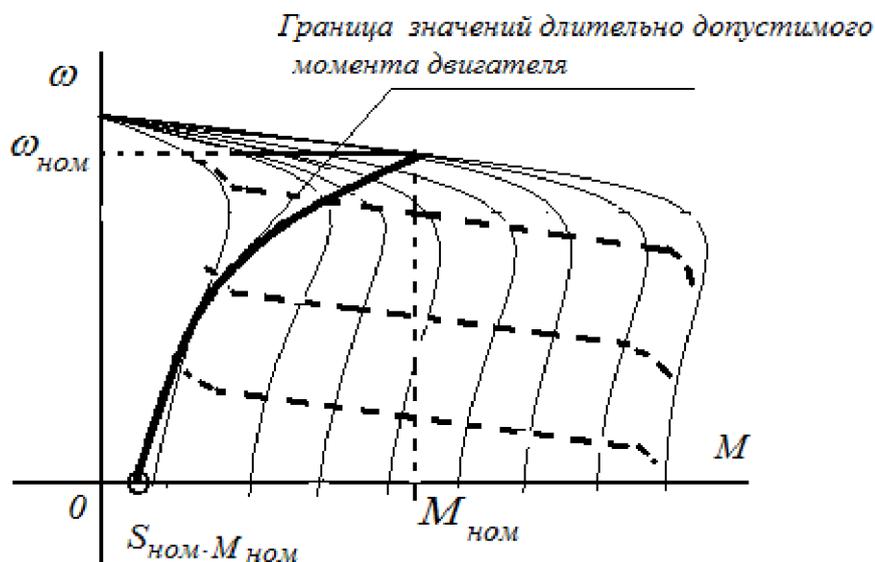


Рис. 1.21. Механически характеристики АД при изменении напряжения питания и характеристики системы ТРН-АД

Как было отмечено выше, асинхронные электроприводы на основе ТРН для работы в продолжительных режимах не находят широкого применения, однако они широко применяются в устройствах, которые получили название устройств плавного пуска (системы Soft-Start).

Прямой пуск асинхронного двигателя, когда к его обмоткам сразу прикладывается номинальное напряжение, характеризуется значительными ударными нагрузками в начальной части переходного процесса. Возникающие электромагнитные моменты могут быть знакопеременными и часто значительно превышают критический момент двигателя на статической характеристике. Это отрицательно влияет на механическую часть привода, вызывая удары в кинематических цепях, особенно при наличии люфтов и зазоров.

В [9] приведены переходные процессы при прямом пуске асинхронного двигателя 4А132М6 рис. 1.22.

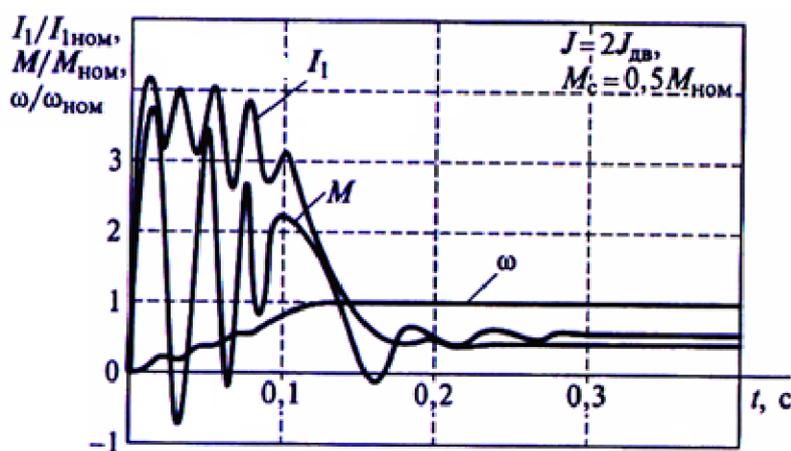


Рис. 1.22. Графики изменения во времени момента M , тока статора I и скорости ω при прямом пуске АД типа 4А132М6

Неблагоприятные характеристики, соответствующие прямому пуску асинхронных двигателей, обусловили поиск решений по реализации управляемого пуска. Удачные решения были найдены в схемах на основе ТРН.

Изменяя угол управления тиристорами α и, тем самым, регулируя напряжение на обмотках в широких пределах можно влиять на токи и моменты двигателя в процессе пуска. Вид динамических характеристик зависит от времени регулирования напряжения, в течение которого статорное напряжение изменяется от $U_{1нач}$ до $U_{1ном}$. Для ограничения ударных моментов на начальном этапе пуска [9] достаточно иметь время регулирования 0,02...0,06 с. Соответствующие графики приведены на рис 1.23.

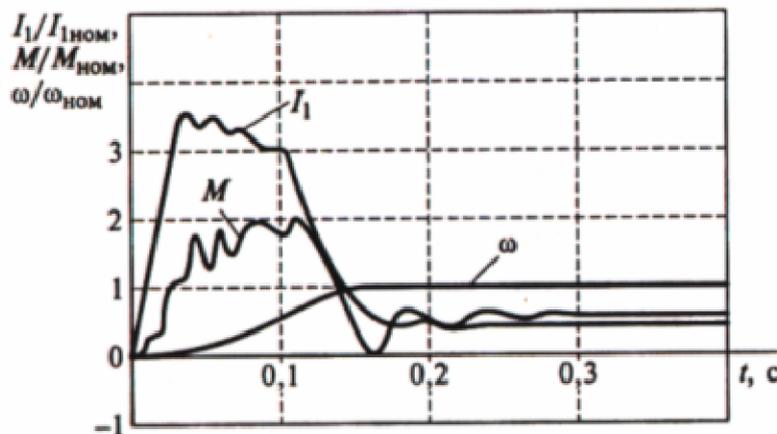


Рис.1.23. Графики изменения во времени момента M , тока I и скорости ω при управляемом пуске АД типа 4А132М6 при

$$t_{перз} = 0,05 \text{ с}, \quad J = 2 J_{дв}, \quad M_c = 0,5 M_{ном}$$

В настоящее время такие системы находят широкое промышленное применение для ограничения динамических моментов АД в переходных режимах, ликвидации ударов в технологической системе, ограничения ускорений и рывков до требуемых значений и т. д. К механизмам, для которых целесообразно применять устройства плавного пуска, относятся насосы и вентиляторы, конвейеры и транспортеры, рельсовый транспорт, лифты и др.

1.2.2. Системы электропривода «полупроводниковый преобразователь частоты - асинхронный двигатель»

Возможность регулирования скорости АД изменением частоты следует из выражения для скорости идеального холостого хода:

$$\omega_0 = 2\pi f_1 / p_{II}, \quad (1.23)$$

где f_1 - частота напряжения обмоток статора, p_{II} - число пар полюсов двигателя. Частотный способ регулирования скорости асинхронных двигателей является самым экономичным по сравнению с другими известными способами. Это объясняется тем, что при использовании

параметрических способов регулирования скорости (изменение амплитуды питающего напряжения или изменение сопротивления цепи ротора у двигателей с фазным ротором) скорость идеального холостого хода двигателя остается неизменной. Это означает, что при постоянном моменте нагрузки электромагнитная мощность, потребляемая двигателем из сети $P_{ном}$, также остается постоянной, рис. 1.24,а. Работа двигателя на пониженной скорости сопровождается ростом потерь $\Delta P = P_{ном} - P_{пол} = (\omega_0 - \omega)M_C$, которые оказываются пропорциональными частоте скольжения $s\omega_0$, где $s = (\omega_0 - \omega)/\omega_0$.

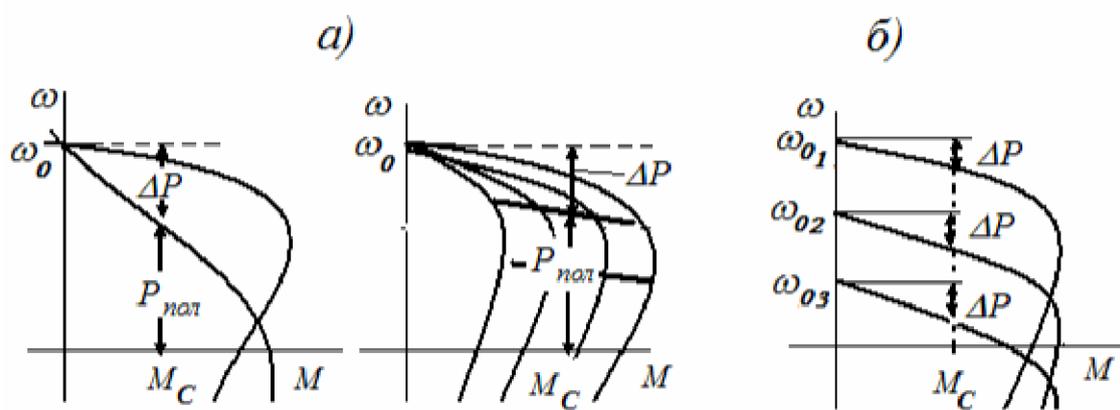


Рис. 1.24. Механические характеристики асинхронного двигателя при параметрических и частотном способах регулирования скорости

Применение частотных способов регулирования, при которых изменяется скорость холостого хода ω_0 , сопровождается уменьшением величины потребляемой энергии при практически неизменной величине потерь, рис. 1.24,б. Благоприятные энергетические соотношения при частотном регулировании и наличие в настоящее время регулируемых по частоте и напряжению источников питания привели к тому, что этот способ регулирования скорости и момента асинхронных двигателей стал основным. Такие системы получили название ПЧ-АД.

Для реализации этого способа регулирования скорости необходимо иметь преобразователь частоты, который по сигналам управления может изменять частоту и напряжение питания АД.

Преобразователи частоты для электроприводов по принципу действия делятся на две большие группы: преобразователи с

непосредственной связью и преобразователи со звеном постоянного тока [12,13,3].

В основе преобразователей частоты первой группы лежат реверсивные, обычно тиристорные, выпрямители. Трехфазный преобразователь включает в себя три таких выпрямителя - по одному на каждую фазу. Углы управления выпрямителей изменяются по гармоническому закону, благодаря чему выходное напряжение, которое формируется непосредственно из напряжения питания, также изменяется по гармоническому закону, рис.1.25.

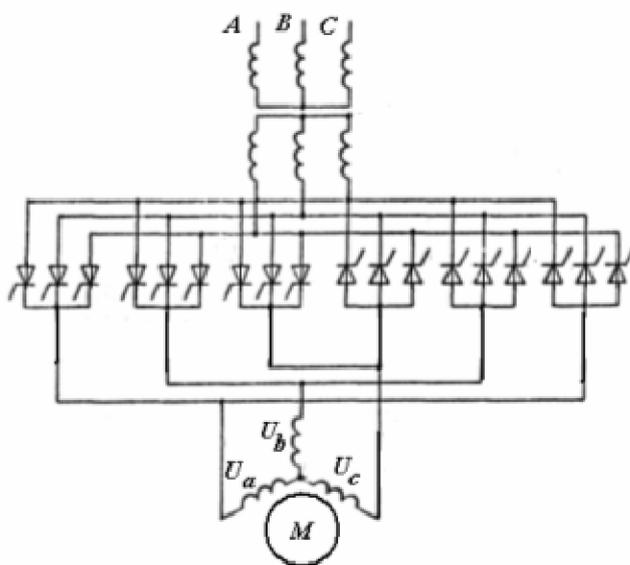


Рис. 1.25. Система непосредственный преобразователь частоты – асинхронный двигатель

Наряду с основной гармоникой оно содержит гармоники m -го и более высоких порядков, где m - число пульсаций на период напряжения питания, Форма выходного напряжения оказывается приемлемой, если частота его основной гармоники существенно ниже частоты напряжения сети, от которой питается преобразователь. Это является одним из основных недостатков преобразователей с непосредственной связью, практически исключая возможность их использования в электроприводах с частотным регулированием.

В преобразователях со звеном постоянного тока переменное выходное напряжение формируется из напряжения постоянного тока автономным инвертором, и ограничения на значение выходной частоты отсутствуют. Поскольку обычно в качестве источника питания

используется сеть переменного тока, в состав преобразователя частоты входит управляемый или неуправляемый выпрямитель. В свою очередь, преобразователи частоты со звеном постоянного тока делятся на преобразователи с автономным инвертором тока и с автономным инвертором напряжения [12,14]. В настоящее время наиболее широко используются преобразователи с автономным инвертором напряжения, которые и рассматриваются далее.

Наиболее типичная схема силовых цепей системы ПЧ-АД представ-

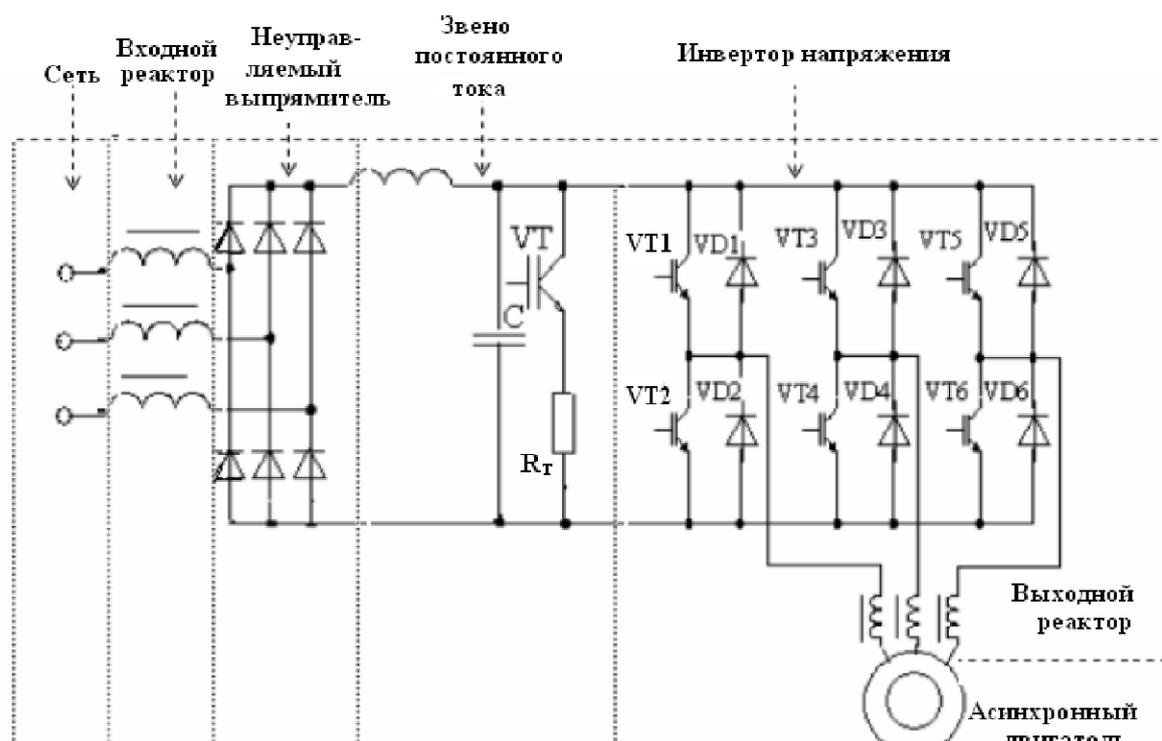


Рис.1.26. Схема силовых цепей системы ПЧ - АД

лена на рис. 1.26. По составу элементов и их назначению она почти полностью повторяет схему широтно-импульсного преобразователя, но содержит не четыре как в ШИП, рис. 1.12, а шесть силовых ключей в схеме инвертора напряжения. В некоторых исполнениях входные и выходные реакторы, а также дроссель в звене постоянного тока могут отсутствовать.

В тех случаях, когда двигатель должен продолжительное время работать в тормозных режимах, целесообразно использовать схему с рекуперацией энергии в сеть, рис.1.27. В этой схеме вместо тормозного

резистора R_T используется модуль рекуперации, с которым могут быть связаны звенья постоянного тока одного или нескольких преобразователей. Работа модуля рекуперации происходит таким образом, что при достижении напряжением звена постоянного тока определенной величины энергия через инвертор возвращается в сеть с соблюдением амплитудной и фазовой синхронизации.

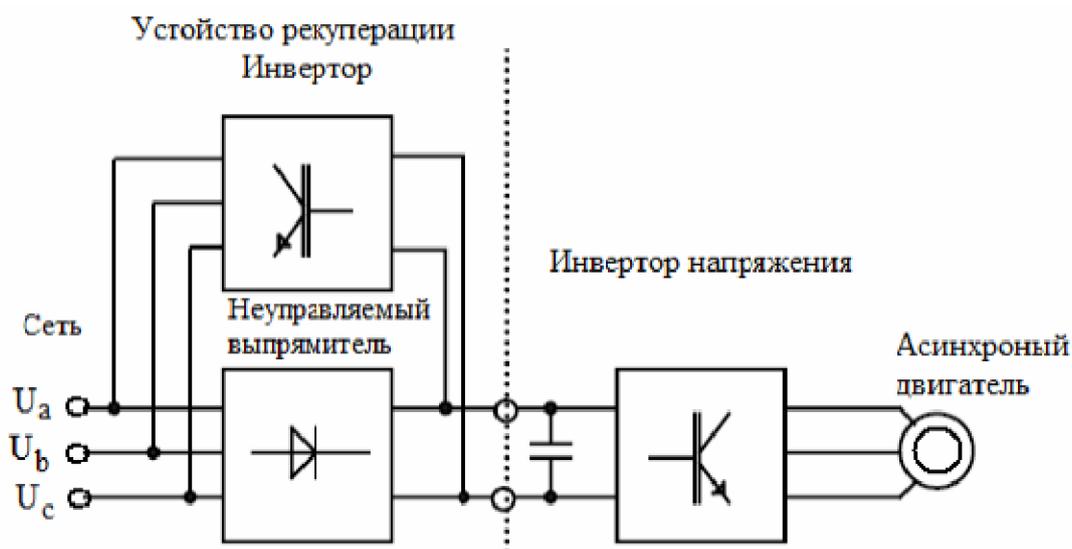


Рис. 1.27. Схема силовых цепей системы ПЧ – АД с устройством рекуперации энергии

1.2.3. Преобразователь частоты с автономным инвертором напряжения и управляемым выпрямителем

Как отмечалось выше, преобразователи частоты со звеном постоянного тока могут иметь в своем составе либо управляемые, либо неуправляемые выпрямители. Преобразователь частоты (рис. 1.28) включает в себя автономный инвертор напряжения АИН с системой управления инвертора СУИ, управляемый выпрямитель УВ с системой управления СУВ, емкостной фильтр C , сглаживающий дроссель L и тормозной резистор R_T , включаемый электронным ключом K_T . Плечи автономного инвертора образованы транзисторами с включенными параллельно им диодами обратного

тока. Каждая пара транзистор-диод обратного тока образует модуль двухсторонней проводимости, через который ток может протекать в обоих направлениях. Наличие управляющего сигнала на данном транзисторе всегда означает, что соединенная с ним фазная обмотка статора включена на соответствующий зажим выпрямителя, так как даже, если в момент подачи на транзистор управляющего сигнала ток в фазе направлен так, что он не может протекать через транзистор, открыт путь для протекания тока через соответствующий диод обратного тока.

Управление частотой и напряжением на выходе преобразователя

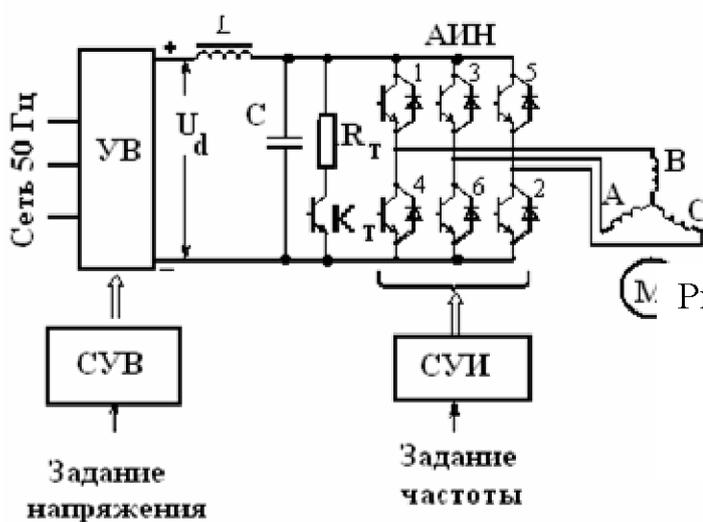


Рис. 1.28. Преобразователь частоты с управляемым выпрямителем

осуществляется путем воздействия, соответственно, на системы управления инвертора и управляемого выпрямителя. В системе управления инвертора сигнал задания частоты преобразуется в длительность сигналов управления, подаваемых на транзисторы в соответствии с установленным алгоритмом. Процесс формирования выходного напряжения поясняют временные графики рис.1.29. Алгоритм переключения ключей при угловой длительности замкнутого состояния ключей, равной π , представлен в верхней части рисунка. В каждый данный момент времени замкнуты три ключа. Состояние ключей изменяется через каждую шестую часть периода, определяемую длительностью $\Delta t = \pi / (3\omega_{0\text{эл}})$. Изменение сигнала задания частоты на входе СУИ приводит к изменению этой длительности, т. е. к изменению частоты $\omega_{0\text{эл}}$ напряжения на выходе. Последовательность замыкания ключей 1- 2 - 3 - 4 - 5-6 соответствует

определенному направлению вращения двигателя. Для изменения его эта последовательность изменяется на обратную. На рис.1.29 показаны фазные напряжения U_A, U_B, U_C , а также одно из линейных напряжений U_{AB} .

Поскольку выходное напряжение преобразователя формируется из напряжения U_d на выходе выпрямителя, изменение U_d в результате изменения сигнала задания на входе СУВ приводит к пропорциональному изменению напряжения на выходе преобразователя частоты.

Если автономный инвертор питается от источника постоянного напряжения, обладающего двухсторонней проводимостью, то при уменьшении частоты на выходе преобразователя или при увеличении скорости двигателя до значения, большего скорости идеального холостого хода, двигатель переходит в режим рекуперативного торможения. Однако чаще выпрямитель выполняется как неперверсивный и не пропускает поток мощности от двигателя в сеть. Поэтому рекуперативное торможение невозможно. Для обеспечения динамического торможения в схеме предусмотрен тормозной резистор R_T .

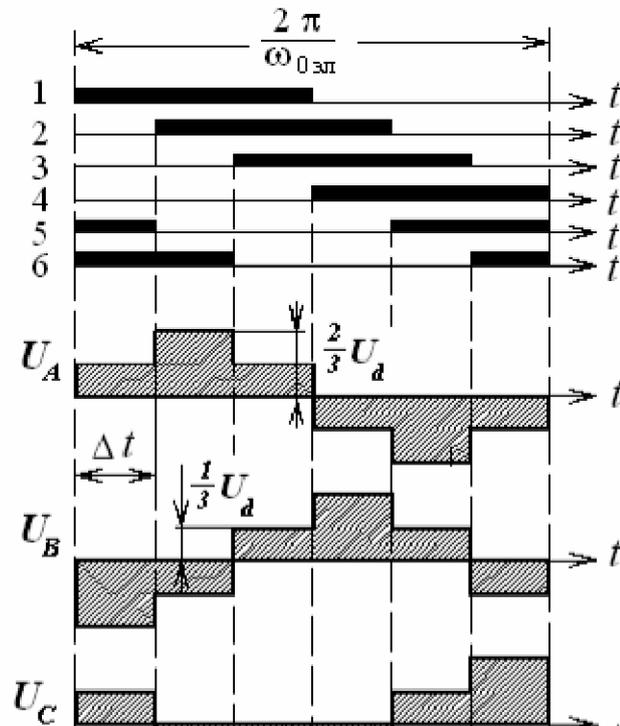


Рис. 1.29. Фазные и линейные напряжения на выходе преобразователя частоты

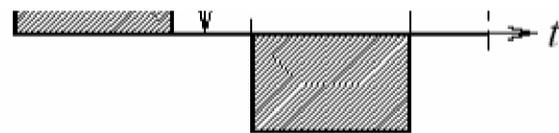


Рис.1.29. Напряжения на выходе преобразователя частоты с управляемым выпрямителем: $u_A; u_B; u_C$ - фазные; u_{AB} - линейное

При возникновении условий для торможения двигателя электронный ключ K_T замыкается и энергия торможения рассеивается в тормозном резисторе.

Недостатком рассмотренного преобразователя частоты с точки зрения его эксплуатационных свойств является ступенчатый характер напряжения на двигателе. Это приводит к неравномерному вращению поля статора, повышенному содержанию высших гармоник в статорном токе и пульсациям электромагнитного момента.

1.2.4. Преобразователь частоты с автономным инвертором напряжения и неуправляемым выпрямителем

В преобразователе частоты с неуправляемым выпрямителем напряжение на входе инвертора не меняется, а регулирование выходного напряжения осуществляется методом широтно-импульсной модуляции (ШИМ), рис.1.14 .

Принцип широтно-импульсной модуляции можно пояснить на примере однофазного инвертора. Его схема, на которой электронные ключи изображены в виде контактов, показана на рис.1.30,а, а процесс формирования переменного напряжения u на выходе показан на рис.1.30,б.

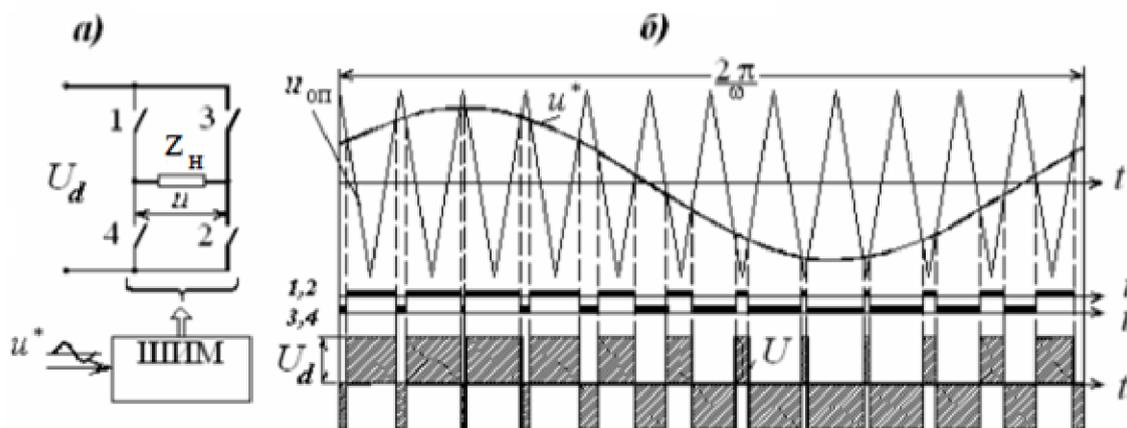


Рис.1.30. Работа ШИМ на примере однофазного инвертора

Входной гармонический сигнал u^* в блоке ШИМ сравнивается с пилообразным опорным напряжением $u_{оп}$. Алгоритм переключения прост:

если $u^* \geq u_{оп}$, то замкнуты ключи 1,2, и $u = U_d$;

если $u^* < u_{оп}$, то замкнуты ключи 3,4 и $u = -U_d$.

Очевидно, что основная гармоника выходного напряжения повторяет входной сигнал. Изменение его частоты приводит к изменению частоты выходного напряжения. Изменение амплитуды входного сигнала при данной частоте будет приводить к изменению соотношения длительностей положительных и отрицательных импульсов напряжения на выходе, т.е. к изменению амплитуды его основной гармоники. На рис.1.30,б показан случай, когда частоты опорного напряжения и входного сигнала кратны. При той же частоте опорного напряжения и другой частоте сигнала в выходном напряжении и токе могут возникать низкочастотные биения. Чем выше частота опорного напряжения, а, следовательно, и частота коммутации ключей, тем менее заметен этот эффект, тем ближе к синусоиде форма тока в нагрузке, содержащей индуктивность. Современная элементная база позволяет строить ШИМ с частотой коммутации до десятков килогерц, благодаря чему ток в двигателе, питающемся от инвертора с ШИМ, практически синусоидален.

В системах с микропроцессорным управлением в последнее время стали применять векторную ШИМ [12], которая позволяет получить более совершенную форму выходного напряжения и до минимума свести высокочастотные гармоники в выходном напряжении преобразователя частоты.

1.2.5. Законы частотного управления

При использовании этого способа управления асинхронными двигателями необходимо частоту питающего напряжения и его амплитуду изменять в определенном отношении друг к другу. Такие отношения устанавливаются законами частотного управления.

При выборе закона частотного регулирования часто исходят из условия сохранения перегрузочной способности двигателя:

$$\lambda = M_{кр} / M_c = const.$$

Пренебрегая падением напряжения на активном сопротивлении цепи статора, $R_1 \approx 0$, и учитывая, что $x_k = f_1$, $\omega_0 = f_1$, можно найти приближенную зависимость критического момента двигателя от частоты и напряжения питающей сети

$$M_{кр} = \frac{3U_1^2}{2\omega_0(R_1^2 \pm \sqrt{R_1^2 + X_K^2})} \approx \frac{3U_1^2}{2\omega_0 X_K} \approx A \frac{U_1^2}{f_1^2}. \quad (1.24)$$

Для любой частоты f_{1j} и соответствующей угловой скорости ω_j можно записать

$$\lambda = M_{кр} / M_C(\omega_j) = A \frac{U_{1j}^2}{f_{1j}^2 M_C(\omega_j)} = const,$$

где U_{1j} – фазное напряжение при частоте f_{1j} , $M_c(\omega_j)$ – момент статической нагрузки на валу двигателя при скорости $\omega_{0j} = 2\pi \cdot f_{1j} / P_{II}$.

Из последнего выражения следует, что для двух любых значений частот f_{1k} и f_{1j} должно соблюдаться равенство

$$\frac{U_{1j}^2}{f_{1j}^2 M_C(\omega_j)} = \frac{U_{1k}^2}{f_{1k}^2 M_C(\omega_k)}$$

Отсюда следует закон частотного регулирования

$$\frac{U_{1j}}{U_{1k}} = \frac{f_{1j}}{f_{1k}} \sqrt{\frac{M_C(\omega_j)}{M_C(\omega_k)}}$$

или в относительных единицах, где переменные с индексом «к» имеют номинальное значение

$$\gamma = \alpha \sqrt{\mu}.$$

Этот закон называют основным законом частотного регулирования или законом Костенко, который опубликовал его в статье “Работа многофазного асинхронного двигателя при переменном числе периодов” - Электричество, N2, 1925 г.

Закон получен в пренебрежении падением напряжения на активных сопротивлениях статора и насыщением магнитной цепи. Закон Костенко дает выражение для напряжения при произвольном значении частоты и учитывает свойства нагрузки. Если нагрузка с уменьшением частоты также уменьшается, то нет смысла сохранять поток двигателя неизменным. Его можно уменьшить настолько, чтобы сохранить коэффициент статической перегрузки, т.е. запас статической устойчивости.

Уменьшение потока с уменьшением нагрузки при том же запасе устойчивости дает уменьшение потерь в стали и повышает экономичность привода с частотным управлением и часто изменяющейся нагрузкой по сравнению с асинхронным двигателем при постоянной частоте питания.

Диапазон регулирования скорости двигателя ограничен сверху насыщением магнитопровода. С ростом отношения γ/α растет поток и резко увеличивается ток намагничивания I_μ . По этой причине применение закона Костенко практически ограничено нагрузками, не слишком превышающими $M_{ном}$.

Нижняя граница диапазона зависит от статического момента при трогании двигателя.

Практическое применение основного закона (закона Костенко) ограничивают трудности непосредственного измерения момента на валу двигателя.

Задача упрощается в ряде практических случаев, если учесть реальный характер изменения статического момента. Для многих механизмов зависимость момента от скорости в зоне регулирования может быть представлена в виде степенной функции вида

$$M_c = M_0 + (M_n - M_m) \left(\frac{\omega}{\omega_n} \right)^q,$$

где M_0 - момент статической нагрузки при $\omega = 0$.

Учитывая, что $\omega \equiv f_1$, получим

$$\mu_c = \mu_0 - (1 - \mu_0)^q.$$

Основной закон принимает вид

$$\gamma = \alpha \sqrt{\mu_0 + (1 - \mu_0)^q}.$$

Из всего многообразия зависимостей $M_H(\omega)$ наиболее часто встречаются три случая:

- M_c не зависит от скорости, следовательно $q = 0$,
 $M_c = const$ или $\gamma = \alpha$;
- регулирование с постоянной мощностью $P_c = const$. При $\mu_0 = 0$ получаем $\mu_c = P_c / \alpha$, $\mu_c = P_c / \alpha$, $q = -1$, $\gamma = \sqrt{\alpha}$;
- идеализированная вентиляторная нагрузка: при $\mu_0 = 0$ получим $q = 2$, $\mu_c = \alpha^2$, $\gamma = \alpha^2$.

Характеристики двигателя для трех указанных случаев показаны на рисунках 1.31,а, 1.31,б, 1.31,с.

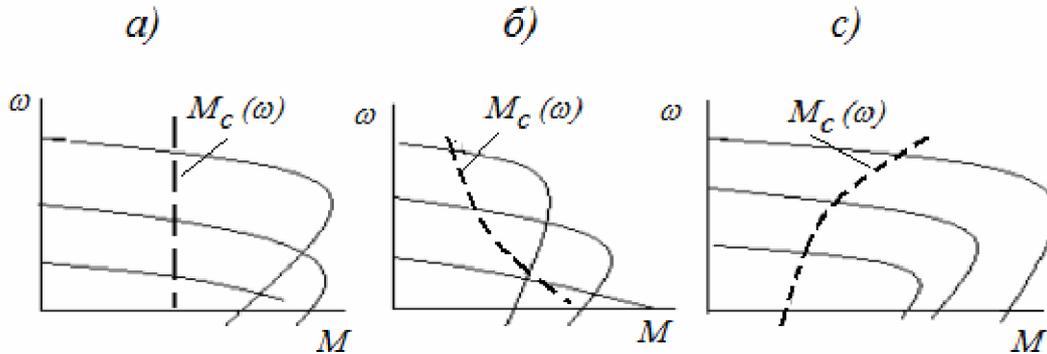


Рис. 1.31. Механические характеристики АД при различных законах частотного управления

Применение упрощенных законов частотного регулирования позволяет получить наиболее простые системы регулирования (рис.1.32), в которых входным воздействием является частота f_1 , а закон регулирования напряжения задается блоком связи БС, реализующим выбранный закон частотного управления.



Рис. 1.32. Разомкнутые системы частотного управления

Приведенные на рис. 1.31 характеристики являются идеализированными, так как получены при пренебрежении падением напряжения на сопротивлении статора R_1 . При $0,5 \leq \alpha \leq 1$ двигатель работает в условиях мало отличающихся от номинальных. При дальнейшем уменьшении частоты характеристики резко ухудшаются из-за снижения потока, обусловленного падением напряжения на сопротивлениях статора.

Указанные законы могут быть использованы при небольших диапазонах регулирования скорости.

Другие законы частотного регулирования могут быть получены при рассмотрении схемы замещения асинхронного двигателя, рис. 1.33.

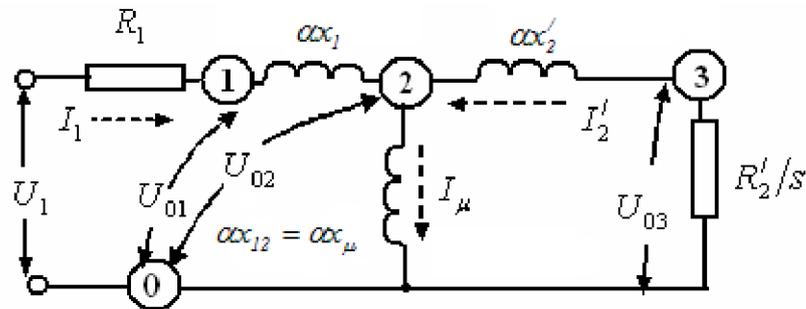


Рис.1.33. Схема замещения асинхронного двигателя при частотном управлении

Из схемы замещения видно, что с увеличением нагрузки рост тока I_1 будет приводить к увеличению падения напряжения на сопротивлении R_1 и к уменьшению напряжения U_{01} . Это напряжение приложено к последовательно соединенным реактивным сопротивлениям αx_1 и $\alpha x_{12} = x_\mu$. Соответствующие индуктивности создают поток рассеяния статора и поток намагничивания (поток в зазоре двигателя или рабочий поток). Уменьшение U_{01} приводит к уменьшению полного потока статора АД и, как следствие, к уменьшению электромагнитного момента двигателя. При работе на номинальной частоте этот эффект компенсирован выбором параметров двигателя, но с изменением частоты соотношение между активными и реактивными сопротивлениями двигателя меняется и при $\omega \rightarrow 0$ все реактивные сопротивления также стремятся к нулю, а активные сопротивления остаются прежними. По этой причине влияние падения напряжения на сопротивлении статора при низких частотах питающего напряжения и вызванное этим снижение потока и момента двигателя проявляются особенно заметно. Для устранения этого влияния в системах частотного управления при изменении нагрузки постоянным поддерживается отношение

$$\frac{U_{01}}{f} = const.$$

Такой закон управления получил название **закона постоянства полного потокосцепления статора, т.е. $\psi_1 = const$** . Уравнение для критического момента (1.24) в этом случае принимает вид

$$M_{кр} = \frac{3(\alpha U_{01})^2}{2\alpha\omega_{ном}\alpha(x_1 + x_2')} = \frac{3U_{01}^2}{2\omega_{ном}(x_1 + x_2')}. \quad (1.25)$$

При выполнении этого закона частотного управления обеспечивается поддержание постоянства критического момента при изменении частоты, значение которого больше чем на естественной характеристике, рис. 1.34.

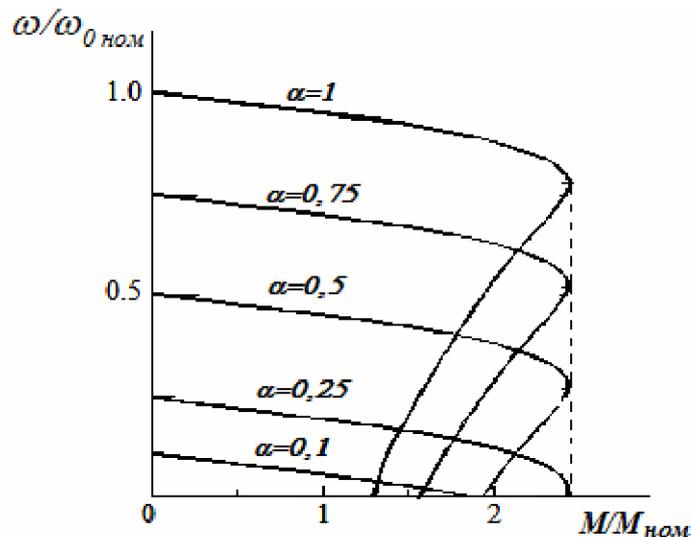


Рис. 1.34. Механические характеристики АД при законе частотного управления $\psi_1 = const$

Компенсация влияния активного сопротивления статора не устраняет влияния реактивного сопротивления статора на характеристики АД. Это проявляется в том, что падение напряжения на реактивном сопротивлении уменьшает напряжение на цепи намагничивания, уменьшая тем самым поток двигателя и его электромагнитный момент. Это влияние, при необходимости, также может быть скомпенсировано за счет выполнения условия $U_{02}/f = const$, которое обеспечивает **постоянство рабочего потока** (потока в зазоре) АД или $\psi_\mu = const$. При компенсации влияния как активного, так и реактивного сопротивления статора критический момент двигателя достигает значения

$$M_{кр} = \frac{3U_{01}^2}{2\omega_{ном}x_2'} \quad (1.26)$$

и остается постоянным независимо от скорости двигателя. Характеристики имеют вид рис. 1.34, но с большим значением критического момента.

При постоянстве потока в зазоре машины потокосцепление ротора не остается постоянным за счет наличия потока рассеяния ротора, которому соответствует реактивное сопротивление $\alpha x_2'$ в схеме замещения. Компенсация падения напряжения на этом сопротивлении эквивалентна выполнению условия $U_{03}/f = const$, что позволяет получить ещё один закон частотного управления $\psi_2 = const$ или **закон постоянства потокосцепления ротора**.

Напряжение U_{03} связано с потокосцеплением ротора Ψ_2 как

$$U_{03} = I_2' R_2' / s = \Psi_2 \omega_{0ном} \alpha,$$

при этом

$$\Psi_2 = U_{03} / \alpha \omega_{0ном} = I_2' R_2' / s \omega_{0ном} \alpha \quad (1.27)$$

также будет поддерживаться постоянным.

При компенсации $x_2' M_{кр}$ в (1.26) обращается в бесконечность, что свидетельствует об отсутствии критического скольжения. Уравнение электромагнитного момента двигателя принимает вид

$$M = \frac{3U_{03}^2 R_2'}{\omega_0 s (R_2' / s)^2} = \frac{3U_{03}^2 s}{\alpha \omega_{0ном} R_2'}. \quad (1.28)$$

Подставив в (1.28) значение $s = (\alpha \omega_{0ном} - \omega) / \alpha \omega_{0ном}$, получим уравнение механической характеристики АД при $\Psi_2 = const$:

$$\omega = \alpha \omega_{0ном} - \frac{R_2' (\alpha \omega_{0ном})^2}{3U_{03}^2} M = \alpha \omega_{0ном} - \frac{R_2'}{3\Psi_2^2} M. \quad (1.29)$$

Жесткость механической характеристики АД зависит от потокосцепления Ψ_2 и сопротивления ротора R_2 . При их постоянстве механические характеристики АД при различных частотах параллельны друг другу. Выражения для механической и электромеханической характеристик подобны аналогичным характеристикам машины постоянного тока независимого возбуждения, т.е. при $\Psi_2 = const$ асинхронный двигатель приобретает свойства машины постоянного тока.

Управление по рассмотренным выше законам сопровождается форсировкой напряжения. Поэтому преобразователь частоты должен иметь запас по напряжению сверх $U_{1ном}$. Особый интерес может представлять характеристика при $\psi_2 = const$, которая не имеет критической точки. Теоретически такая характеристика может обеспечить очень большой пусковой момент. При больших нагрузках ($M=3-4M_{ном}$), однако, начинает сказываться насыщение магнитной системы из-за возрастания потоков рассеяния, и механическая характеристика искривляется в сторону меньших значений пускового момента, но критическая точка не появляется. Здесь следует отметить, что реализация больших перегрузок двигателя по моменту, которые он может обеспечить, не всегда реализуется на практике из-за необходимости иметь такую же перегрузочную способность и у преобразователя частоты.

1.2.6. Электроприводы с синхронными двигателями

Под понятие синхронных машин подпадает широкий круг электромеханических преобразователей энергии, отличающихся тем, что их ротор вращается со скоростью, строго соответствующей либо частоте питающей сети, либо частоте коммутации локальных источников питания электромеханических преобразователей.

К этому типу преобразователей можно отнести синхронные машины с постоянными магнитами или обмоткой возбуждения на роторе; шаговые двигатели различных типов; вентильные двигатели (другие названия этих машин: управляемые синхронные двигатели, бесколлекторные машины постоянного тока).

Часто под синхронными машинами понимают только первую группу машин, у которых ротор с обмоткой возбуждения или постоянными магнитами вращается в поле обмоток статора, которые создают круговое поле, вращающееся с частотой $\omega_{0эл} = 2\pi f_1 / p_{II}$, где f_1 - частота питающей сети. Достоинством таких синхронных машин являются хорошие энергетические показатели и, в первую очередь, высокий коэффициент мощности.

Синхронные двигатели, как правило, большой мощности, находят широкое применение в тех случаях, когда регулирования скорости не требуется, а основное внимание сосредоточено на вопросах энергетики. В

технологических машинах большее распространение имеют синхронные машины, работающие в режиме вентильного двигателя (бесколлекторные машины постоянного тока или вентильные двигатели). Синхронные машины, используемые в таких режимах имеют, как правило, возбуждение от постоянных магнитов, хорошие массогабаритные показатели и регулировочные свойства. Принцип действия вентильных двигателей и их характеристики в разомкнутых системах электропривода рассмотрены в технической литературе [11]. Для питания обмоток таких синхронных машин нужны коммутаторы или преобразователи частоты, которые по своей структуре и характеристикам повторяют преобразователи частоты, которые используются в приводах с асинхронными двигателями. По этой причине в данном пособии они не рассматриваются, свойства замкнутых систем с вентильными двигателями и их характеристики будут рассмотрены в последующих главах.

1.3. РЕЛЕЙНО-КОНТАКТОРНЫЕ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Объектом управления релейно-контакторных систем управления (РКСУ) является двигатель, питаемый от сети. Электропривод, выполненный на такой основе, представляет собой нерегулируемый электропривод, чаще всего общепромышленного применения (например, электропривод кранов, тихоходных лифтов, конвейеров, компрессоров, вентиляторов, насосов, некоторых транспортных устройств и т.д.). В приводах с РКСУ могут использоваться двигатели различных типов, которые могут работать от нерегулируемых источников питания.

РКСУ выполняют следующие основные функции по управлению электроприводами [5,15]:

- управление пуском и остановом,
- выбор направления и скорости движения,
- создание временных пауз в движении.

Кроме основных функций РКСУ выполняет также вспомогательные функции, к которым относятся:

- функции защиты двигателей и аппаратов управления от токов короткого замыкания, от недопустимых перегрузок, от перенапряжений, от самозапуска двигателей и т.п.;

- функции, осуществляемые блокировками, которые обеспечивают строгую последовательность операций включения и отключения отдельных аппаратов, исключают возникновение аварийных режимов при ошибочных действиях обслуживающего персонала, повышают надежность работы схемы;

- функции сигнализации, которые могут отражать ход производственного процесса, указывать на исправность или неисправность элементов и проверять правильность сигналов, подаваемых оператором и т.п.

1.3.1. Механические переходные процессы в системах электропривода

В простейших электромеханических системах привода обычно пренебрегают электрическими переходными процессами, считая, что изменение тока в цепях электрических машин происходит значительно быстрее, чем изменение скорости. Для одномассовой механической системы, когда кинематическая цепь привода может считаться абсолютно жесткой, уравнение движения имеет вид [2,3,8]:

$$M_D(\omega) - M_C(\omega) = J_{\Sigma np} \frac{d\omega}{dt} = M_{дин}(\omega), \quad (1.30)$$

где M_D – электромагнитный момент двигателя, M_C – момент сопротивления, $J_{\Sigma np}$ – приведенный к валу двигателя суммарный момент инерции, ω – скорость двигателя, $M_{дин}$ – динамический момент привода.

Решение (1.30) упрощается, если динамический момент является линейной функцией скорости. Такой случай имеет место при моменте сопротивления не зависящем от скорости и линейной механической характеристике привода. Если механическая характеристика привода линейна, момент двигателя может быть выражен через жесткость механической характеристики ($\beta = dM/d\omega$)

$$M_D(\omega) = -\beta(\omega_0 - \omega),$$

где ω_0 – скорость идеального холостого хода.

Подставляя выражение для момента в (1.30), получим

$$T_M \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_0 - \frac{1}{\beta} M_C, \quad (1.31)$$

где $T_M = J_{\Sigma np} / \beta$ – электромеханическая постоянная времени.

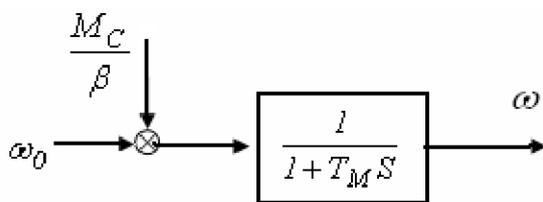


Рис.1.35. Структурная схема электропривода с линейной механической характеристикой

Этому уравнению соответствует структурная схема привода, приведенная на рис. 1.35. В соответствии с этой схемой электропривод представлен инерционным звеном с двумя внешними воздействиями: управляющим воздействием является

заданное на скорость ω_0 и возмущением по моменту $-M_C/\beta$. Уравнение и структурная схема содержат только механические параметры, поэтому можно сказать, что они представляют механическую модель электромеханического привода. Установившийся режим движения привода, когда $d\omega/dt = 0$, наступает при скорости ω_y равной $\omega_y = \omega_0 - M_C/\beta$. Уравнение (1.31) может быть записано в виде

$$T_M \frac{d\omega}{dt} + \omega = \omega_y.$$

Решение этого уравнения при начальных условиях $\omega = \omega_{нач}$ имеет вид

$$\omega(t) = \omega_y + (\omega_{нач} - \omega_y) e^{-t/T_M}. \quad (1.32)$$

При нулевой начальной скорости имеем

$$\omega(t) = \omega_y (1 - e^{-t/T_M}). \quad 1.33)$$

Переходный процесс изменения скорости при разгоне двигателя от скорости $\omega_{нач}$ до ω_{y1} показан на рис. 1.36.

Если в момент времени t_1 M_C изменится в сторону увеличения и примет значение M_C^* , то двигатель снизит скорость до значения $\omega_{y2} = M_C^* / \beta$.

Уравнение (1.30) позволяет определить время переходного процесса, которое может быть выражено формулой

$$dt = J_{\Sigma np} \frac{d\omega}{M(\omega) - M_C(\omega)}.$$

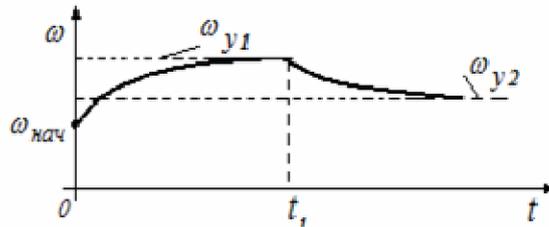


Рис. 1.36. Механические переходные процессы в электроприводе

Время, необходимое для изменения скорости от ω_1 до ω_2 , равно

$$t_{mn} = \int_{\omega_1}^{\omega_2} J_{\Sigma np} \frac{d\omega}{M(\omega) - M_C(\omega)}.$$

Для определения этого времени необходимо знать зависимости движущего момента и момента сопротивления от скорости. В простейшем случае можно принять, что $J_{\Sigma} = \text{const}$, $M = \text{const}$ и $M_C = \text{const}$, тогда

$$t_{mn} = J_{\Sigma np} \frac{\omega_1 - \omega_2}{M - M_C}.$$

По этой формуле можно определить время пуска привода под действием постоянного движущего момента и при постоянном моменте сопротивления. Положив $\omega_1 = 0$ и $\omega_2 = \omega_{ном}$, получим

$$t_n = J_{\Sigma np} \frac{\omega_{ном}}{M - M_C}.$$

При торможении знак момента, развиваемого двигателем, меняется и скорость начинает изменяться под действием суммы момента двигателя и момента сопротивления. Время торможения определяется выражением

$$t_T = \int_{\omega_2}^{\omega_1} \frac{J_{\Sigma np} d\omega}{M + M_C}.$$

При постоянстве моментов и момента инерции время торможения равно

$$t_T = J_{\Sigma np} \frac{\omega_1 - \omega_2}{M + M_C}.$$

Время торможения от номинальной скорости $\omega_1 = \omega_{ном}$ до скорости равной нулю, т.е. до остановки двигателя

$$t_T = J_{\Sigma np} \omega_{ном} / (M + M_C).$$

Время переходного процесса электропривода, имеющего линейную механическую характеристику, при постоянном моменте сопротивления можно определить из уравнения переходного процесса. Если в уравнении (1.32) положить $\omega_{нач} = \omega_1$ и $\omega = \omega_2$, то время изменения скорости от ω_1 до ω_2 определится зависимостью

$$t_{mn} = T_M \ln \frac{\omega_y - \omega_1}{\omega_y - \omega_2}. \quad (1.34)$$

Очевидно, что формулой (1.34) нельзя пользоваться, когда $\omega_2 = \omega_y$. В этом случае приближенно принимают время $t_{mn} = (3...4)T_M$, т.к. за это время экспоненциальная функция достигает (95...98)% от своего установившегося значения.

Расчет времени переходных процессов в приводах с асинхронными двигателями затруднен тем, что механическая характеристика асинхронного двигателя существенно нелинейна. По этой причине достаточно простое выражение для времени переходного процесса t_{mn} можно получить только для случая, когда $M_C = 0$ [8].

При $M_C = 0$ уравнение движения примет вид:

$$\frac{2M_K(1+\alpha)}{S/S_K + S_K/S + 2\alpha} = -J_{\Sigma np} \omega_0 \frac{dS}{dt},$$

где электромагнитный момент асинхронного двигателя M записан в виде формулы Клосса, $\alpha = R_1/R_2'$.

Разделив переменные и проинтегрировав это уравнение в пределах от S_1 до S_2 , получим

$$t_{mn} = \frac{J_{\Sigma np} \omega_0 S_K}{2M_K(1+\alpha)} \left[\frac{S_1^2 - S_2^2}{2S_K^2} + \ln \frac{S_1}{S_2} + \frac{2\alpha}{S_K} (S_1 - S_2) \right]. \quad (1.35)$$

Эта формула имеет общий характер и пригодна для любого переходного процесса связанного с изменением скольжения асинхронного двигателя. При пуске начальное значение скольжения $S_1 = 1$. Конечное значение

скольжения при пуске холостую близко к нулю. В практических расчетах принимают $S_2 = 0,02... 0,05$. Если взять значение $S_2 = 0,05$ (разгон до скорости, составляющей 95% от синхронной), то время пуска

$$t_{\Pi} = \frac{J_{\Sigma np} \omega_0 S_K}{2M_K (1 + \alpha)} \left(\frac{1}{2S_K^2} + 3 + \frac{1,9\alpha}{S_K} \right). \quad (1.36)$$

Можно принять $\alpha = 0$, тогда

$$t_{\Pi} = \frac{J_{\Sigma np} \omega_0}{M_K} \left(\frac{1}{4S_K} + 1,5S_K \right) \quad (1.37)$$

Для асинхронных короткозамкнутых двигателей $S_K \approx 0,1... 0,15$, поэтому второе слагаемое мало по сравнению с первым. Что позволяет считать $t_n \approx J_{\Sigma np} \omega_0 / (4M_K S_K)$.

1.3.2. Типовые узлы схем автоматического управления движением электроприводов постоянного тока

1.3.2.1. Пуск двигателей постоянного тока

Пуск двигателей малой мощности, имеющих большие сопротивле-

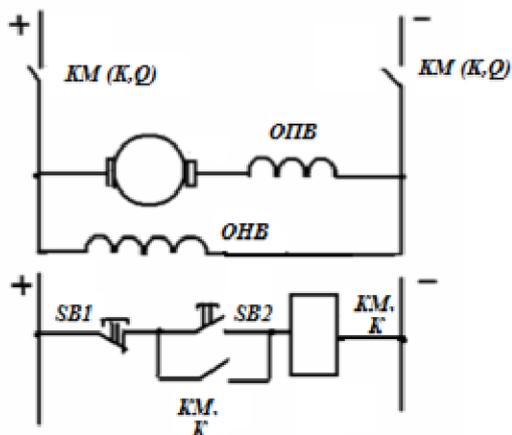


Рис. 1.37. Схема управления пуском двигателя постоянного тока малой мощности

ния обмоток якоря и поэтому не требующих ограничения пусковых токов, производится подключением обмоток якоря и возбуждения к питающей сети. Для этого используются маломощные контакторы KM или реле K с управлением от кнопок $SB1$ и $SB2$ или просто выключатели Q , включаемые и отключаемые оператором (рис.1.37). Пуск двигателей средней и большой мощности осуществляется с пусковыми сопротивлениями для ограничения пусковых токов.

При увеличении скорости двигателя ток якоря и, соответственно, пусковой момент уменьшаются, поэтому в процессе пуска пусковое сопротивление постепенно уменьшают с помощью контакторов ускорения

$KM2$, $KM3$, $KM4$, которые шунтируют секции этого сопротивления по мере разгона двигателя, как показано на рис. 1.39.

Разгон двигателя осуществляется в соответствии с пусковой диаграммой, рис.1.38,а, там же приведены графики переходных процессов, рис. 1.38,б. Из рисунка видно, что автоматическое включение контакторов ускорения возможно

- через определенные моменты времени t_1, t_2, t_3 ;
- при достижении значений скорости $\omega_1, \omega_2, \omega_3$;
- при токе переключения I_2 .

В соответствии с этим определяются принципы управления: принцип времени, скорости, тока.

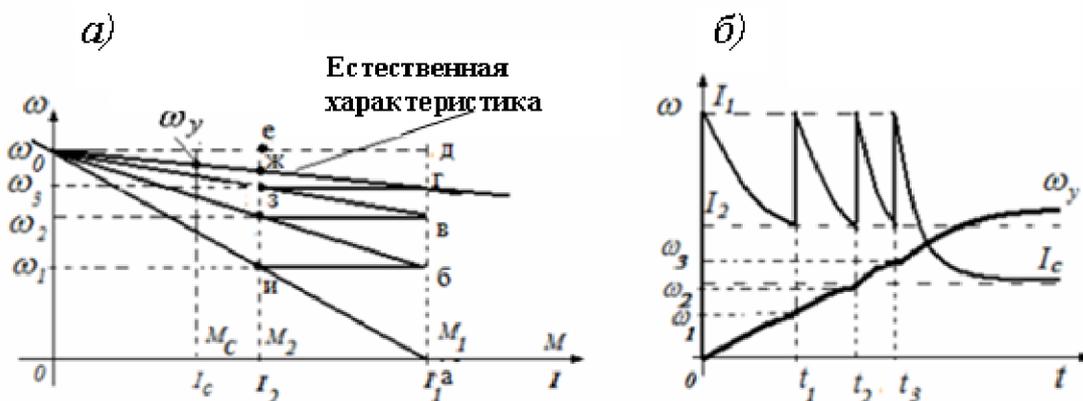


Рис. 1.38. Пусковая диаграмма и графики переходных процессов при пуске двигателя постоянного тока

Возможен и четвертый принцип – принцип пути. Однако этот принцип не применяется для управления пуском, реверсом и торможением, так как путь, проходимый механизмом за время разгона или торможения, очень мал. Но этот принцип широко используется в механизмах перемещения, когда при достижении определенного положения требуется подать команду на отключение двигателя или изменения режима его работы. Указанные принципы используются для управления процессами разгона и торможения двигателей постоянного и переменного тока [15].

Управление по принципу времени. На рис.1.39 приведена схема управления пуском двигателя по принципу времени. Управление осуществляется с помощью реле с выдержкой времени.

Работа схемы управления происходит следующим образом. При подаче на схему напряжения питания начинает протекать ток по обмотке независимого возбуждения *ОНВ* и катушке реле времени *КТ1*.

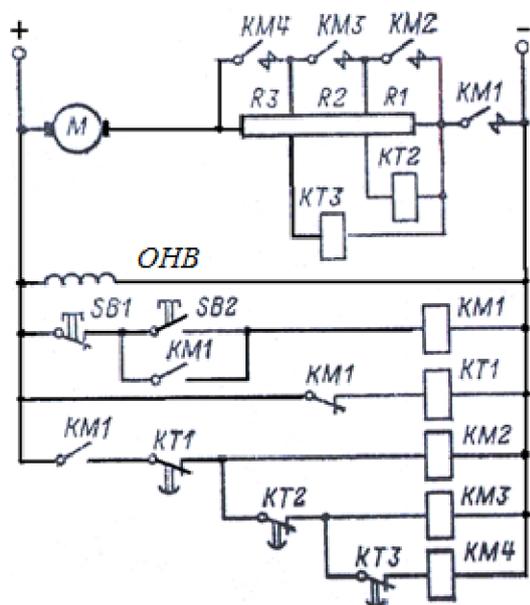


Рис. 1.39. Схема управления пуском двигателя постоянного

тока. Реле *КТ1* размыкает свой контакт в цепи контакторов *КМ2-КМ4*. В таком состоянии схема будет находиться до подачи управляющего воздействия с помощью кнопки *SB2* – Пуск. *SB2* включает линейный контактор *КМ1*, контакт которого в силовой цепи схемы подает напряжение на якорную цепь двигателя, что вызывает бросок тока якоря до значения I_1 . Падение напряжения на пусковых сопротивлениях *R1* и *R2* вызывает срабатывание реле времени *КТ2* и *КТ3*, которые размыкают контакты а цепях катушек ускоряющих

контакторов *КМ3* и *КМ4*. Одновременно с этим блок контакт контактора *КМ1* шунтирует кнопку *SB2*, переводя контактор на самоблокировку, а его другой блок контакт замыкается в цепи контактора *КМ2*, подготавливая цепь для его включения. При включении *КМ1* размыкается цепь катушки реле времени *КТ1*, контакт которого имеет выдержку времени на замыкание. Выдержка времени равна времени разгона двигателя на первой ступени ускорения от скорости равной нулю до скорости ω_1 . Через это время контакт *КТ1* замкнется в цепи контактора *КМ2*, который своим контактом шунтирует пусковое сопротивление *R1*. Ток двигателя увеличивается до значения I_1 , а реле *КТ2* отключается. Выдержка времени реле *КТ2* равна времени разгона двигателя на второй ступени ускорения, через это время контакт *КТ2* включит контактор ускорения *КМ3*. *КМ3* шунтирует сопротивление *R2* и, тем самым, отключает реле времени *КТ3*, которое включает контактор *КМ4*. Сопротивление *R3* шунтируется контактом этого контактора, и двигатель выходит на свою естественную характеристику. Скорость двигателя продолжает возрастать до значения

ω_y , определяемого моментом нагрузки. На этом разгон двигателя прекращается, он продолжает работать со скоростью ω_y вплоть до поступления команды на останов с помощью кнопки *SBI*.

Времена разгона двигателя на каждой из пусковых ступеней могут быть рассчитаны по формуле (1.34), которую применительно к многоступенчатому пуску удобнее записать в виде

$$t_n = T_{Mn} \ln \frac{M_1 - M_C}{M_2 - M_C},$$

где t_n - время разгона двигателя на n -ой ступени ускорения, T_{Mn} -

электромеханическая постоянная времени на n -ой ступени ускорения

$T_{Mn} = J_{\Sigma np} Rn / (c\Phi)^2$, $I_1, I_2, I_C, M_1, M_2, M_C$ - значения тока и момента на

пусковой диаграмме, c - конструктивная постоянная двигателя, Φ - поток двигателя.

С целью более точного выполнения расчетной пусковой диаграммы необходимо учитывать собственное время включения контакторов

ускорения. Поэтому реле времени настраивают на выдержки времени t_{py}

с учетом времени включения (втягивания) контакторов ускорения $t_{BT.KV}$

. Тогда необходимая выдержка времени реле на n -й ступени определяется

как $t_{py.m} = t_m - t_{BT.KV}$.

При правильно настроенных реле времени обеспечивается пусковая диаграмма, показанная на рис. 1.38.

Пусковая диаграмма, рис. 1.38,а, может быть построена либо графически, либо аналитически. При графическом методе сначала по паспортным данным строят естественную механическую характеристику двигателя. Затем приступают к построению искусственных характеристик, для которых точка идеального холостого хода ω_0 является общей. При заданном числе ступеней пускового сопротивления задаются пиками момента M_1 (I_1), который не должен быть больше максимально допустимого момента (тока) для данного двигателя. Далее предположительно задаются моментами переключения M_2 (I_2) в расчете на то, что для принятого значения M_2 (I_2) получится требуемое значение ступеней с одинаковыми пиковыми и переключающими моментами. Если при построении это окажется так, то значения переключающих моментов

приняты правильно. В противном случае приходится задаваться другими значениями переключающих моментов до тех пор, пока не получится пусковая диаграмма как на рис. 1.38,а.

По построенной пусковой диаграмме легко определить величины пусковых сопротивлений на всех ступенях ускорения.

При включении двигателя в сеть, когда скорость и ЭДС равны нулю, все напряжение сети U_c падает на сопротивлении двигателя R_D и добавочных сопротивлениях R_1, R_2 и R_3 . Полное сопротивление всей цепи якоря будет равно

$$R_D + R_1 + R_2 + R_3 = R_\Sigma = U_c / I_1.$$

Отрезки на диаграмме $\theta - \omega_1, \omega_1 - \omega_2, \omega_2 - \omega_3, \omega_3 - \omega_0$ пропорциональны сопротивлениям R_1, R_2, R_3 и R_D соответственно.

Аналитический метод расчета сопротивлений базируется на подобии треугольников пусковой диаграммы из чего следует:

$$\begin{aligned} \partial z &= aR_D, \\ \partial v &= aR_3 + aR_D, \\ \partial b &= a(R_D + R_3 + R_2), \\ \partial a &= a(R_D + R_3 + R_2 + R_1), \end{aligned}$$

где a - коэффициент пропорциональности.

Обозначив отношение пиковых моментов к переключающим моментам через

$$\lambda = M_1 / M_2,$$

легко показать, что

$$\begin{aligned} \partial v &= e\lambda = \partial z\lambda; \\ \partial b &= e\lambda = \partial b\lambda; \\ \partial a &= e\lambda = \partial b\lambda. \end{aligned} \tag{1.38}$$

Из полученных выражений видно, что

$$R_3 = R_D(\lambda - 1), R_2 = R_3\lambda, R_1 = R_2\lambda. \tag{1.39}$$

Из (1.39) следует, что для полностью введенного пускового сопротивления при числе ступеней m

$$R_\Sigma = R_D \lambda^m, \tag{1.40}$$

откуда

$$\lambda = m \sqrt{\frac{R_{\Sigma}}{R_{\text{Д}}}}. \quad (1.41)$$

Зная число ступеней m и задаваясь пиками момента (тока) M_1 , по (1.41) легко определить λ , а по (1.39) сопротивления всех ступеней ускорения.

Если число ступеней ускорения не задано, то задаваясь значениями M_1 и M_2 , его можно найти [6]:

$$m = lq \frac{R_{\Sigma}}{R_{\text{Д}}} / lq \frac{M_1}{M_2}. \quad (1.42)$$

Если число ступеней получится дробным, необходимо изменить M_1 или M_2 или оба так, чтобы получить m целым числом.

Управление по принципу скорости. Управление по принципу скорости осуществляется с помощью реле напряжения. При управлении пуском двигателя постоянного тока реле напряжения (ускорения) $KM2$, $KM3$, $KM4$ (рис.1.40) включаются параллельно якорю двигателя. Число реле соответствует числу ступеней ускор (втягивания) реле можно определить как

$$U_1 = c\Phi\omega + I_2(R_{\text{Д}} + R_2 + R_3);$$

$$U_2 = c\Phi\omega + I_2(R_{\text{Д}} + R_3);$$

$$U_3 = c\Phi\omega + I_2R_{\text{Д}}.$$

В процессе разгона двигателя при достижении значения скорости ω_1, ω_2 и ω_3 реле ускорения $KM2$, $KM3$ и $KM4$, настроенные на эти напряжения срабатывания, будут выключать сопротивления R_1, R_2 и R_3 .

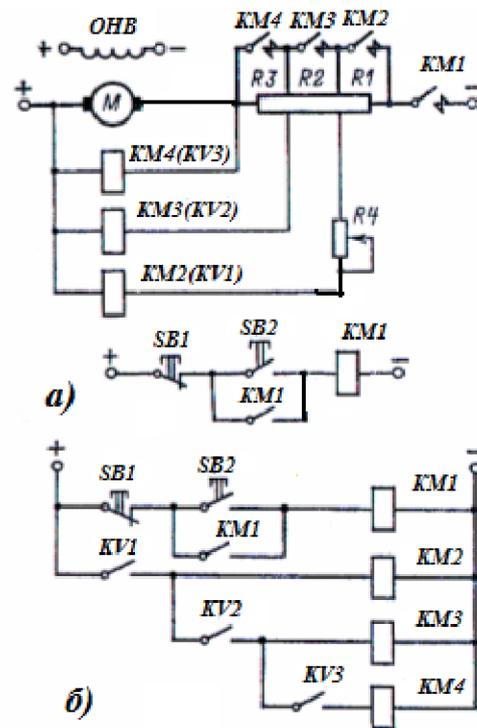


Рис. 1.40. Схема управления двигателем постоянного тока на принципе скорости

При пуске двигателей большой мощности используется схема, приведенная на рис.1.40,б. В этом случае используются реле напряжения $KV1, KV2$ и $KV3$, которые своими контактами включают контакторы ускорения $KM2, KM3$ и $KM4$.

Управление по принципу тока. Управление по принципу тока осуществляется с помощью реле тока, катушка которого включается в цепь якоря двигателя. Фрагмент схемы, реализующий этот принцип показан на рис. 1.41. При включении контактора $KM1$ и нарастании тока якоря до значения I_1 включается реле PY , ток включения которого выбирается равным I_2 . По сигналу $KM1$ включается реле $PБ$, которое подготавливает цепь ускоряющих контакторов $KM2, KM3, KM4$ к включению.

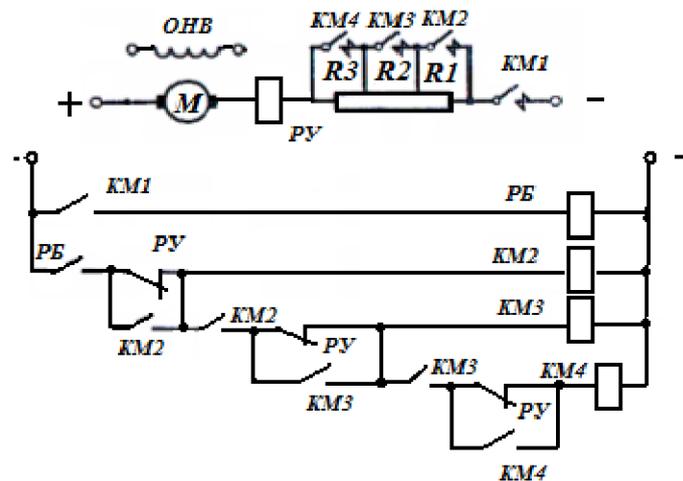


Рис. 1.41. Схема управления пуском двигателя постоянного тока на принципе тока

При снижении тока до значения I_2 , когда скорость двигателя становится равной ω_1 реле PY отключается, его контакт замыкается в цепи $KM2$, который шунтирует пусковое сопротивление R_1 . Бросок тока якоря до значения I_1 вызывает включение реле управления PY и размыкание его контактов в цепях катушек контакторов ускорения $KM2, KM3, KM4$. Однако отключения контактора $KM2$ не происходит, так как он перешел на самоблокировку, зашунтировав своим контактом контакт реле PY . Повторное снижение тока якоря до значения I_2 приводит к включению

контактора ускорения КМЗ. Аналогично происходит включение ускоряющего контактора КМ4.

1.3.2.2. Реверс электроприводов постоянного тока

Реверс скорости приводов постоянного тока можно осуществить изменением направления тока в якорной цепи двигателя или в обмотке возбуждения. Для этой цели используются реле и контакторы. Для двигателей малой мощности, до нескольких сотен ватт, применяются схемы, приведенные на рис. 1.42,а,б,в,г,д,е, в которых используются реле и контакторы, не имеющие дугогасительных устройств.

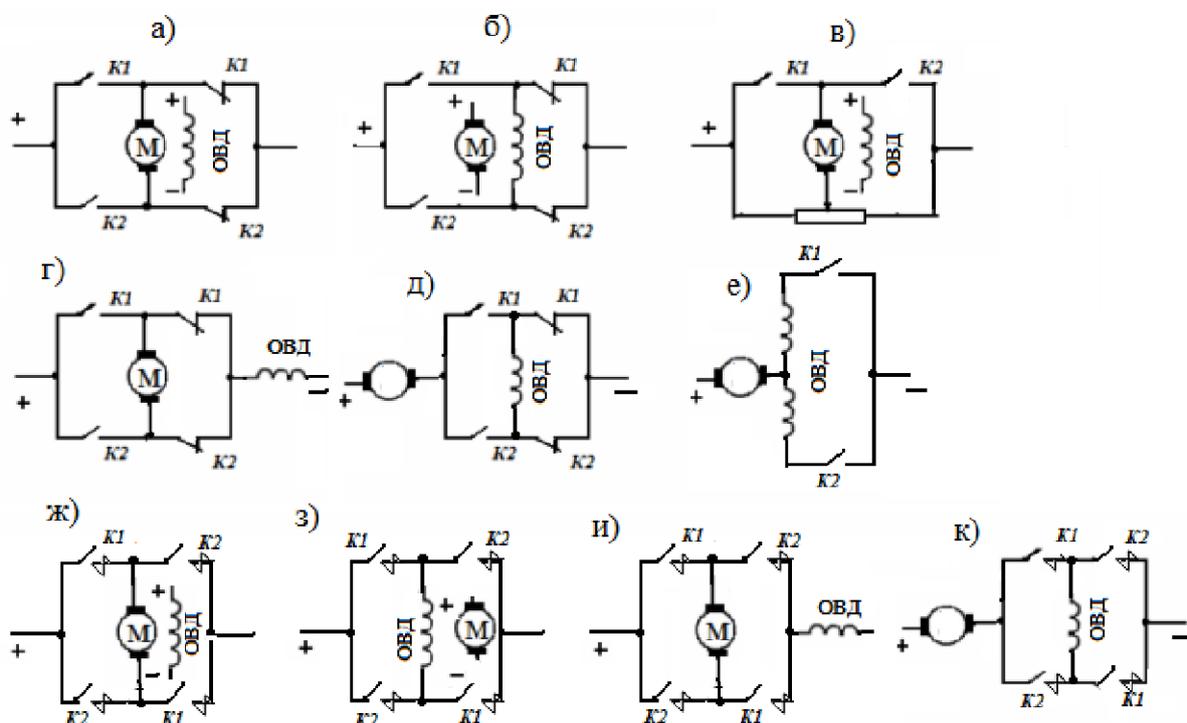


Рис. 1.42.Схемы реверсирования двигателей постоянного тока

Схемы 1.42,а и 1.42,б применяют для реверсирования двигателей независимого (параллельного) возбуждения. Переключение контакторов $K1$ и $K2$ обеспечивает смену полярности на обмотке якоря рис.1.42,а или обмотке возбуждения, рис.1.42,б. При отключении любого из контакторов схемы а) обеспечивается динамическое торможение двигателя. Можно использовать схему на рис.1.42,в, в которой используются аппараты с одним замыкающим контактом. Недостатком схемы является наличие

резистора, включенного по потенциометрической схеме, который потребляет энергию даже при отключенном двигателе.

Для реверса двигателей последовательного возбуждения применяются схемы, рис.1.42,г, д. Если двигатель имеет две обмотки возбуждения, может быть применена схема, рис.1.42,е.

Для двигателей большой и средней мощности с независимым и последовательным возбуждением применяют схемы рис. 1.42, ж-к, особенностью которых является применение контакторов с двумя размыкающими контактами, снабженными дугогасительными

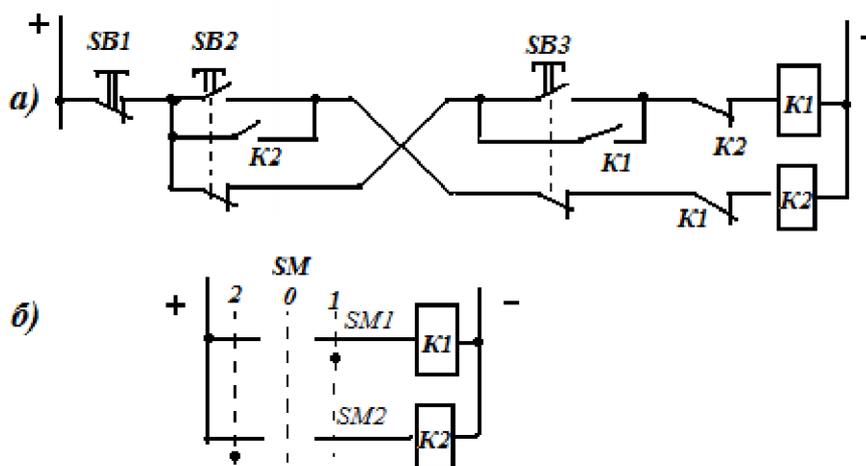


Рис.1.43. Фрагменты схем управления реверсивными электроприводами

устройствами.

Два размыкающих контакта обеспечивают двойной разрыв цепи при реверсе и при остановке двигателя. Команды на реверс двигателя могут подаваться кнопками *SB2*, *SB3* (рис. 1.43,а) и от командоконтроллера *SM* (рис.1.43,б). В реверсивных приводах используются две кнопки, позволяющие выбрать условное направление движения «Вперед» или «Назад». Каждая кнопка имеет один замыкающий и один размыкающий контакты. При нажатии, например, на кнопку *SB2* во время вращения двигателя при включенном контакторе *K1* ее размыкающий контакт разрывает цепь катушки контактора *K1* и отключает его, а замыкающий контакт включает контактор *K2*. То же происходит при нажатии на кнопку *SB3* при

Рис. 1.43. Фрагменты схем управления реверсивными электроприводами и *K2*,
Вс

шунтируя контакты соответствующих кнопок, ставят катушки этих контакторов на самопитание, что позволяет прекратить нажатие на кнопки. Размыкающие контакты контакторов К1 и К2, включенные в цепи питания катушек контакторов противоположного направления, обеспечивают блокировку, запрещающую одновременное включение контакторов К1 и К2.

При управлении от командоконтроллера (рис.1.43,б) команда на пуск «Вперед» или «Назад» подается с помощью контактов *SM1* и *SM2* путем установки командоконтроллера в соответствующее положение.

1.3.2.3. Торможение и останов электроприводов постоянного тока

При остановке и торможении двигателей применяется электрическое (динамическое и противовключением) и механическое торможение. При динамическом торможении якорная цепь двигателя отключается от сети и замыкается на сопротивление (тормозной резистор), возбуждение двигателя должно быть сохранено. Управление процессами торможения чаще всего реализуют на принципе времени или скорости.

Схемы на рис. 1.44 реализуют процессы управления торможением на принципе времени. Команда на останов двигателя подается кнопкой SB1-«Стоп». При этом линейный контактор *KM1* отключает якорь двигателя от напряжения сети, а тормозной контактор *KM2* подключает к нему тормозной резистор. Реле времени *KT* начинает отсчет времени от момента отключения контактора *KM1*, величина выдержки времени определяется временем, необходимым для остановки двигателя. По истечении выдержки времени реле *KT* отключает контактор торможения *KM2* от напряжения питания, а он отключает сопротивление торможения *R₂* от якоря двигателя. После этого схема будет готова к последующему пуску.

С целью увеличения среднего тормозного момента при остановке двигателя и ускорения процесса торможения часто применяют многоступенчатое торможение. Узел схемы, осуществляющей торможение в три ступени, показан на рис. 1.44,б. Тормозная диаграмма показана на рис. 1.44,в. Последовательное переключение ступеней торможения осуществляют контакторы *KM2*, *KM3*, *KM4*, которые управляются реле

времени $KT1$, $KT2$ и $KT3$. , которые управляются реле времени $KT1$, $KT2$ и $KT3$. Начало торможения задается кнопкой $SB1$, которая отключает контактор $KM1$ и включает $KM2$. Дальнейшая последовательность работы схемы определяется настройкой реле времени, которые осуществляют переключения при значениях тока I_1 и I_2 . Приведенная схема может применяться и для управления двигателями переменного тока в режиме динамического торможения.

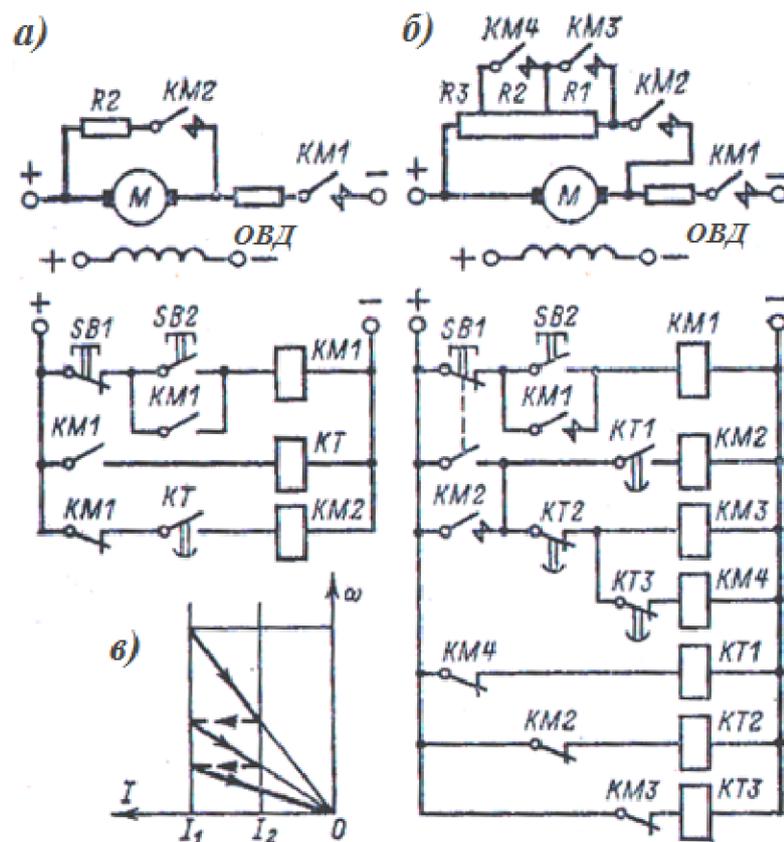


Рис. 1.44. Схема управления ДПТ, осуществляющая динамическое одноступенчатое (а) и трехступенчатое (б) торможение при остановке двигателя и тормозная диаграмма двигателя (в)

При торможении в одну ступень наибольшее распространение получили схемы с управлением в функции скорости. Узел такой схемы приведен на рис. 1.45.

Контроль скорости осуществляет реле KV , обмотка которого включена на якорь двигателя. Это реле включается при отключении контактора $KM1$ кнопкой $SB1$ – «Стоп», так как при начале торможения ЭДС якоря двигателя большая. Для того чтобы контактор торможения $KM2$ отключался при скорости близкой к нулю, реле KV выбирают с низким коэффициентом возврата.

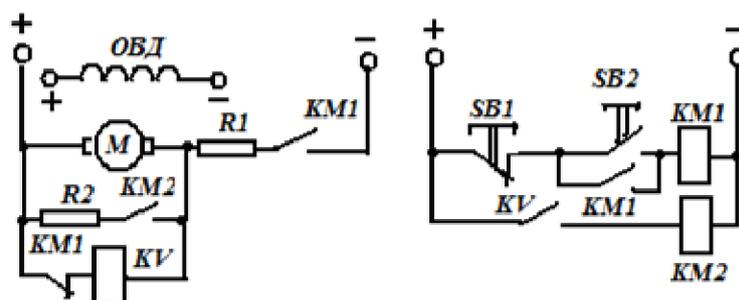


Рис. 1.45. Схема управления динамическим торможением двигателя постоянного тока

При торможении двигателя в режиме противовключения, которое наиболее часто используется в реверсивных электроприводах, применение управления с контролем скорости оказывается наиболее удобным. Пример такого управления показан на рис. 1.46.

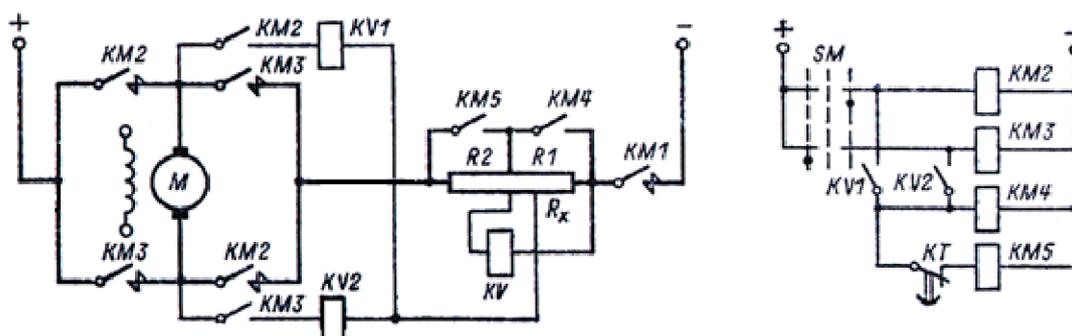


Рис. 1. 46. Схема управления противовключением двигателя постоянного тока с контролем скорости

Тормозной резистор состоит из пусковой ступени $R2$ и ступени противовключения $R1$. Команда на реверс подается от командоконтроллера SM . Управление режимом противовключения и выдача команды на его окончание производят реле $KV1$ и $KV2$. Реле

настраиваются на напряжение втягивания из расчета из расчета включения его при скорости близкой к нулю (15-20% установившейся скорости):

$$U_{KV1,2} = U_c - (U_c + c\Phi\omega) \frac{R_x}{R} = U_c - (U_c + 0,2U_c) / 2 = 0,4U_c,$$

где U_c - напряжение питающей сети; R_x - часть сопротивления, на которую подключается обмотка реле; $R = R_{я} + R_1 + R_2$ - полное сопротивление якорной цепи.

Точка подключения обмоток реле к пусковому и тормозному резистору, т. е. значение R_x , находится из условия отсутствия напряжения на обмотках реле в начале торможения

$$\frac{R_x}{R} = \frac{U_c}{U_c + c\Phi\omega} \approx 0,5,$$

где ω - скорость двигателя в начале торможения.

Отключенное состояние замыкающего контакта реле противовключения в процессе всего времени торможения обеспечивает наличие в якорной цепи полного тормозного сопротивления, определяющего допустимый тормозной ток. В конце торможения реле KV1 или KV2, включаясь, подает команду на включение контактора противовключения KM4 и разрешает начать разгон в противоположном направлении после окончания торможения. При пуске реле KV1, KV2 включаются сразу после подачи команды на пуск двигателя. При этом включается KM4 и отключает ступень противовключения R_1 , обмотка реле ускорения KV шунтируется и оно через выдержку времени, необходимую для разгона двигателя на первой пусковой ступени, включает KM5, который срабатывая шунтирует пусковое сопротивление R_2 . Двигатель переходит на естественную характеристику.

При остановке двигателя, особенно в механизмах перемещения и подъема, применяется механическое торможение, осуществляемое колодочным электромагнитным или другим тормозом.

1.3.3. Типовые узлы схем автоматического управления движением электроприводов переменного тока

В настоящее время в приводах переменного тока технологических машин доминируют приводы с асинхронными двигателями.

1.3.3.1. Пуск асинхронных электроприводов

Пуск односкоростных асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором малой и средней мощности на напряжение до 1000 В осуществляется прямым подключением обмотки статора к питающей сети (прямой пуск). Для этого используются контакторы, часто типа магнитных пускателей. Управляющие команды на включение и отключение линейного контактора КМ подаются кнопками управления SB2 и SB1, для этого могут использоваться и другие командные устройства, рис.1.47.

Схемы управления подключаются непосредственно к питающей сети или через трансформатор, осуществляющий разделение цепей и снижающий напряжение цепи управления.

Для управления многоскоростными АД с короткозамкнутым ротором применяются схемы, осуществляющие переключение обмоток статора, приводящее к изменению числа пар полюсов. Пуск многоскоростных асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором, обеспечивающих две, три и более скорости, также осуществляется прямым способом.

На рис. 1.48 приведен узел силовой схемы для пуска и остановки двухскоростного двигателя, имеющего одну обмотку, включаемую в треугольник при низкой скорости, и в двойную звезду—при высокой.

Для включения двигателя на низкую скорость команда подается кнопкой SB2 (рис. 1.48,б) или установкой командоконтроллера SM в положение 1 (рис.1.48,в). При этом включается контактор КМ1, который подает главными контактами напряжение на обмотку статора, соединенную в треугольник. Скорость и момент двигателя при этом изменяются согласно характеристике 1 (рис.1.48,г). При пуске на большую скорость команда подается кнопкой SB3 или установкой

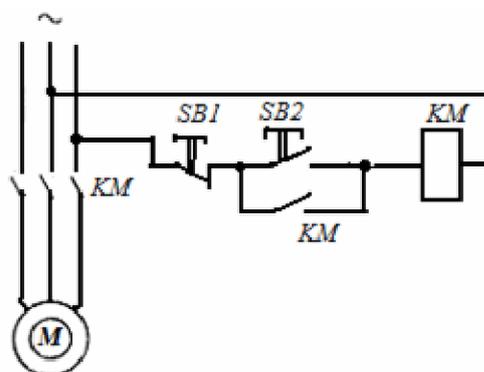


Рис. 1.47. Схема пуска и остановки асинхронного двигателя

командоконтроллера SM в положение 2. При этом включаются контакторы $KM2$ и $KM3$, которые соединяют обмотку статора в двойную звезду и подключают ее на напряжение сети. Скорость двигателя в этом случае изменяется согласно характеристике 2 (рис.1.48, г). Команда на остановку двигателя, независимо на какой скорости он работал, подается кнопкой $SB1$ или установкой SM в нулевое положение. В этом случае отключаются контакторы $KM1$ или $KM2$ и $KM3$. Двигатель останавливается под действием момента статического сопротивления.

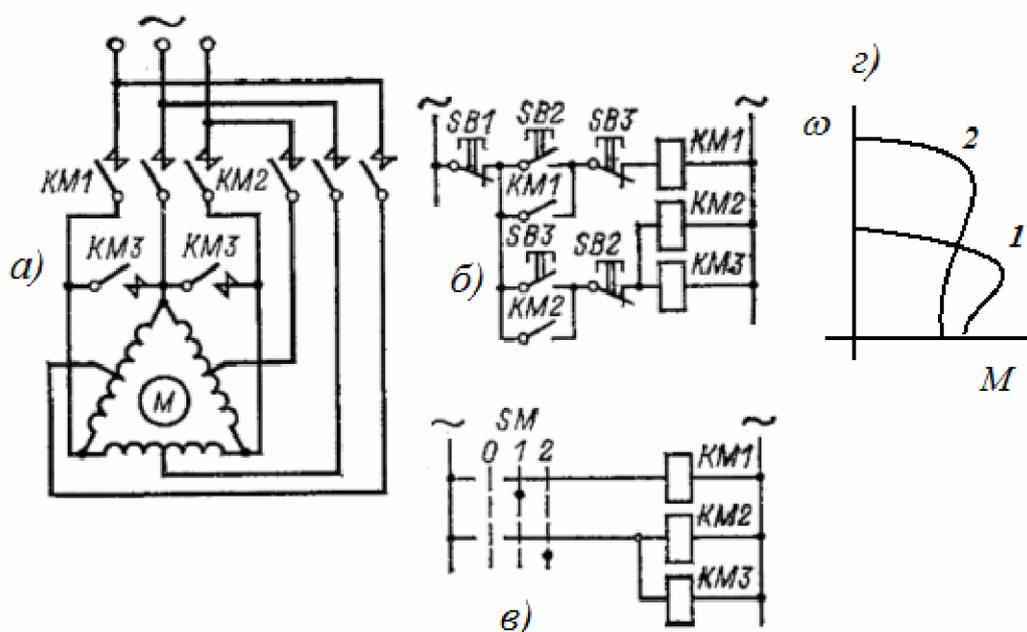


Рис. 1.48. Схема управления пуском двухскоростного асинхронного двигателя

Схема предусматривает возможность изменения скорости двигателя в процессе работы. Для этого в цепях контакторов $KM1$ и $KM2, KM3$ включены размыкающие контакты кнопок $SB2$ и $SB3$, позволяющие отключить соответствующие контакторы при переключении на другую скорость.

При питании мощных асинхронных двигателей с короткозамкнутым ротором от маломощных питающих сетей прямой пуск двигателей невозможен из-за чрезмерного падения напряжения в сети за счет больших пусковых токов. Пуск таких двигателей производится при пониженном напряжении на обмотке статора на время пуска. Для этой цели

используются резисторы R , реакторы L и автотрансформаторы Tp (рис. 1.49, а, б, в).

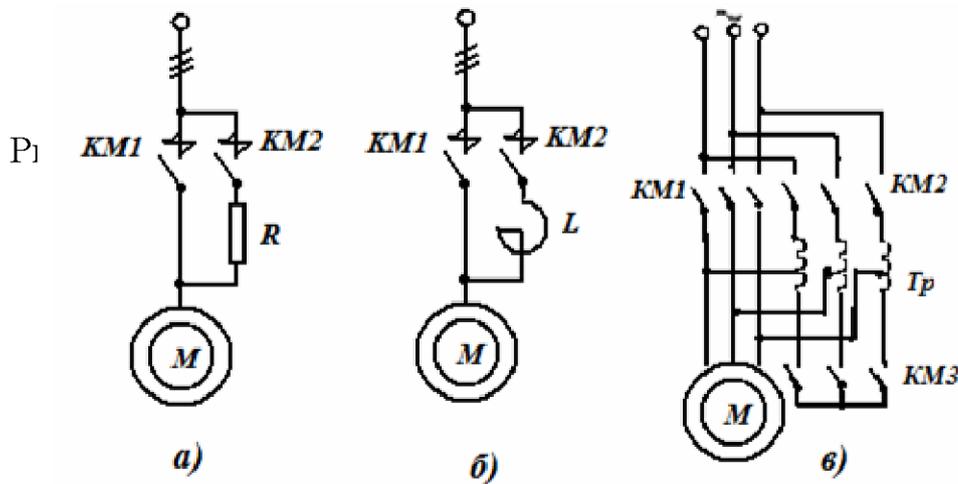


Рис.1.49. Схемы пуска АД с короткозамкнутым ротором

Схемы с резисторами и реакторами используются при пуске двигателей с малыми моментами на валу, так как момент двигателя при их включении снижается пропорционально квадрату отношения пусковых токов [15] $\frac{M_{пс}}{M_{пш}} = \left(\frac{I_{пс}}{I_{пш}}\right)^2 = \kappa^2$, где $M_{пс}$, $I_{пс}$ – значения пускового момента и тока в схеме резисторного или реакторного пуска, $M_{пш}$, $I_{пш}$ – значения пускового тока и момента при прямом пуске, κ – кратность снижения пускового момента.

Схема с автотрансформатором используется при пусках двигателя с большими моментами сопротивления на валу (по сравнению с резисторным и реакторным пусками), так как момент двигателя при такой схеме включения снижается пропорционально только отношению пусковых токов.

Управление пуском асинхронного двигателя с фазным ротором так же, как и в двигателях постоянного тока, сводится к последовательному включению контакторов ускорения и часто осуществляется по принципу времени.

В качестве реле времени обычно используют электромагнитные реле времени постоянного тока, питание которых осуществляется от

индивидуального полупроводникового выпрямителя. Обмотка статора двигателя подключается к сети с помощью линейных контакторов.

На рис. 1.50,а,б приведен узел схемы пуска асинхронного двигателя с управлением по принципу времени с помощью реле времени $KT1$ и $KT2$, получающих питание от выпрямителя V . Рис. 1.50,в – пусковая диаграмма двигателя.

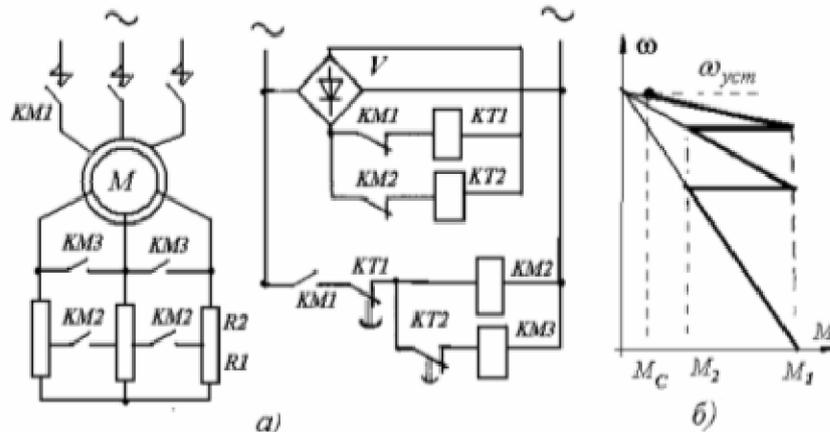


Рис. 1.50. Схема управления пуском асинхронного двигателя с фазным ротором

1.3.3.2. Реверс асинхронных электроприводов

Реверсирование асинхронных электроприводов обеспечивается изменением

направления вращения магнитного поля двигателя, осуществляемым переключением двух фаз питания обмотки

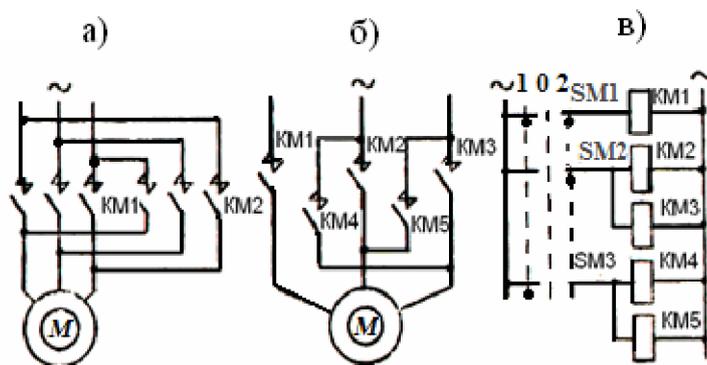


Рис. 1.51. Схемы управления пуском и реверсом асинхронных двигателей

статора, что выполняет узел схемы, приведенный на рис.1.51, а, с помощью контакторов направления $KM1$ и $KM2$.

При использовании контакторов постоянного тока, обеспечивающих большое число включений, в реверсивных схемах применяют три двухполосных контактора или пять однополосных. Узел схемы с пятью контакторами постоянного тока $KM1—KM5$ приведен на рис. 1.51,б. Вариант управления этими контакторами с помощью командоконтроллера показан на рис. 1.51,в.

1.3.3.3. Торможение и останов электроприводов с асинхронными двигателями

Тормозные режимы для многих приводов с асинхронными машинами имеют большее значение, чем режимы пуска в отношении предъявляемых к ним требований надежности и безотказности в осуществлении. Часто требуется точная остановка в заданном положении или торможение привода в течение определенного времени.

Для асинхронных двигателей используют режимы: генераторного торможения с отдачей энергии в сеть; противовключения; динамического торможения с различными системами возбуждения статора постоянным (выпрямленным) током, когда машина работает генератором, рассеивая энергию во вторичной цепи; динамического торможения с самовозбуждением. Поэтому тормозные режимы по способу возбуждения магнитного поля статора можно разделить на две группы: независимого возбуждения, осуществляемого от сети переменного или постоянного тока (рекуперативного, противовключения и динамического торможения) и с самовозбуждением, осуществляемым в результате обмена энергией с конденсаторной батареей или при замыкании статора двигателя накоротко, когда магнитный поток создаётся за счет ЭДС самоиндукции.

Все перечисленные режимы применяют для машин как с фазным, так и с короткозамкнутым ротором.

Повышение эффективности торможения можно достичь применением комбинированных способов его реализации. Следует особо подчеркнуть, что большинство комбинированных торможений являются полностью управляемыми. Это еще более повышает их эффективность.

Торможение с отдачей энергии в сеть. Обратимость асинхронного двигателя позволяет ему работать в генераторном режиме. Если на валу двигателя отсутствует нагрузка, то энергия, потребляемая из сети,

расходуется на покрытие потерь в статоре, а также потерь в стали и механических потерь в роторе. Прикладывая к валу машины внешний момент, действующий в направлении вращения ротора, можно достичь синхронной скорости. При этом потери в роторе покрываются уже внешним источником энергии, а из сети будет потребляться только энергия, идущая на покрытие потерь в статоре. Дальнейшее увеличение скорости выше синхронной приводит к тому, что асинхронная машина переходит в генераторный режим.

При работе в этом режиме проводники статора пересекаются магнитным полем в прежнем направлении, а проводники ротора — противоположном, поэтому ЭДС ротора E_2 меняет знак, т.е.

$$E_{2s}' = (-s)E_2' \approx -E_2's.$$

Ток в роторе будет равен

$$I_2' = \frac{-E_2's}{r_2' + jx_2'(-s)} = \frac{E_2'}{-\frac{r_2'}{s} + jx_2'}. \quad (1.43)$$

Из выражения (1.43) видно, что при переходе АД в генераторный режим изменяет направление только активная составляющая тока ротора, так как вращающий момент на валу изменил свое направление по сравнению с имевшим место в двигательном режиме. Перемена знака у активной составляющей тока I_2' приводит к тому, что и электромагнитная мощность становится отрицательной, т. е. отдается в сеть, так как $S < 0$:

$$P = m_1 I_2'^2 r_2' \frac{1}{s} = - \frac{m_1 U_1^2 r_2'}{s[(r_1 + \frac{r_r'}{s})^2 + x_{к.з.}^2]}. \quad (1.44)$$

Данный вид торможения используется в подъемных установках (рис.1.52,а), в транспортных приводах (рис.1.52,б).

Различие в этих тормозных режимах заключается в том, что в первом случае двигатель при опускании большого груза переключается на его спуск ($\omega < 0$) и последовательно проходит режимы противовключения (второй квадрант), реверса (третий квадрант) и выходит на режим генераторного торможения с рекуперацией энергии в сеть (точка 3 в четвертом квадранте при $|\omega| > |\omega_0|$).

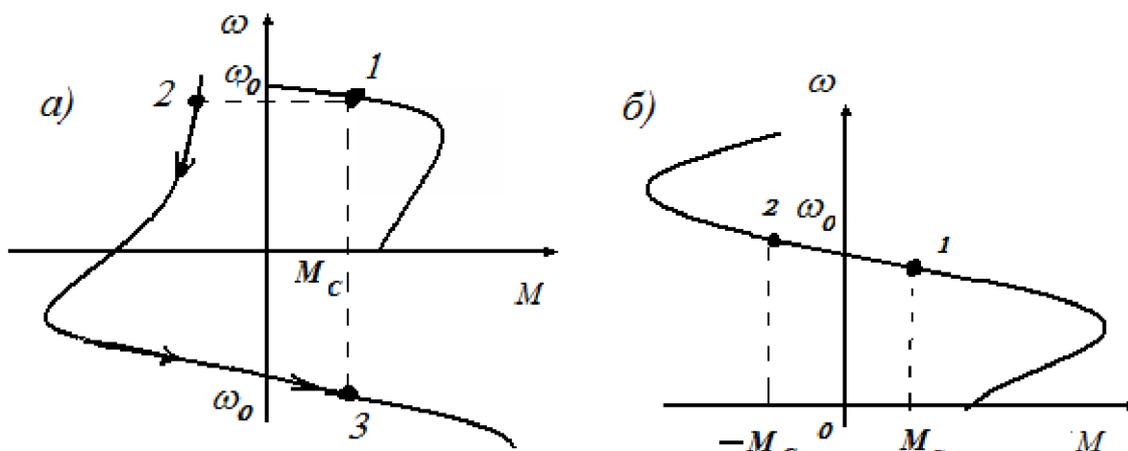


Рис. 1.52. Механические характеристики асинхронного двигателя при торможении с отдачей энергии в сеть

Предельное значение момента, создаваемого грузом, M_c не должно превосходить $M_{ном.}$. При движении транспорта «под уклон» потенциальная энергия перемещаемого груза начинает способствовать движению и создает внешний движущий момент, прикладываемый к валу двигателя. Таким образом, в этом случае, благодаря увеличению скорости привода ($\omega > \omega_0$) и изменению знака ЭДС E_2 , двигатель непосредственно, без переключения обмоток статора, переходит в генераторный режим с отдачей энергии в сеть (точка 2 на рис. 1.52,б).

При наличии реактивного статического момента генераторное торможение с рекуперацией энергии в сеть можно получить в асинхронных двигателях с переключением числа полюсов или приводах с частотным, частотно – токовым и векторным регулированием скорости вращения АД.

В первом случае (рис.1.53,а), переключая статор машины с меньшего числа полюсов на большее, уменьшается синхронная скорость $\omega_{02} < \omega_{01}$ и

происходит торможение с отдачей энергии в сеть в течение всего периода, пока двигатель работает во втором квадранте.

При частотном, регулировании скорости, уменьшая частоту питания статора f_1 до $f_2 < f_1$ и $f_3 < f_2$, постепенно переключают двигатель с одной механической характеристики на другую (рис. 1.53,б). Привод работает в тормозном режим с отдачей энергии в сеть, пока его рабочая точка перемещается по участкам механических характеристик, расположенных во втором квадранте. Изменяя плавно и автоматически частоту питания двигателя, можно получить тормозной режим привода с практически постоянным моментом торможения. Однако при этом определенным образом нужно регулировать и напряжение питания.

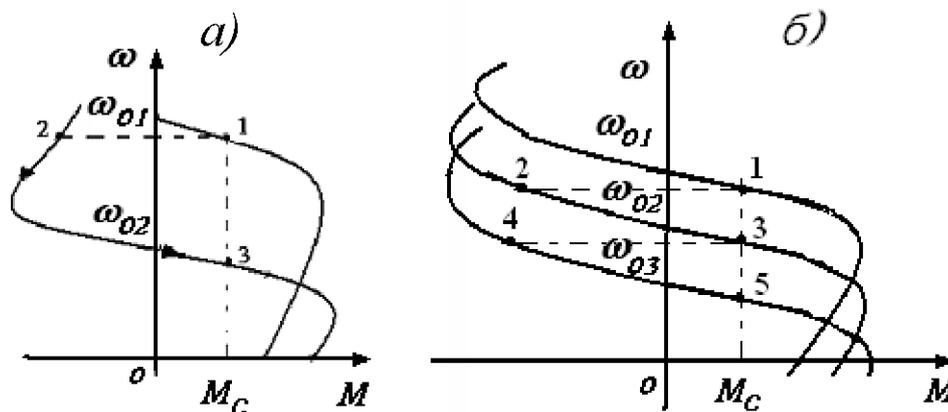


Рис. 1.53. Механические характеристики АД в режиме торможения с отдачей энергии в сеть

Торможение противовключением. Этот вид торможения возникает при вращении ротора двигателя под действием статического момента в направлении, противоположном вращению поля статора. При наличии реактивного момента длительность торможения мала, после чего машина из тормозного режима переходит в двигательный режим (рис. 1.54,а). Первоначально двигатель работал в точке 1 двигательного режима, а затем после переключения двух фаз обмотки статора меняется направление вращения магнитного поля машины и ее электромагнитный момент (точка 2). Движение привода замедляется до точки 0, а затем совершается реверс

ротора и разгон двигателя в противоположном направлении до установившегося движения со скоростью, соответствующей точке 3.

Для двигателей с фазным ротором при наличии большого добавочного сопротивления возможна полная остановка привода с тормозным моментом M_{TP} (точка 5 на рис. 1.54, а).

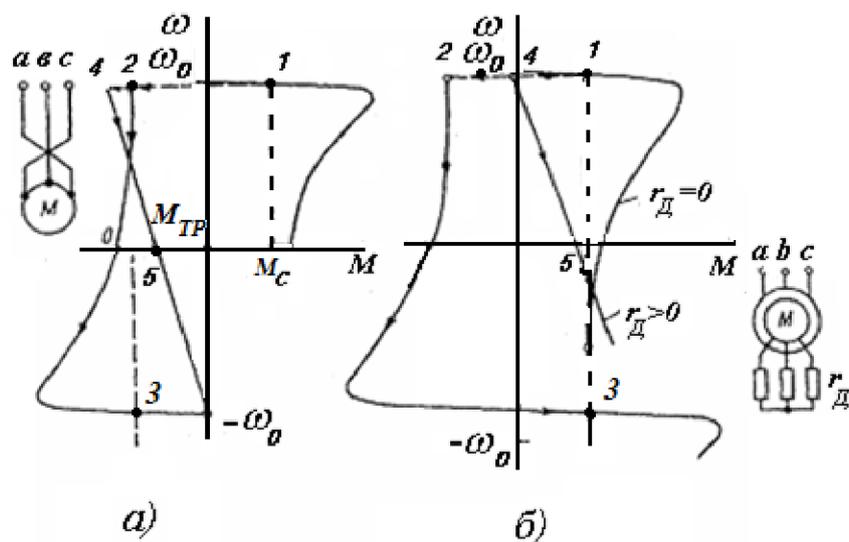


Рис. 1.54. Механические характеристики АД в режиме торможения противовключением

При наличии активного момента (рис. 1.54,б), если меняется направление вращения магнитного поля, как в предыдущем случае, двигатель также изменяет режим работы, т. е. имеет место торможение противовключением — второй квадрант, двигательный режим с реверсом направления вращения ротора третий квадрант и новый режим — генераторный с отдачей энергии в сеть — четвертый квадрант, где лежит точка установившегося длительного движения 3.

Для двигателей с фазным ротором при активном статическом моменте режим противовключения можно получить и без переключения фаз статора, только введением больших добавочных сопротивлений в ротор (рис.1.54,б). Тогда машина в двигательном режиме из точки 1 переводится в точку 4 при введении добавочного сопротивления r_D , и далее, она изменяет свое движение по искусственной механической характеристике, переходя в четвертый квадрант. Точка 5 соответствует

длительному установившемуся движению асинхронного двигателя в режиме противовключения.

Режим торможения противовключением часто используется в подъемно-транспортных установках. Переключение фаз статора, без введения добавочного сопротивления используется только в асинхронных двигателях с короткозамкнутым ротором ввиду того, что начальные значения токов в точке 2 (рис.1.54,б) незначительно больше пускового, который составляет (5-6) $I_{ном}$.

Для двигателей с фазным ротором такие пики тока вообще недопустимы. Недостатком тормозных характеристик противовключения является их большая крутизна и значительные потери энергии, которые полностью превращаются в теплоту, рассеиваемую во вторичной цепи двигателя. Вследствие большой крутизны механических характеристик возможны большие колебания скорости привода при незначительных изменениях нагрузки.

Электродинамическое (динамическое) торможение. Если отключить статор АД от сети, то магнитный поток остаточного намагничивания формирует незначительную ЭДС и ток в роторе.

Взаимодействие малых величин магнитного потока и тока в роторе не способно создать большой электромагнитный момент. Поэтому необходимо найти способы существенного увеличения магнитного потока. Это можно сделать, подключая статор машины в режиме динамического торможения к источнику постоянного или выпрямленного напряжения. Можно также создать схему самовозбуждения двигателя подключением к его обмотке статора конденсаторов. В результате получим режимы динамического торможения асинхронной машины с независимым возбуждением и самовозбуждением. Последний способ используется редко ввиду неблагоприятных механических характеристик.

При независимом возбуждении получают неподвижный поток статора, который индуцирует в обмотках вращающегося ротора ЭДС и ток.

Для включения в сеть постоянного (выпрямленного) тока обмоток статора применяют различные схемы их соединения, часть из которых изображена на рис. 1.55.

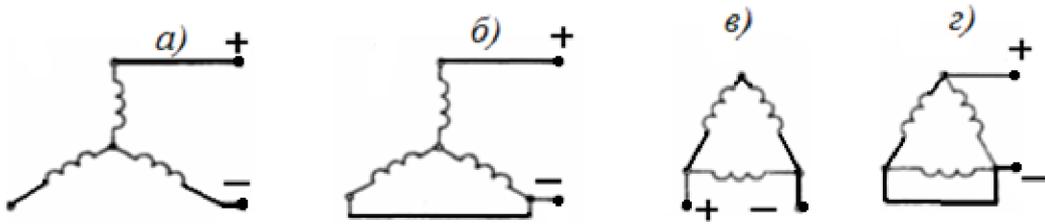


Рис. 1.55. Схемы подключения обмоток АД в режиме динамического торможения

Для расчета характеристик асинхронного двигателя в режиме динамического торможения используются зависимости [2]:

$$v = \frac{\omega}{\omega_0} = 1 - s, \quad M_{кр} = \frac{m_1 I_1^2 x_\mu^2}{2\omega_0 (x_\mu + x_2')}, \quad v_{кр} = \frac{r_2'}{x_\mu + x_2'}, \quad M = \frac{2M_{кр}}{\frac{v}{v_{кр}} + \frac{v_{кр}}{v}}$$

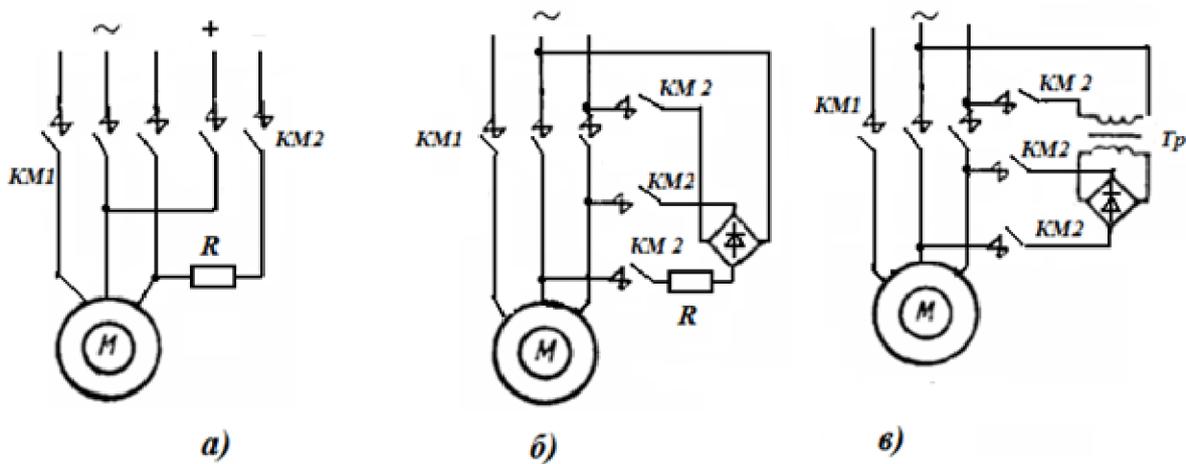


Рис. 1.56. Схемы подключения АД в режиме динамического торможения

Динамическое торможение осуществляется при питании обмотки статора постоянным током от сети постоянного тока (если она имеется) (рис. 1.56, а) или от выпрямителя, подключаемого непосредственно к сети переменного тока (рис. 1.56, б).

Необходимое значение тормозного тока в режиме динамического торможения в обеих схемах устанавливается дополнительным резистором. Для исключения потерь энергии в этом резисторе R в схеме с выпрямителем вместо резистора можно использовать понижающий

трансформатор Tp (рис.1.56,в). В приведенных схемах обмотка статора подключается к сети переменного тока линейным контактором $KM1$, а к источнику постоянного тока - контактором динамического торможения $KM2$.

При динамическом торможении двигателей с фазным ротором, с целью более эффективного торможения, в обмотку ротора включаются тормозные резисторы, в качестве которых обычно используются пусковые резисторы. Несколько ступеней пусковых резисторов могут использоваться для ступенчатого динамического торможения.

Торможение противовключением осуществляется с использованием узлов реверсивных схем. Управление торможением обеспечивается чаще по принципу скорости. Для управления двигателем с к. з. ротором применяется схема, приведенная на рис. 1.57,а. В качестве датчика скорости используется реле контроля скорости SR .

Для останова двигателя с торможением противовключением в реверсивной схеме используются два замыкающих контакта реле SR , включенные в цепи контакторов $KM1$ и $KM2$ (рис. 1.57,б). При работе, например, в направлении «Вперед» включен контактор $KM1$, замкнут контакт $SR4$ и разомкнут контакт $SR3$. При нажатии кнопки $SB1$ отключается контактор $KM1$, а $KM2$ включается через $SR4$ и $KM1$. Контакт $SR3$ в это время разомкнут и контактор $KM2$ не может встать на самоблокировку через вспомогательный контакт. При включении контактора $KM2$ изменяется чередование фаз на обмотке статора и происходит торможение противовключением, а при скорости близкой к нулю контакт реле контроля скорости $SR3$ размыкается и отключает контактор $KM2$. Двигатель останавливается.

При остановке двигателя с направления «Назад» включен контактор $KM2$, а в PKC замкнут контакт $SR1$ и разомкнут $SR2$. Останов происходит аналогично.

Если существует возможность поворота вала двигателя от руки или через кинематические цепи электропривода, когда контакт реле PKC может включиться, приведенные схемы нельзя использовать. В этом случае в схему нужно вводить блокировки, запрещающие включение контактора торможения при неподвижном двигателе.

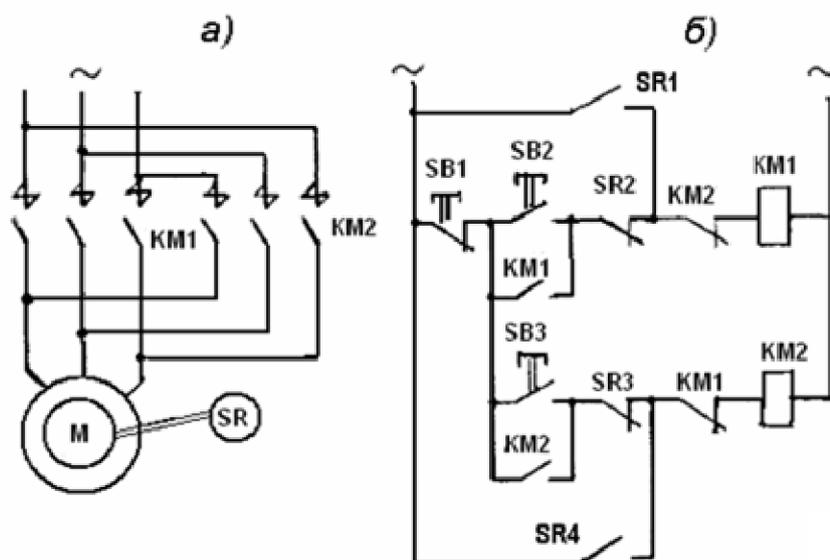


Рис. 1.57. Схема управления АД в режиме торможения противовключением

1.4. ЭЛЕКТРОПРИВОДЫ С ШАГОВЫМИ ДВИГАТЕЛЯМИ

Для управления шаговыми двигателями (ШД) используются статические преобразователи частоты-инверторы, структура которых несколько отлична от структуры непрерывного частотно-регулируемого привода, например асинхронного.

Эти отличия обусловлены особенностями управления ШД, который представляет собой дискретную разомкнутую следящую систему. Дискретный привод с ШД управляется унитарным кодом - частотно-модулированной последовательностью импульсов, причем информационными параметрами этой последовательности являются частота f и число N импульсов.

Частота управления f определяет скорость ШД $\omega = \alpha f$, а число импульсов N - положение подвижного элемента $\varphi = \alpha(N_в - N_н)$, где α - шаг ШД; $N_в$ - число импульсов, соответствующих движению в направлении "вперёд"; $N_н$ - число импульсов, соответствующих движению "назад".

Частота следования импульсов управления изменяется по произвольному закону, как правило, скачкообразно, в широком диапазоне, включающем в себя и режим фиксации $f = 0$, когда ШД развивает статиче-

ский синхронизирующий момент (или усилие) сохраняя неограниченное время заданное угловое или линейное положение.

На рис. 1.58 приведена функциональная схема блока управления ШД. Управляющий унитарный код вырабатывается генератором импульсов *ГИ* с регулируемой частотой или специальным задающим устройством *ЗУ*, в качестве которого могут быть использованы различного рода программные устройства или ЭВМ. Сигнал с выхода *ГИ* при необходимости калибруется по амплитуде и длительности формирователем им-

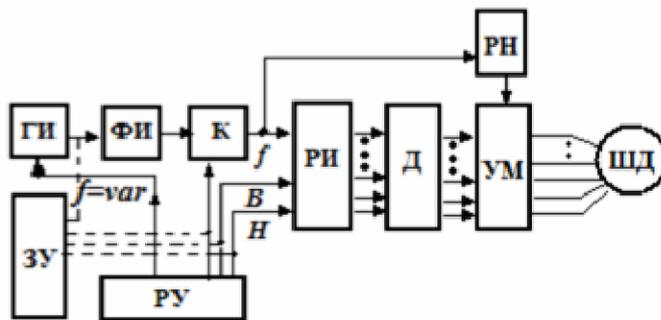


Рис. 1.58. Функциональная схема системы управления шаговым

пульсов *ФИ* для согласования параметров управляющих импульсов с входными параметрами распределителя импульсов *РИ*. Ключ *К* осуществляет управление поступлением импульсов на вход *РИ*. Изменение направления движения ШД (реверс) осуществляется *РИ*,

который в зависимости от сигналов, поступающих на входы выбора направления движения вперед *В* или назад *Н*, изменяет последовательность переключения фаз с прямой па обратную. Регулирование частоты и числа импульсов может осуществляться как вручную блоком *РУ*, так и автоматически по сигналам задающего устройства *ЗУ*.

Распределитель импульсов в общем случае вырабатывает произвольную *n*-фазную систему прямоугольных напряжений, не совпадающих с требуемым законом коммутации фаз ШД, который характеризуется числом одновременно включенных фазных обмоток и продолжительностью включения каждой фазы. Для согласования законов коммутации *РИ* и *УМ* вводится дешифратор *Д*. Регулятор напряжения *РН* осуществляет импульсное регулирование напряжения на ШД при изменении частоты. При поступлении каждого импульса управления регулятор напряжения *РН* подает на фазы ШД импульс повышенного напряжения, длительность которого устанавливается постоянной или изменяется в функции частоты или тока.

Основное требование, которому должен удовлетворять *ПИ*, — это высокая помехозащищённость, поскольку он является основным источником потерь информации, невозполнимых в разомкнутом приводе.

Основное требование, которому должен удовлетворять *ПИ*, — это высокая помехозащищённость, поскольку он является основным источником потерь информации, невозполнимых в разомкнутом приводе. Особенностью большинства ШД и линейных ШД (ЛШД) является питание обмоток управления однополярными импульсами тока. Для коммутации фаз ШД используется многоканальный нереверсивный преобразователь, элементы которого работают в ключевом режиме (рис. 1.59). Число каналов усилителя мощности равно «*m*» - числу фаз ШД. В качестве ключевых элементов используются транзисторы и тиристоры.

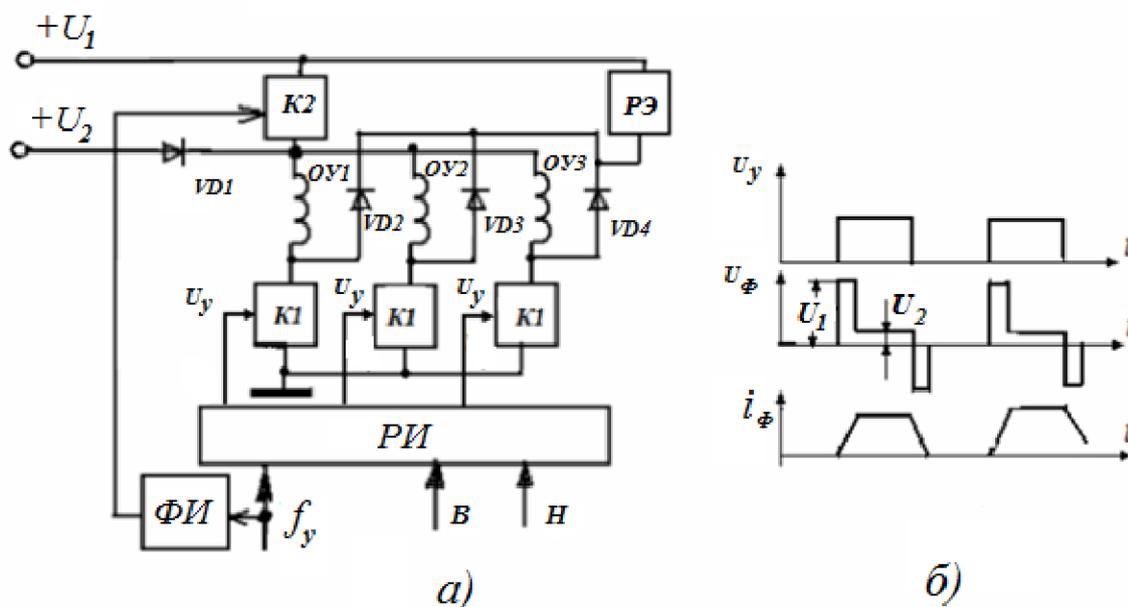


Рис. 1.59. Схема нереверсивного преобразователя (а) и временные диаграммы сигналов (б)

Для инверторов ШД характерна тесная взаимосвязь элементов усилителя мощности и регулятора напряжения. Регулирование напряжения на фазах ШД при изменении частоты обеспечивается формированием процессов нарастания и спада тока в моменты коммутации фаз.

При поступлении на вход ключевого элемента *K1* одного из каналов усилителя мощности сигнала U_y с выхода распределителя импульсов *ПИ* формирователь *ФИ* формирует импульс постоянной или регулируемой

длительности, отпирающий ключ $K2$, что приводит к подаче на обмотку управления OU импульса повышенного напряжения U_1 (рис. 1.59,б)

По окончании импульса форсировки к обмотке OU прикладывается напряжение $U_2 = i_{ном} R_{ou}$, где $i_{ном}$ - номинальный ток фазной обмотки, R_{ou} — активное сопротивление обмотки управления. Диод VD_1 предотвращает короткое замыкание источника (U_1) при включении $K2$. После снятия с ключа $K1$ управляющего напряжения U_y он запирается и фаза OU отключается от источников питания. Процесс отключения OU сопровождается выделением энергии, накопленной электромагнитным полем фазы при включении. Форсирование процесса спада тока приводит к необходимости введения в схему усилителя мощности разрядных элементов $PЭ$, рассеивающих или рекуперирующих в источник питания энергию, выделяемую при отключении обмотки. Связь OU с $PЭ$ осуществляется в схеме (рис. 1.59, а) через диоды $VD2-VD4$. В качестве разрядных элементов используются резисторы, стабилитроны, конденсаторы, транзисторы, инверторы и вспомогательные источники питания. Схема (рис.1.59,а) обеспечивает формирование фазного напряжения U_ϕ и фазного тока I_ϕ , показанных на рис. 1.59,б. В режиме фиксированной остановки одна или несколько фаз (в зависимости от числа фаз ШД и способа коммутации) оказываются возбужденными: к ним приложено напряжение U_2 и протекает ток $i_\phi = U_2 / R_{ou}$. Различие схем инверторов для управления ШД определяется способом формирования процессов нарастания и спада тока в фазе.

Схема тиристорного инвертора, реализующая данный принцип управления, приведена на рис. 1.60.

Она обеспечивает парную коммутацию фазных обмоток ШД $OU1-OU4$ и состоит из двух триггеров на тиристорах $VT1,VT3$ и $VT2,VT4$. Коммутация тиристоров осуществляется колебательными контурами L_1C_1 и L_2C_2 . Рассмотрим работу одного из триггеров. Предположим что первоначально открыт тиристор VT_1 . Ток в обмотке управления $OU1$ протекает по цепи плюс источника питания - импульсный регулятор напряжения минус источника питания. Конденсатор $C1$ заряжен до

напряжения питания с полярностью, показанной на схеме. В таком состоянии триггер может находиться длительное время. Для коммутации фаз OVI и OVB необходимо закрыть тиристор $VT1$ и открыть тиристор $VT3$. При подаче управляющего импульса $VT3$ открывается и создается контур для перезаряда конденсатора $C1$: реактор $L1—VT3—VT1$. Ток перезаряда конденсатора направлен встречно току тиристора $VT1$ и превышает его. Тиристор $VT1$ закрывается. Перезарядка конденсатора $C1$ заканчивается по контуру $L1- VT3-VD1- VD2$. Фаза OVI через диоды $VD2-VD3$ подключается на обратное напряжение.

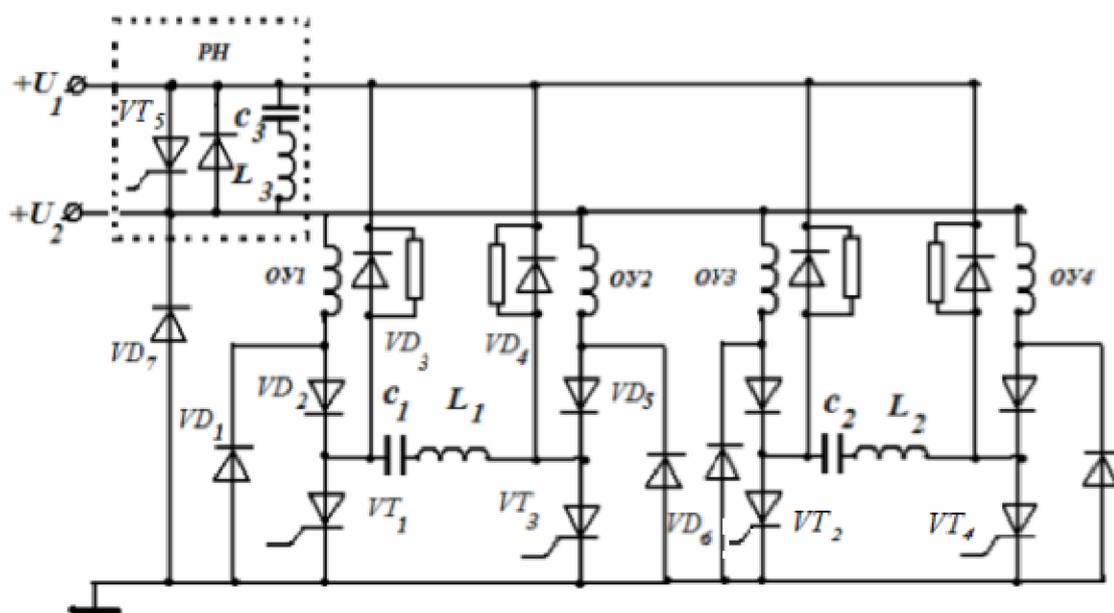


Рис. 1. 60. Схема тиристорного инвертора

Для регулирования тока в фазах ШД предусмотрен тиристорный регулятор напряжения PH , выделенный на схеме штриховой линией. При подаче управляющего импульса на тиристор $VT5$ он открывается и к нагрузке прикладывается напряжение питания U_1 . Одновременно образуется колебательный контур $C3-VT5-L3$. В первый полупериод перезаряда конденсатора ток колебательно контура совпадает по направлению с током нагрузки, а во второй направлен встречно. Вследствие этого через некоторое время тиристор $VT5$ автоматически закрывается. Таким образом, длительность импульса напряжения, приложенного к обмотке управления, определяется параметрами контура $C3L3$.

Подводя итоги можно сказать, что возможны три способа формирования переходных процессов. При первом способе на обмотки управления подают повышенное напряжение, а для ограничения тока на допустимом уровне последовательно с обмоткой включают резистор. Такой способ нашел ограниченное применение из-за низкого КПД.

Во втором случае к обмотке в первый момент времени прикладывается напряжение большее, чем напряжение короткого замыкания $U_{КЗ} = i_{ном} R_{оу}$ в коэффициент форсировки K_{ϕ} раз. При достижении током номинального значения напряжение автоматически снижается до $U_{КЗ}$. Далее ток не контролируется. Для ускорения процесса отключения обмотки к ней прикладывается обратное форсирующее напряжение. Временные диаграммы на рис.1.59 иллюстрируют процессы импульсного форсирования. Такой способ форсирования наиболее целесообразен для

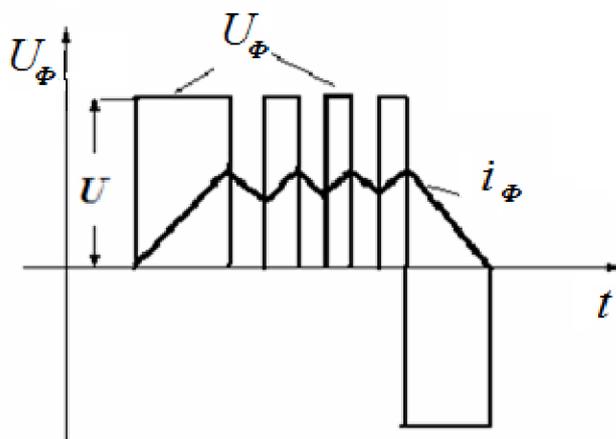


Рис. 1.61. Диаграммы токов и напряжений на обмотках ШД при питании от источника тока

индукторных ШД, имеющих малую ЭДС вращения, а, следовательно, и собственное демпфирование, поэтому напряжение, необходимое для задания номинального тока, в меньшей степени зависит у них от скорости, чем у магнитоэлектрических.

Третий способ форсирования фактически сводится к питанию обмоток ШД от источника тока. Здесь посредством датчика тока постоянно контролируется ток, и в зависимости от его значения обмотка либо подключается к источнику напряжения $U = K_{\phi} U_{КЗ}$, либо отключается. Временные диаграммы тока и напряжения при таком способе форсирования приведены на рис.1.61.

Важное значение имеет также форсированное отключения фазы ШД с одновременным ограничением перенапряжений. Самый простейший способ - шунтирование фазы обратным диодом. Этот способ хорошо заре-

комендовал себя при низких частотах управления. Для ускорения процесса форсирования последовательно с диодом включают разрядный резистор.

На рис.1.62 приведена схема инвертора на транзисторах на основе неперверсивного моста. Переключение обмоток происходит путем одновременной коммутации верхних и нижних

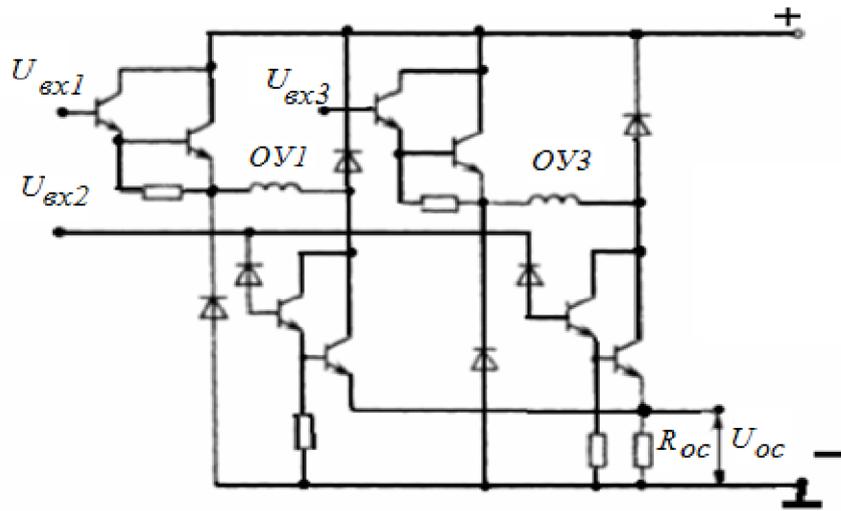


Рис.1.62. Схема неперверсивного транзисторного инвертора

по схеме ключей. С помощью ШИМ модуляции можно

регулировать напряжение или ток в обмотках двигателя. В последнем случае сигнал обратной связи U_{oc} снимают с R_{oc} . Управление ключами происходит по сигналам $U_{вх1}$ - $U_{вх3}$. Сигналы $U_{вх1}$ и $U_{вх3}$ вырабатываются распределителем импульсов, а сигнал $U_{вх2}$ формируется системой регулирования напряжения или тока.

Рассмотренные схемы инверторов позволяют управлять ШД в различных режимах и при различных способах коммутации, которые оказывают значительное влияние на характеристики дискретного привода.

2. СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

ПОСТОЯННОГО ТОКА

Любая система автоматического управления (САУ), в том числе система электропривода, должна удовлетворять следующим требованиям:

- система должна быть устойчивой;
- погрешность (ошибка) в установившемся режиме (иногда и в переходном) не должна превышать заданной;
- система должна обеспечивать заданное качество переходных процессов.

Часто эти требования оказываются противоречивыми.

Для обеспечения устойчивости системы и её показателей качества используют корректирующие звенья, которые могут быть включены либо в прямой канал усиления (*последовательная коррекция*), либо в местные (внутренние) обратные связи (ОС), охватывающие часть функционально необходимых элементов (*параллельная коррекция*). Возможно совместное использование этих способов коррекции – *смешанная коррекция*.

Системы с параллельной и смешанной коррекцией представляют собой многоконтурные системы регулирования.

Параллельная и последовательная коррекции имеют свои достоинства и недостатки. При применении параллельной коррекции стабильность характеристик системы повышается за счет звеньев, охваченных обратной связью. Влияние помех на корректирующее устройство, включенное в цепь обратной связи, значительно меньше, чем при включении его в прямой канал, поскольку в первом случае сигнал обратной связи снимается с выхода системы, представляющей собой фильтр низких частот.

Структура регулируемого электропривода определяется обратными связями и системой регуляторов, которые производят обработку информации и вырабатывают управляющие воздействия, поступающие на силовой (энергетический) преобразователь энергии. Рассмотрим некоторые наиболее распространенные схемы замкнутых систем регулируемого электропривода.

2.1. Регулируемый электропривод с отрицательной обратной связью по скорости

Анализ свойств электроприводов, работающих в системах управления разомкнутого типа, показывает, что для получения достаточно большого диапазона регулирования скорости необходимо повышать жесткость механических характеристик. Одним из наиболее эффективных способов

повышения точности регулирования, а значит и жесткости механических характеристик системы, является введение отрицательной обратной связи по скорости.

Схема электропривода постоянного тока приведена на рис. 2.1. Двигатель M получает питание от преобразователя энергии ПЭ.

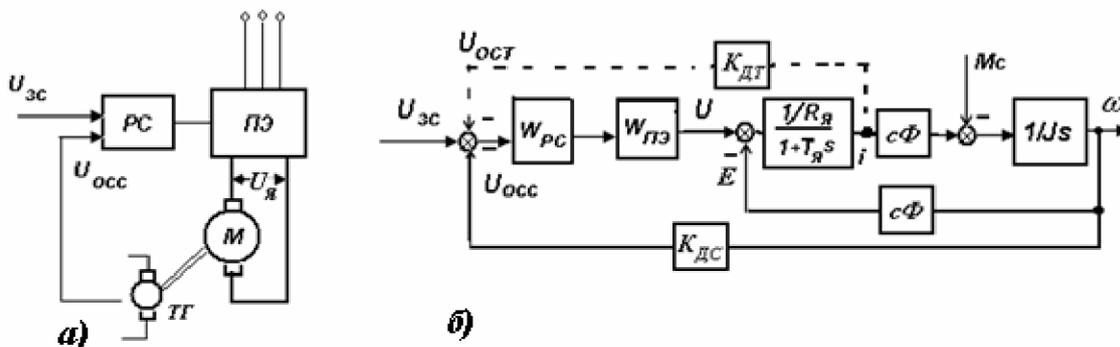


Рис.2.1. Функциональная (а) и структурная (б) схемы регулируемого электропривода с обратной связью по скорости

Скорость двигателя регулируется изменением напряжения $U_{я}$, приложенного к якорию двигателя. На рис.2.1,б представлена структурная схема этого привода, где пунктиром показана обратная связь по току, которая в этом варианте привода не используется.

Уравнение динамической механической характеристики привода

$$\omega(s) = W_1(s)U(s) - W_2(s)M_c(s), \quad (2.1)$$

или

$$\omega(s) = W_{PC}W_{ПЭ}W_1(s)[U_{3c}(s) - U_{осс}(s)] - W_2(s)M_c(s),$$

где $W_1(s)$ и $W_2(s)$ - передаточные функции двигателя по управляющему и возмущающему воздействиям .

Напряжение обратной связи по скорости связано со скоростью двигателя через коэффициент передачи датчика скорости $K_{ДС}$:

$$U_{осс}(s) = K_{ДС}\omega(s).$$

Подставив это выражение в уравнение для скорости, получим

$$\omega(s) = \frac{W_{PC}W_{ПЭ}W_1}{1 + W_{PC}W_{ПЭ}W_1K_{ДС}} U_{3c}(s) - \frac{W_2}{1 + W_{PC}W_{ПЭ}W_1K_{ДС}} M_c(s). \quad (2.2)$$

Формула (2.2) носит общий характер и должна быть уточнена в соответствии с передаточными функциями и параметрами элементов проектируемого привода.

Для примера рассмотрим случай использования пропорционального регулятора скорости, при котором $W_{PC}(s) = K_{PC}$.

Передаточные функции остальных элементов привода могут быть представлены в следующем виде:

преобразователь энергии (см. раздел 1.1)

$$W_{ПЭ} = \frac{U_{Я}(s)}{U_{PC}(s)} = \frac{K_{ПЭ}}{1 + \tau_{ПЭ}s};$$

передаточная функция двигателя по управляющему воздействию [2,3,11]

$$W_1(s) = \frac{\omega(s)}{U_{Я}(s)} = \frac{K_D}{1 + T_M s + T_{Я} T_M s^2},$$

по возмущающему воздействию

$$W_2(s) = \frac{\omega(s)}{M_C(s)} = \frac{K_M(1 + T_{Я}s)}{1 + T_M s + T_{Я} T_M s^2},$$

где $K_D = 1/c\Phi$; $K_M = R_{Я}/(c\Phi)^2$; $T_{Я} = L_{Я}/R_{Я}$; $T_M = J_{\Sigma}R_{Я}/(c\Phi)^2$; $L_{Я}, R_{Я}, \Phi$ – индуктивность, сопротивление и поток двигателя, J_{Σ} – приведенный к валу двигателя момент инерции.

Цепь обратной связи по скорости будем считать безынерционной

$$K_{ДС}(s) = U_{ОСС} / \omega(s).$$

Подставив эти выражения в (2.1) получим

$$\omega(s) = \frac{K_{PC} K_{ПЭ} K_D}{A(s)} U_{ЗС}(s) - \frac{K_M(1 + \tau_{ПЭ}s)(1 + T_{Я}s)}{A(s)} M_C(s), \quad (2.3)$$

где $A(s) = (1 + \tau_{ПЭ}s)(1 + T_M s + T_{Я} T_M s^2) + K$ – характеристическое уравнение системы электропривода, $K = K_{PC} K_{ПЭ} K_D K_{ДС}$ – общий статический коэффициент усиления системы.

Уравнение статической механической характеристики для данной системы получим из (2.3) при $s = 0$:

$$\omega = \frac{K_{PC} K_{ПЭ} K_D}{1 + K} U_{ЗС} - \frac{K_M}{1 + K} M_C. \quad (2.4)$$

Статические характеристики системы привода в значительной степени зависят от общего коэффициента усиления K . Как следует из выражения (2.4) снижение скорости, вызванное моментом нагрузки, уменьшается в $(1+K)$ раз. Во столько же раз расширяется диапазон регулирования скорости. Обеспечить выполнение требований по точности системы и диапазону регулирования скорости можно за счет увеличения коэффициента усиления регулятора скорости, однако это требует проверки полученной системы на устойчивость.

Рассмотрим вариант системы с ПИ-регулятором скорости, имеющим передаточную функцию

$$W_{PC}(s) = K_{pc} \frac{1 + T_{pc}s}{T_{PC}s}.$$

Подстановка этой передаточной функции в (2.2) дает следующий результат

$$\begin{aligned} \omega(s) = & \frac{K_{PC} K_{ПЭ} K_D (1 + T_{PC}s)(1 + \tau_{ПЭ}s)}{A(s)} U_{3C}(s) - \\ & - \frac{K_M T_{PC}s(1 + T_Js)(1 + \tau_{ПЭ}s)}{A(s)} M_C(s), \end{aligned} \quad (2.5)$$

где

$$A(s) = T_M T_J T_{PC} \tau_{ПЭ} S^4 + T_{PC} T_M (T_J + \tau_{ПЭ}) S^3 + T_{PC} (T_M + \tau_{ПЭ}) S^2 + T_{PC} (1 + K) S + K_{PC} K_{ПЭ} K_D K_{ДС}.$$

Формула (2.5) принципиально отличается от (2.3) тем, что в установившемся режиме ($s=0$) ошибка по управляющему воздействию и ошибка по нагрузке при постоянном моменте сопротивления равны нулю. Это означает, что жесткость механических характеристик электропривода с ПИ-регулятором скорости бесконечно велика, а из этого следует, что и диапазон регулирования скорости стремится к бесконечности.

Таким образом, применение ПИ-регулятора расширяет диапазон регулирования скорости по сравнению с П-регулятором. Ограничения по устойчивости в приводе также имеют место, но они носят менее жесткий характер. Как правило, противоречия между точностью и устойчивостью в этом приводе легко устранимы. Поэтому параметры регулятора выбирают исходя из требования качества переходных процессов.

2.2. Регулируемый привод с обратной связью по скорости и току якоря

В системах с обратной связью по току на вход суммирующего усилителя подается дополнительный сигнал, измеренный с помощью датчика тока, установленного в силовой цепи схемы, рис.2.2. Ток якоря двигателя пропорционален моменту, поэтому, управляя током, можно фактически управлять моментом. Можно считать, что обратная связь по скорости определяет точность электропривода, а обратная связь по току – его быстродействие [8].

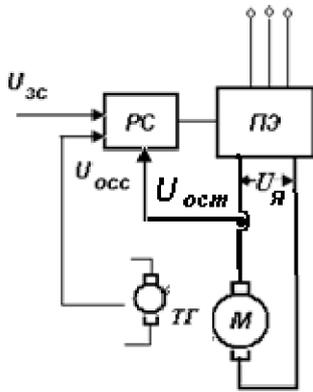


Рис.2.2. Схема электропривода с обратными связями по скорости и току

Для определения характеристик системы с обратной связью по току можно воспользоваться схемой на рис. 2.1,б, принимая во внимание связь по току, показанную пунктирной линией. В этом случае в регуляторе происходит суммирование задающего сигнала и сигналов обратной связи по току и скорости. Напряжение на выходе преобразователя энергии можно определить по формуле:

$$U(s) = K_{PC} \frac{K_{ПЭ}}{1 + \tau_{ПЭ}} [U_{зс}(s) - K_{ДС}\omega(s) \pm K_{ДТ}i(s)], \quad (2.6)$$

знак + соответствует положительной обратной связи по току, знак – отрицательной.

Решая совместно (2.1) и (2.6) можно найти уравнение для скорости и тока. Для статического режима работы уравнения принимают вид

$$\omega = \frac{K}{1 + K_{ДС}K} U_{зс} - \frac{K_M \mp KK_D K_{ДТ}}{1 + K_{ДС}K} M_C. \quad (2.7)$$

Из (2.7) следует, что отрицательная обратная связь по току уменьшает жесткость (знак + в выражении для отклонения скорости, вызванного нагрузкой), положительная обратная связь, верхний знак в формуле, увеличивает жесткость механической характеристики.

2.3. Регулируемый привод с обратной связью по скорости и току с отсечкой

В электроприводах широко применяются системы привода, в которых действует отрицательная обратная связь по току с отсечкой. Нелинейная обратная связь по току (рис.2.3) действует следующим образом: до тех пор, пока ток якоря не превышает величины тока отсечки $I_{Я} < I_{ОТС}$, сигнал обратной связи равен нулю. Если $I_{Я} > I_{ОТС}$, начинает действовать сильная отрицательная обратная связь, которая ограничивает ток двигателя на заданном уровне.

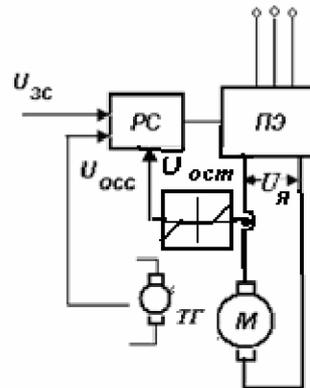


Рис.2.3. Схема электропривода с обратными связями по скорости и току с отсечкой

При постоянном магнитном потоке ограничение тока якоря эквивалентно ограничению момента. Механическая характеристика такого привода имеет два участка (рис.2.4) с различной величиной жесткости. На первом участке действует только отрицательная обратная связь по скорости. На втором участке при больших значениях момента начинает действовать отрицательная обратная связь по току и жесткость характеристики резко снижается. Такие характеристики часто называют экскаваторными. Привод с такими характеристиками может работать на жесткий упор при $\omega = 0$. Ток якоря при нулевой скорости привода называют током стопорения $I_{СТ}$.

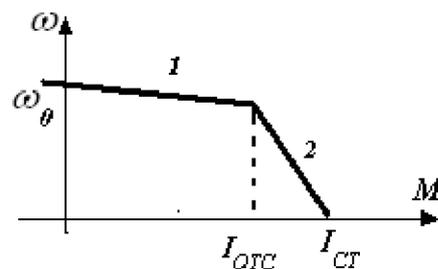


Рис. 2.4. Механическая характеристика электропривода с отсечкой по току

2.4. Системы подчиненного управления

Серьезным недостатком систем с суммирующим усилителем является сложность настройки параметров цепей обратных связей по току и скорости с помощью общего усилителя. Подобные настройки всегда носят компромиссный характер по отношению к каждому настраиваемому параметру и не являются оптимальными.

Указанные недостатки в значительной степени устранены в системах подчиненного управления. Такие системы нашли широкое распространение в регулируемых электроприводах благодаря простоте расчета и настройки параметров регуляторов. Преимущества таких систем особенно заметны при большом числе регулируемых параметров и высоких требованиях к качеству регулирования.

2.4.1. Элементы теории систем подчиненного управления

Одной из разновидностей систем с последовательной коррекцией являются системы подчиненного управления, рис. 2.5, которые являются многоконтурными системами последовательной коррекции. Простые и удобные для практики способы расчета и настройки контуров систем с последовательной коррекцией позволяют, даже при значительных погрешностях в определении динамических параметров объекта, получать вполне работоспособную систему управления. Такие системы вводят в эксплуатацию методом последовательной настройки контуров системы управления (в отличие от систем параллельной коррекции).

Большим достоинством систем с последовательной коррекцией является возможность ограничения любого из регулируемых параметров на заданном уровне.

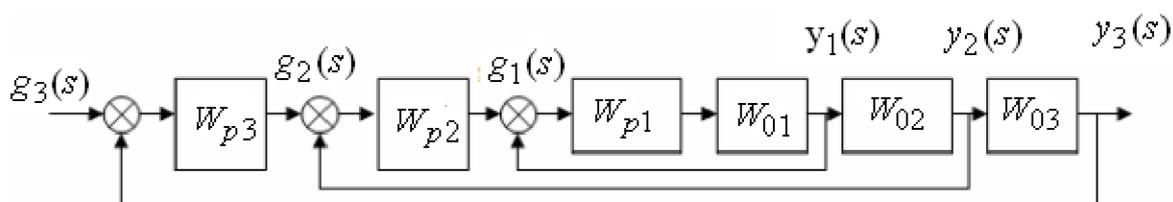


Рис.2.5. Структурная схема многоконтурной системы с последовательной коррекцией

В системах подчиненного управления объект регулирования разбивается на части, число которых равно числу регулируемых переменных системы. Главной переменной является та, которая определяет основную цель автоматического регулирования. Остальные переменные вспомогательные, они подчинены главной переменной; кроме того, вспомогательные переменные также находятся во взаимном подчинении.

Передаточная функция объекта регулирования в любом из контуров системы, кроме первого, имеет вид:

$$W'_{oi} = W_{oi} \Phi_{i-1},$$

где Φ_{i-1} - передаточная функция оптимизированного внутреннего замкнутого контура, W_{oi} - передаточная функция выделенной части объекта управления.

Каждому объекту управления соответствует свой регулятор с передаточной функцией W_{pi} .

Оптимизация контура регулирования. Идеальный режим контура регулирования был бы достигнут в том случае, если бы регулируемая величина реагировала на изменение задающей без запаздывания и без появления колебаний. Такое поведение описывается уравнениями

$$\frac{y(t)}{g(t)} = 1 \quad \text{или} \quad \frac{y(s)}{g(s)} = 1, \quad \text{т.е. } \Phi(s) = 1.$$

Вместе с тем, если бы регулируемая величина никак не реагировала на изменения возмущения, должны были бы выполняться условия

$$\frac{y(t)}{x_F(t)} = 0 \quad \text{или} \quad \frac{y(s)}{x_F(s)} = 0, \quad \text{т.е. } \Phi_F(s) = 0.$$

Препятствием для такого идеального поведения контура является инерционность объекта регулирования, обусловленная всеми его звеньями. По этой причине возникает задача разработать и применить регулятор такого типа, который наиболее полно мог бы ликвидировать влияние инерционных звеньев объекта. Такую задачу и называют оптимизацией.

Передаточная функция контура регулирования не может быть равна её желаемому значению, т. е. $\Phi(s) \neq 1$. Это неравенство относится ко всему спектру частот, от нулевой до бесконечно большой. Очевидно, целесообразно добиться такого положения, чтобы модуль передаточной функции в возможно большей полосе стремился к единице $|\Phi(s)| \rightarrow 1$.

Так как модуль передаточной функции в течение всего переходного процесса должен быть возможно ближе, т.е. прилетать, к единице, то такой прием называют оптимизацией настройки регулятора путём "пригонки" модуля к единице. При использовании такого приёма обеспечивается устойчивость контура регулирования, поэтому исследовать контур на устойчивость становится не нужным.

Пригонка модуля к единице характеризуется тем, что $\Phi(s) = 1$ должна оставаться близкой к "1" даже при $\omega \rightarrow 0$. Таким образом, кривая зависимости $|\Phi(\omega)|$ имеет горизонтальную касательную при нулевой частоте. Эта близость к горизонтали должна сохраняться до возможно более высоких частот.

При анализе контуров регулирования постоянно будем иметь дело с передаточными функциями двух характерных типов

$$\Phi_1(s) = \frac{b_0}{a_0 + a_1s + a_2s^2} \quad \text{и} \quad \Phi_2(s) = \frac{b_0 + b_1s}{a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3}.$$

Так как эти передаточные функции получаются из анализа разомкнутых контуров, то $b_0 = a_0$ и $b_1 = a_1$. В некоторых случаях b_1 может быть равна нулю.

Если записать уравнение для модуля передаточной функции

$$|\Phi(\omega)| = \sqrt{\frac{b_0^2}{a_0^2 - \omega^2(2a_0a_2 - a_1^2) + \omega^4a_2^2}}$$

и потребовать, чтобы выражение оставалось близким к единице при низких частотах (вплоть до нулевой), то получим

$$\boxed{a_1^2 = 2a_0a_2}. \quad (2.8)$$

Это первое условие оптимизации.

Применяя аналогичные приёмы к уравнению второго типа, найдем

$$|\Phi_2(\omega)| = \sqrt{\frac{b_0^2 + \omega^2b_1^2}{a_0^2 - \omega^2(2a_0a_2 - a_1^2) - \omega^4(2a_1a_3 - a_2^2) + \omega^6a_3^2}}.$$

Для пригонки этого модуля к единице надо потребовать выполнения следующих условий:

$$\boxed{a_1^2 = 2a_0a_2}; \quad \boxed{a_2^2 = 2a_1a_3}. \quad (2.9)$$

Если эти условия выполняются, то уравнения для модулей приобре-

тают вид:
$$|\Phi_1(s)| = \sqrt{\frac{1}{1 + \omega^4\left(\frac{a_2}{a_0}\right)^2}}, \quad |\Phi_2(s)| = \sqrt{\frac{1 + \omega^2\left(\frac{a_1}{a_0}\right)^2}{1 + \omega^6\left(\frac{a_3}{a_0}\right)^2}}.$$

Из изложенного следует, что добиться точного равенства единице модуля передаточной функции можно только при нулевой частоте. Однако, при весьма низких частотах вполне достижимо хорошее приближение к единице.

Сумма малых постоянных времени. Предположим, что объект управления содержит большое количество инерционных звеньев, причем сумма постоянных времени этих звеньев равна T_μ :

$$T_\mu = \sum T_{\mu,i}.$$

Передаточная функция разомкнутого контура, который кроме указанных звеньев содержит еще и интегрирующее звено, имеет вид:

$$W(s) = \frac{1}{ST_{\mu}} K_{об} \frac{1}{1+ST_{\mu 1}} \frac{1}{1+ST_{\mu 2}} \frac{1}{1+ST_{\mu 3}} \dots = \frac{K_{об}}{ST_{\mu} \{1 + S(T_{\mu 1} + T_{\mu 2} + \dots) + S^2(T_{\mu 1}T_{\mu 2} + T_{\mu 1}T_{\mu 3} + \dots) + S^3(T_{\mu 1}T_{\mu 2}T_{\mu 3} + \dots) + \dots\}}$$

Сравнивая реакцию разомкнутого контура, содержащего инерционное звено с постоянной времени T_μ , на скачок управляющего воздействия с такой же реакцией контура, содержащего многие постоянные времени, можно заметить, что кривые похожи друг на друга.

По окончании переходного процесса в обоих случаях происходит интегрирование, соответствующее параметрам примененного регулятора, т.е. крутизна нарастания регулируемой величины в обоих случаях одинакова. Точно также одинаков и временной сдвиг, равный $\sum T_{\mu,i}$. В случае одной инерционности начальная часть переходного процесса происходит более плавно и длится дольше. С увеличением числа инерционных звеньев выходная величина на начальном участке все теснее

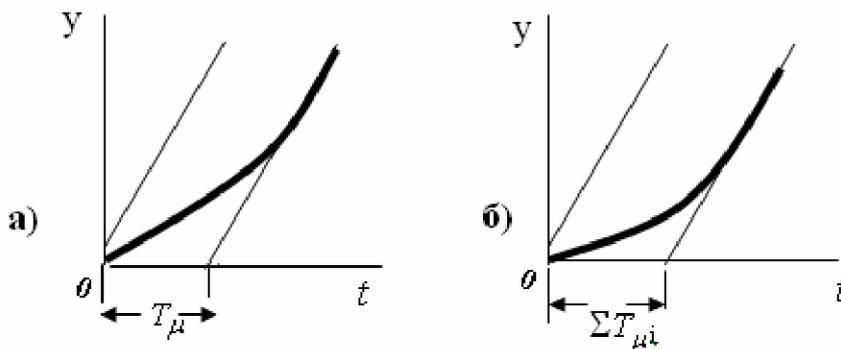


Рис. 2.6. Реакции разомкнутых контуров регулирования на ступенчатое воздействие: а – объект содержит одно инерционное звено с постоянной времени T_μ , б – объект содержит несколько инерционных звеньев, сумма постоянных времени которых равна T_μ .

прилегает к оси абсцисс; при бесконечно большом числе звеньев она оставалась бы полностью на оси абсцисс вплоть до момента времени $\sum T_{\mu,i} = T_\mu$, когда она претерпевала бы излом и переходила в сдвинутую по времени прямую интегрирования. Именно такой вид характерен для звена с запаздыванием, рис.2.7,б.

Выводы: последовательное соединение большого числа инерционных звеньев без существенного ущерба для точности можно заменить одним инерционным звеном, постоянная времени которого T_{μ} равна сумме постоянных времени исходных звеньев. При этом необходимо, чтобы в рассматриваемом контуре имелось по крайней мере одно интегрирующее звено или одно инерционное звено с постоянной времени во много раз большей, чем сумма малых постоянных времени. Последнее основывается на сходстве, существующем между интегрирующим и инерционным звеньями, вытекающим из следующих рассуждений.

1. Передаточная функция инерционного звена

$$W_0(S) = \frac{K_0}{1 + T_0 S} = \frac{1}{\frac{1}{K_0} + \frac{T_0}{K_0} S}$$

Если устремить K_0 инерционного звена к бесконечности, но при этом потребовать чтобы дробь T_0/K_0 оставалась конечной, то получим

$$\lim_{K_0 \rightarrow \infty} W_0(s) = \frac{1}{S T_0 / K_0} = \frac{1}{S T_{II}}$$

т.е. инерционное звено первого порядка переходит в интегрирующее.

2. При сформулированных выше условиях, путем перехода к бесконечно большому числу малых постоянных времени с неизменной суммой T_{μ} , звено запаздывания можно представить также в виде инерционного звена первого порядка.

На основании изложенного передаточную функцию контура можно записать в виде

$$W(s) = \frac{1}{S T_{II}} K_{об} \frac{1}{1 + S T_{\mu}}, \quad \text{откуда}$$

передаточная функция замкнутого контура будет иметь вид

$$\Phi(S) = \frac{K_{об}}{K_{об} + S T_{II} + S^2 T_{II} T_{\mu}}$$

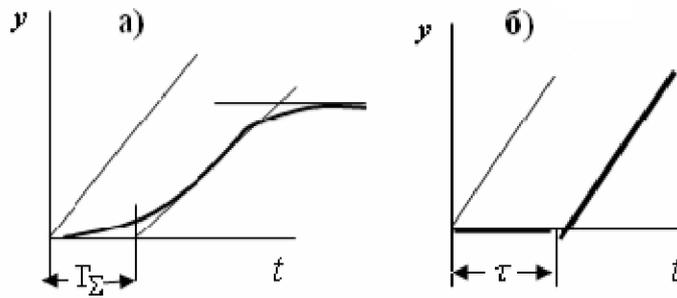


Рис. 2.7. Реакция последовательно соединенных большой и многих малых инерционностей первого порядка (а) и последовательно соединенных интегрирующего и запаздывающего звеньев (б)

2.4.2. Оптимум по модулю передаточной функции (модульный оптимум - МО)

Этот вариант оптимизации рассматривается на ряде типовых примеров, охватывающих все практические случаи применения подобных способов настройки.

Пример 1. Объект со многими малыми инерционностями первого порядка.

Если объект управления не содержит интегрирующих звеньев, можно провести оптимизацию модуля передаточной функции контура регулирования, используя И – регулятор передаточной функцией $W_p(S) = 1/T_I S$.

Оптимизация состоит в пригонке модуля к единице для возможно более широкой полосы частот.

Передаточная функция замкнутого контура

$$\Phi(S) = \frac{K_0}{K_0 + ST_I + S^2 T_I T_\mu},$$

для пригонки модуля передаточной функции к единице следует использовать первое условие

оптимизации $a_1^2 = 2a_0 a_2$, которое при $a_0 = k_0, a_1 = T, a_2 = TT_\mu$ дает следующее значение оптимальных параметров регулятора: для И-регулятора

$$T = 2k_0 T_\mu.$$

Передаточная функция приобретает вид

$$\Phi(s) = \frac{1}{1 + 2ST_\mu + 2S^2 T_\mu^2}. \quad (2.10)$$

Следовательно, передаточная функция оптимизированного контура определяется только суммой малых постоянных времени. Это должно быть справедливо и для переходной функции оптимизированного контура регулирования, рис.2.8.

Так как полином знаменателя всегда соответствует однородному дифференциальному

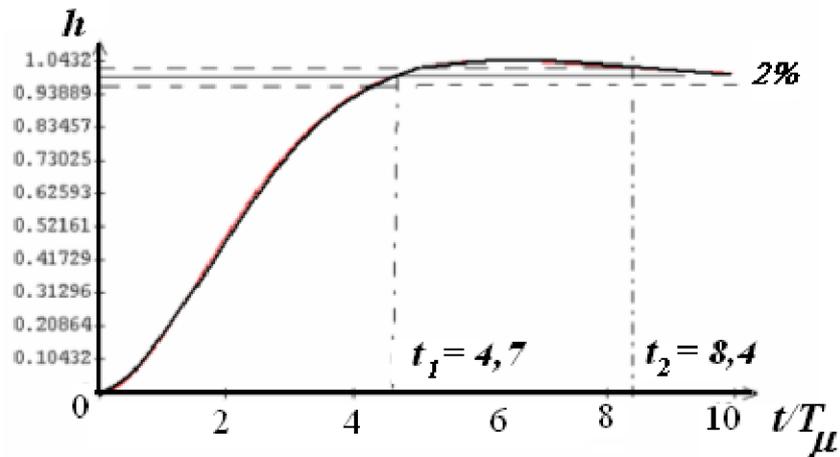


Рис.2.8. Переходная характеристика контура, настроенного на модульный оптимум

уравнению переходного процесса, то можно написать

$$g(t) = y(t) + 2T_\mu \frac{dy(t)}{dt} + 2T_\mu^2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2}.$$

Сопоставив это уравнение с нормированным уравнением второго порядка, для постоянной времени и относительного коэффициента демпфирования ξ имеем:

$$x + 2\xi T \frac{dx}{dt} + T^2 \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = 0, \quad T = \sqrt{2}T_\mu, \quad \xi = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Так как $\xi < 1$, то переходная функция будет описываться уравнением

$$h(t) = 1 - e^{-t/2T_\mu} \left(\cos \frac{t}{2T_\mu} + \sin \frac{t}{2T_\mu} \right).$$

Уравнения и переходная функция, показанная на рисунке, являются типичными для любого контура, оптимизированного по модулю передаточной функции, независимо от конкретного исполнения звеньев. В соответствии с величиной T_μ будет изменяться лишь масштаб по оси времени

Пример 2. Объект с большими и малыми инерционностями первого порядка.

Если среди многих инерционных звеньев объекта есть звено, постоянная времени которого больше суммы малых постоянных времени, то следует принять меры для компенсации этой постоянной. В противном случае она будет добавляться к сумме малых постоянных времени и снижать быстродействие контура.

Так как и в этом случае, регулирование должно осуществляться практически без ошибки, регулятор должен обладать интегрирующими свойствами. Для компенсации большой постоянной времени регулятору необходимо придать еще и пропорциональные свойства.

Передаточная функция контура с ПИ-регулятором имеет вид

$$W(s) = K_p \frac{1+T_p S}{T_p S} K_o \frac{1}{1+T_1 S} \frac{1}{1+T_\mu S}.$$

Для компенсации большой постоянной времени требуется равенство $T_p = T_1$.

При этом условии передаточная функция разомкнутого контура имеет вид

$$W(s) = K_p \frac{1}{T_p S} K_o \frac{1}{1+T_p S},$$

откуда для замкнутого контура имеем

$$\Phi(s) = \frac{K_o K_p}{K_o K_p + T_p S + T_p T_\mu S^2} = \frac{K_o K_p}{K_o K_p + T_1 S + T_1 T_\mu S^2}.$$

Используя условие оптимизации $a_1^2 = 2a_0 a_2$, при $a_0 = K_o K_p$, $a_1 = T_1$, $a_2 = T_1 T_\mu$ найдём значение коэффициента усиления регулятора

$$K_p = \frac{T_1}{2K_o T_\mu}. \quad (2.11)$$

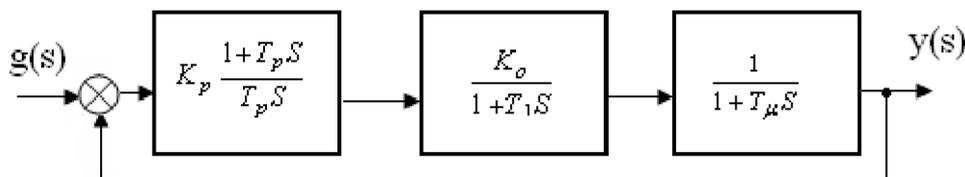


Рис.2.9. Структурная схема оптимизированного контура

Подставляя полученные значения параметров в исходное уравнение, получим уравнение оптимально настроенного замкнутого контура

$$\Phi(s) = \frac{K_o T_1}{2K_o T_\mu \left(\frac{T_1}{2K_o T_\mu} K_o + T_1 S + T_1 T_\mu S^2 \right)} = \frac{1}{1 + 2T_\mu S + 2T_\mu^2 S^2}.$$

Пример 3. Если в цепочке инерционных звеньев первого порядка находятся две большие инерционности, то для их компенсации регулятор должен обладать двумя упреждающими (форсирующими) звеньями. Без компенсации инерционностей система будет с большим замедлением

реагировать на изменение задающей величины и нейтрализовать возмущающее воздействие. В этом случае необходимо применить ПИД - регулятор

$$W_P(s) = K_P \frac{(1 + T_P S)(1 + S\tau)}{T_P S}$$

Большую постоянную времени всегда необходимо компенсировать с помощью постоянной времени T_P , а меньшую – постоянной времени τ .

Компенсировать третью постоянную времени с целью дальнейшего повышения быстродействия уже гораздо труднее. Для этого потребовалось бы иметь регулятор, обладающий свойствами интегрирования и двойного дифференцирования. Однако двукратное дифференцирование даже при очень малом содержании высших гармоник в колебаниях регулируемой величины приводит к такому снижению помехоустойчивости контура, что добиться стабильности регулирования в подавляющем большинстве случаев уже невозможно.

Кроме того, независимая настройка параметров такого ПИД - регулятора возможна только тогда, когда все три элемента, определяющие постоянные времени, отделены друг от друга с помощью соответствующих усилителей.

Пример 4. Объект с одной очень большой и несколькими малыми постоянными времени.

Если объект управления содержит инерционность, постоянная времени которой в 20 и более раз превосходит сумму малых постоянных времени T_μ , следует рассмотреть возможность использования П – регулятора, рис. 2.10.

Такой вариант давал бы для внешнего (подчиняющего) контура то преимущество, что его можно было бы настроить по оптимуму модуля передаточной функции. Это дает возможность иметь в уравнении высшего контура эквивалентную постоянную времени $T_\Sigma = 2T_\mu$. При других вариантах настройки приходится использовать ПИ-регулятор и настраивать его по правилам симметричного оптимума, что снижает быстродействие внешнего контура примерно в 2 раза.

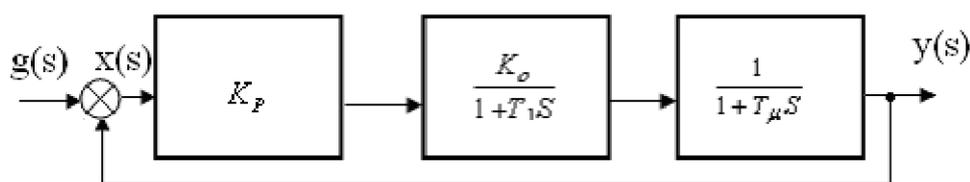


Рис. 2.10. Структурная схема оптимизируемого контура

Передаточная функция разомкнутого контура имеет вид

$$W(s) = K_O K_P \frac{1}{1 + T_1 S} \frac{1}{1 + T_\mu S}$$

Осуществить полную компенсацию здесь невозможно, поэтому передаточная функция замкнутого контура принимает вид

$$\Phi(s) = \frac{K_O K_P}{K_O K_P + 1 + (T_1 + T_\mu)S + T_1 T_\mu S^2}.$$

Для пригонки модуля к "1" используем соотношение $a_1^2 = 2a_0 a_2$, причем $a_0 = K_O K_P + 1$; $a_1 = T_1 + T_\mu$; $a_2 = T_1 T_\mu$.

После подстановки получаем

$$T_1^2 + T_\mu^2 + 2T_1 T_\mu = 2(K_O K_P + 1)T_1 T_\mu, \dots T_1^2 + T_\mu^2 = 2K_O K_P T_1 T_\mu.$$

Для случая, когда $T_1 = 20T_\mu$, т.е. $T_\mu \ll T_1$, $T_1 \approx 2K_O K_P T_\mu$ определяется величина коэффициента усиления регулятора

$$K_P = \frac{T_1}{2K_O T_\mu}.$$

Следовательно, необходимый коэффициент усиления Π – регулятора имеет такое же значение как ПИ и ПИД- регуляторов. Поэтому передаточная функция оптимально настроенного контура очень похожа на полученные ранее передаточные функции с И и ПИ регуляторами

$$\Phi(s) = \frac{1 - \frac{2T_\mu}{T_1 + 2T_\mu}}{1 + 2T_\mu S \left(1 - \frac{T_\mu}{T_1 + 2T_\mu}\right) + 2T_\mu^2 S^2 \left(1 - \frac{2T_\mu}{T_1 + 2T_\mu}\right)}.$$

Если $T_\mu \ll T_1$, то $\frac{T_\mu}{T_1 + 2T_\mu} \ll 1$ и $\frac{2T_\mu}{T_1 + 2T_\mu} \ll 1$, переходная функция контура практически совпадает с идеальной, но появляется статическая ошибка регулирования

$$\Phi_x(s) = 1 - \Phi(s) = \frac{1 + (T_1 + T_\mu)S + T_1 T_\mu S^2}{K_O K_P + 1 + (T_1 + T_\mu)S + T_1 T_\mu S^2}.$$

Для установившегося режима при $s \rightarrow 0$, имеем

$$\lim_{s \rightarrow 0} \frac{y_3(s) - y(s)}{y_3(s)} = \frac{1}{1 + K_O K_P}, \quad \text{при } K = K_O K_P =$$

$T_1/2T_\mu$ получаем для статической ошибки

$$\frac{y_3 - y}{y_3} = \frac{2T_\mu}{T_1 + 2T_\mu} \approx 2 \frac{T_\mu}{T_1}.$$

Оценим погрешность, вызванную возмущающим воздействием:

$$\Phi_F(s) = \frac{K_O}{K_O K_P + 1 + (T_1 + T_\mu)S + T_1 T_\mu S^2}$$

Для установившегося состояния, когда $s \rightarrow 0$, получаем

$$\lim_{S \rightarrow 0} \Phi_F(s) = \frac{K_O}{K_O K_P + 1} = K_O \frac{2T_\mu}{T_1 + 2T_\mu} \approx 2K_O \frac{T_\mu}{T_1}$$

Погрешность, обусловленная действием возмущения, в K_O раз больше погрешности, обусловленной изменением задающей величины. Таким образом, погрешность регулирования по отношению задающей величине зависит только от постоянных времени объекта регулирования, в то время как погрешность, вызванная возмущением, зависит еще и от коэффициента передачи объекта. Может случиться, что регулирование с помощью П - регулятора, вполне приемлемое для обработки входных воздействий, окажется неприемлемым по величине погрешности, вызванной возмущающим воздействием (из-за слишком большого усиления объекта). И наоборот.

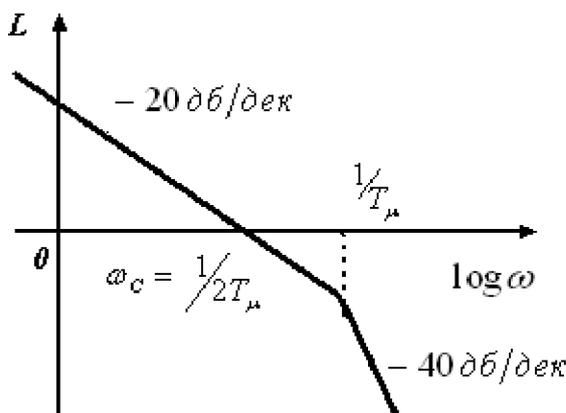
Выводы. Настройка по модульному оптимуму не является оптимальной ни по быстродействию, ни по величине перерегулирования. Первое можно увеличить, повышая перерегулирование, а второе можно уменьшить, снижая быстродействие. Однако такая настройка в большинстве случаев удовлетворяет требованиям и в отношении быстродействия, и в отношении перерегулирования. Благодаря этому, а также простоте реализации такой настройки она является наиболее распространенным способом оптимальной настройки контуров.

Быстродействие оптимизированного контура ограничивается малыми постоянными времени. Эти постоянные можно разделить на две группы:

1- реально существующие малые постоянные времени, которые в принципе можно скомпенсировать, однако их компенсацию не осуществляют из соображений сохранения помехоустойчивости системы или недопустимости её слишком высокого быстродействия. В подобных случаях быстродействие системы иногда даже преднамеренно снижают, вводя дополнительные постоянные времени;

2- малые эквивалентные постоянные времени, действие которых принципиально не может быть скомпенсировано вследствие их физической природы. Например, эквивалентные постоянные времени оптимизированного подчиненного контура.

Эта группа малых постоянных времени определяет принципиально достижимый предел быстродействия оптимизированного контура.



О динамических свойствах оптимизированного контура можно судить не только по переходной характеристике, но и по частотным характеристикам. В соответствии с передаточной функцией разомкнутого оптимизированного контура

$$W(s) = \frac{1}{2T_\mu S(1 + T_\mu S)}$$

логарифмическая амплитудная частотная

Рис.2.11. ЛАХ контура, настроенного на модульный оптимум

характеристика ЛАХ имеет вид, представленный на рис. 2.11.

ЛАХ оптимизированного контура в области низких и средних частот идет с наклоном -20дб/дек, а в области высоких частот – с наклоном – 40дб/дек. Запас по фазе составляет примерно 63 градуса.

Формула Ямпольского. Коэффициент при S в знаменателе передаточной функции регулятора представляет собой постоянную интегрирования и в простейшем случае равен $B_0 = 2T_\mu$. При выводе этой зависимости ранее предполагалось, что все малые постоянные времени представляют собой малые инерционности, сосредоточенные в прямом канале. Между тем, на практике малые постоянные встречаются как в прямом канале, так и в канале обратной связи, рис. 2.12.

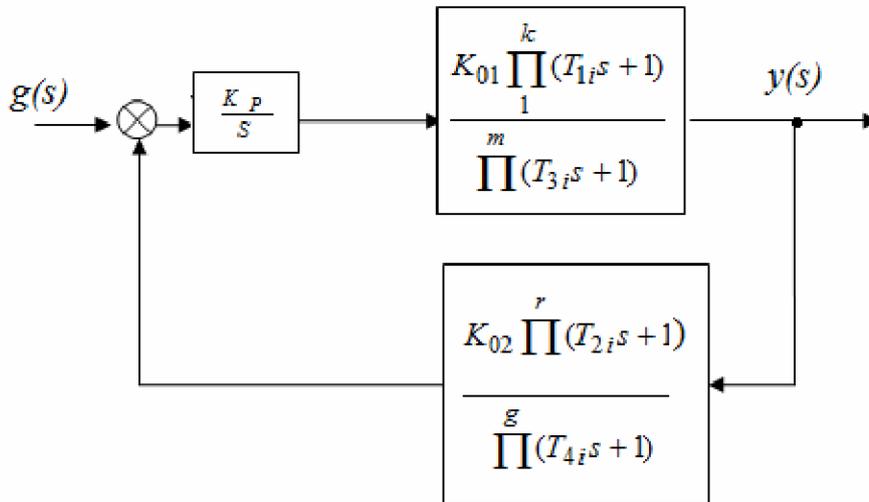


Рис.2.12. Вариант структурной схемы контура регулирования

Для определения величины B_0 при наиболее общей структуре контура регулирования служит формула Д.С.Ямпольского (Ямпольский С.Д. Электричество, №6, 1969, стр.24-29)

$$B_0 = \left(\sum_1^m T_{3i} + \sum_1^g T_{4i} - \sum_1^k T_{1i} - \sum_1^r T_{2i} \right) \pm \sqrt{\left(\sum_1^m T_{3i} + \sum_1^g T_{4i} - \sum_1^k T_{1i} - \sum_1^r T_{2i} \right)^2 + \sum_1^g T_{4i}^2 - \sum_1^r T_{2i}^2} \quad (2.12)$$

Физический смысл имеет только $B_0 > 0$. Рассмотрим несколько распространенных на практике случаев.

1. Малые постоянные есть только в прямом канале регулирования, малые упреждения отсутствуют, т.е. $\sum T_{4i} = \sum T_{2i} = \sum T_{1i} = 0$, $\sum T_{3i} \neq 0$, тогда $B_0 = 2\sum T_{3i}$.

2. Малые инерционности есть как в прямом канале, так и в канале обратной связи; малые упреждения отсутствуют, т.е. $\sum T_{1i} = \sum T_{2i} = 0$; $\sum T_{3i} \neq 0, \dots \sum T_{4i} \neq 0$, тогда

$$B_0 = \sum T_{3i} + \sum T_{4i} \pm \sqrt{(\sum T_{3i} + \sum T_{4i})^2 + \sum T_{4i}^2}.$$

Эта формула важна, т.к. рассмотренный случай является наиболее распространенным на практике, что обусловлено инерционностью большинства применяемых датчиков и необходимостью установки фильтров в цепи обратной связи (например, для фильтрации напряжения тахогенератора).

3. Малые инерционности имеются только в прямом канале, малые упреждения имеются только в канале обратной связи, т.е. $\sum T_{1i} = \sum T_{4i} = 0, \dots, \sum T_{2i} \neq 0, \dots, \sum T_{3i} \neq 0$. В этом случае

$$B_0 = (\sum T_{3i} - \sum T_{2i}) \pm \sqrt{(\sum T_{3i} - \sum T_{2i})^2 - \sum T_{2i}^2}.$$

При $\sum T_{2i} > (\sum T_{3i} - \sum T_{2i})$ подкоренное выражение отрицательно, что лишает B_0 физического смысла. Это означает, что при таком соотношении параметров оптимизируемого контура модульный оптимум не достигается. Следует отметить, что в этом случае существует возможность повышения быстродействия контура за счет увеличения коэффициента регулятора без появления перерегулирования.

В тех случаях, когда требуется повысить усиление регулятора по сравнению с усилением, соответствующем настройке по модульному оптимуму, целесообразно вводить в канал обратной связи форсирующие звенья, создающие необходимое упреждение. Однако при этом необходимо учитывать возможность снижения помехоустойчивости системы.

Если в третьем случае соотношение параметров таково, что $\sum T_{2i} < (\sum T_{3i} - \sum T_{2i})$, то существуют два значения B_0 , из которых для расчета настройки регулятора следует выбирать большее. Полученное таким образом значение B_0 используется для определения оптимальных параметров регулятора. Эквивалентная малая постоянная времени такого контура определяется формулой

$$T_\mu = \frac{B_0 + \sum T_{2i} - \sum T_{4i}}{2}.$$

2.4.3. Симметричный оптимум

В состав объекта управления могут входить не только инерционные звенья первого порядка, пропорциональные звенья и звенья с запаздыванием, но и интегрирующие звенья. В последнем случае компенсация наибольшей инерционности или двух самых больших инерционностей первого порядка уже не могут дать необходимого результата, т.к. интегральному характеру объекта управления противопоставляется интегральный характер регулятора. Это приводит к незатухающим синусоидальным колебаниям регулируемой величины. По этой причине оптимизацию контура регулирования с объектом, содержащим интегрирующее звено, необходимо осуществлять не по модульному оптимуму, а по иному принципу. Хотя и здесь следует добиваться «пригонки» модуля передаточной функции к единице. Используя второе условие оптимизации $a_1^2 = 2a_0a_2$, $a_2^2 = 2a_1a_3$ получим новое значение постоянной времени регулятора, которое приводит к получению логарифмической частотной характеристики симметричного вида.

Рассмотрим этот тип оптимизации на ряде примеров.

Пример 1. Если объект регулирования содержит интегрирующее звено и некоторое число последовательно соединенных звеньев первого порядка, которые можно заменить эквивалентным звеном с суммарной постоянной времени, целесообразно применить ПИ-регулятор.

Уравнение передаточной функции разомкнутого контура

$$W(s) = K_p \frac{1 + T_p S}{T_p S} K_O \frac{1}{T_O S} \frac{1}{1 + T_\mu S}$$

не дает возможности для компенсации постоянных времени, так как эквивалентная постоянная времени T_μ принципиально не может быть скомпенсирована.

Передаточная функция замкнутого контура

$$\Phi(s) = \frac{K_O K_p (1 + T_p S)}{K_O K_p + K_O K_p T_p S + T_O T_p S^2 + T_O T_p T_\mu S^3}$$

имеет в знаменателе полином, содержащий все сомножители от S^0 до S^3 . Следовательно, должна существовать возможность получения затухающего переходного процесса. Применим к этому уравнению второе условие оптимизации, где $a_0 = K_O K_p$, $a_1 = K_O K_p T_p$, $a_2 = T_O T_p$, $a_3 = T_O T_p T_\mu$.

Окончательно получим $T_p = 4T_\mu$, $K_p = T_O / 2K_O T_\mu$.

Эти значения, подставленные в уравнение передаточной функции, приводят к стандартному для симметричного оптимума уравнению

$$\Phi(s) = \frac{1 + 4T_\mu S}{1 + 4T_\mu S + 8T_\mu^2 S^2 + 8T_\mu^3 S^3} \quad (2.13)$$

Все контуры регулирования, настроенные на симметричный оптимум, имеют такой вид передаточной функции $\Phi(s)$.

Поведение контура регулирования при этом виде оптимизации, также как и при модульной настройке, зависит только от суммы малых постоянных времени T_μ . Уравнение переходной функции имеет вид:

$$h(t) = 1 + e^{-\frac{t}{2T_\mu}} - 2e^{-\frac{t}{4T_\mu}} \cos \frac{\sqrt{3}}{4T_\mu} t.$$

По этому уравнению построена переходная характеристика, рис. 2.13,а. Основные показатели качества процесса регулирования, которые можно определить по ее виду: перерегулирование $\sigma = 43,5\%$, время первого согласования равно $t_{p1} = 3,1T_\mu$, время переходного процесса $16,5 T_\mu$.

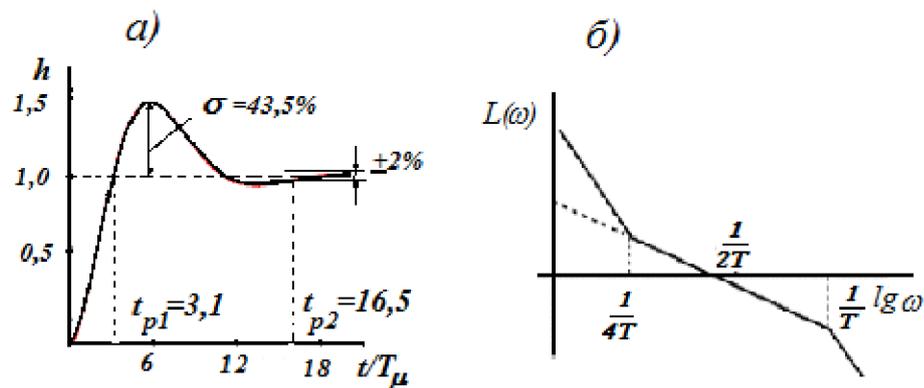


Рис.2.13. Переходная характеристика (а) и ЛАХ (б) контура, настроенного на симметричный оптимум

На рис.2.13,б показана ЛАХ этого контура, которая является симметричной относительно оси частот, что и дало название «симметричный оптимум» этому виду настройки контура регулирования.

Пример 2. Объект регулирования содержит интегрирующее звено, одно звено с большой и много звеньев с малыми постоянными времени.

В этом случае необходимо применить ПИД – регулятор, причем время упреждения τ должно быть равно постоянной времени T_2 .

Передаточная функция разомкнутого контура имеет вид

$$W(s) = K_P \frac{(1 + T_P s)(1 + \tau s)}{T_P s} K_O \frac{1}{T_O s} \frac{1}{1 + T_1 s} \frac{1}{1 + T_\mu s},$$

с учетом условия компенсации большой постоянной времени получаем передаточную функцию, типичную для настройки на симметричный оптимум.

Пример 3. Объект регулирования содержит инерционные звенья первого порядка, одно из которых имеет постоянную времени, превосходящую более чем в четыре раза сумму всех остальных постоянных времени:

$$W(s) = \frac{K_O}{1 + T_1 s} \prod_{i=2}^N \frac{1}{1 + T_i s}, \quad T_1 > 4 \sum_{i=2}^N T_i = 4T_\mu.$$

При таком соотношении параметров можно, используя ПИ – регулятор, настроить контур на симметричный оптимум, приняв $T_P = 4T_\mu$ и $K_P = \frac{T_1}{2K_O T_\mu}$. Передаточная функция контура будет

иметь вид:

$$\Phi(s) = \frac{K_O K_P (1 + 4T_\mu s)}{K_O K_P + T_P s (K_O K_P + 1) + T_P s^2 (T_1 + T_\mu) + T_\mu T_P T_\mu s^3} =$$

$$= \frac{1 + 4T_\mu s}{1 + 4T_\mu s \left(1 + \frac{2T_\mu}{T_1}\right) + 8T_\mu^2 s^2 \left(1 + \frac{T_\mu}{T_1}\right) + 8T_\mu^3 s^3}$$

Уравнение лишь незначительно отличается от стандартного. Практически полное совпадение произойдёт, если $T_1 \gg 4T_\mu$ или $T_1 \gg T_\mu$.

Для симметрично оптимизированного контура с объектом, состоящим только из инерционных звеньев 1-го порядка время первого согласования t_{p1} будет большим, а σ - меньшим, чем приведено на рис.2.13.

Отличие от переходной функции, присущей настройке на симметричный оптимум, и приближение к функции характерной для модульного оптимума тем заметнее, чем ближе $T_1 / 4T_\mu$ приближается к единице. При $T_1 = 4T_\mu$ настройка соответствует настройке на модульный оптимум. Если $T_1 < 4T_\mu$ применение правил настройки на симметричный оптимум теряет смысл, настройку контура следует вести на модульный оптимум.

Если в составе объекта есть не одно, а два звена с большими постоянными времени, предпочтение следует отдать пропорционально-интегрально-дифференциальному (ПИД) регулятору. С помощью постоянной времени форсирующего (упреждающего) звена компенсируется вторая по величине постоянная времени.

Сглаживание задающего сигнала. Для переходной характеристики контура, настроенного на симметричный оптимум, характерна большая величина перерегулирования $\sigma = 43,4\%$, что редко бывает допустимым для большинства технических систем. Причиной такого характера протекания переходного процесса является наличие члена $(1 + 4T_\mu s)$ в числителе передаточной функции замкнутого контура. Влияние этого члена можно устранить с помощью фильтра с передаточной функцией

$W_\Phi(s) = 1/(1 + 4T_\mu s)$, включённого на вход контура, рис.2.14.

После включения фильтра переходная характеристика изменяется и становится такой, как



116

Рис.2.14. Контур регулирования с фильтром на входе

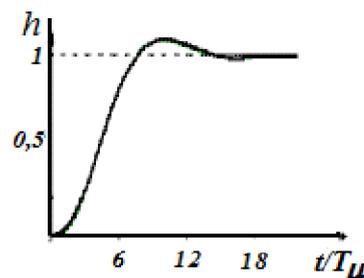


Рис. 2.15. Переходная характеристика контура, настроенного на модульный оптимум, с фильтром на входе

показано на рис. 2.15. Перерегулирование снижается до 8%, время переходного процесса t_{p2} составляет $13,5T_{\mu}$. Если перерегулирование выходной величины вообще недопустимо, постоянная времени фильтра должна быть увеличена до $6T_{\mu}$.

2.4.4. Система подчиненного регулирования тока якоря двигателя постоянного тока

Контур тока якоря является одним из важнейших узлов систем регулирования электропривода и, как правило, играет самостоятельную роль в этих системах. Даже в тех случаях, когда обратная связь по току вводится с целью коррекции основной системы регулирования (по скорости, положению и т.д.) на нее обычно накладываются функции токоограничения, которые реализуются либо с помощью токовой отсечки, либо путем ограничения сигнала задания поступающего на вход регулятора тока.

Для большинства систем подчиненного управления электродвигателями постоянного тока контур тока является внутренним. С него начинают расчет и настройку многоконтурной системы

Высокие требования, предъявляемые к контуру тока в части его быстродействия и качества переходных процессов, обусловлены следующим:

- регулирование тока обеспечивает формирование заданного закона изменения движущего момента;

- обеспечив высокое качество регулирования тока, можно практически полностью использовать допустимые перегрузки двигателя и интенсифицировать работу механизма, приводимого в движение. На рис. 2.16 представлена структурная схема контура регулирования тока. Из этой схемы следует, что в ней имеется отличие от классических схем подчиненного управления, заключающееся в наличии связи по ЭДС двигателя. ЭДС двигателя вычитается из ЭДС преобразователя напряжения и, естественно, влияет на поведение контура регулирования тока. Учет этой связи значительно усложняет процесс расчета регулятора тока и не позволяет использовать методику, разработанную для систем подчиненного управления.

На практике часто оказывается, что контур регулирования тока обладает большим быстродействием, чем внешний по отношению к нему контур регулирования скорости. Это позволяет сделать предположение, что за время переходного процесса в контуре тока скорость двигателя и его ЭДС изменятся незначительно, а это означает, что влияние ЭДС двигателя на контур тока будем слабым.

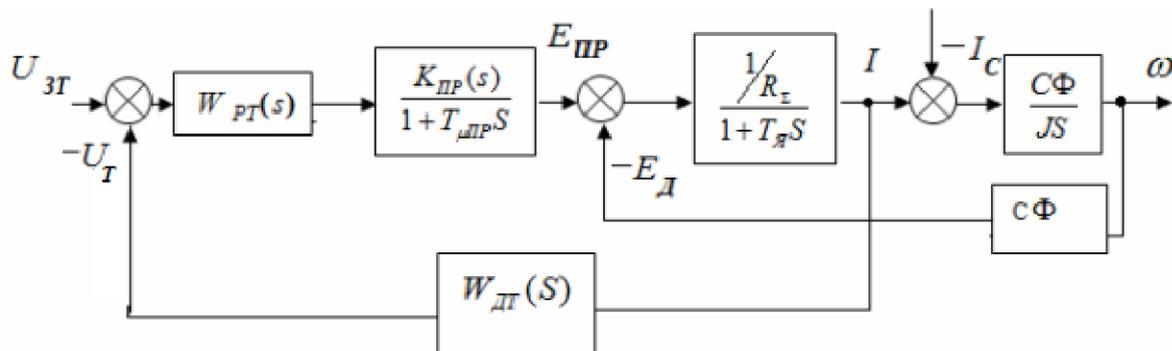


Рис. 2.16. Структурная схема контура регулирования тока

Используя такое допущение, можно применить следующий порядок расчета параметров регулятора тока:

- рассчитывается регулятор тока без учета влияния ЭДС двигателя;
- после предварительного выбора параметров регулятора тока проверяется влияние ЭДС двигателя на контур тока, и, если оно значительно, проводят коррекцию параметров регулятора тока.

Расчет параметров регулятора тока без учета влияния ЭДС двигателя.

Структурная схема контура для этого случая показана на рис.2.18, где $T_{\mu PT}, T_{\mu TP}, T_{\mu DT}$ - малые постоянные времени регулятора тока, преобразователя напряжения, датчика тока соответственно; R_{Σ} -

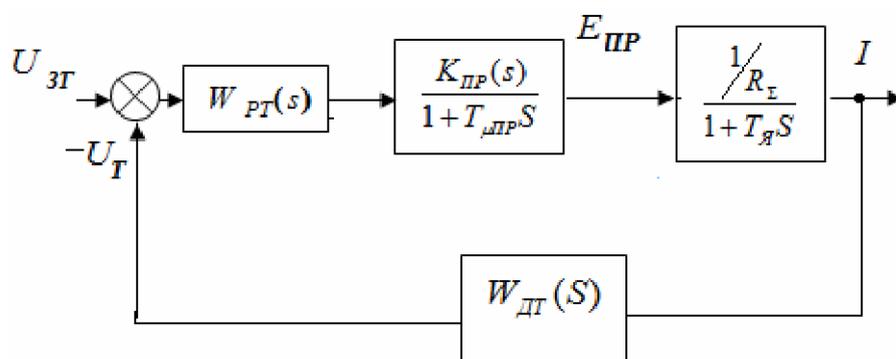


Рис. 2.17. Структурная схема контура регулирования тока без учета влияния ЭДС двигателя

суммарное сопротивление якорной цепи двигателя, включающее в себя сопротивления обмоток двигателя и внутренне сопротивление преобразователя напряжения, а также сопротивления соединительных проводов; T_{Σ} - электромагнитная постоянная времени якорной цепи двигателя.

При расчете параметров регулятора тока возможны два случая:

$$T_{\Sigma} < 4T_{\mu} \text{ и } T_{\Sigma} > 4T_{\mu}.$$

Рассмотрим случай $T_{\Sigma} < 4T_{\mu T}$, где $T_{\mu T}$ - эквивалентная малая постоянная времени контура тока. При таком соотношении параметров рекомендуется производить настройку по модульному оптимуму. Здесь принято, что T_{Σ} - большая постоянная времени, а $T_{\mu PT}, T_{\mu TP}, T_{\mu DT}$ - малые постоянные.

Поскольку малые упреждения в контуре регулирования отсутствуют, то в соответствии с формулой Ямпольского постоянная интегрирования оптимизированного контура определится из соотношения

$$B_o = T_{\mu PT} + T_{\mu IP} + T_{\mu IT} + \sqrt{(T_{\mu PT} + T_{\mu IP} + T_{\mu IT})^2 + T_{\mu IT}^2}.$$

Сумма малых постоянных времени контура тока определяется как

$$T_{\mu T} = \frac{B_o - T_{\mu IT}}{2}.$$

С целью компенсации большой постоянной времени выбирается ПИ- регулятор с передаточной функцией

$$W_{PT}(S) = K_{PT} \frac{1 + T_{PT}S}{T_{PT}S},$$

причем $T_{PT} = T_{Я}$, а $K_{PT} = \frac{T_{Я}}{K_o B_o}$, $K_o = \frac{K_{IP} K_{DT}}{R_{\Sigma}}$.

Передаточная функция замкнутого контура тока $\Phi_T(S)$ имеет вид

$$\Phi_T(S) = \frac{I_{Я}(S)}{U_{3T}(S)} = \frac{K_{PT} \frac{T_{PT}S + 1}{T_{PT}S} \cdot K_{IP} \cdot \frac{1}{R_{\Sigma}(1 + T_{Я}S)} \cdot \frac{1}{1 + T_{\mu T}} \cdot \frac{1}{K_{DT}}}{1 + K_{PT} \frac{T_{PT}S + 1}{T_{PT}S} \cdot K_{IP} \cdot \frac{1}{R_{\Sigma}(1 + T_{Я}S)} \cdot \frac{1}{1 + T_{\mu T}} \cdot K_{DT}} = \frac{\frac{1}{K_{DT}}}{1 + 2T_{\mu T}S + 2T_{\mu T}^2 S^2}.$$

Полученная передаточная функция оптимизированного замкнутого контура тока отличается от типовой (полученной ранее) тем, что числитель передаточной функции $\Phi_T(S)$ отличен от единицы. Это объясняется наличием неединичной обратной связи по току.

Если настройку контура осуществляют при соотношении параметров $T_{Я} > 4T_{\mu T}$, то постоянную времени ПИ – регулятора выбирают равной $T_{PT} = 4T_{\mu T}$, а коэффициент усиления регулятора, как и прежде, определяется соотношением $K_o = \frac{K_{IP} K_{DT}}{R_{\Sigma}}$.

В этом случае настройка осуществляется по симметричному оптимуму, а передаточная функция контура приобретает вид

$$\Phi_T(S) = \frac{I(S)}{U_{(3T)}} = K_T \frac{1 + 4T_{\mu T}S}{1 + 4T_{\mu T}S + 8T_{\mu T}^2 S^2 + 8T_{\mu T}^3 S^3}.$$

Для снижения величины перерегулирования на вход контура тока должен быть установлен фильтр, компенсирующий влияние форсирующего звена с передаточной функцией $(1 + 4T_{\mu T}S)$.

Для обоих рассмотренных случаев при известной величине максимально допустимого тока якоря $I_{МАКС.ДОП} = \lambda_I I_{НОМ}$ и максимально возможной величине задающего сигнала $U_{3Tмакс}$

коэффициент передачи контура тока равен $K_T = \frac{\lambda_I I_{НОМ}}{U_{ЗТМАКС}}$. Требуемое значение K_T может быть

достигнуто за счет выбора датчика тока с требуемым значением коэффициента передачи, т.е.

$$K_{ДТ} = \frac{1}{K_T}.$$

Учет влияния ЭДС на контур регулирования тока. При учете влияния ЭДС передаточная функция якорной цепи двигателя принимает вид [2, 11]

$$W'_{Я}(s) = \frac{I_{Я}(S)}{E_{ПР}(S)} = \frac{1}{R_{\Sigma}} \frac{T_M S}{T_M T_{Я} S^2 + T_M S + 1},$$

где T_M - электромеханическая постоянная времени, R_{Σ} - сумма сопротивлений обмоток якоря двигателя и внутреннего сопротивления преобразователя напряжения. Из передаточной функции видно, что объект регулирования представляет собой систему второго порядка, переходные процессы в которой

определяются отношением $T_M / T_{Я}$. При $\frac{T_M}{T_{Я}} > 4$ переходные процессы будут аperiodическими, а

при $\frac{T_M}{T_{Я}} < 4$ - колебательными.

Рассмотрим процессы в контуре регулирования тока якоря, регулятор которого настроен без учета влияния ЭДС двигателя. Передаточная функция двигателя с учетом влияния ЭДС

$$W'_T(S) = \frac{T_M T_{Я} S^2 + T_M S}{T_M T_{Я} S^2 + T_M S + 1} W_T(S),$$

где $W_T(S) = \frac{1}{R_{\Sigma}} \cdot \frac{1}{1 + T_{Я} S}$ - передаточная функция двигателя при заторможенном роторе (т.е. без

учета влияния ЭДС). Коэффициент при $W_T(S)$ есть поправка, учитывающая влияние ЭДС.

Передаточная функция замкнутого контура тока с учетом влияния ЭДС $\Phi'_T(s)$ также отличается от $\Phi_T(S)$, соответствующей настройке по модульному оптимуму

$$\Phi'_T(S) = \frac{I_{Я}(S)}{U_{ЗТ}(S)} = \frac{K_T (T_M T_{Я} S + T_M)}{(T_M T_{Я} S^2 + T_M S + 1)(2T_{\mu T} S + 2T_{\mu T}) + (T_M T_{Я} S + T_M)}.$$

В установившемся режиме при $S = 0$ будем иметь

$$\Phi'_T(0) = \frac{T_M K_T}{2T_{\mu T} + T_M} = \frac{K_T}{1 + \frac{2T_{\mu T}}{T_M}} = K'_T < \Phi_T(0).$$

$$\frac{\Phi'_T(0)}{\Phi_T(0)} = \frac{K'_T}{K_T} = \frac{1}{1 + \frac{2T_{\mu T}}{T_M}}, \quad \text{т.е. } I_{УСТ} = K'_T U_{ЗТ}.$$

В результате настройки контура без учета влияния ЭДС снижается установившееся значение тока (по сравнению с заданным), т. е. появляется статизм регулирования, и возрастает перерегулирование (хотя максимальное значение тока не превышает заданного).

Причиной появления статической ошибки регулирования является дифференцирующее действие объекта регулирования, компенсирующее астатизм регулятора.

Величина перерегулирования – σ не может быть выражена как функция от $T_{\mu T}/T_M$, так как она зависит еще и от отношения T_M/T_Y . Большим отношениям $T_{\mu T}/T_M$ при неизменном T_M/T_Y соответствуют большие значения σ , большим отношениями T_M/T_Y при неизменном $T_{\mu T}/T_M$ соответствуют меньшие значения σ .

Если $T_{\mu T}/T_M \rightarrow 0$, то влиянием ЭДС можно пренебречь при любых значениях T_M/T_Y .

В результате снижения коэффициента усиления токового контура снижается и быстродействие (внешнего) контура скорости (будет рассмотрено ниже). Простым повышением усиления регулятора скорости скомпенсировать влияние ЭДС нельзя, так как при этом возрастает перерегулирование скорости.

Если применить ПИ² – регулятор тока с передаточной функцией $W_{PT}(S) = \frac{T_M T_Y S^2 + T_M S + 1}{K_O B_O T_M S^2} \cdot \frac{T_M S}{T_M T_Y S^2 + T_M S + 1}$, можно полностью компенсировать действие сомножителя, т.е. устранить влияние ЭДС. Однако реализация такого регулятора затруднена.

Более доступным способом является компенсация ЭДС по частям, т. е. устранение повышенного перерегулирования соответствующей настройкой токового контура с ПИ – регулятором и компенсация статической ошибки регулирования тока повышением усиления регулятора скорости.

Запас по напряжению преобразователя. Условием реализации оптимальной настройки контура тока является наличие соответствующего запаса напряжения преобразователя, необходимого для форсирования процесса изменения тока. ЭДС преобразователя должна составлять величину $E_{ПР} = E_{ДВ} + \Delta U$, где ΔU – запас по напряжению преобразователя.

$$\Delta U = I_{ДВ} R_{Я\Sigma} + L_{Я} \frac{dI_{ДВ}}{dt} = I_{ДВ} R_{Я\Sigma} + R_{Я\Sigma} T_{Я} \frac{dI_{ДВ}}{dt} \approx K_{\Phi} I_{ДВ} R_{Я\Sigma},$$

где K_{Φ} – коэффициент форсировки.

Для контура тока величина K_Φ зависит от отношения T_γ / T_μ . Для определения K_Φ предлагаются формулы:

для настройки по модульному оптимуму
$$K_\Phi = \frac{1}{1 - e^{-3,26T_{\mu T} / T_\gamma}},$$

для настройки по симметричному оптимуму
$$K_\Phi = \frac{1}{1 - e^{-2,12T_{\mu T} / T_\gamma}}.$$

2.4.5. Системы регулирования скорости

Наиболее высокие требования к системе предъявляют электроприводы, работающие в режиме стабилизации скорости, либо в режиме программного её изменения. Такие приводы выполняются с обратной связью по скорости. При более простых требованиях целесообразно выполнять приводы с обратной связью по ЭДС. Регуляторы могут быть П или ПИ типов. В зависимости от типа регулятора системы регулирования скорости называют однократноинтегрирующими или двукратноинтегрирующими.

Однократноинтегрирующая система с обратной связью по скорости. На рис. 2.18 представлена система регулирования скорости, которая включает в себя оптимизированный контур тока, механическую часть привода и регулятор тока, который в однократноинтегрирующих системах является пропорциональным.

Параметры и передаточные функции структурной схемы определяются следующими зависимостями. Оптимизированный контур тока в составе контура скорости представлен приближенной передаточной функцией:

$$W_T(s) = \frac{K_T}{1 + 2T_{\mu T}s + 2T_{\mu T}^2s^2} \approx \frac{K_T}{1 + 2T_{\mu T}s} = \frac{K_T}{1 + T_Ts}.$$

По формуле (2.12) определено значение эквивалентной малой постоянной времени контура скорости $T_{\mu C}$, а по (2.11) - коэффициент усиления регулятора скорости:

$$2T_{\mu C} \approx B_{OC} \approx T_{\mu PC} + T_T + T_{\mu DC} \pm \sqrt{(T_{\mu PC} + T_T + T_{\mu DC})^2 + T_{\mu}^2 \mu_{DC}},$$

$$W_{PC}(s) = K_{PC} = \frac{T_M}{2T_{\mu C} K_O} = \frac{T_M}{2T_{\mu C}} \frac{c\Phi}{K_T R_\gamma}$$

здесь $T_{\mu DC}$ - малая постоянная датчика скорости (постоянная фильтра).

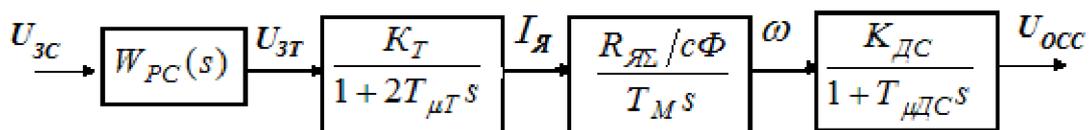


Рис. 2.18. Структурная схема однократноинтегрирующей системы регулирования скорости

Передаточная функция замкнутого контура скорости по управляющему воздействию имеет типовой для настройки по модульному оптимуму вид

$$\Phi_C(s) = \frac{\omega(s)}{U_{3C}(s)} = \frac{1}{K_{ДС} (1 + 2T_{\mu C}S + 2T_{\mu C}^2 S^2)}$$

Реакция контура на возмущающее воздействие. Влияние нагрузки в виде изменения момента на валу двигателя (и соответственно тока нагрузки I_c) может быть оценено по схеме оптимизированного контура скорости, рис. 2.19, где звенья с малыми постоянными времени заменены эквивалентным звеном с постоянной времени $T_{\mu C}$. Передаточная функция контура по возмущающему воздействию

$$\frac{\Delta\omega(s)}{\Delta I(s)} = \frac{\frac{R_{Я\Sigma}}{c\Phi T_M S}}{1 + 2T_{\mu C}S + 2T_{\mu C}^2 S^2}$$

позволяет определить отклонение скорости, вызванное нагрузкой

$$\begin{aligned} \Delta\omega(s) &= \frac{\{I_c(s) - I(s)\}R_{Я\Sigma}}{c\Phi T_M S} = \frac{I_C R_{Я\Sigma}}{c\Phi T_M S} \left\{ 1 - \frac{1}{1 + 2T_{\mu C}S + 2T_{\mu C}^2 S^2} \right\} = \\ &= \frac{I_C R_{\Sigma}}{c\Phi S} \frac{2T_{\mu C}S}{T_M} \frac{T_{\mu C}S + 1}{2T_{\mu C}S(T_{\mu C} + 1) + 1} \end{aligned}$$

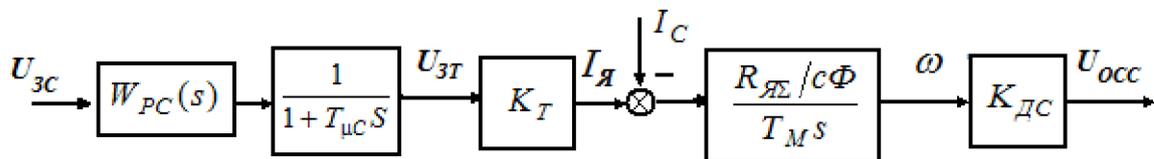


Рис. 2.19. Структурная схема системы регулирования скорости

Величина $\frac{R_{Я\Sigma}}{c\Phi} I_c$ представляет собой естественный статизм системы, т.е. отклонение скорости под действием момента нагрузки в разомкнутой системе электропривода. В замкнутой однократноинтегрирующей системе регулирования скорости установившаяся ошибка уменьшается в $\frac{T_M}{2T_{\mu C}}$ раз, так как $\Delta\omega(0) = \frac{I_C}{c\Phi} R_{Я\Sigma} \frac{2T_{\mu C}}{T_M}$.

Двукратноинтегрирующая система с обратной связью по скорости. Наиболее радикальным средством снижения статизма в системе регулирования скорости является применение

двукратноинтегрирующей системы. В этом случае настройку контура производят по симметричному оптимуму, поэтому в контуре скорости должен быть применен ПИ-регулятор с передаточной функцией

$$W_{PC}(s) = K_{PC} \frac{T_{PC}S + 1}{T_{PC}S},$$

где $K_{PC} = T_M / K_o 2T_{\mu c}$ и $T_{PC} = 4T_{\mu c}$.

Передаточная функция замкнутого контура скорости, настроенного по симметричному оптимуму имеет вид типичный для систем с таким видом настройки (2.14).

$$\Phi_c(s) = \frac{K_c(4T_{\mu c}S + 1)}{1 + 4T_{\mu c}S + 8T_{\mu c}^2S^2 + 8T_{\mu c}^3S^3}. \quad (2.14)$$

Для уменьшения перерегулирования при изменении управляющего воздействия U_{3c} в цепь задания входного сигнала водят фильтр с постоянной времени $T_{\Phi} = 4T_{\mu c}$, как показано на рис.2.14.

Хотя статизм, т.е. отклонение скорости в установившемся режиме, в двукратноинтегрирующей системе отсутствует, динамическое падение скорости при набросе нагрузки примерно равно статизму в однократноинтегрирующей системе. Попытка уменьшить его путем повышения коэффициента усиления регулятора скорости K_{PC} приводит к росту колебательности системы.

Невозможность снижения статического (в однократноинтегрирующей) и динамического (в двукратноинтегрирующей) падения скорости являются общим недостатком систем подчиненного управления. Действительно, коэффициент усиления регулятора (при настройке как на модульный, так и на симметричный оптимумы) обратно пропорционален коэффициенту усиления объекта управления. Таким образом, при использовании типовых настроек контуров регулирования невозможно реализовать большие коэффициенты усиления регуляторов. Это обстоятельство затрудняет применение систем подчиненного управления для ряда приводов с широким диапазоном регулирования скорости (особенно в тех случаях, когда предъявляются высокие требования к точности ее поддержания).

Выходной сигнал регулятора скорости ограничен величиной сигнала задания на ток якоря двигателя, который не должен превышать максимально допустимое значение, рис.2.20. В таких системах характеристика привода становится нелинейной, похожей на характеристику на рис.2.4. При достижении током якоря значения, в соответствии с уставкой БО, система привода из режима стабилизации скорости переходит в режим стабилизации тока (момента, если поток двигателя остается постоянным).

Значения тока I_{OTC} и I_{CT} могут быть очень близки друг к другу или даже равны, что очень удобно, если проектировать привод как генератор силы или момента. В этом случае задание подают непосредственно на вход регулятора тока. Механические характеристики такого привода абсолютно мягкие, так как он стабилизирует заданное значение тока независимо от скорости двигателя.

2.5. Двухзонное регулирование скорости в приводах постоянного тока с двигателями независимого возбуждения

Рассмотренные системы подчиненного управления могут быть применены и в том случае, когда скорость двигателя регулируется как за счет изменения напряжения на якорной цепи двигателя, так и за счет ослабления магнитного потока. На рис. 2.20 приведена функциональная схема электропривода, в которой кроме контуров регулирования тока якоря и скорости двигателя созданы контур регулирования ЭДС и контур регулирования тока возбуждения, который является внутренним по отношению к контуру регулирования ЭДС. Контур регулирования скорости и тока якоря организованы в строгом соответствии с теми принципами, которые были рассмотрены ранее [5]. Между выходом регулятора скорости и входом регулятора тока включено нелинейное звено *БО*, ограничивающее максимальное значение сигнала задания на вход контура регулирования тока. Это позволяет ограничить максимальную величину тока на желаемом уровне. Уставка величины токоограничения может регулироваться в процессе работы системы.

Контур тока возбуждения включает в себя управляемый выпрямитель УВ2, регулятор тока возбуждения РТВ, датчик тока ДТВ. На входы регулятора тока возбуждения подаются сигналы, определяющие заданное $U_{зТВ}$ и действительное $U_{ТВ}$ значения тока возбуждения.

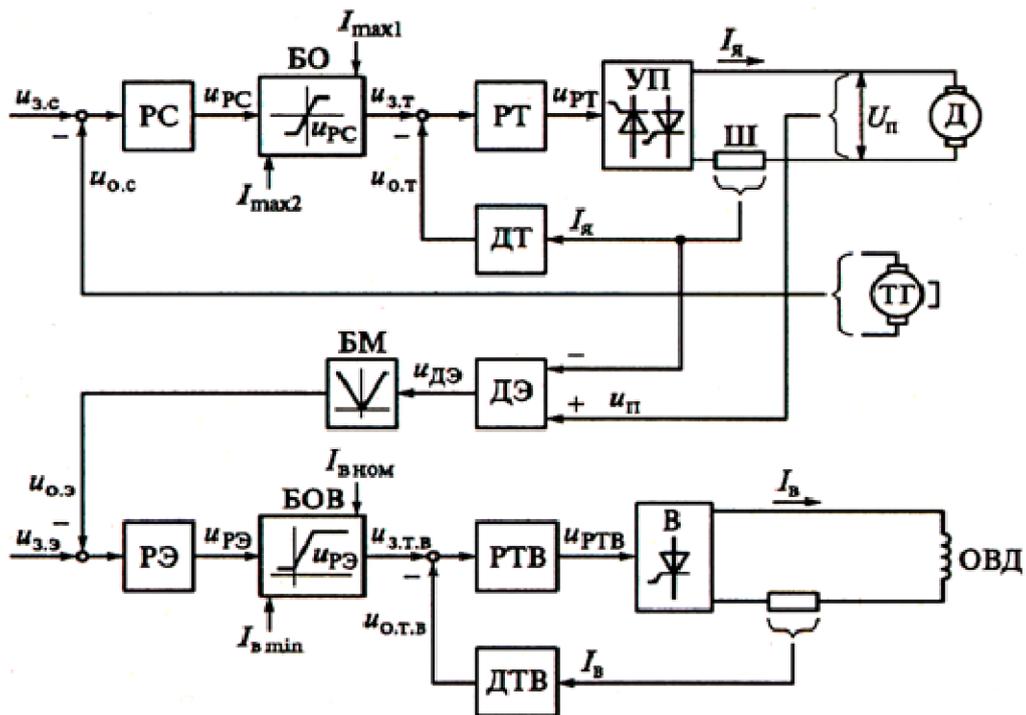


Рис. 2.20. Функциональная схема системы двухзонного регулирования скорости

В контур ЭДС входят замкнутый контур тока возбуждения, регулятор ЭДС, датчик ЭДС двигателя с коэффициентом передачи $K_{ДЭ}$. Выходное напряжение датчика ЭДС пропорционально ЭДС двигателя

$$U_{ДЭ} = K_{ДЭ}[U_{Я} - I_{Я}R_{Я}(1 + T_{Я}S)] = K_{ДЭ}c\Phi\omega_{Д}.$$

Для того чтобы знак сигнала на выходе датчика ЭДС не изменялся при изменении направления вращения двигателя, на выход датчика ЭДС включен блок выделения модуля БМ. Сигнал задания на входе регулятора ЭДС определяется в соответствии с величиной ЭДС, соответствующей номинальной скорости двигателя. При скоростях двигателя меньше номинальной (двигатель работает в первой зоне регулирования скорости) сигнал на входе РЭ превышает сигнал обратной связи. Выходной сигнал регулятора ЭДС за счет интегральной составляющей его передаточной функции, становится максимальным и ограничивается блоком БОВ на уровне, обеспечивающем работу двигателя при номинальном потоке возбуждения.

При номинальной скорости двигателя сигналы $U_{3Э}$ и $U_{0Э}$ становятся равными, регулятор ЭДС выходит из режима насыщения, что приводит к замыканию контура регулирования ЭДС. Система теперь работает в режиме стабилизации номинальной ЭДС двигателя, увеличение скорости при изменении сигнала задания происходит за счет ослабления магнитного потока двигателя.

3. Системы электропривода переменного тока

Основная тенденция развития современного электропривода – значительное расширение применения частотно-регулируемого привода переменного тока и практически полное вытеснение им в ряде отраслей промышленности приводов постоянного тока. Ее отражением является значительное сокращение или полное исключение ведущими фирмами мира выпуска двигателей и преобразователей постоянного тока.

Среди частотно-регулируемых приводов наиболее широко применяются электроприводы с асинхронными двигателями с короткозамкнутым ротором как конструктивно наиболее простые и надежные

3.1. Системы частотного управления асинхронными двигателями

В соответствии с законами электромеханического преобразования энергии для управления электромагнитным моментом в электроприводах с любыми электромеханическим преобразователем необходимо регулировать (или контролировать) три координаты - амплитуды двух электромагнитных переменных (токов или потоков статора и ротора)[3,5,12], формирующих момент, и угол между этими переменными. Такие системы называют системами векторного управления. В электроприводах с коллекторными двигателями постоянного тока контроль угла обеспечивается установкой щеток на линии геометрической нейтрали, в электроприводах с вентильными двигателями - соответствующей установкой датчика положения ротора и переводом инвертора в режим источника тока. В электроприводах с синхронными и асинхронными двигателями при независимом управлении частотой угол сдвига между электромагнитными переменными приходится обеспечивать в информационной части системы, что существенно усложняет алгоритм управления.

В то же время в электроприводах с асинхронными двигателями часто управление моментом осуществляют приближенно путем регулирования только амплитуд (или модулей) электромагнитных переменных. Такое управление называют модульным или скалярным. Асинхронные электроприводы со скалярным управлением удовлетворяют требованиям до 70% производственных механизмов и имеют достаточно широкую область применения [4,13,14].

Для ряда механизмов требуется обеспечить регулирование в двух зонах - ниже номинальной скорости с постоянством момента ($M_c = \text{const}$) и выше номинальной с постоянством мощности ($P_c = \text{const}$). С этой целью в канал управления амплитудой напряжения включается звено с нелинейной характеристикой. При задании скорости выше номинальной коэффициент передачи канала управления амплитудой уменьшается, и электропривод переводится на управление по закону $\gamma = \sqrt{\alpha}$ (см. раздел 1.2.5.). При небольшом диапазоне регулирования скорости ($D \leq 10$) в первой зоне (скорость ниже номинальной) обратная связь по скорости обычно не используется.

При диапазоне $D \leq 20 \div 50$ в контуре регулирования скорости вместо обратной связи по скорости можно использовать обратную связь по ЭДС. В электроприводах с широким диапазоном регулирования целесообразно использовать обратную связь по скорости.

3.1.1. Скалярные системы управления скоростью асинхронных двигателей

При скалярном управлении напряжение статора формируется в виде гармонического сигнала и система контролирует его действующее значение. При таком подходе регулируется только установившийся режим работы АД. Частота напряжения статора и его амплитуда связаны между собой аналитической зависимостью в соответствии с выбранным закон частотного управления, рис.3.1.

При скалярном управлении различают независимое (а) и зависимое (б) управление частотой статора. В первом случае сигнал задания f_1 поступает от системы верхнего уровня, а в блоке ЗН происходит вычисление сигнала задания амплитуды напряжения $|U_{13}|$. Во втором случае система регулирования верхнего уровня задает сигнал абсолютного скольжения β_3 , а сигнал задания частоты статора определяется суммой β_3 и $p_{II}\omega$, причем ω измеряется датчиком скорости ДС:

$$\omega_1 = p_{II}\omega + \beta_3 \cdot \omega_{0\text{ном}}, \quad (3.1)$$

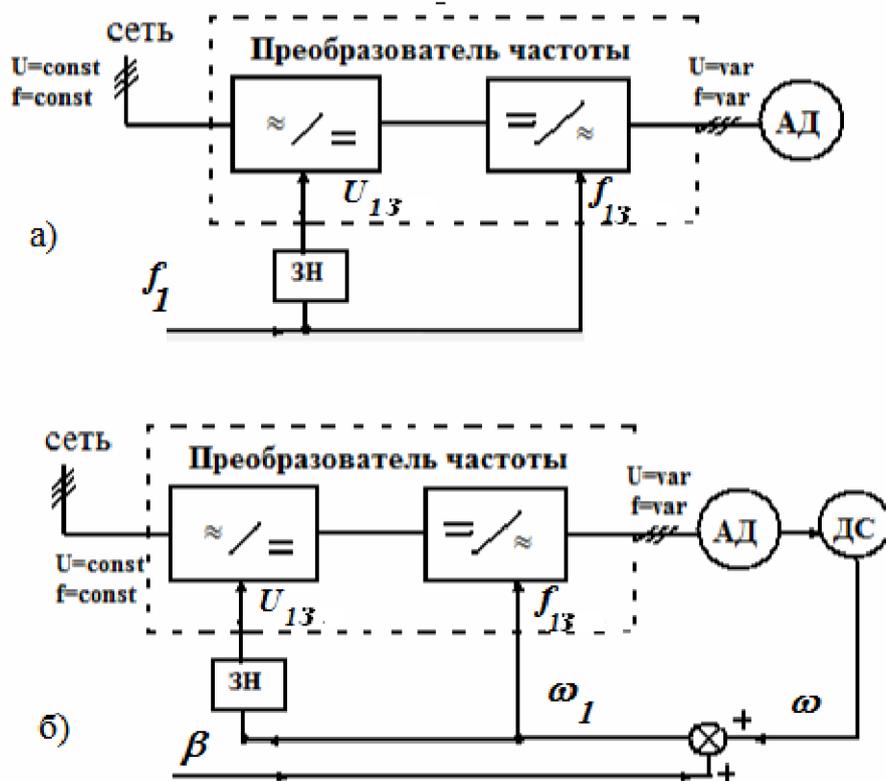


Рис. 3.1. Скалярные системы частотного управления с независимым (а) и зависимым (б) управлением

где $\beta_3 = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_{0\text{ном}}}$ - абсолютное скольжение.

Системы с независимым управлением частотой являются самыми простыми и используются для реализации различных законов $U(f)$.

Основной закон частотного регулирования Костенко и его модификации получены при условии равенства нулю активного сопротивления статора R_1 . Как показано в разделе 1.2.4, это приводит к значительному уменьшению пускового и критического моментов двигателя при уменьшении частоты.

С целью улучшения характеристик привода в закон управления вводится IR -компенсация, компенсация скольжения и вольтодобавка, рис.3.2.

Указанные сигналы и связи позволяют увеличить пусковой момент и жесткость механических характеристик двигателя.

В системах с зависимым управлением частотой выходного напряжения преобразователя входным сигналом является не частота, а требуемая скорость

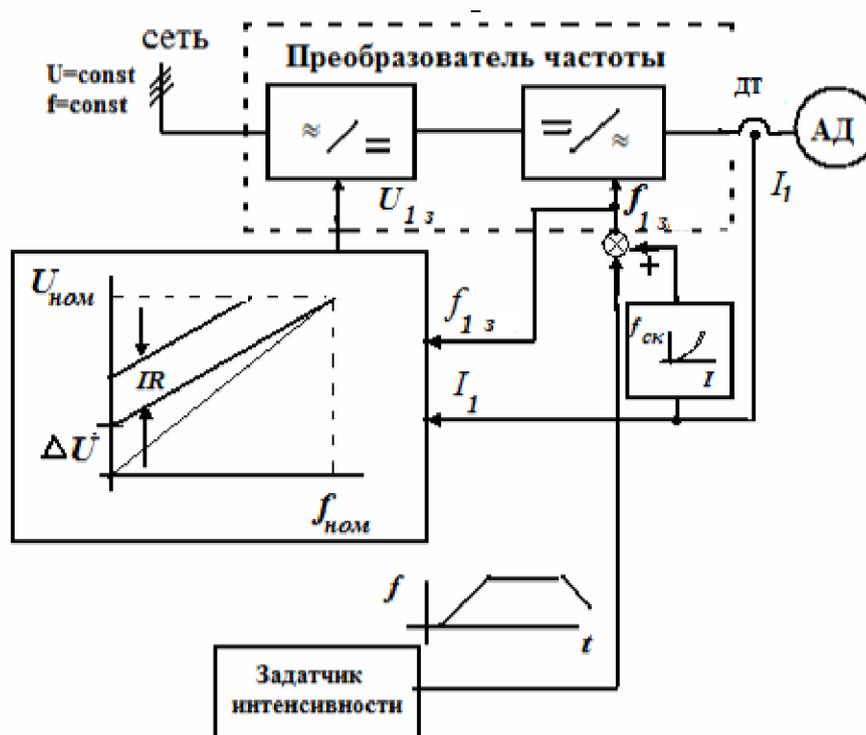


Рис.3.2. Система частотного управления с независимым управлением частотой, положительной обратной связью по току и вольтодобавкой

двигателя. Частота выходного напряжения определяется как сумма текущего значения скорости двигателя и величины ошибки по скорости, вызванной нагрузкой (рис. 3.1).

Здесь следует напомнить, что в режиме идеального холостого хода скорость двигателя строго соответствует частоте питающего напряжения и равна $\omega_0 = 2\pi f_1 / p_{II}$, здесь p_{II} - число пар полюсов двигателя. На рис.3.3. приведена функциональная схема такой системы.

В этой схеме, как и в ранее рассмотренной, возможно использование вольтодобавки и положительной связи по току, которая осуществляет IR -компенсацию и, тем самым, обеспечивает постоянство критического момента двигателя (1.25). Сигнал на выходе регулятора скорости РС пропорционален ошибке регулирования, он используется для определения требуемой частоты f_1 . Сигнал, пропорциональный f_1 поступает на вход преобразователя частоты как управляющее воздействие. При пуске скорость двигателя равна нулю, поэтому при формировании задания на величину напряжения суммируется не текущее значение скорости, а заданное, сумматор 3. Что касается задания на требуемое значение частоты, то оно формируется в соответствии с рис.3.1, сумматор 2. Тем самым обеспечивается

Рис. 3.2. Система частотного управления с независимым управлением частотой, положительной обратной связью по току и вольтодобавкой

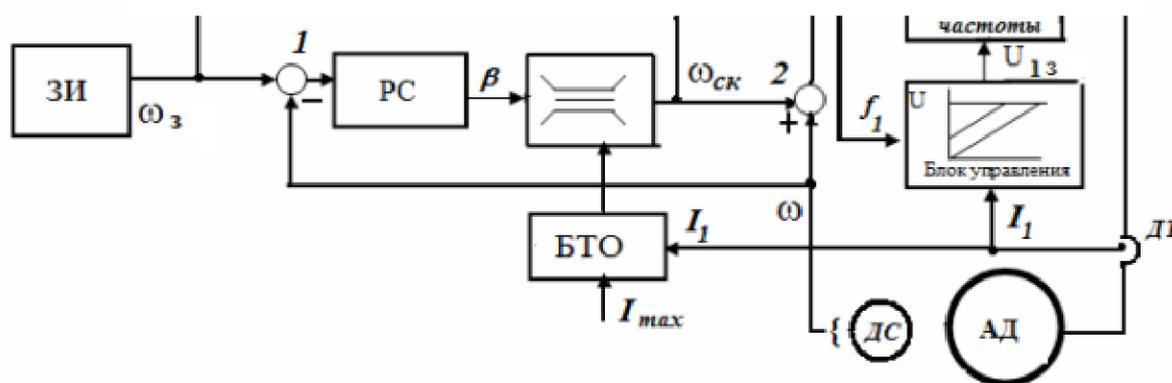


Рис.3.3. Система электропривода с зависимым управлением частотой выходного напряжения

форсированная подача напряжения на обмотки двигателя.

В схеме предусмотрен блок токоограничения БТО, который, воздействуя на частоту скольжения и, тем самым на f_1 , ограничивает величину тока двигателя на уровне I_{\max} .

3.1.2. Частотно-токовые скалярные системы управления асинхронными двигателями

В технике частотного управления широкое распространение получил частотно-токовый способ управления асинхронными двигателями, при котором управляющими воздействиями являются частота и амплитуда тока. Основная идея метода состоит в том, чтобы обеспечить стабилизацию потока (в данном случае потокосцепления ротора) без непосредственного его измерения. Для решения этой задачи находится зависимость потока от тока статора, который легко измерить.

Из уравнений ЭДС обмоток статора и ротора асинхронного двигателя с короткозамкнутым ротором

$$U_1 = R_1 I_1 + j\omega_0 \Psi_1, \quad 0 = R_2' I_2' + js\omega_0 \Psi_2 \quad (3.2)$$

находим потокосцепление ротора

$$\Psi_2 = -j \frac{R_2'}{s\omega_0} I_2' = j \frac{R_2' I_2'}{\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \frac{\omega_{1H}}{\omega_{1H}}} = j \frac{R_2' I_2'}{\beta \omega_{1H}}, \quad (3.3)$$

где $\beta = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_{1H}} = \frac{\omega_2}{\omega_{1H}}$ - абсолютное скольжение.

Электромагнитный момент двигателя также может быть выражен через потокосцепление

$$M = \frac{mR_2'}{\omega_{1H}\beta} (I_2')^2 = m\Psi_2 I_2'. \quad (3.4)$$

Потокосцепление ротора и момент асинхронного двигателя определяются током ротора и абсолютным скольжением. Если ток ротора задан, то ток статора может быть найден из схемы замещения (рис. 1.34) как сумма тока ротора и тока намагничивания

$$I_1 = I_\mu + I_2', \quad I_2' = \frac{\beta}{\sqrt{\{(R_2'/X_\mu)^2 + (1 + \sigma_2)^2 \beta^2\}}} I_1,$$

где $\sigma_2 = x_2' / X_{\mu}$ - коэффициент рассеяния.

Отношение токов ротора и статора не зависит от частоты и является только функцией абсолютного скольжения

$$I_2' = \frac{\beta}{F(\beta)} I_1. \quad (3.5)$$

Используя (3.5) можно выразить потокосцепление ротора и электромагнитный момент двигателя через параметр абсолютного скольжения β

$$\Psi_2 = \frac{R_2'}{\omega_{1H}} \frac{1}{F(\beta)} I_1, \quad M = m \Psi_2 \frac{\beta}{F(\beta)} I_1. \quad (3.6)$$

Из (3.6) видно, что для реализации условия $\Psi_2 = \Psi_{2ном} = const$ ток статора необходимо изменять в функции абсолютного скольжения

$$I_1 = \frac{\Psi_{2H} \omega_{1H}}{R_2'} F(\beta). \quad (3.7)$$

Функция $F(\beta) = \sqrt{\frac{R_1^2 + x_2'^2 \beta^2}{X_{\mu}^2}}$ показана на рис. 3.4.

Скалярная система частотно-токового управления представлена на рис. 3.5. Входными сигналами для преобразователя частоты ПЧ являются сигналы задания момента M_3 и частоты ω_{13} . Они формируются системой управления верхнего уровня, например, регулятором скорости РС. Сигнал абсолютного скольжения β подается на функциональный преобразователь ФП, который реализует зависимость $F(\beta)$ и вырабатывает сигнал задания тока статора I_{13} , поступающий на вход регулятора тока РТ.

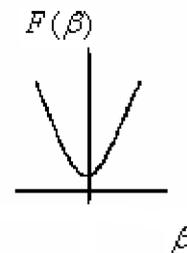


Рис. 3.4. График функции $F(\beta)$

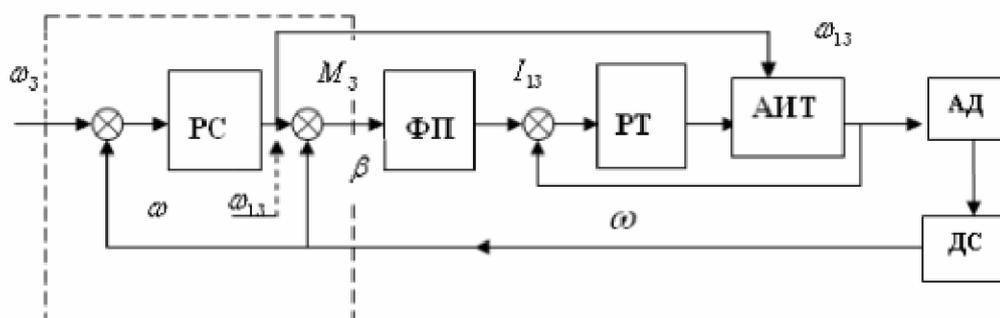


Рис. 3.5. Функциональная схема скалярной системы частотно-токового управления асинхронным двигателем

Такой привод является приводом с управляемым моментом. Его момент не зависит от скорости вращения двигателя, а механическая характеристика двигателя абсолютно мягкая (рис. 3.6,а).

Такой привод удобно использовать в тех случаях, когда он должен создавать силомоментные воздействия на объект регулирования, работа в режиме регулирования скорости возможна только том случае, если момент нагрузки зависит от скорости, рис.3.6,б. На рис. 3.6,б при заданной величине момента двигателя M_3 установившийся режим работы возможен в точке «а».

Для контроля мгновенного значения скорости или углового положения вала привод с управляемым моментом должен быть включен в замкнутую систему регулирования (на рис.3.6 показано штриховой линией).

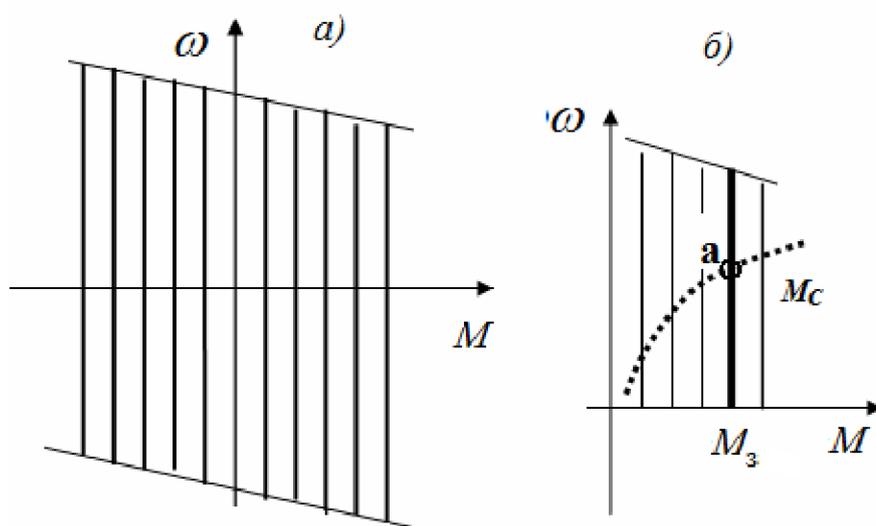


Рис.3.6. Механические характеристики асинхронного двигателя при частотно-токовом управлении

Скалярные системы просты в реализации, обеспечивая в установившихся процессах высокую перегрузочную способность асинхронных двигателей по моменту и потери энергии на уровне номинальных. Однако в переходных режимах могут появляться колебания момента и потока, что ограничивает их применение в высокодинамичных электроприводах.

3.2. Векторные системы управления асинхронными двигателями

3.2.1. Элементы теории. Математические модели асинхронного двигателя

Обобщенная электрическая машина. В теории электрических машин часто пользуются математической моделью в виде обобщенной двухфазной электрической

машины. Такая машина имеет по две обмотки на статоре и роторе, сдвинутые в пространстве на угол 90° .

Если такие обмотки питать переменными токами, сдвинутыми во времени на угол 90° , в воздушном зазоре создается вращающееся магнитное поле. При аналитическом описании процессов электромеханического преобразования энергии используются следующие допущения, позволяющие упростить модель:

- обмотки статора симметричны;
- поверхность статора и ротора принимается гладкой, чем достигается постоянство магнитного сопротивления и собственных индуктивностей обмоток;
- напряжения и токи строго синусоидальны.

На рис. 3.6. показана двухфазная модель электрической машины, у которой оси координат α и β связаны с обмотками статора и неподвижны в пространстве, а оси d и q вращаются вместе с ротором. Если принять что потокосцепления обмоток статора равны и синусоидальны, то:

$$\Psi_\alpha = \Psi_M \sin \omega_1 t, \quad \Psi_\beta = \Psi_M \sin(\omega_1 t - \frac{\pi}{2}) = \Psi_M \cos \omega_1 t. \quad (3.8)$$

В пространстве каждое потокосцепление может быть представлено вектором, направленным вдоль оси обмотки. Результирующее потокосцепление двух обмоток

$$\Psi_1 = \Psi_\alpha + \Psi_\beta \quad (3.9.)$$

Поскольку векторы Ψ_α и Ψ_β ортогональны, то модуль вектора Ψ_1 будет равен

$$|\Psi_1| = \sqrt{\Psi_\alpha^2 + \Psi_\beta^2} = \Psi_M \sqrt{(\sin^2 \omega_1 t + \cos^2 \omega_1 t)} = \Psi_M, \quad (3.10)$$

т.е. в симметричной двухфазной магнитной системе модуль результирующего вектора является величиной постоянной и равной модулям потокосцепления фазных обмоток.

Для векторного сложения составляющих потока Ψ_1 запишем потокосцепление в комплексной форме, совместив действительную ось с осью α , а мнимую - с осью β , тогда

$$\Psi_1 = \Psi_M (\cos \omega_1 t + j \sin \omega_1 t).$$

В показательной форме данное выражение будет иметь вид

$$\Psi_1 = |\Psi_1| e^{j\varphi}; \quad \varphi = \omega_1 t. \quad (3.11)$$

Умножение на $e^{j\varphi}$ означает поворот вектора на угол φ . Если угол φ изменяется с постоянной скоростью $\varphi = \omega_1 t$, то вектор $\Psi_1 = |\Psi_1| e^{j\varphi}$, не изменяясь во времени по модулю, вращается в пространстве с угловой скоростью ω_1 , численно равной угловой частоте тока статора $\omega_1 = 2\pi f_1$.

Таким образом, система двух неподвижных обмоток статора, питаемых переменным током, может быть заменена одной вращающейся обмоткой, питаемой постоянным током, потокосцепление которой равно результирующему потокосцеплению.

Если результирующий вектор однозначно определяет потокосцепление в каждой обмотке статора, его называют изображающим вектором. Для двухфазной машины результирующий вектор совпадает с изображающим.

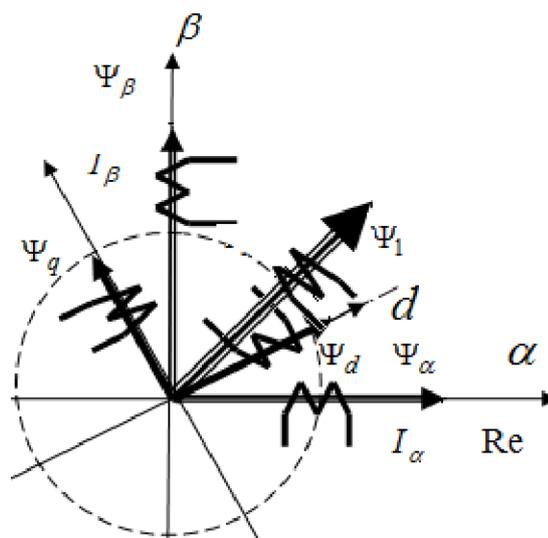


Рис. 3.6. Двухфазная модель электромеханического преобразователя энергии (электрической машины)

Для перехода от эквивалентной системы обмоток и потокосцеплений к реальной достаточно спроектировать результирующий вектор на оси обмоток α и β .

Как следует из рис. 3.6, эти проекции будут равны потокосцеплениям Ψ_α и Ψ_β . При непрерывном вращении вектора Ψ_1 его проекции будут отражать изменение потокосцеплений Ψ_α и Ψ_β во времени.

Аналогично может быть определен результирующий вектор потокосцепления ротора Ψ_2 , при этом предполагается, что магнитная система ротора симметрична, токи синусоидальны и сдвинуты по фазе на угол 90° .

Цель применения результирующих векторов заключается в упрощении математического описания. Для двухфазной модели задача сводится к простейшему варианту электромеханического взаимодействия двух обмоток, одна из которых расположена на статоре, а другая на роторе.

По аналогии с потокосцеплением могут быть определены результирующие векторы тока, ЭДС, напряжения.

Для обобщенной двухфазной машины уравнения ЭДС можно записать в виде:

$$U_1 = R_1 I_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} + j\omega_0 \Psi_1, \quad U_2' = R_2' I_2' + \frac{d\Psi_2}{dt} + j\omega \Psi_2. \quad (3.12)$$

Переменные в (3.12) представляют собой изображающие векторы напряжения, тока и потокосцепления, параметры ротора приведены к эквивалентным параметрам статора. Потокосцепления статора и ротора создаются токами в обеих обмотках, поэтому каждое потокосцепление является линейной комбинацией тока статора и приведенного тока ротора. Коэффициентами в этих уравнениях служат соответствующие индуктивности

$$\Psi_1 = L_1 I_1 + L_{12} I_2'; \quad \Psi_2 = L_2' I_2' + L_{12} I_1, \quad (3.13)$$

где L_1 и L_2 - собственные индуктивности обмоток статора и ротора; L_{12} - взаимная индуктивность.

Найдем активную мощность, потребляемую обмоткой статора, как действительную часть произведения вектора напряжения на сопряженный вектор тока статора

$$P_1 = \text{Re}\{U_1 I_1^*\}. \quad (3.14)$$

Подставив в (3.14) напряжение U_1 из (3.12), получим

$$P_1 = I_1 I_1^* R_1 + \text{Re}\left\{\frac{d\Psi_1}{dt} I_1\right\} + \text{Re}\{j\omega_0 \Psi_1 I_1^*\}. \quad (3.15)$$

Первое и второе слагаемые представляют собой потери в цепи статора и мощность, связанную с изменением энергии магнитного поля. Третье слагаемое - электромагнитная мощность, равная произведению электромагнитного момента на синхронную скорость:

$$P_{эм} = \omega_0 M = \text{Re}\{j\omega_0 \Psi_1 I_1^*\}, \quad (3.16)$$

откуда может быть найден электромагнитный момент асинхронной машины

$$M = \text{Re}\{j\Psi_1 I_1^*\}. \quad (3.17)$$

Выполнив преобразования переменных, можно получить другие формы записи электромагнитного момента асинхронного двигателя [3]:

$$\begin{aligned} M &= \text{Im}\{\Psi_2 I_2'\} \\ M &= \frac{L_{12}}{L_1} \text{Im}(\Psi_1 I_2'^*) \\ M &= L_{12} \text{Im}(I_1 I_2') \\ M &= \frac{L_{12}}{L_1 L_2' - L_{12}^2} \text{Im}(\Psi_1 \Psi_2^*) \end{aligned}$$

Делая вывод по данному разделу, можно

сказать, что выбор двухфазной машины в качестве обобщенной модели позволил в

наиболее компактной и наглядной форме получить математическое описание, отражающее основные особенности преобразования энергии для широкого класса двигателей.

Трехфазно-двухфазное преобразование. Динамика любой симметричной многофазной машины, имеющей m фаз статора и n фаз ротора, может быть путем замены переменных описана системой уравнений эквивалентной двухфазной машины. Использование двухфазной модели двигателя позволяет избежать значительных вычислительных трудностей, связанных с увеличением числа уравнений и параметров машины, и за счет этого облегчить понимание природы преобразования энергии во вращающейся машине [3]. При переходе от реальной трехфазной машины к ее двухфазной модели возникает задача преобразования реальных переменных X_{IA}, X_{IB}, X_{IC} к ортогональной системе координат α и β , т.е. к реальным переменным двухфазной машины. Данная задача должна решаться отысканием формул преобразования переменных при условии инвариантности мощности. Представим реальные переменные в виде векторов (рис.3.7) и будем полагать, что преобразованные переменные в осях α и β пропорциональны сумме проекций переменных X_{IA}, X_{IB}, X_{IC} на оси α и β .

Выполнив тригонометрические преобразования, получим

$$X_{\alpha} = \frac{3}{2}K_C(X_A - \frac{1}{2}X_B - \frac{1}{2}X_C), \quad X_{\beta} = \frac{\sqrt{3}}{2}K_C(X_B - X_C), \quad (3.19)$$

где K_C – согласующий коэффициент, выбор которого осуществляется из условия инвариантности мощности.

Переменные X_{2d} и X_{2q} для роторной цепи также определяются по (3.19) при соответствующей замене индексов.

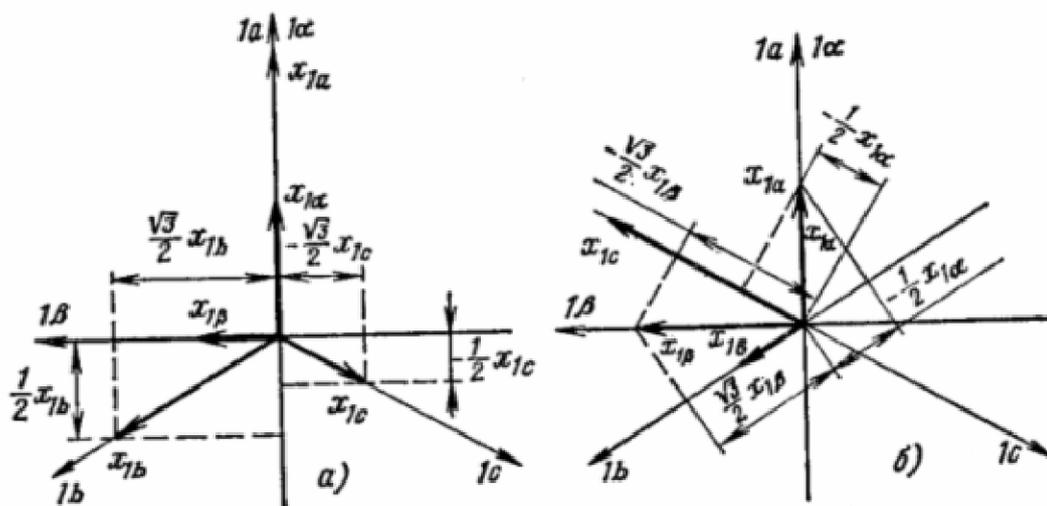


Рис. 3.7. Трехфазно-двухфазное преобразование переменных

Формулы обратного двухфазно-трехфазного преобразования можно получить с помощью рис. 3.7,б:

$$\begin{aligned}
 X_A &= K_C X_\alpha, \\
 X_B &= K_C \left(-\frac{1}{2} X_\alpha + \frac{\sqrt{3}}{2} X_\beta \right); \\
 X_C &= K_C \left(-\frac{1}{2} X_\alpha - \frac{\sqrt{3}}{2} X_\beta \right).
 \end{aligned}
 \tag{3.20}$$

Для определения согласующего коэффициента K_C , обеспечивающего выполнение условия инвариантности при преобразовании переменных, рассмотрим выражение для мгновенной мощности, потребляемой обмотками статора трехфазной машины из сети:

$$\begin{aligned}
 U_{1A} I_{1A} + U_{1B} I_{1B} + U_{1C} I_{1C} &= (K_C U_{1\alpha}) (K_C I_{1\alpha}) + \\
 &+ \left[K_C \left(-\frac{1}{2} U_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} U_{1\beta} \right) \right] \left[K_C \left(-\frac{1}{2} I_{1\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} I_{1\beta} \right) \right] + \\
 &+ \left[K_C \left(-\frac{1}{2} U_{1\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} U_{1\beta} \right) \right] \left[K_C \left(-\frac{1}{2} I_{1\alpha} - \frac{\sqrt{3}}{2} I_{1\beta} \right) \right] = \\
 &+ K_C^2 \left[\frac{3}{2} U_{1\alpha} I_{1\alpha} + \frac{3}{2} U_{1\beta} I_{1\beta} \right].
 \end{aligned}$$

Из условия баланса мощностей исходного трехфазного двигателя и его двухфазной модели необходимо, чтобы согласующий коэффициент имел значение

$$K_C = \sqrt{\frac{2}{3}}.$$

При этом

$$U_{1A}I_{1A} + U_{1B}I_{1B} + U_{1C}I_{1C} = U_{1\alpha}I_{1\alpha} + U_{1\beta}I_{1\beta}.$$

С учетом согласующего коэффициента формулы трехфазно - двухфазного преобразования (3.19) приобретают вид

$$\begin{aligned} X_{\alpha} &= \sqrt{\frac{2}{3}}(X_A - \frac{1}{2}X_B - \frac{1}{2}X_C); \\ X_{\beta} &= \sqrt{\frac{2}{3}}(\frac{\sqrt{3}}{2}X_B - \frac{\sqrt{3}}{2}X_C). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Формулы (3.21) представляют собой трехфазно-двухфазное преобразование, позволяющее реальный трехфазный асинхронный двигатель заменить эквивалентной системой двух ортогональных обмоток. Подставляя мгновенные значения переменных в (3.21) получим

$$X_{\alpha} = \frac{3}{2}K_C X_M \cos \omega t, \quad X_{\beta} = \frac{3}{2}K_C X_M \sin \omega t.$$

Результирующий пространственный вектор X_{Σ} представляет собой векторную сумму потокосцеплений X_{α} и X_{β} , т.е. $X_{\Sigma} = X_{\alpha} + jX_{\beta}$.

Модуль результирующего вектора $|X_{\Sigma}| = \sqrt{X_{\alpha}^2 + X_{\beta}^2} = \frac{3}{2}X_M$, а аргумент - $\phi = \omega t$.

В двухполюсной обобщенной машине число пар полюсов равно единице $P_{II} = 1$, поэтому угловая скорость результирующего вектора ω численно равна угловой частоте переменного тока.

В реальной многополюсной машине поле вращается медленнее в P_{II} раз, что необходимо учитывать при расчете характеристик реальных асинхронных двигателей.

Сравнивая потокосцепления X_{α} и X_{β} с аналогичными выражениями для двухфазной обобщенной модели можно заметить, что трехфазная система также образует вращающееся магнитное поле, но результирующий вектор потокосцепления в 1,5 раза превышает потокосцепление отдельных фаз. Это означает, что для соблюдения эквивалентности преобразования необходимо учитывать согласующий коэффициент K_C . Обратное двухфазно-трехфазное преобразование осуществляется с помощью изображающего вектора по (3.21).

В трехфазной системе изображающий вектор совпадает по направлению с результирующим, но отличается от него по величине $\Psi_{\Sigma} = 1.5\Psi_M$, поэтому множитель 3/2 будет встречаться в тех формулах, где из уравнений, записанных для

изображающего вектора, необходимо сделать выводы о переменных, зависящих от переменных трехфазного двигателя.

Математическое описание асинхронного двигателя при частотном управлении. Применяя трехфазно-двухфазное преобразование, короткозамкнутый асинхронный двигатель можно свести к обобщенной электрической машине. Воспользовавшись уравнениями (3.12), получим:

$$U_1 = R_1 I_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} + j\omega_O \Psi_1, \quad 0 = R_2' I_2' + \frac{d\Psi_2}{dt} + j\omega \Psi_2. \quad (3.22)$$

Недостатком этой математической модели является то, что уравнения записаны в разных системах координат. Первое уравнение в координатах $\alpha - \beta$, неподвижных относительно статора, а второе - в координатах $d - q$, неподвижных относительно ротора. Это затруднение можно преодолеть, записав оба уравнения в единой системе координат $x - y$ неподвижной относительно магнитного поля статора и вращающейся относительно обмоток статора со скоростью ω_0 . Поскольку ротор вращается со скоростью ω , то относительно вращающейся системы координат его скорость будет равна

$$\omega_0 - \omega = \frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0} \omega_0 = s\omega_0.$$

Тогда

$$\begin{aligned} U_1 &= R_1 I_1 + \frac{d\Psi_1}{dt} + j\omega_O \Psi_1; \\ 0 &= R_2' I_2' + \frac{d\Psi_2}{dt} + js\omega_O \Psi_2. \end{aligned} \quad (3.23)$$

В статическом режиме (3.23) принимает вид

$$U_1 = R_1 I_1 + j\omega_O \Psi_1 \quad \text{и} \quad 0 = R_2' I_2' + js\omega_O \Psi_2.$$

Если выразить потокосцепления через токи, то из (3.23) получим выражение

$$\begin{aligned}
 U_1 &= R_1 I_1 + j\omega_O(L_1 - L_{12})I_1 + j\omega_O L_{12}(I_1 + I_2'); \\
 0 &= R_2' I_2' / s + j\omega_O(L_2 - L_{12})I_2' + j\omega_O L_{12}(I_1 + I_2')
 \end{aligned}
 \tag{3.24}$$

где $I_1 + I_2 = I_\mu$ – вектор намагничивающего тока.

В уравнениях (3.24) целесообразно от индуктивностей перейти к индуктивным сопротивлениям, что позволит оценить изменение параметров асинхронного двигателя при изменении частоты.

$$\begin{aligned}
 U_1 &= I_1 R_1 + jX_1 \alpha I_1 + jX_{12} \alpha I_\mu; \\
 0 &= I_2' R_2' \alpha / \beta + jX_2' \alpha I_2' + jX_{12} \alpha I_\mu,
 \end{aligned}
 \tag{3.25}$$

где $\alpha = \omega_1 / \omega_{1H} = f_1 / f_{1H}$ – относительная частота напряжения и тока статора;

$\beta = \omega_2 / \omega_{1H} = \alpha s$ – абсолютное скольжение.

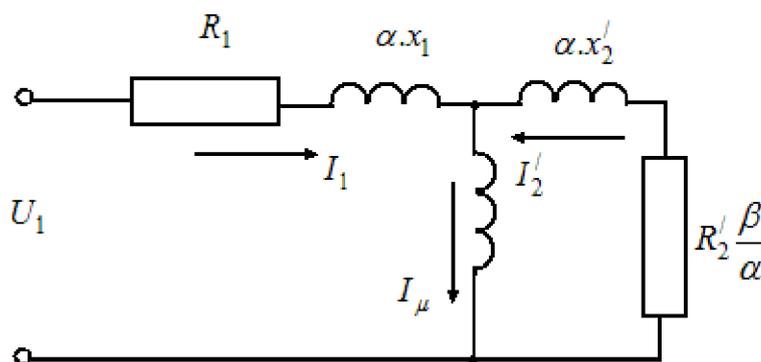


Рис. 3.8. Схема замещения АД при частотном регулировании

Системе уравнений (3.25) соответствует схема замещения, показанная на рис.3.8.

Чтобы получить момент реального трехфазного асинхронного двигателя, выражение (3.17) надо умножить на $3/2$, что позволит учесть

различие амплитуды изображающего вектора и модуля переменных двухфазной обобщенной модели асинхронного двигателя. Необходимо также иметь в виду, что реальный асинхронный двигатель имеет P_Π пар полюсов, поэтому скорость поля реального двигателя равна ω_0 / P_Π а не ω_0 , как в обобщенной машине. В результате для трехфазного асинхронного двигателя имеем

$$M = \frac{3}{2} P_\Pi \frac{L_{12}}{L_2'} \text{Im}\{\Psi_2^* I_1\}
 \tag{3.26}$$

Если векторы потокосцепления и тока представлены своими компонентами в ортогональной системе координат X-Y, вращающейся со скоростью поля и записаны в комплексной форме (действительная ось X),

$$\text{то } \Psi_2 = \Psi_{2X} - j\Psi_{2Y}; \quad I_1 = I_{1X} + jI_{1Y}.$$

Следовательно,

$$M = \frac{3}{2} P_n \frac{L_{12}}{L_2'} (\Psi_{2X} I_{1Y} - \Psi_{2Y} I_{1X}). \quad (3.27)$$

Как следует из (3.27) момент двигателя образуется взаимно перпендикулярными составляющими потока и тока.

3.2.2. Векторные системы частотного управления

Существуют три типа систем векторного управления в зависимости от выбранного для ориентации и стабилизации вектора потока: системы с ориентацией на вектор потока статора; системы с ориентацией на вектор потока в воздушном зазоре; системы с ориентацией на вектор потока ротора. Динамические свойства электроприводов во всех модификациях практически эквивалентны. Различия между

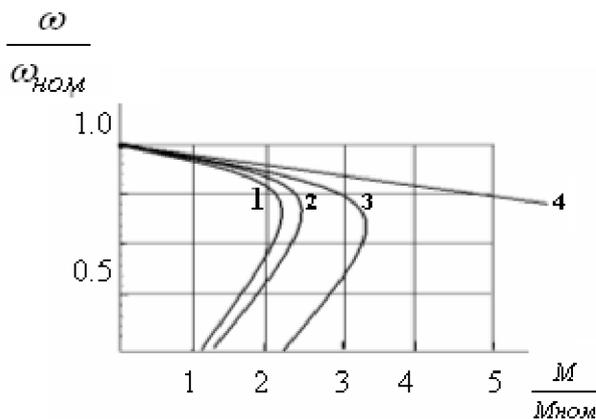


Рис. 3.9. Механические характеристики асинхронного двигателя при различных законах частотного управления:

- 1 - естественная, 2 - $\Psi_1 = const$,
- 3 - $\Psi_\mu = const$, 4 - $\Psi_2 = const$.

ними проявляются в статическом режиме, рис.3.9, (см. раздел 1).

Системы векторного управления со стабилизацией потока статора обеспечивают относительно малую кратность момента $\lambda_M = 1,5 - 2$, что в ряде случаев недостаточно. К достоинствам таких систем надо отнести отсутствие больших форсировок напряжения статора и полное использование магнитной системы двигателя.

Данный тип систем векторного управления не является широко распространенным. Стабилизация потока статора используется главным образом в электроприводах со скалярным

управлением (IR-компенсация), в тех случаях, когда к ним не предъявляется высоких требований по быстродействию.

Системы со стабилизацией потока в воздушном зазоре обеспечивают кратность момента $\lambda_M = 2 - 3$, но в переходных процессах требуется форсировка по напряжению статора. Из-за наличия потоков рассеяния рост момента сопровождается увеличением потока статора и возможностью насыщения магнитной системы. Для предотвращения этого явления при больших нагрузках необходимо снижать поток в воздушном зазоре.

Системы со стабилизацией потока ротора теоретически обеспечивают неограниченную кратность момента и линейные механические характеристики. Однако при больших моментах из-за наличия потоков рассеяния происходит насыщение статора. Для исключения этого приходится уменьшать поток ротора, что приводит к падению жесткости механических характеристик. Практически достигаемая кратность момента составляет $\lambda_M = 3 - 4$. В переходных процессах требуются значительные форсировки по напряжению статора асинхронного двигателя и он испытывает большие термические перегрузки.

Векторные системы управления формируют мгновенные значения управляющих воздействий (ток, напряжение) и поддерживают ортогональность векторов, определяющих момент двигателя (3.26, 3.27).

Для поддержания потокосцепления постоянным как в установившихся, так и в переходных режимах, необходимо регулировать не только величину, но и фазу (или отдельно каждую проекцию) результирующего вектора. Отсюда происходит второе название таких систем - системы с ориентацией по полю.

Информацию о потоке можно получить либо путем прямого измерения потока, либо путем его вычисления по моделям двигателя.

Векторные системы управления оперируют не с реальными переменными, а с их преобразованными значениями. Для этой цели используются координатные преобразования, которые являются не только эффективным средством упрощения анализа характеристик электропривода, но и открывают определенные возможности синтеза управляющих устройств для автоматического управления приводами переменного тока.

Для выявления этих возможностей положим, что система частотного управления обеспечивает поддержание постоянства потокосцепления ротора $\Psi_2 = const$, и, воспользовавшись уравнениями (3.23), (3.27), запишем для статического режима уравнения механической характеристики в осях X-Y, вращающихся со скоростью поля статора:

$$\begin{aligned} U_{1x} &= I_{1x}R_{1x} - \omega_0 \Psi_{1y}, & U_{1y} &= I_{1y}R_{1y} + \omega_0 \Psi_{1x}, \\ 0 &= I_{2x}'R_{2x}' - s\omega_0 \Psi_{2y}, & 0 &= I_{2y}'R_{2y}' + s\omega_0 \Psi_{2x}, \end{aligned} \quad (3.28)$$

Если $M = \frac{3}{2}P_{II} \frac{L_{12}}{L_2} (I_{1y} \Psi_{2x} - I_{1x} \Psi_{2y})$, совместить X с вектором

Ψ_2 , то тогда проекции тока и потокосцепления будут равны:

$\Psi_{2x} = \Psi_{2\max} = const$, $\Psi_{2y} = const$, $I_{2x} = 0$. Система (3.28) принимает вид:

$$\begin{aligned} U_{1x} &= I_{1x}R_{1x} - \omega_0 \Psi_{1y}, \\ U_{1y} &= I_{1y}R_{1y} + \omega_0 \Psi_{1x}, \\ 0 &= I_{2y}'R_{2y}' + s\omega_0 \Psi_{2\max}, \\ M &= \frac{3}{2}P_{II} \frac{L_{12}}{L_2} I_{1y} \Psi_{2\max}. \end{aligned} \quad (3.29)$$

Полученный результат свидетельствует о том, что так как [3] $\Psi_{2x} = L_2 I_{2x} + L_{12} I_{1x} = L_{12} I_{1x} = \Psi_{2\max}$, проекция результирующего вектора тока статора I_1 на ось X является намагничивающей - «намагничивающий ток машины», то электромагнитный момент при $\Psi_{2\max}$ будет пропорционален проекции вектора тока статора на ось Y - I_{1y}

$$M = \frac{3}{2}P_{II} \frac{L_{12}}{L_2} \Psi_{2\max} I_{1y} = K_M I_{1y}. \quad (3.30)$$

Отсюда следует, что если при управлении асинхронным двигателем оперировать не с реальными переменными, а с их преобразованными значениями, можно отдельно управлять величинами магнитного потока и момента двигателя, имея дело не с синусоидальными переменными величинами, а с их преобразованными постоянными значениями. Это позволяет строить систему управления аналогично принципам, используемым для двигателей постоянного тока. Основой для таких систем является информация о мгновенном значении и пространственном положении вектора потокосцепления Ψ_2 в воздушном зазоре, измерение которого обычно осуществляется с помощью датчиков Холла.

Рассмотрим один из вариантов такой системы, разработанный фирмой Siemens и получивший название Transvektor, рис.3.11.

В соответствии с изложенным, для реализации управления потоком и моментом двигателя необходимо измерить мгновенные трехфазные токи статора, поток в зазоре, осуществить преобразование трехфазных переменных к эквивалентным двухфазным, произвести координатное преобразование к осям, ориентированным по полю. Определенные таким образом I_{1x} и I_{1y} надо сравнить с их заданными значениями, получить сигналы управления потоком и моментом в осях X и Y, а затем осуществить обратные преобразования: координатное и двухфазно-трехфазное для управления преобразователем частоты. Структура системы векторного управления асинхронным двигателем [12] показана на рис. 3.10.



Рис. 3.10. Структура системы векторного управления

В соответствии с этой структурой построена и рассматриваемая система регулирования, рис.3.11. Система имеет два внешних контура регулирования – модуля вектора потокосцепления ротора $|\Psi_2|$ и угловой скорости ω двигателя, а также два подчиненных контура регулирования составляющих тока статора I_{1x} и I_{1y} в осях X-Y ортогональной системы координат, вращающейся со скоростью вращения поля. Сигнал задания потокосцепления формируется в специальном вычислительном устройстве ВУ, использующем математическую модель АД и вводимые в нее реальные параметры двигателя. На схеме рис.3.11 они показаны в виде совокупности внешних сигналов $X_{вн}$. Сигнал задания на скорость ω подается от задатчика интенсивности ЗИ, который формирует темп изменения скорости двигателя в соответствии с требованиями технологического процесса.

Для измерения текущих значений переменных в схеме используются датчики скорости (тахогенератор ТГ), тока (ДТ) и потока (ДП).

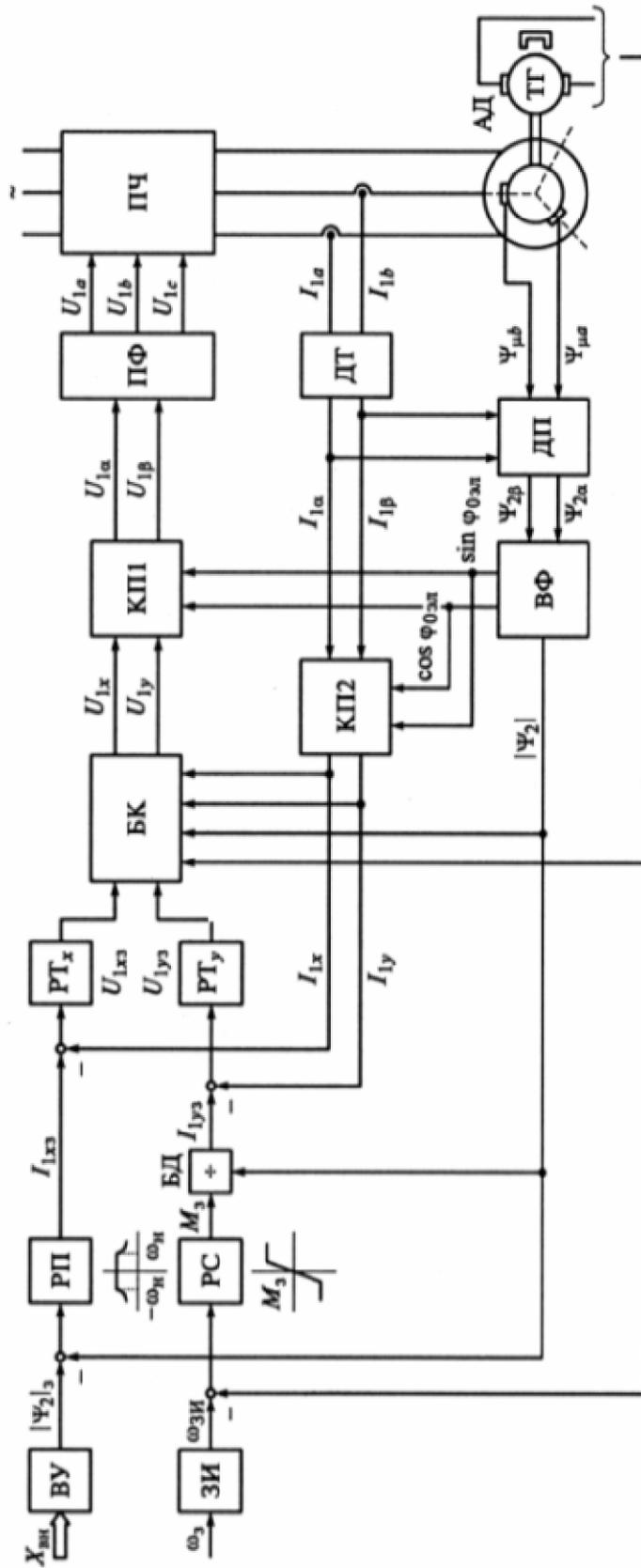


Рис. 3.11. Функциональная схема системы регулирования скорости АД с управлением по вектору потокосцепления ротора

Датчик потока преобразует измеренные с помощью датчиков Холла трехфазные значения потока в воздушном зазоре $\Psi_{\mu A}$ и $\Psi_{\mu B}$ к осям $\alpha - \beta$, неподвижным относительно статора. Преобразование совершается в соответствии с правилами трехфазно-двухфазного преобразования.

Датчик тока совершает аналогичные преобразования с текущими значениями токов статора, формируя на выходах значения $I_{1\alpha}$ и $I_{1\beta}$.

Преобразование переменных из неподвижной системы координат $\alpha - \beta$ в переменные во вращающейся системе координат $X - Y$ осуществляется с помощью векторного фильтра ВФ и преобразователя координат КП2. Векторный фильтр вычисляет модуль потокосцепления статора

$$|\Psi_2| = \sqrt{\Psi_{2\alpha}^2 + \Psi_{2\beta}^2}$$

и тригонометрические функции $\cos \theta_c = \Psi_{2\alpha} / |\Psi_2|$; $\sin \theta_c = \Psi_{2\beta} / |\Psi_2|$,

где θ_c - угол поворота координатной системы $\alpha - \beta$ относительно координатной системы $X - Y$ ($\theta_c = \omega_{0эл} t$).

Преобразователь КП2 производит умножение переменных в осях $\alpha - \beta$ на $e^{-j\theta_c}$, в соответствии с формулами (3.31), что означает поворот вектора на угол $\theta_c = \omega_{0эл} t$.

$$i_{1x} = i_{1\alpha} \cos \theta_c + i_{1\beta} \sin \theta_c, \quad i_{1y} = -i_{1\alpha} \sin \theta_c + i_{1\beta} \cos \theta_c. \quad (3.31)$$

Поскольку вектор потокосцепления ротора в системе координат $X - Y$ совмещен с осью X , т.е. $|\Psi_2| = \Psi_{2X}$, $\Psi_{2Y} = 0$, то составляющая тока статора I_{1X} определяет магнитный поток двигателя. При этом составляющая тока статора I_{1Y} , подобно току якоря машины постоянного тока, определяет электромагнитный момент двигателя.

Задание на составляющую тока статора I_{1Y3} , в соответствии с (3.30), формируется из выходного сигнала регулятора скорости, пропорционального требуемому моменту, путем деления этого сигнала в блоке БД на модуль потокосцепления ротора $|\Psi_2|$. Ограничение выходного сигнала РС обеспечивает ограничение задания на электромагнитный момент двигателя.

Сигнал задания составляющей тока статора I_{1X3} формируется на выходе регулятора потока РП, на входе которого сравниваются сигналы задания и реальные значения модуля потокосцепления ротора.

Сигналы задания составляющих тока статора по осям X и Y сравниваются на входах регуляторов токов PT_X и PT_Y с текущими значениями составляющих тока

$$W_{\text{ПРЭ}}(S) = \frac{K_{\text{ПРЭ}}}{1 + T_{\text{ПРЭ}}S},$$

где $K_{\text{ПРЭ}}$ - эквивалентный коэффициент передачи преобразователя частоты, $T_{\text{ПРЭ}}$ - эквивалентная постоянная времени преобразователя частоты.

Обозначим $R_{\Sigma} = R_1 + R_2'K_2^2$, $L_1/R_{\Sigma} = T_{\text{ЭЛ1}}$, $L_2'/R_2' = T_{\text{ЭЛ2}}$, $K_2 = L_{12}/L_2'$, $L_1 = L_1\sigma + L_2'\sigma$, где σ - коэффициент рассеяния потоков статора и ротора, R_1 и R_2' - активные сопротивления обмоток статора и ротора, L_1 и L_2' - индуктивности обмоток статора и ротора, приведенные к статору; R_{Σ} - полное сопротивление цепи фазной обмотки АД, $T_{\text{ЭЛ1}}, T_{\text{ЭЛ2}}$ - электромагнитные постоянные времени.

С учетом принятых обозначений передаточные функции двигателя будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{|\Psi_2(S)|}{I_{1X}(S)} &= \frac{K_2 L_2'}{T_{\text{ЭЛ2}}S + 1}, \\ \frac{I_{1X}(S)}{U_{1X}(S)} &= \frac{K_{\text{ПРЭ}}}{(T_{\text{ПРЭ}}S + 1)} \frac{1/R_{\Sigma}}{(T_{\text{ЭЛ1}}S + 1)}, \\ \frac{I_{1Y}(S)}{U_{1Y}(S)} &= \frac{K_{\text{ПРЭ}}}{(T_{\text{ПРЭ}}S + 1)} \frac{1/R_{\Sigma}}{(T_{\text{ЭЛ2}}S + 1)}, \\ M(S) &= \frac{3}{2} p_n K_2 |\Psi_2(s)| I_{1Y}(S), \\ \frac{\omega(S)}{M(S) - M_C(S)} &= \frac{1}{JS}. \end{aligned}$$

Контуры регулирования токов I_{1X} и I_{1Y} в полученной структурной схеме одинаковы. Малой некомпенсированной постоянной времени является $T_{\text{ПРЭ}}$, регуляторы токов ТР1 и ТР2 целесообразно выбирать пропорционально-интегральными с целью компенсации больших постоянных времени $T_{\text{ЭЛ1}}$ и $T_{\text{ЭЛ2}}$. Синтез регулятора скорости ведется традиционными для систем подчиненного регулирования методами. Последовательно с регулятором скорости установлен блок деления БД, компенсирующий влияние узла умножения, необходимого для формирования электромагнитного момента двигателя.

Векторная частотно-токовая система регулирования

Рассмотренная векторная система регулирования, несмотря на все ее достоинства, имеет очень серьезный недостаток, связанный с необходимостью измерения потока двигателя. Это ограничивает возможную область применения таких систем, так как измерение потока практически возможно лишь в тех случаях, когда датчик потока установлен при изготовлении двигателя.

Задача построения векторной системы может быть значительно упрощена, если применить разомкнутый канал регулирования потока. Воспользовавшись двухфазной моделью двигателя и полагая потокосцепление Ψ_2 и момент двигателя заданными, можно построить векторную диаграмму тока статора рис.3.13, определяющую принцип управления. Диаграмма построена в осях X-Y, вращающихся со скоростью поля ротора, причем ось X совмещена с вектором Ψ_2 .

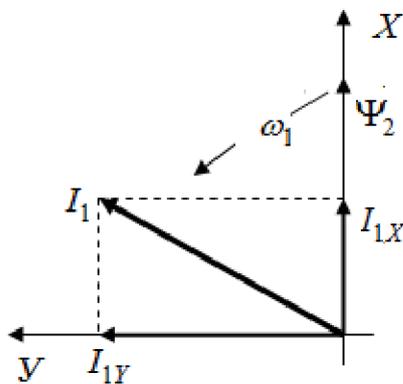


Рис.3.13. Векторная диаграмма тока статора

При известной величине $\Psi_{2\max}$ (задается системой верхнего уровня) составляющая тока статора I_{1X} может быть найдена из уравнения (см. раздел 3.2.1) $I_{1X} = \Psi_{2\max} / L_{12}$.

Составляющая тока I_{1Y} находится из (3.7). Две составляющие тока I_{1X} и I_{1Y} однозначно определяют модуль и фазу вектора I_1 относительно вектора Ψ_2 .

$$I_1 = \sqrt{I_{1X}^2 + I_{1Y}^2}, \quad \varphi = \arctg I_{1Y} / I_{1X}.$$

Частота тока статора определяется как $f_1 = p_{II} f \pm f_{СК}$, где f - частота вращения ротора, $f_{СК}$ - частота скольжения, знаки \pm соответствуют двигательному и генераторному режимам работы асинхронного двигателя.

которого обрабатываются электронным блоком с целью получения сигналов обратной связи по положению и скорости. Регулятор скорости РС включает формирователь амплитуды и фазы тока статора ФАФТ, формирователь заданного значения токов статора ФЗТС, формирователь частоты скольжения ротора ФЧС, формирователь частоты фазных токов статора ФЧТС. Сигнал I_{1X} , пропорциональный потоку двигателя, получается в результате обработки синусоидальных сигналов задания фазных токов АД.

Разностный сигнал I_{1Y} соответствует величине момента нагрузки двигателя, т.е. частоте скольжения. Частота скольжения вычисляется по модели двигателя, поэтому необходимо учитывать температурные изменения параметров. Коррекция параметров двигателя осуществляется по сигналу датчика температуры ДТ, встроенного в двигатель.

$$\omega_{СК} = \frac{R_2 \omega_{1НОМ}}{X_2 I_{1X}} I_{1Y} [1 + \alpha_T (\theta - \theta_0)],$$

где α_T - температурный коэффициент сопротивления, θ - температура обмоток двигателя, θ_0 - температура, при которой заданы сопротивления обмоток. С помощью датчика температуры также осуществляется защита двигателя от перегрева. Привод отключается при температуре двигателя выше 150 градусов.

При работе с ослаблением потока частота ω_C должна зависеть от соотношения I_{1X} / I_{1Y} , при этом электромагнитный момент будет меняться пропорционально I_{1X} .

По результирующему вектору тока статора (амплитуда и фаза этого вектора сформированы в блоке ФАФТ) ФЗТС формирует синусоидальные сигналы задания фазных токов, причем в данном приводе формируются задания только для фаз А и В, так как в трехфазной симметричной системе третий ток может быть определен из соотношения $I_{1A} + I_{1B} + I_{1C} = 0$. Полученные сигналы поступают на вход трехфазного релейного регулятора тока, который в соответствии с заданием управляет токами в фазных обмотках двигателя.

4. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В СИСТЕМЕ ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Система электропривода с минимальным потреблением энергии

Сформулируем задачу об управлении в системе привода. Объектом управления является замкнутый контур регулирования момента двигателя. Уравнение объекта управления запишем в следующем виде:

$$M + T_e M^{(1)} = \frac{k_M}{k_T} U_{st},$$

где M – момент на валу двигателя; T_e – постоянная времени; U_{st} – сигнал задания на входе контура, $[U_{st}] = В$; k_M, k_T – коэффициенты,

$$[k_T] = Ом, [k_M] = \frac{Н \cdot м}{А}.$$

Момент M равен сумме момента сопротивления M_c и динамического момента

$$M = M_c + J \omega^{(1)},$$

где J – момент инерции вала двигателя; $\omega^{(1)} = \varepsilon$ – угловое ускорение вала.

Уравнение объекта управления получаем в окончательном виде, подставив в формулу M :

$$U_{st} = \frac{k_T}{k_M} (JT_e \omega^{(2)} + J \omega^{(1)} + M_c^{(1)} T_e + M_c),$$

где $\omega^{(2)} = \varepsilon^{(1)} = \rho$ – угловой рывок вала двигателя.

Формула потребляемой двигателем энергии:

$$W_э = \int_0^t UI dt,$$

где t – текущее значение времени после пуска привода при $t = 0$; $U = \text{const}$ – напряжение питания; I – электрический ток в обмотке двигателя.

Воспользуемся законом Кирхгофа для электрической цепи, содержащей обмотку якоря двигателя постоянного тока

$$U = IR + L \frac{dI}{dt} + k_e \omega,$$

где R – активное сопротивление цепи; L – индуктивность обмотки;

$k_e = \text{const}$ – коэффициент, $[k_e] = \frac{\text{В} \cdot \text{с}}{\text{рад}}$.

Формула потребляемой электроэнергии содержит сумму трех интегралов

$$W_э = \int_0^t I^2 R dt + L \int_0^t I \frac{dI}{dt} dt + k_e \int_0^t I \omega dt.$$

Второй интеграл равен

$$\frac{1}{2} L [I^2(t) - I^2(0)].$$

Подставим формулу тока в сумму $W_э$

$$I = \frac{M}{k_M} = \frac{M_c + J \omega^{(1)}}{k_M},$$

заменив текущее значение времени t на заданное конечное значение T .

Получим

$$\begin{aligned} W_э = & \int_0^T \frac{R}{k_M} (M_c + J \omega^{(1)})^2 dt + \frac{1}{2} L [I^2(T) - I^2(0)] + \\ & + \frac{k_e}{k_M} \int_0^T M_c \omega dt + \frac{k_e}{k_M} J \int_0^T \omega^{(1)} \omega dt. \end{aligned}$$

Здесь численно $\frac{k_e}{k_M} = 1$, $\left[\frac{k_e}{k_M} \right] = \frac{\text{ВТ} \cdot \text{с}}{\text{Н} \cdot \text{м}}$.

$$\frac{k_e}{k_M} J \int_0^T \omega^{(1)} \omega dt = \frac{1}{2} \frac{k_e}{k_M} J [\omega^2(T) - \omega^2(0)],$$

$I(0)$ и $\omega(0)$ – начальные условия, $I(T)$ и $\omega(T)$ – конечные условия переходного процесса.

Перейдем к решению вариационной задачи, минимизируем энергию $W_э$. Для этого рассмотрим функционал

$$\bar{J} = \int_0^T \left[\frac{R}{k_M^2} (M_c + J \omega^{(1)})^2 + M_c \omega \right] dt + c_1 + c_2,$$

где $c_1 = \frac{1}{2} L [I^2(T) - I^2(0)] = \text{const}$; $c_2 = \frac{1}{2} \frac{k_e}{k_M} J [\omega^2(T) - \omega^2(0)] = \text{const}$.

Требуется найти необходимое условие минимума \bar{J} , то есть найти функцию $\omega(t)$, называемую экстремалью, которой соответствует $\min \bar{J}$. Известно, что экстремали функционалов \bar{J} и $\bar{J} + c_1 + c_2$ совпадают. Поэтому принимаем к рассмотрению функционал

$$\bar{J} = \int_0^T \left[\frac{R}{k_M^2} (M_c + J \omega^{(1)})^2 + M_c \omega \right] dt.$$

Зададим приращение угла поворота вала электродвигателя на отрезке времени от нуля до T

$$\int_0^T \omega dt = (\Delta\alpha)_s = \text{const}.$$

В соответствии с методом неопределенных множителей Лагранжа для нахождения экстремали сначала требуется минимизировать функционал

$$J^* = \int_0^T \left[\frac{R}{k_M^2} (M_c + J \omega^{(1)})^2 + M_c \omega + \lambda \omega \right] dt,$$

где $\lambda = \text{const}$ – неопределенный множитель Лагранжа. Величину λ находим из условия $\Delta\alpha(T) = (\Delta\alpha)_s$.

В данной задаче переменные $\omega, \omega^{(1)}$ изменяются в открытой области, то есть их значения не ограничены. Управление U_{st} тоже не ограничено.

Необходимым условием минимума J^* является уравнение Эйлера

$$\frac{\partial F^*}{\partial \omega} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F^*}{\partial \omega^{(1)}} = 0,$$

где F^* - подынтегральное выражение J^* .

Формулы частных производных

$$F_{\omega}^* = \frac{\partial F^*}{\partial \omega} = M_c + \lambda;$$

$$F_{\omega^{(1)}}^* = \frac{\partial F^*}{\partial \omega^{(1)}} = \frac{2RJ}{k_M^2} (M_c + J \omega^{(1)}).$$

Приходим к уравнению Эйлера

$$M_c + \lambda - \frac{2RJ}{k_M^2} (M_c^{(1)} + J \omega^{(2)}) = 0,$$

откуда следует закон оптимального изменения углового рывка

$$\omega_{\text{opt}}^{(2)} = \frac{k_M^2}{2RJ^2} (M_c + \lambda) - \frac{1}{J} M_c^{(1)}.$$

Подставим $\omega_{\text{opt}}^{(2)}$ в формулу

$$U_{\text{st}} = \frac{k_T}{k_M} (J T_e \omega^{(2)} + J \omega^{(1)} + M_c^{(1)} T_e + M_c)$$

и получим закон оптимального управления

$$\begin{aligned} (U_{\text{st}})_{\text{opt}} &= \frac{k_T}{k_M} \left[\frac{k_M^2 T_e}{2RJ} (M_c + \lambda) - T_e M_c^{(1)} + J \omega^{(1)} + M_c^{(1)} T_e + M_c \right] = \\ &= \frac{k_T}{k_M} J \omega^{(1)} + \left(\frac{k_T}{k_M} + \frac{k_T k_M T_e}{2RJ} \right) M_c + \frac{k_T k_M T_e}{2RJ} \lambda. \end{aligned}$$

Рассмотрим частный случай, когда $M_c = \text{const}$, то есть $M_c^{(1)} = 0$.

Тогда

$$\omega^{(1)} = \frac{k_M^2}{2RJ^2} (M_c + \lambda) t + c_1,$$

где $c_1 = \text{const}$.

В результате

$$(U_{\text{st}})_{\text{opt}} = \frac{k_T \cdot k_M}{2RJ} (M_c + \lambda) (t + T_e) + \frac{k_T}{k_M} M_c + \frac{k_T J}{k_M} c_1.$$

Принимаем, что система привода работает в позиционном режиме: $\omega(0) = \omega(T) = 0$.

Формула угловой скорости вала

$$\omega = \frac{k_M^2}{4RJ^2} (M_c + \lambda) t^2 + c_1 t + c_2.$$

Постоянная c_2 равна нулю. Постоянную c_1 находим из условия

$$\omega(T) = 0 = \frac{k_M^2}{4RJ^2}(M_c + \lambda)T^2 + c_1T,$$

$$c_1 = -\frac{k_M^2(M_c + \lambda)T}{4RJ^2}.$$

Формула ω имеет следующий вид:

$$\omega = \frac{k_M^2}{4RJ^2}(M_c + \lambda)(t^2 - tT).$$

Угол поворота вала при $t = T$ равен

$$\frac{k_M^2}{4RJ^2}(M_c + \lambda)\left(\frac{T^3}{3} - \frac{T^2}{2}\right) = (\Delta\alpha)_s.$$

Отсюда находим величину λ

$$\lambda = -\frac{(\Delta\alpha)_s}{k_M^2 T^3} 24RJ^2 - M_c.$$

Итак, закон управления представляет собой функцию времени

$$(U_{st})_{opt} = \frac{6k_T J}{k_M T^2} \left(-2\frac{t+T_e}{T} + 1\right) (\Delta\alpha)_s + \frac{k_T}{k_M} M_c.$$

Угол поворота вала изменяется в соответствии с формулой

$$\alpha(t) = \Delta\alpha(t) = \frac{6}{T^3} \left(\frac{T}{2}t^2 - \frac{t^3}{3}\right) (\Delta\alpha)_s.$$

Целесообразной является следующая реализация данного позиционного режима.

При $t = 0$ $U_{st} = U_{st}(0)$. Затем управление U_{st} изменяется по оптимальному закону. При $\Delta\alpha = (\Delta\alpha)_s$ конечный выключатель переводит задатчик $(U_{st})_{opt}$ в исходное состояние: $U_{st} = 0$. Далее перемещенное механическое звено либо остается в состоянии покоя, либо в соответствии с программой перемещается по оптимальному закону с новым заданием $(\Delta\alpha)_s$.

Рассмотренная оптимизация движения вала двигателя постоянного тока применима к электродвигателям других типов, например, к асинхронному электродвигателю с короткозамкнутым ротором. Это возможно при частотно-токовом управлении (скалярном),

обеспечивающим пропорциональность момента, развиваемого двигателем, и тока в фазной обмотке статора. Например, приближенно закон частотно-токового управления можно применить, воспользовавшись формулой

$$f = \frac{p_{II} m r_2'}{2\pi k_M} I + \frac{p_{II}}{2\pi} \omega,$$

где f - частота тока в обмотке статора; p_{II} - число пар полюсов; m - число фаз; r_2' - активное сопротивление фазы вторичной цепи двигателя в схеме замещения; k_M - назначенный коэффициент пропорциональности между моментом M и током I ; ω - угловая скорость двигателя.

Рассмотренный подход к минимизации потребляемой энергии пригоден для электропривода с любым двигателем при условии, что объектом оптимального управления является быстродействующий контур регулирования движущего момента (то есть тока). Момент сопротивления M_c принят статическим.

Однако, аналогично решается задача минимизации потребляемой электроэнергии для случая, когда M_c зависит от времени. Имеется в виду, что эта зависимость известна и может быть записана в виде формулы. Если функция $M_c(t)$ неизвестна, либо она изменяется случайно, либо ее определение на практике затруднительно, то следует отказаться от применения метода неопределенных множителей Лагранжа.

Система с минимальным нагревом двигателя

Требуется найти закон управления контуром регулирования момента двигателя для позиционного режима привода, которому соответствует наименьший нагрев. Заданы отрезок времени от нуля до $t = T$ и приращение угла поворота вала на этом отрезке, равное $(\Delta\alpha)_s$.

Рассмотрению подлежит функционал

$$J^* = \int_0^T \left[\frac{R}{k_M^2} (M_c + J\omega^{(1)})^2 + \lambda\omega \right] dt,$$

где R - сопротивление обмотки двигателя, k_M - коэффициент пропорциональности между электрическим током в обмотке и моментом;

$M_c = \text{const}$; $J = \text{const}$; $\omega^{(1)}$ - угловое ускорение вала.

$$M = M_c + J\omega^{(1)};$$

λ - неопределенный множитель Лагранжа.

$$\text{Здесь } \int_0^T \omega dt = (\Delta\alpha)_s.$$

Составим уравнение Эйлера (необходимое условие минимума энергии нагрева), варьируя переменную ω

$$\frac{\partial F^*}{\partial \omega} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F^*}{\partial \omega^{(1)}} = 0.$$

$$\text{Здесь } F^* = F + \lambda\omega; \quad F = \frac{R}{k_M^2} (M_c + J\omega^{(1)})^2.$$

Частные производные равны

$$F_{\omega}^* = \frac{\partial F^*}{\partial \omega} = \lambda;$$

$$F_{\omega^{(1)}}^* = \frac{\partial F^*}{\partial \omega^{(1)}} = \frac{2JR}{k_M^2} (M_c + J\omega^{(1)}).$$

Уравнение Эйлера имеет вид

$$\lambda - \frac{2RJ}{k_M^2} (M_c^{(1)} + J\omega^{(2)}) = 0,$$

откуда при $M_c^{(1)} = 0$ следует формула оптимального углового рывка вала

$$\omega_{\text{opt}}^{(2)} = \frac{k_M^2 \lambda}{2RJ^2}.$$

Уравнение объекта управления соответствует контуру регулирования момента двигателя

$$U_{\text{st}} = \frac{k_T}{k_M} (JT_e \omega^{(2)} + J\omega^{(1)} + M_c).$$

Оптимальное угловое ускорение вала равно

$$\omega_{\text{opt}}^{(1)} = \frac{k_M^2}{2RJ^2} \lambda t + c_1,$$

где $c_1 = \text{const}$.

Подставим в формулу напряжения на входе контура регулирования момента (тока) U_{st} формулы $\omega_{opt}^{(2)}$ и $\omega_{opt}^{(1)}$

$$(U_{st})_{opt} = \frac{k_T}{k_M} \left(\frac{k_M^2 \lambda}{2RJ} T_e + \frac{k_M^2}{2RJ} \lambda t + Jc_1 \right).$$

Формула угловой скорости вала ω_{opt}

$$\omega_{opt} = \frac{k_M^2 \lambda}{4RJ^2} t^2 + c_1 t + c_2,$$

где $c_2 = \text{const}$.

Так как в позиционном режиме привода $\omega(0) = 0$, то получаем $c_2 = 0$.

Запишем формулу $\omega_{opt}(T)$

$$\omega_{opt}(T) = \frac{k_M^2 \lambda}{4RJ^2} T^2 + c_1 T.$$

При $\omega_{opt}(T) = 0$ получаем

$$c_1 = -\frac{k_M^2 \lambda}{4RJ^2} T,$$

$$\omega_{opt} = \frac{k_M^2 \lambda}{4RJ^2} t^2 - \frac{k_M^2 \lambda}{4RJ^2} T t = \frac{k_M^2 \lambda}{4RJ^2} (t^2 + T t).$$

Приращение угла поворота вала $\Delta\alpha$ на отрезке времени от нуля до T равно

$$\Delta\alpha = \frac{k_M^2 \lambda}{4RJ^2} \left(\frac{T^3}{3} - \frac{T^2}{2} \right) = -\frac{k_M^2 \lambda}{24RJ^2} T^3$$

Для заданного условия $\Delta\alpha(T) = (\Delta\alpha)_s$ получаем, что

$$\lambda = -\frac{24RJ^2}{k_M^2 T^3} (\Delta\alpha)_s.$$

В результате, оптимальный закон изменения угловой скорости вала двигателя в позиционном режиме привода, обеспечивающий минимальный нагрев, совпадает с законом изменения угловой скорости при минимальном потреблении энергии. Одинаково изменяется и угол поворота вала. Этот вывод получен при $M_c = \text{const}$.

Формула угловой скорости

$$\omega_{\text{opt}} = \frac{6}{T^3}(T \cdot t - t^2)(\Delta\alpha)_s,$$

$$\omega(0) = 0, \omega(T) = 0, \omega^{(1)} = \frac{6}{T^3}(T - 2t).$$

Так как $t \leq T$, то $\omega^{(1)} > 0$ на отрезке от $t = 0$ до $t = \frac{T}{2}$. При $t = T$

получаем $\omega^{(1)} = -\frac{6}{T^2}$.

Формула угла поворота вала

$$\alpha_{\text{opt}} = \frac{6}{T^3} \left(\frac{t^2}{2} T - \frac{t^3}{3} \right) (\Delta\alpha)_s,$$

$$\alpha_{\text{opt}}(0) = 0, \alpha_{\text{opt}}(T) = (\Delta\alpha)_s.$$

Но это совпадение имеет место для разных законов управления контуром регулирования момента двигателя. Минимальный нагрев обеспечивается управлением

$$(U_{\text{st}})_{\text{opt}} = \frac{6k_T J}{k_M T^2} \left(-2 \frac{t + T_e}{T} + 1 \right) (\Delta\alpha)_s.$$

Минимизация потребления энергии достигается с помощью закона

$$(U_{\text{st}})_{\text{opt}} = \frac{6k_T J}{k_M T^2} \left(-2 \frac{t + T_e}{T} + 1 \right) (\Delta\alpha)_s + \frac{k_T}{k_M} M_c.$$

Чем больше сила сопротивления валу двигателя, то есть чем больше M_c , тем больше и нагрев и потребление электроэнергии. Но экстремали $\omega(t)$ соответствует в одном случае закон управления контуром регулирования момента двигателя, не зависящий от M_c (нагрев), а в другом случае $(U_{\text{st}})_{\text{opt}} = f(M_c)$.

При $t = 0$ при минимальном нагреве двигателя

$$(U_{\text{st}})_{\text{opt}} = \frac{6k_T J}{k_M T^2} \left(1 - \frac{2T_e}{T} \right) (\Delta\alpha)_s.$$

Позиционирование привода происходит в момент времени $t = T$ при подаче команды от конечного выключателя.

4.3. Разгон двигателя до наибольшей скорости с ограничением нагрева

В данной задаче речь идет о максимизации функционала

$$\tilde{J} = \int_0^T \omega^{(1)} dt.$$

Задано конечное значение времени T в переходном процессе. Задается уравнение нагрева

$$\Theta + T_0 \Theta^{(1)} = k_H I^2,$$

где Θ - температура перегрева электродвигателя; T_0 - постоянная нагрева; I - электрический ток в обмотке двигателя.

$$\Theta(0) = 0.$$

Для любого момента времени задано ограничение: $\Theta \leq \Theta_s$. Объектом управления является контур регулирования момента двигателя. Выше приведено описание объекта управления. В данной задаче исходим из формул:

$$U_{st} = \frac{k_T}{k_M} (M + T_e M^{(1)}).$$

Формула тока I

$$I = \frac{J \omega^{(1)}}{k_M} + \frac{1}{k_M} M_c,$$

где $J = \text{const}$ - момент инерции вала; $k_M = \text{const}$ - коэффициент; M_c - момент, созданный силой сопротивления, принимаем $M_c = \text{const}$.

Известна угловая скорость вала ω в момент времени $t = 0$: $\omega(0) = 0$.

Отсутствует ограничение, накладываемое на управление U_{st} . Для решения задачи методом неопределенных множителей Лагранжа запишем уравнение нагрева, подставив в него формулу тока I

$$\Theta + T_0 \Theta^{(1)} = k_H \frac{1}{k_M^2} (J \omega^{(1)} + M_c)^2.$$

В соответствии с указанным методом требуется найти необходимое условие экстремума функционала

$$J^* = \int_0^T F^* dt = \int_0^T [F + \lambda(t)\varphi] dt,$$

где $F = \omega^{(1)}$; $\varphi = \frac{k_H}{k_M^2} (J\omega^{(1)} + M_c)^2 - \Theta - T_0 \Theta^{(1)}$; λ - неопределенный коэффициент Лагранжа.

Составим уравнение Эйлера

$$F_{\Theta}^* - \frac{d}{dt} F_{\Theta^{(1)}}^* = 0,$$

где $F_{\Theta}^* = \frac{\partial F^*}{\partial \Theta}$, $F_{\Theta^{(1)}}^* = \frac{\partial F^*}{\partial \Theta^{(1)}}$.

Частные производные равны

$$F_{\Theta}^{(1)} = -\lambda(t), F_{\Theta^{(1)}}^{(1)} = -\lambda(t)T_0.$$

Уравнение Эйлера получает вид

$$-\lambda - \frac{d}{dt} [-\lambda(t)T_0] = 0,$$

откуда следуют формулы

$$\lambda = \lambda^{(1)}T_0, \quad \int_0^t \frac{d\lambda}{\lambda} = \int_0^t \frac{dt}{T_0}.$$

Получаем зависимость множителя λ от времени t

$$\lambda(t) = \lambda(0) \exp\left(\frac{t}{T_0}\right).$$

Составим уравнение Эйлера, варьируя угловую скорость вала ω

$$F_{\omega}^* - \frac{d}{dt} F_{\omega^{(1)}}^* = 0,$$

где $F_{\omega}^* = \frac{\partial F^*}{\partial \omega}$, $F_{\omega^{(1)}}^* = \frac{\partial F^*}{\partial \omega^{(1)}}$.

Подынтегральная функция F^* функционала J^* не содержит переменную ω , поэтому $F_{\omega}^* = 0$. Частная производная $F_{\omega^{(1)}}^*$ равна

$$F_{\omega^{(1)}}^* = 1 + \frac{2Jk_H}{k_M^2} \lambda(t) (J\omega^{(1)} + M_c).$$

Тогда из уравнения Эйлера

$$0 - \frac{d}{dt} \left[1 + \frac{2Jk_H}{k_M^2} \lambda(t)(J\omega^{(1)} + M_c) \right] = 0$$

следует утверждение

$$1 + \frac{2Jk_H}{k_M^2} \lambda(t)(J\omega^{(1)} + M_c) = c_1 = \text{const},$$

здесь $J\omega^{(1)} + M_c = M$ и $\lambda(t)M = \frac{c_1 - 1}{2k_H J} k_M^2 = \text{const}$.

Подставим в последнее выражение $M = k_M I$ и формулу $\lambda(t)$

$$\lambda(0) \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) k_M I = \frac{c_1 - 1}{2k_H J} k_M^2.$$

Получаем формулу тока

$$I = \frac{(c_1 - 1)k_M}{2k_H \lambda(0)J} \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right).$$

Дробь перед экспонентой представляет собой значение тока при $t = 0$, то есть

$$I(0) = \frac{(c_1 - 1)k_M}{2k_H \lambda(0)J}.$$

Итак,

$$I = I(0) \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right),$$

$$(J\omega^{(1)} + M_c) \frac{1}{k_M} = I(0) \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right).$$

Приходим к формуле углового ускорения вала $\omega^{(1)}$

$$\omega^{(1)} = I(0) \frac{k_M}{J} \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) - \frac{1}{J} M_c.$$

Проинтегрируем левую и правую части

$$\omega = I(0) \frac{k_M}{J} \left[\exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) \right] (-T_0) \Big|_0^t - \frac{1}{J} M_c t = -\frac{T_0 I(0) k_M}{J} \left[\exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) - 1 \right] - \frac{1}{J} M_c t = \frac{T_0 I(0) k_M}{J} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) \right] - \frac{1}{J} M_c t.$$

Здесь известными являются значения параметров k_M, T_0, J, M_c . Величину начального тока необходимо найти.

В уравнение нагрева подставим найденную формулу тока

$$\Theta + T_0 \Theta^{(1)} = k_H I^2(0) \exp\left(-\frac{2t}{T_0}\right).$$

Запишем в общем виде решение этого уравнения

$$\Theta(t) = c_2 \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) + c_3 \exp\left(-\frac{2t}{T_0}\right).$$

Частное решение $c_3 \exp\left(-\frac{2t}{T_0}\right)$ поставим в левую часть дифференциального уравнения Θ

$$c_3 \exp\left(-\frac{2t}{T_0}\right) + T_0 c_3 \left(-\frac{2}{T_0}\right) \exp\left(-\frac{2t}{T_0}\right) = k_H I^2(0) \exp\left(-\frac{2t}{T_0}\right).$$

Отсюда следует, что $c_3 = -k_H I^2(0)$.

Подставим найденную постоянную c_3 в решение уравнения Θ

$$\Theta(t) = c_2 \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) - k_H I^2(0) \exp\left(-\frac{2t}{T_0}\right).$$

Так как задано $\Theta(0) = 0$, то получаем условие

$$0 = c_2 - k_H I^2(0), \quad c_2 = k_H I^2(0).$$

В результате,

$$\Theta(t) = k_H I^2(0) \left[\exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) - \exp\left(-\frac{2t}{T_0}\right) \right].$$

Формула производной по времени от $\Theta(t)$

$$\Theta^{(1)} = k_H I^2(0) \left[-\frac{1}{T_0} \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) + \frac{2}{T_0} \exp\left(-\frac{2t}{T_0}\right) \right].$$

Максимальному значению функции времени $\Theta(t)$ соответствует выполнение условия

$$-\frac{1}{T_0} \exp\left(-\frac{t_3}{T_0}\right) + \frac{2}{T_0} \exp\left(-\frac{2t_3}{T_0}\right) = 0$$

или условия

$$2 \exp\left(-\frac{t_3}{T_0}\right) - 1 = 0$$

Здесь t_3 - момент времени, при котором $\Theta(t) = \Theta_{\max}$; находим величину $t_3 = T_0 \ln 2$.

Подставим найденное значение t_3 в формулу $\Theta(t)$

$$\Theta(t_3) = \Theta_{\max} = k_H I^2(0) \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right] = \frac{1}{4} k_H I^2(0).$$

В условии задачи задано ограничение температуры перегрева двигателя в виде неравенства $\Theta \leq \Theta_s$. Пусть $\Theta_{\max} = \Theta_s$, тогда из формулы $\Theta(t_3)$ следует, что начальное значение тока равно

$$I(0) = 2 \sqrt{\frac{\Theta_s}{k_H}}.$$

Итак, найдена оптимальная функция $I_{\text{opt}}(t)$

$$I_{\text{opt}}(t) = 2 \sqrt{\frac{\Theta_s}{k_H}} \cdot \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right).$$

Производная по времени от $I_{\text{opt}}(t)$ равна

$$I_{\text{opt}}^{(1)} = -\frac{2}{T_0} \sqrt{\frac{\Theta_s}{k_H}} \cdot \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right).$$

Угловая скорость вала двигателя изменяется в переходном процессе следующим образом

$$\omega(t) = \omega_{\text{opt}}(t) = 2 \sqrt{\frac{\Theta_s}{k_H}} \cdot \frac{k_M T_0}{J} \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) \right] - \frac{1}{J} M_c t.$$

Наибольшая величина угловой скорости $\omega(t)$ достигается при $t = T$

$$\omega_{\max} = 2 \sqrt{\frac{\Theta_s}{k_H}} \cdot \frac{k_M T_0}{J} \left[1 - \exp\left(-\frac{T}{T_0}\right) \right] - \frac{1}{J} M_c T.$$

Зная $I_{\text{opt}}^{(1)}$ как функцию времени, записываем формулу $M_{\text{opt}}^{(1)}$

$$M_{\text{opt}}^{(1)} = -2 \frac{k_M}{T_0} \sqrt{\frac{\Theta_s}{k_H}} \cdot \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right).$$

Управляющий сигнал на входе контура регулирования момента (тока) двигателя представлен выше формулой

$$U_{\text{st}} = \frac{k_T}{k_M} (M + T_e M^{(1)}).$$

Подставляем $M_{\text{opt}}^{(1)}$ вместо $M^{(1)}$ и получаем закон оптимального управления контуром регулирования

$$U_{\text{st}} = \frac{k_T}{k_M} \left[M - 2 \frac{k_M T_e}{T_0} \sqrt{\frac{\Theta_s}{k_H}} \cdot \exp\left(-\frac{t}{T_0}\right) \right].$$

Величина момента M измеряется датчиком. Управляющее электрическое напряжение $(U_{\text{st}})_{\text{opt}}$ на входе контура регулирования момента изменяется в функции времени. Аналогичные результаты получены в предыдущих двух задачах: оптимизация потребляемой электроэнергии и оптимизация нагрева двигателя. В двух рассмотренных случаях приводы работают в позиционных режимах. Начальное значение угловой скорости вала двигателя равно нулю. В данной задаче $\omega(0) = 0$, $\omega(T) = \omega_{\text{max}}$. Силе сопротивления вала соответствует момент $M_c = \text{const}$. От величины M_c зависит достигаемая при $t = T$ угловая скорость ω_{max} .

4.4. Система с предельным быстродействием

В задаче о предельном быстродействии кроме функционала задается условие, фиксирующее на некотором отрезке времени потребляемую электроэнергию или энергию нагрева двигателя или другую энергию. Пусть речь идет о позиционном режиме электропривода. Функционал запишем в виде

$$\tilde{J} = \int_0^T 1 dt,$$

где минимум \tilde{J} совпадает с минимумом T , что и означает предельное быстродействие. Воспользуемся формулой потребляемой электроэнергии

$$W_{\omega} = \int_0^T \left[\frac{R}{k_M^2} (M_c + J \omega^{(1)})^2 + M_c \omega \right] d\omega.$$

Здесь первое слагаемое подынтегральной функции представляет собой мощность нагрева двигателя, а второе слагаемое – мощность, затрачиваемую на перемещение вала. Отношение

$$\frac{R(M_c + J \omega^{(1)})^2}{k_M^2}$$

равно квадрату тока I , протекающего в обмотке двигателя. Задаётся приращение угла поворота вала в переходном процессе привода

$$\int_0^T \omega dt = (\Delta\alpha)_s = \text{const.}$$

В соответствии с методом неопределенных множителей Лагранжа для получения необходимого условия минимума функционала требуется сначала рассмотреть функционал

$$J^* = \int_0^T F^* dt = \int_0^T (F + \lambda_1 \varphi_1 + \lambda_2 \varphi_2) dt,$$

где $F = 1$; $\varphi_1 = \frac{R}{k_M^2} (M_c + J \omega^{(1)})^2 + M_c \omega$; $\varphi_2 = \omega$; $\lambda_1 = \text{const}$ и $\lambda_2 = \text{const}$ -

неопределенные множители Лагранжа. Составим уравнение Эйлера

$$F_{\omega}^* - \frac{d}{dt} F_{\omega^{(1)}}^* = 0,$$

здесь $F_{\omega}^* = \frac{\partial F^*}{\partial \omega}$, $F_{\omega^{(1)}}^* = \frac{\partial F^*}{\partial \omega^{(1)}}$.

Формулы частных производных

$$F_{\omega}^* = \lambda_1 M_c + \lambda_2,$$

$$F_{\omega^{(1)}}^* = \frac{2RJ\lambda_1}{k_M^2} (M_c + J \omega^{(1)}).$$

Подставим F_{ω}^* и $F_{\omega^{(1)}}^*$ в уравнение Эйлера

$$\lambda_1 M_c + \lambda_2 - \frac{2RJ\lambda_1}{k_M^2} (M_c^{(1)} + J \omega^{(2)}) = 0.$$

Данное уравнение справедливо при $J = \text{const}$. Принимаем, что $M_c = \text{const}$, то есть $M_c^{(1)} = 0$.

Разделим левую часть уравнения на λ_1 и обозначим отношение λ_2 / λ_1 через λ . Получим уравнение

$$M_c + \lambda - \frac{2RJ}{k_M^2} (M_c^{(1)} + J \omega^{(2)}) = 0.$$

Но это уравнение совпадает с уравнением Эйлера, составленным выше в задаче о наименьшем потреблении электроэнергии системой привода. Следовательно, предельному быстрдействию системы соответствует тот же закон управления, выведенный выше, который минимизирует потребляемую электроэнергию.

Этот закон записан в виде формулы

$$(U_{st})_{\text{opt}} = \frac{6k_T J}{k_M T^2} \left(-2 \frac{t + T_e}{T} + 1 \right) (\Delta\alpha)_s + \frac{k_T}{k_M} M_c.$$

Объектом управления является контур регулирования момента двигателя M . К параметрам контура относятся коэффициенты k_T, k_M , постоянная времени T_e , момент инерции вала двигателя J .

Теперь остановимся на рассмотрении задачи предельного быстрдействия, в которой фиксированной является энергия нагрева двигателя. Режим работы привода – позиционный. Задано приращение угла поворота вала двигателя на отрезке времени от нуля до T , равное $(\Delta\alpha)_s$.

Минимизация функционала

$$\tilde{J} = \int_0^T 1 dt$$

начинается по методу неопределенных множителей Лагранжа с минимизации другого функционала

$$J^* = \int_0^T \left[1 + \lambda_1 \frac{R}{k_M^2} (M_c + J \omega^{(1)})^2 + \lambda_2 \omega \right] d\omega.$$

Здесь $\lambda_1 = \text{const}, \lambda_2 = \text{const}$, так как условия, фиксирующие нагрев и перемещение вала двигателя в переходном процессе, записаны в виде

интегралов. Такие условия называют изопериметрическими. Варьируя переменную ω , приходим к уравнению Эйлера

$$\lambda_2 - \frac{2RJ\lambda_1}{k_M^2} (M_c^{(1)} + J\omega^{(2)}) = 0.$$

Разделим левую часть на λ_1 и обозначим отношение λ_2 / λ_1 через λ .

$$\lambda - \frac{2RJ}{k_M^2} (M_c^{(1)} + J\omega^{(2)}) = 0.$$

Это уравнение совпадает с уравнением Эйлера, выведенным выше в задаче о наименьшем нагреве электродвигателя. Поэтому закон управления контуром регулирования момента, развиваемого двигателем, минимизирующий нагрев, реализует предельное быстроедействие при фиксированном нагреве. Итак,

$$(U_{st})_{opt} = \frac{6k_T J}{k_M T^2} \left(-2 \frac{t + T_e}{T} + 1 \right) (\Delta\alpha)_s.$$

Однако в обоих случаях управление $(U_{st})_{opt}$ содержит незаданную величину параметра T . Найти эту величину можно следующим способом. В задаче о предельном быстроедействии и фиксированном значении потребляемой двигателем электроэнергии на отрезке времени от нуля до T следует вычислить интеграл

$$\int_0^T \left[\frac{R}{k_m} (M_c + J\omega^{(1)})^2 + M_c \omega \right] dt.$$

В подынтегральную функцию подставляют формулы оптимальных функций времени $\omega_{opt}(t)$ и $\omega_{opt}^{(1)}(t)$

$$\omega_{opt}(t) = \frac{6}{T^3} (T \cdot t - t^2) (\Delta\alpha)_s,$$

$$\omega_{opt}^{(1)}(t) = \frac{6}{T^3} (T - 2t) (\Delta\alpha)_s.$$

Для известных значений $R, k_M, J, M_c, (\Delta\alpha)_s$ получают, что интеграл, представляющий собой потребленную энергию, равен некоторому заданному числу. Это позволяет установить численное значение параметра T .

В задаче о предельном быстродействии и фиксированной энергии нагрева двигателя поступают аналогично. Те же формулы $\omega_{\text{opt}}(t)$ и $\omega_{\text{opt}}^{(1)}(t)$ справедливы и в этой задаче, как показано ранее. Но формула энергии нагрева двигателя на отрезке времени от нуля до T зависит только от $\omega_{\text{opt}}^{(1)}(t)$ и равна интегралу

$$\int_0^T \left[\frac{R}{k_M^2} (M_c + J \omega^{(1)})^2 \right] dt.$$

После интегрирования получают формулу энергии нагрева, содержащую переменную T . приравнивают эту формулу заданной энергии нагрева и находят величину T . Затем подставляют число T в формулы управления $(U_{\text{st}})_{\text{opt}}$, являющиеся разными при фиксации потребляющей энергии и фиксации энергии нагрева. Но самую малую величину T вычисляем из условия достижения угловой скорости вала ω_{max} в переходном процессе, равной предельно допустимой величине $\omega_{\text{пр}}$. Пусть $\omega_{\text{пр}} = \omega_0$ - угловой скорости идеального холостого хода двигателя.

Так как $\omega = \omega_{\text{max}}$ при $\omega^{(1)}(t_3) = 0$, то из формулы $\omega_{\text{opt}}^{(1)}(t)$ находим

$$t_3 = \frac{T}{2}.$$

Подставим это значение времени в формулу $\omega_{\text{opt}}(t)$ и приравняем ω_{max} угловой скорости ω_0 . Тогда получим

$$\omega_0 = \frac{6(\Delta\alpha)_s T^2}{T^3} \frac{1}{4} = \frac{3}{2} (\Delta\alpha)_s \frac{1}{T}.$$

Отсюда следует, что

$$T = \frac{3}{2} (\Delta\alpha)_s \frac{1}{\omega_0}.$$

Эта величина T соответствует предельному быстродействию.

4.5. Отработка заданной функции времени

Предположим, что приемлемой оценкой качества отработки задания системой привода является функционал

$$\tilde{J} = \int_0^T \left[\sum_{i=0}^n A_i (\varphi^{(i)})^2 \right] dt,$$

где A_i - весовые коэффициенты, $\varphi^{(i)} = \chi_s^{(i)} - \chi^{(i)}$; χ_s - заданная функция времени t ; χ - действительное значение регулируемой переменной на выходе системы.

Для системы привода принимаем, что $\chi_s = \alpha_s$ - заданный угол поворота вала двигателя, $\chi = \alpha$ - действительный угол поворота вала. Объектом управления является контур регулирования момента электродвигателя, описываемый уравнением

$$U_{st} = \frac{k_T}{k_M} (J T_e \alpha^{(3)} + J \alpha^{(2)} + M_c^{(1)} T_e + M_c).$$

Необходимым условием минимума функционала J является уравнение Эйлера-Пуассона

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i \frac{d^i}{dt^i} \frac{\partial F}{\partial \varphi^{(i)}} = 0,$$

где $F = \sum_{i=0}^n A_i (\varphi^{(i)})^2$.

Так как частная производная определяется с помощью формулы

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi^{(i)}} = 2A_i \varphi^{(i)},$$

то уравнение Эйлера-Пуассона получаем в виде

$$\sum_{i=0}^n (-1)^i A_i \varphi^{(2i)} = 0.$$

Если верхний предел интегрирования T функционала стремится к бесконечности, а значения всех координат $\varphi^{(i)}$ стремятся при этом к нулю, то, как известно, вместо данного уравнения можно пользоваться уравнением

$$\sum_{i=0}^n c_i \varphi^{(i)} = 0.$$

Коэффициенты c_i находим, если заданы коэффициенты A_i , из соотношения

$$\sum_{i=0}^n c_i r^i \sum_{i=0}^n (-1)^i c_i r^i = \sum_{i=0}^n (-1)^i A_i r^{2i},$$

где r - корень характеристических уравнений, соответствующих дифференциальным уравнениям: одно с коэффициентами A_i , а другое с коэффициентами c_i . Из уравнения $\sum_{i=0}^n c_i \varphi^{(i)} = 0$ получают формулу n -ой

(высшей) производной по времени от регулируемой переменной α . Затем эту формулу подставляют в дифференциальное уравнение объекта управления и приходят к закону оптимального управления контуром регулирования момента двигателя (генератором силы).

Формула n -ой производной по времени от угла поворота вала

$$\alpha^{(n)} = \alpha_{opt}^{(n)} = \alpha_s^{(n)} + \sum_{i=1}^{n-1} \frac{c_i}{c_n} (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}).$$

Номер высшей производной по времени от α в дифференциальном уравнении объекта управления равен трем. Поэтому $\alpha_{opt}^{(n)} = \alpha_{opt}^{(3)}$.

После подстановки формулы $\alpha_{opt}^{(n)}$ в уравнение объекта управления получаем закон оптимального управления

$$(U_{st})_{opt} = \frac{k_T}{k_M} \left[JT_e (\alpha_s^{(3)} + \sum_{i=1}^2 \frac{c_i}{c_3} (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)})) + J \alpha^{(2)} + T_e M_c^{(1)} + M_c \right].$$

Перепишем формулу $(U_{st})_{opt}$ для случая, когда $M_c = const$

$$(U_{st})_{opt} = \frac{k_T}{k_M} \left[JT_e \alpha_s^{(3)} + JT_e \frac{c_2}{c_3} \alpha_s^{(2)} + \left(J - JT_e \frac{c_2}{c_3} \right) \alpha^{(2)} + JT_e \frac{c_1}{c_3} (\alpha_s^{(1)} - \alpha^{(1)}) + JT_e \frac{c_0}{c_3} (\alpha_s - \alpha) + M_c \right].$$

Режим отработки заданной функции времени называют контурным режимом системы привода. Позиционный режим является частным случаем контурного. В позиционном режиме

$$\alpha_s^{(1)} = 0; \alpha_s^{(2)} = 0; \alpha_s^{(3)} = 0.$$

Уравнение

$$\sum_{i=1}^n c_i (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}) = 0$$

при $n = 3$ превращается в уравнение

$$c'_0(\alpha_s - \alpha) - c'_1 \alpha^{(1)} - c'_2 \alpha^{(2)} - \alpha^{(3)} = 0.$$

Пусть коэффициенты c' для позиционного и контурного режимов одинаковы. Здесь

$$c'_0 = \frac{c_0}{c_3}; \quad c'_1 = \frac{c_1}{c_3}; \quad c'_2 = \frac{c_2}{c_3}.$$

Зададим условия для определения значений коэффициентов c'_i :

1. Пусть $c'_0(\alpha_s - \alpha) - c'_1 \alpha^{(1)} = 0$. Тогда $-c'_2 \alpha^{(2)} - \alpha^{(3)} = 0$. Для $\alpha^{(1)} = \alpha_{\max}^{(1)}$, $\alpha_s - \alpha = (\alpha_s - \alpha)_{\max}$ получаем

$$\frac{c'_1}{c'_0} = \frac{(\alpha_s - \alpha)_{\max}}{\alpha_{\max}^{(1)}}.$$

Для $\alpha^{(2)} = \alpha_{\max}^{(2)}$, $\alpha^{(3)} = -\alpha_{\max}^{(3)}$ получаем

$$c'_2 = \frac{\alpha_{\max}^{(3)}}{\alpha_{\max}^{(2)}}.$$

2. Пусть $\alpha_s - \alpha = (\alpha_s - \alpha)_{\max}$, $\alpha^{(1)} = 0$, $\alpha^{(2)} = 0$, $\alpha^{(3)} = \alpha_{\max}^{(3)}$. Тогда $c'_0(\alpha_s - \alpha)_{\max} = \alpha_{\max}^{(3)}$, $c'_0 = \frac{\alpha_{\max}^{(3)}}{(\alpha_s - \alpha)_{\max}}$.

Находим c'_1

$$c'_1 = c'_0 \frac{(\alpha_s - \alpha)_{\max}}{\alpha_{\max}^{(1)}} = \frac{\alpha_{\max}^{(3)}}{\alpha_{\max}^{(1)}}.$$

Теперь предположим, что в оптимальном соотношении

$$\sum_{i=1}^n c'_i (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}) = 0$$

параметр n больше трех. Тогда

$$\alpha_{\text{opt}}^{(3)} = \sum_{i=0}^n c'_i \alpha_s^{(i)} - \sum_{i=4}^n c'_i \alpha^{(i)} - \sum_{i=0}^2 c'_i \alpha^{(i)},$$

где $c'_i = \frac{c_i}{c_3}$.

Закон оптимального управления записывается в этом варианте так

$$(U_{st})_{opt} = \frac{k_T}{k_M} \left[jT_e \left(\sum_{i=0}^n c_i \alpha_s^{(i)} - \sum_{i=4}^n c'_i \alpha^{(i)} - \sum_{i=0}^2 c'_i \alpha^{(i)} \right) + j\alpha^{(2)} + T_e M_c^{(1)} + M_c \right].$$

С помощью специального электронного устройства вычисляется компонента $\sum_{i=4}^n c'_i \alpha^{(i)}$ и задается сумма $\sum_{i=0}^n c'_i \alpha_s^{(i)}$.

Системы привода, работающие в контурном режиме, называют также следящими системами. В данной задаче закон управления в следящей системе $(U_{st})_{opt}$ выведен без учета ограничений производных по времени от угла поворота вала α , величины α и величины сигнала U_{st} , задающего движущую силу, развиваемую приводом.

Рассмотрим другой способ управления генератором момента M , позволяющий получить большее быстроедействие системы привода. Алгоритм управления представим формулой

$$U_{st}^{(1)} = U \left[|F_{\Delta x}| |F_y| \operatorname{sgn}(U_G F_{\Delta x} - U_2) + |F_{\Delta x}| (1 - |F_y|) \operatorname{sgn}(U'_G F_{\Delta x} - U_1 - c'_2 U_2) + (1 - |F_{\Delta x}|) |F_{\Delta y}| \operatorname{sgn}(U_G F_{\Delta y} - U_2) + (1 - |F_{\Delta x}|) (1 - |F_{\Delta y}|) \operatorname{sgn}(U_{s0} - U_0 + c_1 U_{s1} - c_1 U_1 + c_2 U_{s2} - c_2 U_2) \right].$$

Здесь $U_{st}^{(1)} = \frac{dU_{st}}{dt}$; $U_{s0} = k_0 \alpha_s$; $U_{s1} = k_1 \alpha_s^{(1)}$; $U_{s2} = k_2 \alpha_s^{(2)}$;

$U_0 = k_0 \alpha$; $U_1 = k_1 \alpha^{(1)}$; $U_2 = k_2 \alpha^{(2)}$; k_0, k_1, k_2 - положительные коэффициенты; U_{s1} - сигналы, задающие угол поворота вала, угловую скорость и угловое ускорение; U_1 - сигналы, поступающие от датчиков этих переменных; U_G - константа, задающая по модулю угловое ускорение; U'_G - константа, задающая по модулю угловую скорость; c_1, c_2, c'_2 - коэффициенты; U - константа, имеющая размерность В/с; $F_{\Delta x}, F_y, F_{\Delta y}$ - переключательные функции.

Функция $F_{\Delta x} = 1$ при $\alpha_s - \alpha \geq \alpha_N$; $F_{\Delta x} = -1$ при $\alpha_s - \alpha \leq -\alpha_N$;

$F_{\Delta x} = 0$ при $|\alpha_s - \alpha| < \alpha_N$; $\alpha_N = \text{const} > 0$ - пороговый уровень.

Функция $F_y = 1$ при $\omega_0 F_{\Delta x} - \omega \geq \omega_N$; $F_y = -1$ при $\omega_0 F_{\Delta x} - \omega \leq -\omega_N$;

$F_y = 0$ при $|\omega_0 F_{\Delta x} - \omega| < \omega_N$.

Функция $F_{\Delta y} = 1$ при $\alpha_s^{(1)} - \alpha^{(1)} \geq \omega_N$; $F_{\Delta y} = -1$ при $\alpha_s^{(1)} - \alpha^{(1)} \leq -\omega_N$;

$F_{\Delta y} = 0$ при $|\alpha_s^{(1)} - \alpha^{(1)}| < \omega_N$; $\omega_N = \text{const} > 0$ - пороговый уровень;

ω_0 - угловая скорость идеального холостого хода.

В каждый момент времени три из четырех слагаемых, заключенных в квадратных скобках, равны нулю. Четвертое слагаемое по модулю равно единице. При этом

$$\Delta U_{st} = \int_0^t (\pm U) dt = \pm Ut,$$

где $t = 0$ - момент времени, в который указанное слагаемое начинает влиять на величину момента двигателя M .

Предположим, что не равно нулю первое слагаемое

$$|F_{\Delta x}| |F_y| \text{sgn}(U_G F_{\Delta x} - U_2).$$

Это означает, что ошибка отработки заданного угла поворота вала велика, и поэтому $|F_{\Delta x}| = 1$. Угловая скорость вала $\omega = \alpha^{(1)}$ мала, то есть $\omega \ll \omega_0$. Поэтому $|F_y| = 1$. Компонента $U_G F_{\Delta x}$ задает предельно допустимое угловое ускорение вала $\omega^{(1)}$ по модулю. Знак заданного ускорения зависит от того, чему равна $F_{\Delta x}$: 1 или -1. Сигнал U_2 поступает от датчика углового ускорения. Если $U_G F_{\Delta x} - U_2 > 0$, то $\text{sgn}(U_G F_{\Delta x} - U_2) = 1$. В противоположном случае $\text{sgn} = -1$, то есть при недопустимо малой величине $\omega^{(1)}$ сигнал на входе контура регулирования момента M , равный U_{st} , возрастает. Если $U_2 > U_G F_{\Delta x}$, то U_{st} уменьшается. Так происходит процесс регулирования углового ускорения, то есть поддержания на предельном уровне. В конце участка ускорения начинает соблюдаться условие $F_y = 0$. Теперь вместо первого слагаемого становится не равным нулю второе слагаемое в квадратных скобках формулы $U_{st}^{(1)}$. Оно воздействует на величину U_{st} в зависимости от того,

чему равна разность $U'_G \cdot F_{\Delta x} - U_1 - c'_2 U_2$. Если эта разность положительна, то сигнатура ее равна единице. Если разность отрицательна, то сигнатура равна минус единице. Фактически речь идет о поддержании неизменным соотношения

$$\alpha_s^{(1)} - \alpha^{(1)} + c'_2(\alpha_s^{(2)} - \alpha^{(2)}) = 0,$$

где $\alpha_s^{(1)} = \frac{1}{k_1} U'_G F_{\Delta x}$; $\alpha^{(1)} = \frac{U_1}{k_1}$; $\alpha_s^{(2)} = 0$; $\alpha^{(2)} = \frac{U_2}{k_2}$.

Кроме того, на втором участке разгона вала двигателя заданная угловая скорость $\alpha_s^{(1)}$ равна по модулю максимально допустимой, то есть скорости идеального холостого хода ω_0 . Поэтому $U'_G = |k_1 \omega_0|$.

На третьем участке переходного процесса не равно нулю третье слагаемое, заключенное в квадратных скобках. Теперь $F_{\Delta x} = 0$, $|F_{\Delta y}| = 1$, а величина F_y не учитывается. Происходит предельно быстрое замедление вращения вала, что задается компонентой $U_G F_{\Delta y}$. На этом участке ошибки отработки заданий α_s и $\alpha_s^{(1)}$ достаточно малы и продолжают уменьшаться. Четвертое слагаемое формулы $U_{st}^{(1)}$ начинает воздействовать на момент M , когда переключательная функция $F_{\Delta y}$ становится равной нулю. Четвертая сигнатура поддерживает неизменным соотношение

$$U_{s0} - U_0 + c_1 U_{s1} - c_1 U_1 + c_2 U_{s2} - c_2 U_2 = 0,$$

то есть равенство нулю левой части уравнения Эйлера-Пуассона

$$k_0(\alpha_s - \alpha) + c_1 k_1(\alpha_s^{(1)} - \alpha^{(1)}) + c_2 k_2(\alpha_s^{(2)} - \alpha^{(2)}).$$

В результате, достигается плавное приближение функций времени $\alpha(t)$, $\omega(t)$, $\varepsilon(t)$ к функциям задания $\alpha_s(t)$, $\alpha_s^{(1)}(t)$, $\alpha_s^{(2)}(t)$. Заметим, что резкие изменения каждой из перечисленных сигнатур создают колебательный процесс изменения производной $U_{st}^{(1)}$. Сигнал U_{st} на входе контура регулирования момента двигателя также колеблется, но уже не переключаясь резко. Колеблется угловой рывок $\rho = \omega^{(2)}$. Однако, как показывают эксперименты, колебания угловой скорости оказываются весьма малыми по амплитуде. В кривой $\alpha(t)$ эти колебания практически не обнаруживаются.

Данный алгоритм управления, представленный формулой $U_{st}^{(1)}$, не содержит момента сопротивления M_c . Поэтому на каждом из рассмотренных участков переходного процесса система привода не является оптимальной, но стремится при любом значении времени t к очередному оптимуму (второй, четвертый участки). Способ управления, не учитывающий величину силы сопротивления вала двигателя со стороны механической части технологической машины, во многих применениях весьма пригоден для практики. Дело в том, что во многих случаях измерение величины M_c затруднительно. Это измерение или громоздко, или неэффективно, то есть характеризуется большой погрешностью, или в конкретных технологических условиях невозможно.

Заметим также, что при $\alpha_s^{(1)} = 0$, $\alpha_s^{(2)} = 0$ приведенный выше алгоритм управления соответствует позиционному режиму системы привода. Отработка задания α_s происходит предельно быстро. Данный вариант системы с предельным быстродействием применим на практике наряду с вариантом, рассмотренным выше, в котором реализован метод неопределенных множителей Лагранжа. Основным параметром, определяющим быстродействие, там принято максимальное значение угловой скорости вала ω_{max} , равное скорости идеального холостого хода ω_0 . При этом энергии потребления или нагрева являются следствием задания ω_{max} .

Реализация следящей системы с рассмотренным выше алгоритмом управления и маломощным электродвигателем связана с учетом возможных упругих колебаний вала. Эти колебания возникают в маломощном редукторе, соединенном с двигателем.

4.6. Линеаризация моментного контура

В системе привода с электродвигателем постоянного тока с механическим коллектором или с бесконтактным электродвигателем (вентильным) присутствует пропорциональность тока в обмотке движущему моменту в рабочей зоне. Контур регулирования тока может рассматриваться как моментный контур. Приращение задания тока на входе контура вызывает пропорциональное ему приращение момента в конце переходного процесса внутри контура. Если система привода

содержит асинхронный электродвигатель, то с целью достижения указанной пропорциональности потребуется применить специальный закон частотно-токового управления двигателем. Электромагнитный момент асинхронного двигателя вычисляется по формуле

$$M_{\text{эм}} = \frac{p_{\text{II}} m I^2 r'_2}{2\pi f s},$$

где p_{II} - число пар полюсов; m - число фаз; I - ток фазной обмотки статора; r'_2 - активное сопротивление фазы вторичной цепи в схеме замещения двигателя, приведенное к статорной обмотке; f - частота тока статорной обмотки; $s = 1 - \frac{p_{\text{II}} \omega}{2\pi f}$ - скольжение ротора; ω - угловая скорость ротора.

Пусть

$$M = M_{\text{эм}} = k_{\text{M}} I,$$

где $k_{\text{M}} = \text{const}$; M - момент на валу, приблизительно равный электромагнитному моменту.

Тогда из формулы $M_{\text{эм}}$ следует

$$k_{\text{M}} 2\pi f s = p_{\text{II}} m I r'_2.$$

В результате получаем закон частотно-токового управления

$$f = \frac{p_{\text{II}} m r'_2}{2\pi k_{\text{M}}} I + \frac{p_{\text{II}}}{2\pi} \omega.$$

Ток I и угловая скорость ω измеряются датчиками. Контур регулирования тока при соблюдении данного закона может рассматриваться как моментный контур. Во сколько раз изменится величина сигнала на входе токового контура, задающего ток, во столько раз изменится момент M .

Рассмотрим теперь вариант системы привода с двухфазным асинхронным двигателем, для которого характерно отсутствие критической точки в двигательном режиме работы. Изменяемым является только электрическое напряжение, питающее статорную обмотку. Цель рассмотрения этого варианта – показать способ линеаризации моментного контура. Статический режим характеризуется механической

характеристикой, связывающей угловую скорость ω и момент M .
 Механическую характеристику представим в виде формулы

$$\omega = \omega_0 - k \left(\frac{M}{M_{\Pi}} \right)^{\gamma},$$

где ω_0 - скорость идеального холостого хода двигателя; $k = \text{const} > 0$;
 $M_{\Pi} = \beta U$ - пусковой момент двигателя; $\gamma = \text{const} > 0$; $\beta = \text{const} > 0$; U -
 напряжение питания.

Из формулы угловой скорости ω получаем зависимость момента M
 от ω и U

$$M = \left(\frac{\omega_0 - \omega}{k} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \beta U.$$

Формула напряжения U

$$U = \frac{M}{\beta} \frac{(k)^{\frac{1}{\gamma}}}{(\omega_0 - \omega)^{\frac{1}{\gamma}}}.$$

Подставим

$$M = M_c + J \omega^{(1)},$$

где M_c - момент сопротивления валу; $\omega^{(1)} = \varepsilon$ - угловое ускорение.

При $J = \text{const}$ приходим к уравнению объекта управления

$$U_y = \frac{(k)^{\frac{1}{\gamma}}}{k_y \beta} \frac{M_c + J \omega^{(1)}}{(\omega_0 - \omega)^{\frac{1}{\gamma}}},$$

где k_y - коэффициент передачи устройства, содержащего силовой преобразователь, соединенный с электродвигателем, и слабوتочную схему управления силовым преобразователем. Не усложняя рассматриваемую задачу, принимаем, что $k_y = \text{const}$.

Так как $\omega = \alpha^{(1)}$, $\omega^{(1)} = \alpha^{(2)}$, то уравнение объекта управления можно переписать так

$$U_y = \frac{(k)^\gamma}{k_y \beta} \frac{M_c + J\alpha^{(2)}}{(\omega - \alpha^{(1)})^\gamma}.$$

Пусть сигнал U_y является выходным нелинейного звена. Входной сигнал этого звена обозначим через U_{y1} . Зададим связь между U_y и U_{y1}

$$U_y = U_{y1} k_{y1} \frac{1}{(\omega_0 - \alpha^{(1)})^\gamma},$$

то есть

$$\begin{aligned} U_{y1} &= \frac{1}{k_{y1}} (\omega_0 - \omega)^\gamma U_y = \frac{1}{k_{y1}} (\omega_0 - \omega)^\gamma \frac{(k)^\gamma}{k_y \beta} \frac{M_c + J\alpha^{(2)}}{(\omega - \alpha^{(1)})^\gamma} = \\ &= \frac{(k)^\gamma}{k_{y1} k_y \beta} (M_c + J\alpha^{(2)}). \end{aligned}$$

Изменение момента двигателя M , равного сумме $M_c + J\alpha^{(2)}$ пропорционально изменению сигнала U_{y1} .

Предположим, что имеет место измерение величины M некоторым, например, вычислительным способом, и организован контур регулирования момента M . В статике действие контура описывается теперь формулами

$$U_{y1} = U_{sm} - U_m,$$

$$U_{y1} = k_\pi M,$$

$$U_m = k_g M,$$

$$U_{sm} = k_g M_s.$$

Здесь U_{sm} - сигнал задания момента, равного M_s ; U_m - сигнал

датчика момента M ; $k_\pi = \frac{(k)^\gamma}{k_{y1} k_y \beta} = \text{const} > 0$; k_g - коэффициент передачи датчика.

Тогда получаем, что

$$k_{\Pi} M = U_{sm} - k_g M,$$

то есть

$$M = \frac{U_m}{k_{\Pi} + k_g}.$$

В динамике действует еще электромагнитная инерция, рассматриваемая теперь как инерция линеаризованного прямого канала привода (внутри моментного контура). Между устройством сравнения сигналов U_{sm} и U_m и входом слаботочной электрической схемы силового преобразователя привода помещается нелинейное звено с выходным сигналом равным

$$U_y = \frac{k_{y1}}{(\omega_0 - \alpha^{(1)})^{\frac{1}{\gamma}}} U_{y1}.$$

4.7. Управление моментным контуром в переходном процессе с подвижной границей

В каждой из рассмотренных выше задач требуется отыскать зависимость угловой скорости вала или угла поворота от времени, которой соответствует экстремум функционала – критерия качества движения вала привода. Для этой зависимости задаются начальное и конечное условия. Принято говорить, что здесь речь идет о задаче с закрепленными границами. Граничные условия (начальное и конечное) позволяют вычислить постоянные интегрирования в решении уравнения Эйлера или уравнения Эйлера-Пуассона. Но задача оптимального управления может быть сформулирована так, что в ней граничные условия не заданы. Такую задачу называют задачей с подвижными границами. Если начальное условие задано, а конечное нет, то это означает, что левая граница переходного процесса фиксирована, а правая граница является свободной. Известно, что в этом варианте можно подобрать зависимость выходной переменной системы привода от времени, которой соответствует экстремум функционала. Такую зависимость называют трансверсалью. Однако на практике часто требуется для правой подвижной границы задать некоторый закон изменения выходной переменной системы привода в

функции времени. При этом правая граница переходного процесса остается нефиксированной. Для функционала

$$\tilde{J} = \int_0^T F(x(t), x^{(1)}(t), t) dt$$

отсутствие конечного условия компенсируется условием

$$\left[F - (x^{(1)} - \varphi^{(1)}) F_{x^{(1)}} \right]_{t=T} = 0,$$

называемым условием трансверсальности для правой подвижной границы T . Здесь $\varphi^{(1)}$ - производная по времени от граничной функции $\varphi(t)$;

$F_{x^{(1)}} = \frac{\partial F}{\partial x^{(1)}}$. Условие трансверсальности компенсирует отсутствие задания

числа $x(T)$. В более общем случае может быть сформулирована задача об оптимальном управлении с двумя подвижными границами, то есть с левой и правой. В этом случае отсутствует задание для переменной x при $t=0$. Условие трансверсальности записывается тогда аналогично для левой границы. В этом условии присутствует своя функция $\varphi^{(1)}(t)$. Оба условия трансверсальности являются необходимыми условиями экстремума функционала наряду с уравнениями Эйлера или Эйлера-Пуассона.

В задаче о минимальном потреблении электроэнергии, рассмотренной выше, получена формула энергии

$$\tilde{J} = \int_0^T \left[\frac{R}{k_m^2} (M_c + J \omega^{(1)})^2 + M_c \omega \right] dt.$$

Первое слагаемое подынтегральной функции равно мощности нагрева сопротивления обмотки двигателя. Второе слагаемое есть мощность, отдаваемая приводом в технологический процесс. Общее условие трансверсальности

$$\left[F - (x^{(1)} - \varphi^{(1)}) F_{x^{(1)}} \right]_{t=T} = 0$$

для правой подвижной границы записывается следующим образом

$$\left[F - (\omega^{(1)} - (\omega^{(1)})_{\text{гр}}) \frac{\partial F}{\partial \omega^{(1)}} \right]_{t=T} = 0.$$

Здесь

$$F = \frac{R}{k_M^2} (M_c + J\omega^{(1)})^2 + M_c \omega,$$

$(\omega^{(1)})_{гр}$ - заданный закон изменения углового ускорения при $t = T$.

Частная производная $\frac{\partial F}{\partial \omega^{(1)}}$ равна

$$F_{\omega^{(1)}} = \frac{\partial F}{\partial \omega^{(1)}} = \frac{2JR}{k_M^2} (M_c + J\omega^{(1)}) = \frac{2JR}{k_M^2} M.$$

В данном рассмотрении $R = \text{const}$, $k_M = \text{const}$. Момент инерции J также постоянен, эта величина характеризует инерционность механической части привода, расположенной между валом электродвигателя и шарниром рабочей машины. Подставим формулу $F_{\omega^{(1)}}$ в условие трансверсальности при $t = T$

$$\frac{R}{k_M^2} M^2 + M_c \omega - (\omega^{(1)} - (\omega^{(1)})_{гр}) \frac{2JR}{k_M^2} M = 0.$$

Предположим, что для правой подвижной границы задано условие

$$\sum_{i=0}^2 c_i (\alpha_s^{(1)} - \alpha^{(1)}) = 0,$$

где $c_i = \text{const}$; $\alpha_s^{(1)}$ - i -ая производная по времени от заданного угла поворота вала в конце переходного процесса; $\alpha^{(1)}$ - i -ая производная от действительного угла поворота вала.

Тогда из этого условия следует формула $\alpha_s^{(2)}$

$$\alpha_s^{(2)} = \omega_s^{(1)} = \omega^{(1)} - \sum_{i=0}^1 \frac{c_i}{c_2} (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}).$$

Физический смысл переменной $\omega_s^{(1)}$ тот же, что и смысл переменной $(\omega^{(1)})_{гр}$, то есть

$$(\omega^{(1)})_{гр} = \omega_s^{(1)} = \omega^{(1)} - \sum_{i=0}^1 \frac{c_i}{c_2} (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}).$$

Формула разности $\omega^{(1)} - (\omega^{(1)})_{гр}$

$$\omega^{(1)} - (\omega^{(1)})_{гр} = \sum_{i=0}^1 \frac{c_i}{c_2} (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}).$$

Обозначим отношение $\frac{c_1}{c_2}$ через c'_i . Теперь условие

трансверсальности при $t = T$ записывается так

$$\frac{R}{k_M^2} M^2 + M_c \omega = \frac{2JR}{k_M^2} \left[\sum_{i=0}^1 c'_i (\alpha_s^{(1)} - \alpha^{(1)}) \right] M.$$

Здесь левая часть формулы равна мощности, потребляемой из источника электроэнергии в текущий момент времени. Обозначим ее через P . Условие трансверсальности перепишем, проинтегрировав по времени левую и правую части формулы

$$\int_0^t P dt = \int_0^t \frac{2JR}{k_M^2} \left[\sum_{i=0}^1 c'_i (\alpha_s^{(1)} - \alpha^{(1)}) \right] M dt.$$

Если источник электропитания снабжен датчиком потребляемой из источника энергии, то в последней формуле левая часть равна выходному сигналу этого датчика. Неравенство этого сигнала правой части можно использовать для задания момента на валу двигателя. Воспользуемся описанием моментного контура

$$U_{st} = \frac{k_T}{k_M} \left(JT_e \omega^{(2)} + J \omega^{(1)} + M_c^{(1)} T_e + M_c \right).$$

Сигнал U_{st} представим не как сигнал оптимального управления объектом – моментным контуром, а как инженерный вариант управляющего воздействия

$$U_{st} = k_u \int_0^t \sigma dt,$$

где $k_u = \text{const}$; $\sigma = W - \int_0^t \left[\frac{2JR}{K_M^2} \sum_{i=0}^1 c'_i (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}) \right] M dt$; $W = \int_0^t P dt$ -

измеренная потребляемая электроэнергия.

Описание моментного контура и предложенный инженерный вариант управления контуром U_{st} вместе образуют математическую модель динамики системы привода в переходном процессе с правой подвижной границей.

Задав функцию времени $M_c(t)$, можно вычислить угловую скорость вала $\omega(t)$. Потребляемая мощность из источника электропитания равна

$$P = U \frac{M_c + J\omega^{(1)}}{k_M},$$

где $U = \text{const}$ - постоянное по величине напряжение источника. Коэффициент k_M - определяется по паспортным данным двигателя. Задаются численные значения параметров k_T, J, T_e, k_u . Коэффициенты c'_1 в начальном варианте исследования модели назначаются в соответствии с рекомендациями, полученными в параграфе «Отработка заданной функции времени».

Инженерный вариант управления обеспечивает в каждый момент времени стремление состояния системы привода к оптимуму. Реализация предложенного закона управления создает колебательный процесс изменения величины сигнала U_{st} на входе моментного контура. В кривых $\omega(t)$ и $\alpha(t)$ колебания практически незаметны. Заданный закон изменения углового ускорения вала на правой подвижной границе означает, что для каждого момента времени t уравнению Эйлера соответствует решение со своими значениями постоянных интегрирования. Рассмотренная задача является важной для практики в том случае, когда электропитание двигателей рабочей машины осуществляется от аккумулятора.

Энергию нагрева можно вычислить по формуле

$$J = \int_0^T \frac{R}{k_M^2} (M_c + J\omega^{(1)})^2 dt.$$

Пусть T - правая подвижная граница, а начальное условие переходного процесса $\omega(0)$ задано. Для данного функционала запишем условие трансверсальности при $t = T$

$$\frac{R}{k_M^2} (M_c + J\omega^{(1)})^2 = (\omega^{(1)} - (\omega^{(1)})_{гр}) 2 \frac{JR}{k_M^2} (M_c + J\omega^{(1)}).$$

Здесь $(\omega^{(1)})_{гр}$ - заданный закон изменения $\omega^{(1)}$ для правой границы переходного процесса;

$$2J \frac{R}{k_M^2} (M_c + J\omega^{(1)}) = \frac{\partial F}{\partial \omega^{(1)}},$$

где $F = \frac{R}{k_M^2} (M_c + J\omega^{(1)})^2$.

По аналогии с задачей о минимальном потреблении энергии закон изменения $(\omega^{(1)})_{\text{гр}}$ представим формулой

$$(\omega^{(1)})_{\text{гр}} = \omega^{(1)} - \sum_{i=0}^1 \frac{c_i}{c_2} (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}).$$

Тогда

$$\omega^{(1)} - (\omega^{(1)})_{\text{гр}} = \sum_{i=0}^1 c'_i (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}),$$

где $c'_i = \frac{c_i}{c_2}$.

Получаем условие transversальности

$$M = 2J \sum_{i=0}^1 c'_i (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}).$$

Сигнал, задающий момент M на входе моментного контура, равен

$$U_{\text{ст}} = \frac{k_T}{k_M} (M + M^{(1)} T_e).$$

Так как целью управления в данном случае является достижение равенства нулю разности

$$M - 2J \sum_{i=0}^1 c'_i (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}),$$

то в инженерном варианте сигнал управления можно задать следующим образом

$$U_{\text{ст}} = k_u \int_0^t \sigma dt,$$

где $\sigma = M - 2J \sum_{i=0}^1 c'_i (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)})$.

В позиционном режиме работы системы привода $\alpha_s^{(1)} = 0$. Поэтому формула $U_{\text{ст}}$ принимает вид

$$U_{\text{ст}} = k_u \int_0^t \sigma_1 dt,$$

где $\sigma = M - 2Jc'_0(\alpha_s - \alpha) + 2Jc'_1\alpha^{(1)}$.

Реализация этого закона предполагает наличие датчиков момента M , угла поворота вала α , угловой скорости $\alpha^{(1)}$. В некоторый момент времени при соблюдении условия $\alpha = \alpha_s$ привод останавливается. Если M_c - активный момент сопротивления, то при отсутствии самоторможения механической части привода устанавливаются колебания $U_{st}^{(1)}$.

4.8. Применение уравнения Риккати

Рассматривается задача об управлении моментным контуром. Система привода работает в контурном режиме, обрабатывая заданную функцию времени. Синтез управления осуществляется на основе уравнения Риккати, о чем речь пойдет ниже. По сравнению с вариантом синтеза, опирающимся на уравнение Эйлера или Эйлера-Пуассона, излагаемый подход к формированию закона управления позволяет учесть большее число компонент энергии переходного процесса в объекте управления.

Пусть задан функционал (критерий качества)

$$\tilde{J} = \int_{t_1}^{t_2} F(x, U, t) dt,$$

где x - векторная переменная, описывающее состояние объекта управления; U - управление; t - время.

Требуется найти закон управления U , доставляющий экстремум функционалу \tilde{J} . Введем в рассмотрение функцию $V(x, t)$, такую что

$$V(x, t) = \min_U \left(\int_t^{t_2} F(x, U, t) dt \right), \quad x = x(t),$$

а также

$$V(x, t + \Delta t) = \min_U \left(\int_{t+\Delta t}^{t_2} F(x, U, t) dt \right), \quad x = x(t + \Delta t).$$

Здесь t - текущий момент времени, t_2 - конечное значение длительности переходного процесса. Одним из значений t является начальное значение t_1 . Закон управления U соответствует минимуму суммы интеграла с пределами интегрирования t и $t + \Delta t$ и функции $V(x, t + \Delta t)$, то есть

$$V(x,t) = \min_U \left(\int_t^{t+\Delta t} F(x,U,t) dt + V(x(t+\Delta t), t+\Delta t) \right).$$

Пусть $V(x,t)$ - гладкая функция. Последнее соотношение можно переписать так

$$\min_U \left(F(x,U,t) + \frac{V(x(t+\Delta t), t+\Delta t) - V(x(t), t)}{\Delta t} \right) \Delta t = 0$$

Через $F(x,U,t)$ обозначено среднее значение функции $F(x,U,t)$ на интервале Δt . Устремим Δt к нулю. Приходим к уравнению

$$\min_U (V^{(1)}(x) + F(x,U,t)) = 0,$$

где $V^{(1)}(x)$ - производная по времени от вектора $V(x,t)$ при t .

Данное уравнение называется уравнением Беллмана. Теперь обратимся к описанию объекта управления. Уравнение объекта управления представим в виде

$$\dot{x}^{(1)} = Ax + BU,$$

где A - матрица, B - вектор.

Зададим также подынтегральную функцию F функционала

$$F(x,U,t) = x^T Qx + U^T R U.$$

Здесь Q - матрица, R - вектор. Подставим формулу F в уравнение Беллмана

$$\min_U (V^{(1)}(x) + x^T Qx + U^T R U) = 0.$$

Пусть функция $V(x)$ равна

$$V(x) = x^T P x,$$

где P - матрица.

Известно, что уравнению Беллмана удовлетворяет закон оптимального управления

$$U = -R^{-1} B^T P x.$$

После подстановки этого закона в уравнение Беллмана приходим к уравнению Риккати

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P = -Q.$$

Решив это уравнение, находят матрицу P . Затем ее подставляют в формулу

$$U = -R^{-1}B^T Px.$$

Так решается задача отыскания закона управления объектом, описываемым уравнением

$$\dot{x}^{(1)} = Ax + BU,$$

доставляющего минимум функционалу, характеризующему качество переходного процесса.

Объектом управления является моментный контур, переходный процесс в котором описывается уравнением

$$JT_e \alpha^{(3)} + J \alpha^{(2)} = \frac{k_M}{k_T} U_{st} - T_e M_c^{(1)} - M_c.$$

Здесь $J = \text{const}$ - момент инерции двигателя; α - угол поворота вала электродвигателя; k_M, k_T - коэффициенты; U_{st} - управляющее воздействие на входе контура; T_e - постоянная времени; M_c - момент сопротивления вала.

Если $M_c = 0$, $M_c^{(1)} = 0$, то уравнение объекта управления записывается в упрощенном виде

$$JT_e \alpha^{(3)} + K \alpha^{(2)} = \frac{k_M}{k_T} U_{st}.$$

Введем в рассмотрение переменную U_s такую, что выполняется условие

$$U_{st} = \frac{k_T}{k_M} (JT_e \alpha_s^{(3)} + J \alpha_s^{(2)}) - U_s^{(2)},$$

где $U_s^{(2)} = \frac{d^2 U_s}{dt^2}$.

Подставим эту формулу в уравнение объекта управления при $M_c = 0$, $M_c^{(1)} = 0$. После подстановки получаем уравнение

$$JT_e (\alpha_s^{(3)} - \alpha^{(3)}) + J (\alpha_s^{(2)} - \alpha^{(2)}) = \frac{k_M}{k_T} U_s^{(2)}.$$

Обозначим $\alpha - \alpha_s = y$. тогда получаем уравнение переменной y

$$JT_e y^{(3)} + J y^{(2)} = -\frac{k_M}{k_T} U_s^{(2)}.$$

Пусть $U_s = -U$. Это уравнение относится к уравнению типа

$$x_0 y^{(3)} + a_1 y^{(2)} + a_2 y^{(1)} + a_3 y = b_0 U^{(3)} + b_1 U^{(2)} + b_2 U^{(1)} + b_3 U,$$

где $a_0 = JT_e$, $a_1 = J$, $a_2 = 0$, $a_3 = 0$, $b_0 = 0$, $b_1 = \frac{k_M}{k_T}$, $b_2 = 0$, $b_3 = 0$.

Перепишем это уравнение в операторной форме

$$a_3 y - b_3 U + p[a_2 y - b_2 U + p(a_1 y - b_1 U + p(a_0 y - b_0 U))] = 0,$$

где p - оператор преобразования Лапласа.

Обозначим

$$a_0 y - b_0 U = jT_e y = x_1;$$

$$a_1 y - b_1 U + p(a_0 y - b_0 U) = x_2;$$

$$a_2 y - b_2 U + p x_2 = x_3.$$

Из формул x_1 и x_2 получаем, что

$$x_2 = Jy - \frac{k_M}{k_T} U + x_1^{(1)},$$

где $x_1^{(1)} = \frac{dx_1}{dt}$.

Также получаем, что

$$x_2^{(1)} = x_3, \quad x_3^{(1)} = 0, \quad \text{так как } a_2 = 0, \quad b_2 = 0, \quad a_3 = 0, \quad b_3 = 0.$$

Из формул x_1 , x_2 , x_3 следует

$$x_1^{(1)} = -\frac{1}{T_e} x_1 + x_2 + \frac{k_M}{k_T} U;$$

$$x_2^{(1)} = x_3;$$

$$x_3^{(1)} = 0.$$

Для уравнения объекта управления $x^{(1)} = Ax + B$, содержащего матрицу A и вектор B , получаем

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_e} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} \frac{k_M}{k_T} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

В уравнение Риккати входят компоненты $A, A^T, B, B^T, Q, P, R^{-1}$.

Очевидно, что

$$A^T = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_e} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B^T = \begin{pmatrix} k_M & 0 & 0 \\ k_T & & \end{pmatrix}.$$

В общем виде задаем матрицы P и Q

$$P = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & p_3 \\ p_4 & p_5 & p_6 \\ p_7 & p_8 & p_9 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 \end{bmatrix}.$$

Принимаем $R = R^{-1} = 1$. переменные x_1, x_2, x_3 образуют вектор x .

Известные компоненты A, A^T, B, B^T, R^{-1} , а также заданные в общем виде матрицы P и Q подставим в уравнение Риккати

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0.$$

После умножения матриц и векторов и сложения, полученных четырех матриц из уравнения Риккати получаем девять алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} -2\frac{p_1}{T_e} - \frac{k_M^2}{k_T^2} p_1^2 + q_1 &= 0; \\ -\frac{p_2}{T_e} + p_1 - \frac{k_M^2}{k_T^2} p_1 p_2 &= 0; \\ -\frac{p_3}{T_e} + p_2 - \frac{k_M^2}{k_T^2} p_1 p_3 &= 0; \\ p_1 - \frac{p_4}{T_e} - \frac{k_M^2}{k_T^2} p_1 p_4 &= 0; \\ p_2 + p_4 - \frac{k_M^2}{k_T^2} p_2 p_4 + q_2 &= 0; \\ p_3 + p_5 - \frac{k_M^2}{k_T^2} p_3 p_4 &= 0; \end{aligned}$$

$$p_4 - \frac{p_7}{T_e} - \frac{k_M^2}{k_T^2} p_1 p_7 = 0;$$

$$p_5 + p_7 - \frac{k_M^2}{k_T^2} p_2 p_7 = 0;$$

$$p_6 + p_8 - \frac{k_M^2}{k_T^2} p_3 p_7 + q_3 = 0.$$

Неизвестными являются компоненты p_i и q_j . Число неизвестных равно 11. Число уравнений равно 9. Поэтому для матрицы P задаем соотношения $p_2 = p_4$, $p_3 = p_7$, $p_6 = p_8$.

В частном случае, при $p_6 = p_8 = 0$, получаем решение системы алгебраических уравнений

$$p_1 = -\frac{k_T^2}{2k_M^2 T_e}, \quad p_2 = -\frac{k_T^2}{k_M^2},$$

$$p_3 = -\frac{2T_e k_T^2}{k_M^2}, \quad p_5 = \frac{4T_e k_T^2}{k_M^2},$$

$$q_1 = -\frac{3k_T^2}{4k_M^2 T_e^2}, \quad q_2 = -\frac{3k_T^2}{k_M^2},$$

$$q_3 = \frac{4T_e^2 k_T^2}{k_M^2}.$$

В формуле оптимального управления

$$U = -R^{-1} B^T P x$$

известной теперь является матрица P . Компоненты R^{-1} и B^T определены выше. Из этой формулы следует, что

$$U = \frac{k_T}{2k_M T_e} x_1 + \frac{k_T}{k_M} x_2 + \frac{2T_e k_T}{k_M} x_3.$$

Подставим формулы x_1 , x_2 , x_3 , полученные выше, в данное выражение

$$U = \frac{Jk_T}{2k_M} y + \frac{k_T}{k_M} (Jy - \frac{k_M}{k_T} U + JT_e y^{(1)}) + \frac{2T_e k_T}{k_M} (Jy^{(1)} - \frac{k_M}{k_T} U^{(1)} + JT_e y^{(2)}).$$

Так как $y = \alpha - \alpha_s$, то в результате приходим к описанию управления, зависящего от α и α_s

$$U + T_e U^{(1)} = \frac{3 Jk_T}{4 k_M} (\alpha - \alpha_s) + \frac{3 Jk_T T_e}{2 k_M} (\alpha^{(1)} - \alpha_s^{(1)}) + \frac{Jk_T T_e^2}{k_M} (\alpha^{(2)} - \alpha_s^{(2)}).$$

Так как $U^T R U = (-U)^T R (-U)$, то в результате получаем

$$(U_{st})_{opt} = \frac{k_T}{k_M} (J T_e \alpha_s^{(3)} + J \alpha_s^{(2)}) + U^{(2)},$$

$$U + T_e U^{(1)} = \frac{3 Jk_T}{4 k_M} (\alpha_s - \alpha) + \frac{3 Jk_T T_e}{2 k_M} (\alpha_s^{(1)} - \alpha^{(1)}) + \frac{Jk_T T_e^2}{k_M} (\alpha_s^{(2)} - \alpha^{(2)}).$$

Переход от контурного режима системы привода к позиционному режиму означает, что надо приравнять к нулю производные $\alpha_s^{(1)}$, $\alpha_s^{(2)}$, $\alpha_s^{(3)}$. Закон оптимального управления упрощается. Получаем одно уравнение

$$\int_0^t \int_0^t (U_{st} + T_e U_{st}^{(1)}) dt dt = \frac{3 Jk_T}{4 k_M} (\alpha - \alpha_s) - \frac{3 Jk_T T_e}{2 k_M} \alpha^{(1)} - \frac{Jk_T T_e^2}{k_M} \alpha^{(2)}.$$

Если $\alpha_s = kt$ - линейно изменяющееся задание угла поворота вала вдоль оси времени, то в контурном режиме

$$\alpha_s^{(2)} = 0, \alpha_s^{(3)} = 0, \alpha_s^{(1)} = k = \text{const}.$$

Выведенный закон оптимального управления справедлив при соблюдении условия $M_c = 0$, то есть когда вал привода вращается в режиме холостого хода. Инженерный вариант управления, позволяющий скомпенсировать воздействие на привод технологической силы сопротивления в виде момента M_c , не является оптимальным. Ниже приведено математическое описание динамики привода с управляемым моментным контуром. Процесс изменения во времени угла поворота вала и его производных по времени в каждый момент времени стремится к идеалу – оптимальному процессу. Этот идеал может быть достигнут, если реализован закон оптимального управления на основе уравнения Риккати и если технологическое воздействие в виде момента M_c отсутствует. Математическое описание динамики представляет собой совокупность формул

$$1. J T_e \alpha_1^{(3)} + J \alpha_1^{(2)} = \frac{k_M}{k_T} U_{st} - T_e M_c^{(1)} - M_c$$

$$2. JT_e \alpha_2^{(1)} + J \alpha_2 = \frac{k_M}{k_T} U_s + JT_e \alpha_s^{(1)} + J \alpha_s$$

$$3. U_s + T_e U_s^{(1)} = \frac{3 J k_T}{4 k_M} (\alpha_s - \alpha) + \frac{3 J k_T T_e}{2 k_M} (\alpha_s^{(1)} - \alpha^{(1)}) + \frac{J k_T T_e^2}{k_M} (\alpha_s^{(2)} - \alpha^{(2)}).$$

$$4. U_{st} = k_u \int_0^t F(\sigma) dt$$

$$5. F(\sigma) = \text{sgn}(\sigma)$$

$$6. \sigma = \sum_{i=0}^2 c_i (\alpha_2^{(i)} - \alpha_1^{(i)})$$

Последнее условие σ равно левой части уравнения Эйлера-Пуассона. Для угла α_1 , изменяющегося в соответствии с первым уравнением при $M_c \neq 0$, $M_c^{(1)} \neq 0$ заданием является угол α_2 . Угол α_2 изменится как показано во втором уравнении при $M_c = 0$, $M_c^{(1)} = 0$. Здесь $U_s = (U_s)_{\text{opt}}$ - идеальный закон управления, не учитывающий момент сопротивления M_c . В каждый момент времени угол α_1 стремится к величине α_2 .

4.9. Оптимизация динамики электропривода в дискретном времени

Объект управления описывается в дискретном времени уравнением

$$x_{t+1} = f(x_t, U_t, t).$$

Здесь x_t - значение выходной переменной в момент времени t ; x_{t+1} - значение этой переменной в следующий дискретный момент времени; U_t - управление.

Задан функционал

$$\tilde{J} = \sum_{t=t_1}^{t=t_2} \omega(x_t, U_t, t) + \phi(x_{t_2}, t_2).$$

Требуется найти управление, обеспечивающее минимизацию функционала [10].

Запишем уравнение динамики объекта управления

$$x_{t+1} = Ax_t + BU_t.$$

Предположим, что функционал имеет вид

$$\tilde{J} = \sum_{t=0}^{\infty} (x_t^T Q \cdot x_t + U_t^T R U_t),$$

где $Q = Q^T \geq 0$, $R = R^T > 0$.

Для дискретной системы уравнение Беллмана записывается так

$$\min_U [\Delta V_t + \omega(x_t, U_t, t)] = 0,$$

где ΔV_t - приращение V (функции Ляпунова). С учетом предложенного функционала получаем следующего вида уравнение Беллмана

$$\min_U (\Delta V_t + x_t^T Q x_t + U_t^T R U_t) = 0.$$

Выберем функцию Ляпунова

$$V_t = x_t^T P x_t.$$

Найдем приращение ΔV_t

$$\begin{aligned} \Delta V_t &= \left(x_{t+1}^T P x_{t+1} - x_t^T P x_t \right) \Big|_{x_{t+1}=Ax_t+BU_t} = x_t^T A^T P A x_t - x_t^T P x_t + \\ &+ 2U_t^T B^T P A x_t + U_t^T B^T P B U_t. \end{aligned}$$

Подставим ΔV_t в уравнение Беллмана

$$\begin{aligned} \min_U (x_t^T A^T P A x_t - x_t^T P x_t + 2U_t^T B^T P A x_t + U_t^T B^T P B U_t + \\ + x_t^T Q \cdot x_t + U_t^T R U_t) = 0. \end{aligned}$$

Минимуму левой части полученного уравнения соответствует формула U_t

$$U_t = (R + B^T P B)^{-1} B^T P A x_t.$$

Тогда из уравнения Беллмана следует условие оптимальности

$$x_t^T (A^T P A - P + Q - A^T P B \bar{R} B^T P A) x_t = 0,$$

где $\bar{R} = (R + B^T P B)^{-1}$.

Приходим к уравнению Риккати

$$A^T P A - P - A^T P B \bar{R} B^T P A = -Q.$$

Решив это уравнение, получаем закон управления U_t , минимизирующий функционал.

4.10. Синтез управления, ограниченного максимально допустимым значением

Известным является метод синтеза управления, называемый принципом максимума. С его помощью можно решить задачу об управлении объектом, обеспечивающем предельное быстродействие. Объект управления описывается системой уравнений

$$\dot{x}_i^{(1)} = f_i(x, U), \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Здесь $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$, $U = (U_1, U_2, \dots, U_n)^T$ - вектор управления.

В уравнение Эйлера

$$F_x - \frac{d}{dt} F_{x^{(1)}} = 0$$

вводятся новые переменные H и p согласно формулам

$$p = F_{x^{(1)}}, \quad H = -F + x^{(1)} p.$$

Здесь F_x и $F_{x^{(1)}}$ - частные производные

$$F_x = \frac{\partial F}{\partial x}, \quad F_{x^{(1)}} = \frac{\partial F}{\partial x^{(1)}},$$

где F - подынтегральная функция функционала. Справедливыми являются следующие соотношения

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\partial F}{\partial t}, \quad \frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{\partial F}{\partial x}, \quad \frac{\partial H}{\partial p} = x^{(1)} = \frac{dx}{dt}.$$

Функция H не зависит от $x^{(1)}$. Действительно

$$\frac{\partial H}{\partial x^{(1)}} = -F_{x^{(1)}} + p = 0.$$

Преобразовав уравнение Эйлера, получаем систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{dp}{dt}; \\ \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{dx}{dt}. \end{cases}$$

Эта система двух уравнений эквивалентна одному уравнению Эйлера и называется гамильтоновой формой уравнений Эйлера. Функция H достигает экстремума по x при тех же условиях, что и функционал

$$\tilde{J} = \int_0^T F(x(t), x^{(1)}(t), t) dt.$$

Действительно

$$\frac{dH}{dx} = \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial H}{\partial p} \frac{dp}{dx} = \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{dp}{dt} = 0.$$

Таким образом, появляется возможность отыскания закона оптимального управления объектом из условия экстремума функции H . Для функционала, подынтегральная функция которого зависит от нескольких переменных,

$$\tilde{J} = \int_0^T F(x_1(t), \dots, x_n(t), x_1^{(1)}(t), \dots, x_n^{(1)}(t), t) dt$$

переменную H записывают следующим образом

$$H = -F + \sum_{i=1}^n x_i^{(1)} p_i,$$

где $p_i = F_{x_i^{(1)}}^*$, $\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x_i}$, $\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p_i}$.

Решение задачи о предельном быстродействии объекта управления, описываемого системой уравнений

$$x_i^{(1)} = f_i(x, U), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

начинается с составления вспомогательного функционала

$$J^* = \int_0^T \left[f_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) (x_i^{(1)} - f_i(x, U)) \right] dt,$$

где $f_0 = 1$, $\int_0^T f_0 dt$ - исходный функционал; $\lambda_i(t)$ - неопределенные множители Лагранжа.

Далее записываем уравнение Эйлера

$$F_{x_i}^* - \frac{d}{dt} F_{x_i^{(1)}}^* = 0,$$

где $F_{x_i}^* = \frac{\partial F^*}{\partial x_i}$, $F_{x_i^{(1)}}^* = \frac{\partial F^*}{\partial x_i^{(1)}}$, $F^* = 1 + \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) (x_i^{(1)} - f_i(x, U))$.

Компоненты уравнения Эйлера равны

$$F_{x_1}^* = \frac{\partial f_0}{\partial x_1} - \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) \frac{\partial f_i}{\partial x_1} = - \sum_{i=0}^n \lambda_i(t) \frac{\partial f_i}{\partial x_1}.$$

Здесь $\lambda_0 = -1$.

$$F_{x_1^{(1)}}^* = \lambda_1(t).$$

Подставим формулы $F_{x_1}^*$ и $F_{x_1^{(1)}}^*$ в уравнение Эйлера

$$- \sum_{i=0}^n \lambda_i(t) \frac{\partial f_i}{\partial x_1} - \frac{d\lambda_1}{dt} = 0.$$

Новые переменные H и p , о которых шла речь выше, равны

$$H = \sum_{i=1}^n p_i f_i(x, U) - f_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) f_i(x, U) - 1;$$

$$p_i = F_{x_1^{(1)}}^* = \frac{\partial F^*}{\partial x_1^{(1)}} = \lambda_i(t).$$

Необходимые условия оптимальности управления формируются следующим образом. Если $U(t)$ - управление, которому соответствует оптимальная траектория $x(t)$, то

1. можно подобрать непрерывную вектор-функцию $\lambda(t) = (\lambda_0(t), \lambda_1(t), \dots, \lambda_n(t))$, составляющие которой удовлетворяют гамильтоновой системе двух уравнений, эквивалентной уравнению Эйлера;

2. функция H достигает максимума по управлению U в любой момент времени;

3. для правого подвижного конца переходного процесса и фиксированного левого конца выполняется условие

$$\max_U H = 0.$$

Из формулы H следует, что из требования

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i(t) f_i(x, U) - 1 = 0$$

вытекает другое условие

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i(t) f_i(x, U) = 1.$$

Таким образом, оптимальное по быстродействию системы привода управление U объектом, описываемым системой уравнений

$$x_i^{(1)} = f_i(x, U), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

следует отыскать, совместно рассмотрев совокупность формул

$$\begin{cases} \frac{d\lambda_i}{dt} = -\sum_{i=1}^n \lambda_i(t) \frac{\partial f_i}{\partial x_i}; \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i(t) f_i(x, U) = 1. \end{cases}$$

Известно, что это управление представляет собой переключательную функцию типа сигнатуры, доставляющую максимум функции $H + 1$. Наибольшую трудоемкость имеет процесс вычисления значений постоянных интегрирования уравнения

$$\frac{d\lambda_i}{dt} = -\sum_{i=1}^n \lambda_i(t) \frac{\partial f_i}{\partial x_i}.$$

В отдельные моменты времени величина управления U равна U_{\max} либо $-U_{\max}$, где U_{\max} - максимально допустимое значение U , ограничивающее управление.

Приведем простой пример, иллюстрирующий применение принципа максимума. Пусть требуется решить задачу о предельном быстродействии для объекта управления, описываемого двумя формулами

$$\frac{dx_1}{dt} = x_2, \quad \frac{dx_2}{dt} = U,$$

здесь x_1 - выходная переменная объекта; x_2 - промежуточная переменная; U - управление.

Задано начальное условие переходного процесса

$$x_1(0) = 0, \quad x_2(0) = 0.$$

Задано конечное условие

$$x_1(T) = x_{1k}, \quad x_2(T) = x_{2k}.$$

Задано ограничение величины U : $|U(t)| \leq U_{\max}$.

Составим функцию $H + 1$

$$H + 1 = \lambda_1 x_2 + \lambda_2 U.$$

Из уравнения

$$\frac{d\lambda_i}{dt} = -\sum_{i=1}^2 \lambda_i(t) \frac{\partial f_i}{\partial x_i}$$

получаем

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = 0, \quad \frac{d\lambda_2}{dt} = -\lambda_1.$$

Тогда $\lambda_1 = c_1 = \text{const}$, $\lambda_2 = c_2 - c_1 t$, где $c_2 = \text{const}$. Функция $H + 1$ равна

$$H + 1 = c_1 x_2 + (c_2 - c_1 t) U.$$

Максимум функции $H + 1$ достигается в любой момент времени при управляющем воздействии

$$U(t) = U_{\max} \operatorname{sgn}(c_2 - c_1 t).$$

Величина максимума $H + 1$ равна

$$(H + 1)_{\max} = c_1 x_2 + U_{\max} (c_2 - c_1 t) \operatorname{sgn}(c_2 - c_1 t) = 1.$$

Постоянные интегрирования уравнения Эйлера находят из описания объекта управления и граничных условий. В момент времени $t_{\Pi} = \frac{c_2}{c_1}$ происходит переключение сигнала U : величина $U = U_{\max}$ заменяется на $U = -U_{\max}$.

Задача оптимизации управления значительно усложняется, если подынтегральная функция $f_0(x, U)$ функционала характеризует не быстрое действие, а обработку системой привода заданной функции времени. Усложняется процесс нахождения переменных λ_i . Однако применение принципа максимума дает возможность подобрать закон управления U из условия равенства нулю $H = H_{\max}$. При этом управление $U(t)$ может быть не гладкой функцией, а переключательной, принимая граничные допустимые значения.

Для практики пригоден также другой подход к определению оптимального управления, упрощающий инженерную реализацию закона управления. Если для моментного контура, описываемого уравнением

$$U_{st} = \frac{k_T}{k_M} \left(J T_e \omega^{(2)} + J \omega^{(1)} + M_c^{(1)} T_e + M_c \right),$$

найденно управление $(U_{st})_{opt}$ с учетом ограничений

$$\left| \omega^{(2)} \right| \leq \omega_{max}^{(2)}, \quad \left| \omega^{(1)} \right| \leq \omega_{max}^{(1)}$$

и заданных условий

$$\left| M_c \right| \leq (M_c)_{max}, \quad \left| M_c^{(1)} \right| \leq (M_c^{(1)})_{max},$$

то это означает, что

$$\left| (U_{st})_{opt} \right| \leq (U_{st})_{max}.$$

Здесь максимальные значения всех переменных – допустимые граничные значения.

Пусть задан функционал

$$\bar{J} = \int_0^T U_{st}^2 dt.$$

Физический смысл $\min \bar{J}$ заключается в минимуме заданной энергии нагрева электродвигателя. Сигнал U_{st} пропорционален заданному моменту двигателя, который в свою очередь пропорционален заданному току обмотки двигателя. Для подвижного правого конца переходного процесса (и фиксированного левого конца) необходимым условием минимума J является условие трансверсальности при $t = T$

$$F - (x^{(1)} - (x^{(1)})_{гр}) F_{x^{(1)}} = 0,$$

где $F = \frac{k_T^2}{k_M^2} \left(J T_e x^{(1)} + J x + M_c^{(1)} T_e + M_c \right)^2$; $x = \omega^{(1)}$ - угловое ускорение вала;

$x^{(1)} = \omega^{(2)}$ - угловой рывок; $(x^{(1)})_{гр}$ - заданный закон изменения $\omega^{(2)}$ при

$$t = T; F_{x^{(1)}} = \frac{\partial F}{\partial x^{(1)}}.$$

Частная производная $\frac{\partial F}{\partial x^{(1)}}$ равна

$$F_{x^{(1)}} = \frac{2jT_e k_T^2}{k_M^2} \left(J T_e x^{(1)} + J x + M_c^{(1)} T_e + M_c \right).$$

Сумма в скобках равна заданному моменту двигателя M_s . Раскроем условие трансверсальности

$$\frac{k_T^2}{k_M^2} M_s^2 = (x^{(1)} - (x^{(1)})_{\text{гр}}) \frac{2JT_e k_T^2}{k_M^2} M_s.$$

После упрощения условия получаем

$$(M_s)_{\text{opt}} = 2JT_e (\omega^{(2)} - (\omega^{(2)})_{\text{гр}}),$$

где $\omega^{(2)} = \alpha^{(3)}$, $(\omega^{(2)})_{\text{гр}} = (\alpha^{(3)})_{\text{гр}}$.

Рассмотрим вариант задания $(\omega^{(2)})_{\text{гр}}$. Пусть движение вала двигателя происходит так, что заданные угловые ускорение и рывок в путевой системе принимают при $t=0$ максимально допустимые значения. В дальнейшем при нарастании времени эти задания стремятся к значениям, поступающим от верхнего уровня управления технологической машины. Пусть при $t=T$ соблюдается условие

$$\sum_{i=0}^3 c_i \left[\alpha_s^{(i)} + k_i (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}) (\alpha_{\text{max}}^{(i)} - \alpha^{(i)}) - \alpha^{(i)} \right] = 0.$$

Здесь c_i - коэффициенты; $\alpha_s = \alpha_s(t)$ - заданная извне функция времени; $\alpha_s^{(1)}$ и $\alpha^{(1)}$ - заданная и действительная угловые скорости вала.

Компонента

$$k_i (\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)}) (\alpha_{\text{max}}^{(i)} - \alpha^{(i)})$$

является добавкой к заданию $\alpha_s^{(1)}$; $\alpha_{\text{max}}^{(1)}$ - максимально допустимое значение $\alpha^{(1)}$.

Принимаем, что $k_0 = 0$, $k_3 = 0$. Это означает недопущение превышения $\alpha^{(1)}$ над заданием α_s и превышения $\alpha^{(3)}(t)$ над заданием $\alpha_s^{(3)}$.

Если при $t=0$ $\alpha(0) = 0$, $\alpha^{(1)}(0) = 0$, $\alpha^{(2)}(0) = 0$, $k_0 = 0$, $k_3 = 0$, то вся сумма в приведенном выше условии равна

$$c_0 \alpha_s + c_1 \alpha_s^{(1)} + c_1 k_1 \alpha_s^{(1)} \alpha_{\text{max}}^{(1)} + c_2 \alpha_s^{(2)} + c_2 k_2 \alpha_s^{(2)} \alpha_{\text{max}}^{(2)} + c_3 \alpha_s^{(3)} - c_3 \alpha^{(3)} = 0$$

Принимаем

$$k_1 = \frac{1}{\alpha_{\text{max}}^{(1)}}, k_2 = \frac{1}{\alpha_{\text{max}}^{(2)}}.$$

Тогда получаем

$$c_0\alpha_s + c_1\alpha_s^{(1)} + c_1\alpha_s^{(1)} + c_2\alpha_s^{(2)} + c_2\alpha_s^{(2)} + c_3\alpha_s^{(3)} - c_3\alpha^{(3)} = 0$$

Заданием для углового рывка вала является сумма

$$\frac{c_0}{c_3}\alpha_s + \frac{2c_1}{c_3}\alpha_s^{(1)} + \frac{2c_2}{c_3}\alpha_s^{(2)} + \alpha_s^{(3)}.$$

Эта сумма ограничена максимально допустимым значением $\alpha_{\max}^{(3)}$.

Если $\alpha_s = \alpha_{\max}$, $\alpha_s^{(1)} = \alpha_{\max}^{(1)}$, $\alpha_s^{(2)} = \alpha_{\max}^{(2)}$, где α_{\max} , $\alpha_{\max}^{(1)}$, $\alpha_{\max}^{(2)}$ - максимально допустимые значения, то

$$(\alpha_s^{(3)})_{\max} = (\alpha^{(3)})_{\max} - \frac{c_0}{c_3}\alpha_{\max} - \frac{2c_1}{c_3}\alpha_{\max}^{(1)} - \frac{2c_2}{c_3}\alpha_{\max}^{(2)}.$$

Итак, для правой подвижной границы переходного процесса системы привода можно записать формулу $(\omega^{(2)})_{\text{гр}} = \omega_s^{(2)} = \alpha_s^{(3)}$, получаемую из предложенного выше условия при $t = T$, где $\alpha_s^{(3)} \leq (\alpha_s^{(3)})_{\max}$.

$$(\omega^{(2)})_{\text{гр}} = \omega_s^{(2)} = \omega^{(2)} - \sum_{i=0}^2 c'_i \left[\alpha_s^{(i)} + k_1(\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)})(\alpha_{\max}^{(i)} - \alpha^{(i)}) - \alpha^{(i)} \right],$$

где $c'_i = \frac{c_i}{c_3}$.

Подставим данный результат для $(\omega^{(2)})_{\text{гр}}$ в формулу

$$(M_s)_{\text{opt}} = 2JT_e (\omega^{(2)} - (\omega^{(2)})_{\text{гр}}).$$

Получим закон изменения заданного момента

$$(M_s)_{\text{opt}} = 2JT_e \sum_{i=0}^2 c'_i \left[\alpha_s^{(i)} + k_1(\alpha_s^{(i)} - \alpha^{(i)})(\alpha_{\max}^{(i)} - \alpha^{(i)}) - \alpha^{(i)} \right].$$

Здесь $k_0 = 0$, $k_3 = 0$, $k_1 = \frac{1}{\alpha_{\max}^{(1)}}$, $k_2 = \frac{1}{\alpha_{\max}^{(2)}}$.

Сигнал управления на входе моментного контура равен

$$U_{\text{ст}} = \frac{k_{\text{т}}}{k_{\text{м}}}(M_s)_{\text{opt}}.$$

Условие трансверсальности для правой подвижной границы сконструировано так, что в начальный момент времени переходного процесса заданные угловые скорость и ускорение вала принимают

максимально допустимые значения. Затем они плавно спадают до заданий, поступивших извне.

5. УПРАВЛЕНИЕ СВЯЗАННЫМИ СИСТЕМАМИ ЭЛЕКТРОПРИВОДА. ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ

5.1. Однотипные связанные системы

В промышленности встречается применение исполнительных систем машин, состоящих из нескольких однотипных систем электропривода. Примером является исполнительная система копировального станка или система автоматической синхронизации вращения валов двигателей в бумагоделательном производстве. Отдельные системы электропривода иногда называют сепаратными. Между ними действуют перекрестные связи. В первом случае они отражают существующее взаимовлияние между сепаратными системами через общий источник сырья, перерабатываемого несколькими устройствами, каждое из которых содержит свою систему электропривода. Возможно взаимовлияние через общий источник электропитания. В манипуляторах оно проявляется через общую нагрузку. Во втором случае взаимодействие сепаратных систем создается алгоритмом управления в технологической машине.

Пусть речь идет об n конвейерах, содержащих устройства, перерабатывающие сырье, поступающее к ним из общего источника. Обозначим через y_k выходную переменную k -го устройства, понимая под ней скорость переработки сырья.

Формула производной расхода сырья в k -ом конвейере

$$V_k^{(1)} = W_k(p)a_{kk}(y_{sk} - y_k) + \sum_{j=1, j \neq k}^n W_j(p)a_{kj}(y_{sj} - y_j),$$

где $W_k(p), W_j(p)$ - передаточные функции регуляторов расхода сырья k -ым и j -ым устройствами (k -ым и j -ым конвейерами); y_{sk}, y_{sj} - задания переменных y_k, y_j ; a_{kk}, a_{kj} - коэффициенты, влияние на работу k -го устройства со стороны j -го характеризует коэффициент a_{kj} ; $y_{sk} = V_k$.

Формула переменной y_k

$$y_k = W_{k0}(p)V_k^{(1)} + W_{kf}(p)f_k,$$

где $W_{k0}(p) = k_p W_{mk}(p)b$; k_p - коэффициент пропорциональности между y_k и ω_k ; $W_{mk}(p)$ - передаточная функция k -го моментного контура, равная

отношению $\omega_k(p)$ к $(U_{st})_k(p)$; ω_k - угловая скорость вала электродвигателя, а $(U_{st})_k$ - сигнал задания на входе моментного контура k -го устройства; $b = \frac{(U_{st})_k}{V_k^{(1)}}$; $W_{kf}(p)$ - передаточная функция по возмущению; f_k - возмущение на валу k -го привода.

После объединения двух формул получаем

$$y_k = W_{k0}(p) \sum_{j=1}^n W_j(p) a_{kj} (y_{sj} - y_j) + W_{kf}(p) f_k.$$

Приходим к уравнению динамики n связанных систем

$$(E + A_y)y = A_y y_s + A_f f,$$

где $y_s = (y_{s1}, y_{s2}, \dots, y_{sn})^T$; $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^T$; $f = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$

$$A_y = \begin{bmatrix} W_{10}(p)W_1(p)a_{11} & W_{10}(p)W_2(p)a_{12} & \dots & W_{10}(p)W_n(p)a_{1n} \\ W_{20}(p)W_1(p)a_{21} & W_{20}(p)W_2(p)a_{22} & \dots & W_{20}(p)W_n(p)a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{n0}(p)W_1(p)a_{n1} & W_{n0}(p)W_2(p)a_{n2} & \dots & W_{n0}(p)W_n(p)a_{nn} \end{bmatrix};$$

$$A_f = \begin{bmatrix} W_{1f}(p) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_{2f}(p) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & W_{nf}(p) \end{bmatrix}; E - \text{единичная диагональная матрица.}$$

Если $W_{j0}(p) = W_0(p)$ и $W_j(p) = W(p)$ для всех j , то

$$A_y = W_0(p)W(p)A,$$

где

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}.$$

Если $W_{kf}(p) = W_f(p)$ и $W_{jf}(p) = W_f(p)$ для всех j , то

$$A_f = W_f(p)E.$$

Принимаем, что коэффициент $k_p = \text{const}$ для любого j в формуле

$$y_j = k_p \omega_j,$$

а также, что коэффициент $b = \text{const}$ для любого j в формуле

$$(U_{st})_j = bV_j^{(1)}.$$

Здесь V_j - расход сырья в устройстве, содержащем моментный контур электропривода и расположенном в j -м конвейере. Если связанные системы однотипны, то

$$W_{j0}(p) = W_o(p) = \frac{k_p b k_M}{k_T (J T_e p^2 + J p)},$$

где k_M, k_T - параметры двигателя и моментного контура; T_e - постоянная времени моментного контура ($T_{ej} = T_e$); $J = \text{const}$ - момент инерции ($J_j = J$).

Формула $W_o(p)$ следует из уравнения динамики моментного контура при $M_c = 0$, $M_c^{(1)} = 0$

$$U_{st} = \frac{k_T}{k_M} (J T_e \omega^{(2)} + J \omega^{(1)} + M_c^{(1)} T_e + M_c).$$

Передаточная функция по каналу возмущения имеет вид

$$W_{kf}(p) = -\frac{K_p}{J p}.$$

Вариант связанности однотипных систем электропривода через общий источник электропитания имеет место в подвижных транспортных средствах и в подвижных роботах, оснащенных аккумуляторами. Пусть системы электропривода представляют собой следящие системы. Необходимое условие оптимальности динамики j -ой системы запишем в виде уравнения

$$\sum_{i=0}^r c_i (y_{sj}^{(i)} - y_j^{(i)}) = 0,$$

где c_i - постоянные коэффициенты, независящие от j ; $y_{sj} = \alpha_{sj} k_p$;

$y_{ij} = \alpha_j k_p$; $r = 2$; α_{sj} и α_j - заданный и действительный углы поворота вала двигателя j -ой системы; y_j - выходная переменная, y_{sj} - ее задание; $k_p = \text{const}$ для любого j .

Сигнал задания момента двигателя $(U_{st})_k$ равен

$$(U_{st})_k = k_u \int_0^t \sum_{i=0}^r c_i (y_{sk}^{(i)} - y_k^{(i)}) dt.$$

Такое задание не учитывает взаимовлияния систем электропривода через общий источник питания. С учетом этого влияния преобразованный по Лапласу сигнал представим формулой

$$(U_{st})_k = \frac{k_u}{p} \sum_{j=1}^n a_{kj} \left[\sum_{i=0}^r c_i (y_{sj}^{(i)}(p) - y_j^{(i)}(p)) \right],$$

где $k_u = \text{const}$.

Влияние j -го привода на k -й характеризует коэффициент a_{kj} . Учитывая, что передаточная функция моментного контура по каналу управления равна

$$W_{mk}(p) = \frac{\alpha_k^{(1)}}{(U_{st})_k} = \frac{k_M}{k_T(JT_e p^2 + Jp)}$$

и что $y_k = k_p \alpha_k$, $y_j = k_p \alpha_j$, $y_{sk} = k_p \alpha_{sk}$, $y_{sj} = k_p \alpha_{sj}$ получаем уравнение динамики k -ой системы

$$y_k^{(1)} = \frac{k_u}{p} \left(\sum_{j=1}^n a_{kj} \left[\sum_{i=0}^r k_p c_i (\alpha_{sj}^{(i)}(p) - \alpha_j^{(i)}(p)) \right] \right) \frac{k_p k_M}{k_T(JT_e p^2 + Jp)} - \frac{k_p}{Jp} (M_c)_k(p).$$

Данное описание динамики k -ой системы аналогично такому же описанию для группы систем, связанных через общий источник сырья. Здесь

$$W(p) = \frac{k_u}{p};$$

$$W_0(p) = \frac{k_p k_M}{k_T(JT_e p^2 + Jp)};$$

$$W_f(p) = -\frac{k_p}{Jp};$$

для реактивного момента сопротивления M_c $\omega^{(1)} = 0$ $M \leq M_c$.

Для систем электропривода, связанных через общую нагрузку, в простейшем случае формула выходной переменной k -ой системы y_k имеет вид

$$y_k = W_{k0}(p)U_k + W_{kf}(p)(f_{k0} + \sum_{j=1}^n b_{kj}y_j),$$

где $U_k = W_k(p)(y_{sk} - y_k)$; $W_k(p)$ - передаточная функция регулятора k -ой системы электропривода; y_{sk} - задание переменной y_k ; $W_{k0}(p)$ и $W_{kf}(p)$ - передаточные функции объекта регулирования по каналу управления и каналу возмущения k -ой системы; f_{k0} - составляющая возмущения, не зависящая от y_j ($j = 1, 2, \dots, n; j \neq k$); b_{kj} - коэффициент, характеризующий влияние через нагрузку на величину y_k со стороны j -ой системы, в простейшем случае $b_{kj} = \text{const}$; y_j - выходная переменная j -ой системы.

После объединения двух формул получаем

$$y_k = W_{k0}(p)W_k(p)(y_{sk} - y_k) + W_{kf}(p)(f_{k0} + \sum_{j=1}^n b_{kj}y_j).$$

В варианте электропривода, содержащего моментный контур,

$$W_{k0}(p) = \frac{k_M}{p k_T (J T_e p^2 + J p)}, \quad W_{kf}(p) = -\frac{k_p}{J p} f_{k0} = (M_{c0})_k.$$

Компоненты этих формул разъяснены выше. Если

$$W_k(p) = \frac{k_y}{1 + p T_y}, \quad y_k = k_p \alpha_k, \quad y_j = k_p \alpha_j,$$

где $k_y = \text{const}$, $k_p = \text{const}$, α_k и α_j - углы поворота валов электродвигателей k -ой и j -ой систем, то

$$y_k = \frac{k_p k_M}{p k_T (J T_e p^2 + J p)} \frac{k_y}{1 + p T_y} (\alpha_{sk} - \alpha_k) - \frac{k_p}{J p} \left[(M_{c0})_k + \sum_{j=1}^n k_p b_{kj} \alpha_j \right]$$

Итак, данный пример описания динамики группы систем электропривода, связанных через общую нагрузку, показывает связанность по положениям выходных элементов устройств с приводами y_j ($j = 1, 2, \dots, n$). Если нагрузка k -го привода зависит от скоростей $y_j^{(1)}$, то вместо суммы

$$\sum_{j=1}^n k_p b_{kj} \alpha_j$$

надо воспользоваться другой компонентой момента сопротивления

$$\sum_{j=1}^n k_p b_{kj} \alpha_j^{(1)}.$$

Из уравнения динамики k-ой системы

$$y_k = W_{k0}(p)W_k(p)(y_{sk} - y_k) + W_{kf}(p)(f_{k0} + \sum_{j=1}^n b_{kj}y_j)$$

получаем уравнение динамики группы систем электропривода

$$(S - S_f + E)y = Sy_s + A_f f_0.$$

Матрица A_f приведена выше. Матрицы S , S_f имеют вид

$$S = \begin{bmatrix} W_{10}(p)W_1(p) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & W_{20}(p)W_2(p) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & W_{n0}(p)W_n(p) \end{bmatrix};$$

$$S_f = \begin{bmatrix} W_{1f}(p)b_{11} & W_{1f}(p)b_{12} & \dots & W_{1f}(p)b_{1n} \\ W_{2f}(p)b_{21} & W_{2f}(p)b_{22} & \dots & W_{2f}(p)b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W_{nf}(p)b_{n1} & W_{nf}(p)b_{n2} & \dots & W_{nf}(p)b_{nn} \end{bmatrix};$$

f_{k0} - компоненты вектора f_0 .

В общем случае движениям механических звеньев технологической машины свойственно сложное взаимовлияние. При разработке алгоритма управления звеньями может оказаться целесообразным использование уравнения Лагранжа. Пусть известен функционал, характеризующий качество движений звеньев, и получено необходимое условие экстремума функционала в виде совокупности формул $(\alpha_j^{(2)})_{opt}$ - угловых ускорений звеньев, $j = 1, 2, \dots, n$. Для привода j-го звена воспользуемся преобразованным уравнением Лагранжа

$$\frac{W_m^{(1)}}{(\alpha_j^{(2)})_{\text{opt}}} - \int_0^t \frac{W_m^{(1)}}{\alpha_j^{(1)}} dt = \int_0^t (M_j)_{\text{opt}} dt,$$

где $W_m^{(1)} = \frac{dW_m}{dt}$; W_m - разность кинетической и потенциальной энергии всей совокупности механических звеньев рабочей машины,

$$W_m = \int_0^t \sum_{j=1}^n (U_j I_j - I_j^2 R_j) dt,$$

где U_j - напряжение питания j -го электропривода; I_j - ток, потребляемый из источника; R_j - активное сопротивление; n - число звеньев; $(M_j)_{\text{opt}}$ - оптимальный момент, развиваемый j -м приводом.

Тогда

$$M_j = k_{u1} \left[\int_0^t ((M_j)_{\text{opt}} - M_j) dt + k_{u2} \int_0^t \left(\sum_{i=0}^2 c_i (y_{sj}^{(i)} - y_j^{(i)}) \right) dt \right],$$

где k_{u1} и k_{u2} - коэффициенты; $M_j = \frac{k_M}{k_T} (U_{st})_j$.

5.2. Алгоритмически связанные системы

Работа технологической машины характеризуется некоторым числом управляемых переменных $\psi_i, i \in [1, N]$ и набором возможных технологических ситуаций $\varphi_z, z \in [1, Z]$. Здесь $\varphi_r = 1$, если ситуация с номером r имеет место, в противном случае $\varphi_r = 0$. Предположим, что $\varphi_r = 1$, если соблюдается условие

$$\delta_r = V_{1r} \delta\psi_1 \operatorname{sgn} \delta\psi_1 + V_{2r} \delta\psi_2 \operatorname{sgn} \delta\psi_2 + \dots + V_{Nr} \delta\psi_N \operatorname{sgn} \delta\psi_N \geq 1,$$

где V_{1r}, \dots, V_{Nr} - коэффициенты, $[V_{ir}] = \begin{bmatrix} 1 \\ \psi_i \end{bmatrix}$; $\delta\psi_i = \psi_{si} - \psi_i$; ψ_{si} - задание переменной ψ_i ; $\operatorname{sgn} \delta\psi_i = 1$ при $\delta\psi_i \geq 0$; $\operatorname{sgn} \delta\psi_i = -1$ при $\delta\psi_i < 0$.

При переходе значения δ_r от $\delta_r < 1$ к $\delta_r \geq 1$ устройство управления вырабатывает новые задания системам электропривода. Пусть желаемому качеству стремления δ_r к нулю соответствует минимум функционала

$$J = \int_0^T (\delta_r + c_r \delta_r^{(1)})^2 dt,$$

где c_r - константа; $\delta_r^{(1)} = \frac{d\delta}{dt}$. $t = T$ - правая подвижная граница

переходного процесса.

Воспользуемся условием трансверсальности для правой подвижной границы при варьировании переменной ψ_i в следующем виде

$$F - N \left[\psi_i^{(1)} - (\psi_i^{(1)})_{\text{гр}} \right] F_{\psi_i^{(1)}} = 0,$$

где $F = (\delta_r + c_r \delta_r^{(1)})^2$; $\delta_r = \sum_{i=1}^N V_{\text{ir}} \delta \psi_i \operatorname{sgn} \delta \psi_i$; N - число выходных

переменных ψ_i , характеризующих продукт полезный, вырабатываемый технологической машиной; $\delta \psi_i = \psi_{si} - \psi_i$; ψ_{si} - задание переменной ψ_i ;

$\psi_i^{(1)} = \frac{d\psi_i}{dt}$; $(\psi_i^{(1)})_{\text{гр}}$ - заданный закон изменения $\psi_i^{(1)}$ при $t = T$;

$$F_{\psi_i^{(1)}} = \frac{\partial F}{\partial \psi_i^{(1)}}.$$

Записанному выше условию трансверсальности при варьировании ψ_i соответствует условие трансверсальности, содержащее все переменные $\psi_i, i \in [1, N]$

$$F - \sum_{i=1}^N \left[\psi_i^{(1)} - (\psi_i^{(1)})_{\text{гр}} \right] F_{\psi_i^{(1)}} = 0.$$

Рассмотрим это условие при варьировании ψ_i . Принимаем, что

$$\operatorname{sgn} \delta \psi_i(t) = \operatorname{sgn} \delta \psi_i(0)$$

а также, что

$$(\psi_i^{(1)})_{\text{гр}} = c_i \delta \psi_i, c_i = \text{const.}$$

Частная производная $\frac{\partial F}{\partial \psi_i^{(1)}}$ равна

$$F_{\psi_i^{(1)}} = \frac{\partial F}{\partial \psi_i^{(1)}} = -2(\delta_r + c_r \delta_r^{(1)}) c_r V_{\text{ir}} \operatorname{sgn} \delta \psi_i.$$

Подставим это выражение в условие трансверсальности

$$(\delta_r + c_r \delta_r^{(1)})^2 = -2N \left[\psi_i^{(1)} - (\psi_i^{(1)})_{\text{opt}} \right] (\delta_r + c_r \delta_r^{(1)}) c_r V_{ir} \operatorname{sgn} \delta \psi_i.$$

С учетом формулы $(\psi_i^{(1)})_{\text{opt}}$ получаем

$$\delta_r + c_r \delta_r^{(1)} = -2N c_r V_{ir} \operatorname{sgn} \delta \psi_i \left[\psi_i^{(1)} - c_r \delta \psi_i \right],$$

откуда следует формула $\psi_i^{(1)} = (\psi_i^{(1)})_{\text{opt}}$

$$(\psi_i^{(1)})_{\text{opt}} = -\frac{\delta_r + c_r \delta_r^{(1)}}{2N c_r V_{ir} \operatorname{sgn} \delta \psi_i} + c_r \delta \psi_i.$$

Этот результат показывает, что процессы отработки рассогласований $\delta \psi_i, i \in [1, N]$, соответствующие минимуму функционала, являются алгоритмически связанными. Удовлетворительная реализация данного закона достигается с помощью инженерных приемов, корректирующих закон. Например, если в переходном процессе связанных систем технологической машины для переменной ψ_k достигнуто равенство нулю $\delta \psi_k$, то далее в алгоритме управления технологическим процессом устанавливается задание $\psi_{sk}^{(1)} = 0$.

Множеству управляемых выходных переменных технологического процесса ψ_i соответствует множество воздействий на процесс $Y_{sj}, j \in [1, n]$. предположим, что связь между переменными ψ_i и действительными переменными Y_j можно описать системой в общем случае нелинейных уравнений

$$\begin{aligned} Y_1 &= Y_1(\psi_i, \psi_i^{(1)}) \\ Y_2 &= Y_2(\psi_i, \psi_i^{(1)}) \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ Y_n &= Y_n(\psi_i, \psi_i^{(1)}) \\ i &\in [1, N], j \in [1, n]. \end{aligned}$$

После подстановки в выражения $Y_j(\psi_i, \psi_i^{(1)})$ формул оптимальных значений производных $(\psi_i^{(1)})_{\text{opt}}$ получаем формулы оптимальных заданий воздействий Y_{sj}

$$Y_{sj} = (Y_{sj})_{\text{opt}} = Y_j \left\{ \Psi_i, -\frac{\delta_r + c_r \delta_r^{(1)}}{-2Nc_r V_{ir} \operatorname{sgn} \delta \Psi_i} + c_r \delta \Psi_i \right\},$$

$$j \in [1, n], i \in [1, N], \delta \Psi_i = \Psi_{si} - \Psi_i.$$

Изложенное выше показывает, что необходимо в технологической машине иметь два контура регулирования. Во внешнем контуре осуществляется регулирование выходных переменных технологического процесса Ψ_i . Во внутреннем контуре требуется отработать задание $Y_{sj} = (Y_{sj})_{\text{opt}}$, приближая к нему действительную переменную Y_j , $j \in [1, n]$. Процесс отработки осуществляется связанными системами электропривода. Связанность задается алгоритмом управления, который в свою очередь следует из условия, соответствующего экстремуму функционала, характеризующего качество процесса отработки задания.

Для группы связанных систем электропривода зададим функционал

$$J = \int_0^T (\delta_y + c_y \delta_y^{(1)})^2 dt,$$

где $\delta_y = \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \delta Y_j \operatorname{sgn} \delta Y_j$; $\delta Y_j = Y_{sj} - Y_j$; c_y , ε_j - положительные константы;

$$\delta_y^{(1)} = \frac{d\delta_y}{dt}; \operatorname{sgn} \delta Y_i = 1 \text{ при } \delta Y_i \geq 0; \operatorname{sgn} \delta Y_i = -1 \text{ при } \delta Y_i < 0.$$

Для правой подвижной границы переходного процесса $t = T$ воспользуемся условием трансверсальности – необходимым условием минимума функционала J .

$$F - n \left[Y_j^{(1)} - (Y_j^{(1)})_{\text{гр}} \right] F_{Y_i^{(1)}} = 0,$$

где $F = (\delta_y + c_y \delta_y^{(1)})^2$; $F_{Y_i^{(1)}} = \frac{\partial F}{\partial Y_i^{(1)}}$; $\delta_y^{(1)} = \frac{d\delta_y}{dt}$; $Y_j^{(1)} = \frac{\partial Y_j}{\partial t}$; $(Y_j^{(1)})_{\text{гр}}$ -

заданный закон изменения производной $Y_j^{(1)}$ при $t = T$.

Если

$$(Y_j^{(1)})_{\text{гр}} = c_j \delta Y_j = c_j (Y_{sj} - Y_j),$$

где $c_j = \text{const}$, то получаем при $t = T$

$$(\delta_y + c_y \delta_y^{(1)})^2 = n \left[Y_j^{(1)} - c_j \delta Y_j \right] F_{Y_1^{(1)}}.$$

Частная производная $F_{Y_1^{(1)}}$ равна

$$F_{Y_1^{(1)}} = \frac{\partial F}{\partial Y_1^{(1)}} = -2(\delta_y + c_y \delta_y^{(1)}) c_y \varepsilon_j \operatorname{sgn} \delta Y_j.$$

Здесь предположено, что $\operatorname{sgn} \delta Y_j(t) = \operatorname{sgn} \delta Y_j(0)$.

После подстановки выражения $F_{Y_1^{(1)}}$ в условие трансверсальности получаем

$$Y_j^{(1)} = (Y_j^{(1)})_{\text{opt}} = -\frac{\delta_y + c_y \delta_y^{(1)}}{2nc_y \varepsilon_j \operatorname{sgn} \delta Y_j} + c_j \delta Y_j.$$

Обозначим

$$(\delta Y_j)' = -\frac{\delta_y + c_y \delta_y^{(1)}}{2nc_y \varepsilon_j} \operatorname{sgn} \delta Y_j + \delta Y_j.$$

Тогда

$$Y_j^{(1)} = (Y_j^{(1)})_{\text{opt}} = c_j (\delta Y_j)'$$

Применим преобразование Лапласа-Карсона

$$pY_j(p) = c_j (\delta Y_j)'(p),$$

откуда следует формула передаточной функции, если начальные условия переходного процесса нулевые

$$W_j(p) = \frac{Y_j(p)}{(\delta Y_j)'(p)} = \frac{c_j}{p}, \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Для известной механической части технологической машины, в которой передаются воздействия приводов на рабочий орган, можно записать систему уравнений

$$\Delta \psi_1 = k_{11}(p) \Delta Y_1 + k_{12}(p) \Delta Y_2 + \dots + k_{1n}(p) \Delta Y_n$$

$$\Delta \psi_2 = k_{21}(p) \Delta Y_1 + k_{22}(p) \Delta Y_2 + \dots + k_{2n}(p) \Delta Y_n$$

...

$$\Delta \psi_N = k_{N1}(p) \Delta Y_1 + k_{N2}(p) \Delta Y_2 + \dots + k_{Nn}(p) \Delta Y_n.$$

Здесь $k_{ij}(p)$ - передаточные функции. Обычно для каждой текущей совокупности значений $\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_N$ необходимо определять свою

передаточную функцию $k_{ij}(p)$. Получаем формулу $\Delta\psi = k\Delta Y$, где k - матрица, а $\Delta\psi$ и ΔY - векторы.

5.3. Примеры алгоритмически связанных систем

Пример 1. Рассмотрим вариант управления движениями механических звеньев, образующих разомкнутую кинематическую цепь. Число звеньев равно трем. Звенья с помощью трех шарниров изгиба могут перемещаться в одной плоскости. Первый шарнир расположен в начале прямоугольной инерциальной системе координат. Плоскость с тремя звеньями может поворачиваться вокруг одной из осей этой системы координат. Разомкнутая кинематическая цепь представлена на рис.5.1 в виде кинематической схемы манипулятора. Оси инерциальной системы координат обозначены через x, y, z , а через β - угол поворота всех звеньев вокруг оси Y . На рис.5.1 также обозначено: $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ - углы изгиба в одной плоскости; O_1, A, B - шарниры изгиба; O - шарнир поворота этой плоскости на угол β ; ρ_1, ρ_2, ρ_3 - углы ротации звеньев; l_1, l_2, l_3 - длины звеньев; C - центр схвата.

Ниже при описании управлений ротации не будем учитывать, то есть $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = 0$.

Координаты точки C вычисляем по формулам

$$x_c = \cos\beta[l_1 \cos\alpha_1 + l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + l_3 \cos(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)],$$

$$y_c = l_1 \sin\alpha_1 + l_2 \sin(\alpha_1 + \alpha_2) + l_3 \sin(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3),$$

$$z_c = \sin\beta[l_1 \cos\alpha_1 + l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + l_3 \cos(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)],$$

где α_j - угол изгиба j -го звена по отношению к $(j-1)$ -му звену; β - угол поворота вокруг оси Y .

Формулы производных $x_c^{(1)}, y_c^{(1)}, z_c^{(1)}$ по времени

$$x_c^{(1)} = -\sin\beta[l_1 \cos\alpha_1 + l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + l_3 \cos(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)]\beta^{(1)} -$$

$$-l_1 \cos\beta \sin\alpha_1 \alpha_1^{(1)} - l_2 \cos\beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2)(\alpha_1^{(1)} + \alpha_2^{(1)}) -$$

$$-l_3 \cos\beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)(\alpha_1^{(1)} + \alpha_2^{(1)} + \alpha_3^{(1)});$$

$$y_c^{(1)} = l_1 \cos\alpha_1 \alpha_1^{(1)} + l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)(\alpha_1^{(1)} + \alpha_2^{(1)}) +$$

$$+ l_3 \cos(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)(\alpha_1^{(1)} + \alpha_2^{(1)} + \alpha_3^{(1)});$$

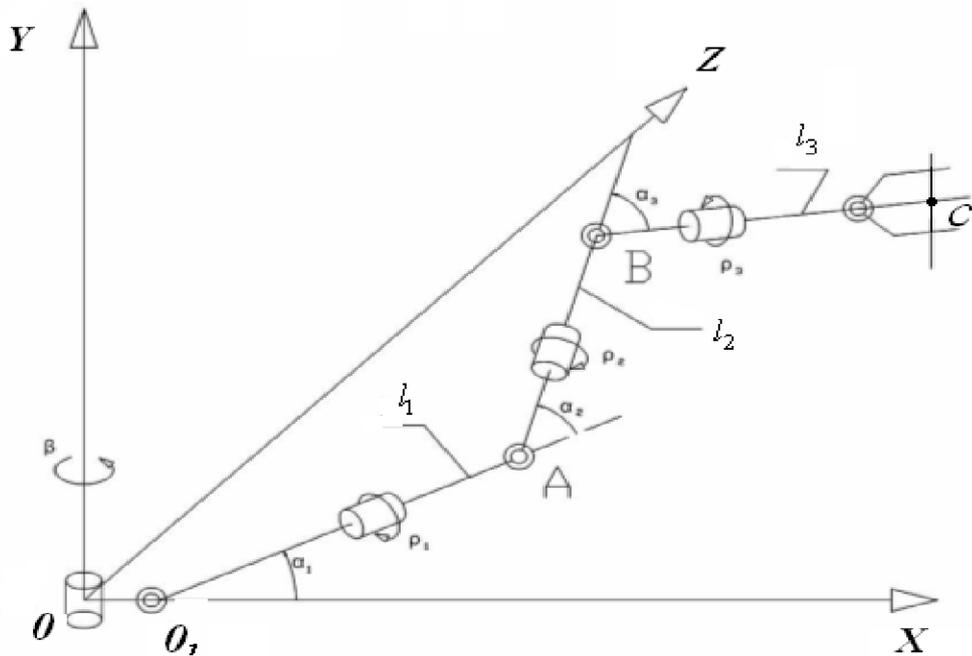


Рис. 5.1. Кинематическая схема манипулятора

$$z_c^{(1)} = \cos \beta [l_1 \cos \alpha_1 + l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + l_3 \cos(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)] \dot{\beta}^{(1)} - \\ - l_1 \sin \beta \sin \alpha_1 \dot{\alpha}_1^{(1)} - l_2 \sin \beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2) (\dot{\alpha}_1^{(1)} + \dot{\alpha}_2^{(1)}) - \\ - l_3 \sin \beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3) (\dot{\alpha}_1^{(1)} + \dot{\alpha}_2^{(1)} + \dot{\alpha}_3^{(1)}).$$

Пусть задано условие $\alpha_3 = \mu \alpha_2$, где $\mu = \text{const} > 0$.

Тогда можно представить связь скоростей $x_c^{(1)}, y_c^{(1)}, z_c^{(1)}$ с производными $\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, \beta^{(1)}$ в виде произведения

$$V = Kq^{(1)},$$

где $V = (x_c^{(1)}, y_c^{(1)}, z_c^{(1)})^T$; $q^{(1)} = (\alpha_1^{(1)}, \alpha_2^{(1)}, \beta^{(1)})^T$; $K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix}$.

Формулы компонент матрицы K

$$\begin{aligned}
k_{11} &= -l_1 \cos \beta \sin \alpha_1 - l_2 \cos \beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2) - l_3 \cos \beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3); \\
k_{12} &= -l_2 \cos \beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2) - l_3 \cos \beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)(1 + \mu); \\
k_{13} &= -\sin \beta [l_1 \cos \alpha_1 + l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + l_3 \cos(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)]; \\
k_{21} &= l_1 \cos \alpha_1 + l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + l_3 \cos(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3); \\
k_{22} &= l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + l_3 \cos(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)(1 + \mu); \\
k_{23} &= 0; \\
k_{31} &= -l_1 \sin \beta \sin \alpha_1 - l_2 \sin \beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2) - l_3 \sin \beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3); \\
k_{32} &= -l_2 \sin \beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2) - l_3 \sin \beta \sin(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)(1 + \mu); \\
k_{33} &= \cos \beta [l_1 \cos \alpha_1 + l_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2) + l_3 \cos(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)].
\end{aligned}$$

Выше в общем рассмотрении технологического процесса его параметры обозначены через $\psi_i, i \in [1, N]$. В данном примере $\psi_1 = x_c, \psi_2 = y_c, \psi_3 = z_c$. Выходные переменные связанных систем в общем случае обозначены через $Y_i, i \in [1, n]$. В нашем примере $Y_1 = \alpha_1^{(1)}, Y_2 = \alpha_2^{(1)}, Y_3 = \beta^{(1)}$.

Закон оптимального изменения производной $\psi_i^{(1)}$ был получен в виде формулы

$$\psi_i^{(1)} = (\psi_i^{(1)})_{\text{opt}} = -\frac{\delta_r + C_r \delta_r^{(1)}}{2NC_r V_{ir} \operatorname{sgn} \delta \psi_i} + C_i \delta \psi_i.$$

Для рассматриваемой разомкнутой кинематической цепи

$$\begin{aligned}
\delta_r &= V_{1r}((x_c)_s - x_c) \operatorname{sgn}((x_c)_s - x_c) + V_{2r}((y_c)_s - y_c) \operatorname{sgn}((y_c)_s - y_c) + \\
&+ V_{3r}((z_c)_s - z_c) \operatorname{sgn}((z_c)_s - z_c),
\end{aligned}$$

где $V_{1r} = V_1; V_{2r} = V_2; V_{3r} = V_3$ - весовые коэффициенты; $(x_c)_s = \psi_{s1}, (y_c)_s = \psi_{s2}, (z_c)_s = \psi_{s3}$ - задания координат x, y, z центра схвата манипулятора (точки C); $N = 3; \delta \psi_1 = (x_c)_s - x_c; \delta \psi_2 = (y_c)_s - y_c; \delta \psi_3 = (z_c)_s - z_c$.

Коэффициенты c_r, c_i либо заданы, либо отыскиваются в процессе настройки динамики исполнительной системы.

Закон оптимального изменения производных $Y_j^{(1)}$ в общем случае имеет вид

$$Y_j^{(1)} = (Y_j^{(1)})_{\text{opt}} = -\frac{\delta_y + c_y \delta_y^{(1)}}{2nc_y \varepsilon_j \text{sgn} \delta Y_j} + c_j \delta Y_j.$$

Здесь для разомкнутой кинематической цепи

$$\begin{aligned} \delta_y &= \varepsilon_1 ((\alpha_1^{(1)})_s - \alpha_1^{(1)}) \text{sgn}((\alpha_1^{(1)})_s - \alpha_1^{(1)}) + \\ &+ \varepsilon_2 ((\alpha_2^{(1)})_s - \alpha_2^{(1)}) \text{sgn}((\alpha_2^{(1)})_s - \alpha_2^{(1)}) + \\ &+ \varepsilon_3 ((\beta^{(1)})_s - \beta^{(1)}) \text{sgn}((\beta^{(1)})_s - \beta^{(1)}), \end{aligned}$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ - весовые коэффициенты; $n = 3$; $\delta Y_j = Y_{sj} - Y_j$; $Y_{s1} = (\alpha_1^{(1)})_s$; $Y_{s2} = (\alpha_2^{(1)})_s$; $Y_{s3} = (\beta^{(1)})_s$; коэффициенты c_y, c_j уточняются в процессе настройки исполнительной системы.

Задания $(\alpha_1^{(1)})_s, (\alpha_2^{(1)})_s, (\beta^{(1)})_s$ на каждом малом отрезке времени Δt вычисляются с помощью формулы

$$q_s^{(1)} = K^{-1}V,$$

где $q_s^{(1)} = ((\alpha_1^{(1)})_s, (\alpha_2^{(1)})_s, (\beta^{(1)})_s)^T$; $V = ((x_c^{(1)})_{\text{opt}}, (y_c^{(1)})_{\text{opt}}, (z_c^{(1)})_{\text{opt}})^T$; K^{-1} - обратная матрица, коэффициенты k_{i1} матрицы K описаны выше формулами. Эти коэффициенты являются нелинейными функциями текущих значений углов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta$. но внутри малого отрезка времени они принимаются постоянными. Для электроприводов с моментными контурами сигналы задания моментов двигателей запишем следующим образом:

Привод звена манипулятора с изменяемым углом

$$\alpha_1 (U_{st})_1 = k_u \int_0^t \sigma_1 dt, \quad k_u = \text{const},$$

где $\sigma_1 = \alpha_1^{(2)} + \frac{\delta_y + c_y \delta_y^{(1)}}{6c_y \varepsilon_1 \text{sgn} \delta \alpha_1^{(1)}} - c_1 \delta \alpha_1^{(1)}$; $\delta \alpha_1^{(1)} = (\alpha_1^{(1)})_s - \alpha_1^{(1)}$.

Привод звена α_2

$$(U_{st})_2 = k_u \int_0^t \sigma_2 dt,$$

где $\sigma_2 = \alpha_2^{(2)} + \frac{\delta_y + c_y \delta_y^{(1)}}{6c_y \varepsilon_2 \operatorname{sgn} \delta \alpha_2^{(1)}} - c_2 \delta \alpha_2^{(1)}$; $\delta \alpha_2^{(1)} = (\alpha_2^{(1)})_s - \alpha_2^{(1)}$.

Привод звена β

$$(U_{st})_3 = k_u \int_0^t \sigma_3 dt,$$

где $\sigma_3 = \beta^{(2)} + \frac{\delta_y + c_y \delta_y^{(1)}}{6c_y \varepsilon_3 \operatorname{sgn} \delta \beta^{(1)}} - c_3 \delta \beta^{(1)}$; $\delta \beta^{(1)} = (\beta^{(1)})_s - \beta^{(1)}$.

Запишем матрицу K^{-1} в виде

$$K^{-1} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & h_{13} \\ h_{21} & h_{22} & h_{23} \\ h_{31} & h_{32} & h_{33} \end{bmatrix}.$$

Формулы заданий $(\alpha_1^{(1)})_s$, $(\alpha_2^{(1)})_s$, $(\beta^{(1)})_s$

$$(\alpha_1^{(1)})_s = h_{11}(x_c^{(1)})_{\text{opt}} + h_{12}(y_c^{(1)})_{\text{opt}} + h_{13}(z_c^{(1)})_{\text{opt}};$$

$$(\alpha_2^{(1)})_s = h_{21}(x_c^{(1)})_{\text{opt}} + h_{22}(y_c^{(1)})_{\text{opt}} + h_{23}(z_c^{(1)})_{\text{opt}};$$

$$(\beta^{(1)})_s = h_{31}(x_c^{(1)})_{\text{opt}} + h_{32}(y_c^{(1)})_{\text{opt}} + h_{33}(z_c^{(1)})_{\text{opt}}.$$

Матрицу K^{-1} получаем из описанной выше матрицы K .

Задание моментному контуру системы привода, изменяющего угол поворота звена α_3

$$(U_{st})_{\alpha_3} = k_{\alpha_3} \int_0^t \sigma_{\alpha_3} dt, k_{\alpha_3} = \text{const}; \sigma_{\alpha_3} = \mu \alpha_2 - \alpha_3.$$

Пример 2. Пусть две системы электропривода создают двухкоординатное движение на плоскости, перемещая рабочий инструмент. Движение концевой точки инструмента происходит вдоль заданной траектории в прямоугольной системе координат с осями x и y . Напряжение питания моментных контуров $U_{\Pi} = \text{const} > 0$. Сигналы на входах двух контуров U_{st1} и U_{st2} задают моменты двигателей и токи в их обмотках, пропорциональные моментам.

Требуется найти законы управления $(U_{st1})_{\text{opt}}$ и $(U_{st2})_{\text{opt}}$, соответствующие каждому минимуму своего функционала. В качестве

функционалов рассмотрим энергии, потребляемые электроприводами из источника электропитания. Внутреннее сопротивление источника равно нулю, то есть взаимовлияние систем электропривода через этот источник отсутствует.

Связанность двух систем задается алгоритмом управления. Для варианта энергосберегающей технологии запишем функционалы в следующем виде

$$J_1 = \int_0^T U_{\text{п}} I_1 \varphi_1(I_1) dt,$$

$$J_2 = \int_0^T U_{\text{п}} I_2 \varphi_2(I_2) dt,$$

где I_1, I_2 - электрические токи в обмотках двигателей; функции φ_1 и φ_2 изменяются в зависимости от аргументов соответственно I_1 и I_2 так, что подынтегральные функции всегда положительны; физически это означает отсутствие рекуперации энергии в источник питания.

Функции φ_1 и φ_2 являются плавными, причем при $|I_1| < c$ величина $|\varphi_1|$ весьма мала, а при $|I_1| > c$ $|\varphi_1| \approx 1$. Аналогично величина $|\varphi_2|$ весьма мала при $|I_2| < c$, а при $|I_2| > c$ $|\varphi_2| \approx 1$. Здесь c - достаточно малая константа.

Формулы электрических токов

$$I_1 = \frac{M_1}{k_M} = \frac{1}{k_M} (M_{c1} + J \omega_1^{(1)}),$$

$$I_2 = \frac{M_2}{k_M} = \frac{1}{k_M} (M_{c2} + J \omega_2^{(1)}),$$

где k_M - конструктивный коэффициент, устанавливаемый по паспортным данным двигателей, принимаемых одинаковыми; M_{c1} и M_{c2} - моменты сопротивления; $\omega_1^{(1)}$ и $\omega_2^{(1)}$ - угловые ускорения валов двигателей; $J = \text{const}$ - момент инерции вала двигателя.

Для правой подвижной границы переходного процесса составим условия трансверсальности. Для первого функционала при $t = T$ это условие имеет вид формулы

$$F_1 = \left[\omega_1^{(1)} - (\omega_1^{(1)})_{\text{гр}} \right] F_{\omega_1^{(1)}},$$

где $F_1 = U_{\text{п}} \frac{1}{k_{\text{м}}} (M_{\text{с1}} + J \omega_1^{(1)}) \Phi_1(I_1)$; $(\omega_1^{(1)})_{\text{гр}}$ - заданный закон изменения углового ускорения вала на правой подвижной границе;

$$F_{\omega_1^{(1)}} = \frac{\partial F}{\partial \omega_1^{(1)}}.$$

для второго функционала условие трансверсальности при $t = T$

$$F_2 = \left[\omega_2^{(1)} - (\omega_2^{(1)})_{\text{гр}} \right] F_{\omega_2^{(1)}},$$

где $F_2 = U_{\text{п}} \frac{1}{k_{\text{м}}} (M_{\text{с2}} + J \omega_2^{(1)}) \Phi_2(I_2)$; $(\omega_2^{(1)})_{\text{гр}}$ - заданный закон изменения переменной $\omega_2^{(1)}$ при $t = T$;

$$F_{\omega_2^{(1)}} = \frac{\partial F}{\partial \omega_2^{(1)}}.$$

Найдем формулы частных производных $\frac{\partial F}{\partial \omega_1^{(1)}}$ и $\frac{\partial F}{\partial \omega_2^{(1)}}$

$$\frac{\partial F_1}{\partial \omega_1^{(1)}} = \frac{U_{\text{п}}}{k_{\text{м}}} \left(J \Phi_1 + (M_{\text{с1}} + J \omega_1^{(1)}) \frac{\partial \Phi_1}{\partial I_1} \frac{J}{k_{\text{м}}} \right);$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \omega_2^{(1)}} = \frac{U_{\text{п}}}{k_{\text{м}}} \left(J \Phi_2 + (M_{\text{с2}} + J \omega_2^{(1)}) \frac{\partial \Phi_2}{\partial I_2} \frac{J}{k_{\text{м}}} \right).$$

Если $|I_1| > c$, $|I_2| > c$, то практически $\Phi_1 = \text{sgn} M_1$, $\Phi_2 = \text{sgn} M_2$, так как $M_1 = k_{\text{м}} I_1$, $M_2 = k_{\text{м}} I_2$. Также при $|I_1| > c$, $|I_2| > c$ получаем

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial I_1} \approx 0, \quad \frac{\partial \Phi_2}{\partial I_2} \approx 0.$$

Тогда

$$\frac{\partial F_1}{\partial \omega_1^{(1)}} = \frac{U_{\text{п}} J}{k_{\text{м}}} \text{sgn} M_1;$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial \omega_2^{(1)}} = \frac{U_{\text{п}} J}{k_{\text{м}}} \text{sgn} M_2.$$

Подставим эти формулы в условия трансверсальности при $t = T$.
Для функционала J_1

$$\frac{U_{\text{п}}}{k_{\text{м}}} M_1 \operatorname{sgn} M_1 = \left[\omega_1^{(1)} - (\omega_1^{(1)})_{\text{гр}} \right] \frac{U_{\text{п}} J}{k_{\text{м}}} \operatorname{sgn} M_1,$$

откуда следует результат

$$M_1 = J \left[\omega_1^{(1)} - (\omega_1^{(1)})_{\text{гр}} \right].$$

Для функционала J_2

$$\frac{U_{\text{п}}}{k_{\text{м}}} M_2 \operatorname{sgn} M_2 = \left[\omega_2^{(1)} - (\omega_2^{(1)})_{\text{гр}} \right] \frac{U_{\text{п}} J}{k_{\text{м}}} \operatorname{sgn} M_2,$$

откуда получаем формулу

$$M_2 = J \left[\omega_2^{(1)} - (\omega_2^{(1)})_{\text{гр}} \right].$$

Каждый привод создает свой вектор линейной скорости неподвижной точки относительно рабочего инструмента и расположенной на нем. Первый вектор направлен вдоль оси X , а второй вдоль оси Y .

Пусть заданы функции

$$f_1(\Delta s_x, \Delta s_y), f_2(\Delta s_x, \Delta s_y),$$

где Δs_x и Δs_y - линейные отклонения точки инструмента от заданной траектории, отсчитываемые вдоль осей X и Y в процессе его движения.

Представим функции f_1 и f_2 в виде

$$f_1^2 = \omega_1^2 + \omega_2^2,$$

f_2 - угол, который составляет вектор скорости точки инструмента к вектору линейной скорости, пропорциональной по модулю угловой скорости вала первого двигателя ω_1 .

Для функций f_1 и f_2 можно получить соотношения

$$\omega_1 = f_1 \cos(f_2);$$

$$\omega_2 = f_1 \sin(f_2);$$

$$\omega_1^2 - \omega_2^2 = f_1^2 (\cos^2 f_2 - \sin^2 f_2) = f_1^2 (2 \cos^2 f_2 - 1).$$

Итак, для измеренных отклонений от заданной траектории движения инструмента в каждый момент времени требуется отработать два условия

$$(\omega_1^2 + \omega_2^2)_s = f_1^2(\Delta s_x, \Delta s_y),$$

$$(\omega_1^2 - \omega_2^2)_s = f_1^2 \left[2 \cos^2 f_2(\Delta s_x, \Delta s_y) - 1 \right].$$

Перейдем к формулировке угловых ускорений $(\omega_1^{(1)})_{гр}$ и $(\omega_2^{(1)})_{гр}$ на правой подвижной границе при $t = T$.

Пусть при $t = T$ задана система уравнений

$$(\omega_1^{(1)})_{гр}^2 - (\omega_2^{(1)})_{гр}^2 = (\omega_1^{(1)})^2 - (\omega_2^{(1)})^2 - \left\{ f_1^2 \left[2 \cos^2 f_2 (\Delta s_x, \Delta s_y) - 1 \right] - (\omega_1^2 - \omega_2^2) \right\} k_p;$$

$$(\omega_1^{(1)})_{гр}^2 + (\omega_2^{(1)})_{гр}^2 = (\omega_1^{(1)})^2 + (\omega_2^{(1)})^2 - \left[f_1^2 - (\omega_1^2 + \omega_2^2) \right] k_c.$$

Здесь k_p и k_c - коэффициенты.

Из этой системы уравнений следуют формулы $(\omega_1^{(1)})_{гр}^2$ и $(\omega_2^{(1)})_{гр}^2$

$$(\omega_1^{(1)})_{гр}^2 = \frac{1}{2} \left\{ 2(\omega_1^{(1)})^2 - k_p f_1^2 (2 \cos^2 f_2 - 1) + k_p \omega_1^2 - k_p \omega_2^2 - k_p f_1^2 + k_c (\omega_1^2 + \omega_2^2) \right\} = (\omega_1^{(1)})^2 + \frac{1}{2} [(k_c + k_p) \omega_1^2 + (k_c - k_p) \omega_2^2 - k_p f_1^2 (2 \cos^2 f_2 - 1) - k_c f_1^2];$$

$$(\omega_2^{(1)})_{гр}^2 = \frac{1}{2} \left\{ 2(\omega_2^{(1)})^2 + k_p f_1^2 (2 \cos^2 f_2 - 1) - k_p \omega_1^2 + k_p \omega_2^2 - k_c f_1^2 + k_c (\omega_1^2 + \omega_2^2) \right\} = (\omega_2^{(1)})^2 + \frac{1}{2} [(k_c - k_p) \omega_1^2 + (k_p + k_c) \omega_2^2 + k_p f_1^2 (2 \cos^2 f_2 - 1) - k_c f_1^2].$$

Объектами управления являются моментные контуры, динамика которых описывается уравнениями

$$(U_{st})_1 = \frac{k_T}{k_M} \left(J T_e \omega_1^{(2)} + J \omega_1^{(1)} + M_{c1}^{(1)} T_e + M_{c1} \right),$$

$$(U_{st})_2 = \frac{k_T}{k_M} \left(J T_e \omega_2^{(2)} + J \omega_2^{(1)} + M_{c2}^{(1)} T_e + M_{c2} \right).$$

Здесь сигнал $(U_{st})_1$ задает момент двигателя M_1 , а сигнал $(U_{st})_2$ - момент двигателя M_2 . Заданный момент двигателя, создающего ускорение

инструмента вдоль оси X , равен $(U_{st})_1 \frac{k_M}{k_T}$. Заданный момент двигателя,

задающего ускорение вдоль оси Y , равен $(U_{st})_2 \frac{k_M}{k_T}$.

Выше получена формула

$$M_1 = J \left[\omega_1^{(1)} - (\omega_1^{(1)})_{\text{гр}} \right],$$

а также формула

$$M_2 = J \left[\omega_2^{(1)} - (\omega_2^{(1)})_{\text{гр}} \right].$$

Это формулы оптимальных значений моментов, развиваемых двигателями первого и второго приводов. Эти значения моментов следует понимать как заданные M_{1s} и M_{2s} . Отклонения действительных моментов M_1 и M_2 от заданных соответственно M_{1s} и M_{2s} позволяют сформировать управления в виде сигналов $(U_{st})_1$ и $(U_{st})_2$

$$(U_{st})_1 = k_u \int_0^t (M_{1s} - M_1) dt,$$

$$M_{1s} = J \left[\omega_1^{(1)} - (\omega_1^{(1)})_{\text{гр}} \right];$$

$$(U_{st})_2 = k_u \int_0^t (M_{2s} - M_2) dt,$$

$$M_{2s} = J \left[\omega_2^{(1)} - (\omega_2^{(1)})_{\text{гр}} \right].$$

Формулы $(\omega_1^{(1)})_{\text{гр}}$ и $(\omega_2^{(1)})_{\text{гр}}$ выведены выше. Измерению подлежат моменты M_1 и M_2 . В линейном или в линеаризованном контуре величина M_1 пропорциональна току I_1 , протекающему в обмотке первого электродвигателя, создающего ускорение вдоль оси X . Аналогично, величина момента M_2 пропорциональна электрическому току в обмотке второго двигателя I_2 . Кроме того, в соответствии с формулами $(\omega_1^{(1)})_{\text{гр}}$ и $(\omega_2^{(1)})_{\text{гр}}$, для реализации законов управления моментными контурами $(U_{st})_1$ и $(U_{st})_2$ требуется измерять угловые скорости ω_1 и ω_2 и ускорения $\omega_1^{(1)}$, $\omega_2^{(1)}$.

5.4. Системы, связанные алгоритмически и через источник сырья

Связанность систем электропривода, обусловленную алгоритмически, получаем после минимизации функционалов, заданных одноитипно для всех систем. Пусть для k -ой системы задан функционал

$$J = \int_0^T (\delta_{yk} + c_{yk} \delta_{yk}^{(1)})^2 dt,$$

где $\delta_{yk} = \sum_{j=1}^n \varepsilon_{kj} \delta Y_j \operatorname{sgn} \delta Y_j$; $\varepsilon_{kj} = \operatorname{const} > 0$ - коэффициент; j - номер системы

электропривода; $\delta Y_j = Y_{sj} - Y_j$; Y_{sj} - заданная скорость движения выходного элемента j -ой системы; Y_j - действительная скорость этого элемента; Y_{sj}

равна текущему расходу сырья V_j , поступающего к устройству

переработки сырья, содержащему j -ую системы электропривода; c_{yk} -

коэффициент;
$$\delta_{yk}^{(1)} = \frac{d\delta_{yk}}{dt}.$$

Вспользуемся результатом минимизации аналогичного функционала, характеризующего движение связанных систем, полученным в параграфе «Алгоритмически связанные системы». Этот результат представлен выше формулой

$$Y_j^{(1)} = -\frac{\delta_y + c_y \delta_y^{(1)}}{2nc_y \varepsilon_j \operatorname{sgn} \delta Y_j} + c_j \delta Y_j.$$

Это соотношение между компонентами $Y_j^{(1)}$, δ_y , $\delta_y^{(1)}$, δY_j есть условие трансверсальности в задаче с правой подвижной границей $t = T$.

В рассматриваемом случае условие трансверсальности для k -ой системы аналогично. Запишем его в преобразованном по Лапласу виде

$$Y_k = \frac{1}{p} \left[-\frac{(1 + c_{yk} p) \delta_{yk}}{2nc_{yk} \varepsilon_{kk} \operatorname{sgn} \delta Y_k} + (Y_k^{(1)})_{\text{гр}} \right],$$

где $(Y_k^{(1)})_{\text{гр}} = \sum_{j=1}^n (c_{kj} \delta Y_j + s_{kj} Y_j^{(1)})$; $c_{kj} = \operatorname{const}$; $s_{kj} = \operatorname{const}$; $\delta Y_j = Y_{sj} - Y_j$.

Тогда отклонение от трансверсальности в рассматриваемом случае можно записать так

$$\sigma_k = Y_k - \frac{1}{p} \left[-\frac{(1 + c_{yk} p) \delta_{yk}}{2nc_{yk} \varepsilon_{kk} \operatorname{sgn} \delta Y_k} + \sum_{j=1}^n (c_{kj} \delta Y_j + ps_{kj} \delta Y_j) \right].$$

Это есть необходимое условие минимума функционала J_k наряду с уравнением Эйлера. Коэффициенты интегрирования уравнения Эйлера на каждом малом отрезке времени Δt определяются теперь заданным законом изменения производной $(Y_k^{(1)})_{\text{гр}}$.

Требуется управлять расходом сырья, поступающего к устройству, содержащему k -ю систему электропривода, с учетом взаимовлияния n систем, связанных общим источником сырья.

Формула управляемой производной сырья по времени

$$V_k^{(1)} = \sum_{r=1}^n W_r(p) a_{kr} \sigma_r, \quad r = 1, 2, \dots, n,$$

где $W_r(p)$ – передаточная функция регулятора расхода сырья в r -ом устройстве (в r -ом конвейере), содержащем r -ю систему электропривода; a_{kr} – коэффициент, характеризующий воздействие r -ой системы на k -ю;

$$\sigma_r = Y_r - \frac{1}{p} \left[-\frac{(1 + c_{yr} p) \delta_{yr}}{2nc_{yr} \varepsilon_{rr} \operatorname{sgn} \delta Y_r} + \sum_{j=1}^n (c_{rj} \delta Y_j + ps_{rj} \delta Y_j) \right]$$

где δ_{yr} – компонента подынтегральной функции функционала

$$J_r = \int_0^T (\delta_{yr} + c_{yr} \delta_{yr}^{(1)})^2 dt.$$

В реализованной r -ой системе обычно $\sigma_r \neq 0$, но в некоторые моменты времени $\sigma_r = 0$. Неравенство нулю σ_r является причиной изменения производной расхода сырья во всех n устройствах. Инженерная реализация закона $V_k^{(1)}$ предполагает коррекцию закона: если в динамике в некоторый момент времени достигнуто состояние, когда $Y_{sk} - Y_k = 0$, то следует прекратить действие регулятора с передаточной функцией $W_k(p)$.

Кроме управления расходом сырья, требуется также воздействовать на k -ый моментный контур электропривода. В параграфе «однотипные связанные системы» в варианте с общим источником сырья сигнал на

входе k -го моментного контура $(U_{st})_k$ представлен пропорциональным производной по времени от расхода сырья $V_k^{(1)}$

$$(U_{st})_k = b V_k^{(1)}, \text{ где } b = \text{const}.$$

Аналогично, из записанной выше формулы

$$V_k^{(1)} = \sum_{r=1}^n W_r(p) a_{kr} \sigma_r$$

следует формула $(U_{st})_k$

$$(U_{st})_k = b \sum_{r=1}^n W_r(p) a_{kr} \sigma_r.$$

Выше получено выражение σ_r и указан смысл компонент $W_k(p)$ и a_{kr}

Заметим, что действия регулятора расхода сырья с передаточной функцией $W_k(p)$ в k -ом устройстве (конвейере) и k -го моментного контура электропривода с задающим сигналом $(U_{st})_k$ противоположны.

Если регулятор уменьшает величину V_k , изменяя производную $V_k^{(1)}$, то моментный контур увеличивает скорость переработки сырья Y_k , приближая ее к заданной скорости $Y_{sk} = V_k$. Таким образом, рассогласование $Y_{sk} - Y_k$ интенсивно сводится к нулю.

Возможна компенсация взаимовлияния систем электропривода соответствующим выбором значений коэффициентов $c_{yk}, c_{kj}, \varepsilon_{kj}$. Если вместо индекса k используется в формуле индекс r , то такой же выбор относится к коэффициентам $c_{yr}, c_{rj}, \varepsilon_{rj}$. Во-первых, упростим выражение

$$\delta_{yk} = \sum_{j=1}^n \varepsilon_{kj} \delta Y_j \operatorname{sgn} \delta Y_j,$$

приняв, что $\varepsilon_{kj} = 0$ при $j \neq k$. Тогда получим

$$\delta_{yk} = \varepsilon_{kk} \delta Y_k \operatorname{sgn} \delta Y_k.$$

Формула σ_r записывается иначе, если $\varepsilon_{rj} = 0$ при $j \neq r$

$$\sigma_r = Y_r - \frac{1}{p} \left[-\frac{(1 + c_{yr} p) \delta_{yr}}{2nc_{yr}} + \sum_{j=1}^n (c_{rj} \delta Y_j + ps_{rj} \delta Y_j) \right]$$

Во-вторых, примем, что $s_{ji} = c_{ji} = 0$ при $j \neq r$. Теперь для k -ой системы, анализируя формулу Y_k

$$Y_k = W_{k0}(p) \sum_{r=1}^n W_r(p) a_{kr} \sigma_r,$$

где $W_{k0}(p)$ - передаточная функция объекта управления (моментного контура), приходим с учетом сделанных упрощений к формуле

$$Y_k = W_{k0}(p) \sum_{r=1}^n W_r(p) a_{kr} \left[Y_r - \frac{1}{p} \left(-\frac{1+c_{yr}p}{2nc_{yr}} (Y_{sr} - Y_r) + c_{rr} (Y_{sr} - Y_r) + s_{rr} p (Y_{sr} - Y_r) \right) \right].$$

С целью скомпенсировать взаимовлияние систем электропривода приравняем к нулю одно из слагаемых в квадратных скобках

$$Y_r - \frac{1}{p} \left(-\frac{1+c_{yr}p}{2nc_{yr}} (-Y_r) + c_{rr} (-Y_r) + s_{rr} p (-Y_r) \right) = 0.$$

Отсюда следует связь между c_{yr} и c_{rr}

$$p 2n c_{yr} - 1 - c_{yr} p + 2n c_{rr} c_{yr} + 2n c_{yr} s_{rr} p = 0,$$

то есть $2n c_{yr} - c_{yr} + 2n c_{yr} s_{rr} = 0$ и $-1 + 2n c_{rr} c_{yr} = 0$.

Из этих двух условий находим коэффициенты $s_{rr} = \frac{1}{2n} - 1$;

$$c_{rr} = \frac{1}{2n c_{yr}}.$$

После компенсации взаимовлияния систем электропривода получаем уравнение

$$\begin{aligned} Y_k &= W_{k0}(p) \sum_{r=1}^n W_r(p) a_{kr} \left[\frac{1}{p} \frac{1+c_{yr}p}{2nc_{yr}} Y_{sr} - \frac{1}{p} c_{rr} Y_{sr} - s_{rr} Y_{sr} \right] = \\ &= W_{k0}(p) \sum_{r=1}^n W_r(p) a_{kr} \left[\frac{1}{p} \left(\frac{1+c_{yr}p}{2nc_{yr}} - c_{rr} \right) - s_{rr} \right] Y_{sr}. \end{aligned}$$

Физически взаимовлияние скомпенсировано заданием сигналов $Y_{sr}, Y_{sr}^{(1)}$, $r = 1, 2, \dots, n$, и коэффициентов соответственно

$$s_{\text{пр}} = \frac{1}{2n} - 1; \quad c_{\text{пр}} = \frac{1}{2nc_{\text{yr}}}$$

5.5. Системы, связанные алгоритмически и через источник электропитания

Описание динамики связанных систем в данном варианте аналогично рассмотренному выше описанию динамики систем электропривода, связанных через источник сырья. Поэтому без объяснений воспроизведем основные формулы рассмотренного варианта

$$J_k = \int_0^T (\delta_{\text{yk}} + c_{\text{yk}} \delta_{\text{yk}}^{(1)})^2 dt;$$

$$\delta_{\text{yk}} = \sum_{j=1}^n \varepsilon_{kj} \delta Y_j \operatorname{sgn} \delta Y_j;$$

$$\delta Y_j = Y_{sj} - Y_j;$$

необходимое условие экстремума функционала J_k

$$Y_k = \frac{1}{p} \left[-\frac{(1 + c_{\text{yk}} p) \delta_{\text{yk}}}{2nc_{\text{yk}} \varepsilon_{kk} \operatorname{sgn} \delta Y_k} + (Y_k^{(1)})_{\text{гр}} \right];$$

$$(Y_k^{(1)})_{\text{гр}} = \sum_{j=1}^n (c_{kj} \delta Y_j + s_{kj} \delta Y_j^{(1)}).$$

Пусть скорость изменения выходной переменной k -ой системы $Y_k^{(1)} = k_p \alpha_k^{(1)}$, где α_k - угол поворота вала k -го электродвигателя; $k_p = \text{const}$.

Формула управляемой производной $Y_k^{(1)}$

$$Y_k^{(1)} = \frac{k_u}{p} \left\{ \sum_{r=1}^n a_{kr} \left[Y_r - \frac{1}{p} \left(-\frac{(1 + c_{\text{yr}} p) \delta_{\text{yk}}}{2nc_{\text{yr}} \varepsilon_{\text{пр}} \operatorname{sgn} \delta Y_r} + \sum_{j=1}^n (c_{rj} \delta Y_j + p s_{rj} \delta Y_j) \right) \right] \right\} \frac{k_m k_p}{k_r (J T_e p^2 + J p)} - \frac{k_p}{J} \left(T_e + \frac{1}{p} \right) M_{\text{ck}}(p).$$

Здесь k_u - настраиваемый коэффициент. Выражение, заключенное в квадратные скобки для любого r в идеале должно быть равно нулю, что

вытекает из необходимого условия экстремума функционала J_r . Вывод этого условия сделан выше. Обозначим выражение в квадратных скобках через σ_r . Если сумма

$$\sum_{r=1}^n a_{kr} \sigma_r \neq 0,$$

то это создает переходный процесс в k -ой системе электропривода.

Коэффициент k_p связывает угол поворота вала двигателя α_k с выходной переменной k -го устройства, содержащего k -й двигатель. Коэффициенты k_m, k_T, J, T_e характеризуют моментный контур привода. Коэффициенты $a_{kr}, c_{yr}, \varepsilon_{rr}, c_{rj}, s$ имеют тот же физический смысл, что и в задаче об управлении системами, связанными алгоритмически и через источник сырья $W_r(p)$ (см. выше), а передаточная функция объекта управления $W_{k0}(p)$ равна

$$W_{k0}(p) = \frac{k_u}{p} \frac{k_m k_p}{k_T (J T_e p^2 + J p)}.$$

Сигнал на входе моментного контура с номером k равен

$$(U_{st})_k = \frac{k_u}{p} \sum_{j=1}^n a_{kj} \sigma_j.$$

Условие компенсации взаимовлияния систем электропривода совпадает с условием, полученным в прошлом параграфе. Оно содержит формулы коэффициентов c_{rr} и s_{rr}

$$c_{rr} = \frac{1}{2nc_{yr}}; s_{rr} = \frac{1}{2n} - 1.$$

5.6. вариант компенсации взаимовлияния систем через общую нагрузку

Предположим, что воздействие возмущения на скорость изменения k -ой технологической переменной $Y_k^{(1)}$ описывается формулой

$$\Delta Y_k^{(1)} = W_{kf}(p) \left[(M_c)_k + \sum_{j=1}^n b_{kj} Y_j \right],$$

где $(M_c)_k$ - составляющая момента сопротивления валу k -го

электродвигателя, не вызванная взаимодействием через общую нагрузку;

$\sum_{j=1}^n b_{kj} Y_j$ - составляющая момента сопротивления вала k -го двигателя,

причиной появления которой является общая нагрузка систем электропривода; b_{kj} - коэффициенты, известные из экспериментального

исследования динамики n связанных систем; $b_{kk} = 0$; $W_{kf}(p)$ -

передаточная функция, равная отношению изображений $\Delta Y_k^{(1)}(p)$ и

$M_{\Sigma k}(p)$

$$W_{kf}(p) = \frac{\Delta Y_k^{(1)}(p)}{M_{\Sigma k}(p)},$$

где $M_{\Sigma k}(p) = (M_c(p))_k + \sum_{j=1}^n b_{kj} Y_j(p)$.

В более общем случае

$$\Delta Y_k^{(1)} = W_{kf}(p) \left[(M_c)_k + \sum_{j=1}^n (b_{kj} Y_j + \alpha_{kj} Y_j^{(1)}) \right],$$

где α_{kj} - коэффициенты, $\alpha_{kk} = 0$.

Данное описание воздействия общей нагрузки на скорость изменения переменной Y_k соответствует простому варианту. Текущая

величина $\Delta Y_k^{(1)}$ может быть учтена при выводе необходимого условия экстремума функционала

$$J = \int_0^T (\delta_y + c_y \delta_y^{(1)})^2 dt,$$

где $\delta_y = \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \delta Y_j \operatorname{sgn} \delta Y_j$; $\delta Y_j = Y_{sj} - Y_j$.

Необходимое условие минимума J запишем следующим образом

$$Y_k^{(1)}(p) = \left[-\frac{(1 + c_y p) \delta_y}{2n c_y \varepsilon_k \operatorname{sgn} \delta Y_k} + (Y_k^{(1)}(p))_{\text{гр}} \right],$$

где $(Y_k^{(1)}(p))_{\text{гр}}$ - закон изменения производной по времени от Y_k на правой

подвижной границе при $t = T$. Пусть

$$\left(Y_k^{(1)}(p)\right)_{\text{гр}} = c_k [Y_{sk}(p) - Y_k(p)] + s_k \left\{ Y_{sk}^{(1)} + W_{kf}(p) [(M_c)_k + \sum_{j=1}^n (b_{kj} Y_j(p) + \alpha_{kj} Y_k^{(1)}(p))] - Y_k^{(1)}(p) \right\}.$$

Здесь предположено, что величина момента $(M_c)_k$ точно известна в любой момент времени. Если $(M_c)_k$ неизвестен, то следует в формуле $\left(Y_k^{(1)}(p)\right)_{\text{гр}}$ принять $(M_c)_k$ равным нулю. Тогда будет учтено только взаимовлияние через общую нагрузку, изменяющее величину $Y_k^{(1)}$.

Обозначим через σ_k выражение

$$Y_k^{(1)}(p) + \frac{(1 + c_y p) \delta_y}{2nc_y \varepsilon_k \operatorname{sgn} \delta Y_k} - \left(Y_k^{(1)}(p)\right)_{\text{гр}}.$$

Задающее воздействие на входе k -го моментного контура равно

$$(U_{st})_k = k_u \int_0^t \sigma_k dt.$$

Рассмотренный вариант управления с компенсацией взаимовлияния систем через общую нагрузку является простым. Для робототехнических задач применим подход, рассмотренный ранее.

5.7. Системы с координатной и силовой Синергиями

Предположим, что механическая часть технологической машины имеет три степени подвижности. Управление трехступенной системой производится из условия минимума функционала

$$J = \int_0^T (\delta + c\delta^{(1)})^2 dt,$$

где $\delta = \sum_{i=1}^3 \delta Y_i \operatorname{sgn} \delta Y_i$; $\delta Y_i = Y_{si} - Y_i$, $Y_i = \alpha_i$ - угол поворота выходного вала i

-го привода; $Y_{s1} = \alpha_{s1}$, $Y_{s2} = f_2(Y_1)$; $Y_{s3} = f_3(Y_1)$; Y_{si} - задание угла поворота выходного вала i -го привода;

$$\operatorname{sgn} \delta Y_i = \begin{cases} 1, & \text{при } \delta Y_i \geq 0, \\ -1, & \text{при } \delta Y_i < 0. \end{cases}$$

Принимаем, что $\operatorname{sgn} Y_i(t) = \operatorname{sgn} Y_i(0)$; t - время; $\delta^{(1)} = \frac{d\delta}{dt}$; $c = \text{const}$; T - правая подвижная граница.

Воспользуемся условием трансверсальности для правой подвижной границы переходного процесса

$$F - \sum_{i=1}^3 [Y_i^{(1)} - (Y_i^{(1)})_{\text{гр}}] F_{Y_i^{(1)}} = 0,$$

где $F = (\delta + c\delta^{(1)})^2$; $F_{Y_i^{(1)}} = \frac{\partial F}{\partial Y_i^{(1)}}$; $(Y_i^{(1)})_{\text{гр}}$ - заданный закон изменения $Y_i^{(1)}$

при $t = T$; $Y_i^{(1)} = \alpha_i^{(1)}$.

Данное условие соблюдается, если для любого i принять, что

$$F - 3(Y_i^{(1)} - (Y_i^{(1)})_{\text{гр}}) F_{Y_i^{(1)}} = 0.$$

Получаем при $i = 2, 3$

$$F_{Y_i^{(1)}} = -2(\delta + c\delta^{(1)})c \operatorname{sgn} \delta Y_i$$

при $i = 1$

$$F_{Y_1^{(1)}} = -2(\delta + c\delta^{(1)})c (\operatorname{sgn} \delta Y_1 - \sum_{i=2}^3 \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_1} \operatorname{sgn} \delta Y_i).$$

Пусть

$$(Y_i^{(1)}(p))_{\text{гр}} = Y_i^{(1)} - c_i (Y_{si}(p) - Y_i(p)),$$

где $c_i = \text{const} > 0$.

Тогда условие трансверсальности при $i = 2, 3$ записывается в виде

$$6c c_i \delta Y_i \operatorname{sgn} \delta Y_i + \delta + c\delta^{(1)} = 0.$$

При $i = 1$

$$6c c_1 \delta Y_1 \left(\operatorname{sgn} \delta Y_1 - \sum_{i=2}^3 \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_1} \operatorname{sgn} \delta Y_i \right) + \delta + c\delta^{(1)} = 0.$$

В качестве управляющего воздействия принимаем для i -ой системы электропривода сигнал задания на входе i -го моментного контура

при $i = 1$

$$(U_{st})_1 = k_u \int_0^t \sigma_1 dt,$$

$$\sigma_1 = 6 c c_1 \delta Y_1 \left(\operatorname{sgn} \delta Y_1 - \sum_{i=2}^3 \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_1} \operatorname{sgn} \delta Y_i \right) + \delta + c \delta^{(1)}; \quad k_u = \text{const};$$

при $i = 2, 3$

$$(U_{st})_i = k_u \int_0^t \sigma_i dt,$$

$$\sigma_i = 6 c c_i \delta Y_i \operatorname{sgn} \delta Y_i + \delta + c \delta^{(1)}.$$

Данные законы управления $(U_{st})_i$ реализуют координатную синергию, заданную функциями $f_2(Y_1)$ и $f_3(Y_1)$.

Силовая синергия может быть задана зависимостью сигнала на входе моментного контура r -го привода и координатой выхода i -ой системы Y_i . Предположим, что для трехступенной механической части технологической машины задан функционал для первой степени подвижности

$$J = \int_0^T (\delta + c \delta^{(1)})^2 dt,$$

где $\delta = \delta Y_1 \operatorname{sgn} \delta Y_1$; $\delta Y_1 = Y_{s1} - Y$; $Y_1 = \alpha_1$ - угол поворота выходного вала первого привода; $Y_{s1} = \alpha_{s1}$ - задание угла поворота этого привода; $\operatorname{sgn} Y_1(t) = \operatorname{sgn} Y_1(0)$.

Для второго и третьего приводов задано

$$(U_{st})_2 = f_2(Y_1); (U_{st})_3 = f_3(Y_1),$$

где $(U_{st})_2$ и $(U_{st})_3$ - сигналы, зажающие моменты электродвигателей второй и третьей степеней подвижности.

В более сложном случае

$$\delta = \sum_{i=1}^n \delta Y_i \operatorname{sgn} \delta Y_i, \quad \delta Y_i = Y_{si} - Y_i;$$

$$(U_{st})_r = f_r(Y_i, Y_i^{(1)}),$$

где $i \in [1, n]$; Y_i - выходная переменная i -го привода, пропорциональная

углу поворота вала i -го привода. Полное число степеней подвижности машины равно $n + r$.

5.8. Эквивалентирование связанных систем

Для некоторых связанных систем существует возможность перехода от матричного уравнения динамики к системе дифференциальных уравнений несвязанных систем, эквивалентной матричному уравнению. Это относится, например, к системам, связанным через источник сырья при $W_{j0}(p) = W_0(p), W_j(p) = W(p)$. Тогда получаем уравнение для систем, связанных через источник сырья

$$(E + W_0(p)W(p)A)Y = W_0(p)W(p)AY_s + A_f f,$$

где матрица A состоит из коэффициентов a_{kj} .

После эквивалентирования связанных систем приходим к новым переменным на их выходах вместо Y_j . Теперь состояние каждой j -ой системы не зависит от состояний остальных. Перекрестным связям между ними соответствуют связи внутри j -ой системы, полученной в результате эквивалентирования, замыкающиеся внутри нее. Матричное уравнение, относящееся к варианту, в котором связанность систем задана алгоритмом управления, эквивалентированию тоже подлежит.

Аналогично, для систем, связанных через общую нагрузку, возможно эквивалентирование. Пусть их динамика описывается уравнением при $W_{jf}(p) = W_f(p)$. Тогда получаем уравнение динамики

$$(S - W_f(p)S_b + E)Y = SY_s + A_f f_0.$$

Матрица S_b состоит из коэффициентов b_{kj} . Вернемся к предыдущему уравнению. Выберем в качестве системы координат, в которой изменяются векторы z, y и z_s, y_s собственные векторы x_i матрицы A :

$$z = xz_e, y = xy_e, z_s = xz_{se}, y_s = xy_{se}.$$

Здесь

$$x = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nn} \end{bmatrix}.$$

Если $z = AY$ и $z_s = AY_s$, то получаем

$$xz_e = AxY_e, \quad xz_{se} = AxY_{se},$$

откуда следует соотношения новых переменных z_e, y_e и z_{se}, y_{se}

$$z_e = x^{-1}AxY_e$$

$$z_{se} = x^{-1}AxY_{se}.$$

Обозначим

$$V = x^{-1}Ax.$$

Тогда $z_e = VY_e, z_{se} = VY_{se}$.

Матрица V диагональна

$$V = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix}.$$

Диагональность V означает, что состояние части связанных систем с переменными z_e, y_e и z_{se}, y_{se} не зависит от состояний остальных частей в любой момент времени t . Такую часть связанных систем назовем сепаратной системой.

Пусть характеристические числа матрицы A вещественны либо комплексны.

Предположим, что λ_j - некратное комплексное характеристическое число матрицы A . Тогда компоненты соответствующего собственного вектора x_j - комплексные числа. Пусть

$$\lambda_j = \alpha_j + i\beta_j;$$

$$x_j = \gamma_j + i\rho_j, \quad i = \sqrt{-1}.$$

Тогда получаем после перемножения

$$\lambda_j x_j = (\alpha_j + i\beta_j)(\gamma_j + i\rho_j),$$

откуда $(\lambda_j x_j)_d = \alpha_j \gamma_j - \beta_j \rho_j$ - действительная часть произведения,

$(\lambda_j x_j)_{mn} = \alpha_j \rho_j + \beta_j \gamma_j$ - мнимая часть.

Числа λ_{j+1} и x_{j+1} , сопряженные числам λ_j и x_j $\lambda_{j+1} = \alpha_j - i\beta_j;$

$x_{j+1} = \gamma_j - i\rho_j$.

$$\text{Тогда } \lambda_{j+1}x_{j+1} = (\alpha_j - i\beta_j)(\gamma_j - i\rho_j),$$

откуда

$$\begin{aligned} (\lambda_{j+1}x_{j+1})_д &= \alpha_j\gamma_j - \beta_j\rho_j, \\ (\lambda_{j+1}x_{j+1})_мн &= -\alpha_j\rho_j - \beta_j\gamma_j. \end{aligned}$$

Заменяем в матрице V клетку

$$\begin{bmatrix} \alpha_j + i\beta_j & 0 \\ 0 & \alpha_j - i\beta_j \end{bmatrix} \text{ клеткой } \begin{bmatrix} \alpha_j & -\beta_j \\ \beta_j & \alpha_j \end{bmatrix} \text{ и перейдем к матрице } \bar{V}.$$

Если λ_j - комплексное число, то столбцы матрицы x с номерами j и $j+1$ содержат сопряженные комплексные числа. Заменяем в матрице x клетку

$$\begin{bmatrix} \gamma_j + i\rho_j & 0 \\ 0 & \gamma_j - i\rho_j \end{bmatrix} \text{ клеткой } \begin{bmatrix} \gamma_j & -\rho_j \\ \rho_j & \gamma_j \end{bmatrix} \text{ и перейдем к матрице } \bar{x}.$$

Для клеток матриц \bar{V} и \bar{x} получаем, умножая матрицы

$$\begin{bmatrix} \alpha_j\gamma_j - \beta_j\rho_j & -(\alpha_j\rho_j + \beta_j\gamma_j) \\ \alpha_j\rho_j + \beta_j\gamma_j & \alpha_j\gamma_j - \beta_j\rho_j \end{bmatrix}.$$

Матрицу V заменим матрицей \bar{V} , также заменим x на \bar{x} . Если среди характеристических чисел матрицы A имеется пара комплексных сопряженных чисел λ_j и λ_{j+1} , то при приведении матрицы A к канонической форме V приходим к системе уравнений с комплексными коэффициентами, соответствующей эквивалентным системам с номерами j и $j+1$. Координаты $(Y_j)_e$ и $(Y_{j+1})_e$, а также воздействия $(Y_{sj})_e$ и $(Y_{s,j+1})_e$ представляют собой комплекснозначные переменные, сопряженные друг другу. Сумма процессов $(Y_j)_e(t)$ и $(Y_{j+1})_e(t)$ вещественна, а разность — чисто мнимая. Из произведения матриц A, \bar{x} следует, что

$$\begin{aligned} \bar{V}\bar{x}_j + \bar{V}\bar{x}_{j+1} &= Vx_j + Vx_{j+1} = 2(\alpha_j\gamma_j - \beta_j\rho_j), \\ i(\bar{V}\bar{x}_j - \bar{V}\bar{x}_{j+1}) &= Vx_j - Vx_{j+1} = 2i(\alpha_j\rho_j - \beta_j\gamma_j). \end{aligned}$$

Итак, матрицам \bar{V} , \bar{x} и V , x соответствуют вещественные одинаковые суммы $(Y_j)_e(t)$ и $(Y_{j+1})_e(t)$.

Модули разностей процессов $(Y_j)_e(t)$ и $(Y_{j+1})_e(t)$ также равны для матриц \bar{V} , \bar{x} и V , x . Это означает, что использование матриц \bar{V} , \bar{x} не изменяет суммы и разности $Y_j(t)$ и $Y_{j+1}(t)$ в непроэквивалентированных системах, а следовательно и функций $Y_j(t)$ и $Y_{j+1}(t)$.

Матрицу \bar{V} называют вещественной канонической формой матрицы A , а \bar{x} - вещественной модальной матрицей матрицы A . Они связаны формулой

$$\bar{V} = (\bar{x})^{-1} A \bar{x}.$$

Заметим, что переход к уравнениям с комплексными коэффициентами более удобен, так как получаем более простые структуры эквивалентных несвязанных систем. Переход к эквивалентным уравнениям с вещественными коэффициентами сопровождается появлением дополнительных перекрестных связей между соседними эквивалентными системами, что повышает порядок исследуемых уравнений. Поэтому отказ от перехода к уравнениям с комплексными коэффициентами имеет смысл, если при моделировании процессов в технической системе пользование уравнениями с комплексными коэффициентами невозможно.

После эквивалентирования систем, связанных через источник сырья при вещественных и некратных характеристических числах λ_j матрицы A , получаем описание динамики j -ой сепаратной системы

$$(1 + W_0(p)W(p)\lambda_j)Y_{je} = W_0(p)W(p)\lambda_j(Y_{sj})_e + W_{jf}(p)f_{je}.$$

Здесь Y_{je} и $(Y_{sj})_e$ - выходная координата и ее задание в j -ой системе после эквивалентирования систем. Для систем, связанных через общую нагрузку,

$$(W_{j0}(p)W_j(p) - W_f(p)\lambda_j + 1)Y_{je} = W_{j0}(p)W_j(p)(Y_{sj})_e + W_f(p)(f_{j0})_e,$$

где $(f_{j0})_e$ - j -ая компонента f_{e0} ; $Ef_{0e} = x^{-1}f_0$; λ_j - характеристическое число матрицы S_b .

Предположим, что среди характеристических чисел матрицы A или S_b находится пара сопряженных комплексных чисел, которые некратны:

$$\lambda_j = \alpha_j + i\beta_j, \quad \lambda_{j+1} = \alpha_j - i\beta_j.$$

Осуществим переход к эквивалентным уравнениям динамики j -ой и $(j+1)$ -ой систем, содержащим только вещественные коэффициенты.

Воспользуемся вещественной канонической формой матрицы A или S_b - матрицей \bar{V} . Для взаимовлияния систем через источник сырья получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} (1 + W_0(p)W(p)\alpha_j)Y_{je} - \beta_j W_0(p)W(p)(Y_{j+1})_e &= \\ = W_0(p)W(p)\alpha_j(Y_{sj})_e - \beta_j W_0(p)W(p)(Y_{s,j+1})_e + W_{jf}(p)f_{je}; \\ (1 + W_0(p)W(p)\alpha_j)(Y_{j+1})_e + \beta_j W_0(p)W(p)Y_{je} &= \\ = W_0(p)W(p)\alpha_j(Y_{s,j+1})_e + \beta_j W_0(p)W(p)(Y_{sj})_e + (W_{j+1})_f(p)(f_{j+1})_e. \end{aligned}$$

Если связанность систем проявляется через общую нагрузку, то приходим к системе уравнений

$$\begin{aligned} (W_{j0}(p)W_j(p) - W_f(p)\alpha_j + 1)Y_{je} + \beta_j W_f(p)(Y_{j+1})_e &= \\ = W_{j0}(p)W_j(p)(Y_{sj})_e + W_f(p)(f_{j0})_e; \\ (W_{j+1,0}(p)W_{j+1}(p) - W_f(p)\alpha_j + 1)(Y_{j+1})_e - \beta_j W_f(p)Y_{je} &= \\ = W_{j+1,0}(p)W_{j+1}(p)(Y_{s,j+1})_e + W_f(p)(f_{j+1,0})_e. \end{aligned}$$

Использование матрицы \bar{V} привело к образованию перекрестных связей между j -ой и $(j+1)$ -ой системами. Преобразовав уравнения так, что одно уравнение содержит только координату Y_j , а другое - Y_{j+1} , получим удвоение порядка дифференциальных уравнений. Если переход к эквивалентным уравнениям осуществить с помощью матрицы V , а не \bar{V} , то получим описание динамики j -ой и $(j+1)$ -ой систем, в которых координаты и внешние воздействия являются сопряженными комплексными числами. В таком варианте перекрестные связи между j -ой и $(j+1)$ -ой системами отсутствуют.

В процессе моделирования переходных режимов тезнической системы производят пересчет координат для оригинальной системы по формулам:

$$Y = xY_e, \quad Y = \bar{x}Y_e, \quad Y_s = xY_{se}, \quad Y_s = \bar{x}Y_{se}, \quad f = xf_e, \quad f = \bar{x}f_e.$$

Матрицы x и \bar{x} находят, решив уравнения

$$xV = Ax, \quad \bar{x}\bar{V} = A\bar{x}, \quad xV = S_b x, \quad \bar{x}\bar{V} = S_b \bar{x}.$$

6. ОБУЧАЕМАЯ СИСТЕМА ЭЛЕКТРОПРИВОДА

6.1. Сущность обучения

На рис.6.1,а показана схема, с помощью которой производится первый вид обучения движению.

Здесь обозначено: ИС – исполнительная система (система привода); БП – блок памяти; U_y – сигнал управления; $U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВЫХ}}(\alpha_{ди}, \dot{\alpha}_{ди}, \ddot{\alpha}_{ди}, M_{ди})$ – информация об угле поворота, скорости, ускорении и моменте двигателя; U_0 – сигнал, разрешающий обучение либо воспроизведение запомненного движения; U_3 – сигнал задания по перемещению, скорости и т.д. Во время обучения привод управляется от U_3 , и в блоке памяти фиксируется информация о фазовых координатах системы. При разрешении на воспроизведение запомненного цикла движения ИС управляется только от БП, и сигнал управления U_y несет теперь функции прежнего сигнала U_3 . Блок памяти во время воспроизведения является носителем программы.

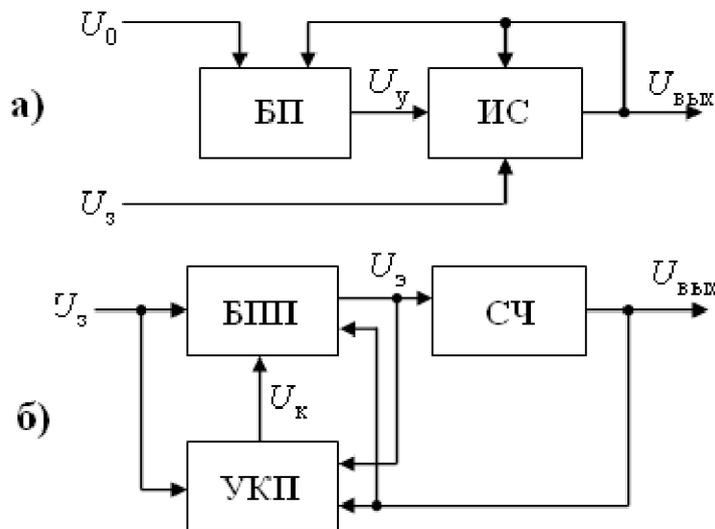


Рис.6.1. Структура обучаемой системы

Схема на рис.6.1,б относится к адаптивной исполнительной системе, имеющей также свойство обучаемости, но второго вида. Здесь обозначено: БП – блок памяти привода; СЧ – силовая часть с собственной схемой управления; УКП – устройство коррекции памяти; U_3 – сигнал управления СЧ. Представим, что U_3 есть сигнал задания по скорости

движения вала привода ω рассматриваемой степени свободы, причём цикл кривой $\omega(t)$ состоит из конечного числа тактов. Внутри каждого такта СЧ управляется от БПП, память которого в начальный момент времени эксплуатации не организована. В конце такта определяется переходная функция системы h , усредненная на такте длительностью Δt . Затем производится коррекция памяти для данных $U_{\text{ВЫХ}}$, U_3 , действовавших в рассматриваемом такте, с целью приближения U_3 в первой половине такта к $U_{\text{ВЫХ}}$ во второй его половине с помощью U_k . В следующем такте система работает аналогично для новых в общем случае значений U_3 , $U_{\text{ВЫХ}}$. Задание $U_3(t)$ в виде многократного повторения одного и того же цикла приводит к тому, что во время некоторого цикла внутри каждого такта организованная во время обучения ИС память обеспечивает управление СЧ, которому соответствует удовлетворительно малое отклонение $U_{\text{ВЫХ}}$ от задания. На этом обучение ИС одному циклу движения заканчивается.

В адаптивных системах привода самоорганизация правильных движений производится путем периодической подстройки параметров, управлений либо структур регуляторов. Подобные системы, называемые в литературе самонастраивающимися либо самоорганизующимися, способны удовлетворительно работать, если задающий сигнал обладает свойствами, которые продолжают существовать достаточно долго после окончания очередного процесса подстройки регулятора. Для получения требуемых качеств системы в условиях нестационарных воздействий необходимо, чтобы элементы памяти адаптивной системы хранили информацию об условиях оптимума движения для всех воспринимаемых значений приходящих извне сигналов. Это означает, что с такой памятью адаптивная система становится обучаемой. В начале эксплуатации при фиксированных параметрах объекта управления принципиально необходима целенаправленная организация состояния неорганизованной памяти системы, что возможно при многократном поступлении задающих и возмущающих извне воздействий. Это и составляет существо обучения. При изменении же параметров объекта управления из-за неизмеряемых температуры, влажности и т.д. требуется с течением времени добавочная переорганизация памяти. Добавочный процесс составляет существо адаптации.

Во время обучения происходит процесс целенаправленной организации состояния элементов памяти системы привода при многократном поступлении сигналов на ее входы. Целью обучения является приобретение реакций, соответствующих оптимальному механическому движению объекта управления.

Рассмотрим систему, которая в области ошибок вырабатывает правильные реакции путем последовательных приближений. Предположим, что сигнал U_3 поступает в БПП в виде параллельного двоичного кода. С помощью воздействия U_k периодически корректируется состояние элементов памяти блока БПП. Включение в систему блока памяти привода БПП вместе с устройством ее коррекции УКП позволяет скомпенсировать нелинейность передаточных свойств силовой части СЧ соответствующей организацией памяти и придать системе в последующем свойство адаптации.

Примем, что $U_{\text{вых}}$ равно угловой скорости вала ω . Очевидно, что если U_3 воспринимается блоком БПП на отрезке Δt как постоянная величина, то эта величина может пониматься как задание на установившуюся скорость вращения вала привода. Пусть $\psi = U_3$ – задание на скорость вращения в конце рассматриваемого отрезка Δt .

Сигнал $U_3 = U$ складывается из отдельных составляющих, которые представляют собой булевы функции переменных ψ , ω . Заметим, что U есть функция и момента силы сопротивления. Вид этих функций определяет передаточные свойства логической схемы и качество регулирования скорости ω . В процессе обучения информация о ψ , ω поступает в БПП и УКП в форме двоичных чисел. Сигнал U может иметь двоичную и десятичную формы, однако во втором случае требуется его преобразование в двоичный код для подачи в УКП. Если после того, как закончилось обучение всем сигналам, прекратятся полностью корректирующие действия УКП в силу его неисправности, то система привода превратится в систему автоматического регулирования с оптимальной структурой, но потеряет в дальнейшем свойство адаптации.

В процессе обучения системы привода данной совокупности сигналов $\psi(t)$, $\omega(t)$ непрерывно минимизируется абсолютная величина

рассогласования $\delta(t) = |\psi(t) - \omega(t)|$ или в более общем случае величина $\delta(t) = |F[\psi(t)] - \omega(t)|$. Эта минимизация происходит на каждом одинаково малом отрезке Δt , которым квантована вся ось времени t . Внутри отрезка $\Delta t_i = \Delta t$ происходят два различных движения электропривода. На промежутке Δt_1 выход БПП отключается и на вход СЧ поступает сигнал $U = 0$. В первом варианте внутри Δt_1 СЧ может не управляться, во втором во время паузы U на вход СЧ поступает сигнал ψ . Внутри Δt_1 на участке Δt_3 осуществляется коррекция памяти БПП на основе анализа движения системы на предыдущем отрезке Δt , а на участке $\Delta t_1 - \Delta t_3$ измеряются средние значения ψ , ω , которые подаются на входы БПП и УКП. Каждой совокупности этих значений соответствует своя постоянная величина U , выдаваемая логической схемой внутри Δt_2 . За время Δt_2 производится изменение средней скорости ω , которая поступает на вход УКП и используется для вычисления коррекции памяти.

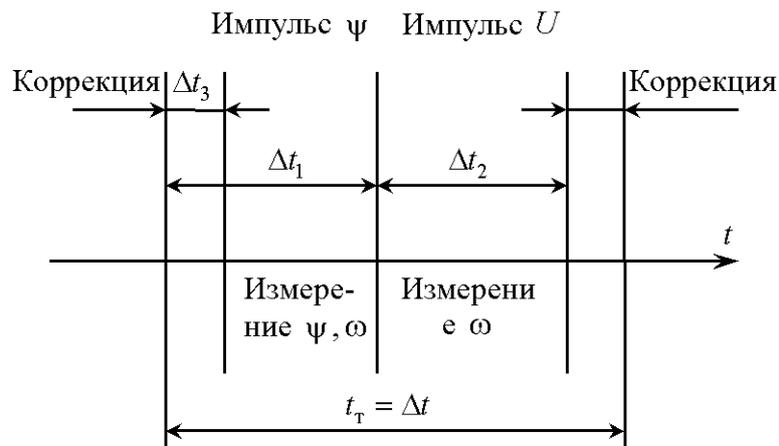


Рис. 6.2. Временная диаграмма работы системы

Коррекция осуществляется по окончании отрезка Δt_i т.е. в начальной части следующего отрезка $\Delta t_{i+1} = \Delta t$. Смысл коррекции состоит в том, чтобы свести к минимуму абсолютную величину рассогласования между средним значением ψ внутри паузы U и средним значением ω внутри импульса U на отрезке обучения Δt . Чем меньше отрезков, которым квантуется ось времени, тем выше должна быть чувствительность измерителя скорости для различения величины ω внутри пауз и импульсов U .

Коррекция состояния элементов памяти для данной совокупности значений ψ , ω , действующей внутри Δt , производится при условии появления этой совокупности внутри любого $\Delta t_i = \Delta t$ до тех пор, пока не будут исчерпаны возможности для коррекции, т.е. пока не будет выполнено с заданной точностью условие $\delta_1 = 0$. Изменение состояния элементов памяти БПП производится по определенному правилу, заложенному в УКП. Алгоритм коррекции, осуществляемой последовательными приближениями, можно записать в следующей общей форме:

$$\mathbf{C}[n] = \mathbf{C}[n-1] - \gamma[n] \nabla \mathbf{I}(\mathbf{C}[n-1]),$$

где \mathbf{C} – вектор, описывающий состояние элементов памяти; с помощью последовательных приближений отыскивается оптимальный вектор $\mathbf{C} = \mathbf{C}^*$; n – номер приближения; γ – скаляр; $\nabla \mathbf{I}(\mathbf{C})$ – градиент функционала вектора \mathbf{C} .

Этот алгоритм может быть представлен также в иной форме:

$$\mathbf{C}[n] = \mathbf{C}[0] - \sum_{m=1}^n \gamma(m) \nabla \mathbf{I}(\mathbf{C}[m-1]),$$

которая в отличие от предыдущей записи содержит начальное значение $\mathbf{C}[0]$.

В пределах технологического цикла движения форма кривой $\omega(t)$, последовательно приближаясь по мере обучения к функции $\psi(t)$, независимо от предельной ошибки обучения, заложенной в конструкцию системы, не в состоянии стать копирующей кривую $\psi(t)$, если последняя характеризуется некоторыми большими значениями производной $\left| \frac{d\psi}{dt} \right|$.

Это связано с тем, что для механизма и электродвигателя существуют предельно допустимые ускорения. До их наступления значительное увеличение производной $\left| \frac{d\omega}{dt} \right|$ достигается внутри отрезка приложением больших перепадов сигнала U к входу СЧ. Этим способом обычно решается задача формирования переходного процесса в регуляторе, оптимальном по быстрдействию. Информация о моменте сопротивления,

постоянно корректирующая величину U , должна поступать возможно чаще.

6.2. Анализ процесса обучения системы привода

Рассмотрим случай многократного поступления на вход привода сигнала управления $\psi(t)$ изменяющегося в пределах некоторого цикла. Движение системы привода в последующем цикле обучения определяется результатами ее обучения в предыдущем цикле. Предполагая линейными передаточные свойства привода, т.е. независимость переходной функции $h(t)$ от амплитуды сигнала U , имеем $\frac{\Delta U}{\Delta \omega} = \frac{\Delta U_k}{\Delta \omega_k}$, где ΔU – ступенчатое приращение сигнала на входе СЧ, действующее в промежутке $0 \leq t \leq t_{\text{и}}$ внутри такта обучения длительностью $t_{\text{т}} = t_{\text{и}} + t_{\text{п}}$ для данной совокупности сигналов ψ, ω в предыдущем цикле; $\Delta \omega$ – среднее приращение скорости вращения двигателя в промежутке $0 \leq t \leq t_{\text{и}}$, вызванное появлением ΔU ; ΔU_k и $\Delta \omega_k$ – аналогичные величины, имеющие место после коррекции памяти ЛС и действующие в следующем цикле. Тогда

$$\Delta U_k = \frac{\Delta U}{\Delta \omega} \Delta \omega_k = \frac{\Delta \omega_k}{h_{ij}},$$

где i – номер такта, j – номер цикла.

Обозначим через ω_{ij} среднюю скорость вращения, которую развивает привод внутри импульса U в i -м такте и j -м цикле обучения. Один из возможных алгоритмов обучения системы привода с нелинейными характеристиками выражается формулой, которую запишем для скорости в первом такте второго цикла:

$$\Delta U_k = \Delta U + \frac{\psi_1 - \omega_{11}}{h_{11}} \gamma,$$

откуда

$$\omega_{12} = \omega_{11} + \frac{\psi_1 - \omega_{11}}{h_{11}} h_{12} \gamma,$$

где ψ_1 – средняя величина задающего сигнала за $t = t_{\text{п}}$ внутри первого такта, $\gamma > 0$ – коэффициент, определяющий алгоритм обучения;

предположим, что $\frac{h_{12}}{h_{11}} \geq 0$, а также для любого i -го такта и j -го цикла

$$\frac{h_{ij}}{h_{i,j-1}} \geq 0.$$

Для третьего и четвертого циклов

$$\omega_{13} = \omega_{12} + \frac{\Psi_1 - \omega_{12}}{h_{12}} h_{13} \gamma,$$

$$\omega_{14} = \omega_{13} + \frac{\Psi_1 - \omega_{13}}{h_{13}} h_{14} \gamma.$$

Для j -го цикла

$$\omega_{1j} = \omega_{1,j-1} + \frac{\Psi_1 - \omega_{1,j-1}}{h_{1,j-1}} h_{1j} \gamma.$$

При совместном учете этих формул

$$\begin{aligned} \omega_{1j} = & \omega_{11} \left(1 - \frac{h_{12}}{h_{11}} \gamma\right) \left(1 - \frac{h_{13}}{h_{12}} \gamma\right) \dots \left(1 - \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \gamma\right) + \\ & + \Psi_1 \gamma \frac{h_{12}}{h_{11}} \left(1 - \frac{h_{13}}{h_{12}} \gamma\right) \left(1 - \frac{h_{14}}{h_{13}} \gamma\right) \dots \left(1 - \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \gamma\right) + \\ & + \Psi_1 \gamma \frac{h_{13}}{h_{12}} \left(1 - \frac{h_{14}}{h_{13}} \gamma\right) \dots \left(1 - \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \gamma\right) + \dots + \Psi_1 \gamma \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \end{aligned}$$

или

$$\omega_{1j} = \omega_{11} \prod_{r=1}^{r=j-1} \left(1 - \frac{h_{1,r+1}}{h_{1r}} \gamma\right) + \Psi_1 \gamma \left[\sum_{r=2}^{r=j-1} \frac{h_{1r}}{h_{1,r-1}} \prod_{l=r}^{l=j-1} \left(1 - \frac{h_{1,l+1}}{h_{1l}} \gamma\right) + \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \right].$$

Переходя к линейной системе привода, т.е. полагая $h_{ij} = \text{const}$ для любого такта и цикла, получаем

$$\omega_{1j} = \omega_{11} (1 - \gamma)^{j-1} + \Psi_1 \gamma \left[\sum_{l=2}^{l=j-1} (1 - \gamma)^{j-l} + 1 \right].$$

При $(1 - \gamma) < 1$ устремим число циклов обучения j к бесконечности

$$\omega_{1j} \rightarrow \Psi_1 \gamma \left[1 + (1 - \gamma) + (1 - \gamma)^2 + \dots + (1 - \gamma)^{j-2} \right] = \frac{\Psi_1 \gamma}{1 - (1 - \gamma)} = \Psi_1.$$

Итак, если задана точность обучения $\Delta\omega \rightarrow 0$, то длительность обучения стремится к бесконечно большой величине. Введем обозначение $(\Delta\omega)_{ij} = \psi_i - \omega_{ij}$, где ψ_i – величина задающего сигнала в начале i -го такта. Тогда $(\Delta\omega)_{ij} = (1 - \gamma)^{j-1} (\Delta\omega)_{i1}$. Отсюда находим максимальное число циклов обучения при условии, что рассогласование уменьшилось по абсолютной величине до $|(\Delta\omega)_{ij}| = \Delta\omega$:

$$j_{\max} = \log_{|1-\gamma|} \left| \frac{\Delta\omega}{(\Delta\omega)_{i1}} \right| + 1.$$

После окончания обучения для заданной кривой $\psi(t)$ в пределах цикла $T_{\text{ц}}$ в первом такте ($0 \leq t \leq t_{\text{т}}$) эта же формула определяет максимальное число циклов обучения во втором такте, после полного обучения во втором такте определяет в третьем такте и т.д. В нелинейной системе привода после того, как закончилось обучение в $(i-1)$ -м такте, скорость вращения в i -м такте в j -м цикле ω_{ij} равна

$$\omega_{ij} = \omega_{i1} \prod_{r=1}^{r=j-1} \left(1 - \frac{h_{i,r+1}}{h_{ir}} \gamma \right) + \psi_i \gamma \left[\sum_{r=2}^{r=j-1} \frac{h_{ir}}{h_{i,r-1}} \prod_{l=r}^{l=j-1} \left(1 - \frac{h_{i,l+1}}{h_{il}} \gamma \right) + \frac{h_{ij}}{h_{i,j-1}} \right].$$

Определим время, затрачиваемое на обучение. Для одной функции $\psi(t)$ длительность обучения в i -м такте

$$T_1 = j_{\max i} T_{\text{ц}},$$

длительность обучения сигналу $\psi(t)$ в цикле

$$T_2 = T_{\text{ц}} \sum_{i=1}^{i=T_{\text{ц}}/t_{\text{т}}} j_{\max i}.$$

Время организации всей памяти логической схемы

$$T_3 < t_{\text{т}} \sum_{q=1}^{q=m_{\Sigma} / \log \frac{U_{\max}}{\Delta U}} j_{\max q},$$

если БПП имеет двоичный выход, и

$$T_3 < t_{\text{т}} \sum_{q=1}^{q=m_{\Sigma} \Delta U / U_{\max}} j_{\max q},$$

если БПП имеет десятичный выход. Здесь m_Σ – общее число элементов памяти БПП. Понятие максимального числа циклов обучения связано с минимальным предельным рассогласованием Δ_ω и максимальной величиной начального рассогласования $\left|(\Delta\omega)_{ij}\right|$, которое всегда меньше абсолютной величины

$$\Delta\omega(t)_{\max} = U_{\max} \left(\frac{dh}{dt} \right)_{\max} t_{\text{и}}.$$

Для нелинейной системы звеньев СЧ

$$(\Delta\omega)_{1j} = (\Delta\omega)_{1,j-1} \left(1 - \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \gamma \right).$$

Если коэффициент γ выбран с учетом нелинейности характеристик силовых преобразователей так, что всегда

$$1 > \left(1 - \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \gamma \right) > 0,$$

то имеет место процесс приближения скорости вращения ω_{1j} к ψ_1 без изменения знака рассогласования $(\Delta\omega)_{1j}$. Это справедливо и для остальных тактов. Знак изменяется, если

$$1 - \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \gamma < 0, \text{ т.е. } \gamma > \frac{h_{1,j-1}}{h_{1j}}.$$

При выполнении условия $h_{1j} = \frac{2}{\gamma} h_{1,j-1}$ для всех циклов обучение системы представляет собой незатухающие колебания. Если $(\Delta\omega)_{1j} = (\Delta\omega)_{1,j-1}$, т.е. $h_{1j}\gamma/h_{1,j-1} = 0$, то это соответствует попаданию системы в зону идеального насыщения. Процесс обучения расходится, если $h_{1j}/h_{1,j-1} < 0$.

Другой алгоритм обучения – алгоритм коррекции памяти БПП, которая осуществляется тем в большей степени, чем больше рассогласование $(\Delta\omega)_{ij}^2$. Для заданной функции $\psi(t)$ он описывается формулой (в применении к первому такту)

$$\Delta U_{\kappa} = \Delta U + \frac{(\Delta\omega)_{1,j-1}}{h_{1,j-1}} \gamma \left| (\Delta\omega)_{1,j-1} \right|,$$

откуда

$$\frac{\psi_1 - \omega_{1,j-1}}{h_{1,j-1}} h_{1j} \gamma \left| \psi_1 - \omega_{1,j-1} \right| + \omega_{1,j-1} = \omega_{1j},$$

или

$$(\Delta\omega)_{1j} = (\Delta\omega)_{1,j-1} \left[1 - \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \gamma \left| (\Delta\omega)_{1j} \right| \right].$$

Обучение происходит без изменения знака рассогласования, если

$$1 - \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \gamma \left| (\Delta\omega)_{1,j-1} \right| > 0.$$

Условие незатухания колебаний

$$h_{1j} = \frac{2h_{1,j-1}}{\gamma} \frac{1}{\left| (\Delta\omega)_{1,j-1} \right|} \text{ при всех } j.$$

В линейной системе $(\Delta\omega)_{1j} = (\Delta\omega)_{1,j-1} \left[1 - \gamma \left| (\Delta\omega)_{1,j-1} \right| \right]$.

Задав максимально возможное начальное рассогласование $(\Delta\omega)_{11}$ и пользуясь этой формулой, можно определить j_{\max} , если для последнего цикла движения принять $(\Delta\omega)_{1j} = \Delta\omega$.

Величина коррекции памяти по первому алгоритму пропорциональна первой степени рассогласования $(\Delta\omega)_{ij}$, по второму – квадрату $(\Delta\omega)_{ij}$. Рассмотрим также алгоритм, по которому коррекция производится независимо от величины $(\Delta\omega)_{ij}$ (в применении к первому такту):

$$\Delta U_{\kappa} = \Delta U + \frac{(\Delta\omega)_{1,j-1}}{h_{1,j-1}} \gamma \frac{1}{\left| (\Delta\omega)_{1,j-1} \right|},$$

откуда

$$\frac{(\Delta\omega)_{1,j-1}}{\left| (\Delta\omega)_{1,j-1} \right|} \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \gamma + \omega_{1,j-1} = \omega_{1j}.$$

Тогда без изменения знака рассогласования

$$(\Delta\omega)_{1j} = (\Delta\omega)_{11} - \sum_{l=2}^{l=j} \frac{h_{1l}}{h_{1,l-1}} \gamma \text{ при } (\Delta\omega)_{11} > 0,$$

$$(\Delta\omega)_{1j} = (\Delta\omega)_{11} + \sum_{l=2}^{l=j} \frac{h_{1l}}{h_{1,l-1}} \gamma \text{ при } (\Delta\omega)_{11} < 0,$$

с изменением знака рассогласований

$$(\Delta\omega)_{1j} = (\Delta\omega)_{11} - \sum_{l=2}^{l=j} \frac{(\Delta\omega)_{1,l-1}}{|(\Delta\omega)_{1,l-1}|} \frac{h_{1l}}{h_{1,l-1}} \gamma.$$

Из формулы

$$(\Delta\omega)_{1j} = (\Delta\omega)_{1,j-1} \left[1 - \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \gamma \frac{1}{|(\Delta\omega)_{1,j-1}|} \right],$$

получаем условие неизменности знака рассогласования

$$1 - \frac{h_{1j}}{h_{1,j-1}} \gamma \frac{1}{|(\Delta\omega)_{1,j-1}|} > 0.$$

Условие отсутствия затухания колебаний скорости в результате обучения

$$h_{1j} = \frac{2h_{1,j-1} |(\Delta\omega)_{1,j-1}|}{\gamma} \text{ при всех } j.$$

В линейной системе

$$(\Delta\omega)_{1j} = (\Delta\omega)_{1,j-1} \left[1 - \frac{\gamma}{|(\Delta\omega)_{1,j-1}|} \right].$$

Время, затрачиваемое на обучение системы в одном такте (в данном случае в первом), для заданной функции $\psi(t)$ есть

$$T_1 = \left[\frac{|(\Delta\omega)_{11}| - \Delta\omega}{\gamma} + 1 \right] T_{\text{ц}},$$

где $(\Delta\omega)_{11}$ – максимально возможное рассогласование, определяемое величиной U_{max} . Располагая величиной T_1 , можно рассчитать время,

необходимое для обучения системы одной функции $\psi(t)$, имеющей цикл $T_{\text{ц}}$, и время полной организации памяти БПП.

Каждый из алгоритмов обучения служит основой для проектирования схемы оптимизирующего устройства (УКП) и реализуется ею в процессе вычисления коррекций памяти БПП. Выбор того или иного алгоритма обучения и коэффициентов γ может быть правильно сделан, если имеются сведения о передаточных свойствах силовых преобразователей и двигателей. Общие рекомендации получаем из следующих соображений. В зоне малых ошибок $(\Delta\omega)_{ij}$ на скорость вращения привода влияют многочисленные неучтенные воздействия. Поэтому детерминированный анализ процессов регулирования в некоторой микроне зоне ошибок с точки зрения исследования передаточных свойств привода и формулировки наилучшего алгоритма обучения не имеет ценности из-за громадного числа случайных факторов, о которых по разным причинам отсутствует информация. В этой зоне может оказаться удобным второй алгоритм обучения, в соответствии с которым величина коррекции памяти БПП наиболее эффективно уменьшается с уменьшением рассогласования $(\Delta\omega)_{ij}$. В зоне же больших ошибок целесообразно применение третьего алгоритма обучения, тогда первый алгоритм следует применить в промежуточной зоне между малыми и большими ошибками.

Рассмотрим процесс обучения путем перебора всех состояний памяти.

Для каждой совокупности ψ, ω внутри такта обучения имеем общее число различных состояний сигнала U на выходе БПП, равное $U_{\text{max}}/\Delta U$. При переборе всех состояний элементов памяти вероятность нахождения правильного числа U , при котором рассогласование $(\Delta\omega)_{ij} \leq \Delta\omega$, для БПП с двоичным выходом

$$P_{U1} = \frac{\Delta U}{U_{\text{max}}},$$

и для БПП с десятичным выходом

$$P_{U2} = \frac{C_{U_{\text{max}}/\Delta U}^{U/\Delta U}}{2^{U_{\text{max}}/\Delta U}},$$

где $C_{U_{\max}/\Delta U}^{U/\Delta U}$ – число сочетаний из $\frac{U_{\max}}{\Delta U}$ по $\frac{U}{\Delta U}$.

За j циклов обучения та же вероятность в i -м такте сигнала $\psi(t)$, $0 \leq t \leq T_{\text{ц}}$, после того как закончено обучение в $(i-1)$ -м такте:

$$P_{Uj1} = 1 - \left(1 - \frac{\Delta U}{U_{\max}}\right)^j,$$

$$P_{Uj2} = 1 - \left(1 - \frac{C_{U_{\max}/\Delta U}^{U/\Delta U}}{2^{U_{\max}/\Delta U}}\right)^j.$$

Эти выражения справедливы, если обучение системы начато от состояния полностью неорганизованной памяти.

Вероятность того, что система за j циклов полностью обучена одной функции $\psi(t)$ для БПП с двоичным выходом

$$P_{\psi1} = \left[1 - \left(1 - \frac{\Delta U}{U_{\max}}\right)^{j/N}\right]^N,$$

и для БПП с десятичным выходом

$$P_{\psi2} = \left[1 - \left(1 - \frac{C_{U_{\max}/\Delta U}^{U/\Delta U}}{2^{U_{\max}/\Delta U}}\right)^{j/N}\right]^N,$$

где N – число различных сочетаний амплитуд ψ и ω , встречающихся в пределах цикла функции $\psi(t)$.

В процессе обучения одной совокупности значений ψ , ω в пределах такта для одной заданной функции $\psi(t)$ пока не найдена требуемая скорость ω в предыдущем такте, происходит обучение различным совокупностям значений ψ , ω . Это обучение является дополнительным, но не необходимым для выработки правильной реакции привода на заданный сигнал $\psi(t)$. Результаты такой организации памяти БПП имеют практическое значение в случае, когда для одной $\psi(t)$ непредусмотренные по величине задающие воздействия будут выводить систему привода после

обучения из желаемого диапазона ошибок движения и в отдельные такты появится рассогласование, большее $\Delta\omega$.

Обучение путем перебора всех состояний может быть применено во всей зоне ошибок $(\Delta\omega)_{ij}$ или только в микроне, где целесообразно также применение второго алгоритма обучения. При переборе всех состояний необходимо предусмотреть положительную обратную связь обучения, которая после того, как организация памяти закончилась, отключает выход устройства коррекции памяти от входа БПП.

Состояние элементов памяти логической схемы в каждый момент времени есть результат двух противоположно направленных процессов. Первый представляет собой обучение системы привода, второй – воздействие среды в виде помех, переключающих элементы памяти, случайных возмущений, неконтролируемых датчиками и приложенных к силовой части, и изменений ее параметров.

Из рассмотрения трех алгоритмов обучения следует, что процесс обучения является расходящимся, если:

- 1) $h_{ij}/h_{i,j-1} < 0$;
- 2) $h_{ij}/h_{i,j-1} > \frac{2}{\gamma}$ при всех j для первого алгоритма;
- 3) $h_{ij}/h_{i,j-1} > 2/\gamma |(\Delta\omega)_{i,j-1}|$ при всех j для второго алгоритма;
- 4) $h_{ij}/h_{i,j-1} > 2 |(\Delta\omega)_{i,j-1}|/\gamma$ при всех j для третьего алгоритма.

Передающая функция силовой части, не замкнутой обратными связями, со скоростью $\omega(t)$ на выходе

$$K_{сч}(s) = \frac{\prod_{y=1}^l k_y}{\prod_{y=1}^l (1 + sT_y)}.$$

Предполагая, что длительность такта обучения t_T – практически малая величина, такая, что $t_T \rightarrow 0$, получаем

$$K_{сч}(s) \rightarrow \frac{1}{s^l} \prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y},$$

для ступенчатого приращения выходного сигнала логической схемы в пределах такта. Оригинал изображения $K_{сч}(s)$

$$h(t) = \frac{t^l}{l!} \prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}, \quad 0 \leq t \leq t_{\text{н}}.$$

Тогда в соответствии с тремя алгоритмами обучения справедливо одно из выражений:

$$\begin{aligned} 1) (\Delta\omega)_{ij} &= (\Delta\omega)_{i,j-1} \left[1 - \gamma \prod_{y=1}^l \left(\frac{k_y}{T_y} \right)_{ij} \left(\frac{T_y}{k_y} \right)_{i,j-1} \right]; \\ 2) (\Delta\omega)_{ij} &= (\Delta\omega)_{i,j-1} \left[1 - \gamma \left| (\Delta\omega)_{i,j-1} \right| \prod_{y=1}^l \left(\frac{k_y}{T_y} \right)_{ij} \left(\frac{T_y}{k_y} \right)_{i,j-1} \right]; \\ 3) (\Delta\omega)_{ij} &= (\Delta\omega)_{i,j-1} \left[1 - \gamma \frac{1}{\left| (\Delta\omega)_{i,j-1} \right|} \prod_{y=1}^l \left(\frac{k_y}{T_y} \right)_{ij} \left(\frac{T_y}{k_y} \right)_{i,j-1} \right]. \end{aligned}$$

Процесс обучения является сходящимся, если $h_{ij}/h_{i,j-1} > 0$ и, кроме того, выполняются неравенства:

$$\begin{aligned} 1) \gamma &< \left[2 \prod_{y=1}^l \left(\frac{k_y}{T_y} \right)_{i,j-1} \left(\frac{T_y}{k_y} \right)_{ij} \right]_{\min}; \\ 2) \gamma &< \left[\frac{2}{\left| (\Delta\omega)_{i,j-1} \right|} \prod_{y=1}^l \left(\frac{k_y}{T_y} \right)_{i,j-1} \left(\frac{T_y}{k_y} \right)_{ij} \right]_{\min}; \\ 3) \gamma &< \left[2 \left| (\Delta\omega)_{i,j-1} \right| \prod_{y=1}^l \left(\frac{k_y}{T_y} \right)_{i,j-1} \left(\frac{T_y}{k_y} \right)_{ij} \right]_{\min}. \end{aligned}$$

Соблюдение этих неравенств приводит к тому, что рассогласование $(\Delta\omega)_{ij}$ в процессе обучения монотонно убывает по абсолютной величине от цикла к циклу сигнала $\psi(t)$, стремясь к $\Delta\omega$. Однако время обучения может оказаться недопустимо большим. Увеличение же коэффициентов γ приводит к уменьшению длительности обучения, но возникает опасность

установления незатухающих колебаний скорости ω внутри такта обучения.

Рассмотрим сходимость процесса обучения системы привода более подробно. Если обучение происходит на практически горизонтальном участке функции $h_{ij}(\omega)$ или в линейной системе, то условия сходимости имеют вид:

$$\begin{aligned} \gamma &< 2 \text{ – для первого,} \\ \gamma &< \frac{2}{\left|(\Delta\omega)_{i,j-1}\right|_{\max}} \text{ – для второго,} \\ \gamma &< 2 \left|(\Delta\omega)_{i,j-1}\right|_{\max} \text{ – для третьего алгоритма.} \end{aligned}$$

Если коррекция состояния элементов памяти ЛС производится при движении вдоль циклов по монотонно убывающему участку функции $h_{ij}(\omega)$, то при выполнении условий сходимости для горизонтального участка получаем каждый раз $\left|(\Delta\omega)_{ij}\right| < \left|(\Delta\omega)_{i,j-1}\right|$, так как $h_{ij}/h_{i,j-1} < 1$.

При перемещении вверх по этому же участку функция $h_{ij}(\omega)$ не исключено равенство $\left|(\Delta\omega)_{ij}\right| = \left|(\Delta\omega)_{i,j-1}\right|$, а также неравенство $\left|(\Delta\omega)_{ij}\right| > \left|(\Delta\omega)_{i,j-1}\right|$. Однако после того, как требуемая скорость вращения ω_{ij} пройдена, происходит реверс изменения величины U и начинается движение по участку функции $h_{ij}(\omega)$ до тех пор, пока рассогласование не станет равным $\Delta\omega$. Время, затрачиваемое на перемещение вниз, всегда больше при заданном γ , чем длительность перемещения вверх.

На рис.6.3 изображена функция $h_{ij}(\omega)$, параболического вида, имеющая точку экстремума 0.

Представим, что после некоторого числа циклов обучения состояние системы в i -м такте характеризуется скоростью ω_1 внутри импульса U ; ω_0 – скорость внутри паузы. Требуемое состояние определяется скоростью ω_y внутри импульса U .

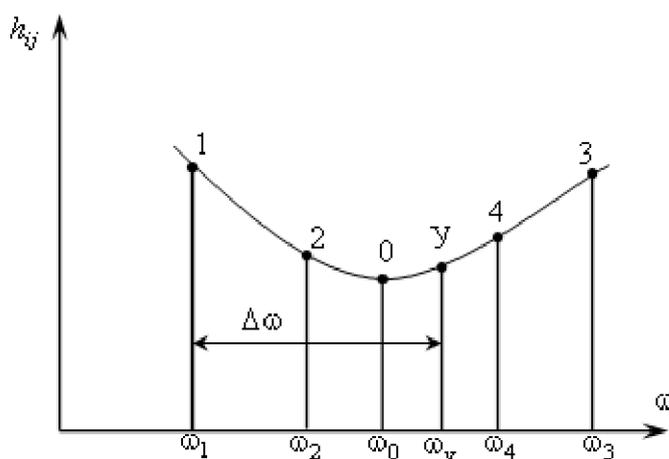


Рис. 6.3. Усредненная переходная функция

Физически реализуемым является вариант колебательного движения при обучении вдоль точек 1, 2, 3, 4 по траектории 1–2–3–4–1–2–... . Устойчивые колебания около точки, расположенной слева или справа от точки экстремума y , имеют неодинаковые амплитуды, что объясняется неодинаковостью нелинейности $h_{ij}(\omega)$ слева и справа от такой точки. Любое такое колебание может быть представлено как сумма гармонических функций и постоянной составляющей. Следовательно, устранение устойчивых колебаний $(\Delta\omega)_{ij}$ сводится к устранению симметричных колебаний, которые могут существовать только около точки 0. Точка y расположена рядом с 0, ω_0 отличается от ω_y не более чем на $\Delta\omega$, если обучение в предыдущем такте закончено. Скорости $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ – скорости внутри импульса U в рассматриваемом такте. При обучении по первому алгоритму колебания описываются уравнениями

$$(\Delta\omega)_2 = (\Delta\omega)_1 \left(1 - \gamma \frac{h_{02}}{h_{01}} \right),$$

$$(\Delta\omega)_3 = (\Delta\omega)_2 \left(1 - \gamma \frac{h_{03}}{h_{02}} \right),$$

$$(\Delta\omega)_4 = (\Delta\omega)_3 \left(1 - \gamma \frac{h_{04}}{h_{03}} \right),$$

$$(\Delta\omega)_1 = (\Delta\omega)_4 \left(1 - \gamma \frac{h_{01}}{h_{04}}\right),$$

здесь $(\Delta\omega)_i = \omega_i - \omega_y$, индексы при h указывают порядок перемещения вдоль траектории внутри импульса U .

Общее уравнение

$$\left(1 - \gamma \frac{h_{02}}{h_{01}}\right) \left(1 - \gamma \frac{h_{03}}{h_{02}}\right) \left(1 - \gamma \frac{h_{04}}{h_{03}}\right) \left(1 - \gamma \frac{h_{01}}{h_{04}}\right) = 1.$$

Сделаем допущение о том, что зону экстремума $h_{ij}(\omega)$ в которой происходят колебания, можно аппроксимировать зоной, в которой $h_{01} = h_{03}$, $h_{02} = h_{04}$.

Тогда $\left(1 - \gamma \frac{h_{02}}{h_{01}}\right) \left(1 - \gamma \frac{h_{01}}{h_{02}}\right) = \pm 1$. Обозначим $h_{01}/h_{02} = a$ и рассмотрим уравнение

$$(1 - \gamma a) \left(1 - \gamma \frac{1}{a}\right) = -1.$$

Решение уравнения $\gamma(a)$ имеет вид

$$\gamma = (a^2 + 1 \pm \sqrt{(a^2 + 1)^2 - 8a^2}) / 2a,$$

коэффициент γ – вещественное число при условии $(a^2 + 1)^2 - 8a^2 \geq 0$, т.е.

$$2,41 \leq a \leq 0,41.$$

Функция $\gamma(a)$ изображена на рис. 6.4 Из него следует, что при $a > 0,41$ и $a < 2,41$ колебания рассмотренного типа при обучении не имеют места. Очевидно, условие возникновения колебаний $a \leq 0,41$ можно получить вместо $a \geq 2,41$, и наоборот, если через a обозначить отношение h_{02}/h_{01} .

Рассмотрим теперь уравнение

$$(1 - \gamma a) \left(1 - \gamma \frac{1}{a}\right) = 1.$$

Решение уравнения получается в виде: $\gamma = a + \frac{1}{a}$. Минимальное значение γ равно 2 при $a = 1$. Учитывая, что при проектировании

алгоритма всегда следует выбирать $\gamma < 2$ из условия сходимости обучения на горизонтальном участке функции $h_{ij}(\omega)$ данное решение из дальнейшего рассмотрения исключаем.

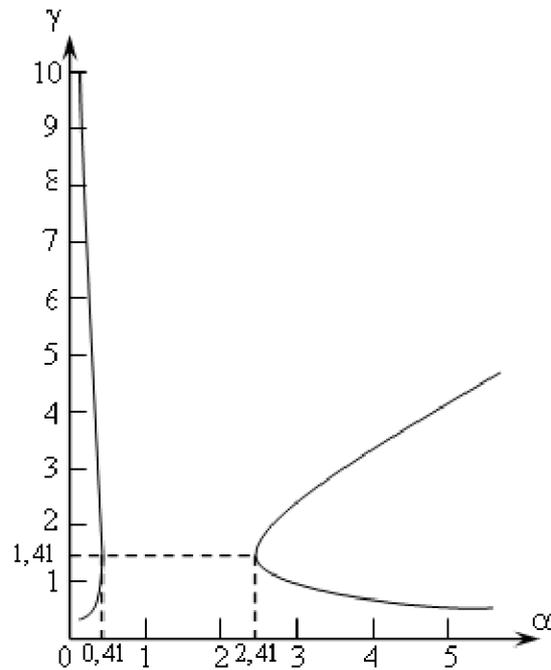


Рис.6.4. Зоны сходимости процесса обучения

В общем случае колебательное движение, установившееся в зоне, ограниченной точками 1 и 3 (см. рис.6.3) с амплитудой вплоть до границ, имеет период из числа циклов, большего четырех, и описывается уравнением

$$\left(1 - \gamma \frac{h_1}{h_n}\right) \left(1 - \gamma \frac{h_2}{h_1}\right) \left(1 - \gamma \frac{h_3}{h_2}\right) \dots \left(1 - \gamma \frac{h_n}{h_{n-1}}\right) = 1.$$

Исходя из возможности таких колебаний, получаем, что после точки 1 скорость достигает величины $\omega_{ij} = \omega_y$ за число циклов, большее двух. Но такое обучение происходит, следовательно, при другом значении коэффициента γ_1 . Ему соответствует равенство

$$(\Delta\omega)_3 = (\Delta\omega)_{2'} \left(1 - \gamma_1 \frac{h_{03}}{h_{02'}}\right),$$

где точка 2' не совпадает с точкой 2 и получена переходом из некоторой точки 1'. Однако между точками 1 и 3 невозможны колебания с периодом,

состоящим из числа циклов более четырех для $\gamma_1 \neq \gamma$, если с коэффициентом γ_1 имеют место колебания в зоне $2,41 \leq a \leq 0,41$, рассмотренные выше. Аппроксимируя участки 1–0 и 0–3 функции $h_{ij}(\omega)$ (см. рис.6.3) прямыми линиями, получаем что

$$\Delta\omega_{i+1} = \Delta\omega_i \left(1 - \gamma_1 \frac{h_{i+1}}{h_i} \right) = \Delta\omega_i \left(1 - \gamma_1 \frac{\Delta\omega_{i+1}}{\Delta\omega_i} \right).$$

Тогда, если период колебаний состоит из n циклов, справедливо соотношение

$$(1 + \gamma_1)^{\frac{n}{2}-1} (1 - \gamma_1) = -1.$$

Если это условие выполняется при фиксированном γ_1 и $n=4$, то, очевидно, оно не выполняется при том же γ_1 и $n \neq 4$. Итак, в области $2,41 \leq a \leq 0,41$ возможны для каждого γ , выбираемого по графику рис.6.4., установившиеся колебания скорости ω_{ij} только с периодом, состоящим из четырех циклов. О наличии колебаний с периодом, состоящим из числа циклов, большего четырех, имеет смысл говорить для области $2,41 > a > 0,41$.

Установившиеся колебания скорости при обучении по второму алгоритму описываются аналогичным уравнением

$$\begin{aligned} & \left[1 - \gamma \left| (\Delta\omega)_1 \right| \frac{h_{02}}{h_{01}} \right] \left[1 - \gamma \left| (\Delta\omega)_2 \right| \frac{h_{03}}{h_{02}} \right] \times \\ & \times \left[1 - \gamma \left| (\Delta\omega)_3 \right| \frac{h_{04}}{h_{03}} \right] \left[1 - \gamma \left| (\Delta\omega)_4 \right| \frac{h_{01}}{h_{04}} \right] = 1. \end{aligned}$$

Допускаем, что $h_{02} = h_{04}$, $h_{01} = h_{03}$ и $\left| (\Delta\omega)_1 \right| = \left| (\Delta\omega)_3 \right|$, $\left| (\Delta\omega)_2 \right| = \left| (\Delta\omega)_4 \right|$

. Тогда $\left[1 - \gamma \left| (\Delta\omega)_1 \right| \frac{1}{a} \right] \left[1 - \gamma \left| (\Delta\omega)_2 \right| a \right] = -1$, где $a = h_{01}/h_{02}$. Случай, когда

правая часть равна единице, неприемлем.

В результате

$$\gamma = \frac{\left| (\Delta\omega)_2 \right| + a^2 \left| (\Delta\omega)_1 \right|}{2 \left| (\Delta\omega)_1 \right| \left| (\Delta\omega)_2 \right| a} \pm \sqrt{\left[\frac{\left| (\Delta\omega)_2 \right| + a^2 \left| (\Delta\omega)_1 \right|}{2 \left| (\Delta\omega)_1 \right| \left| (\Delta\omega)_2 \right| a} \right]^2 - \frac{2}{\left| (\Delta\omega)_1 \right| \left| (\Delta\omega)_2 \right|}}.$$

Если бы соблюдалось условие $|(\Delta\omega)_1| = |(\Delta\omega)_2|$, то справедливым оказалось бы равенство

$$\gamma|(\Delta\omega)_1| = \frac{1+a^2 \pm \sqrt{(1+a^2)^2 - 8a^2}}{2a},$$

и функция $\gamma|(\Delta\omega)_1| = f(a)$ стала бы эквивалентной функции $\gamma = f(a)$ при обучении по первому алгоритму, изображенной на рис.6.4. Однако в действительности $|(\Delta\omega)_2| < |(\Delta\omega)_1|$. Учитывая это, перепишем полученный результат для γ иначе:

$$\gamma\sqrt{|(\Delta\omega)_1||(\Delta\omega)_2|} = \frac{1+A^2 \pm \sqrt{(1+A^2)^2 - 8A^2}}{2A},$$

где $A = a\sqrt{|(\Delta\omega)_1|/|(\Delta\omega)_2|}$.

В соответствии с рис. 6.4 устойчивые колебания с периодом, равным четырем циклам, при обучении по второму алгоритму имеют место в зоне $2,41 \leq a\sqrt{|(\Delta\omega)_1|/|(\Delta\omega)_2|} \leq 0,41$. Каждому значению $a\sqrt{|(\Delta\omega)_1|/|(\Delta\omega)_2|}$ соответствует определенная величина $\gamma\sqrt{|(\Delta\omega)_1||(\Delta\omega)_2|}$. При проектировании второго алгоритма в рабочей зоне характеристики $h_{ij}(\omega)$ необходимо перебрать все возможные комбинации $a\sqrt{|(\Delta\omega)_1|/|(\Delta\omega)_2|}$ внутри указанной области $2,41 \leq a\sqrt{|(\Delta\omega)_1|/|(\Delta\omega)_2|} \leq 0,41$, где $|(\Delta\omega)_1| > |(\Delta\omega)_2| \geq \Delta_\omega$, и определить для них $\gamma\sqrt{|(\Delta\omega)_1||(\Delta\omega)_2|}$, запретив затем все найденные значения γ .

Установившиеся колебания с периодом из четырех циклов при обучении по третьему алгоритму описываются уравнением

$$\left[1 - \gamma \frac{1}{|(\Delta\omega)_1|} \frac{h_{02}}{h_{01}}\right] \left[1 - \gamma \frac{1}{|(\Delta\omega)_2|} \frac{h_{03}}{h_{02}}\right] \times$$

$$\times \left[1 - \gamma \frac{1}{|(\Delta\omega)_3|} \frac{h_{04}}{h_{03}} \right] \left[1 - \gamma \frac{1}{|(\Delta\omega)_4|} \frac{h_{01}}{h_{04}} \right] = 1.$$

Сделаем допущение о том, что $h_{01} = h_{03}$, $h_{02} = h_{04}$, $|(\Delta\omega)_1| = |(\Delta\omega)_3|$,

$$|(\Delta\omega)_2| = |(\Delta\omega)_4|. \text{ Тогда } \left[1 - \gamma \frac{1}{|(\Delta\omega)_1|} \frac{1}{a} \right] \left[1 - \gamma \frac{1}{|(\Delta\omega)_2|} a \right] = \mp 1,$$

где $a = h_{01}/h_{02}$.

Отсюда

$$1) \gamma = \frac{|(\Delta\omega)_1| + a^2 |(\Delta\omega)_2|}{2a} \pm \sqrt{\left[\frac{|(\Delta\omega)_1| + a^2 |(\Delta\omega)_2|}{2a} \right]^2 - 2|(\Delta\omega)_1| |(\Delta\omega)_2|};$$

$$2) \frac{\gamma}{\sqrt{|(\Delta\omega)_1| |(\Delta\omega)_2|}} = 2.$$

Так как $|(\Delta\omega)_2| < |(\Delta\omega)_1|$ (см. рис. 6.4), то второе решение эквивалентно соблюдению неравенства $\gamma/|(\Delta\omega)_1| < 2$, что подтверждает условие сходимости процесса обучения на горизонтальном участке функции $h_{ij}(\omega)$. Первое решение перепишем в виде

$$\frac{\gamma}{\sqrt{|(\Delta\omega)_1| |(\Delta\omega)_2|}} = \frac{1 + A^2 \pm \sqrt{(1 + A^2)^2 - 8A^2}}{2A},$$

где $A = a \sqrt{|(\Delta\omega)_2| / |(\Delta\omega)_1|}$.

Устойчивые колебания скорости ω_{ij} с периодом, равным четырем циклам, имеют место (в соответствии с рис. 6.4) при обучении по третьему алгоритму в зоне $2,41 \leq a \sqrt{|(\Delta\omega)_2| / |(\Delta\omega)_1|} \leq 0,41$. При проектировании третьего алгоритма необходимо в рабочей зоне характеристики $h_{ij}(\omega)$ перебрать все комбинации $a \sqrt{|(\Delta\omega)_2| / |(\Delta\omega)_1|}$ в области, где существуют

колебания, причем $|(\Delta\omega)_1| > |(\Delta\omega)_2| \geq \Delta\omega$, и определить для них $\gamma / \sqrt{|(\Delta\omega)_1| |(\Delta\omega)_2|}$, запретив затем все найденные значения γ .

Обучение системы по первому алгоритму может свестись внутри такта к установлению колебаний ω_{ij} с периодом, равным четырем циклам, если $2,41 \leq a \leq 0,41$. При проектировании первого алгоритма необходимо найти в рабочей области характеристики $h_{ij}(\omega)$ с минимумом a_{\min} или a_{\max} . В общем виде при

$$a_{\min} = \left[\frac{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} \right)_{02}}{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} \right)_{01}} \right]_{\min} \quad \text{и} \quad a_{\max} = \left[\frac{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} \right)_{01}}{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} \right)_{02}} \right]_{\max}.$$

Таким образом, для нахождения a_{\min} и a_{\max} требуется построить характеристику силовой части $\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} = f(\omega)$. Если a_{\min} вычислить как отношение минимальной амплитуды $\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}$ к максимальной в рабочей области характеристики $h_{ij}(\omega)$ с минимумом, а a_{\max} – как отношение максимальной амплитуды к минимальной, то это позволяет при выборе устранить устойчивые колебания в области $2,41 \leq a \leq 0,41$. Коэффициент γ следует выбирать из графика функции $\gamma(a)$ (рис. 6.4) так, чтобы ему соответствовала величина $a < a_{\min}$ или $a > a_{\max}$. Величина γ должна также гарантировать отсутствие любых устойчивых колебаний ω_{ij} в области $2,41 > a > 0,41$. Выбор коэффициента γ для второго алгоритма обучения производят так, что в области, где возможны колебания с периодом из четырех циклов, ему соответствует выполнение неравенств

$$\frac{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right)_{01}}{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right)_{02}} \sqrt{\frac{|\Delta\omega)_1|}{|\Delta\omega)_2|}} > \left[\frac{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right)_{01}}{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right)_{02}} \sqrt{\frac{|\Delta\omega)_1|}{|\Delta\omega)_2|}} \right]_{\max},$$

или

$$\frac{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right)_{02}}{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right)_{01}} \sqrt{\frac{|\Delta\omega)_2|}{|\Delta\omega)_1|}} < \left[\frac{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right)_{02}}{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right)_{01}} \sqrt{\frac{|\Delta\omega)_2|}{|\Delta\omega)_1|}} \right]_{\min}.$$

Аналогичный выбор коэффициента γ для третьего алгоритма производится так, чтобы соблюдались эти же неравенства, но $|\Delta\omega)_1|$ и $|\Delta\omega)_2|$ следует поменять местами.

Для характеристики $h_{ij}(\omega)$ с максимумом устойчивые колебания около точки экстремума невозможны. Например, для периода, состоящего из четырех циклов, и первого алгоритма $1 - \gamma \frac{h_{03}}{h_{02}} > 0$, если $1 - \gamma \frac{h_{02}}{h_{01}} > 0$, что соответствует сходящемуся процессу обучения при выполнении условия сходимости на горизонтальном участке функции $h_{ij}(\omega)$.

Длительность обучения определяется выбором коэффициентов γ . Этот выбор производится из условий сходимости процесса на горизонтальных, монотонно убывающих и возрастающих участках функции $h_{ij}(\omega)$, а также на участках с точками минимумов. Отвлекаясь от соображений сходимости, определим коэффициенты, которым соответствует наименьшее время, затрачиваемое на обучение. Для этого представим функцию $\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} = f(\omega)$ дискретными значениями,

дискретизировав ось ω отрезком, равным Δ_ω , и усреднив в пределах каждого отрезка ординаты. В данном случае будем исходить из того, что переходная функция СЧ известна. Наименьшему времени обучения

системы привода в пределах такта соответствует число циклов, равное единице. Предполагая равновероятными все ситуации, когда за один цикл требуется перейти от некоторого произвольного значения ω к другому, для которого ошибка $(\Delta\omega)_{ij} = \Delta\omega$, построим функцию распределения вероятностей случайной величины

$$\frac{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right)_{ij}}{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right)_{i,j-1}} = \frac{h_{ij}}{h_{i,j-1}}.$$

Математическое ожидание $h_{ij}/h_{i,j-1}$ равно

$$m_0 = \sum_{k=1}^r \left(\frac{h_{ij}}{h_{i,j-1}}\right)_k P\left(\frac{h_{ij}}{h_{i,j-1}}\right),$$

где $P(h_{ij}/h_{i,j-1})$ – функция распределения; r – общее число дискретных значений $h_{ij}/h_{i,j-1}$.

Величину m_0 свяжем с коэффициентом γ с помощью формул: для первого алгоритма обучения

$$\Delta\omega = (\Delta\omega)_{ij} (1 - \gamma m_0);$$

для второго

$$\Delta\omega = (\Delta\omega)_{ij} \left[1 - \gamma m_0 \left|(\Delta\omega)_{ij}\right|_0\right];$$

для третьего

$$\Delta\omega = (\Delta\omega)_{ij} \left[1 - \gamma m_0 \frac{1}{\left|(\Delta\omega)_{ij}\right|_0}\right].$$

Устремив $\Delta\omega$ к нулю, получим: в первом случае $\gamma = 1/m_0$; во втором

$$\gamma = \frac{1}{m_0 \left|(\Delta\omega)_{ij}\right|_0}; \text{ в третьем } \gamma = \frac{\left|(\Delta\omega)_{ij}\right|_0}{m_0}.$$

Модуль $\left|(\Delta\omega)_{ij}\right|_0$ – средневероятностная величина $\left|(\Delta\omega)_{ij}\right|$, т.е.

$$\left|(\Delta\omega)_{ij}\right|_0 = \sum_{k=1}^r \left|(\Delta\omega)_{ij}\right|_k P\left[\left|(\Delta\omega)_{ij}\right|_k\right].$$

Если длительность обучения является удовлетворительной для коэффициентов γ , получаемых только из соображений сходимости, а основным процессом необходимо считать постоянное переобучение в условиях изменяющейся среды и износа элементов, то величины m_0 и

$\left|(\Delta\omega)_{ij}\right|_0$ определяют, исследуя характеристику $\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} = f(\omega)$ и располагая

при этом статистическими сведениями о появлении отдельных ситуаций перехода от одних значений ω к другим.

Коэффициенты γ , как функции m_0 и $\left|(\Delta\omega)_{ij}\right|_0$, соответствуют наиболее быстрому обучению в статистическом смысле. Однако величина γ ограничивается условиями сходимости процесса обучения. Если γ определены из этих условий, длительность обучения в одном такте для нелинейной силовой части может быть подсчитана по формулам:

для первого алгоритма

$$T_1 = T_{ц} \left[\log_{|1-\gamma m_0|} \frac{\Delta\omega}{\left|(\Delta\omega)_{ij}\right|} + 1 \right];$$

для третьего

$$T_1 = T_{ц} \left[\frac{\left|(\Delta\omega)_{ij}\right| - \Delta\omega}{\gamma m_0} + 1 \right].$$

Используя величину математического ожидания $h_{ij}/h_{i,j-1}$, можно вычислить также время T_1 и при обучении по второму алгоритму.

Имея в виду целесообразность применения в микроне рассогласований $(\Delta\omega)_{ij}$, где детерминированный анализ характеристик СЧ не имеет смысла, второго алгоритма обучения, в большой зоне ошибок – третьего и в промежуточной зоне – первого алгоритма, следует определять собственные значения m_0 и $\left|(\Delta\omega)_{ij}\right|_0$ в каждой области ω ,

соответствующей своей зоне $(\Delta\omega)_{ij}$. Тогда коэффициенты γ для системы, обучающейся наиболее быстро в статистическом смысле: по второму алгоритму

$$\gamma = \frac{1}{m_{02} \left| (\Delta\omega)_{ij} \right|_{02}};$$

по первому

$$\gamma = \frac{1}{m_{01}} \left[1 - \frac{\left| (\Delta\omega) \right|_{1-2}}{\left| (\Delta\omega)_{ij} \right|_{01}} \right];$$

по третьему

$$\gamma = \frac{\left| (\Delta\omega)_{ij} \right|_{03}}{m_{03}} \left[1 - \frac{\left| (\Delta\omega) \right|_{2-3}}{\left| (\Delta\omega)_{ij} \right|_{03}} \right],$$

где m_{01} , m_{02} , m_{03} и $\left| (\Delta\omega)_{ij} \right|_{0k}$ – математические ожидания $h_{ij}/h_{i,j-1}$ и $\left| (\Delta\omega)_{ij} \right|$ в соответствующей зоне рассогласований; $(\Delta\omega)_{1-2}$ – граничное рассогласование между первой и второй зонами; $(\Delta\omega)_{2-3}$ – граничное рассогласование между второй и третьей зонами, причем в первой зоне действует второй алгоритм, во второй – первый, в третьей – третий.

Длительность обучения внутри такта, если коэффициенты γ выбраны из условия сходимости процесса, определяются:

для первого алгоритма

$$T_1 = T_{ц} \left[\log_{|1-\gamma m_{01}|} \frac{\left| (\Delta\omega) \right|_{1-2}}{\left| (\Delta\omega)_{i1} \right|} + 1 \right],$$

для третьего

$$T_1 = T_{ц} \left[\frac{\left| (\Delta\omega)_{i1} \right| - \left| (\Delta\omega) \right|_{2-3}}{\gamma m_{03}} + 1 \right].$$

Выбор величины $\left| (\Delta\omega) \right|_{1-2}$ производится из физических соображений, выбор $\left| (\Delta\omega) \right|_{2-3}$ – путем вычислений с уточнением величины γ из условий

сходимости и окончательно – из минимальной длительности обучения в области, состоящей из второй и третьей зон.

6.3. Проектирование алгоритма обучения

Зная рассогласование по скорости $(\Delta\omega)_{1-2}$ и выбрав ряд значений $(\Delta\omega)_{2-3}$, которые расположены на границах зон с разными алгоритмами обучения, определяем коэффициенты γ из условия отсутствия устойчивых колебаний $(\Delta\omega)_{ij}$. Для функции $\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} = f(\omega)$, имеющей точку минимума,

коэффициенты γ определяем:

1) из условия сходимости обучения на горизонтальном участке функции

$\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} = f(\omega)$: для первого алгоритма $\gamma < 2$; для второго

$$\gamma < \frac{2}{\left|(\omega)_{i,j-1}\right|_{\max}} = \frac{2}{\left|(\omega)\right|_{1-2}}; \text{ для третьего } \gamma < 2 \left|(\Delta\omega)_{i,j-1}\right|_{\min} = 2 \left|(\omega)\right|_{2-3};$$

2) из условия отсутствия симметричных колебаний с периодом из четырех циклов обучения:

для первого алгоритма величину γ выбираем такой, что по формуле

$$\gamma = \frac{a^2 + 1 \pm \sqrt{(a^2 + 1)^2 - 8a^2}}{2a}$$

она соответствует

$$a > a_{\max} = \left[\frac{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} \right)_{01}}{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} \right)_{02}} \right]_{\max}, \text{ или } a < a_{\min} = \left[\frac{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} \right)_{02}}{\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} \right)_{01}} \right]_{\min};$$

для второго алгоритма пользуемся той же формулой $\gamma(a)$, что и для первого алгоритма, поступая аналогично, однако полагают вместо a величину $a \sqrt{\left|(\Delta\omega)_1\right|/\left|(\Delta\omega)_2\right|}$ и вместо γ произведение $\gamma \sqrt{\left|(\Delta\omega)_1\right|\left|(\Delta\omega)_2\right|}$;

для третьего алгоритма поступаем аналогично, полагая в формуле $\gamma(a)$ для первого алгоритма вместо γ величину $\gamma/\sqrt{|(\Delta\omega)_1|/|(\Delta\omega)_2|}$, а вместо a произведение $a\sqrt{|(\Delta\omega)_2|/|(\Delta\omega)_1|}$;

3) из условия отсутствия других устойчивых колебаний, пользуясь общим условием сходимости обучения:

для первого алгоритма

$$\gamma < \left[2 \prod_{y=1}^l \left(\frac{k_y}{T_y} \right)_{i,j-1} \left(\frac{T_y}{k_y} \right)_{ij} \right]_{\min} = 2 \cdot 0,41 = 0,82;$$

для второго

$$\gamma < \left[\frac{2}{|(\Delta\omega)_{i,j-1}|} \prod_{y=1}^l \left(\frac{k_y}{T_y} \right)_{i,j-1} \left(\frac{T_y}{k_y} \right)_{ij} \right]_{\min} = \frac{2a}{|(\Delta\omega)_{1-2}|},$$

где a берут из условия $a\sqrt{|(\Delta\omega)_1|/|(\Delta\omega)_2|} = 0,41$;

для третьего

$$\gamma < \left[2 |(\Delta\omega)_{i,j-1}| \prod_{y=1}^l \left(\frac{k_y}{T_y} \right)_{i,j-1} \left(\frac{T_y}{k_y} \right)_{ij} \right]_{\min} = 2a |(\Delta\omega)_{2-3}|,$$

где $a\sqrt{|(\Delta\omega)_2|/|(\Delta\omega)_1|} = 0,41$.

Если зона, где возможны колебания с периодом из четырех циклов, отсутствует, то для третьего условия вместо значения 0,41 берут то значение, которое реально существует при каждом алгоритме. Везде полагаем, что $a > 0$. В данном случае условия сходимости процесса обучения применяются для устранения всех устойчивых колебаний, кроме колебаний с периодом из четырех циклов. После тройного выбора коэффициентов γ получаем их окончательные значения, которые соответствуют сходящемуся процессу обучения. Если функция

$\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} = f(\omega)$ имеет только горизонтальные и монотонно изменяющиеся

участки, то коэффициенты γ определяют из условия сходимости обучения на горизонтальном участке.

Выбранные коэффициенты γ не гарантируют, однако, что устойчивые колебания не возникнут в процессе переобучения с течением времени из-за постепенных изменений параметров привода. Допуская нормальный закон распределения вероятностей отдельных значений $\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}$

для заданных ω и момента времени t , имеем формулу плотности распределения

$$P\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{\left[\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} - \left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right)_0\right]^2}{2\sigma^2}}.$$

Зная среднеквадратичное отклонение σ , по «правилу трех сигм» находим максимальное практически возможное приращение

$$\Delta\left(\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y}\right) = 3\sigma.$$

Приращения, найденные для каждого t и ω , позволяют

уточнить величины коэффициентов γ для новых значений a .

Если при проектировании обучаемой системы имеется возможность путем эксперимента получить функцию $\prod_{y=1}^l \frac{k_y}{T_y} = f(\omega)$ и, следовательно,

коэффициенты γ для системы привода, наиболее быстродействующей в статистическом смысле, то эти коэффициенты следует учесть, приближая к ним по возможности выбираемые значения γ из условий сходимости процесса обучения. Аналогично следует поступить, если проектировщик располагает статистическими сведениями о рассогласованиях $(\Delta\omega)_{ij}$ при переобучении.

Скорость ω_{2-3} окончательно выбирается так, что она соответствует коэффициентам γ , для которых суммарная длительность обучения по первому и третьему алгоритмам минимальна.

7. СИСТЕМЫ, ПОДАТЛИВЫЕ К ВОЗМУЩАЮЩЕМУ ВОЗДЕЙСТВИЮ

7.1. Система с упругой механической связью

Под возмущающим воздействием понимаем силу или момент силы сопротивления, приложенные к выходному валу привода. Это воздействие является либо предусмотренным технологией изготовления продукта производственной машиной, либо речь идет об аварийной ситуации. Податливость или нежесткость действия системы электропривода имеет место, во-первых, если она взаимодействует с упругой механической частью машины. Могут возникнуть колебания в механизмах производственной машины. Причиной появления колебаний может быть также пуск, торможение электродвигателя, резкое изменение движущего момента привода в соответствии с его алгоритмом управления, изменение нагрузки. Во-вторых, податливость системы электропривода может быть специально заданной. Структура системы такова, что при возникновении того или иного возмущающего силового воздействия, система начинает более медленно обрабатывать задание положения выходного вала или скорости. В производственной машине с развитой иерархией системы управления в некоторой ситуации, когда возникшие податливости систем электропривода чрезвычайно велики, возможным является принятие решения о выполнении другой технологической операции взамен текущей. Этот уровень управления здесь не рассматривается. Регулируемая податливость систем электропривода принципиально необходима в сборочных операциях, совершаемых производственной машиной.

Различные механизмы машин можно объединить в группы. К первой группе относятся механизмы с последовательным соединением упругих звеньев, работающих в режиме стопорения рабочего органа. К этой же группе относятся механизмы, работающие в том же режиме, у которых в кинематической цепи встречаются параллельно действующие упругие связи, приводимые к одному последовательному звену. Ко второй группе относятся механизмы с последовательным соединением упругих звеньев, работающие в условиях свободного движения всех элементов (инерционных звеньев). Здесь большое место занимают металлорежущие станки. В третью группу входят сложные механизмы с разветвленной цепью инерционных элементов, которые не могут быть представлены в виде последовательно связанных упругих звеньев даже при значительном

упрощении кинематической схемы. В качестве примеров здесь можно привести прокатные станы и экскаваторы. При исследовании динамики электропривода допускают, что механическая часть состоит из сосредоточенных масс, соединенных упругими звеньями. Силы приложены в месте сосредоточенных масс. Упругие звенья невесомы и обладают неизменным значением коэффициента жесткости. На рис.7.1 приведены рядные расчетные схемы. К группе 1 относятся расчетные схемы с моментом инерции одной из сосредоточенных масс, равным бесконечности (это рис.7.1,б,г,е,з). Здесь один из инерционных элементов застопорен, число упругих элементов равно числу инерционных элементов. Группа 2 содержит рядные расчетные схемы с общим движением всех элементов. Здесь при n инерционных элементах количество упругих звеньев на единицу меньше (рис.7.1,в,д,ж). Представленные на рис.7.1,а и б расчетные схемы имеют одну степень свободы. Первая из них с жесткостью $C=\infty$ относится к системе электропривода без учета упругих связей. Для любого инерционного звена сложной расчетной схемы можно записать условие равновесия

$$M_{y,k-1} - J_k \frac{d^2 \alpha_k}{dt^2} + M_k - M_{y,k} = 0,$$

где $M_{y,k-1}$ – действующий на k -ое инерционное звено момент, передаваемый через $(k-1)$ -ю упругую связь от элемента слева; $M_{y,k}$ – момент сил сопротивления со стороны $(k+1)$ -го инерционного звена, передаваемый через k -ю упругую связь справа; M_k – момент, действующий на k -е инерционное звено; J_k – момент инерции k -го звена; α_k – обобщенная (угловая) координата.

Момент силы упругости можно выразить через жесткость и угловые координаты, приняв, что деформация в безынерционном звене линейна и подчиняется закону Гука

$$M_{y,k-1} = C_{k-1}(\alpha_{k-1} - \alpha_k),$$

$$M_{y,k} = C_k(\alpha_k - \alpha_{k+1}).$$

Тогда в операторной форме можно записать уравнение динамики

$$J_k p^2 \alpha_k = M_k + C_{k-1}(\alpha_{k-1} - \alpha_k) - C_k(\alpha_k - \alpha_{k+1}).$$

Здесь принято, что моменты $M_{y,k-1}$ и $M_{y,k}$ действуют в противоположных направлениях.

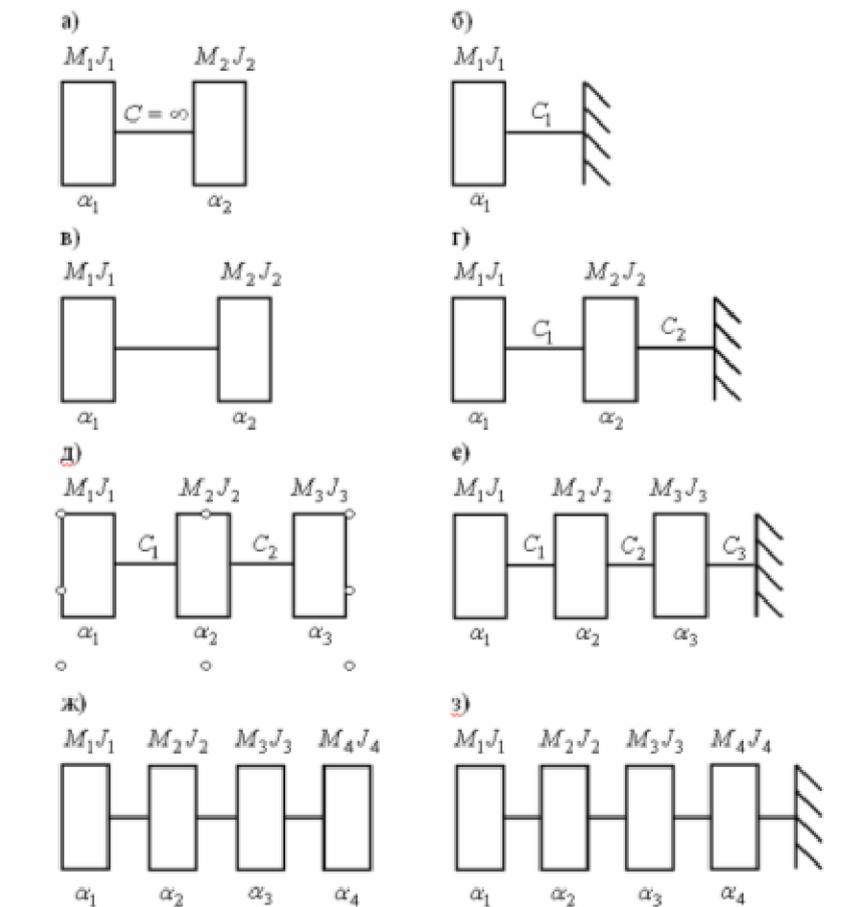


Рис. 7.1. Рядные расчетные схемы

Для расчетной схемы с одной степенью свободы (рис.7.1,б), характеризуемой одной координатой α_1 , уравнение движения записывается так

$$J_1 p^2 \alpha_1 = M_1 - C_1 \alpha_1,$$

то есть

$$\frac{J_1}{C_1} p^2 \alpha_1 + \alpha_1 = \frac{1}{C_1} M_1.$$

Для расчетной схемы с двумя степенями свободы (рис., в) уравнения равновесия:

$$J_1 p^2 \alpha_1 = M_1 - C_1 (\alpha_1 - \alpha_2),$$

$$J_2 p^2 \alpha_2 = M_2 + C_1(\alpha_1 - \alpha_2).$$

Для координаты α_1 получаем результирующее уравнение динамики

$$\frac{J_1 J_2}{C_1} p^4 \alpha_1 + (J_1 + J_2) p^2 \alpha_1 = M_1 + M_2 + \frac{J_2}{C_2} p^2 M_1.$$

Аналогичное уравнение для координаты α_2

$$\frac{J_1 J_2}{C_1} p^4 \alpha_2 + (J_1 + J_2) p^2 \alpha_2 = M_1 + M_2 + \frac{J_1}{C_1} p^2 M_2.$$

Запишем уравнения равновесия другой расчетной схемы с двумя степенями свободы, приведенной на рис., г

$$J_1 p^2 \alpha_1 = M_1 - C_1(\alpha_1 - \alpha_2),$$

$$J_2 p^2 \alpha_2 = M_2 + C_1(\alpha_1 - \alpha_2) - C_2 \alpha_2.$$

Отсюда получаем уравнение для угловой координаты α_1

$$\frac{J_1 J_2}{C_1 C_2} p^4 \alpha_1 + \left(\frac{J_1}{C_1} + \frac{J_2}{C_2} + \frac{J_1}{C_2} \right) p^2 \alpha_1 + \alpha_1 = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) M_1 + \frac{1}{C_2} M_2 + \frac{J_2}{C_1 C_2} M_1.$$

Для расчетной схемы, изображенной на рис., ж, система уравнений равновесия принимает вид

$$J_1 p^2 \alpha_1 = M_1 - C_1(\alpha_1 - \alpha_2),$$

$$J_2 p^2 \alpha_2 = M_2 + C_1(\alpha_1 - \alpha_2) - C_2(\alpha_2 - \alpha_3),$$

$$J_3 p^2 \alpha_3 = M_3 + C_2(\alpha_2 - \alpha_3) - C_3(\alpha_3 - \alpha_4),$$

$$J_4 p^2 \alpha_4 = M_4 + C_3(\alpha_3 - \alpha_4).$$

Исключив переменные $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$, получим уравнение динамики, записанное относительно угловой координаты α_1

$$\begin{aligned} & \frac{J_1 J_2 J_3 J_4}{C_1 C_2 C_3} p^8 \alpha_1 + \left(\frac{J_1 J_2 J_3}{C_1 C_2} + \frac{J_1 J_2 J_4}{C_1 C_3} + \frac{J_1 J_2 J_4}{C_1 C_2} + \frac{J_1 J_3 J_4}{C_1 C_3} + \frac{J_1 J_3 J_4}{C_2 C_3} + \frac{J_2 J_3 J_4}{C_2 C_3} \right) \\ & \cdot p^6 \alpha_1 + \left(\frac{J_1 J_3}{C_1} + \frac{J_1 J_2}{C_1} + \frac{J_1 J_3}{C_2} + \frac{J_1 J_4}{C_1} + \frac{J_2 J_3}{C_2} + \frac{J_2 J_4}{C_2} + \frac{J_1 J_4}{C_2} + \frac{J_1 J_4}{C_3} + \frac{J_2 J_4}{C_3} + \right. \\ & \left. + \frac{J_3 J_4}{C_3} \right) p^4 \alpha_1 + (J_1 + J_2 + J_3 + J_4) p^2 \alpha_1 + \alpha_1 = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{J_1 J_2 J_3}{C_1 C_2 C_3} p^6 M_1 + \left(\frac{J_2 J_3}{C_1 C_2} + \frac{J_3 J_4}{C_2 C_3} + \frac{J_3 J_4}{C_1 C_2} + \frac{J_2 J_4}{C_1 C_3} + \frac{J_2 J_4}{C_1 C_2} \right) p^4 M_1 + \left(\frac{J_2}{C_1} + \frac{J_3}{C_1} + \right. \\
& \left. + \frac{J_3}{C_2} + \frac{J_4}{C_1} + \frac{J_4}{C_2} + \frac{J_4}{C_3} \right) p^2 M_1 + \frac{J_3 J_4}{C_2 C_3} p^4 M_2 + \left(\frac{J_3}{C_2} + \frac{J_4}{C_2} + \frac{J_4}{C_3} \right) p^2 M_2 + \frac{J_4}{C_3} p^2 M_3.
\end{aligned}$$

Запишем общее уравнение движения для упругих механических связей и n степеней свободы:

$$\sum_{i=1}^n A_i p^{2i} \alpha_1 + \alpha_1 = \sum_{i=1}^n (B_i M_i) + f(M_1, \dots, M_{n-1}).$$

Левая часть этого уравнения есть сумма четных производных координаты α_1 с коэффициентами A_i , зависящими от моментов инерции сосредоточенных масс и жесткости упругих звеньев, и координаты α_1 .

Первое слагаемое правой части уравнения равно сумме всех действующих моментов с коэффициентами, зависящими также от моментов инерции и жесткостей упругих звеньев. Второе слагаемое правой части, представленное функцией f , есть сумма четных производных от действующих моментов с коэффициентами.

Предположим, что электропривод можно рассматривать как систему с одной степенью свободы, причем расчетной схемой является вариант, показанный на рис.7.1,б. Механической характеристике двигателя, например, постоянного тока, соответствует формула

$$M = M_k \left(1 - \frac{\omega}{\omega_0} \right),$$

где M_k – момент короткого замыкания; ω_0 – угловая скорость идеального холостого хода; ω и M – текущие значения угловой скорости вала и момента двигателя.

Уравнение движения привода

$$Jp^2 \alpha + c \alpha = M_k \left(1 - \frac{1}{\omega_0} p \alpha \right).$$

Учитывая потери в передачах и разделяя их на постоянные и переменные, можно перейти от этого уравнения к другому

$$Bp^2\alpha + p\alpha + Bh^2\alpha = \omega_0 \frac{M_k - M_0}{M_k},$$

где $B = \frac{J\omega_0}{M_k}$ – электромеханическая постоянная времени; $h^2 = \frac{c}{J}(1+b)$ – квадрат частоты собственных колебаний; b – коэффициент переменных потерь; M_0 – момент от постоянных потерь.

Из дифференциального уравнения следует его характеристическое уравнение

$$Bp^2 + p + Bh^2 = 0.$$

Корни этого уравнения равны

$$p_{1,2} = -\frac{1}{2B} \pm \sqrt{\frac{1}{4B^2} - h^2}.$$

Решение дифференциального уравнения запишем для угла поворота вала двигателя, а также угловой скорости:

$$\alpha = \alpha_{частн} - (\alpha_{частн} - \alpha_{нач}) \left(\frac{1 - 2B^2h^2}{2Bx} \operatorname{sh} xt + \operatorname{ch} xt \right) e^{-\frac{t}{2B}};$$

$$\text{здесь } \alpha_{частн} = \frac{M_k - M_0}{(1+b)C}; \alpha_{нач} = \frac{M_C - M_0}{(1+b)C}; \omega = \omega_C \left(\frac{1}{2Bx} \operatorname{sh} xt + \operatorname{ch} xt \right) e^{-\frac{t}{2B}};$$

$$\omega_C = \omega(0); x = \sqrt{\frac{1}{4B^2} - h^2}.$$

Для комплексных корней характеристического уравнения получаем формулы угла поворота вала α и угловой скорости ω

$$\alpha = \alpha_{частн} - (\alpha_{частн} - \alpha_{нач}) \left(\frac{1 - 2B^2h^2}{2By} \sin yt + \cos yt \right) e^{-\frac{t}{2B}};$$

$$\omega = \omega_C \left(\frac{1}{2By} \sin yt + \cos yt \right) e^{-\frac{t}{2B}},$$

$$\text{где } y = \sqrt{h^2 - \frac{1}{4B^2}}.$$

Для приведения в движение механизмов, в работе которых возможен режим стопорения рабочего органа, часто применяют асинхронные электродвигатели. Механическая характеристика асинхронного двигателя

на рис.7.2 заменена прямыми линиями на трех участках. Для каждого участка можно записать формулы $\alpha(t)$ и $\omega(t)$. Начальными условиями каждого следующего участка являются значения угла поворота вала α и угловой скорости ω , достигнутые в конце предыдущего участка. Для первого участка EF формулы α и ω , являющиеся решением дифференциального уравнения движения вала, записаны выше.

Второму участку FG соответствуют новая электромеханическая постоянная времени B_2 и другое частное решение. Для комплексных корней характеристического уравнения справедливы формулы угла поворота вала α и угловой скорости ω :

$$\alpha = \alpha_{\text{частн},2} + \left[\frac{2B_2\omega_F - (\alpha_{\text{нач},2} - \alpha_{\text{частн},2})}{2B_2y} \sin yt + (\alpha_{\text{нач},2} - \alpha_{\text{частн},2}) \cos yt \right] e^{-\frac{t}{2B_2}};$$

$$\omega = \left[\frac{\omega_F - 2B_2h^2(\alpha_{\text{нач},2} - \alpha_{\text{частн},2})}{2B_2y} \sin yt + \omega_F \cos yt \right] e^{-\frac{t}{2B_2}}.$$

Здесь ω_F - угловая скорость вала двигателя в точке F (рис.7.2).

В некоторых применениях электроприводов для разомкнутых по углу α систем, возможно возникновение обратного движения, являющегося следствием упругих деформаций механической части производственной машины. Обратное движение имеет место, если в переходном процессе системы привода возникает такое ее состояние, которому соответствует соблюдение неравенства $\alpha_{\text{нач}} > \alpha_{\text{частн}}$. Это возможно на третьем участке GQ .

Появление обратного движения зависит от формы механической характеристики электропривода, а также от коэффициента полезного действия передачи от вала двигателя к механическому звену рабочей машины, от момента инерции, приведенного к валу двигателя, и от жесткости упругого звена. Переходный процесс электропривода в режиме обратного движения при комплексных корнях характеристического уравнения описывается уравнениями

$$\alpha = \alpha_{\text{частн},3} - (\alpha_{\text{частн},3} - \alpha_{\text{нач},3}) \left(\frac{1}{2B_3y} \sin yt + \cos yt \right) e^{-\frac{t}{2B_3}};$$

$$\omega = \frac{h^2}{y} (\alpha_{\text{частн},3} - \alpha_{\text{нач},3}) e^{-\frac{t}{2B_3}} \sin yt.$$

При расчете обратного движения надо учесть изменение знака момента от потерь в передаче.

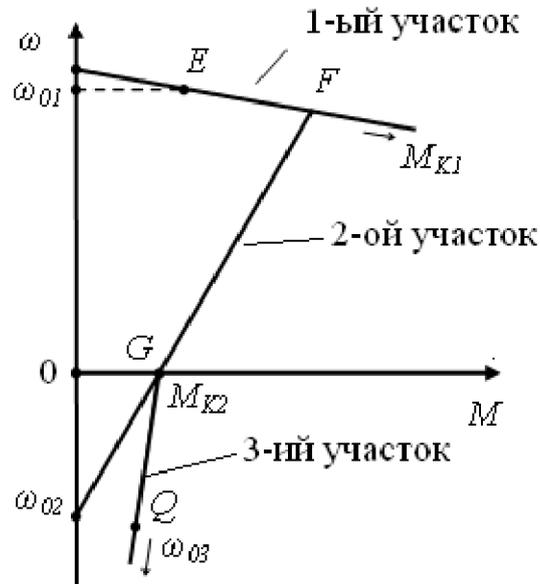


Рис.7.2. Механическая характеристика асинхронного двигателя

В замкнутой системе электропривода, обрабатывающей заданную функцию времени по алгоритму управления, обеспечивающему предельное быстродействие, возможно появление колебаний угла α , вызванных упругой деформацией скручивания звена передаточного механизма. Например, это эффект скручивания вала маломощного редуктора.

Более высокой динамической точности обработки заданной функции времени соответствует следующий алгоритм управления в системе электропривода (см. раздел 4.5)

$$U_{ST} = K_S \left[|F_{\Delta x}| \cdot |F_y| \cdot \text{sgn}(U_G \cdot F_{\Delta x} - U_2) + |F_{\Delta x}| \cdot (1 - |F_y|) \cdot \text{sgn}(U_G' \cdot F_{\Delta x} - U_1 - C_2' \cdot U_2) + (1 - |F_{\Delta x}|) \cdot |F_{\Delta y}| \cdot \text{sgn}(U_G \cdot F_{\Delta y} - U_2) + (1 - |F_{\Delta x}|) \cdot (1 - |F_{\Delta y}|) \cdot \text{sgn}(U_{S0} - U_0 + C_1 \cdot U_{S1} - C_1 U_1 + C_2 \cdot U_{S2} - C_2 \cdot U_2) \right].$$

Здесь U_{ST} – задание на входе контура регулирования движущего момента силы электродвигателя; $I_{S0} = K_0 \alpha_S$; α_S – заданный угол поворота вала привода; $K_0 = const > 0$; $I_0 = K_0 \alpha$; α – действительный угол поворота вала; I_{S1} – сигнал, пропорциональный заданной (текущей) скорости выходного вала; $I_{S1} = K_1 \alpha_S^{(1)}$; $K_1 = const > 0$; $I_1 = K_1 \alpha^{(1)}$; $I_{S2} = K_2 \alpha_S^{(2)}$; $K_2 = const > 0$; $\alpha_{S2}^{(2)}$ – заданное текущее угловое ускорение вала.

Пусть требуется учесть упругую деформацию скручивания вращающегося вала, проявляющегося в элементе, расположенном между двигателем и приводимым механическим звеном рабочей машины.

Воспользуемся уравнением

$$\begin{aligned} M_g - J \alpha_u^{(2)} &= M_y, \\ M_y &= C_{Ж} (\alpha_u - \alpha), \end{aligned}$$

где j – передаточное число редуктора, M_g – момент двигателя, α_u – угол поворота вала слева от упругого звена; J – момент инерции привода; M_y – упругий момент силы; $C_{Ж}$ – коэффициент жесткости упругого звена; α – угол поворота вала справа от упругого звена.

Тогда получаем

$$\begin{aligned} U_0 = K_0 \alpha &= -\frac{K_0}{C_{Ж}} M_g + K_0 \alpha_u + \frac{JK_0}{C_{Ж}} \alpha_u^{(2)}, \\ U_1 = K_1 \alpha^{(1)} &= -\frac{K_1}{C_{Ж}} M_g^{(1)} + K_1 \alpha_u^{(1)} + \frac{JK_1}{C_{Ж}} \alpha_u^{(3)}, \\ U_2 = K_2 \alpha^{(2)} &= -\frac{K_2}{C_{Ж}} M_g^{(2)} + K_2 \alpha_u^{(2)} + \frac{JK_2}{C_{Ж}} \alpha_u^{(4)}. \end{aligned}$$

Эти формулы требуется использовать в алгоритме управления движущим моментом в случае, когда датчики угла поворота вала, угловой скорости и ускорения расположены слева от упругого звена.

7.2. Система с заданной податливостью к возмущению

Рассмотрим другой вариант проявления податливости системы электропривода, структура которой спроектирована для обеспечения податливости.

Некоторые технологические операции невозможно реализовать, если система электропривода не обладает достаточной податливостью к

внешнему возмущению. Следующая совокупность формул описывает поведение электропривода, который обладает свойством податливости

$$M_1 = M_{g1} + J_1 \alpha_1^{(2)}$$

$$M_2 = M_{g2} - J_2 \alpha_2^{(2)}$$

$$M_{g1} = K_1 \left[\alpha_1 - \alpha_2 + C \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \right) \right]$$

$$M_{g2} = K_2 \left[\alpha_1 - \alpha_2 + C \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \right) \right]$$

$$\sum_{i=0}^2 C_i \left(\alpha_s^{(i)} - \alpha_2^{(i)} \right) = 0.$$

Здесь первое уравнение относится к первой части системы двустороннего действия, представляющей собой электронную модель; сигнал на входе модели пропорционален моменту M_1 ; $\alpha_1^{(2)}$ – угловое ускорение выходного вала первой части; J_1 – момент инерции механизма, приведенный к валу редуктора; M_{g1} – момент двигателя в модели привода. Второе уравнение описывает динамику выходного вала физически реализованного электропривода – второй части рассматриваемой системы. Здесь M_{g2} – момент двигателя; $\alpha_2^{(1)}$ – угловое ускорение вала привода; J_2 – момент инерции этого вала; M_2 – момент сопротивления валу в технологическом процессе. Законы изменения M_{g1} и M_{g2} заданы так, что способствуют стремлению $\alpha_1^{(1)}$ к $\alpha_2^{(1)}$ и $\alpha_2^{(1)}$ к $\alpha_1^{(1)}$, а также α_1 к α_2 и α_2 к α_1 .

Через $\alpha_s^{(i)}$ обозначена i -ая производная по времени от функции $\alpha_s(t)$, являющейся заданием для $\alpha_2(t)$.

Пусть $M_{g1} = M_{g2} = M_g$, $J_1 = J_2 = J$, $K_1 = K_2 = K$. Также воспользуемся обозначением $\alpha_2 = \alpha$.

На рис.7.3 изображена структура системы электропривода двустороннего действия. Здесь обозначено: С1, С2 – сумматоры; М – двигатель; Р – редуктор; СП – силовой преобразователь; УУСП – устройство управления силовым преобразователем; ДТ – датчик электрического тока в обмотке двигателя, которому пропорционален

движущий момент; ДС – датчик угловой скорости вала двигателя; ДП – датчик угла поворота вала привода.

В данной структуре валом привода отработывается в контурном режиме задание угла $\alpha_s(t)$, скорость $\alpha_s^{(1)}(t)$.

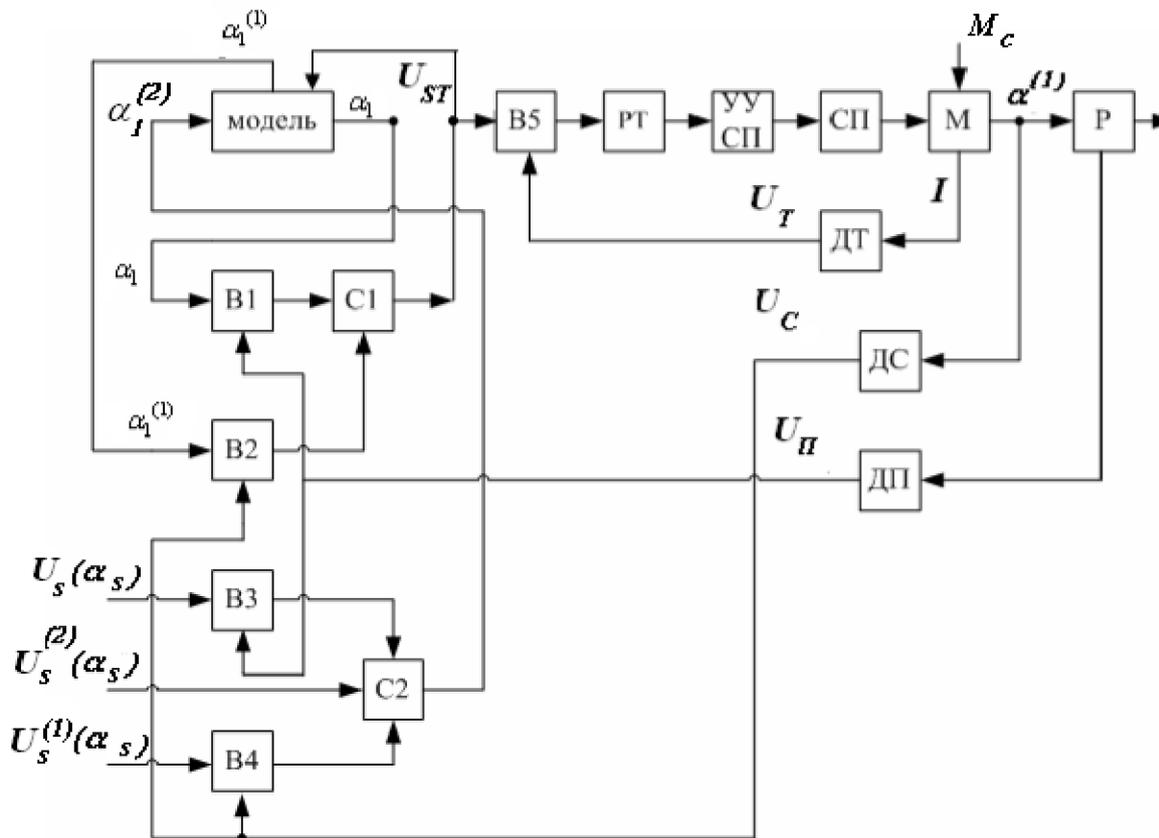


Рис.7.3. Структура системы с заданной податливостью к возмущению

Пусть речь идет о построении системы с реализацией минимального нагрева электрооборудования. Энергии нагрева силовой обмотки электродвигателя постоянного тока соответствует функционал

$$J = \int_0^T \frac{R}{K_M^2} (M_C + J\omega^{(1)})^2 dt.$$

Для правой подвижной границы $t=T$ воспользуемся условием трансверсальности, которое представляет собой необходимое условие минимума J :

$$F - \left(\omega^{(1)} - \left(\omega^{(1)} \right)_{ep} \right) F_{\omega^{(1)}} = 0,$$

где $F = \frac{R}{K_M^2} (M_C + J\omega^{(1)})^2$; $F_{\omega^{(1)}} = \frac{\delta F}{\delta \omega^{(1)}}$; $(\omega^{(1)})_{ep}$ – заданный закон

изменения углового ускорения вала на правой подвижной границе.

Так как

$$F_{\omega^{(1)}} = \frac{2JR}{K_M^2} (M_C + J\omega^{(1)}),$$

то условие transversальности получаем в виде формулы

$$M_g = 2J \left[\omega^{(1)} - (\omega^{(1)})_{ep} \right],$$

здесь $M_g = M_C + J\omega^{(1)}$ – момент, развиваемый двигателем; J – момент инерции вала двигателя.

Пусть для времени $t=T$ задано условие

$$\sum_{i=0}^2 D_i (\alpha_S^{(i)} - \alpha_g^{(i)}) = 0, \text{ где } D_i \text{ – коэффициенты.}$$

Тогда производная $(\omega^{(1)})_{ep} = \alpha_S^{(2)}$ задана формулой

$$(\omega^{(1)})_{ep} = \alpha_g^{(2)} - \sum_{i=0}^1 \frac{D_i}{D_2} (\alpha_S^{(i)} - \alpha_g^{(i)}),$$

откуда следует, что

$$\omega^{(1)} - (\omega^{(1)})_{ep} = \sum_{i=0}^1 D_i' (\alpha_S^{(i)} - \alpha_g^{(i)}),$$

где $D_i' = \frac{D_i}{D_2}$, $\omega^{(1)} = \alpha_g^{(2)}$.

Подставим эту разность в формулу

$$M_g = 2J \left[\omega^{(1)} - (\omega^{(1)})_{ep} \right]$$

и получим

$$M_g = 2J \sum_{i=0}^1 D_i' (\alpha_S^{(i)} - \alpha_g^{(i)}).$$

Выше рассмотрено построение автоматической системы, содержащей структуру двунаправленного действия. При описании объекта управления было принято, что

$$M_{g1} = M_{g2} = M_g;$$

$$M_g = K \left[\alpha_1 - \alpha_2 + C \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)} \right) \right];$$

Показано, что необходимым условием минимума нагрева силовой обмотки электродвигателя является закон вида

$$M_g = 2J \left[D'_0 \left(\alpha_S - \alpha_g \right) + D'_i \left(\alpha_S^{(1)} - \alpha_g^{(1)} \right) \right].$$

Сравним две формулы M_g . Отсюда следует, что при $D_0 = 1$ и $D_1' = C$ справедливо равенство $K = 2J$; J – момент инерции вала двигателя. Данный результат указывает на то, каким должен быть коэффициент K , использованный в общем виде при построении автоматической системы, содержащей структуру двунаправленного действия. Условие

$$K = 2J$$

обеспечивает минимум нагрева обмотки двигателя и электрических элементов, образующих контур электропитания обмотки. Коэффициент K равен удвоенному моменту инерции вала двигателя.

Рассмотрим систему с реализацией минимального потребления электроэнергии. Энергия, потребляемая из источника электропитания в автоматической системе с электродвигателем постоянного тока, равна

$$J = \int_0^T \left[\frac{R}{K_M^2} \left(M_C + J \omega^{(2)} \right)^2 + \frac{K_e}{K_M} \omega M_C \right] dt.$$

Численно K_e равно K_M .

К необходимым условиям минимума функционала J относятся уравнение Эйлера и условие трансверсальности для правой подвижной границы процесса изменения угловой скорости $\omega(t)$, то есть при $t = T$.

Здесь в условии трансверсальности

$$F - \left(\omega^{(1)} - \left(\omega^{(1)} \right)_{ep} \right) F_{\omega^{(1)}} = 0$$

составляющая F равна

$$\frac{R}{K_M^2} \left(M_C + J \omega^{(1)} \right)^2 + \frac{K_e}{K_M} \omega M_C;$$

$$F_{\omega^{(1)}} = \frac{\partial F}{\partial \omega^{(1)}} = \frac{2JR}{K_M^2} M_g,$$

где $M_g = M_C + J\omega^{(1)}$ – движущий момент,

$(\omega^{(1)})_{ep}$ – заданный закон изменения производной $\omega^{(1)}$ при $t = T$.

Подставим F и $F_{\omega^{(1)}}$ в условие трансверсальности и получим

$$\frac{R}{K_M^2} M_g^2 + \frac{K_e}{K_M} \omega M_C = \frac{2JR}{K_M^2} M_g \left(\omega^{(1)} - (\omega^{(1)})_{ep} \right).$$

В задаче о минимальном нагреве электрооборудования было задано для времени $t = T$ условие

$$\sum_{i=0}^2 D_i (\alpha_S^{(i)} - \alpha_g^{(i)}) = 0$$

и показано, что

$$\omega^{(1)} - (\omega^{(1)})_{ep} = \sum_{i=0}^1 D_i' (\alpha_S^{(i)} - \alpha_g^{(i)}).$$

Воспользуемся этим результатом в задаче о минимальном потреблении электроэнергии. Подставим аналогичную разность в последнее выражение условия трансверсальности, заменив коэффициенты D_i' на C_i' :

$$\frac{R}{K_M^2} M_g^2 + \frac{K_e}{K_M} \omega M_C = \frac{2JR}{K_M^2} M_g \left[\sum_{i=0}^1 C_i' (\alpha_S^{(i)} - \alpha_g^{(i)}) \right],$$

здесь $C_i' = \frac{C_i}{C_2}$, то есть $C_1' = \frac{C_1}{C_2}$, $C_0' = \frac{C_0}{C_2}$.

Левая часть этого выражения есть мощность, потребляемая из источника электропитания $P(t)$. Тогда получаем возможность сконструировать закон управления ускорением $\alpha_g^{(2)} = \alpha^{(2)}$ в структуре двунаправленного действия.

Условие трансверсальности преобразуем так

$$P(t) = \frac{2JR}{K_M^2} K_M I \cdot \left[C_0' (\alpha_S - \alpha) + C_1' (\alpha_S^{(1)} - \alpha^{(1)}) \right].$$

Запишем достигнутую совокупность уравнений динамики системы двунаправленного действия

- $M_1 = M_{g1} + J\alpha_1^{(2)};$

2. $M_{g1} = 2J \left[\alpha_1 - \alpha + C \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha^{(1)} \right) \right];$
3. $\alpha_1^{(2)} = K_H \cdot \left\{ \frac{2JR}{K_M^2} K_M I \cdot \left[C_0' \left(\alpha_S - \alpha \right) + C_1' \left(\alpha_S^{(1)} - \alpha^{(1)} \right) \right] - P(t) \right\};$
4. $M_{g2} = M_2 + J \alpha^{(2)};$
5. $M_{g2} = M_{g1} = M_g = 2J \left[\alpha_1 - \alpha + C \left(\alpha_1^{(1)} - \alpha^{(1)} \right) \right].$

Через K_H обозначен настраиваемый коэффициент. Настройка производится в начале эксплуатации автоматической системы.

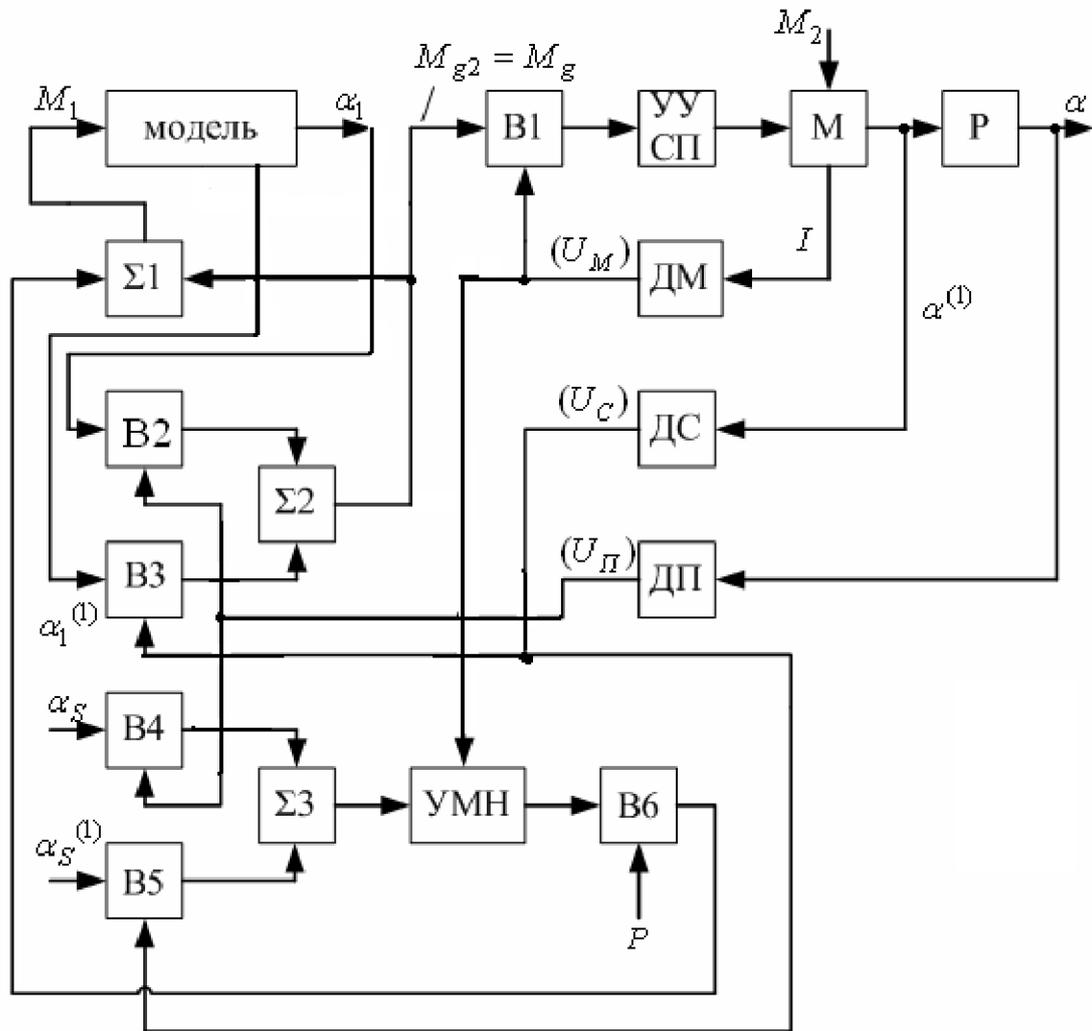


Рис.7.4. Структура системы двунаправленного действия

На рис.7.4 изображена структура системы. Обозначения элементов те же, что и на рис.7.3. Через УМН обозначен умножитель. В этой структуре реализуется заданный закон движения выходного вала с наименьшей затратой электроэнергии из источника питания.

Рассмотрим задачу о синхронизации движений в исполнительной системе рабочей машины. Пусть речь идет о трехступенной системе, обладающей свойством податливости.

Каждая одностепенная система двустороннего действия имеет структуру, содержащую две части. Первая часть это модель обычной системы однонаправленного действия, выполненная на операционных усилителях. Вторая часть – физически реализованная система. Ее модель представлена в первой части. Назовем первую часть системы двунаправленного действия задающим каналом, а вторую часть – исполнительным каналом.

Динамика одностепенной системы описывается двумя уравнениями

$$M_1 = K_1[\alpha_1 - \alpha_2 + A(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)}) + B(\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)})] + K_{M1}(M_1 - M_2) + J_1\alpha_1^{(2)},$$

$$M_2 = K_2[\alpha_1 - \alpha_2 + A(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)}) + B(\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)})] + K_{M2}(M_1 - M_2) - J_2\alpha_2^{(2)},$$

здесь M_1 – заданный движущий момент силы (управление) на входном валу обычной следящей системы, которой соответствует модель, то есть первая часть системы двунаправленного действия; M_2 – момент силы сопротивления выходному валу исполнительного канала; α_1 – угол поворота входного вала задающего канала; α_2 – угол поворота выходного вала исполнительного канала; $K_1, K_2, K_{M1}, K_{M2}, A, B$ – коэффициенты; J_1 и J_2 – моменты инерции.

Первое слагаемое формулы M_1 в правой части есть произведение коэффициента K_1 и выражения в квадратных скобках и равно составляющей момента силы электродвигателя задающего канала, представленного моделью. Аналогично первое слагаемое формулы M_2 , равное произведению коэффициента K_2 и выражения в квадратных скобках, есть составляющая момента силы электродвигателя исполнительного канала.

Такая структура системы создает свойство податливости ее к изменениям технологического воздействия, под которым понимаем

момент силы M_2 . Вторая составляющая момента силы электродвигателя задающего канала равна

$$K_{M1}(M_1 - M_2).$$

Вторая составляющая момента силы электродвигателя исполнительного канала равна

$$K_{M2}(M_1 - M_2).$$

Эти составляющие отражают отклонение моментов сил M_1 и M_2 друг от друга и способствуют более эффективному действию системы как при передаче перемещений, так и передаче сил каналами.

Предположим, что управление в трехступенной системе производится из условия минимума функционала

$$J = \int_0^T (\delta + C\delta^{(1)})^2 dt,$$

где $\delta = \sum_{i=1}^3 \delta\psi_i \operatorname{sgn} \delta\psi_i$; $\delta\psi_i = \psi_{si} - \psi_i$; $\psi_i = \alpha_{2i}$; ψ_{si} – задание; $\psi_{s1} = (\alpha_{21})_S$; $\psi_{s2} = f_2(\alpha_{21})$; $\psi_{s3} = f_3(\alpha_{21})$; $\operatorname{sgn} \delta\psi_i = 1$ при $\delta\psi_i \geq 0$, $\operatorname{sgn} \delta\psi_i = -1$ при $\delta\psi_i < 0$; принимается, что $\operatorname{sgn} \delta\psi_i(t) = \operatorname{sgn} \delta\psi_i(0)$, где t – время; $\delta^{(1)} = \frac{d\delta}{dt}$; $C = \text{const} > 0$; T – правая подвижная граница.

Воспользуемся условием трансверсальности для правой подвижной границы

$$F - \sum_{i=1}^3 (\psi_i^{(1)} - (\psi_i)_{zp}^{(1)}) F_{\psi_i^{(1)}} = 0$$

где $F = (\delta + C\delta^{(1)})^2$; $F_{\psi_i^{(1)}} = \frac{\delta F}{\delta \psi_i^{(1)}}$; $(\psi_1)_{zp}^{(1)}$ – заданный закон изменения $\psi_1^{(1)}$ при $t = T$.

Данное условие соблюдается, если для любого i принять, что

$$F - 3(\psi_i^{(1)} - (\psi_i)_{zp}^{(1)}) F_{\psi_i^{(1)}} = 0.$$

Получаем $i=2,3$

$$F_{\psi_i^{(1)}} = -2(\delta + C\delta^{(1)}) \cdot C \operatorname{sgn} \delta\psi_i;$$

при $i=1$

$$F_{\psi_1}^{(1)} = -2(\delta + C\delta^{(1)})C \left(\operatorname{sgn} \delta\psi_1 - \sum_{i=2}^3 \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_{21}} \operatorname{sgn} \delta\psi_i \right).$$

Пусть

$$(\psi_i)_{zp}^{(1)} = \psi_i^{(1)} - C_i(\psi_{Si} - \psi_i),$$

где $C_i = \text{const} > 0$.

Тогда условие трансверсальности записывается при $i=2,3$ так

$$6C \cdot C_i \cdot \delta\psi_i \operatorname{sgn} \delta\psi_i + \delta + C\delta^{(1)} = 0;$$

при $i=1$

$$6C \cdot C_1 \cdot \delta\psi_1 \left(\operatorname{sgn} \delta\psi_1 - \sum_{i=2}^3 \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_{21}} \operatorname{sgn} \delta\psi_i \right) + \delta + C\delta^{(1)} = 0.$$

В качестве управляющего воздействия на входе одностепенной системы принимаем производную по времени от момента силы M_{1i} .

Управление в трехстепенной системе сформулируем следующим способом при $i=1$

$$M_{11}^{(1)} = \gamma \left[6CC_1\delta\psi_1 \left(\operatorname{sgn} \delta\psi_1 - \sum_{i=2}^3 \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_{21}} \operatorname{sgn} \delta\psi_i \right) + \delta + C\delta^{(1)} \right];$$

при $i=2,3$

$$M_{1i}^{(1)} = \gamma \left[6CC_i\delta\psi_i \operatorname{sgn} \delta\psi_i + \delta + C\delta^{(1)} \right].$$

Представим математическую модель управляемого движения трехстепенной системы двунаправленного действия как систему формул, содержащую законы управления и исходное описание динамики одностепенной системы двунаправленного действия:

при $i=1$

$$M_{11} = K_1 \left[\alpha_{11} - \alpha_{21} + A(\alpha_{11}^{(1)} - \alpha_{21}^{(1)}) + B(\alpha_{11}^{(2)} - \alpha_{21}^{(2)}) \right] - K_{M1}(M_{21} - M_{11}) + J_1\alpha_{11}^{(2)},$$

$$M_{21} = K_2 \left[\alpha_{11} - \alpha_{21} + A(\alpha_{11}^{(1)} - \alpha_{21}^{(1)}) + B(\alpha_{11}^{(2)} - \alpha_{21}^{(2)}) \right] - K_{M2}(M_{21} - M_{11}) - J_2\alpha_{21}^{(2)},$$

$$M_{11}^{(1)} = \gamma \left[6CC_1\delta\psi_1 \left(\operatorname{sgn} \delta\psi_1 - \sum_{i=2}^3 \frac{\partial f_i}{\partial \alpha_{21}} \operatorname{sgn} \delta\psi_i \right) + \delta + C\delta^{(1)} \right];$$

при $i=2,3$

$$M_{1i} = K_1 \left[\alpha_{1i} - \alpha_{2i} + A \left(\alpha_{1i}^{(1)} - \alpha_{2i}^{(1)} \right) + B \left(\alpha_{1i}^{(2)} - \alpha_{2i}^{(2)} \right) \right] - K_{M1} (M_{2i} - M_{1i}) + J_1 \alpha_{1i}^{(2)},$$

$$M_{2i} = K_2 \left[\alpha_{1i} - \alpha_{2i} + A \left(\alpha_{1i}^{(1)} - \alpha_{2i}^{(1)} \right) + B \left(\alpha_{1i}^{(2)} - \alpha_{2i}^{(2)} \right) \right] - K_{M2} (M_{2i} - M_{1i}) - J_2 \alpha_{2i}^{(2)},$$

$$M_{1i}^{(1)} = \gamma \left[6CC_i \delta \psi_i \operatorname{sgn} \delta \psi_i + \delta + C \delta^{(1)} \right];$$

Здесь $J_1 = J$, $J_2 = J$, $\delta \psi_i = (\alpha_{2i})_S - \alpha_{2i}$; $\psi_i = \alpha_{2i}$; $(\alpha_{22})_S = f_2(\alpha_{21})$; $(\alpha_{23})_S = f_3(\alpha_{21})$; $\delta = \sum_{i=1}^3 \delta \psi_i \operatorname{sgn} \delta \psi_i$; $\delta^{(1)} = \frac{d\delta}{dt}$; $\operatorname{sgn} \delta \psi_i = \operatorname{sgn} \delta \psi_i(0)$.

Рассмотренные законы управления выполняются в пределах изменения возмущений не превышающих максимально допустимых значений для данной технологической машины. При превышении установленных ограничений наступает рассинхронизация систем.

7.3. УПРАВЛЕНИЕ В СИСТЕМЕ ПРИВОДА МЕХАТРОННОГО МОДУЛЯ

Интеллектуальная рабочая машина содержит исполнительную систему и надстройку – систему верхнего уровня управления с искусственным интеллектом.

Возможны следующие режимы функционирования рабочей машины:

1. Совершение действий, предназначенных для изготовления технологической продукции;
2. Транспортирование груза;
3. Совершение действий, позволяющих получить информацию об окружающей среде.

Применение интеллектуальной системы оправдано, если речь идет о достаточно большом возможном числе действий исполнительной системы. Эти действия соответствуют множеству способов изготовления продукции и состояний окружающей среды.

Исполнительная система содержит некоторое число приводов. Пусть каждый привод способен совершать на рассматриваемом отрезке времени совокупность действий, которые назовем приводческими операциями. Обозначим их следующими символами

SF, SG, VF, VG, GS, GV, FS, FV,

здесь S – перемещение, V – скорость, G – импульс силы, F – сила, созданная приводом.

В каждом сочетании символов первый из них это название переменной, задание которой требуется отработать. Второй символ указывает переменную – возмущение, в функции которой проявляется податливость привода. Для вращательного движения переменная S обозначает угол поворота, а V – угловую скорость. Импульс силы G при вращательном движении равен интегралу по времени от момента силы, а переменная F обозначает момент силы.

Пусть привод может совершать p разных приводческих операций, являющихся одностепенными. В нашем случае $p = 8$. Если число степеней подвижности машины, то есть число приводов равно n , то получим, что всего многостепенных приводческих операций равно $p^n = 8^n$. В отдельные моменты времени внутри технологической операции привод обрабатывает задание положения или скорости механического звена, а в других случаях – задание силы или импульса силы, воздействующей на это звено. Полное устройство привода содержит две части. Первая часть это модель привода, а вторая – физически реализованная схема. Уравнения динамики привода для приводческих операций SF, SG, VF, VG запишем в виде системы

$$\begin{aligned} M_1 &= K_{\alpha 1} \cdot \sigma + C_{M1} (M_2 - M_1) + J\alpha_1^{(2)}, \\ M_2 &= K_{\alpha 2} \cdot \sigma + C_{M2} (M_2 - M_1) - J\alpha_2^{(2)}, \end{aligned}$$

где M_1 – момент силы, приложенный к валу привода, которому соответствует модель; M_2 – момент силы на выходном валу второй части; $\alpha_1^{(2)}$ – угловое ускорение вала привода, реализуемое в модели; $\alpha_2^{(2)}$ – угловое ускорение вала второй части; $K_{\alpha 1}, C_{M1} < 0, K_{\alpha 2}, C_{M2} < 0$ – коэффициенты; $\sigma = \alpha_1 - \alpha_2 + A(\alpha_1^{(1)} - \alpha_2^{(1)}) + B(\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)})$; α_1 и α_2 – углы поворота вала; $\alpha_1^{(1)}$ и $\alpha_2^{(1)}$ – угловые скорости; A и B – коэффициенты.

Переменная σ характеризует в каждый момент времени отклонение двух процессов друг от друга. Если $M_2 = 0$, то

$$\sigma = \frac{1}{K_{\alpha 2}} (C_{M2} M_1 + J\alpha_2^{(2)}).$$

При $M_2 \neq 0$ появляется разность

$$\Delta\sigma = \sigma - \frac{1}{K_{\alpha_2}} (C_{M_2} M_1 + J\alpha_2^{(2)}).$$

Управляющим воздействием в одностепенной системе привода является сигнал, пропорциональный M_1 . Закон управления для производной по времени от M_1 имеет вид

$$M_1^{(1)} = k_S \left[\alpha_S - \alpha_2 + A(\alpha_S^{(1)} - \alpha_2^{(1)}) + B(\alpha_S^{(2)} - \alpha_2^{(2)}) - f(\Delta\sigma) \right],$$

где $\alpha_S = \alpha_S(t)$ – заданный угол поворота вала второй части системы привода; $f(\Delta\sigma)$ – известная функция для данного действия системы внутри технологической операции; $k_S = const$.

Данные формулы относятся к SF-операции. Для VF-операции принимаются равными нулю разности $\alpha_1 - \alpha_2$ и $\alpha_S - \alpha_2$. В описании SG-операции переменная σ заменяется интегралом по времени от σ , как и для VG-операции. Кроме того, в последнем случае $\alpha_1 - \alpha_2 = \alpha_S - \alpha_2 = 0$.

Уравнения динамики привода для приводческих функций GS, GV, FS, FV представим в виде системы

$$\begin{aligned} G_1^{(1)} &= C_{M1}\sigma + K_{\varepsilon 1}(\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}) + J\alpha_1^{(2)}, \\ G_2^{(1)} &= C_{M2}\sigma + K_{\varepsilon 2}(\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)}) - J\alpha_2^{(2)}, \end{aligned}$$

где $G_1^{(1)} = M_1$; $G_2^{(1)} = M_2$; C_{M1} , C_{M2} , $K_{\varepsilon 1}$, $K_{\varepsilon 2}$ – коэффициенты; $\sigma = G_1 - G_2 + A(G_1^{(1)} - G_2^{(1)})$; $A = const$.

Для GV-операции закон управления на входе модели получаем в виде

$$G_1^{(2)} = k_\partial \left[G_S - G_2 + A(G_S^{(1)} - G_2^{(1)}) - \varphi \left(\int_0^t \Delta\sigma \cdot dt \right) \right],$$

где φ – технологически заданная функция.

Величина $\Delta\sigma$ равна

$$\Delta\sigma = \sigma - \frac{1}{C_{M2}} (C_2^{(1)} - K_{\varepsilon 2}\alpha_1^{(2)}).$$

Для GS-операции известной функцией φ является функция, зависящая от двойного интеграла по времени от $\Delta\sigma$. В описании операций

FS и FV принимаются равными нулю разность $G_1 - G_2$, а также разность $G_S - G_2$.

В общем случае в каждый момент времени заданием исполнительной системе предусмотрено, какие из механических звеньев неподвижны. Приводы этих звеньев осуществляют операции из набора GS, GV, FS, FV.

Записанные выше в формуле M_2 сумма

$$K_{\alpha 2} \cdot \sigma + C_{M2}(M_2 - M_1)$$

и в формуле $G_2^{(1)}$ сумма

$$C_{M2} \cdot \sigma + K_{\varepsilon 2} \cdot (\alpha_1^{(2)} - \alpha_2^{(2)})$$

представляют собой момент силы, развиваемый электроприводом мехатронного модуля.

8. ПРОГРАММИРУЕМЫЕ КОНТРОЛЛЕРЫ И ЛОГИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ ПРИВОДА

8.1. Контроллеры

Программируемый контроллер это электронная машина, доступная пользователю для программирования в области управления последовательными логическими процессами в условиях промышленной среды в реальном масштабе времени. Программируемый контроллер выполняет три функции:

1. получение информации с входов;
2. принятие решения;
3. выдача сигналов на выходы.

Информация в виде состояния входных устройств поступает от различного рода датчиков. Обработка информации и принятие решения производятся процессором. Он постоянно опрашивает входные сигналы, поступающие от входных устройств, и производит логические операции с этими сигналами по программе, заданной пользователем.

Действия контроллера состоят во включении и выключении выходов, управляющих внешними устройствами, которые содержит технологическая машина или группа машин.

Существует различие между программируемым контроллером и устройством с «жесткой логикой». Алгоритм управления задается контроллером в виде программы, которую можно заменить или модифицировать. Для запоминания инструкций, выполняющих логические операции, временную задержку, арифметическую обработку и т.д., служит программируемая память. Совокупность необходимых инструкций или программа вводится в программируемую память пользователем при помощи прибора программирования и отладки. Исходное описание алгоритма управления объектом должно быть представлено на языке релейно-контакторных схем.

Контроллер сообщается с объектом управления с помощью модулей ввода-вывода, которые установлены в каркас ввода-вывода. Центральным блоком обработки информации контроллера является микропроцессорный модуль (процессор). Вся информация, обрабатываемая процессором, сосредоточена в таблице данных. В процессе работы контроллера инструкции программы, начиная с первой, последовательно считываются процессором из программируемой памяти и выполняются. При этом изменяется состояние таблицы данных. После выполнения последней инструкции происходит обмен информацией между определенной частью таблицы данных с одной стороны и модулями ввода-вывода с другой. Эти фазы работы контроллера, т.е. «счет» и «обмен», циклически повторяются.

Процессор содержит указатель адреса инструкций, содержимое которого увеличивается на 1 при выполнении очередной инструкции. При выполнении последней инструкции программы указатель адреса устанавливается в 0 (адрес первой инструкции программы). Процессор содержит аккумулятор для накопления данных для операций с инструкциями.

Память контроллера состоит из области памяти общего назначения, защищаемой области, области задания маски обмена, области задания конфигурации, области задания текущего состояния, области диагностики отказов и сбоев. В области памяти общего назначения находится информация о состоянии модулей ввода-вывода. В фазе обмена процессор производит обмен информацией между физическими модулями ввода-вывода и таблицей данных по маске обмена. Маску обмена можно задавать, пользуясь специальной функцией прибора программирования и отладки.

Часть памяти потребителя, называемая защищаемой областью, может храниться в ОЗУ с подпиткой от резервного источника питания либо другим способом. Защищаемая область входит в область задания конфигурации. Пользователю необходимо ввести начало защищаемой области и начало рабочей программы. Эти два адреса могут совпадать.

Процессор при прохождении рабочей программы пользуется информацией области задания текущего состояния. При определенных условиях он ее изменяет.

Контроллер реализует работу логических схем. Логические схемы требуется предварительно спроектировать, обратившись затем к программированию контроллера. Ниже рассмотрены отдельные фрагменты проектирования логических схем. В каждом случае получаем логическую систему системы привода. Эта система, как показано, может быть реализована без применения программируемого контроллера. Однако, полная совокупность фрагментов проектирования в виде полученных результатов может быть помещена в память контроллера. Логическая система привода технологической машины может быть применена для переключений заданных состояний исполнительной системы, под которой понимается совокупность связанных систем электропривода, действующих оптимально.

8.2. Логические системы привода

Логические схемы, преобразуя двоичные входные сигналы, вырабатывают двоичные выходные сигналы, воздействующие на исполнительные механизмы. Входная информация поступает в логическую схему в общем случае от задающего устройства или оператора, от датчиков пути, скорости, момента силы, температуры и т.д., от устройств защиты привода и механизма, от сенсорных датчиков и от элементов,

фиксирующих отдельные моменты времени. Среди всего разнообразия логических схем выделим четыре типа:

- 1) с входной информацией, поступающей только от задающего устройства;
- 2) с входной информацией о времени t и от задающего устройства;
- 3) с информацией, поступающей от задающего устройства и от датчиков;
- 4) с информацией, поступающей от задающего устройства и с информацией от датчиков и о времени.

Схема каждого типа может быть комбинированной или последовательностной. Логические системы привода различаются типами входящих в них схем и, кроме того, устройствами, переключающими двигатели, типами двигателей, передаточными свойствами звеньев двигатель-механизм.

На рис.8.1 изображена комбинационная схема управления асинхронными электродвигателями от входных сигналов a_1, b_1, c_1, a_2, b_2 (схема третьего типа). Значения сигналов на выходах логической схемы x и y определяем по формулам

$$x = [a_1 \vee c_1 \vee b_1 \wedge (a_2 \vee b_2)] \wedge \bar{i}_1,$$

$$y = (c_1 \vee b_1 \wedge b_2) \wedge \bar{i}_2.$$

Здесь и далее знаком \vee обозначена операция логического сложения, знаком \wedge - операция логического умножения для того, чтобы отличать в тексте эти операции от сложения и умножения в десятичной алгебре; i_1 - сигнал перегрузки по току двигателя D_1 , используемый для защиты привода; i_2 - сигнал перегрузки по току двигателя D_2 . Преобразователи $П_1$ и $П_2$ преобразуют единичные сигналы на входах в импульсы постоянной частоты, отпирающие тиристоры в цепях обмоток двигателей. Три выхода у каждого преобразователя в данной схеме должны быть не связаны гальванически.

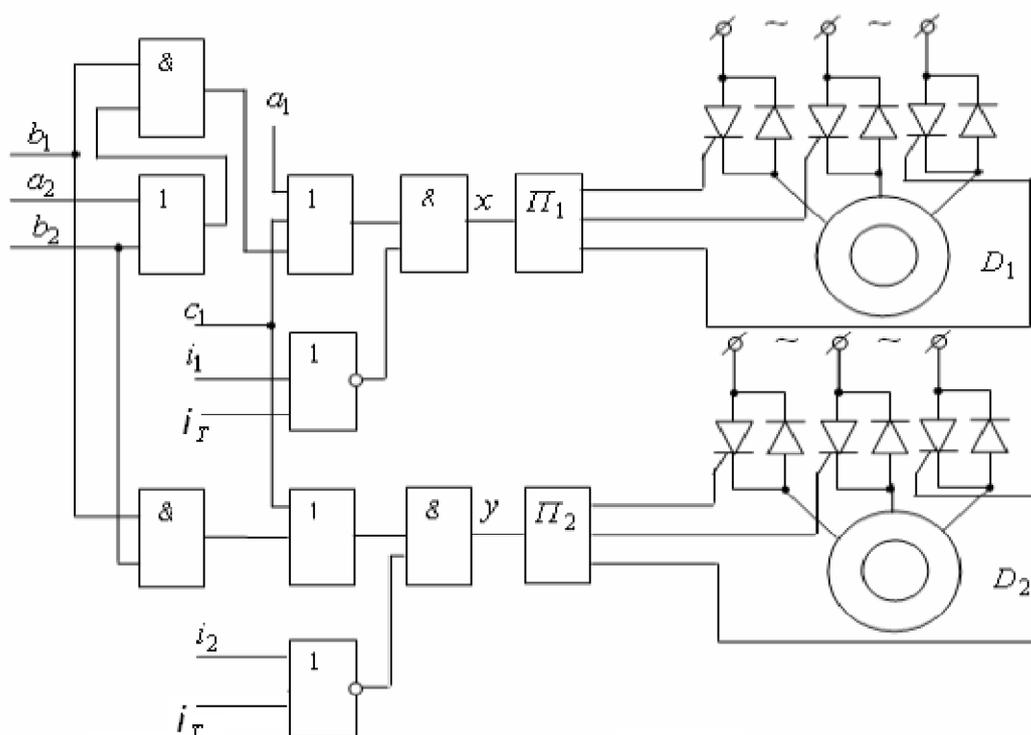


Рис.8.1. Логическая система привода

Схема на рис.8.2 иллюстрирует второй тип логических схем. Здесь применены элементы временной задержки в передаче со входа на выход единичного сигнала (после пропадания нулевого) ξ_1 и ξ_2 и элементы задержки в передаче нулевого сигнала ξ_3 и ξ_4 . Сигналы на входах преобразователей Π_1, Π_2 и Π_3 :

$$\begin{aligned}
 x &= c_1 \vee b_1, & c_1(t + \Delta t_1) &= (a_1 \vee a_2 \vee a_3)(t); \\
 y &= c_2 \vee b_2 \wedge \overline{(a_1 \vee a_2 \vee a_3)}, \\
 c_2(t + \Delta t_2 + \Delta t_3) &= (a_1 + a_2 + a_3)(t); \\
 z &= c_3 \vee b_3 \wedge \overline{(a_1 \vee a_2 \vee a_3)}; \\
 c_3(t + \Delta t_2 + \Delta t_4) &= (a_1 \vee a_2 \vee a_3)(t).
 \end{aligned}$$

Здесь через $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_3, \Delta t_4$ обозначены временные задержки в передаче сигналов без преобразования в элементах соответственно $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4$. Данную схему следует отнести к классу последовательностных.

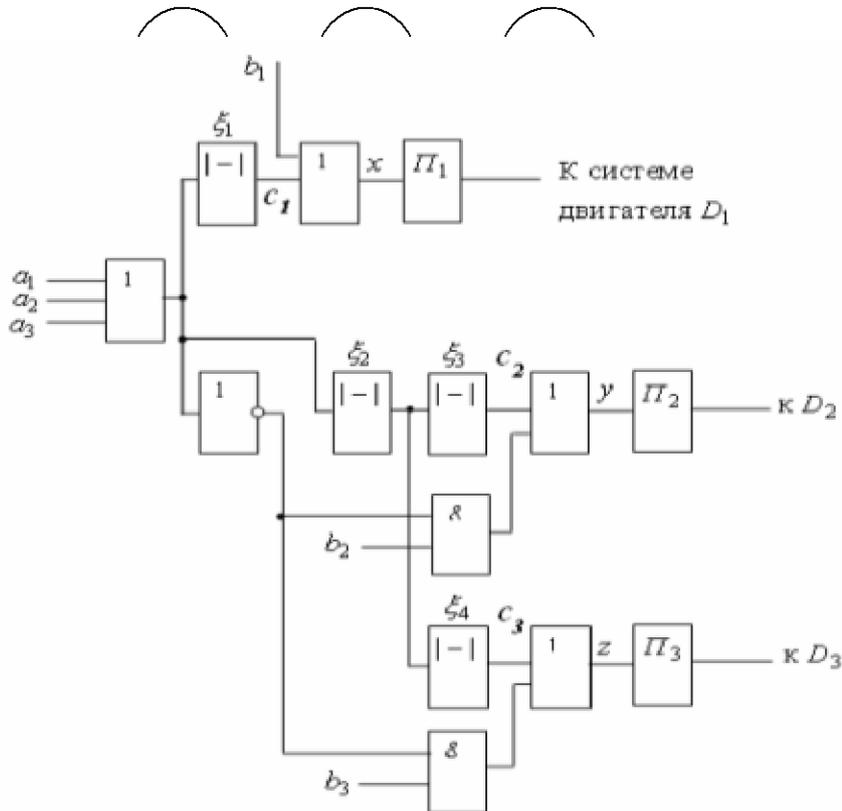


Рис. 8.2. Логическая система привода

Представим, что в системе привода с цикловым управлением контролируемые значения пути для двигателей D_1, D_2, D_3 являются значения

$$\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}, \alpha_{14} \rightarrow D_1,$$

$$\alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23} \rightarrow D_2,$$

$$\alpha_{31}, \alpha_{32}, \alpha_{33} \rightarrow D_3.$$

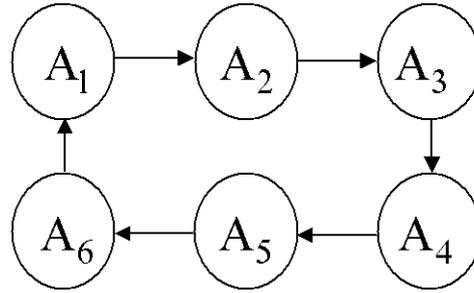
Им соответствуют следующие состояния системы привода A_k , в которых она должна находиться по условиям работы:

$$A_1 = (\alpha_{11}, \alpha_{21}, \alpha_{32}), A_2 = (\alpha_{12}, \alpha_{23}, \alpha_{31}),$$

$$A_3 = (\alpha_{13}, \alpha_{22}, \alpha_{33}), A_4 = (\alpha_{14}, \alpha_{21}, \alpha_{31}),$$

$$A_5 = (\alpha_{11}, \alpha_{22}, \alpha_{32}), A_6 = (\alpha_{13}, \alpha_{23}, \alpha_{33}).$$

Рис.8.3. Направленный граф технологических состояний



Направленный граф технологических состояний системы привода показан на рис.8.3. Его замкнутость указывает на периодичность движения системы. Последовательность переключений в схеме описывается следующими формулами для α_{ij} в $(n + 1)$ -м технологическом состоянии (A_{n+1}) в функции α_{ij} n -м состоянии (A_n) , т.е. в предыдущем:

$$\alpha_{11}^{n+1} = (\alpha_{13} \wedge \alpha_{23} \wedge \alpha_{33} \vee \alpha_{14} \wedge \alpha_{21} \wedge \alpha_{31})^n = (c_6 \vee c_4)^n;$$

$$\alpha_{12}^{n+1} = (\alpha_{11} \wedge \alpha_{21} \wedge \alpha_{32})^n = (c_1)^n;$$

$$\alpha_{13}^{n+1} = (\alpha_{12} \wedge \alpha_{23} \wedge \alpha_{31} \vee \alpha_{11} \wedge \alpha_{22} \wedge \alpha_{32})^n = (c_2 \vee c_5)^n;$$

$$\alpha_{14}^{n+1} = (\alpha_{13} \wedge \alpha_{22} \wedge \alpha_{33})^n = (c_3)^n;$$

$$\alpha_{21}^{n+1} = (\alpha_{13} \wedge \alpha_{23} \wedge \alpha_{33} \vee \alpha_{13} \wedge \alpha_{22} \wedge \alpha_{33})^n = (c_6 \vee c_3)^n;$$

$$\alpha_{22}^{n+1} = (\alpha_{12} \wedge \alpha_{23} \wedge \alpha_{31} \vee \alpha_{14} \wedge \alpha_{21} \wedge \alpha_{31})^n = (c_2 \vee c_4)^n;$$

$$\alpha_{23}^{n+1} = (\alpha_{11} \wedge \alpha_{21} \wedge \alpha_{32} \vee \alpha_{11} \wedge \alpha_{22} \wedge \alpha_{32})^n = (c_1 \vee c_5)^n;$$

$$\alpha_{31}^{n+1} = (\alpha_{11} \wedge \alpha_{21} \wedge \alpha_{32} \vee \alpha_{13} \wedge \alpha_{22} \wedge \alpha_{33})^n = (c_1 \vee c_3)^n;$$

$$\alpha_{32}^{n+1} = (\alpha_{13} \wedge \alpha_{23} \wedge \alpha_{33} \vee \alpha_{14} \wedge \alpha_{21} \wedge \alpha_{31})^n = (c_6 \vee c_4)^n;$$

$$\alpha_{33}^{n+1} = (\alpha_{12} \wedge \alpha_{23} \wedge \alpha_{31} \vee \alpha_{11} \wedge \alpha_{22} \wedge \alpha_{32})^n = (c_2 \vee c_5)^n;$$

Пусть для комбинации $\alpha_{ij}^{n+1}, \alpha_{im}^n, m < j, i$ -й двигатель включается в n -м технологическом состоянии системы сигналом B_j для движения вперед, а для $\alpha_{ij}^{n+1}, \alpha_{im}^n, m > j, -$ сигналом H_j для движения назад. Тогда для вышеперечисленных A_i и графа (см. рис.83) получаем

$$\begin{aligned}
B_1 &= c_1 \vee c_2 \vee c_3 \vee c_5; H_1 = c_4 \vee c_6; \\
B_2 &= c_1 \vee c_4 \vee c_5; H_2 = c_2 \vee c_3 \vee c_6; \\
B_3 &= c_2 \vee c_4 \vee c_5; H_3 = c_1 \vee c_3 \vee c_6.
\end{aligned}$$

В рассмотренном примере можно построить логическую схему управления двигателями, основываясь на полученных формулах B_i, H_i .

Предположим, что на вход логической системы привода последовательно во времени поступает информация от датчиков и задающего устройства, а скорость вращения $\omega(t)$ каждого двигателя состоит из трех участков: пуска, движения на среднем участке и торможения.

Функция $\omega_1(t)$ описывает пуск двигателя и при $t \rightarrow \infty$ - установившееся движение, а $\omega_2(t)$ - торможение. Для асинхронного электродвигателя с представленной в виде двух прямых характеристикой на рис.8.4, имеем дифференциальное уравнение относительно угловой скорости ω при пуске на первом участке

$$M_n + k_1\omega - M_c = J d\omega/dt,$$

на втором участке

$$\frac{\omega_0 - \omega}{k_2} - M_c = J d\omega/dt.$$

Здесь не учтена электромагнитная инерционность двигателя. Через M_n обозначен пусковой момент, M_c - момент сопротивления, J - суммарный момент инерции привода. Будем считать, что при пуске и торможении $M_c = const$, $J = const$. Коэффициент k_1 равен $tg\alpha$, коэффициент k_2 определяем по формуле

$$k_2 = \frac{\omega_0 - \omega_{кр}}{M_{кр}}.$$

На первом участке

$$\omega_1 = \frac{M_c - M_n}{k_1} (1 - e^{-\frac{k_1}{J}t}).$$

Пуск двигателя от скорости $\omega = 0$ до $\omega = \omega_{кр}$ происходит за время

$$\tau = \frac{J}{k_1} \ln\left(1 + \frac{\omega_{кр}k_1}{M_n - M_c}\right).$$

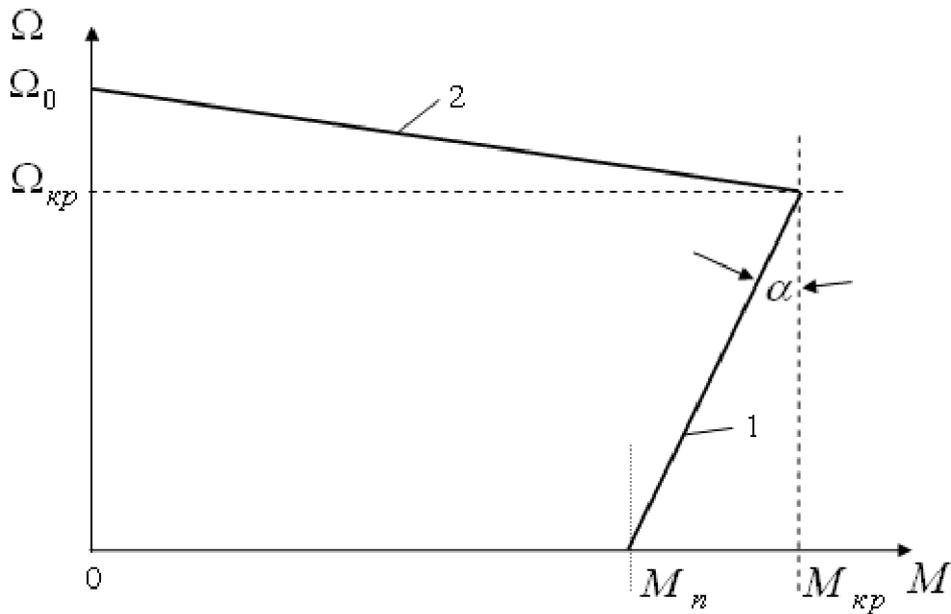


Рис.8.4. Механическая характеристика асинхронного двигателя

В вышеприведенных формулах под ω и J понимаем скорость вращения вала двигателя и момент инерции, приведенный к валу этого двигателя.

На втором участке

$$\omega_1 = (\omega_0 - k_2 M_c) \left(1 - e^{-\frac{t}{k_2 J}}\right) + \omega_{кр} e^{-\frac{t}{k_2 J}},$$

откуда видно, что $\omega_1 = \omega_{кр}$ при $t = 0$.

Функция $\omega_2(t)$ в случае свободного выбега двигателя определяется уравнением

$$\omega_2 = (\omega_0 - k_2 M_c) e^{-\frac{t}{T_T}}.$$

При динамическом торможении асинхронного двигателя функцию $\omega_2(t)$ можно представить аналогично $\omega_1(t)$ на двух участках. Учитывая формулы $\omega_1(t)$, $\omega_2(t)$ и булевы функции, реализуемые логическими схемами, изображенными на рис.8.1, запишем в смешанной форме скорость вращения вала каждого двигателя:

рис.8.1, двигатель D_1 :

$$\omega = \{[a_1 \vee c_1 \vee b_1 \wedge (a_2 \vee b_2)] \wedge \bar{i}_1\} \left[\frac{M_c - M_n}{k_1} (1 - e^{-\frac{k_1 t_n}{J}}) \varphi_1 + \right. \\ \left. + (\omega_0 - k_2 M_c) (1 - e^{-\frac{t_n - \tau}{k_2 J}}) \varphi_2 \right] + [(a_1 \vee c_1 \vee b_1 \wedge (a_2 \vee b_2)) \wedge \bar{i}_T] \cdot (\omega_0 - k_2 M_c) e^{-\frac{t_0}{T_T}} ; \\ \varphi_2 = 0 \text{ при } i_T = 1;$$

рис.8.1, двигатель D_2 :

$$\omega = [(c_1 \vee b_1 \wedge b_2) \wedge \bar{i}_2] \left[\frac{M_c - M_n}{k_1} (1 - e^{-\frac{k_1 t_n}{J}}) \varphi_1 + \right. \\ \left. + (\omega_0 - k_2 M_c) (1 - e^{-\frac{t_n - \tau}{k_2 J}}) \varphi_2 \right] + [(c_1 \vee b_1 \wedge b_2) \wedge \bar{i}_T] \times (\omega_0 - k_2 M_c) e^{-\frac{t_0}{T_T}} ;$$

рис.8.2, двигатель D_1 :

$$\omega = (c_1 \vee b_1) \left[\frac{M_c - M_n}{k_1} (1 - e^{-\frac{k_1 t_n}{J}}) \varphi_1 + \right. \\ \left. + (\omega_0 - k_2 M_c) (1 - e^{-\frac{t_n - \tau}{k_2 J}}) \varphi_2 \right] + \varphi_3 (\omega_0 - k_2 M_c) e^{-\frac{t_0}{T_T}} ;$$

рис.8.2, двигатель D_2 :

$$\omega = (c_2 \vee b_2 \wedge \overline{a_1 \vee a_2 \vee a_3}) \left[\frac{M_c - M_n}{k_1} (1 - e^{-\frac{k_1 t_n}{J}}) \varphi_1 + \right. \\ \left. + (\omega_0 - k_2 M_c) (1 - e^{-\frac{t_n - \tau}{k_2 J}}) \varphi_2 \right] + \varphi_3 (\omega_0 - k_2 M_c) e^{-\frac{t_0}{T_T}} ;$$

рис.8.2, двигатель D_3 :

$$\omega = (c_3 \vee b_3 \wedge \overline{a_1 \vee a_2 \vee a_3}) \left[\frac{M_c - M_n}{k_1} (1 - e^{-\frac{k_1 t_n}{J}}) \varphi_1 + \right. \\ \left. + (\omega_0 - k_2 M_c) (1 - e^{-\frac{t_n - \tau}{k_2 J}}) \varphi_2 \right] + \varphi_3 (\omega_0 - k_2 M_c) e^{-\frac{t_0}{T_T}} .$$

Здесь t_n и t_0 - соответственно время, отсчитываемое после подачи команды на пуск двигателя, и время, отсчитываемое после подачи команды на остановку. Коэффициенты φ_1 и φ_2 равны $\varphi_1 = 1$, $\varphi_2 = 0$ при $0 \leq t_n < \tau$; $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 1$ при $t_n \geq \tau$, $\varphi_2 = 0$ при $\varphi_3 = 1$.

Формула для вычисления τ приведена выше. После выполнения операций алгебры Буля внутри скобок получаем либо булеву единицу, либо нуль. Затем следует операция умножения обычной алгебры, которой

подвергаются десятичное число и результат логической операции (1 или 0). При этом булевы единица или ноль отождествляются с единицей или нулем обычной алгебры.

Если отождествлять частоту включения какого-либо вида с вероятностью появления команды на такое включение на входе силового преобразователя, управляющего двигателем, то это означает, что вместо частоты необходимо вычислять вероятность истинности булевой логической схемой на рассматриваемом выходе. Вероятность истинности подсчитывается по формуле $P_f = \sum P_i$, где сумма берется по вероятностям тех наборов двоичных аргументов, для которых данная функция f обращается в единицу. Для вычисления P_f функция f записывается в СДНФ.

Примеры СДНФ – совершенной дизъюнктивной нормальной формы функций:

$$f_1 = A \wedge B \wedge C \vee \bar{A} \wedge B \wedge C \vee A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \vee \bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C};$$

$$f_2 = A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge D \vee A \wedge B \wedge C \wedge D;$$

$$f_3 = A \wedge B \vee \bar{A} \wedge \bar{B}.$$

Пусть, например, требуется найти вероятность истинной функции $f(x_1, x_2) = x_1 \vee \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2$, если вероятности появления единичных значений x_1, x_2 равны соответственно $P_1 = 0,2, P_2 = 0,8$.

Записываем $f(x_1, x_2)$ в СДНФ:

$$f(x_1, x_2) = x_1 \wedge x_2 \vee x_1 \wedge \bar{x}_2 \vee \bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2.$$

В полученной форме заменяем x_1 и x_2 на P_1 и P_2 соответственно.

Преобразованная сумма равна искомой вероятности

$$P_f = P_1 P_2 + P_1 \bar{P}_2 + \bar{P}_1 \bar{P}_2,$$

где $\bar{P}_1 = 1 - P_1, \bar{P}_2 = 1 - P_2$,

в результате

$$P_f = 0,2 \cdot 0,8 + 0,2(1 - 0,8) + (1 - 0,2)(1 - 0,8) = 0,36.$$

При переходе от $f(x_1, x_2)$ к P_f операции логического сложения и умножения заменены на операции сложения и умножения десятичной алгебры.

8.2.1. О булевых функциях

Функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ называется булевой, если она, так же как и ее аргументы, может принимать только два значения: 0 и 1. С помощью булевой функции можно представить сигнал на любом выходе логической схемы, поскольку он определяется комбинацией входных сигналов

x_1, x_2, \dots, x_n . Совокупность конкретных значений всех аргументов функции называют набором. Для краткости набор можно записывать в виде двоичного двоичного числа, например 110 при $x_1 = x_2 = 1$ и $x_3 = 0$. Количество различных наборов конечно и зависит от числа аргументов. В общем случае функция n двоичных переменных определена в 2^n наборах. Количество всех булевых функций N при n переменных равно 2^{2^n} .

Подстановка в функцию вместо ее аргументов других функций называется суперпозицией. Имея две булевы функции от двух переменных $f(a,b)$ и $\varphi(c,d)$ можно образовать функцию от трех переменных о помощью подстановки $a = \varphi(c,d)$, т.е. $f[\varphi(c,d), b]$. В алгебре Буля важную роль играют функции одной и двух переменных, из которых, используя принцип суперпозиции, строим любые булевы функции от любого числа переменных.

Наиболее простое выражение имеют булевы функции одного аргумента, которых может быть четыре $f_1 = 0, f_2 = x, f_3 = \bar{x}, f_4 = 1$. Функции двух аргументов определены в четырех наборах и их число N равно 16. Это следующие функции:

$$f_1 = 0, f_2 = x \wedge y, f_3 = x \wedge \bar{y}, f_4 = x, f_5 = \bar{x} \wedge y, f_6 = y, f_7 = \bar{x} \wedge y \vee x \wedge \bar{y},$$

$$f_8 = x \vee y, f_9 = \bar{x} \wedge \bar{y}, f_{10} = \bar{x} \wedge \bar{y} \vee x \wedge y, f_{11} = \bar{y}, f_{12} = x \vee \bar{y}, f_{13} = \bar{x},$$

$$f_{14} = \bar{x} \vee y, f_{15} = \bar{x} \vee \bar{y}, f_{16} = 1.$$

Функции f_2, f_3, f_5, f_9 называют конститuentами единицы, они принимают значение, обозначенное единицей, только на одном наборе. По аналогии $f_8, f_{12}, f_{14}, f_{15}$ - конститuentы нуля.

Применяя булеву алгебру для проектирования логических схем, желательно иметь первоначальное представление функций в так называемой совершенной нормальной форме. Таких форм две. Совершенная дизъюнктивная нормальная форма (СДНФ) функции есть эквивалентное её представление в виде дизъюнкции конститuent единицы. Совершенная конъюнктивная нормальная форма (СКНФ) функции есть эквивалентное ее представление в виде конъюнкции конститuent нуля. Эти формы функции могут быть получены последовательным применением известной теоремы разложения соответственно в ее первой и второй формулировках.

Таблица 8.1

Табличная форма булевой функции

A	B	C	$f(A, B, C)$
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Для выполнения логического синтеза систем управления двигателями ми необходимо располагать информацией об операциях, выполняемых системой привода. Вначале составляют табличное представление каждой функции. Таблица содержит всевозможные комбинации значений переменных (наборы), где обычно переменные без отрицания обозначают символом 1, а с отрицанием – символом 0. В одной из колонок указывают значения функции при каждом наборе. По заданному табличному

представлению функции можно получить алгебраическое выражение функции в виде СДНФ и СКНФ.

Пусть задана табличная форма функции:

Представление функции в совершенной дизъюнктивной нормальной форме на основе табличной

$$f(A, B, C) = \bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \vee \bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C \vee \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \vee A \wedge \bar{B} \wedge C \vee A \wedge B \wedge \bar{C},$$

в совершенной конъюнктивной нормальной форме

$$f(A, B, C) = (A \vee \bar{B} \vee \bar{C}) \wedge (\bar{A} \vee B \vee C) \wedge (\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C}).$$

В первом случае имеет пять слагаемых, так как в пяти наборах f принимает значение, обозначенное единицей. Переменные A, B, C в каждом слагаемом берутся без отрицаний, если в наборе, соответствующему этому слагаемому, эти переменные принимали единичное значение. В противном случае A, B, C берутся с отрицаниями. Во втором случае имеем три конъюнктивных члена, так как в трех наборах $f(A, B, C) = 0$. Каждая переменная в каждой конъюнктивном члене берется с отрицанием, если в соответствующем наборе она принимает единичное значение, и без отрицания, если значение обозначено нулем.

8.2.2. Упрощение логических формул и схем

При построении логической схемы по заданной булевой функции с целью получения схемы, содержащей возможно меньшее число элементов, производят операцию минимизации исходной функции. В результате приходят обычно к формуле, имеющей уменьшенную длину.

Одним из приемов упрощения булевых функций, заданных в СДНФ, является применение диаграмм Карно. Пример диаграммы функции трех переменных A, B, C приведен на рис.8.5. Здесь изображена функция

$$f = \overline{A} \wedge B \wedge \overline{C} \vee A \wedge B \wedge \overline{C} \vee \overline{A} \wedge B \wedge C \vee A \wedge B \wedge C$$

четырьмя квадратами с внесенными в них единицами, соответствующими четырем дизъюнктивным членам.

	A		
	B		
	0	1	1
C	0	1	0

Рис. 8.5. Диаграмма функций трех аргументов

Чтобы определить, какому квадрату соответствует каждое слагаемое, надо иметь в виду, что все квадраты, расположенные под линией (например, A или B) или справа от линии (C), представляют составляющие СДНФ, содержащие переменную без отрицания, обозначающую эту линию. Те слагаемые, которые не представлены в функции f , изображаются квадратами с внесенными в них нулями. Два

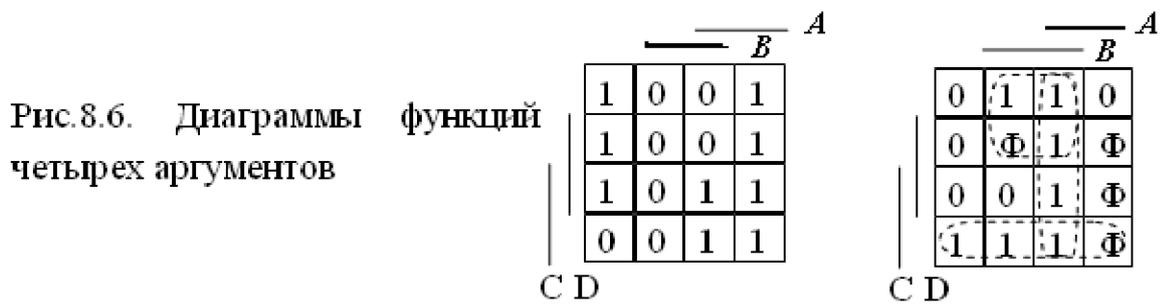
$$A \wedge B \wedge \overline{C} \vee A \wedge B \wedge C = A \wedge B \wedge (\overline{C} \vee C) = A \wedge B.$$

квадрата, расположенные симметрично относительно осевой линии или рядом в одной строке или колонке, являются соседними, т.е. изображают слагаемые, различающиеся только одной переменной, например $A \wedge B \wedge \overline{C}$ и $A \wedge B \wedge C$. Такие слагаемые можно заменить одним слагаемым, в которое будут входить в виде конъюнктивных составляющих только те переменные с отрицанием или без отрицания, которые представлены и в том и в другом слагаемом. Это соответствует операции

На рис.8.5 четыре квадрата являются соседними; заменив их одним слагаемым, получаем $f = B$.

На рис.8.6 представлены две диаграммы для функций четырех переменных. Левая диаграмма изображает функцию

$$f = \overline{A} \wedge \overline{B} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D} \vee \overline{A} \wedge \overline{B} \wedge \overline{C} \wedge D \vee \overline{A} \wedge \overline{B} \wedge C \wedge D \vee A \wedge B \wedge C \wedge \overline{D} \vee A \wedge \overline{B} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D} \vee A \wedge \overline{B} \wedge \overline{C} \wedge D \vee A \wedge \overline{B} \wedge C \wedge D \vee A \wedge \overline{B} \wedge C \wedge \overline{D} \vee A \wedge B \wedge C \wedge D.$$



Учитывая понятие соседних наборов и пользуясь правилом их замены, получаем $f = \overline{B} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D} \vee \overline{B} \wedge D \vee A \wedge C$.

На правой диаграмме в часть квадратов внесен индекс Φ, указывающий на то, что в наборах для данных квадратов функция не определена. Дело в том, что проектирование схемы обычно начинают с составления перечня всех возможных комбинаций входных сигналов. Если известно, что при работе схемы некоторые комбинации значений входных сигналов никогда не встречаются, то функция является недоопределенной. В целях минимизации функции можно произвольно ее доопределить, заменив Φ единицей или нулем так, чтобы образовались соседние наборы. Заполнив на рис.8.6 в контурах, обведенных пунктирной линией, неопределенные квадраты единицами, получаем минимальную форму функции

$$f = B \wedge \overline{C} \vee A \wedge B \vee C \wedge \overline{D}.$$

На рис.8.7 представлены диаграммы для функций пяти и шести переменных. После замены соседних наборов получаем соответственно минимальные формы

Для диаграмм на рис.8.7 соседними являются квадраты,

$$f = B \wedge \overline{C} \wedge \overline{D} \wedge \overline{E} \vee \overline{B} \wedge C \wedge \overline{D} \wedge E \vee B \wedge C \wedge D \wedge E \vee \overline{A} \wedge B \wedge C \wedge D \vee \overline{B} \wedge \overline{C} \wedge D \wedge \overline{E};$$

$$f = C \wedge \overline{E} \wedge F \vee B \wedge \overline{E} \wedge F \vee \overline{C} \wedge E \wedge \overline{F}.$$

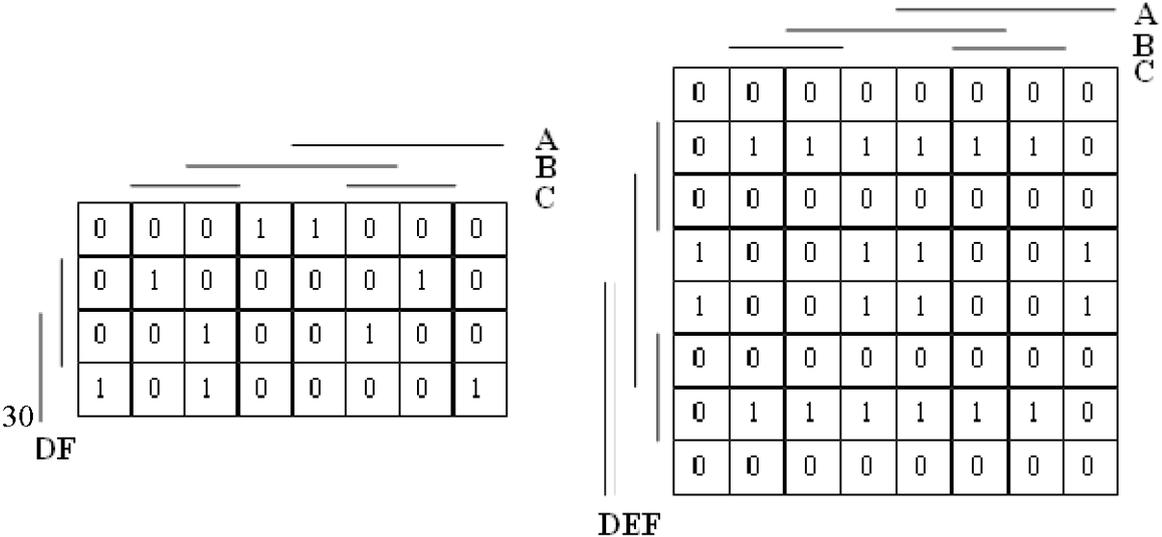


Рис.8.7. Диаграммы функций 5 и 6 аргументов

расположенные симметрично относительно любой четной линии, а также расположенные рядом по вертикали или горизонтали.

Получение минимальных форм функций с помощью диаграмм Карно существенно усложняется при числе переменных более шести. Одним из методов, построенных на определенной процедуре алгебраических преобразований, является метод Квайна, в котором используются закон склеивания $x \wedge y \vee x \wedge \bar{y} = x$ и закон поглощения $x \vee x \wedge y = x$. Те же законы для функций $f \wedge \varphi \vee f \wedge \bar{\varphi} = f$, $f \vee f \wedge \varphi = f$.

Функция φ называется импликантой функции f , если во всех точках, где φ равна единице функция f тоже равна единице. Если эти функции представлены таблицами с одинаковым порядком размещения наборов, то при наложении таблиц все единицы функции φ совпадут с частью единиц функции f , а все нули функции f совпадут с частью нулей функции φ . Простой импликантой функции f называется элементарная конъюнкция k -го ранга p^k или q^k , если она является импликантой функции f . Рисунок 8.7. Диаграммы функций 5 и 6 аргументов, полученная вычеркиванием любых букв, не является импликантой f .

Элементарные конъюнкции k -го ранга p^k и q^k называются соседними, если они отличаются только тем, что одна из переменных входит в p^k с отрицанием, а в q^k без отрицания. Если конъюнкция не имеет ни одной соседней среди заданного множества элементарных конъюнкций k -го ранга, то такую конъюнкцию называют изолированной. Очевидно, что дизъюнкция двух соседних элементарных конъюнкций k -го ранга есть элементарная конъюнкция $(k-1)$ -го ранга. Квайном показано, что минимальная форма функции f есть дизъюнкция некоторых простых импликант функции f . Первоначально минимизируемая функция должна быть задана в СДНФ. Сущность метода заключается в отборе для каждой конъюнкции n -го ранга всех соседних и в применении операции склеивания в каждой паре соседних конъюнкций. При этом получается множество конъюнкций $(n-1)$ -го ранга. Изолированные конъюнкции n -го ранга, к которым не применима операция склеивания, являются простыми импликантами функции. Конъюнкции, к которым применена операция склеивания, исключаются из дальнейшего рассмотрения. Эта процедура склеивания применяется далее к сформированной новой группе элементарных конъюнкций $(n-1)$ -го ранга. Изолированные конъюнкции $(n-1)$ -го ранга тоже являются простыми импликантами. Получаем конъюнкции $(n-2)$ -го ранга. Процедура склеивания и исключения «склеенных» конъюнкций продолжается до тех пор, пока не останется ни

одной пары конъюнкций, для которых она применима. Любой член может участвовать в операции склеивания любое число раз. В результате получим ряд простых импликант.

Дизъюнкция всех простых импликант в общем случае содержит избыточные члены, т.е. не является минимальной формой функции. Здесь еще отдельные простые импликанты могут поглощаться дизъюнкцией оставшихся. Последовательно пользуясь законом поглощения для каждой простой импликанты, получим так называемую тупиковую или неизбыточную форму функции. Булева функция может иметь несколько тупиковых форм. Для определения минимальной формы функции, содержащейся во множестве тупиковых, необходим перебор последних.

Рассмотрим упрощение формульного представления булевой функции методом Квайна на примере. Задана функция $f = \bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D} \vee \bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C \wedge D \vee \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \wedge \bar{D} \vee \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \wedge D \vee A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D} \vee A \wedge \bar{B} \wedge C \wedge \bar{D} \vee A \wedge \bar{B} \wedge C \wedge D \vee A \wedge B \wedge C \wedge \bar{D} \vee A \wedge B \wedge C \wedge D$.

Применяя операцию склеивания, имеем следующие ряды конъюнкции четвертого, третьего и второго рангов:

$\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D} -$	$\bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D}$	$C \wedge D$
$\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C \wedge \bar{D} -$	$\bar{A} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D}$	$A \wedge C$
$\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \wedge \bar{D} -$	$\bar{A} \wedge C \wedge \bar{D} -$	
$\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \wedge D -$	$\bar{B} \wedge C \wedge \bar{D} -$	
$\bar{A} \wedge B \wedge C \wedge \bar{D} -$	$\bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}$	
$A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D} -$	$\bar{A} \wedge B \wedge D$	
$A \wedge \bar{B} \wedge C \wedge \bar{D} -$	$B \wedge C \wedge \bar{D} -$	
$A \wedge \bar{B} \wedge C \wedge D -$	$A \wedge \bar{B} \wedge \bar{D}$	
$A \wedge B \wedge C \wedge \bar{D} -$	$A \wedge \bar{B} \wedge C -$ $A \wedge C \wedge \bar{D} -$	
$A \wedge B \wedge C \wedge D -$	$A \wedge C \wedge D -$ $A \wedge B \wedge C -$	

Элементарные конъюнкции, подвергнутые операции склеивания, отмечаются знаком «-». Все неотмеченные конъюнкции являются простыми

импликантами. Итак, получена форма функции

$$f = C \wedge D \vee A \wedge C \vee \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D} \vee \bar{A} \wedge \bar{C} \wedge \bar{D} \vee \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \vee \bar{A} \wedge B \wedge D \vee A \wedge \bar{B} \wedge \bar{D}.$$

Составим импликантную таблицу, рис.8.8. Конституенты $\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C \wedge D$ и $A \wedge B \wedge C \wedge \bar{D}$ имеют по одной метке. Импликанты

$C \wedge D$ и $A \wedge C$, в строках которых есть эти метки, называются существенными простыми импликантами (СПИ). Существенные простые импликанты обладают тем свойством, что каждая из них представляет хотя бы один член СДНФ, не поглощаемый никакой другой простой импликантой.

Дизъюнкция всех СПИ составляет так называемое ядро заданной функции. Это ядро должно входить в каждую тупиковую форму функции. Теперь исключаем из таблицы все конъюнкции СДНФ, поглощаемые $C \wedge D$ и $A \wedge C$, а также сами СПИ. Получили вторичную импликантную таблицу, рис. 8.9.

Каждая из следующих совокупностей простых импликант имеет хотя

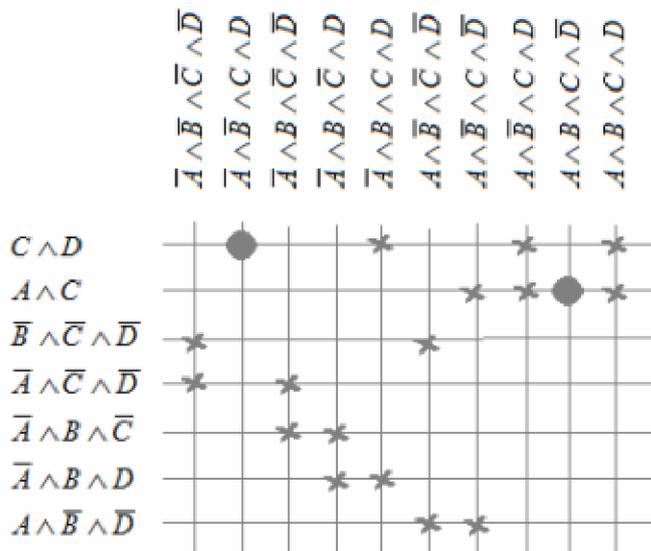


Рис.8.8. Импликантная таблица

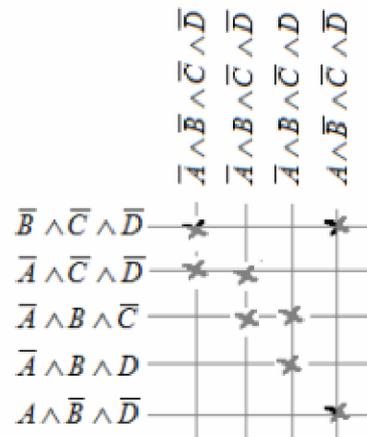


Рис.8.9. Вторичная импликантная таблица

бы одну метку в каждой колонке таблицы:

$\overline{A} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D}$	$\overline{A} \wedge B \wedge D$	$A \wedge \overline{B} \wedge D$
$\overline{B} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D}$	$\overline{A} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D}$	$\overline{A} \wedge B \wedge D$
$\overline{B} \wedge C \wedge \overline{D}$	$\overline{A} \wedge B \wedge \overline{C}$	
$\overline{A} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D}$	$\overline{A} \wedge B \wedge \overline{C}$	$A \wedge \overline{B} \wedge \overline{D}$

Итак, заданная функция имеет четыре тупиковые формы:

$$f = C \wedge D \vee A \wedge C \vee \begin{cases} \overline{A} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D} \vee \overline{A} \wedge B \wedge D \vee A \wedge \overline{B} \wedge \overline{D} \\ \overline{B} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D} \vee \overline{A} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D} \vee \overline{A} \wedge B \wedge D \\ \overline{B} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D} \vee \overline{A} \wedge B \wedge \overline{C} \\ \overline{A} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D} \vee \overline{A} \wedge B \wedge \overline{C} \vee A \wedge \overline{B} \wedge \overline{D} \end{cases}$$

Очевидно, минимальная форма функции есть

$$f = C \wedge D \vee A \wedge C \vee \overline{B} \wedge \overline{C} \wedge \overline{D} \vee \overline{A} \wedge B \wedge \overline{C}.$$

Применяя метод Квайна, диаграммы Карно, а также другие известные методы (Мак-Класки, Харриса и т.д.) для минимизации булевых функций, мы получаем формулы минимальной длины.

В ряде случаев может оказаться, что вынесение общих множителей внутри минимальной формы функции приводит к сокращению требуемого оборудования. При проектировании комбинационных схем со многими выходами может стать целесообразным при реализации данной функции f так строить схему, чтобы в ее состав входило оборудование, реализующее другую заданную функцию φ . Такого рода задачи проектирования сводятся, как правило, к отысканию и минимизации решений булевых уравнений. Булево уравнение имеет следующий общий вид:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_m, a_1, a_2, \dots, a_n) = G(x_1, x_2, \dots, x_m, a_1, a_2, \dots, a_n),$$

где a_1, a_2, \dots, a_n - двоичные переменные; x_1, x_2, \dots, x_m - некоторые булевы функции от a_1, a_2, \dots, a_n , подстановка которых в уравнение обращает последнее в тождество.

Решение уравнения заключается в отыскании функций

$$x_1 = f_1(a_1, a_2, \dots, a_n), x_2 = f_2(a_1, a_2, \dots, a_n), \dots, x_m = f_m(a_1, a_2, \dots, a_n).$$

Пусть задана логическая схема, где для первого выхода $f = B \vee \overline{C}$. Требуется дополнить схему так, чтобы была реализована функция второго выхода $\varphi = B \wedge C \vee A \wedge \overline{B} \wedge \overline{C}$. Задача сводится к решению уравнения $(B \vee \overline{C}) \wedge x = B \wedge C \vee A \wedge \overline{B} \wedge \overline{C}$.

Построим таблицу всех возможных наборов двоичных переменных A, B, C , в которой укажем значения функций $B \vee \overline{C}$, $B \wedge C \vee A \wedge \overline{B} \wedge \overline{C}$. Затем подберем в каждой строке таблицы (для каждого набора) такое значение x , которое удовлетворяет уравнению. В тех строках, где любое значение x удовлетворяет уравнению (1 или 0), употребим для x символ Φ_i , где i - номер набора переменных.

Таблица 8.2

Решение уравнения			
ABC	$B \vee \overline{C}$	$B \wedge C \vee A \wedge \overline{B} \wedge \overline{C}$	x
0 0 0	1	0	0

0 0 1	0	0	Φ_1
0 1 0	1	0	0
0 1 1	1	1	1
1 0 0	1	1	1
1 0 1	0	0	Φ_5
1 1 0	1	0	0
1 1 1	1	1	Φ_7

Решение уравнения в СДНФ получает вид:

$$x = \Phi_1 \wedge \bar{A} \wedge \bar{B} \wedge C \vee \bar{A} \wedge B \wedge C \vee A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \vee \Phi_5 \wedge A \wedge \bar{B} \wedge C \vee \Phi_7 \wedge A \wedge B \wedge C$$

Подставляя всевозможные комбинации значений Φ_1, Φ_5 и Φ_7 (1 или 0), получаем восемь решений. Если $\Phi_1 = \Phi_5 = \Phi_7 = 1$, то получаем наиболее простое решение $x = A \wedge \bar{B} \vee C$.

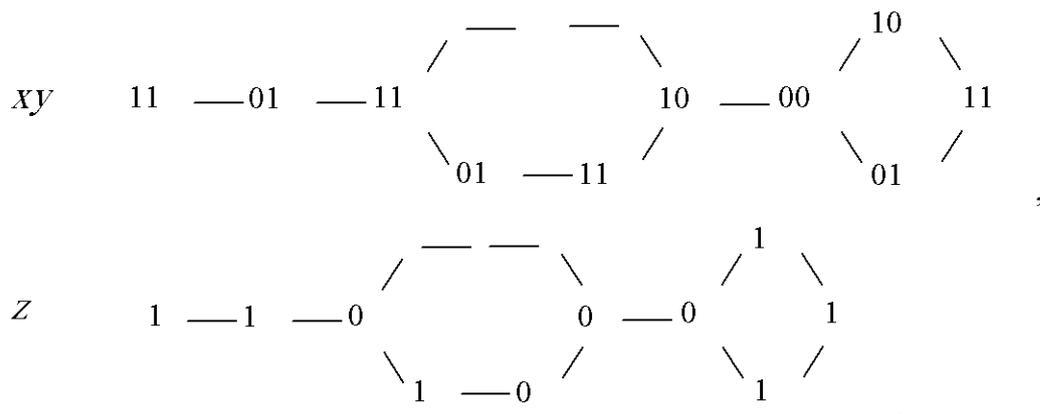
Булевы уравнения с двумя неизвестными x, y можно решить аналогично, применив табличный способ. В результате имеем при трех переменных A, B, C совокупность функций $x(A, B, C)$ и $y(A, B, C)$ в СДНФ. К решению булевых уравнений сводятся также задачи построения последовательностных логических схем, содержащих элементы памяти.

8.2.3. Построение последовательностных логических схем

Состояние системы привода, содержащей последовательностную логическую схему, определяется в каждый момент времени не только входной комбинацией сигналов последовательностной схемы, но и предысторией ее переключений.

Рассмотрим метод построения последовательностной логической схемы на элементах, реализующих операции конъюнкции, дизъюнкции и инверсии. Сущность метода состоит в определении количества и размещения состояний промежуточных переменных путем построения и последующей минимизации таблицы переходов состояний схемы. При этом синтез логической схемы делится на несколько этапов.

На первом этапе строится первичная таблица переходов на основании условий работы схемы, заданных, например, в виде последовательности входных сигналов x, y и выходного z :



Построим таблицу переходов.

Каждое состояние будущей схемы, заданное последовательностями изменения x, y и z , пронумеровано. Процесс переключения схемы содержит 9 состояний. Эти состояния назовем устойчивыми. Каждому устойчивому состоянию схемы соответствует одна строка таблицы. Устойчивые состояния в таблице переходов заключаются в угловые скобки. Например, <4> - четвертое устойчивое состояние, 5 - пятое неустойчивое состояние. При изменении состояния входов в первую очередь рассматривается переход вдоль строки от предшествующего устойчивого состояния к неустойчивому состоянию, соответствующему новой комбинации значений сигналов на входах, а затем вдоль столбца к новому устойчивому состоянию схемы. Таким образом, всякий переход из одного устойчивого состояния в другое происходит по меньшей мере через одно неустойчивое состояние. Продолжительность неустойчивого состояния определяется временем запаздывания в передаче воздействия на выход схемы и зависит от физических свойств и количества последовательно включенных элементов.

Таблица 8.3

Таблица переходов

Номер строки	XU				Z
	11	10	00	01	
1	<1>	-	-	2	1
2	3	-	-	<2>	1
3	<3>	-	-	4	0
4	5	-	-	<4>	1
5	<5>	6	-	-	0
6	-	<6>	7	-	0
7	-	9	<7>	8	0
8	1	-	-	<8>	1
9	1	<9>	-	-	1

На втором этапе минимизируют таблицу путем совмещения строк. Совмещение можно проводить для двух и большего числа отрок, имея в виду следующее:

- 1) если в каждом из столбцов сравниваемых строк номера состояний одинаковы или в одной из строк имеются прочерки, то данные строки могут быть совмещены в одну;
- 2) если среди объединенных номеров состояний одно является устойчивым, а другое нет, то в совмещенной строке проставляется устойчивое состояние.

Рассмотрим совмещение строк в таблице для нашего примера. Из сопоставления строк видно, что можно совместить отроки 4, 5 и 6; 7, 8 и 9; 1 и 6; 1 и 9. При любом варианте совмещения строки 1 с другими строками, так же как и при отказе от ее совмещения, число строк после совмещения не увеличивается, так как строки 6 и 9 входят в другие группы. Поэтому следует искать другие признаки для их учета при совмещении строк. Одним из таких признаков является сохранение после

совмещения возможно большего числа прочерков в строках таблицы. Прочеркнутые клетки, соответствующие неиспользуемым состояниям, используются в дальнейшем для упрощения выражений промежуточных переменных. Строка 1 имеет прочерки во втором и третьем столбцах, но при любом варианте совмещения их число уменьшается. Поэтому объединять строку 1 ни со строкой 6, ни со строкой 9 не следует. Итак, принимаем вариант, при котором строки совмещаются в группы 4, 5, 6 и 7, 8, 9. Выпишем эти группы отдельно:

4, 5, 6:	5 - - <4>	7, 8, 9:	- 9 <7> 8
	<5> 6 - -		1 - - <8>
	- <6> 7 -		1 <9> - -
	<5> ⁰ <6> ⁰ 7 <4> ¹		1 <9> ¹ <7> ⁰ <8> ¹

Так как состояния выхода у совмещаемых строк различны, то около каждого устойчивого состояния в совмещенной строке проставляются соответствующие им значения выходов например $\langle 5 \rangle^0, \langle 4 \rangle^1$.

Полученная в результате совмещения строк таблица переходов 8.4 содержит уже пять строк.

Далее выявляют в таблице эквивалентные состояния, характеризующиеся следующими особенностями:

а)

они находятся в одном столбце таблицы переходов и имеют одинаковые значения выходов; б) одной и той же последовательности входных сигналов для этих состояний соответствуют одинаковые последовательности изменения выходов. В полученной таблице переход от состояния $\langle 2 \rangle$ к состоянию $\langle 3 \rangle$ и от состояния $\langle 4 \rangle$ к состоянию $\langle 5 \rangle$ сопровождается изменением выхода с 1 на 0. Этот переход возможен в том

Таблица 8.4

Таблица переходов после совмещения строк

	xy^z			
	11	10	00	01
$\langle 1 \rangle^1$	-	-	-	2
3	-	-	-	$\langle 2 \rangle^1$
$\langle 3 \rangle^0$	-	-	-	$\langle 4 \rangle^1$
$\langle 5 \rangle^0$	$\langle 6 \rangle^0$	7	4	
1	$\langle 9 \rangle^1$	$\langle 7 \rangle^0$	$\langle 8 \rangle^1$	

случае, если после комбинации 01 на входы, будет подана комбинация 11. Таким образом, состояния (а точнее говоря, пары состояний) <2> и <4>, <3> и <5> удовлетворяют признакам эквивалентных состояний.

При обнаружении эквивалентных состояний состояния с большими порядковыми номерами следует заменить соответствующими им состояниями с меньшими номерами, а лишние строки из таблицы переходов исключить. В данном случае из таблицы исключаются вторая и третья строки, а в четвертой строке состояние <5> заменяется состоянием <3>, а состояние <4> - состоянием <2>. Итак, получаем вторичную таблицу переходов 8.5.

На третьем этапе определяют количество и размещают состояния промежуточных переменных. Минимальное количество промежуточных переменных определяется по формуле $2^{S_{\min}} \geq N$, где N - число строк во вторичной таблице переходов; S_{\min} - минимально необходимое количество промежуточных переменных, имеющих два устойчивых состояния. Каждой строке вторичной таблицы переходов необходимо поставить в соответствие определенную комбинацию значений промежуточных переменных с тем, чтобы строки различались между собой как минимум значением одной переменной.

Таблица 8.5

Вторичная таблица переходов

	xy^z			
	11	10	00	01
А	<1> ¹	-	-	2
Б	<3> ⁰	<6> ⁰	7	<2> ¹
В	1	<9> ¹	<7> ⁰	<8> ¹

От качества выполнения этой операции зависит сложность логической схемы. Необходимо также учитывать, что передача сигналов между элементами схемы может происходить либо синхронно, либо асинхронно. В первом случае передача сигналов происходит синхронно с изменением напряжения питания ло-

Таблица 8.6

Таблица 8.6

Комбинация состояний промежуточных переменных

2	00	11	10
3	00	10	01
4	00	01	10
5	00	10	11
6	00	11	01

гических элементов и без затухания. При этом не возникают такие нежелательные явления, как состязания элементов. Внимание проектировщика должно быть направлено на получение размещения, не допускающего возникновения недопустимых состязаний, нарушающих заданный режим переключений. Под состязанием понимается режим, при котором либо одновременно изменяют свое состояние несколько промежуточных переменных, либо переключаются цепи удержания для некоторой промежуточной переменной. При допустимых состязаниях схема в результате нескольких переходов все же приходит в заданное устойчивое состояние, а при недопустимых нарушается ее функционирование.

Обозначим строки вторичной таблицы переходов через а, б, в. Для двух промежуточных переменных возможна последовательность соседних состояний, т.е. состояний, отличающихся друг от друга значением только одной промежуточной переменной: 11, 10, 00, 01. Поставим в соответствие начальной строке вторичной таблицы переходов, содержащей состояние <1>, нулевую комбинацию переменных. Возможны следующие шесть вариантов размещения комбинаций. Варианты 1 - 5, 2 - 6, 3 - 4 равноценны, поэтому рассмотрим варианты 1, 2 и 3. В варианте 1 две промежуточные переменные переходят с 1 на 0, но такой переход обычно не вызывает недопустимых состязаний. В варианте 2 при изменении двух переменных с 0 на 1 состязание, вообще говоря, не исключено. В варианте 3 при переходе от комбинации 10 к 01 недопустимое состязание происходит почти всегда. Первый вариант наиболее предпочтителен. Результаты размещения заносятся в отдельную таблицу 8.7.

Таблица 8.7

Размещение состояний промежуточных переменных

s_1s_2	$xу$			
	11	10	00	01
00	<1>	-	-	2
01	<3>	<6>	7	<2>
11	1	<9>	<7>	<8>
10	-	-	-	-

На четвертом этапе переходят к построению диаграмм Карно для функций $s_1 = f_1(s_1, s_2, x, y)$, $s_2 = f_2(s_1, s_2, x, y)$, $z = f_3(s_1, s_2, x, y)$. Диаграммы строят таким образом, что ее столбцам соответствуют комбинации входных переменных, а строкам - комбинации промежуточных.

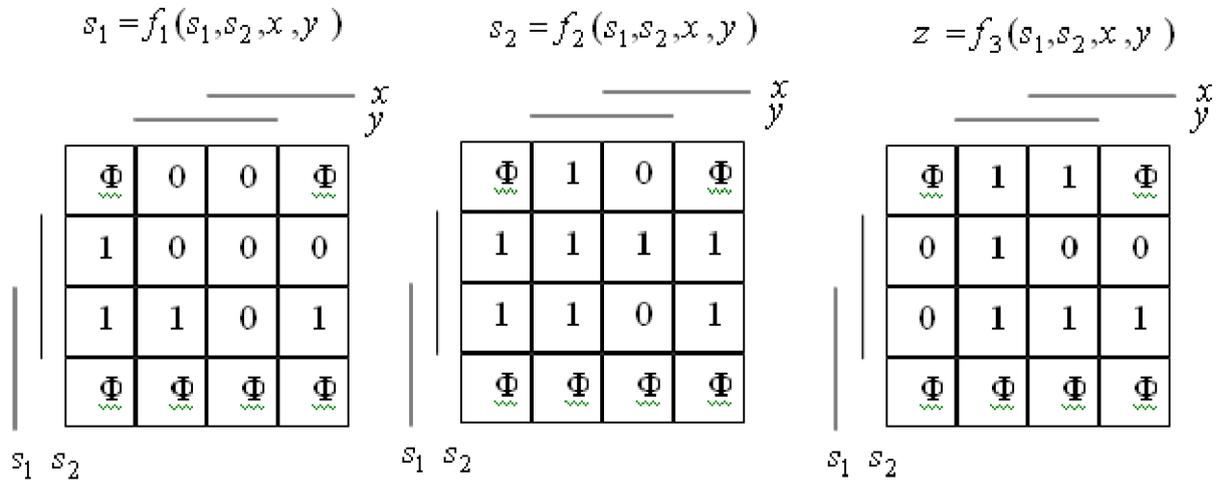


Диаграмма Карно для каждой функции отличается от вторичной таблицы переходов либо порядком расположения столбцов, либо строк и тем, что вместо номеров устойчивых состояний в клетки диаграммы заносятся значения искомой функции, поставленные в соответствие данным устойчивым состояниям (а для z - значения, известные из условия задачи). Вместо номера неустойчивого состояния в клетку диаграммы проставляется значение функции то же, что и для устойчивого состояния, имеющего одинаковый номер. Черта каждой переменной перекрывает те столбцы или те строки диаграммы Карно, для которых эта переменная эквивалентна единице. Учитывая таблицу с комбинациями значений s_1, s_2 , а также вторичную таблицу переходов, получаем диаграммы Карно.

Все прочерки в таблице заменены в клетках диаграмм Карно индексами Φ , указывающими на произвольность значения булевой функции. В рассматриваемом случае в диаграмме для f_1 заменяем все Φ на 0, а в диаграммах для f_2 и f_3 - все Φ на 1. Тогда получаем минимальные формы функций

$$f_1 = s_1 = \overline{x} \wedge \overline{y} \wedge s_2 \vee \overline{x} \wedge s_1 \wedge s_2 \vee \overline{y} \wedge s_1 \wedge s_2,$$

$$f_2 = s_2 = \overline{x \wedge y \wedge \overline{s_1} \wedge \overline{s_2}} \vee x \wedge y \wedge s_1 \wedge s_2,$$

$$f_3 = z = \overline{s_2 \wedge \overline{x} \wedge \overline{y}} \vee x \wedge s_1 \wedge s_2.$$

Основная часть схемы, реализующей заданную последовательность изменения сигнала z , изображена на рис.8.10.

Для получения неразрывных значений функций во время перехода от одного устойчивого состояния к другому при несинхронной передаче

сигналов между элементами необходимо, чтобы те клетки диаграммы, между которыми происходят переходы, имели хотя бы одну общую клетку с тем же значением функции или были бы связаны объединением, имеющим общие клетки с двумя первыми.

Иным является подход к построению последовательностной схемы с использованием элементов памяти. Рассмотрим построение последовательностной схемы с произвольно заданной программой переключений состояний их выходов.

Пусть логическая схема имеет p входов, q выходов и r элементов памяти. Обозначим через x_1, x_2, \dots, x_p сигналы на входах схемы, z_1, z_2, \dots, z_q - сигналы - на выходах, y_1, y_2, \dots, y_r - состояние элементов памяти. В любой момент времени состояние всех выходов $[Z]$ определяется совокупностью состояний входов $[X]$ и внутренним состоянием схемы $[Y]$

. Для n -го такта эту связь можно выразить так: $[X]^n = f([X]^n, [Y]^n)$.

Здесь n обозначает такт. Для i -го выхода схемы

$$x_i^n = f_i(x_1, \dots, x_p, y_1, \dots, y_r)^n,$$

где $i = 1, 2, 3, \dots, q$.

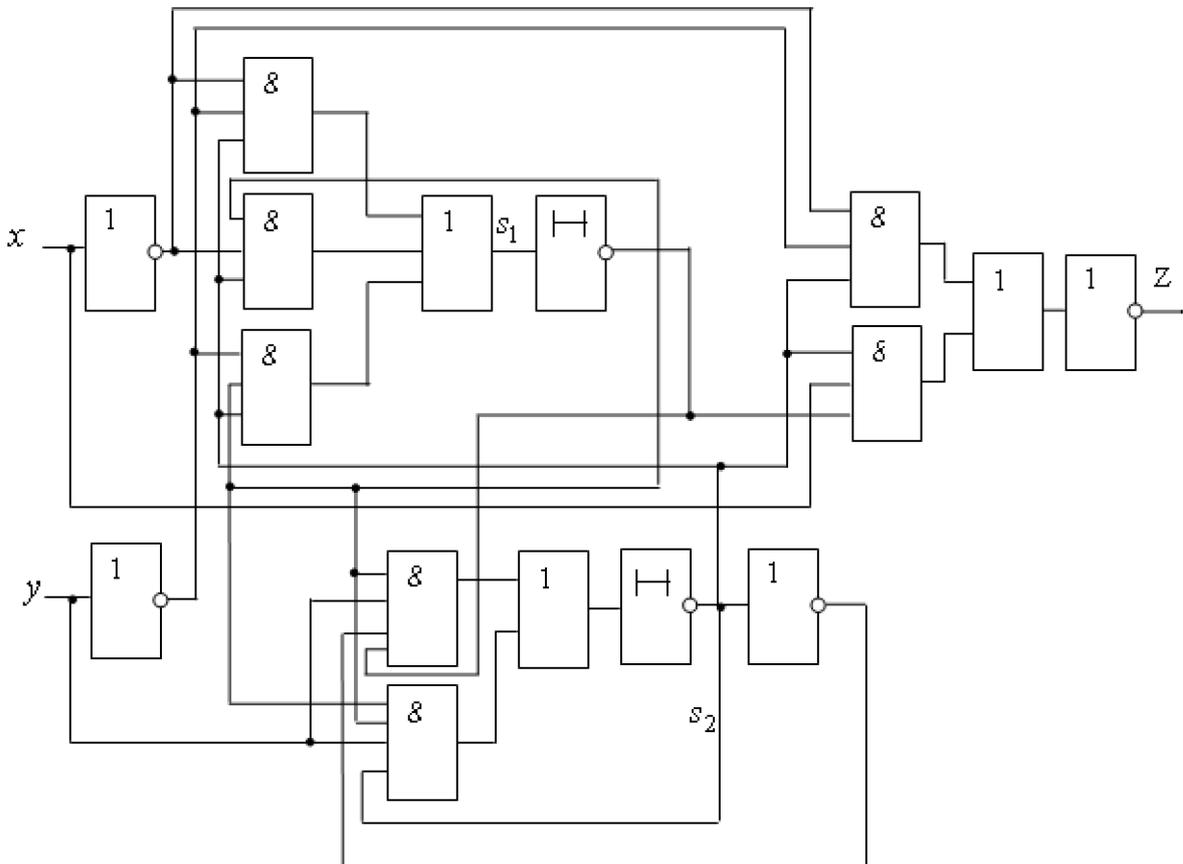


Рис.8.10. Логическая схема

Совокупность состояний элементов памяти в последующем $(n + 1)$ -м такте $[Y]^{n+1}$, в свою очередь, определяется входными и внутренними состояниями в момент предыдущего n -го такта:

$$[Y]^{n+1} = \varphi([X]^n, [Y]^n)$$

или для j -го элемента памяти

$$y_j^{n+1} = \varphi_j(x_1, x_2, \dots, x_p, y_1, y_2, \dots, y_r)^n,$$

где $j = 1, 2, 3, \dots, r$.

Процессы переключения в схеме описываются с помощью системы уравнений

$$x_i^n = f_i(x_1, \dots, x_p, y_1, \dots, y_r)^n, i = 1, 2, \dots, q;$$

$$I_{j\alpha}^n = F_{j\alpha}(x_1, \dots, x_p, y_1, \dots, y_r)^n;$$

.....

$$I_{j\gamma}^n = F_{j\gamma}(x_1, \dots, x_p, y_1, \dots, y_r)^n, j = 1, 2, \dots, r;$$

$$y_j^{n+1} = \varphi_j(I_{j\alpha}, \dots, I_{j\gamma}, y_j)^n,$$

где $I_{j\alpha}, \dots, I_{j\gamma}$ - входы j -го элемента памяти.

Последнее уравнение есть собственное уравнение j -го триггера и записывается различным образом для триггеров типов T, JK, RS, D, RST .

Рассмотрим построение последовательностной схемы, которое сводится к выделению комбинационной части. Пусть требуется построить схему на трех Т-триггерах, выходы которых y_1, y_2, y_3 последовательно принимают состояния от такта к такту 000 - 001 - 011 - 010 - 110 - 111 - 101 - 100 - 000 -

Предположим, что в схеме имеется один вход x , на котором в начале каждого такта появляется узкий импульс $x = 1$. С приходом этого импульса начинается переключение триггеров. Построим таблицу, в которой укажем состояния Т-триггеров в n -м и $(n + 1)$ -м тактах, пользуясь условием задачи.

Таблица 8.8
Состояния триггеров

Состояние в n -м такте			Состояние в $(n + 1)$ -м такте		
y_1	y_2	y_3	y_1	y_2	y_3
0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0

1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0

Из таблицы получаем в СДНФ три функции:

$$y_1^{n+1} = (\overline{y_1} \wedge y_2 \wedge \overline{y_3} \vee y_1 \wedge y_2 \wedge \overline{y_3} \vee y_1 \wedge y_2 \wedge y_3 \vee y_1 \wedge \overline{y_2} \wedge y_3)^n;$$

$$y_2^{n+1} = (\overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \wedge y_3 \vee \overline{y_1} \wedge y_2 \wedge y_3 \vee \overline{y_1} \wedge y_2 \wedge \overline{y_3} \vee y_1 \wedge y_2 \wedge \overline{y_3})^n;$$

$$y_3^{n+1} = (\overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \wedge \overline{y_3} \vee \overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \wedge y_3 \vee y_1 \wedge y_2 \wedge \overline{y_3} \vee y_1 \wedge y_2 \wedge y_3)^n.$$

Полученные выражения преобразуются следующим образом:

$$y_1^{n+1} = [(y_2 \wedge y_3) \wedge y_1 \wedge \overline{y_1} \wedge (y_2 \wedge \overline{y_3})]^n;$$

$$y_2^{n+1} = [(\overline{y_1} \wedge \overline{y_3}) \wedge y_2 \vee \overline{y_2} \wedge (y_1 \wedge y_3)]^n;$$

$$y_3^{n+1} = [y_3 \wedge (\overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \vee y_1 \wedge y_2) \vee \overline{y_3} \wedge (\overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \vee y_1 \wedge y_2)]^n.$$

В общем виде каждое из этих уравнений можно записать так:

$$y_j^{n+1} = (q_{1j} \wedge y_j \vee q_{2j} \wedge \overline{y_j})^n,$$

где q_{1j}, q_{2j} - булевы функции, не зависящие от той переменной, для которой написано уравнение.

Перепишем выражение y_j^{n+1} вместе с уравнением Т-триггера, характеризующим его свойства:

$$y_j^{n+1} = (q_{1j} \wedge y_j \vee q_{2j} \wedge \overline{y_j})^n,$$

$$y_j^{n+1} = (\overline{I_j} \wedge y_j \vee I_j \wedge \overline{y_j})^n,$$

где I_j - входной сигнал элемента памяти.

Из эквивалентности левых частей двух уравнений получаем эквивалентность правых частей, справедливую для любого такта:

$$q_{1j} \wedge y_j \vee q_{2j} \wedge \overline{y_j} = \overline{I_j} \wedge y_j \vee I_j \wedge \overline{y_j}.$$

Решим данное уравнение относительно I_j табличным способом.

Независимыми переменными здесь являются q_{1j}, q_{2j}, y_j .

Таблица 8.9

Решение уравнения

q_{1j}	q_{2j}	y_j	$q_{1j} \wedge y_j \vee q_{2j} \wedge \overline{y_j}$	I_j
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1

Продолжение таблицы 8.9				
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	1	1
1	1	1	1	0

Для всех возможных наборов этих переменных определим значения левой части уравнения, а затем подберем такое значение I_j для каждого набора, при котором уравнение обращается в тождество. На основании этой таблицы представляем I_j в СДНФ как булеву функцию: q_{1j}, q_{2j}, y_j :

$$I_j = \overline{q_{1j}} \wedge \overline{q_{2j}} \wedge y_j \vee \overline{q_{1j}} \wedge q_{2j} \wedge \overline{y_j} \vee \overline{q_{1j}} \wedge q_{2j} \wedge y_j \vee q_{1j} \wedge \overline{q_{2j}} \wedge \overline{y_j},$$

после упрощения $I_j = q_{2j} \wedge \overline{y_j} \vee q_{1j} \wedge y_j$.

Это - общее уравнение для выходного сигнала каждого из трех Т-триггеров схемы. Учитывая, что

$$q_{11} = y_2 \vee y_3, q_{21} = y_2 \wedge \overline{y_3},$$

$$q_{12} = \overline{y_1} \vee y_3, q_{22} = \overline{y_1} \wedge y_3,$$

$$q_{13} = q_{23} = \overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \vee y_1 \wedge y_2,$$

после подстановки q_{1j} и q_{2j} в уравнение I_j и последующего преобразования получаем результат:

$$\begin{aligned} I_1 &= \overline{y_1} \wedge y_2 \wedge \overline{y_3} \vee y_1 \wedge (\overline{y_2} \vee y_3) = \overline{y_1} \wedge y_2 \wedge \overline{y_3} \vee y_1 \wedge \overline{y_2} \wedge \overline{y_3} = \\ &= \overline{(y_1 \wedge y_2 \vee y_1 \wedge y_2)} \wedge \overline{y_3}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 &= \overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \wedge y_3 \vee (\overline{y_1} \vee y_3) \wedge y_2 = \overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \wedge y_3 \vee y_1 \wedge y_2 \wedge y_3 = \\ &= (\overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \vee y_1 \wedge y_2) \wedge y_3; \end{aligned}$$

$$I_3 = (\overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \vee y_1 \wedge y_2) \wedge \overline{y_3} \vee (\overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \vee y_1 \wedge y_2) \wedge y_3.$$

На рис.8.11 изображена комбинационная часть схемы вместе с элементами памяти y_1, y_2, y_3 . Смена состояний схемы удовлетворяет условию задачи. Построим логическую схему для того же условия задачи, но с использованием JK-триггеров. Собственное уравнение этого триггера для входных сигналов I_{j1}, I_{j0}

$$y_j^{n+1} = (I_{j1} \wedge \overline{y_j} \vee I_{j0} \wedge y_j)^n.$$

Рассматривая теперь, как и для Т-триггеров, аналогичную систему уравнений

$$y_j^{n+1} = (q_{1j} \wedge y_j \vee q_{2j} \wedge \bar{y}_j)^n;$$

$$y_j^{n+1} = (I_{j1} \wedge \bar{y}_j \vee \bar{I}_{j0} \wedge y_j)^n,$$

получаем для любого такта

$$q_{1j} \wedge y_j \vee q_{2j} \wedge \bar{y}_j = I_{j1} \wedge \bar{y}_j \vee \bar{I}_{j0} \wedge y_j.$$

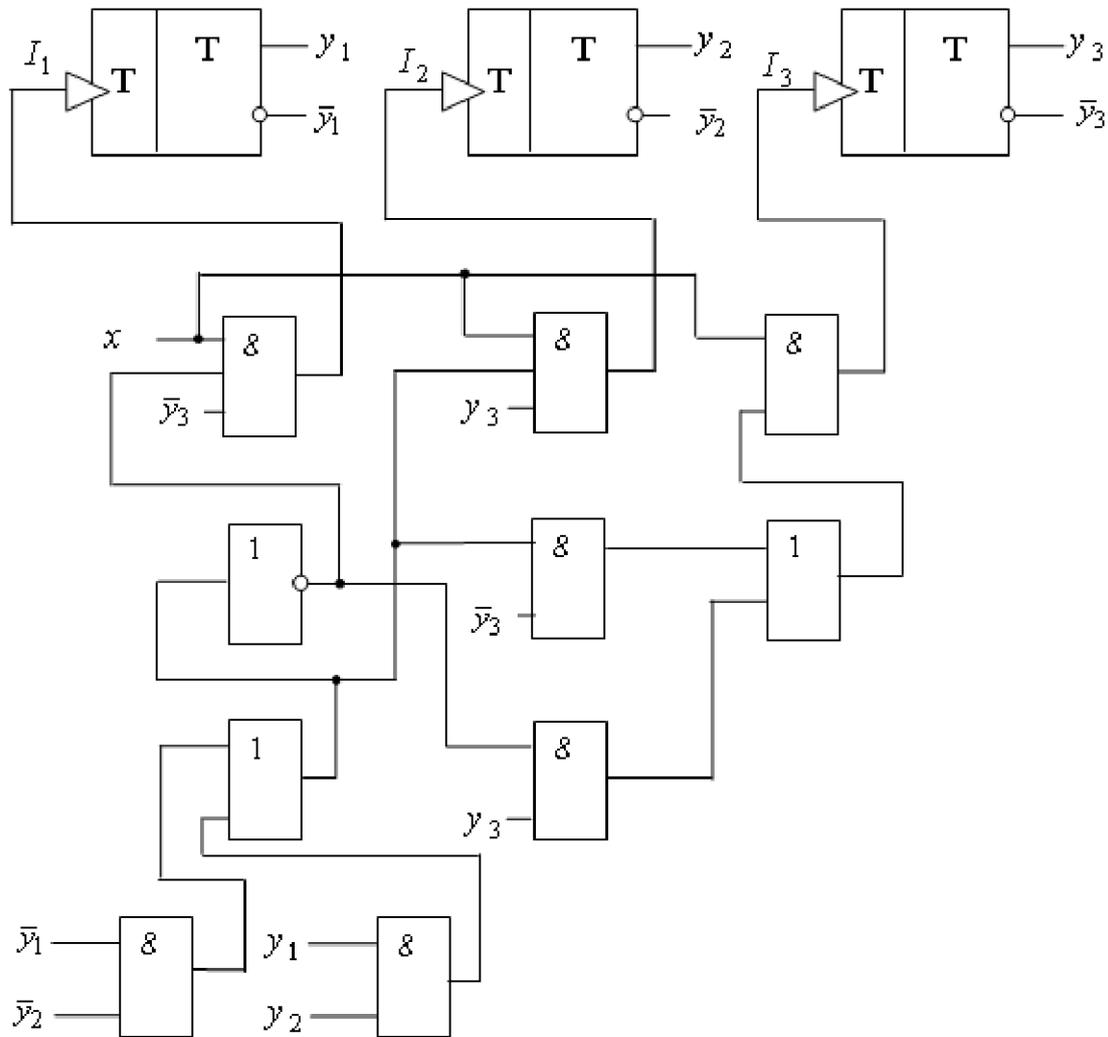


Рис. 8. 11. Логическая схема с триггерами

Это уравнение может быть решено табличным способом. Однако из записи уравнения следует, что оно обращается в тождество, если $I_{j1} = q_{2j}$ и $I_{j0} = \bar{q}_{1j}$. Это и есть одно из решений, которое принимаем, учитывая его простоту. В результате получим

$$I_{11} = y_2 \wedge y_3, I_{10} = \bar{y}_2 \wedge \bar{y}_3, I_{21} = \bar{y}_1 \wedge y_3, I_{20} = y_1 \wedge y_3,$$

$$I_{31} = \bar{y}_1 \wedge \bar{y}_2 \vee y_1 \wedge y_2, I_{30} = \overline{\bar{y}_1 \wedge \bar{y}_2 \vee y_1 \wedge y_2}.$$

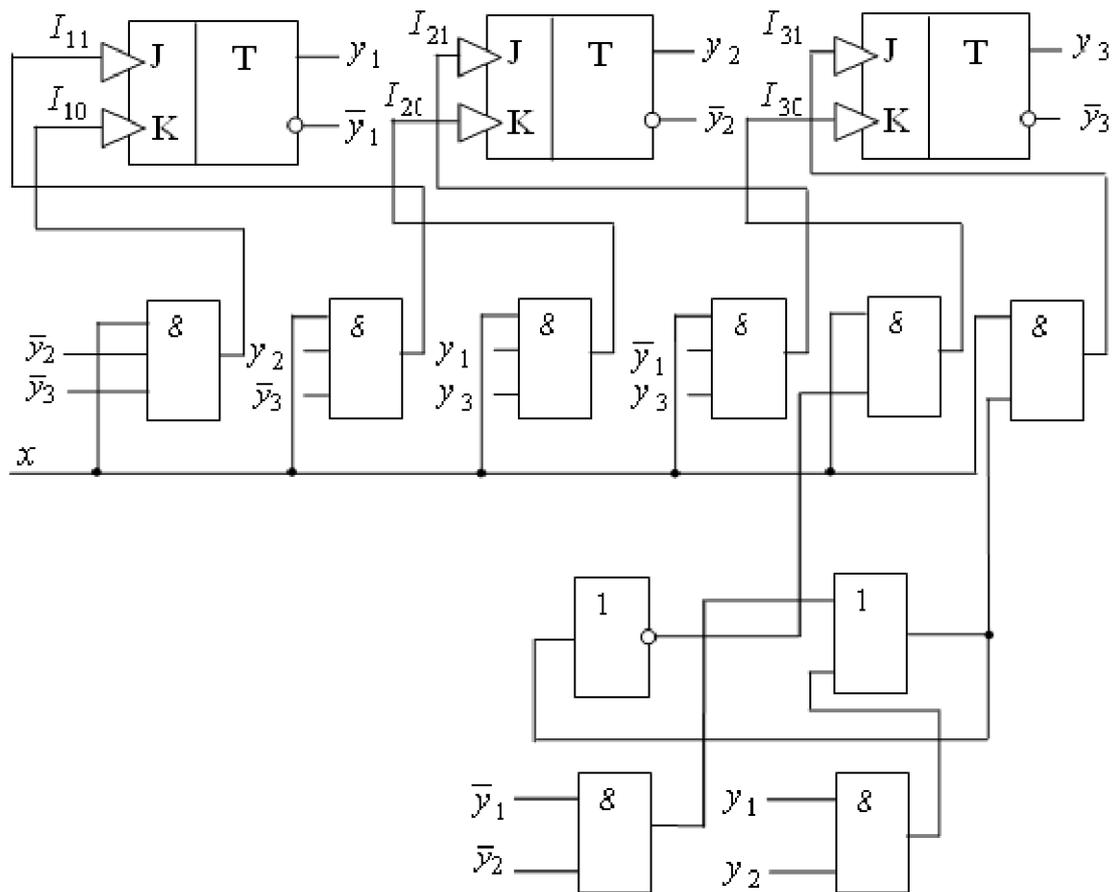


Рис. 8.12. Логическая схема

Комбинационная часть схемы вместе с тремя JK -триггерами изображена на рис. 8.12. На входы элементов умножения, расположенных непосредственно перед входами триггеров, поступают сигналы, найденные путем решения поставленной задачи, а также сигнал входа x (как и на рис. 8.11). Переключение триггеров производится каждый раз, когда $x=1$. Длительность сигнала $x=1$ не должна превышать длительности внутренней задержки каждого из T и JK -триггеров. При отсутствии элементов задержки схемы могут оказаться неработоспособными. Для построения комбинационной части последовательной схемы, содержащей RS -триггеры, необходимо решить систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} q_{1j} \wedge y_j \vee q_{2j} \wedge \bar{y}_j &= I_{j1} \vee \bar{I}_{j0} \wedge y_j; \\ I_{j1} \wedge I_{j0} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

либо

$$\left. \begin{aligned} q_{1j} \wedge y_j \vee q_{2j} \wedge \overline{y_j} &= \overline{I_{j1}} \vee I_{j0} \wedge y_j; \\ I_{j1} \vee I_{j0} &= 1. \end{aligned} \right\}$$

Решим только первую систему. Для этого построим таблицу, в которой для каждого набора q_{1j}, q_{2j}, y_j подберем такие комбинации значений I_{j1}, I_{j0} , для которых удовлетворяется условие $I_{j1} \wedge I_{j0} = 0$. Исследовав функции $I_{j1} = f(q_{1j}, q_{2j}, y_j)$ и $I_{j0} = f(q_{1j}, q_{2j}, y_j)$ с помощью диаграмм Карно, получаем минимальные формы искомых функций (при

Таблица 8.10

Решение уравнения

q_{1j}	q_{2j}	y_j	$q_{1j} \wedge y_j \vee q_{2j} \wedge \overline{y_j}$	I_j	I_{j0}
0	0	0	0	0	Φ
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	Φ
0	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	Φ
1	0	1	0	0	Φ
1	1	0	1	1	Φ
1	1	1	1	0	0

$\Phi_j = 0$)

$$I_{j1} = q_{2j} \wedge \overline{y_j}, \quad I_{j0} = \overline{q_{1j}} \wedge y_j.$$

Для сформулированной задачи построения последовательностной схемы имеем следующие формулы входных сигналов RS -триггеров:

$$I_{11} = \overline{y_1} \wedge y_2 \wedge \overline{y_3}; \quad I_{10} = y_1 \wedge \overline{y_2} \wedge \overline{y_3};$$

$$I_{21} = \overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \wedge y_3; \quad I_{20} = y_1 \wedge y_2 \wedge y_3;$$

$$I_{31} = (\overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \vee y_1 \wedge y_2) \wedge \overline{y_3}; \quad I_{30} = (\overline{y_1} \wedge \overline{y_2} \vee y_1 \wedge y_2) \wedge y_3.$$

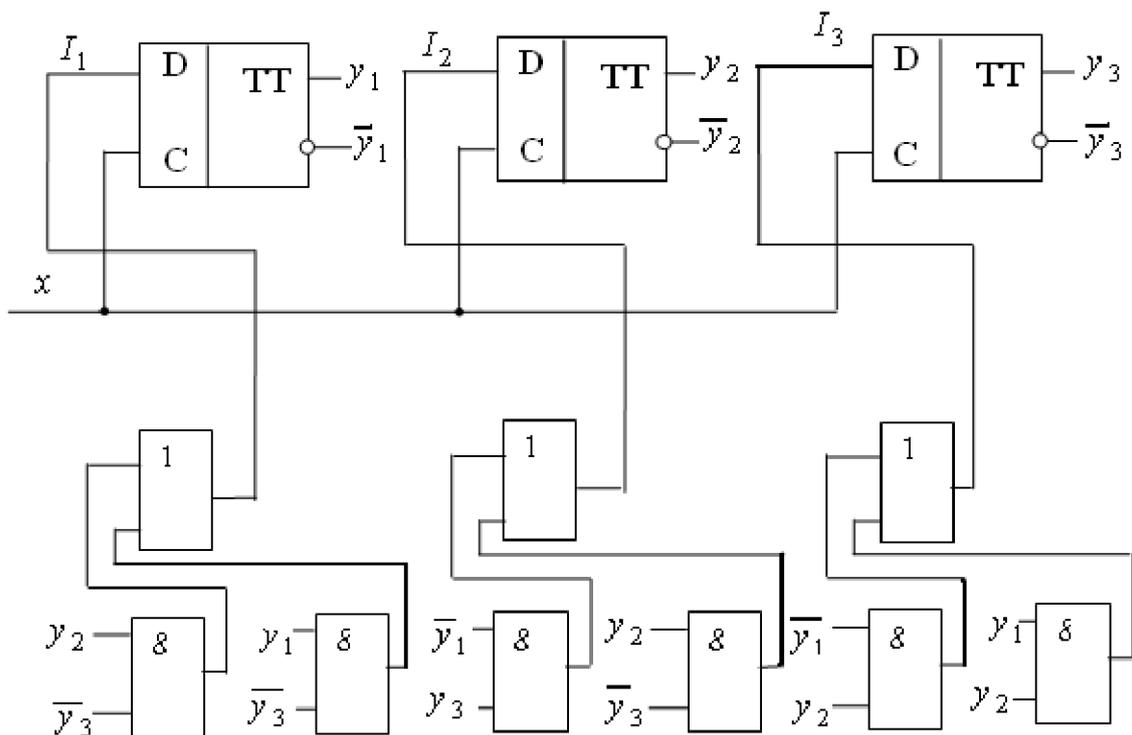


Рис.8.14. Схема с D триггерами

Решение данной системы уравнений сводится к табличному решению первого уравнения, где для каждого набора q_{1j}, q_{2j}, y_j подбирается такая комбинация значений I_{j0}, I_{j1}, I_{j2} , для которой второе уравнение обращается в тождество. Для минимизации решения, получаемого в общей форме и содержащего факультативные значения I_{j0}, I_{j1}, I_{j2} , необходимо применение диаграмм Карно.

8.2.4. Надежность логической системы привода

В заключение остановимся на оценке надежности невозстанавливаемой логической системы привода, особенностью которой является то, что она предназначена для выполнения относительно редких кратковременных операций. В этой системе лишь небольшая часть отказов элементов немедленно проявляется как нарушение работы всей системы. Большинство отказов элементов вызывает нарушение работы системы лишь при возникновении определенной операции, для выполнения которой требуется правильная работа данного элемента.

Назовем отказом системы такое событие, когда она либо самопроизвольно выполняет какие-либо операции при отсутствии необходимости в них, либо не выполняет необходимых операций. Речь идет о ложных срабатываниях или об отказах операций.

При оценке надежности необходимо учесть различную вероятность появления различных входных наборов сигналов; временную избыточность системы, связанную с тем, что отказы элементов не приводят к отказу системы на некоторых входных наборах.

Основными параметрами, определяющими надежность, служат: 1) суммарная интенсивность отказов всех элементов системы λ_0 ($1/\lambda_0$ - среднее время между отказами); 2) средний параметр потока операций системы ν_0 ($1/\nu_0$ - среднее время между операциями).

Процесс функционирования исправной системы может быть представлен направленным графом технологических состояний. Вершины этого графа, обозначаемые кружками, соответствуют различным технологическим состояниям, а ребра, обозначаемые стрелками, - различным операциям.

Условимся, что учитываются стационарность процесса, отсутствие последействия и ординарность.

Вероятностные характеристики функционирования исправной системы определяются заданием квадратной матрицы параметров операций

$$N = \left\| \nu_{ij} \right\| (i, j = 1, 2, \dots, n),$$

где n - общее число технологических состояний.

Суммарный параметр перехода из i -го состояния обозначим ν_i :

$$\nu_i = \sum_{j=1}^n \nu_{ij} (i = 1, 2, \dots, n).$$

Плотность вероятности для времени пребывания в i -м состоянии

$$g_i(t) = \nu_i e^{-\nu_i t}.$$

Последствия отказа некоторого k -го элемента системы (при условии, что все остальные элементы исправны) можно задать указанием тех состояний, в которых этот отказ приводит к ложному срабатыванию, и тех операций, которые не выполняются из-за отказа k -го элемента. Это можно сделать заданием вектора-строки $H^k = \left\| h_1^k, \dots, h_n^k \right\|$ и квадратной матрицы $A^k = \left\| a_{ij}^k \right\|$.

Здесь $h_i^k = 1$, если отказ k -го элемента приводит к ложному срабатыванию системы в i -м состоянии, и $h_i^k = 0$ - в противном случае. Аналогичные значения принимают a_{ij}^k по отношению к невыполнению операции перехода из i -го в j -е технологическое состояние при отказе k -го элемента. Очевидно, что если не существует операции, непосредственно

переводящей систему из i -го в j -е состояние ($v_{ij} = 0$), то можно положить $a_{ij}^k = 0$. Также, если $h_i^k = 1$, то $a_{ij}^k = a_{ji}^k = 1$ для всех j , для которых $v_{ij} \neq 0$; если $a_{ij}^k = 0$ и $v_{ij} \neq 0$, то $h_i^k = h_j^k = 0$.

Все элементы нерезервированной системы с одинаковыми Н и А можно объединить в один условный элемент с теми же Н и А, просуммировав при этом интенсивности их отказов:

$$\lambda_0 = \sum_{k=1}^m \lambda_k,$$

где m - общее число условных элементов.

Рассмотрим систему, состоящую из m условных элементов. Граф ее надежностных состояний имеет $m + 2$ вершины. Если отказ k -го условного элемента не приводит к ложному срабатыванию, система переходит в состояние k -го «скрытого» отказа и продолжает правильно работать. Каждому условному элементу соответствует свое состояние «скрытого» отказа - $1, 2, \dots, k, \dots, m$. В состоянии k -го «скрытого» отказа система остается либо до выполнения операции, при которой отказ k -го условного элемента приводит к отказу системы ($a_{ij}^k = 1$), либо до отказа другого условного элемента.

Технологические и надежностные состояния отражают две различные стороны функционирования системы. Чтобы их объединить, введем обобщенные состояния системы: R_i^0 - система находится в i -м технологическом состоянии и все ее элементы исправны ($i = 1, 2, \dots, n$); R_i^k - система находится в i -м технологическом состоянии со «скрытым» отказом k -го условного элемента ($i = 1, 2, \dots, n$); ($k = 1, 2, \dots, m$); R^{m+1} - система отказала.

Пусть $v_i^k(t)$ - вероятность состояния R_i^k в момент времени t .

Вероятность безотказной работы системы

$$p_0(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^m v_i^k(t);$$

имеем для R_i^0 :

$$v_i^0(t + dt) = v_i^0(t)(1 - v_i dt - \lambda_0 dt) + \sum_{j=1}^n v_j^0(t) v_{ji} dt,$$

откуда

$$\frac{dv_i^0}{dt} = -(v_i + \lambda_0)v_i^0(t) + \sum_{j=1}^n v_{ji}v_j^0(t) \quad (i=1, \dots, n).$$

Для состояния R_i^k

$$v_i^k(t+dt) = v_i^k(t)[1 - v_i dt - (\lambda_0 - \lambda_k)dt] + \sum_{j=1}^n v_j^k(t)v_{ji}dt(1 - a_{ji}^k) + v_i^0(t)\lambda_k dt(1 - h_i^k)$$

или после предельного перехода

$$\frac{dv_i^k}{dt} = -[v_i + (\lambda_0 - \lambda_k)]v_i^k(t) + \sum_{j=1}^n v_{ji}(1 - a_{ji}^k)v_j^k(t) + \lambda_k(1 - h_i^k)v_i^0(t)$$

$$(i=1, 2, \dots, n; k=1, 2, \dots, m).$$

Начальные условия определяются назначением логической системы и порядком ее эксплуатации:

$$v_i^0(0) = v_i(0),$$

$$v_i^k(0) = 0 \quad (i=1, 2, \dots, n; k=1, 2, \dots, m).$$

Средняя наработка до первого отказа

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} p_0(t)dt,$$

$$T_{cp} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=0}^m \tau_i^k,$$

$$\tau_i^k = \int_0^{\infty} v_i^k(t)dt$$

$$(i=1, 2, \dots, n; k=0, 1, \dots, m).$$

После интегрирования дифференциальных уравнений получаем

$$-(v_i + \lambda_0)\tau_i^0 + \sum_{j=1}^n v_{ji}\tau_j^0 = -v_i(0);$$

$$-[v_i + (\lambda_0 - \lambda_k)\tau_i^k + \sum_{j=1}^n v_{ji}(1 - a_{ji}^k)\tau_j^k + \lambda_k(1 - h_i^k)\tau_i^0 = 0$$

$$(i=1, 2, \dots, n; k=1, 2, \dots, m).$$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бабаков Н. А., Воронов А. А. и др. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов. М.: Высш. шк., 1986. 367 с.
2. Ковчин С. А., Сабинин Ю. А. Теория электропривода: Учебник для вузов. СПб.: Энергоатомиздат, 2000. 496 с.
3. Чиликин М. Г., Сандлер А. С., Ключев В. И. Теория автоматизированного электропривода: Учеб. пособие для вузов. М.: Энергия, 1979. 616 с.
4. Башарин А. В., Новиков В. А., Соколовский Г. Г. Управление электроприводами. Л.: Энергоиздат, 1982. 392 с.
5. Системы управления электроприводов: Учебник для студ. высш. учеб. заведений/ Под ред. В. М. Терехова. М.: Издательский центр «Академия», 2005. 304 с.
6. Вешеневский С. Н. Характеристики двигателей в электроприводе. М.: Энергия, 1977. 432 с.
7. Леонтьев А. Г., Пинчук В. М., Семенов И. М. Электромеханические системы: Учебное пособие. СПб.: Изд-во СПбГТУ, 1997. 92 с.
8. Михайлов О.П. Автоматизированный электропривод станков и промышленных роботов. М.: Машиностроение, 1990. 304 с.
9. Энергосберегающий асинхронный электропривод: Учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / Под ред. И. Я. Браславского. М.: Издательский центр «Академия», 2004. 256 с.
10. Заборовский В. С., Козлов В. Н., Куприянов В. Е. Теория автоматического управления и системы с ЭВМ: Учеб. пособие. Л.: Изд-во ЛенГТУ, 1990. 96 с.
11. Егоров Ю. Н., Семенов И. М. Электропривод и автоматика. Электрические приводы технологических машин: Учеб. пособие. СПб.: Издательство Политехн. ун-та, 2008. 234 с.
12. Соколовский Г. Г. Электроприводы переменного тока с частотным регулированием: учебник для студ. высш. учеб. заведений. М.: Издательский центр «Академия», 2006. 272 с.
13. Грузов В. Л., Ковчин С. А., Сабинин Ю. А. Автоматизированный

- электропривод. Часть 1. – Электромеханические системы: Учебное пособие. Вологда: ВоГТУ, 2005. 263 с.
14. Грузов В. Л., Ковчин С. А., Сабинин Ю. А. Автоматизированный электропривод. Часть 2. –Теория электропривода: Учебное пособие. Вологда: ВоГТУ, 2006. 258 с.
15. Справочник по автоматизированному электроприводу / Под ред. В. А. Елисеева и А. В. Шинянского. М.: Энергоатомиздат, 1983. 616 с.

Егоров Юрий Николаевич,
Семенов Игорь Михайлович

ПРИВОДЫ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

ЭЛЕКТРОПРИВОДЫ И УПРАВЛЕНИЕ В ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИНАХ

Учебное пособие

Лицензия ЛР №020593 от 07.08.97

Налоговая льгота – Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93, т. 2;
95 3005 – научная и производственная литература

Подписано в печать	Формат 60×84/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л.	Уч.-изд. л. Тираж 100. Зак.

Отпечатано с готового оригинал-макета, представленного авторами,
В Цифровом типографском центре Издательства Политехнического
университета
195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 29.
Тел.: (812)550-40-14
Тел./факс: (812) 297-57-76