

Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Факультет технической кибернетики

Р.П. Строганов, В.Д. Ярмийчук

ИССЛЕДОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

Пособие к лабораторным работам

Санкт-Петербург
2010

Р.П. Строганов, В.Д. Ярмийчук. Исследование компьютерных систем управления: Пособие к лабораторным работам / под редакцией Л.В. Бабко. – СПб.: Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, 2010. – 134 с., ил.

Рассматриваются способы организации и проведения в лабораторных условиях экспериментальных исследований различного вида компьютерных систем управления. Приводится описание лабораторной установки и специализированного программного обеспечения. Особенностью лабораторной установки является содержание в ней элементов аппаратуры реальных компьютерных систем управления и использование специализированного программного обеспечения. В результате, на установке возможно проведение экспериментальных исследований в реальном масштабе времени, оперативное вмешательство в процесс исследования, т.е. реализация интерактивного режима проведения экспериментов. Пособие предназначено для студентов, обучающихся по направлению «Автоматизация и управление» и специальности «Управление и информатика в технических системах».

Печатается по решению кафедры автоматики и вычислительной техники Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	4
Организация лабораторной установки	6
Программное обеспечение	10
Структура цикла лабораторных работ	13
Работа № 1. Моделирование объектов систем компьютерного управления; сбор и фиксация результатов моделирования .	14
Работа № 2. Исследование точности работы подсистемы ввода-вывода аналоговой информации	22
Работа № 3. Исследование рекуррентных алгоритмов цифровой фильтрации сигналов методом усреднения	27
Работа № 4. Синтез алгоритма системы программно-логического управления	35
Работа № 5. Исследование системы компьютерного управления с ПИД-регулятором.	42
Работа № 6. Исследование систем управления с «внешним» запаздыванием	54
Работа № 7. Транспонирование частоты при квантовании в компьютерных системах управления	59
Работа № 8. Синтез и исследование оптимальной системы ЛК-управления в непрерывном времени	64
Работа № 9. Синтез и исследование оптимальной системы ЛК-управления в дискретном времени	75
Работа № 10. Исследование наблюдателя неизмеряемых координат состояния объекта (наблюдатель Люенбергера)	81
Работа № 11. Оценка неизмеряемых координат состояния объекта при случайных возмущениях (дискретный фильтр Калмана) .	88
Работа № 12. Исследование оптимальной системы ЛК-управления с наблюдателем Люенбергера	97
Работа № 13. Исследование оптимальной системы ЛК-управления с наблюдателем Калмана	108
Работа № 14. Сжатие информации в системах управления технологическими процессами	117
Работа № 15. Исследование фильтра аномальных выбросов	125

ВВЕДЕНИЕ

В самом общем виде любая система управления может быть представлена в виде двух взаимодействующих элементов — объекта управления и управляющего устройства. Системы управления, в которых управляющее устройство реализовано в форме ЭВМ (компьютера) в настоящее время принято называть компьютерными системами управления.

Синтез таких систем требует решения, как минимум, трех основных задач:

- разработки соответствующего алгоритма управления;
- разработки программы реализации алгоритма и её отладки;
- проверки работоспособности созданного алгоритма и программы совместно с объектом, т. е. работоспособности системы управления в замкнутом состоянии.

Если первая и вторая задачи решаются на основе соответствующей теоретической подготовки разработчиков, то третья задача может быть решена только в процессе экспериментальных исследований системы в различных условиях её работы. Эти исследования проводятся либо в форме так называемых вычислительных экспериментов, либо в условиях использования реальной аппаратуры систем управления, либо с использованием их комбинации.

Как правило, вычислительные эксперименты проводятся на основе имитационных или математических моделей систем, реализованных в виде соответствующих программных пакетов, ориентированных на использование в конкретной предметной области.

Имитационное моделирование является методом исследования, заключающимся в воспроизведении на ЭВМ процесса функционирования схем, алгоритмов или структур проектируемой системы с целью определения правильности разработки и качества системы. Следует отметить, что качество самого имитационного моделирования зависит от выбранного разработчиками уровня детализации исходного процесса. Это связано с тем, что вычислительный эксперимент проводится с виртуальной моделью, адекватность которой реальному процессу (объекту) определяется принятой степенью его детализации.

Другим методом, часто используемым в вычислительных экспериментах, является метод математического моделирования. В основу ме-

тогда положены выводы теории математического подобия, согласно которым процессы или явления в натуре и модели считаются подобными, если они описываются одинаковыми по виду математическими зависимостями. Количественное подобие процессов устанавливается из анализа так называемых индикаторов подобия. В результате, при принятом математическом описании изучаемого явления или процесса, оценку качества модели можно получить в форме количественной оценки погрешности моделирования. Другим преимуществом данного метода является возможность получения прогнозных значений поведения изучаемых процессов или явлений.

В конечном итоге, следует отметить, что использование для оценки качества синтеза систем вычислительных экспериментов на основе программных пакетов приводит к потере «физичности» восприятия экспериментального исследования, так как реально существующий процесс полностью заменяется виртуальным.

Учебные (студенческие) разработки и исследования систем управления «кнопками клавиатуры персональных компьютеров» обеспечивает «существование» систем в виртуальном пространстве, которое в ряде случаев существенно отличается от реального.

При подготовке специалистов, не знакомых с особенностями будущей профессии, ориентация только на вычислительный эксперимент при исследовании, например, систем управления, вряд ли целесообразно. Это тем более справедливо, если вспомнить известное утверждение, что «дьявол прячется в деталях», которые обычно известны только специалистам.

По нашему мнению, наилучшие результаты можно получить путем создания специальных лабораторных установок, в которые включена аппаратура реальных систем управления, а эксперименты проводятся в реальном масштабе времени. При такой организации появляется возможность проведения исследований не только системы управления в целом, но и ее отдельных подсистем. Решаемые этими подсистемами задачи принято называть функциональными задачами.

Для функциональных задач обычно четко определены цели их решения, источники исходной информации и потребители результатов решения. Применительно к системам компьютерного управления функциональная декомпозиция предполагает разделение общей задачи на задачи сбора информации, первичной ее обработки, верификации и контроля, формирования управляющих воздействий и др.

В лаборатории компьютерного управления кафедры автоматизации и вычислительной техники используются оригинальные разработки в техническом, алгоритмическом и программном обеспечении. Описанию кон-

кретных лабораторных работ предшествует краткое описание общих вопросов технического и программного обеспечения лабораторной установки, которая является индивидуальным рабочим местом студента.

При создании лабораторных работ в качестве определяющей ставилась задача построения методики их проведения так, чтобы максимально сохранить наглядность исследуемых процессов.

Последнее обеспечивается путем разработки «дружественного» интерфейса, позволившего в доступной и наглядной формах оценить получаемые результаты непосредственно в процессе исследования.

В большой степени это стало возможным благодаря работам студентов Д. Кухаря, Д. Озерова, И. Чумичевой, В. Леликова и др., принимавших активное участие в разработке и отладке программного обеспечения лабораторных работ данного цикла.

Лабораторные работы данного учебного пособия поддерживают курсы «Теория автоматического управления», «Алгоритмизация задач управления» и «Компьютерное управление техническими системами», которые читаются студентам, обучающимся по направлению «Автоматизация и управление» на кафедре Автоматика и вычислительная техника СПбГПУ.

ОРГАНИЗАЦИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Лабораторная установка реализована в форме цифро-аналогового комплекса (ЦАК). В состав ЦАК входят (рис. 1):

- персональный компьютер (РС);
- аналоговый вычислительный комплекс типа АВК-31;
- устройство связи с объектом;
- монитор (дисплей);
- измерительная аппаратура (вольтметр V , осциллограф);
- датчики тестовых напряжений (ДТН);
- выходы операционных усилителей $У_1$ – $У_4$, сгруппированные в блоки БЛ1–БЛ7;
- кнопки управления пуском, остановкой и исходным положением комплекса АВК-31.

Применение цифро-аналогового комплекса позволяет в максимальной (в условиях вуза) степени сохранить использование элементов реальных компьютерных систем. Наличие таких элементов, выполняющих различные функции, позволяет создать ощущение упомянутой выше «физичности» исследуемых процессов.

В качестве основного устройства обработки информации в составе ЦАК использован персональный компьютер. Применение персонального

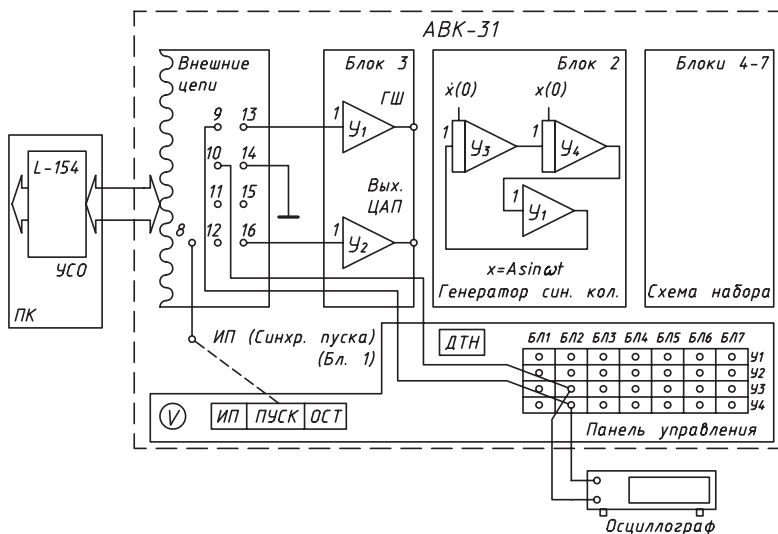


Рис. 1.

компьютера вместо специализированных устройств обусловлено следующими причинами:

1. Методика работы на РС, как правило, достаточно хорошо известна даже из школьных курсов информатики. Следовательно, можно не тратить время на освоение методов его использования.

2. РС идеально встраивается в концепцию индивидуального выполнения работы в лаборатории.

В то же время следует отметить и некоторые особенности использования РС в качестве управляющих устройств:

- как правило, в состав программного обеспечения РС не входят операционные системы реального времени,
- в стандартную комплектацию РС не входят устройства связи с объектом.

Эти недостатки устраняются применением специальных плат УСО, выполненных в стандарте IBM РС.

Работа в реальном времени реализуется организацией системы внешнего прерывания по шине ISA сигналами таймера платы. Остановимся подробно на описании используемого в лабораторной установке устройства связи с объектом на базе платы L-154 фирмы L-CARD.

Плата ввода-вывода аналоговых и дискретных сигналов L-154.

Технические характеристики и структура

Плата L-154 предназначена для установки в персональных IBM-совместимых компьютерах и представляет собой относительно простое, недорогое и надежное УСО без сигнального процессора. Использование платы L-154 оправдано в тех случаях, когда решаемые задачи не требуют ввода-вывода с высокой скоростью. Плата полностью доступна для программирования со стороны компьютера через порты ввода-вывода. Она устанавливается на материнской плате компьютера. Подключение к внешним устройствам осуществляется через внешний разъем платы со стороны задней панели компьютера. L-154 является функционально полным комплексом, включающим в себя многоканальный 12-разрядный аналого-цифровой преобразователь с программируемым входным диапазоном сигнала по каждому каналу и частотой преобразования до 70 кГц на один канал.

Генерация прерываний, внутренняя синхронизация и работа в режиме реального времени обеспечивается тремя 16-разрядными таймерами с опорной кварцевой частотой 1 МГц. Предусмотрена возможность внешнего запуска АЦП и внешнего запуска третьего счетчика-таймера.

Плата содержит три блока перемычек, определяющих адрес платы в адресном пространстве компьютера, номер линии прерывания, конфигурацию АЦП (выбор входного диапазона: $\pm 5,12$ В, $\pm 2,56$ В, $\pm 1,28$ В; число входных каналов: 16 дифференциальных или 32 с общей землей).

Плата L-154 содержит следующие функциональные элементы:

1) *Аналого-цифровой преобразователь (АЦП)*. Многоканальный режим преобразования реализуется путем включения во входную цепь преобразователя мультиплексора. Для возможности преобразования сигналов различных диапазонов во входной канал АЦП включен усилитель ОУ с изменяемым коэффициентом усиления.

2) *Цифро-аналоговый преобразователь (ЦАП)* — одноканальный 12-разрядный, с временем установления 5 мкс. и амплитудой выходного напряжения $\pm 5,12$ В. ЦАП через порт ввода-вывода компьютера может получать информацию из компьютера и через внешний разъем платы передавать результаты преобразования на объект управления.

3) *Таймеры*. На плате установлена микросхема 580ВИ53 трехканального таймера. При помощи трех каналов (А, В, С) таймера можно осуществить программную синхронизацию процессов ввода-вывода и генерировать прерывания по шине IRQ в компьютере. Канал А тактирует-

ся от кварцевого генератора частотой 1 МГц. Канал В каскадно связан с таймером А, что позволяет работать плате с большими временными интервалами (до 0xFFFF×0xFFFF мкс). Счетный вход таймера С выведен на внешний разъем. Он может использоваться для программной синхронизации процессов ввода от внешних цифровых сигналов.

Установка режимов таймеров и опрос их текущего состояния достигается при записи соответствующего кода в регистр управления и опросом соответствующего счетчика.

4) *ТТЛ-входы и ТТЛ-выходы* — используются для ввода и вывода цифровых сигналов по 8 входным и 8 выходным каналам.

5) *Порты ввода-вывода компьютера* — обеспечивают связь элементов платы через стандартную ISA шину IBM с основными блоками персонального компьютера.

Плата L-154 имеет специальный набор контактов, которые обеспечивают подключение на шину ISA при установке платы в любой из свободных слотов внутри компьютера.

Аналоговый вычислительный комплекс АВК-31

Аналоговый вычислительный комплекс в составе ЦАК предназначен для моделирования аналоговых объектов систем управления, а также формирования различного рода сигналов внешних воздействий. Основным решающим элементом АВК является операционный усилитель постоянного тока. На его базе организуются различного вида математические операции (алгебраическое суммирование, линейное преобразование, интегрирование, инвертирование и др.). Как правило, АВК снабжен рядом вспомогательных и измерительных устройств.

В связи с тем, что промышленные АВК достаточно подробно описаны в технической литературе, ниже будет обращено внимание только на сделанные изменения в АВК при разработке лабораторной установки. К таким изменениям можно отнести организацию каналов связи АВК — персональный компьютер и персональный компьютер — АВК.

Эта связь осуществляется через наборное поле «Внешние цепи» АВК и специализированный кабель связи. При этом принято следующее распределение контактов наборного поля «Внешние цепи»:

№ 8 — сигнал синхронизации пуска АВК и программы РС (сигнал из гнезда ИП блока № 1 АВК);

№ 9 — № 12 — сигналы датчиков координат состояний объекта (соответственно с «датчиков» № 1, № 2, № 3, № 4);

№ 13 — сигнал с выхода генератора белого шума (ГШ);

№ 14 — общая земля;

№ 16 — сигнал с выхода цифро-аналогового преобразователя (ЦАП);
№ 1 — № 7, № 15 — свободны.

Сигналы с выхода ГШ и выхода ЦАП пропускаются через буферные (развязывающие) усилители АВК.

Особенности методики использования АВК при решении задач моделирования подробно описаны в соответствующей литературе и кратко — в работе № 1 данного пособия.

Следует также указать на особенности связи аналоговой и цифровой частей установки, возникающие вследствие различия диапазонов возможного изменения информационных (аналоговых) сигналов. Так, для АВК-31 $U_d = \pm 10$ В, а для АЦП и ЦАП платы L-154 $U_d = \pm 5$ В.

В результате при определении параметров схемы набора (модели объекта) диапазон возможного изменения аналоговых сигналов не должен превышать 5 В.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

Программное обеспечение лабораторных работ реализовано в форме специализированного пакета LABKU, содержащего исполнительные файлы для реализации каждой лабораторной работы.

Как правило, пакет располагается на диске E:. Кроме исполнительных файлов (файлы с расширением .exe), в текущем каталоге должны находиться файлы `egavga.bgi` и `trip.chr`. Первый — драйвер работы монитора в графическом режиме; второй — масштабируемый русский шрифт. Язык программирования — C и C++. Операционная система — MS-DOS 3.3.

В лабораторных работах данного цикла используются программы их проведения в виде готовых исполнительных файлов. Такая организация объясняется тем, что студенты старших курсов уже знакомы с методикой программирования прикладных задач. В результате, появляется возможность не заниматься вопросами программирования, а полностью сосредоточиться на проблемах исследования особенностей работы компьютерных систем управления и их функциональных подсистем.

Поэтому далее программное обеспечение рассматривается в стиле, близком к стилю инструкции, известной в ЕСПД как «Руководство оператора».

Управление выполнением команд исполнительного файла реализовано в форме многоступенчатого меню.

Рассмотрим более подробно его организацию. Основным является *Главное меню*.

Команды главного меню:

Ввод данных
Запуск программы
Просмотр графиков
Просмотр таблиц
Выход

Инициализация команд главного меню обеспечивает:

Ввод данных — возможность задания всех исходных данных;
Запуск программы — выполнение основной программы;
Просмотр графиков — просмотр результатов в графической форме;
Просмотр таблиц — просмотр результатов в табличной форме;
Выход — выход из программы.

Следует отметить, что просмотр результатов возможен только после запуска программы. До первого запуска программы любой вид просмотра игнорируется.

Переход с одной строки главного меню на другую выполняется соответствующими клавишами клавиатуры ($\uparrow$, $\downarrow$). Нажатие кнопки Enter — выполнение выбранного пункта меню.

Перед выполнением пункта меню *Запуск программы* необходимо выполнить пункт *Ввод данных*. Содержание этого пункта зависит от темы исследования и может меняться. Например, после инициализации подменю ввода данных содержимое его может иметь следующий вид:

Внешние параметры
Параметры объекта (матрица A_d)
Параметры управления (вектор B_d)
Параметры критерия (Q, R)
Начальные условия

При обращении к пункту *Внешние параметры* подменю *Ввод данных* генерируется очередное подменю вида, зависящего от конкретной работы. Например, его вид может быть следующим:

Число циклов ввода
Период опроса, мс
Математическое ожидание помехи
Дисперсия помехи
Сигнал на входе модели

Возможны и другие виды подменю, описание которых не требует дополнительных пояснений. Поэтому далее остановимся лишь на некоторых вопросах навигации и операциях кнопками клавиатуры при заданиях числовых значениях параметров.

Enter — обращение к текущему пункту меню;
↑ — переход на один пункт меню вверх;
↓ — переход на один пункт меню вниз;
End — переход к последнему пункту меню;
Home — переход к первому пункту меню;
← — уменьшение значения текущего параметра;
→ — увеличение значения текущего параметра;
PageUp — увеличение значения текущего параметра с большим шагом;
PageDown — уменьшение значения текущего параметра с большим шагом;
– — уменьшение значения текущего параметра на малый шаг;
+ — увеличение значения текущего параметра на малый шаг;
Esc — выход из подменю Внешние параметры и возврат в Главное меню.

Подменю «Запуск программы». При обращении к данному пункту меню внизу экрана появится сообщение «Нажмите кнопку Пуск АВК». После нажатия кнопки ПУСК начнется выполнение программы. После окончания опроса результаты записываются в выходной файл, а на экране появится сообщение «Опрос датчиков завершен». Это сообщение исчезает с экрана после нажатия любой клавиши.

Подменю «Просмотр графиков». Просмотр графической информации возможен лишь только после очередного запуска программы. Следует отметить наличие в подменю опции автоматического масштабирования графиков. Выход из подменю — нажатие кнопки Esc.

Подменю «Просмотр таблиц». Просмотр таблицы осуществляется при помощи следующих клавиш:

Down — переход на предыдущую строку;
Up — переход на следующую строку;
PageDown — переход на предыдущий кадр (экран);
PageUp — переход на следующий кадр (экран);
End — переход в конец программы;
Home — переход в начало таблицы;
Esc — выход из режима просмотра таблиц.

Как и просмотр графической информации, подменю *Просмотр таблиц* доступно лишь после запуска программы.

Следует отметить, что для фиксации результатов используется один и тот же файл, вне зависимости от порядкового номера эксперимента. Поэтому для сохранения результата очередного эксперимента результаты предыдущего эксперимента следует переписать в новый выходной

файл с оригинальным именем. После окончания работы эти файлы следует переписать на свою дискету с тем чтобы использовать результаты экспериментов при оформлении отчета.

Основным документом, фиксирующим результаты эксперимента, является таблица результатов. Графическая информация (графики) является оперативной информацией, используемой для контроля хода эксперимента, а также для иллюстрации тех или иных заключений и выводов в отчете о работе.

СТРУКТУРА ЦИКЛА ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

С учетом требования реализации экспериментальных исследований в реальном времени, при теоретическом обосновании моделей объектов и способов формирования управляющих воздействий, используется, в основном, метод пространства состояний.

Тематика, цели и программы экспериментов оформлены в виде пятнадцати отдельных работ. Структурно их можно разделить на две группы. Первая группа предусматривает изучение «инструментария», т. е. лабораторной установки и особенностей ее использования.

Вторая группа предусматривает эксперименты как с отдельными функциональными подсистемами, так и с компьютерными системами управления в целом. Работы этой группы допускают возможность определять состав и порядок выполнения отдельных работ, например, в соответствии с тематикой читаемых теоретических курсов. В связи с тем, что при этом тематика работ и порядок их выполнения может изменяться, в приводимых ниже описаниях неизбежны повторы некоторых положений и обозначений параметров и переменных.

Работа № 1

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОГО УПРАВЛЕНИЯ; СБОР И ФИКСАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ

ЦЕЛИ РАБОТЫ:

- изучение методики моделирования непрерывных объектов на аналоговом вычислительном комплексе (АВК);
- знакомство с организацией системы сбора информации на базе платы сопряжения L-154 и персонального компьютера;
- оценка точности моделирования объектов управления средствами аналоговой вычислительной техники.

КРАТКИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ АНАЛОГОВЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ КОМПЛЕКСОВ

Основным решающим элементом АВК является операционный усилитель (ОУ). В качестве ОУ используется усилитель постоянного тока с большим коэффициентом усиления, охваченный глубокой отрицательной обратной связью (см., например [1]). Принципы построения ОУ будем считать известными. Поэтому ниже остановимся лишь на методике их использования на примере решения линейных дифференциальных уравнений.

Методика применения АВК для решения задач моделирования строится на использовании основных положений теории математического подобия, позволяющей установить подобие физических процессов в аналоговой модели и в объекте. При этом процессы в объекте описываются соответствующими математическими зависимостями.

Программирование решения этих зависимостей (задач) на АВК заключается в создании схем, состоящих из ОУ и вспомогательных элементов так, чтобы физические процессы в них описывались математическими зависимостями, подобными исходным.

В аналоговой вычислительной технике программирование решения производится в два этапа.

На первом этапе составляется схема набора решающих элементов (в дальнейшем — «схема набора»), обеспечивающая преобразование «машинных переменных» в соответствии с исходной математической зависимостью, описывающей поведение моделируемого объекта. Тем самым достигается подобие «по виду математических зависимостей» в модели и объекте («качественное подобие»).

На втором этапе решается проблема «количественного» подобия, т.е. устанавливаются количественные зависимости между исходными и машинными переменными, а также определяются значения коэффициентов передач решающих элементов схемы набора.

Рассмотрим описанные выше этапы на примере решения задачи моделирования объекта, заданного линейным дифференциальным уравнением второго порядка вида:

$$a_0\ddot{x} + a_1\dot{x} + a_2x = c, \quad x(0) = x_0, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0, \quad (1)$$

где a_0, a_1, a_2 — постоянные коэффициенты.

Перепишем (1) в виде

$$\ddot{x} = -\frac{a_1}{a_0}\dot{x} - \frac{a_2}{a_0}x + \frac{1}{a_0}c. \quad (2)$$

Предположим, что старшая производная $\ddot{x}$ известна. Тогда проинтегрировав её дважды, найдем x .

В соответствии с уравнением (2) вторая производная равна правой части этого уравнения. В результате при «однолинейном» способе изображения (вторая линия является общей и может не изображаться) схема набора может быть представлена следующим образом (рис. 1.1).

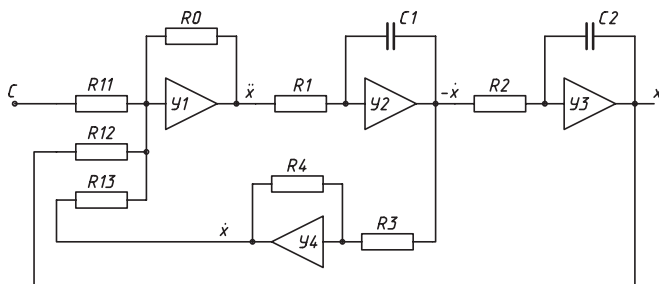


Рис. 1.1.

Дальнейшее упрощение схемы набора можно получить, совместив операции суммирования и интегрирования в одном ОУ (рис. 1.2).

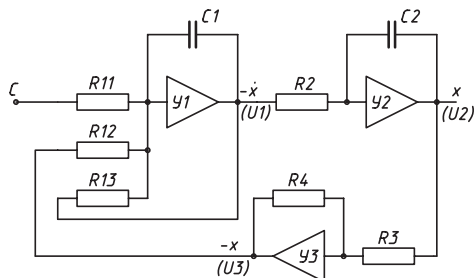


Рис. 1.2.

Отметим, что техническая реализация АВК-31 предусматривает *фиксированное задание коэффициентов передачи решающих элементов*: $K = 1$ и $K = 10$. Для получения значений коэффициентов передач в диапазонах $0 < K < 1$ и $1 < K < 10$ в схему набора вводят специальные элементы — делители напряжения с коэффициентами $0 < \alpha < 1$. В итоге общий коэффициент передачи по каналу с делителем α_i будет равен $K_i = \alpha_i K$ (рис. 1.3).

Для доказательства адекватности математических описаний процессов в модели и в исходном объекте, рассмотрим изменение машинных переменных (напряжений) в схеме рис. 1.3.

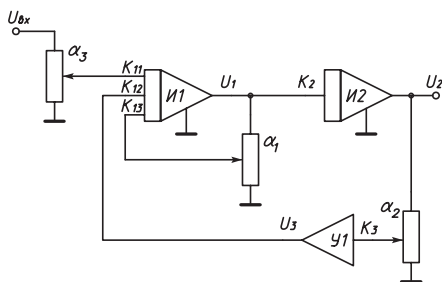


Рис. 1.3.

Если обозначить через $1/p_m$ операцию интегрирования, то значения машинных переменных на выходах решающих элементов схемы набора (рис. 1.3) можно определить следующим образом:

$$\begin{cases} U_1 = -\frac{1}{p_M}(\alpha_3 K_{11} U_c + \alpha_2 K_{12} U_2 + \alpha_1 K_{13} U_1); \\ U_2 = -\frac{1}{p_M}(K_2 U_1); \\ U_3 = -K_3 U_2, \end{cases} \quad (3)$$

где $p_M = d/dt_M$, а t_M — машинное время.

Разрешим систему (3) относительно U_2 . Из второго уравнения системы (3) выразим U_1 через U_2 :

$$U_1 = -p_M U_2 / K_2. \quad (4)$$

Подставив U_1 и U_2 в первое уравнение (3), получим:

$$p_M U_2 / K_2 = \frac{1}{p_M}(\alpha_3 K_{11} U_c - \alpha_2 K_{12} K_3 U_2 - \alpha_1 K_{13} p_M U_2 / K_2)$$

или

$$p_M^2 U_2 = -\alpha_1 K_{13} p_M U_2 - \alpha_2 K_{12} K_2 K_3 U_2 + \alpha_3 K_{11} K_2 U_c. \quad (5)$$

Введём масштабирующие коэффициенты:

$$m_x = U_2 / x, \quad m_c = U_c / c, \quad m_t = t_M / t. \quad (6)$$

Помножив левую и правую части уравнения (5) на m_t^2 / m_x , получим:

$$p^2 x = -\alpha_1 K_{13} m_t p x - \alpha_2 K_{12} K_2 K_3 m_t^2 x + \alpha_3 K_{11} K_2 \frac{m_c}{m_x} m_t^2 c. \quad (7)$$

Для реализации условий работы в реальном времени (требование полунатурных испытаний) необходимо принять $m_t = 1$.

Пусть также $m_x = m_c = 1$.

В результате машинное уравнение (7) можно переписать в виде:

$$\ddot{x} = \alpha_1 K_{13} \dot{x} - \alpha_2 K_{12} K_2 K_3 x + \alpha_3 K_{11} K_2 C. \quad (8)$$

Сравнивая машинное уравнение (8) с исходным уравнением (2), можно заключить, что

$$\alpha_1 K_{13} = a_1 / a_0, \quad \alpha_2 K_{12} K_2 K_3 = a_2 / a_0, \quad \alpha_3 K_{11} K_2 = 1 / a_0. \quad (9)$$

Условия (9) принято называть *индикаторами подобия*. Система (9) разрешима, если принять, например, $K_2 = K_3 = 1$. В этом случае получим:

$$\alpha_1 K_{13} = a_1 / a_0, \quad \alpha_2 K_{12} = a_2 / a_0, \quad \alpha_3 K_{11} = 1 / a_0.$$

Значения коэффициентов передач решающих элементов устанавливаются в соответствующих частях схемы набора и должны обеспечивать адекватность процессов в модели и объекте.

После установления факта адекватности процессов в модели и в заданном объекте необходимо провести требуемые программой работы эксперименты и зафиксировать их результаты. Для фиксации результатов в цифровой форме предусматривается использование персонального компьютера (ПК) и платы сопряжения, содержащей аналогово-цифровой преобразователь (АЦП).

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

В состав экспериментальной установки входят аналоговый вычислительный комплекс АВК-31 и персональный компьютер РС, снабженный устройством связи с объектом (плата L-154).

На рис. 1.4 также показана схема набора решения уравнения (1). Данная схема набора несколько отличается от схемы, приведенной на рис 1.3. Изменения связаны с особенностями конструкции АВК-31.

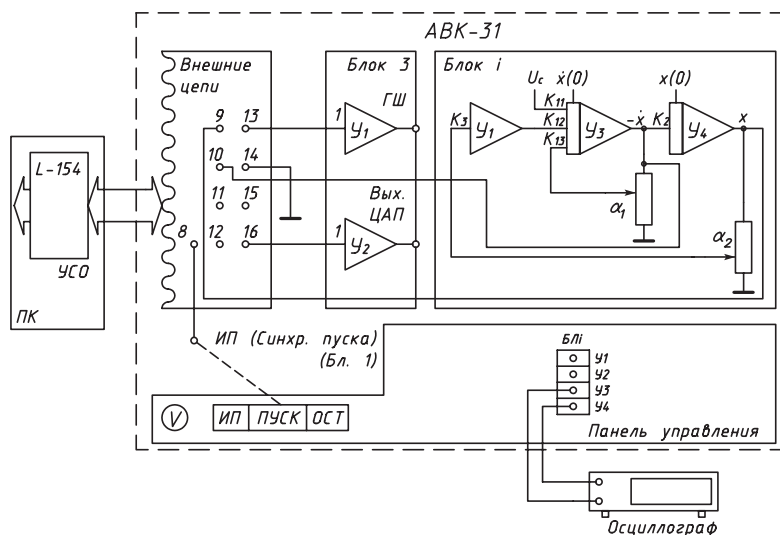


Рис. 1.4.

Для фиксации результатов моделирования в цифровой форме и синхронизации пуска АВК и компьютера необходимо:

- соединить выход интеграторов I_1 и I_2 с контактами соответственно № 10 и № 9 наборного поля «Внешние цепи» АВК;
- проверить наличие соединения сигнала синхронизации запуска АВК (сигнал с точки ИП блока № 1 АВК) с контактом № 8 наборного поля «Внешние цепи».

Экспериментальная установка (рис. 1.4) работает под управлением программы `opros.exe`, входящей в пакет LABKU. После инициализации этой программы управление передается интерактивному меню, последовательное выполнение пунктов которого обеспечивает выполнение программы работы.

Фиксация результатов моделирования производится командами исполняемого файла `opros.exe`.

Файл входит в состав пакета LABKU, размещенного на диске E: и обеспечивает представление результатов в графической и табличной формах.

ПРОГРАММА РАБОТЫ

Выполнение данной работы предусматривается в два этапа.

Этап домашней подготовки

1. По заданным преподавателем параметрам объекта получить аналитическое или машинное решение уравнения, описывающего поведение моделируемого объекта. Решение оформить в табличной и графической формах для $x(t)$ и $dx(t)/dt$. Аналитическое решение будет использоваться в дальнейшем в качестве контрольного решения при проверке адекватности построения модели объекта.

2. Составить схему набора решения задачи на АВК и рассчитать коэффициенты передач решающих элементов этой схемы.

Этап работы в лаборатории

1. Ознакомиться с программой опроса датчиков `opros.exe` и операциями меню, включая способы задания исходных данных, просмотр результатов и их фиксацию в выходных файлах.

2. Собрать схему набора модели объекта и установить полученные ранее коэффициенты передач решающих элементов схемы набора.

3. Сделать пробные пуски модели и с помощью контрольного решения убедиться в адекватности поведения модели и заданного объекта.

4. Собрать схему лабораторной установки (рис. 1.4) и проверить правильность ее работы совместно с персональным компьютером.

Примечание. В частности, при фиксации результатов решения уравнения (1) в цифровой форме число циклов фиксации результатов N следует задавать исходя из условия $N > t_{nn}/T_0$, где t_{nn} — длительность переходного процесса (время решения уравнения (1)), T_0 — период (интервал) опроса датчиков.

5. Выполнить эксперименты с моделью объекта и зафиксировать их результаты в выходном файле.

При этом следует помнить, что все эксперименты должны проводиться при тех же исходных данных, которые использовались и в аналитических расчетах.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи работы;
- описание методики моделирования объектов на АВК;
- схема набора и расчет коэффициентов передач ее решающих элементов;
- результаты аналитического расчета переходных процессов и результаты моделирования в табличной и графической формах;
- оценка относительной погрешности моделирования на АВК-31;
- анализ результатов и выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. В. Анисимов, В. Н. Голубкин, С. В. Петраков. Аналоговые и гибридные ЭВМ / Учебник для вузов. — М.: Высшая школа, 1986.

Приложение

Особенности подменю ввода исходных данных

После выбора в главном меню пункта *Ввод данных* на экране дисплея появится подменю ввода исходных данных, например, следующего вида:

Число датчиков.....	2
Кратность опроса датчика № 1.....	1
Кратность опроса датчика № 2.....	1
Кратность опроса датчика № 3.....	1
Кратность опроса датчика № 4.....	1
Число циклов ввода N.....	50
Период (интервал) опроса T_0 , мс.....	100

Приведенное выше подменю показывает, что опрос датчиков может быть выполнен с различными интервалами (периодами) их опроса.

Примечание. По техническим причинам длительность исследуемых процессов должна быть не менее 1 секунды, т. е. $t_{nn} \geq 1$ с.

Работа № 2

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ РАБОТЫ ПОДСИСТЕМЫ ВВОДА-ВЫВОДА АНАЛОГОВОЙ ИНФОРМАЦИИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

экспериментальное исследование точностных характеристик подсистемы ввода/вывода аналоговой информации в персональную ЭВМ на примере организации подсистемы на базе платы УСО типа L-154.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

В сопроводительных документах к промышленным системам сбора информации и управления точность (погрешность) работы, как правило, указывается в технических характеристиках. Принято считать, что разрядность блоков и системы в целом полностью определяет их точностные показатели. Например, считается, что погрешность работы АЦП можно оценивать погрешностью квантования:

$$\sigma_{\text{кв}}^0 = \frac{\Delta A}{2\sqrt{3}} \quad \text{или} \quad \sigma_{\text{кв}}^y = \frac{\Delta A}{\sqrt{3}},$$

где ΔA — «вес» младшего разряда, причем $\Delta A = \alpha_{\text{АЦП}} = |x|_{\text{max}}/|N|_{\text{max}}$, $\sigma_{\text{кв}}^0$, $\sigma_{\text{кв}}^y$ — среднеквадратические погрешности квантования соответственно при округлении и усечении.

Среднеквадратическая погрешность квантования АЦП, имеющего n_p -разрядную сетку, например, из 11 разрядов, и диапазон входного напряжения $|x|_{\text{max}} = |U|_{\text{max}} = 5,12$ В, в соответствии с приведенными выше соотношениями составит:

$$\sigma_{\text{кв}}^y = \frac{|U|_{\text{max}}}{|N|_{\text{max}}\sqrt{3}} = \frac{5,12}{2047\sqrt{3}} \approx 0,0015 \text{ В},$$
$$\sigma_{\text{кв}}^0 = \frac{|U|_{\text{max}}}{|N|_{\text{max}}2\sqrt{3}} = \frac{5,12}{2047 \cdot 2\sqrt{3}} \approx 0,0008 \text{ В}.$$

Часто реальные условия работы УСО могут потребовать уточнения этих характеристик, например, если приходится использовать УСО в

условиях реально существующих помех. Поэтому крайне желательно в этих случаях получить экспериментальные оценки точностных характеристик УСО на месте его установки.

В данной работе рассматривается один из возможных методов получения таких оценок. Характерной особенностью метода является то, что его реализация не требует использования специальной измерительной аппаратуры.

Как правило, в промышленных УСО применяются многоканальные АЦП и одноканальные ЦАП. В описываемом методе предполагается наличие как минимум двух каналов ввода аналоговой информации.

Один из каналов используется для подачи постоянного входного сигнала x («прямой» сигнал). При этом входной сигнал x , проходя через АЦП, преобразуется в цифровой эквивалент и в таком виде (без какого-либо изменения) передается на вход ЦАП.

С выхода ЦАП в виде аналогового сигнала («обратный» сигнал) он передается на вход второго канала АЦП и еще раз преобразуется в цифровую форму. Результаты как первого, так и второго преобразования запоминаются в памяти ЭВМ (рис. 2.1). Таким образом, в эксперименте используется метод «кольца», внутри которого «вращается испытуемый сигнал».

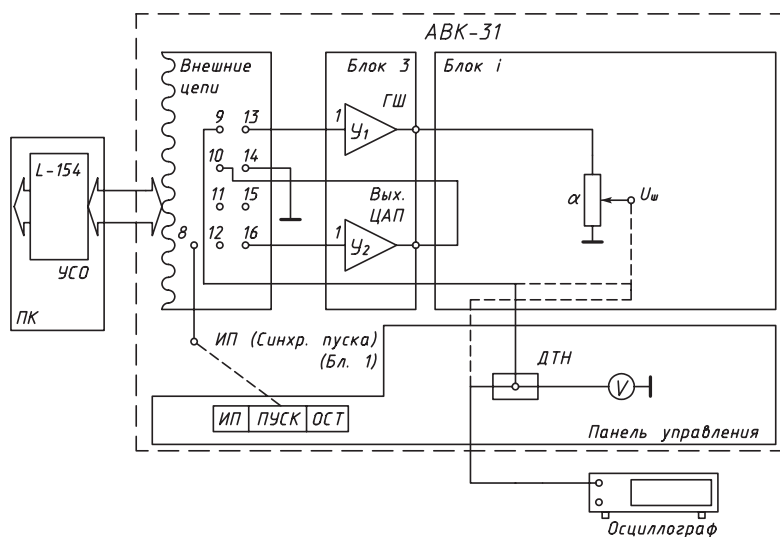


Рис. 2.1.

Точность работы подсистемы ввода-вывода оценивается вычислением среднеквадратических погрешностей (СКП) АЦП и ЦАП.

Вычисление погрешностей СКП1 (σ_1) и СКП2 (σ_2)

Ниже вычисление СКП производится в форме оценок, т. е. приближенно, так как априори предполагается независимость сигналов на входах АЦП и ЦАП.

Если обозначить среднеквадратические погрешности ввода и вывода информации соответственно через $\sigma_1 = \sigma_{\text{вв}}$ и $\sigma_2 = \sigma_{\text{выв}}$, а суммарную среднеквадратическую погрешность преобразования подсистем ввода-вывода «по кольцу» — σ_{Σ} , то при некоррелированности погрешностей уравнение баланса ошибок можно записать в виде:

$$\sigma_{\Sigma}^2 = 2\sigma_1^2 + \sigma_2^2, \quad (1)$$

где $\sigma_1^2 = D(x) = \frac{1}{n-1} \sum_1^n [x(k) - \bar{x}]^2$, n — объем выборки, $D(x)$ — дисперсия, $\bar{x}$ — математическое ожидание x .

В рекуррентной форме выражения для математического ожидания и дисперсии можно получить в следующем виде:

$$M\{x_n\} = \bar{x}_n = \bar{x}_{n-1} + \frac{1}{n}(x_n - \bar{x}_{n-1}); \quad (2)$$

$$D\{x_n\} = D(x_n) = D(x_{n-1}) + \frac{1}{n-1}[(x_n - \bar{x}_n)^2 - D(x_{n-1})], \quad (3)$$

где $M\{x_n\}$ — математическое ожидание x для объема выборки n ; $D\{x_n\}$ — дисперсия x для объема выборки n .

В результате СКП канала ввода (первый канал АЦП):

$$\sigma_{\text{вв}} = \sigma_1 = \sqrt{D(x)} \cong \sqrt{D(x_n)}. \quad (4)$$

Погрешность канала вывода (ЦАП):

$$\sigma_{\text{выв}} = \sigma_2 = \sqrt{\sigma_{\Sigma}^2 - 2\sigma_1^2}, \quad (5)$$

где $\sigma_{\Sigma}^2 = D(x_n)$ для данных второго канала.

Изменяя значения x на входе первого канала (АЦП), можно получить оценку точности (погрешности) работы подсистем ввода-вывода во всем диапазоне возможного изменения сигналов на входе АЦП и ЦАП.

Статические характеристики подсистемы ввода-вывода аналоговой информации можно представить следующим образом:

а) ввод информации — $N_{\text{АЦП}} = N_x = k_1 \bar{U}_x$, где $k_1 = \frac{|N_x|_{\text{max}}}{|U_x|_{\text{max}}}$, $N_{x \text{ max}} = 2048$, $U_{x \text{ max}} = 5,12B$, $\bar{U}_x = M\{U_x\}$;

б) вывод информации — $U_{\text{ЦАП}} = U_y = k_2 N_x$, где $k_2 = \frac{|U_y|_{\text{max}}}{|N_x|_{\text{max}}}$, $U_{y \text{ max}} = 5,12 B$.

Относительные среднеквадратические погрешности можно оценить следующим образом:

$$\gamma_1 = \frac{\sigma_1}{|U_x|_{\text{max}}} \cdot 100\%, \quad (6)$$

$$\gamma_2 = \frac{\sigma_2}{|U_y|_{\text{max}}} \cdot 100\%. \quad (7)$$

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Программа экспериментального исследования точностных характеристик подсистемы ввода/вывода аналоговой информации реализуется на цифро-аналоговом комплексе. Схема соединений комплекса показана на рис. 2.1.

Входной сигнал с датчика тестовых напряжений (ДТН) подается на контакт № 9 наборного поля *Внешние цепи* и попадает в персональный компьютер, где преобразуется в цифровой код. Этот код затем направляется в ЦАП. С выхода ЦАП сигнал через контакт № 10 вновь проходит через АЦП, преобразуется в цифровой код и фиксируется в выходном файле.

Пунктиром на рис. 2.1 показаны изменения в схеме эксперимента, которые необходимо сделать при исследовании сигнала с шумом. Сигнал генератора белого шума снимается с гнезда «ГШ» блока № 3 АВК.

Программное обеспечение, реализующее все операции (преобразования и фиксацию результатов) реализовано в виде исполнительного файла `trvv.exe` (каталог LABKU). Результаты каждого из экспериментов фиксируются в выходном файле `trvv.out`. Следует отметить, что в выходном файле фиксируются только математические ожидания и дисперсии переменных. Полная выборка измеренного значения содержится в таблице, но в выходном файле не фиксируется.

ПРОГРАММА ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Экспериментальное исследование точностных характеристик предусматривает выполнение следующих работ:

- снятие статических характеристик АЦП и ЦАП, т. е. получение зависимостей вида $N_{\text{ацп}} = k_1 U_x$ и $U_{\text{цап}} = k_2 N_x$.

- при снятии статических характеристик получить точностные характеристики вида $\sigma_1(U_x)$, $\sigma_2(N_x)$, γ_1 , γ_2 .

Перед началом экспериментов необходимо составить план их проведения и согласовать его с преподавателем.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи работы;
- методика экспериментальной оценки точностных характеристик;
- схема экспериментальной установки;
- результаты экспериментов в табличной и графической формах;
- анализ полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Бабко, В. С. Королев, Р. П. Строганов. Компьютерное управление техническими системами / Учебное пособие. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003.

Работа № 3

ИССЛЕДОВАНИЕ РЕКУРРЕНТНЫХ АЛГОРИТМОВ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ СИГНАЛОВ МЕТОДОМ УСРЕДНЕНИЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

знакомство с различными алгоритмами цифровой фильтрации сигналов методом усреднения и исследование эффективности их работы в условиях, когда на полезный сигнал наложена помеха типа «белого шума» с нулевым математическим ожиданием и регулируемой дисперсией.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА АЛГОРИТМОВ ЦИФРОВОЙ ФИЛЬТРАЦИИ МЕТОДОМ УСРЕДНЕНИЯ

В общем виде модель фильтрации может быть представлена следующим образом (рис. 3.1).

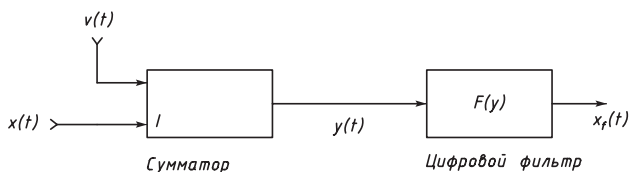


Рис. 3.1.

На рис. 3.1 обозначены: $x(t)$ — полезный сигнал, $v(t)$ — сигнал помехи типа белого шума, $y(t) = x(t) + v(t)$ — реальный сигнал, $x_f(t)$ — выходной сигнал фильтра.

Требуется построить фильтр таким образом, чтобы $x_f(t) = x(t)$, т. е. устранить или существенно ослабить сигнал помехи $v(t)$.

Применительно к системам управления источником шумов в сигналах могут быть: частотные возмущения, действующие на объект управ-

ления; помехи измерения, вызванные, например, вибрацией, электронные наводки, возникающие при передаче измеряемого сигнала.

Для ослабления или устранения шумов в сигналах применяются аналоговые или цифровые фильтры. Их эффективность существенно зависит от спектральных характеристик полезного сигнала $x(t)$ и сигнала помехи $v(t)$.

Если частотные спектры полезного сигнала и помехи пересекаются, то выполнение условия (1) принципиально невозможно. В этом случае задача фильтрации заключается в том, чтобы существенно не искажая полезный сигнал $x(t)$, максимально ослабить сигнал помехи.

Простейшими цифровыми фильтрами являются фильтры низкой частоты, выполняющие фильтрацию по методу усреднения сигналов. Наибольшее распространение получили фильтры, использующие:

- рекуррентный алгоритм усреднения с бесконечной памятью;
- рекуррентный алгоритм усреднения с постоянным коэффициентом коррекции;
- рекуррентный алгоритм усреднения с конечной памятью.

Рекуррентный алгоритм усреднения с бесконечной памятью

Назначение фильтра — выделение постоянной составляющей полезного сигнала на фоне помех.

Математическая формулировка

Пусть T_0 — период квантования сигнала (обычно T_0 выбирается постоянным), $t_d = kT_0$ — дискретное время, а k — порядковый номер кванта времени. При $T_0 = \text{const}$ дискретное время принято измерять числом квантов T_0 , т. е. $t_d = kT_0 \equiv (k)$.

С учетом введенных обозначений уравнение выходного сигнала можно записать в виде:

$$y(k) = x(k) + v(k). \quad (1)$$

Так как $x(t) = \text{const} = C$, то

$$y(t) = C + v(t). \quad (2)$$

Для моментов времени NT_0 и $(N-1)T_0$ усредненное значение x_f можно записать в виде:

$$\begin{cases} x_f(N) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N y(k); \\ x_f(N-1) = \frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^{N-1} y(k). \end{cases} \quad (3)$$

Систему (3) перепишем следующим образом:

$$\begin{cases} Nx_f(N) = \sum_{k=1}^N y(k); \\ (N-1)x_f(N-1) = \sum_{k=1}^{N-1} y(k). \end{cases} \quad (4)$$

Из (4) следует, что

$$Nx_f(N) - (N-1)x_f(N-1) = y(N)$$

или

$$Nx_f(N) = Nx_f(N-1) - x_f(N-1) + y(N).$$

В результате выражение для выходного сигнала фильтра в рекуррентной форме можно записать в виде:

$$x_f(N) = x_f(N-1) + \frac{1}{N}[y(N) - x_f(N-1)], \quad (5)$$

где $\frac{1}{N}[y(N) - x_f(N-1)]$ — корректирующий член при переходе от $(N-1)$ -го к N -му циклу измерения, N — коэффициент коррекции.

Очевидно, что в (5) величина корректирующего члена уменьшается с ростом N и при ограниченных по величине значениях $x(k)$ и $y(k)$. В результате можно записать:

$$x_f(N) = x_f(N-1) \quad \text{при} \quad N \rightarrow \infty,$$

т. е. данный фильтр обеспечивает выделение постоянной составляющей C , имеющейся во входном сигнале $y(t) = C + v(t)$.

Рекуррентный алгоритм усреднения с постоянным коэффициентом коррекции

Назначение фильтра — выделение низкочастотных составляющих входного полезного сигнала на фоне помех.

Математическая формулировка

Рекуррентный алгоритм усреднения с постоянным коэффициентом коррекции можно получить, если в уравнении (5) потребовать выполнения условия $N = N_1 = \text{const}$, т. е. сделать корректирующий коэффициент постоянным.

Тогда для k -го момента дискретного времени уравнение (5) можно записать в виде:

$$x_f(k) = x_f(k-1) + \frac{1}{N_1} [y(k) - x_f(k-1)]. \quad (6)$$

Алгоритм (6) при малых периодах квантования T_0 эквивалентен алгоритму низкочастотного аналогового фильтра первого порядка, реализующего выделение низкочастотного полезного сигнала по методу экспоненциального сглаживания с передаточной функцией:

$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = \frac{1}{Tp + 1}. \quad (7)$$

Действительно, если принять, что $N_1 = T/T_0$, то уравнение (6) можно переписать в виде

$$T \frac{x_f(k) - x_f(k-1)}{T_0} + x(k-1) = y(k). \quad (8)$$

При переходе к непрерывному времени и замене конечной разности производной получим

$$T \frac{dx_f}{dt} + x(t) = y(t), \quad (9)$$

откуда

$$G(p) = \frac{x_f(p)}{y(p)} = \frac{1}{Tp + 1}. \quad (10)$$

Примечание. Следует отметить, что в общем случае частотные характеристики аналоговых и дискретных фильтров существенно отличаются в высокочастотных частях спектра [2].

Рекуррентный алгоритм усреднения с конечной памятью

Назначение фильтра — выделение низкочастотных составляющих входного сигнала с использованием усреднения только ограниченного числа его последних измерений.

Математическая формулировка

Рекуррентный алгоритм усреднения с конечной памятью реализует идею усреднения только m последних измерений входного сигнала. Формализацию этой идеи в виде рекуррентного алгоритма можно выполнить следующим образом.

Для k -го момента дискретного времени усреднение m измерений входного сигнала будет:

$$x_f(k) = \frac{1}{m} \sum_{i=k-m+1}^k y(i). \quad (11)$$

Та же операция, но для $(k-1)$ -го момента времени:

$$x_f(k-1) = \frac{1}{m} \sum_{i=k-m}^{k-1} y(i), \quad (12)$$

откуда

$$x_f(k) - x_f(k-1) = \frac{1}{m} [y(k) - y(k-m)]$$

или

$$x_f(k) = x_f(k-1) + \frac{1}{m} [y(k) - y(k-m)], \quad (13)$$

где $y(k-m)$ — измеренный в $(k-m)$ -й момент времени входной сигнал, $y(k)$ — измеренный в k -й момент времени входной сигнал, m — коэффициент коррекции, $x_f(0)$ — начальное значение x_f при $k=1$.

Алгоритм (13) при малых периодах квантования T_0 эквивалентен известному алгоритму фильтрации аналоговых сигналов по методу «скользящего среднего».

Отличительной особенностью рекуррентного алгоритма усреднения с конечной памятью от ранее рассмотренных алгоритмов является структура корректирующего члена $(1/m)[y(k) - y(k-m)]$, учитывающего только граничные значения входного сигнала на интервале mT_0 .

Оценка эффективности цифровой фильтрации методом усреднения

Под эффективностью цифровой фильтрации будем понимать меру снижения уровня помех на выходе фильтра по сравнению с уровнем помех в сигнале на входе фильтра.

Количественно оценку эффективности z будем определять как отношение квадрата среднеквадратической погрешности помехи на входе

фильтра к квадрату среднеквадратической погрешности помехи на выходе фильтра, т. е.

$$z = \frac{\sigma_{\text{вх}}^2}{\sigma_{\text{вых}}^2} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - x_i)^2}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_{fi} - x_{pi})^2} = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - x_i)^2}{(x_{fi} - x_{pi})^2}, \quad (14)$$

где y_i — зашумленный сигнал на входе фильтра в i -й момент времени, x_i — полезный (незашумленный) сигнал на входе фильтра в i -й момент времени, x_{fi} — сигнал на выходе фильтра в i -й момент времени, x_{pi} — полезный сигнал на выходе фильтра в i -й момент времени.

Если предположить, что в (14) x_i и x_{pi} соответствуют математическому ожиданию y_i и x_{fi} в i -й точке, то по аналогии с формулами для оценок дисперсии в теории вероятности будем считать $\sigma_{\text{вх}}^2$ и $\sigma_{\text{вых}}^2$ дисперсиями сигналов помех на входе и на выходе фильтра.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ И МЕТОДИКИ ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

Исследование цифровых фильтров производится на цифро-аналоговом комплексе. Формирование аналоговых сигналов на входы фильтров производится средствами АВК-31 и генератором белого шума с равномерным спектром и гауссовым распределением мгновенных значений выходного напряжения. Аналоговые сигналы x , v , y обрабатываются персональным компьютером, снабженным устройством связи с объектом (УСО) на базе платы L-154.

Программные средства проведения исследования оформлены в виде исполнительного модуля `flt.exe` (пакет LABKU). Режим работы программы — реальное время, что позволяет в максимальной степени приблизить эксперименты к реальным условиям обработки входных сигналов.

Управление операциями производится путем инициализации определенных пунктов меню. Поэтому перед запуском программы необходимо ознакомиться с содержанием меню и способами использования каждого из его пунктов. Следует также отметить, что тип фильтра для исследования выбирается заданием значения ключа F следующим образом:

- 1 — фильтр с бесконечной памятью;
- 2 — фильтр с постоянным коэффициентом коррекции;
- 3 — фильтр с конечной памятью.

Лабораторная установка предусматривает возможность задания как постоянного, так и изменяющегося во времени полезного сигнала (см. рис. 3.2)

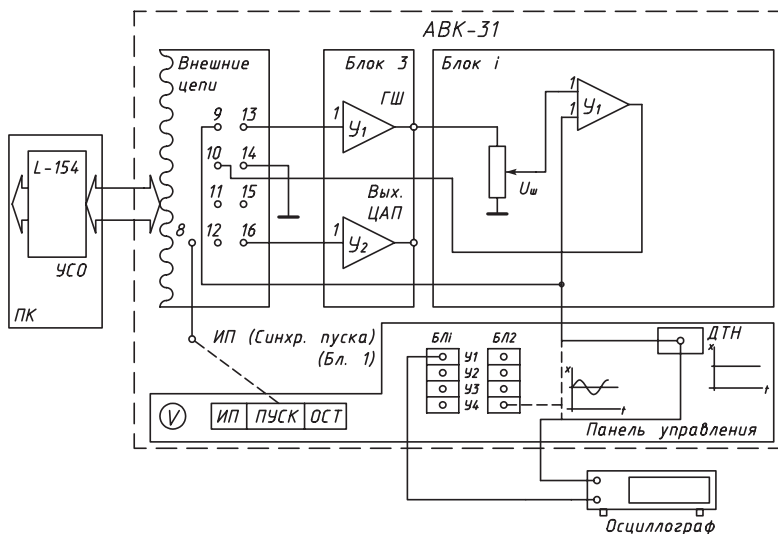


Рис. 3.2.

Примечания

1. По заданию преподавателя виды входных полезных сигналов могут быть расширены.
2. Амплитуда входного сигнала должна выбираться из условий работы фильтра в линейной области.
3. При реализации схем экспериментов следует обратить внимание на знаки входных сигналов.

СХЕМЫ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Схема эксперимента с постоянным воздействием приведена на рис. 3.2. Схема эксперимента с меняющимся во времени полезным сигналом отличается от нее способом коммутации элементов лабораторной установки (пунктирная линия на рис. 3.2).

ПРОГРАММА РАБОТЫ

- Ознакомиться с алгоритмами цифровой фильтрации сигналов методом усреднения.
- Исследовать фильтрацию зашумленного постоянного сигнала при вариациях объема выборки.

- Исследовать фильтрацию изменяющегося во времени полезного сигнала при вариациях как объема выборки, так и параметров N_1 , m , T_0 .

Значения сигналов помехи задаются преподавателем.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи исследования;
- описание алгоритмов цифровой фильтрации методом усреднения;
- схемы экспериментов;
- результаты экспериментов в табличной и графической формах;
- анализ полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Бабко, В. С. Королев, Р. П. Строганов. Компьютерное управление техническими системами / Учебное пособие. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003.
2. Р. Изерман. Цифровые системы управления. — М.: Мир, 1984.

Работа № 4

СИНТЕЗ АЛГОРИТМА СИСТЕМЫ ПРОГРАММНО-ЛОГИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

знакомство с методикой синтеза алгоритмов программно-логического управления на примере управления пассажирским лифтом.

КРАТКОЕ ОПИСАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ПРОГРАММНО-ЛОГИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ И ЭТАПОВ ЕГО СИНТЕЗА

Программным управлением принято называть управление, реализующее изменение состояния объекта или процесса строго в соответствии с заранее заданной программой. Программно-логическое управление (далее ПЛ-управление) является разновидностью программного управления и отличается от него наличием элементов обратной связи. В случае ПЛ-управления последовательность реализации операций алгоритма строится в зависимости от текущего состояния и выполнения ряда условий, как внешних, так и в объекте управления.

Обычно ПЛ-управление применяется для реализации режимов пуска и остановки сложных или ответственных объектов или систем (турбины большой мощности, ракетные комплексы и т. п.). В качестве примера такой системы рассматривается система программно-логического управления пассажирским лифтом.

Для синтеза ПЛ-управления лифтом необходимо задать:

- перечень органов управления лифтом;
- дисциплины обслуживания заявок;
- таблицу возможных состояний лифта;
- таблицу переходов лифта из одного состояния в другое;
- информационное обеспечение функционирования лифта.

Органами управления и исполнительными устройствами лифта являются (рис. 4.1):

- кнопки вызова кабины лифта на этажах;
- кнопки назначения внутри кабины;

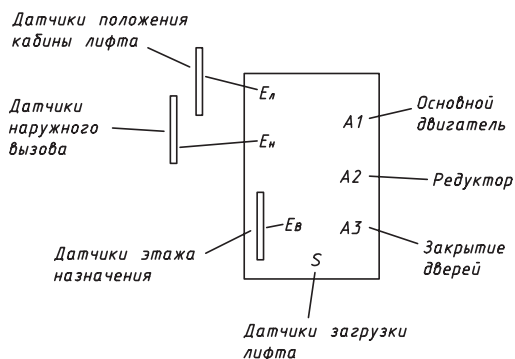


Рис. 4.1.

- кнопка сигнала аварийно остановки;
- двигатели закрытия дверей лифта;
- основной двигатель подъёма/спуска лифта;
- информационное табло и звуковые сигналы.

Пусть в системе ПЛ-управления лифтом предусмотрены следующие информационные сигналы (рис. 4.1):

$E_{\text{л}}$ — сигнал положения лифта относительно этажей;

$E_{\text{н}}$ — сигнал наружного вызова;

$E_{\text{в}}$ — сигнал внутреннего вызова (сигнал назначения);

$A1$ — сигнал включения основного двигателя лифта, $\overline{A1}$ — двигатель отключен;

$A2$ — сигнал реверса (движение вверх — $A2$; движение вниз — $\overline{A2}$);

$A3$ — сигнал закрытия дверей (двери закрыть — $A3$; двери открыть — $\overline{A3}$);

S — сигнал загрузки лифта (лифт загружен — S ; лифт не загружен — $\overline{S}$);

$\Delta = N_{\text{н}} - N_{\text{л}} > 0$ или $\Delta = N_{\text{в}} - N_{\text{л}} > 0$ — направление движения кабины вверх;

$\Delta = N_{\text{н}} - N_{\text{л}} < 0$ или $\Delta = N_{\text{в}} - N_{\text{л}} < 0$ — направление движения кабины вниз;

$\Delta = 0$ — кабина лифта находится на этаже вызова остановки.

Так как лифт относится к устройствам массового обслуживания, то для синтеза алгоритма ПЛ-управления необходимо задать дисциплины обслуживания заявок. Пусть для определённости в рассматриваемом случае будет реализована дисциплина «первый пришёл — первый обслужен». Последнее означает, что вызовы кабины с нескольких этажей

одновременно будут реализовываться последовательно, т. е. первой будет выполнена заявка, зафиксированная первой. Остальные заявки игнорируются, но запоминаются и будут выполнены в дальнейшем. При этом после выполнения первой заявки по той же дисциплине обслуживания выполняются и другие заявки. Заявки назначения, подаваемые из кабины лифта, если их выполнение требует одного направления движения кабины (вверх или вниз), будут обслуживаться последовательно, начиная с этажа, ближайшего по отношению к положению кабины лифта. Заявки другого направления, если по времени они поступили позже, будут выполнены после завершения выполнения первой группы заявок.

Таким образом, в случае разнонаправленных заявок из кабины дисциплины обслуживания такие же, как и дисциплины обслуживания внешних заявок, но в отношении групп заявок, отличающихся по направлениям относительно положения кабины лифта.

Кабина снабжена кнопкой аварийной остановки и сигнализацией её возникновения. В лифте предусматривается контроль его загрузки. Движение лифта при перегрузке невозможно до тех пор, пока «лишние» пассажиры не выйдут из кабины. Информация о перегрузке выводится на специальное табло.

Исполнительными органами системы ПЛ-управления лифтом являются электрические двигатели. Они обеспечивают открытие и закрытие дверей, а также движение кабины в заданном заявками направлении. Двигатели работают в старт-стопном режиме. Поэтому в данной работе будем предполагать, что сформированные алгоритмом сигналы достаточны для имитации их выполнения исполнительными органами (двигателями). В алгоритме следует учитывать необходимость введения задержки по времени закрытия дверей лифта, требуемой для входа и выхода пассажиров. Необходимо обеспечить блокировки запросов в соответствии с принятой дисциплиной обслуживания. С учётом принятых выше требований, можно выделить следующие этапы синтеза алгоритма ПЛ-управления лифтом.

1 этап. Исходя из технического задания на систему ПЛ-управления, составляется таблица возможных состояний лифта (см., например, табл. 1).

2 этап. На основании конкретных условий работы объекта и дисциплины обслуживания составляется таблица переходов объекта (лифта) из одного состояния в другое и их формализация в виде логических уравнений [1].

Переходы из состояния C_i в C_j и обратно записываются в виде $\Pi_i - j$ и $\Pi_j - i$ соответственно. Логические условия выполнения перехода записываются в форме достижения истинности логического уравнения

№ состояний	Состояния
1	Лифт стоит, не загружен, двери закрыты — $C1 = (\overline{A1} \cdot \overline{S} \cdot A3)$
2	Лифт стоит, не загружен, двери открыты — $C2 = (\overline{A1} \cdot \overline{S} \cdot \overline{A3})$
3	Лифт стоит, загружен, двери открыты — $C3 = (\overline{A1} \cdot S \cdot \overline{A3})$
4	Лифт стоит, загружен, двери закрыты — $C4 = (\overline{A1} \cdot S \cdot A3)$
5	Лифт движется вверх, не загружен, закрыт — $C5 = (A1 \cdot A2 \cdot \overline{S} \cdot A3)$
6	Лифт движется вниз, не загружен, закрыт — $C6 = (A1 \cdot \overline{A2} \cdot \overline{S} \cdot A3)$
7	Лифт движется вверх, загружен, закрыт — $C7 = (A1 \cdot A2 \cdot S \cdot A3)$
8	Лифт движется вниз, загружен, закрыт — $C8 = (A1 \cdot \overline{A2} \cdot S \cdot A3)$

$\Pi i - j = 1$ или $\Pi j - i = 1$. Например, условия перехода из $C1$ в $C2$ и обратно могут быть описаны логическими уравнениями: $\Pi 1 - 2 = E_n \cdot \overline{A1} \cdot S \cdot A3$; $\Pi 2 - 1 = \overline{E_n} \cdot \overline{A1} \cdot \overline{S} \cdot \overline{A3}$.

3 этап. Составляется направленный граф состояний и переходов (см., например, рис. 4.2).

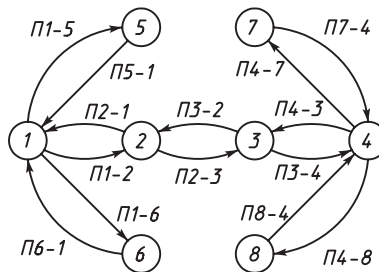


Рис. 4.2.

4 этап. Формируется алгоритм ПЛ-управления для его реализации средствами компьютерной техники.

В данной работе эти этапы выполняются по результатам анализа функционирования имитационной модели лифта, реализованной программными средствами на персональном компьютере.

Исследование выполняется в интерактивном режиме. Оператор (студент) на основании экспериментов с моделью имеет возможность получить все данные, необходимые для выполнения каждого из перечисленных выше этапов синтеза, включая и формулировку технического задания.

ОПИСАНИЕ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ ЛИФТА

Имитационная модель лифта обеспечивает воспроизведение основных режимов ПЛ-управления лифтом в многоквартирном доме (гостинице). Модель снабжена достаточно удобным графическим интерфейсом, позволяющим в наглядной форме имитировать как статические состояния лифта, так и необходимые информационные сообщения. Модель реализована в среде программирования Delphi и может функционировать под управлением операционной системы Windows.

Программы моделирования собраны в каталоге SIMLIFT, размещенном на диске E:. Для работы с моделью необходимо в каталоге SIMLIFT найти и запустить исполнительный модуль Simlift.exe.

После активизации модуля Simlift.exe на экране монитора появится заставка «СИМУЛЯТОР ЛИФТА» с тремя кнопками в нижней ее части: «Запуск», «Выход», «О программе».

Щелчок левой кнопкой мыши по кнопке «Запуск» этой заставки активизирует основной программный модуль модели лифта — так называемое «Основное окно программы» (рис. 4.3).

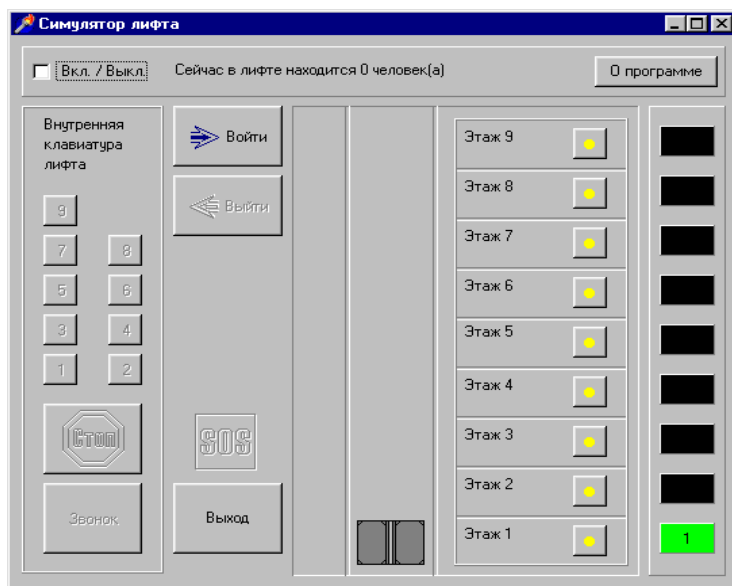


Рис. 4.3.

При этом на экране монитора отображаются: внешняя (вызовов) и внутренняя (назначений) клавиатуры, шахта лифта с кабиной, различного рода кнопки и информационные табло. Затемненный цвет кабины лифта означает то, что двери лифта закрыты. При открытых дверях цвет кабины меняется на светлый. Справа на рис. 4.3 располагается световая индикация положения кабины лифта относительно этажей. Слева изображены кнопки клавиатуры задания этажа назначения, а также кнопки включения звукового сигнала аварийной остановки («Звонок»), кнопка-табло «Стоп», информационные табло «Перегрузка» и «SOS».

В верхней части основного окна (рис. 4.3) имеются кнопки «Войти» и «Выйти», имитирующие соответственно загрузку и освобождение пассажирами кабины лифта.

Окно «Вкл./Выкл.» используется для включения или выключения модели лифта. Кнопка «Выход», расположенная внизу, обеспечивает выход из программы `Simlift.exe`.

Кнопка-табло «Стоп» модели лифта принадлежит к кнопкам внутренней клавиатуры кабины. Она становится активной только тогда, когда в кабине находятся пассажиры. Исключением является ситуация, когда кнопка «Стоп» становится активной при ненагруженном лифте при остановке кабины на этаже назначения и открытии дверей кабины. Активизация кнопки «Стоп» в этой ситуации используется для моделирования аварии при ненагруженном и неподвижном лифте. Сообщение о возникновении аварийной ситуации генерируется щелчком левой кнопкой мыши по кнопке «Звонок».

Для включения имитационной модели лифта в работу необходимо установить флажок «✓» в окне «Вкл./Выкл.» основного окна программы. Затем кнопкой «Настройка» вызвать спускающееся меню и выбрать команду «Параметры».

В открывшемся окне задать два параметра: время задержки закрытия дверей лифта и допустимую загрузку кабины.

Программирование и отладка модели выполнены Д. Золотаревым.

МЕТОДИКА И ПРОГРАММА ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Для нормального выполнения программы необходимо в каталоге `SIMLIFT`, кроме `simlift.exe`, иметь следующие файлы:

`doors.bmp`, `doorsout.bmp`, `glbut.bmp`, `glbut1.bmp`, `in1.bmp`,
`nosos.bmp`, `noves.bmp`, `out1.bmp`, `sos.bmp`, `stopd.bmp`,
`ves.bmp`, `welcome.bmp`, `sl.ico`, `snabout.txt`.

В данной работе изучение методики синтеза систем ПЛ-управления разделено на две части. Первая часть предполагает изучение теоретических основ синтеза систем ПЛ-управления. Вторая часть предполагает уточнение результатов первой части путем учета технологических особенностей функционирования конкретного объекта ПЛ-управления. Для этого используется компьютерная имитационная модель объекта.

Первая часть работы выполняется в процессе домашней подготовки. При этом используются литературные источники (например, [1]).

Вторая часть включает проверку основных положений теории ПЛ-управления и выполнение требований технологии работы объекта. Решение этих задач предполагается выполнить в процессе экспериментов с компьютерной моделью лифта. Для выполнения этой части работы необходимо:

- ознакомиться с компьютерной моделью лифта и методикой работы на этой модели;
- составить план проведения необходимых экспериментов и последовательность их выполнения с тем, чтобы определить:
 - возможные состояния лифта,
 - условия перехода из одного состояния в другое,
 - принятую дисциплину обслуживания для различных ситуаций в системе,
 - необходимые информационные сообщения, отражающие текущее состояние системы для случаев нормальной работы и блокировок при аварийных ситуациях.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи работы;
- краткое описание методики проведения исследования;
- таблицы состояний и переходов, включая логические уравнения реализации переходов;
- граф состояний и переходов;
- алгоритм ПЛ-управления лифтом;
- выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Бабко, В. С. Королев, Р. П. Строганов. Компьютерное управление техническими системами / Учебное пособие. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003.

Работа № 5

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМЫ КОМПЬЮТЕРНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ПИД-РЕГУЛЯТОРОМ

ЦЕЛИ РАБОТЫ:

- изучение алгоритмических способов и особенностей формирования управляющих воздействий цифровыми ПИД-регуляторами (промышленными регуляторами);
- ознакомление с организацией цифрового управления на примере систем, реализующих типовые законы промышленных регуляторов;
- исследование влияния параметров систем цифрового управления на устойчивость системы и качество процессов управления.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В большинстве промышленных САУ обеспечение требуемых показателей качества управления достигается использованием пропорционально-интегрально-дифференциального закона (ПИД-закона) или комбинацией составляющих этого закона. Основным достоинством такого алгоритма является малое количество настраиваемых параметров. Это коэффициенты передачи по пропорциональной K_p , интегральной K_i и дифференциальной K_d составляющим закона управления.

Уравнение ПИД-регуляторов (в непрерывной форме) можно записать в виде:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(k) dk + K_d \frac{de(t)}{dt}, \quad (1)$$

где $e(t) = x_{уст} - x(t)$ — рассогласование управляемой координаты и уставки (ошибка управления).

В дискретной форме при использовании интегрирования по методу прямоугольников и замене дифференцирования операцией взятия конечной разности, уравнение (1) можно записать в виде:

$$u(kT_0) \equiv u(k) = K_{\text{п}}e(k) + K_{\text{ид}} \sum_{i=0}^{k-1} e(i) + K_{\text{дд}}(e(k) - e(k-1)), \quad (2)$$

где $K_{\text{ид}} = T_0/T = K_{\text{и}}T_0$, $K_{\text{дд}} = T_{\text{д}}/T_0 = K_{\text{д}}/T_0$, $K_{\text{и}} = 1/T$, $K_{\text{д}} = T_{\text{д}}$.

В рекуррентной форме ПИД-закон имеет вид:

$$u(k) = u(k-1) + q_1e(k) + q_2e(k-1) + q_3e(k-2),$$

где $q_1 = K_{\text{п}} + K_{\text{дд}}$, $q_2 = K_{\text{ид}} - K_{\text{п}} - 2K_{\text{дд}}$, $q_3 = K_{\text{дд}}$.

Начальное значение рекуррентной формы можно получить, положив $k = 0$:

$$u(0) = q_1e(0) = (K_{\text{п}} + K_{\text{дд}})e(0).$$

Изменяя коэффициенты $K_{\text{п}}$, $K_{\text{ид}}$, $K_{\text{дд}}$, можно получить рекуррентную форму для П-, ПИ-, ПД-, И- законов управления.

Выбор настроек коэффициентов $K_{\text{п}}$, $K_{\text{ид}}$, $K_{\text{дд}}$ из условия обеспечения устойчивости дискретных систем с линейными стационарными объектами

Пусть линейный многомерный стационарный объект управления описывается векторно-матричным уравнением:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0 \quad (3)$$

и уравнением выхода:

$$y(t) = Cx(t),$$

где $x \in R^n$ — вектор состояния объекта, $y \in R^p$ — вектор выхода, $u \in R^m$ — вектор управления, $A \in R^{n \times n}$ — матрица параметров объекта, $B \in R^{n \times m}$ — матрица управления, $C \in R^{p \times n}$ — матрица выхода.

Из теории управления известно, что вектор состояния объекта:

$$x(t) = \Phi(t)x_0 + \int_0^t \Phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau, \quad (4)$$

где $\Phi(t)$ — переходная матрица состояния. Для линейных стационарных объектов

$$\Phi(t) = e^{At}, \quad e^{At} = \sum_{v=0}^{\infty} \frac{(At)^v}{v!} = E + \frac{At}{1!} + \frac{A^2t^2}{2!} + \dots,$$

где E — единичная матрица.

Для дискретных систем при $kT_0 \leq t < (k+1)T_0$ и использовании фиксатора нулевого порядка

$$u(t) = u(kT_0) \equiv u(k) = \text{const.}$$

Для упрощения записи формул, учитывая, что $T_0 = \text{const}$, принято $(k+1)T_0 = k+1$, $kT_0 \equiv k$.

Если принять $x(kT_0)$ за начальное состояние объекта, то для интервала $(k+1)T_0 > t \geq kT_0$ уравнение (4) можно записать в виде:

$$x(t) = \Phi(t - kT_0)x(kT_0) + \int_{kT_0}^t \Phi(t - \tau)Bu(kT_0)d\tau.$$

Для дискретного момента времени $t = (k+1)T_0$ получим

$$\begin{aligned} \Phi((k+1)T_0 - kT_0) &= \Phi(T_0) = e^{AT_0} = H, \\ x((k+1)T_0) &= e^{AT_0}x(kT_0) + Bu(kT_0) \int_{t=kT_0}^{t=(k+1)T_0} e^{A((k-1)T_0-\tau)} d\tau, \end{aligned}$$

причем

$$\begin{aligned} \int_{t=k}^{t=k+1} e^{A((k+1)T_0-\tau)} d\tau &= e^{A(k+1)T_0} (e^{-A(k+1)T_0} - e^{-AkT_0}) (-A)^{-1} = \\ &= ET_0 + \frac{AT_0^2}{2!} + \frac{AT_0^3}{3!} + \dots = F. \end{aligned}$$

В результате модель системы (3) в дискретном времени можно записать в виде:

$$x(k+1) = Hx(k) + FBu(k), \quad x(0) = x_0. \quad (5)$$

Уравнение (5), описывающее динамику перехода системы из точки $x(k)$ в точку $x(k+1)$, является алгебраическим векторно-матричным уравнением.

При использовании ПИД-закона для случая, когда $t = kT_0 \equiv k$, управление $u(k)$ можно представить следующим образом:

$$u(k) = -[K_{\text{п}}x(k) + K_{\text{дл}}(x(k+1) - x(k)) + K_{\text{ид}} \sum_{i=0}^{k-1} x(i)]. \quad (6)$$

Обозначим $u^n(k) = \sum_{i=0}^{k-1} x(i)$, тогда выражение (6) следует записать в виде:

$$u(k) = -[K_{\text{п}}x(k) + K_{\text{дд}}(x(k+1) - x(k)) + K_{\text{ид}}u^n(k)]. \quad (7)$$

Подставив (7) в (5), после очевидных преобразований, получим:

$$\begin{cases} x(k+1) = (E + FBK_{\text{дд}})^{-1}[(H - FBK_{\text{п}} + FBK_{\text{дд}})x(k) - FBK_{\text{ид}}u^n(k)]; \\ u^n(k+1) = x(k) + u^n(k). \end{cases} \quad (8)$$

Обозначим

$$\begin{aligned} (E + FBK_{\text{дд}})^{-1}[H - FB(K_{\text{п}} - K_{\text{дд}})] &= \tilde{H}, \\ -(E + FBK_{\text{дд}})^{-1}FBK_{\text{ид}}u^n(k) &= \tilde{B}. \end{aligned}$$

Тогда систему (8) можно переписать в виде:

$$\begin{cases} x(k+1) = \tilde{H}x(k) + \tilde{B}u^n(k); \\ u^n(k+1) = x(k) + u^n(k). \end{cases} \quad (9)$$

Обозначим

$$\hat{x}(k+1) = \begin{bmatrix} x(k+1) \\ u^n(k+1) \end{bmatrix}; \quad \hat{H} = \begin{bmatrix} \tilde{H} & \tilde{B} \\ E & E \end{bmatrix}.$$

В результате система (9) примет вид:

$$\hat{x}(k+1) = \hat{H}\hat{x}(k), \quad \hat{x}(0) = x_0. \quad (10)$$

Уравнение (10) является линейным однородным алгебраическим векторно-матричным уравнением и описывает собственное движение системы с ПИД-регулятором из точки x_0 в точку $x = 0$.

Как известно, для устойчивости дискретной системы необходимо, чтобы все собственные числа λ блочной матрицы $\hat{H}$ по модулю были меньше единицы:

$$|\lambda_i| < 1, \quad i = 1, \dots, n. \quad (11)$$

Собственные числа матрицы $\hat{H}$ являются корнями характеристического уравнения:

$$\det(\hat{H} - \lambda E) = 0. \quad (12)$$

Если раскрыть определитель (12), то можно получить уравнение, в котором в явном виде будут присутствовать не только параметры объекта, но и настроечные параметры ПИД-регулятора:

$$\{(E + FBK_{\text{дд}})^{-1}[H - FB(K_{\text{п}} - K_{\text{дд}})] - \lambda E\}(E - \lambda E) + (E + FBK_{\text{дд}})^{-1}FBK_{\text{дд}} = 0. \quad (13)$$

Так как вычисление собственных чисел матрицы при большой ее размерности является достаточно сложной проблемой, обычно для решения проблемы устойчивости применяют известные из ТАУ критерии устойчивости непрерывных систем. Например, для использования критерия Гурвица необходимо применить билинейное преобразование вида

$$\lambda = (\omega + 1)/(\omega - 1).$$

Это преобразование переводит внутреннюю область единичного круга комплексной переменной λ в левую полуплоскость комплексной переменной ω . При этом для устойчивости требуется, чтобы $\text{Re}(\omega_i) < 0$.

Выбор коэффициентов ПИД-регулятора из условий обеспечения требуемого качества переходного процесса

Аналитических способов определения настраиваемых параметров ПИД-регуляторов, обеспечивающих требуемое качество переходного процесса в общем случае не существует. Последнее связано с тем, что структура таких регуляторов жестко определена. В пределах такой структуры не всегда возможно реализовать требуемое качество. Для систем с фиксированной структурой управляющих устройств наибольшее распространение при решении задач обеспечения требуемого качества получил метод моделирования.

Идея метода заключается в том, что в пределах полученной ранее области устойчивости на модели системы определяются варианты конкретных значений настраиваемых параметров регулятора, обеспечивающие требуемое качество (или близкое к нему) переходного процесса. Этот метод предполагается использовать и в данной работе.

ПРОГРАММА ПЕРВОЙ ЧАСТИ РАБОТЫ

Первая часть работы предусматривает исследование собственно ПИД-регулятора при подаче на его вход типовых сигналов (ступенчатого, линейно-возрастающего и синусоидального). При этом необходимо проверить формирование как отдельных составляющих управляющего сигнала, так и их комбинаций. Исследование сигналов управления $U(t)$ проводится для различных значений $K_{\text{п}}$, $K_{\text{и}}$, $K_{\text{д}}$, T_0 , $x_{\text{уст}}$.

Для выполнения этого этапа работы необходимо:

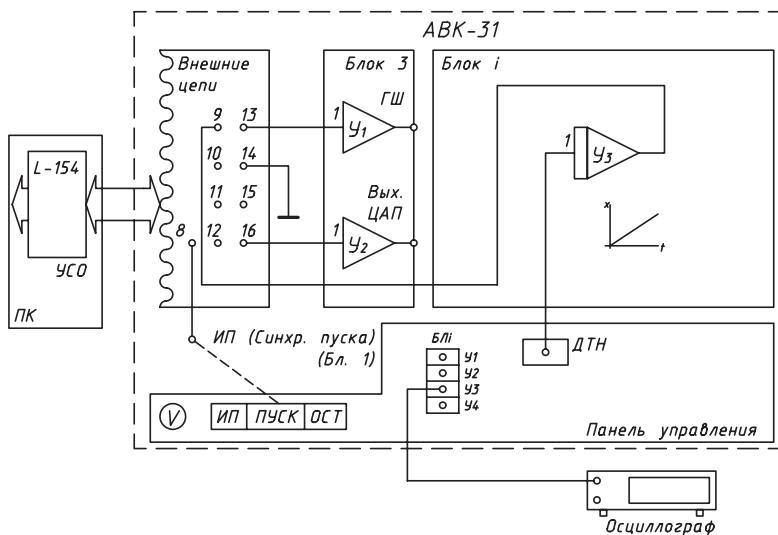


Рис. 5.2.

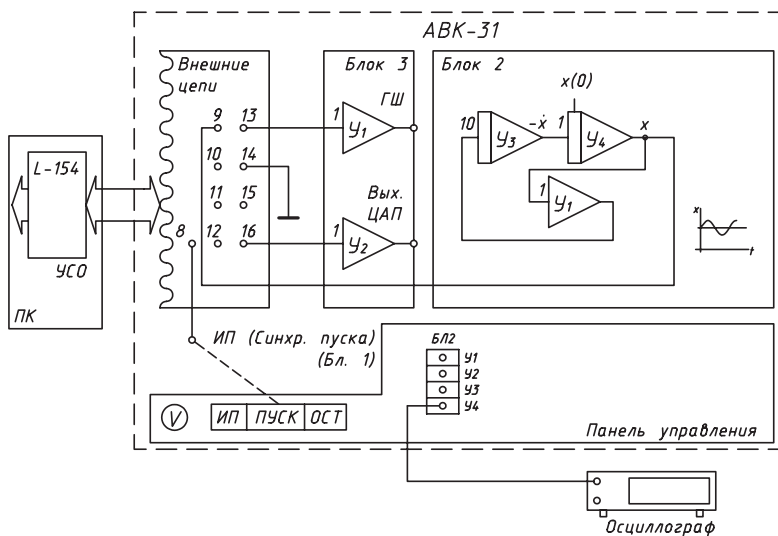


Рис. 5.3.

ПРОГРАММА ВТОРОЙ ЧАСТИ РАБОТЫ

Во второй части работы проводится исследование системы с ПИД-регулятором в замкнутом состоянии. В число таких исследований входит рассмотрение проблем устойчивости и обеспечения качества переходных процессов.

Исследование устойчивости системы

При домашней подготовке для заданного преподавателем объекта управления и типа регулятора необходимо произвести анализ устойчивости заданной цифровой системы и построить область устойчивости системы в координатах настраиваемых параметров регулятора.

Переход от дифференциального уравнения объекта к уравнениям состояния описан в приложении.

После этого в лаборатории с использованием модели системы управления надо экспериментально проверить результаты расчетов, для чего:

1. Собрать схему исследования.

Для примера на рис. 5.4 приведена схема лабораторной установки, моделирующей систему цифрового управления с объектом первого порядка. Для определения параметров элементов схемы набора следует воспользоваться методикой их расчета, описанной в работе № 1.

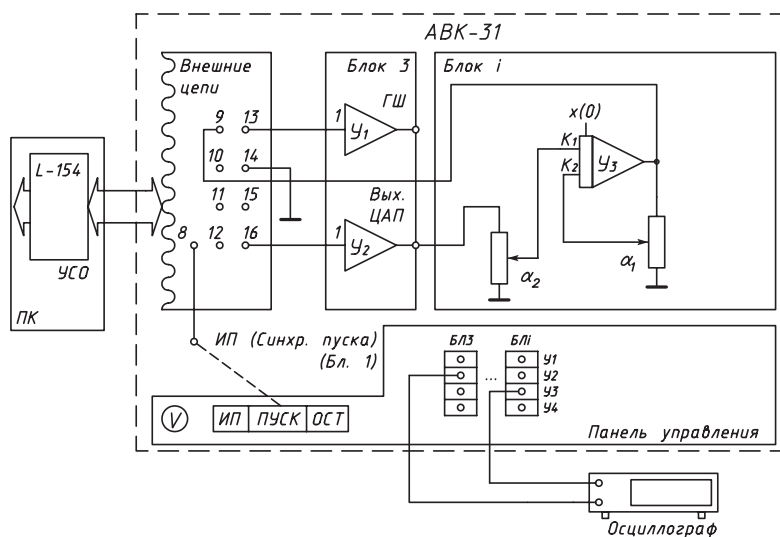


Рис. 5.4.

2. Провести пробные пуски АВК-31 и, используя программу `przu.exe`, убедиться в адекватности собранной схемы исходному объекту.

3. Замкнуть систему, произвести пробные пуски замкнутой системы и убедиться в корректности ее работы.

4. Экспериментально определить границы области устойчивости, изменяя значения коэффициентов: $K_{\text{п}}$ ($K_{\text{ид}} = \text{const}$, $K_{\text{дд}} = \text{const}$); $K_{\text{ид}}$ ($K_{\text{п}} = \text{const}$, $K_{\text{дд}} = \text{const}$); $K_{\text{дд}}$ ($K_{\text{п}} = \text{const}$, $K_{\text{ид}} = \text{const}$); $T_0 = \text{const}$.

Сравнить результаты с расчетными.

Исследование влияния параметров регулятора на качество переходных процессов

Исследование качества процессов управления производится для объекта второго порядка (рис. 5.5). В первую очередь следует определить, какой процесс будет считаться желательным, составить план проведения данного исследования и согласовать его с преподавателем. Затем выполнить исследование и зафиксировать результаты.

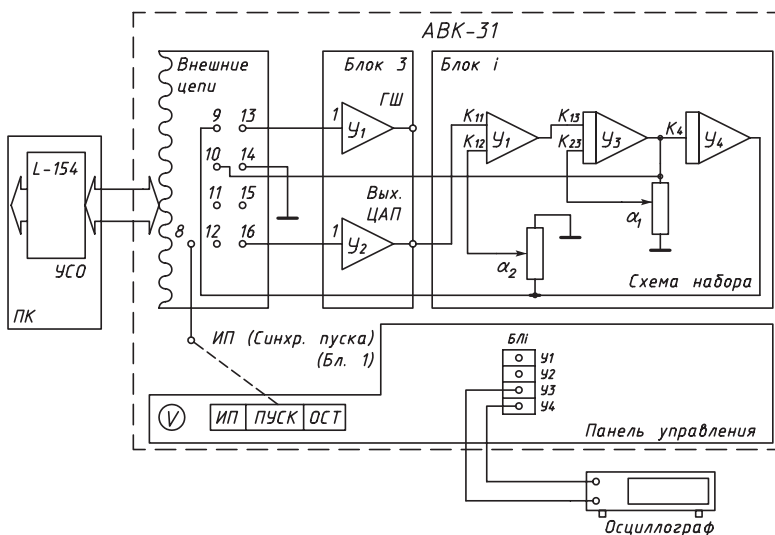


Рис. 5.5.

При выполнении экспериментальных исследований следует обеспечивать работу системы в линейной области.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА ПО ВТОРОЙ ЧАСТИ РАБОТЫ

- цели и задачи исследования;
- схема лабораторной установки;
- результаты аналитического анализа устойчивости;
- результаты экспериментов в табличной и графической формах;
- анализ полученных результатов, выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Бабко, В. С. Королев, Р. П. Строганов. Компьютерное управление техническими системами / Учебное пособие. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003.

Приложение

Переход от скалярной формы записи дифференциального уравнения к векторно-матричной форме

а) Объект второго порядка описывается дифференциальным уравнением

$$\ddot{x} = -\frac{a_1}{a_0}\dot{x} - \frac{a_2}{a_0}x + bu. \quad (1)$$

Обозначим $x_1 = x$, $x_2 = \dot{x}_1$, тогда

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = \ddot{x}, \quad \dot{x}_2 = -\frac{a_2}{a_0}x_1 - \frac{a_1}{a_0}x_2 + bu.$$

Описание объекта в терминах пространства состояний:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2/a_0 & -a_1/a_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b/a_0 \end{bmatrix} u$$

или

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad X(0) = X_0, \quad (2)$$

где

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2/a_0 & -a_1/a_0 \end{bmatrix};$$

$$B = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ b/a_0 \end{bmatrix}.$$

б) Объект первого порядка описывается дифференциальным уравнением:

$$a_0 \dot{x} + a_1 x = bu, \quad x(0) = x_0,$$

или

$$\dot{x} = -\frac{a_1}{a_0}x + \frac{b}{a_0}u.$$

Описание объекта в терминах пространства состояния:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0) = x_0,$$

где

$$A = -\frac{a_1}{a_0}, \quad B = \frac{b}{a_0}.$$

Особенности представления математических моделей дискретных (цифровых) систем управления

Рассматриваются линейные стационарные системы управления аналоговыми объектами. Управление реализуется цифровыми регуляторами, использующими постоянный интервал квантования сигналов ($T_0 = \text{const}$), а для восстановления аналогового сигнала — фиксатор нулевого порядка.

Как показано в [1], поведение такой системы можно описать следующим векторно-матричным уравнением:

$$x((k+1)T_0) = Hx(kT_0) + FBu(kT_0), \quad x(k=0) = x_0, \quad (3)$$

или, учитывая постоянство T_0 :

$$x(k+1) = Hx(k) + FBu(k),$$

где $x \in R^n$ — вектор координат состояния объекта, $u \in R^m$ — вектор управления, $A \in R^{n \times n}$ — матрица параметров аналогового объекта, $H \in R^{n \times n}$ — матрица параметров «дискретного» объекта ($H = e^{AT_0}$ — матричная экспонента), $B \in R^{n \times m}$ — матрица передачи управления в аналоговой системе, $FB \in R^{n \times m}$ — матрица передачи управления в дискретной системе, где

$$F = \int_{kT_0}^{(k+1)T_0} e^{A((k+1)T_0 - \tau)} d\tau = ET_0 + \frac{AT_0^2}{2!} + \frac{AT_0^3}{3!} + \dots \quad (4)$$

1. Особенностью приведенных выше уравнений является их алгебраический характер. Следует напомнить, что они используются для описания динамических процессов в системах компьютерного управления.

Как известно, для анализа алгебраических моделей необходимо использовать средства матричной алгебры. В частности, при анализе устойчивости компьютерных систем, если не использовать описанный выше метод билинейного преобразования, необходимо решать проблему вычисления собственных чисел матрицы $\hat{H}$ (см. работу № 5, уравнение (10)).

2. Выражение (4) можно использовать только при применении в компьютерной системе фиксатора нулевого порядка, обеспечивающего постоянство сигнала управления на интервале $kT_0 \leq \Delta t \leq (k+1)T_0$.

Работа № 6

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С «ВНЕШНИМ» ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

оценивание влияния запаздывания на качество процессов управления, реализуемого промышленными регуляторами. Запаздывание следует рассмотреть в случаях:

- задержка по входному сигналу или задержка сигнала управления;
- задержка по выходному сигналу или задержка по измерению.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Внешним запаздыванием будем называть задержку сигнала элементами системы внешними по отношению к управляющему устройству. Этот вид запаздывания также называют транспортным или чистым. Как правило, внешнее запаздывание обусловлено задержками передачи сигналов от управляющего устройства (регулятора) к объекту и от объекта — к регулятору в системах телеуправления и телеизмерения.

Модели объектов с запаздыванием τ на входе и выходе дискретной системы можно представить в виде:

а) модель с задержкой по входу:

$$\begin{aligned}x[k+1] &= Ax[k] + bu[k-d]; \\ y[k] &= c^T x[k];\end{aligned}\tag{1}$$

б) модель с задержкой по выходу:

$$\begin{aligned}x[k+1] &= Ax[k] + bu[k]; \\ y[k] &= c^T x[k-d];\end{aligned}$$

или

$$\begin{aligned}x[k+1] &= Ax[k] + bu[k]; \\ y[k+d] &= c^T x[k].\end{aligned}\tag{2}$$

В (1) и (2) обозначены: x — координаты состояния, y — измеряемые координаты, u — управление, k — дискретное время в единицах T_0 ($k = 1, 2, 3, \dots$), d — задержка τ в единицах T_0 ($d = 1, 2, 3, \dots$).

Запаздывание можно представить в виде совокупности d единичных задержек, помещаемых на входе или на выходе системы.

На рис. 6.1а и рис. 6.1б приведены структурные схемы объекта управления с задержкой соответственно на входе и на выходе.

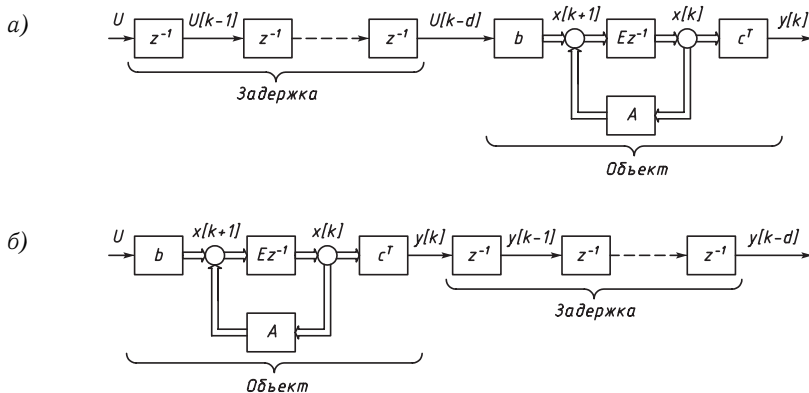


Рис. 6.1.

Элементы $z^{-1} = e^{-T_0 S}$ на рис. 6.1а и рис. 6.1б означают задержку информации на один интервал квантования T_0 .

В целом структуры систем с задержкой по входу и выходу показаны на рис. 6.2а и рис. 6.2б.

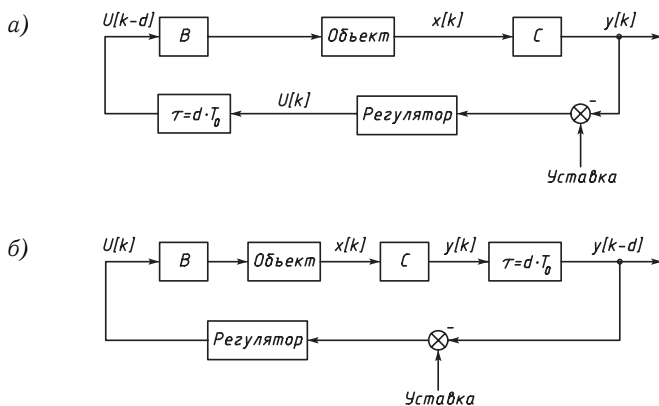


Рис. 6.2.

МЕТОДИКА И ПРОГРАММА ИССЛЕДОВАНИЯ

Исследование систем с запаздыванием производится на цифро-аналоговом комплексе в режиме реального времени. Объект управления и элементы запаздывания моделируются средствами вычислительной техники (аналоговой и цифровой). Управляющее устройство (регулятор) является реальным программно реализуемым на персональном компьютере устройством, снабженным УСО на базе платы L-154. Регулятор системы реализует управление по ПИД-закону. Запаздывание моделируется путем использования программируемых линий задержки, которые могут быть установлены как в канале управления, так и в канале измерения. Возможна установка задержек одновременно в каналах измерения и управления. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 6.3.

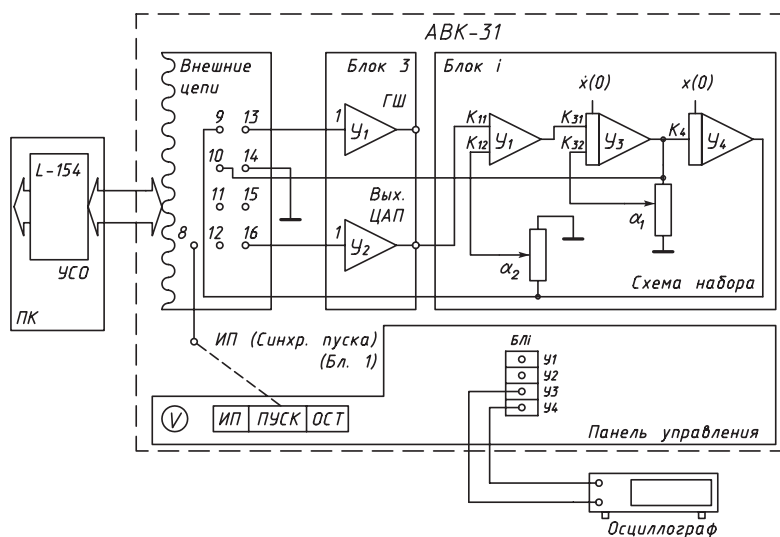


Рис. 6.3.

Исследовательский комплекс снабжен специальной программой `delay.exe`, реализующей интерактивное взаимодействие с пользователем через графический интерфейс в форме многоуровневого меню.

Программа позволяет задавать величину запаздывания τ , кратную периоду квантования T_0 .

В данной работе сначала исследуется система без запаздывания, а затем — с различными типами и параметрами задержек.

Программа выполнения работы включает подготовительный этап и этап непосредственного выполнения исследования.

Перед началом работы необходимо составить план исследования и согласовать его с преподавателем.

ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

- ознакомление с методикой проведения исследования и лабораторной установкой;
- составление схемы набора модели объекта и определение коэффициентов передач решающих элементов;
- реализацию схемы набора на АВК-31 и установление факта адекватности модели и объекта;
- реализацию схемы лабораторной установки (рис. 6.3) и ознакомление с использованием программы `delay.exe`.

ЭТАП ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ

Для заданных преподавателем параметров объекта и периода квантования получить и зафиксировать переходные процессы в замкнутой системе без запаздывания и с запаздыванием в двух режимах работы:

- в режиме свободного движения возмущенной системы при нулевой уставке;
- в режиме внешнего возмущения, задаваемого сигналом с ДТН либо путем изменения уставки.

Примечание. Величина возмущения должна выбираться из условия работы системы в линейной области.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цель работы;
- описание методики проведения работы;
- схема лабораторной установки;
- результаты исследования в табличной и графической формах;
- анализ полученных результатов и выводы.

Особенности подменю ввода исходных данных

В данной работе содержание главного меню не отличается от описанного ранее. Поэтому ниже остановимся лишь на описании содержимого его первого пункта — подменю ввода данных.

Подменю Ввод данных

Номер датчика.....	1
Число циклов ввода.....	100
Период опроса T_0 , мс.....	100
Уставка, В.....	00
Минимальное управление.....	-5,1
Максимальное управление.....	5,1
Пропорциональная составляющая....	1,0
Дифференциальная составляющая....	0,0
Интегральная составляющая.....	0,0
Порядок системы.....	2
Задержка по управлению (кр. T_0)....	5
Задержка по наблюдению (кр. T_0)..	0,0

Работа № 7

ТРАНСПОНИРОВАНИЕ ЧАСТОТЫ ПРИ КВАНТОВАНИИ В КОМПЬЮТЕРНЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

изучение эффектов транспонирования частоты, возникающих при квантовании по времени сигналов, имеющих высокочастотную помеху.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Под термином «транспонирование частоты» понимается преобразование сигнала из одного частотного спектра в другой. В частности, при квантовании непрерывных сигналов по времени высокочастотный сигнал транспонируется в низко- или ультранизкочастотный сигнал, что может существенно повлиять на поведение системы в целом.

Как известно, при квантовании непрерывный сигнал представляется в виде некоторой решетчатой функции. Очевидно, что весьма важно знать, какие условия необходимо соблюдать, чтобы такое преобразование было выполнено без потери исходной информации. Для периодического квантования эти условия определяются теоремой Шеннона—Котельникова:

Непрерывный сигнал, преобразование Фурье которого равно нулю вне интервала $(-\omega_m, \omega_m)$ однозначно представляется своими значениями в равноотстоящих точках, если частота квантования $\omega_0 \geq 2\omega_m$, где ω_m — частота наивысшей гармоники непрерывного сигнала. При этом исходный непрерывный сигнал $f(t)$ может быть восстановлен из дискретного сигнала $\varphi(kT_0)$ по интерполяционной формуле:

$$f(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \varphi(kT_0) \frac{\sin \omega_0(t - kT_0)/2}{\omega_0(t - kT_0)/2}, \quad (1)$$

где T_0 — период квантования, выбранный из условия теоремы Шеннона—Котельникова, k — порядковый номер очередной дискреты $\varphi(kT_0)$.

Следует отметить, что восстановление непрерывного сигнала по формуле (1) неприменимо для компьютерных систем управления реальным временем. Последнее обусловлено тем, что выражение (1) не носит причинно-следственный характер. По этой причине выбор частоты периодического квантования в компьютерных системах управления производится из других соображений, а восстановление непрерывного сигнала — по более простой формуле. Как правило, используется причинно-следственное приближение вида:

$$f(t) = \varphi(kT_0) \quad \text{для} \quad kT_0 \leq t < (k+1)T_0. \quad (2)$$

Восстановление (2) принято называть приближением нулевого порядка или нулевым фиксатором. Очевидно, что восстановление в соответствии с формулой (2) представляет сигнал $f(t)$ в виде кусочно-постоянного сигнала на интервалах $kT_0 \leq t < (k+1)T_0$ равным значениям сигнала в начале k -го интервала.

Пусть сигнал $y(t)$, снимаемый с датчиков информации о состоянии объекта или процесса, содержит кроме основного (полезного) сигнала $x(t)$ также и высокочастотную помеху $x_n(t)$, т. е.:

$$y(t) = x(t) + x_n(t).$$

Если объект инерционный, то для непрерывных САУ наличие высокочастотной помехи $x_n(t)$ в сигнале $y(t)$ во многих случаях не может существенно повлиять на поведение системы, так как сам объект является естественным фильтром высокочастотных составляющих сигнала. Для КСУ это утверждение не всегда справедливо. В случае неудачного выбора частоты квантования в таких системах возможно транспонирование высокочастотного сигнала в низкочастотный сигнал, амплитуда которого в пределе может быть равна амплитуде высокочастотной помехи. В результате даже при нулевом полезном сигнале можно наблюдать появление необъяснимых, на первый взгляд, колебаний на выходе системы.

В задачу этой работы входит экспериментальное исследование эффекта квантования сигналов по времени, приводящего к транспонированию высокочастотного сигнала помехи в ультранизкочастотный сигнал.

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

Пусть с целью упрощения и наглядности эксперимента модель сигнала будет представлена в виде:

$$y(t) = x(t) + A_n \sin \omega_n t.$$

В данной модели помеха $x_n(t) = A_n \sin \omega_n t$ представлена в виде моночастотного сигнала, имеющего амплитуду A_n и угловую частоту $\omega_n = 2\pi f_n$.

Пусть условия эксперимента позволяют изменять частоту квантования $\omega_0 = 2\pi/T_0$. Последнее означает, что опрос датчиков сигнала $y(t)$ может производиться в условиях как формального выполнения теоремы Шеннона—Котельникова, так и при нарушении этих условий. При этом априори предполагается, что полезный сигнал принадлежит к типу низкочастотных сигналов. Далее рассматривается случай, когда $x(t) = 0$. Последнее для КСУ означает рассмотрение влияния квантования помех в условиях установившегося состояния системы.

С учетом сделанных выше предположений транспонированный квантованием сигнал будет зависеть от соотношения частот ω_n и ω_0 . Его частота будет определяться формулой $\omega_T = \omega_0 - \omega_n$.

При вариации частоты квантования ω_0 в пределах $0 < \omega_0 \leq \omega_n$ частота транспонированного сигнала ω_T будет изменяться в пределах $0 < \omega_T \leq \omega_n$. Как показывают исследования, наиболее наглядно эффект транспонирования частоты проявляется для случаев, когда $T_0 \approx (0,55 \div 0,9)T_n$, где T_n — период гармонического сигнала помехи. В этом случае помеха транспонируется в низкочастотный сигнал с частотой $\omega_T = (0,18 \div 0,11)\omega_n$ и амплитудой, приблизительно равной амплитуде сигнала помехи.

На рис. 7.1 приведена схема экспериментальной установки для исследования эффектов транспонирования частоты. В состав установки входят: генератор гармонического сигнала помехи X_n , датчики сигналов (контакты № 9—12 наборного поля «Внешние цепи» АВК-31, персональный компьютер, устройство связи с объектом и осциллограф.

Программная часть работы основана на использовании известной из работы № 1 программы `opros.exe` циклического опроса датчиков с различными периодами, но кратными минимальному периоду.

Программа входит в состав пакета LABKU.

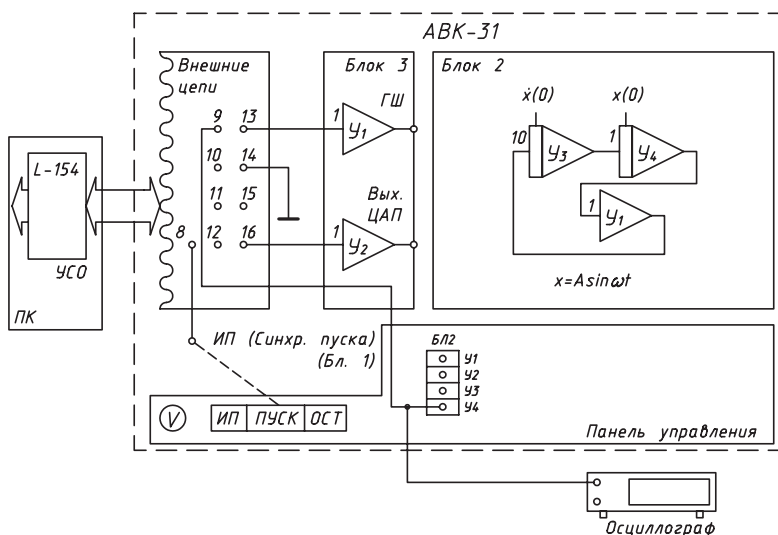


Рис. 7.1.

ПРОГРАММА ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Ознакомиться с элементами схемы эксперимента и проверить работу генератора помех. Амплитуда помех не должна превышать 4 В. Замерить или рассчитать частоту сигнала $x_n(t)$.
2. Собрать схему эксперимента (рис. 7.1).
3. Инициализировать программу `opros.exe`.
4. Включить питание АВК-31 и проверить правильность подачи сигналов.

5. Ознакомиться с главным меню программы `opros.exe` и определить необходимые для экспериментов исходные данные. При этом следует учесть, что в исследовании должны присутствовать эксперименты с квантованием сигналов как удовлетворяющим условиям теоремы Шеннона—Котельникова, так и не удовлетворяющим этим условиям вплоть до значений $T_0 = (0,85 \div 0,9)T_n$.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи исследования;
- схема лабораторной установки и описание методики проведения исследования;

- результаты исследования в табличной и графической формах;
- анализ полученных результатов и выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Остром, Б. Виттенмарк. Системы управления с ЭВМ. — М.: Мир, 1987.

Работа № 8

СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЛК-УПРАВЛЕНИЯ В НЕПРЕРЫВНОМ ВРЕМЕНИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

изучение методики синтеза системы оптимального терминального управления в непрерывном времени с интегральным квадратичным критерием качества, а также исследование работы системы.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Данная работа предполагает решение двух различных, хотя и связанных между собой задач. Первая задача — изучение методики синтеза оптимальной обратной связи (регулятора), т. е. теории решения ЛК-проблемы оптимального управления. Вторая задача — исследование работоспособности и особенностей поведения синтезированной системы.

Синтез алгоритма вычисления оптимальных коэффициентов обратной связи

В основу синтеза оптимальной ОС в данной работе положен метод итерационного решения нелинейного матричного уравнения Риккати путем сведения его к матричному линейному уравнению Ляпунова. Пусть имеется многомерный линейный стационарный объект, описываемый векторно-матричным уравнением вида:

$$z(t) = Ax(t) + Bu(t), \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

где $x \in R^n$ — вектор координат объекта, $A \in R^{n \times n}$ — матрица параметров объекта, $B \in R^{n \times m}$ — матрица управления, $u \in R^m$ — вектор управления.

Необходимо синтезировать управление, обеспечивающее перевод объекта из некоторого начального состояния $x(t_0) \neq 0$ в заданное конечное состояние $x(t_f) = 0$ и минимизацию целевого функционала вида

$$J(u(t)) = \min \int_{t_0}^{t_f} [x^T Q x + u^T R u] dt, \quad (2)$$

где Q и R — симметричные неотрицательно определённые диагональные матрицы ($Q \in R^{n \times n}$, $R \in R^{m \times m}$).

В теории управления эта задача известна как линейно-квадратичная (ЛК) проблема оптимального управления.

Её решение позволяет определить параметры ОС (регуляторов), обеспечивающей наилучшие процессы в смысле минимального значения функционала (2).

Решение ЛК-проблемы для стационарных систем, как известно из теории оптимизации, может быть получено путем решения алгебраического матричного квадратного уравнения Риккати вида

$$A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = 0, \quad (3)$$

где S — квадратная положительно определённая симметричная матрица.

В результате находится оптимальное значение матрицы S^* и матрицы оптимальных коэффициентов ОС:

$$K^* = R^{-1}B^T S^*. \quad (4)$$

Оптимальное управление формируется в виде:

$$u^*(t) = -K^* x(t), \quad (5)$$

т. е. в форме пропорциональной ОС по всем координатам вектора состояния [1].

Итак, требуется решить нелинейную векторно-матричную систему вида:

$$\begin{cases} A^T S + SA - SBR^{-1}B^T S + Q = 0; \\ K = R^{-1}B^T S. \end{cases} \quad (6)$$

Решение системы (6) можно получить итерационным способом, предварительно преобразовав ее к линейной форме.

Для этого помножим второе уравнение (6) слева на R :

$$RK = RR^{-1}B^T S = B^T S. \quad (7)$$

Учитывая симметричность матриц S и R , его можно переписать в виде

$$K^T R = SB. \quad (7a)$$

В результате первое уравнение (6) можно преобразовать к виду:

$$A^T S + SA - K^T R R^{-1} R K + Q = 0$$

или

$$A^T S + SA - K^T R K + Q = 0. \quad (8)$$

Если предположить, что K и K^T известны, то уравнение (8) является линейным относительно S и может быть решено итерационным способом.

Начальные значения коэффициентов K должны выбираться из условия обеспечения устойчивости замкнутой системы [1]. Для этого в уравнение (8) необходимо ввести параметры замкнутой системы управления. Учитывая (5), уравнение (1) перепишем в виде:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) = Ax(t) + B(-Kx(t)) = \\ &= (A - BK)x(t) = A_z x(t), \quad x(t_0) = x_0, \end{aligned} \quad (9)$$

где $A_z = A - BK$ — матрица параметров замкнутой системы. Отсюда

$$A = A_z + BK. \quad (10)$$

Подставив (10) в (8) и учитывая (7), получим

$$\begin{aligned} A_z^T S + SA_z + K^T R K - K^T R K - K^T R K + Q &= 0 \\ \text{или } A_z^T S + SA_z + K^T R K + Q &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Так как Q — симметричная положительно определённая матрица, а $K^T R K$ — квадратичная форма, где R — положительно определённая матрица (или скаляр), то $W = K^T R K + Q$ также является симметричной положительно определённой матрицей.

В результате уравнение (11) преобразуется к уравнению, известному в теории управления как уравнение Ляпунова:

$$A_z^T S + SA_z = -W. \quad (12)$$

Решение уравнения Ляпунова методом прямого интегрирования

Как известно, решение уравнения Ляпунова для устойчивой матрицы A_z будет иметь вид:

$$S = \int_0^x e^{A_z^T t} W e^{A_z t} dt \quad (13)$$

или

$$S = \int_0^x e^{A_z^T t} W e^{A_z t} dt = \lim_{h \rightarrow 0} h \sum_{k=0}^x e^{A_z^T k h} W e^{A_z k h}. \quad (14)$$

Численное решение уравнения (14) требует вычисления матричных экспонент $e^{A_z h}$. Как показано в [1], матричная экспонента может быть аппроксимирована следующим образом:

$$e^{A_z h} = \Lambda = [(12E - 6hA_z + h^2 A_z^2)^{-1} (12E + 6hA_z + h^2 A_z^2)]. \quad (15)$$

При выборе $h > 0$ матрица $(12E - 6hA_z + h^2 A_z^2)^{-1}$ является неособенной и всегда существует. Обозначим $e^{A_z k h} = \Lambda^k$. Тогда выражение (14) можно записать в виде

$$\begin{aligned} S &= h[W + \Lambda^T W \Lambda + (\Lambda^T)^2 W \Lambda^2 + \dots + (\Lambda^T)^k W \Lambda^k + \dots] = \\ &= W_0 + \Lambda^T W_0 \Lambda + (\Lambda^T)^2 W_0 \Lambda^2 + \dots + (\Lambda^T)^k W_0 \Lambda^k + \dots, \end{aligned} \quad (16)$$

где $W_0 = hW$.

Если частичные суммы из (16) обозначить через S_k , то рекуррентную форму вычисления S можно представить следующим образом:

$$S_k = S_{k-1} + \Delta S_k, \quad (17)$$

где

$$\Delta S_k = \Lambda^T \Delta S_{k-1} \Lambda; \quad \Delta S_0 = W_0. \quad (18)$$

При реализации данной рекуррентной процедуры параметр k в формулах (16), (17), (18) конечен и определяется требуемой точностью вычисления S . Значение h рекомендуется выбирать из условия:

$$h = \frac{1}{200|\lambda(A_z)|},$$

где $\lambda(A_z)$ — доминирующее собственное значение матрицы A_z .

Описанный выше метод численного решения уравнения Ляпунова (17) позволяет сформулировать алгоритм решения уравнения Риккати и определить матрицу оптимальных коэффициентов ОС, реализующих условия минимизации интегрального квадратичного критерия (2).

Алгоритм решения уравнения Риккати

Исходные данные: матрицы A и B , начальные значения коэффициентов ОС (матрица $K(0)$), матрицы Q и R , значение шага интегрирования h и точность вычисления ε , $m = 0$ — номер исходной итерации.

Шаг 1. $m = m + 1, k = 1$.

Шаг 2. Для значения m определить

$$Az(m) = A - BK(m - 1); W(m) = Q + KT(m - 1)RK(m - 1).$$

Шаг 3. Вычислить первый сомножитель представления матричной экспоненты $e^{A_z h}$:

$$\Lambda_1(m) = (12E - 6hA_z + h^2 A_z^2)^{-1}.$$

Шаг 4. Определить второй сомножитель представления $e^{A_z h}$:

$$\Lambda_2(m) = (12E + 6hA_z + h^2 A_z^2).$$

Шаг 5. Определить значение матричной экспоненты на m -й итерации:

$$\Lambda(m) = \Lambda_1(m)\Lambda_2(m).$$

Шаг 6. Получить $S_{k-1} = \Delta S_{k-1} = hW(m)$.

Шаг 7. Определить $\Delta S_k = (\Lambda(m))^T \Delta S_{k-1} = \Lambda(m)$.

Шаг 8. Получить матрицу Риккати для m -й итерации:

$$S_k = S_{k-1} + \Delta S_k.$$

Шаг 9. Если $\sqrt{\|\Delta S_k\|^2} > \varepsilon$, то $S_{k-1} = S_k$; $\Delta S_{k-1} = \Delta S_k$ и переход к шагу 7, иначе к шагу 10.

Шаг 10. Если $m > 1$, то переход к шагу 11, иначе к шагу 12.

Шаг 11. Если $\sqrt{\|\Delta S_k - Sm\|^2} > \varepsilon$, то переход к шагу 12, иначе к шагу 13.

Шаг 12. $Sm = Sk$; $K(m) = R^{-1}B^T Sm$, переход к шагу 1.

Шаг 13. $S^* = S_k$; $K^* = R^{-1}B^T S^*$.

Шаг 14. Вывод результата и исходных данных.

Шаг 15. Конец.

ПРОГРАММА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

Работа выполняется в два этапа. На первом этапе производится вычисление оптимальных коэффициентов обратной связи. На втором этапе — исследование оптимальной системы в замкнутом состоянии на цифро-аналоговом комплексе лаборатории. Исследование проводится для линейного стационарного объекта второго порядка. Ограничение размерности модели объекта вторым порядком не снижает общности результатов исследования и обусловлено методическими соображениями.

Первый этап работы

1. Ознакомиться с методикой решения нелинейного матричного уравнения Риккати, а также с алгоритмическим обеспечением его решения.

2. Прodelать необходимые для реализации метода следующие преобразования входных данных:

- перейти от скалярной формы записи исходного уравнения к матрично-векторной форме;
- определить начальные значения коэффициентов обратной связи из условий устойчивости неоптимальной системы управления.

3. Ознакомиться с программой `cal_ric2.exe` пакета LABKU с целью определения вида и способов задания исходных данных, необходимых для ее выполнения, а также последовательности действий оператора при выполнении расчетов.

***Примечание.** С целью упрощения исследования в программе предусмотрено задание весовых коэффициентов критерия (2) в следующем виде: Q — диагональная матрица 2×2 , R — скаляр.*

4. Исследовать и зафиксировать процесс итерационного вычисления оптимальных коэффициентов для двух начальных значений (большого и меньшего оптимальных значений).

5. Исследовать влияние весовых коэффициентов критерия J на характер изменений оптимальных коэффициентов для двух случаев:

- а) $R = \text{const}$, $Q = \text{var}$;
- б) $Q = \text{const}$, $R = \text{var}$.

Второй этап работы

Целью данного этапа работы является проверка результатов синтеза оптимальной обратной связи, полученных при выполнении первого этапа, а также экспериментальное исследование влияния весовых коэффициентов критерия оптимальности на характер и качество переходных процессов.

Оптимальный регулятор реализован программным способом в соответствии с описанным выше алгоритмом.

Схема лабораторной установки приведена на рис. 8.1. Методика синтеза модели объекта на аналоговом комплексе описана в работе № 1.

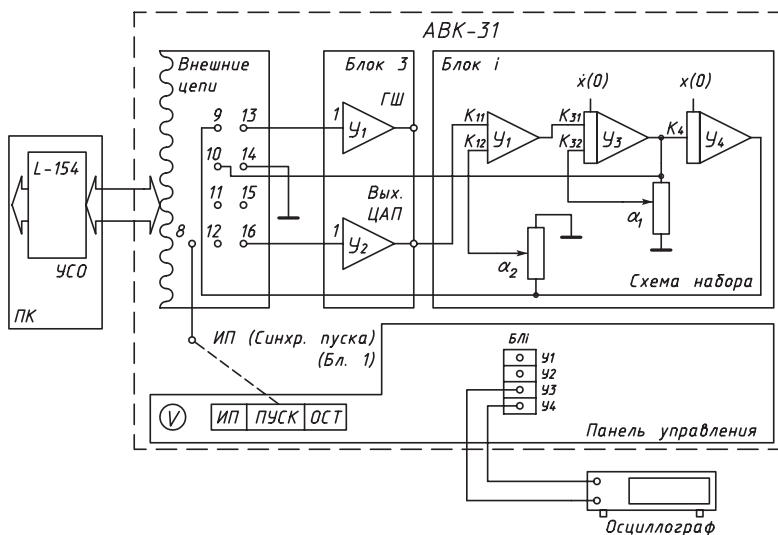


Рис. 8.1.

ПРОГРАММА ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Для заданного объекта управления составить схему набора для АВК-31 и рассчитать коэффициенты передач решающих элементов. (Выполняется в процессе домашней подготовки).

2. Собрать на АВК-31 полученную схему набора модели объекта (рис. 8.1) и установить коэффициенты передач решающих элементов.

3. Путем пробных пусков АВК-31 убедиться в адекватности исходной и полученной моделей. Следует также зафиксировать длительность переходных процессов при свободном движении объекта (без регулятора). Это необходимо для задания числа точек, необходимых для фиксации всего переходных процессов.

4. Ознакомиться с программой `opt_upr.exe` пакета LABKU с целью уяснения последовательности действий оператора при экспериментальных исследованиях.

5. Убедиться в правильности функционирования лабораторной установки (рис. 8.1) путем пробных ее пусков при нулевых значениях коэффициентов обратной связи (разомкнутое состояние системы) и ненулевых начальных условиях для выходной координаты модели; зафиксировать свободное движение системы.

6. Установить полученные на первом этапе значения оптимальных коэффициентов обратной связи и начальные условия, использованные в

расчетах первого этапа и снять зависимости $x(t)$, dx/dt , $u(t)$, а также зафиксировать значение критерия J .

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи работы;
- описание алгоритма вычисления оптимальных коэффициентов обратной связи (регулятора);
- результаты вычисления оптимальных коэффициентов в табличной и графической формах;
- схема лабораторной установки;
- результаты исследования влияния весовых коэффициентов критерия на значения оптимальных коэффициентов обратной связи;
- результаты исследования переходных процессов $x(t)$, $dx(t)/dt$, $u(t)$ в системах оптимального управления при вариациях коэффициентов обратной связи; значения критерия оптимальности J ;
- результаты расчета коэффициентов передач решающих элементов схемы набора;
- анализ полученных результатов и выводы.

***Примечание.** В программе `cal_ric2.exe` предусмотрен, кроме описанного выше, и другой метод вычисления оптимального управления — метод сведения матричного уравнения Ляпунова к векторно-матричной форме (метод 2). Описание этого метода приведено в [1].*

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Бабко, В. С. Королев, Р. П. Строганов. Компьютерное управление техническими системами / Учебное пособие. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003.

Приложение

В данной работе используются два исполнительных файла — `cal_ric2.exe` и `opt_upr.exe`. Первый применяется для вычисления оптимальных значений коэффициентов обратной связи, а второй — для исследования результатов работы оптимальной системы управления.

Файл `cal_ric2.exe`

Главное меню файла включает в себя следующие подменю:

Ввод данных
Ввод матриц
Расчет коэффициентов (метод 1)
Расчет коэффициентов (метод 2)
Сравнение методов
Сохранение результатов
Выход

Назначение перечисленных пунктов следующее.

Ввод данных — инициализация этого пункта вызывает появление подменю ввода исходных данных, необходимых для выполнения расчетов (см. ниже).

Ввод матриц — задание вида матриц A , B , Q , скаляра R и начальных значений коэффициентов K_1 и K_2 .

Расчет коэффициентов (метод 1) — расчет оптимальных коэффициентов обратной связи с использованием метода прямого интегрирования и вывод результатов на экран дисплея.

Расчет коэффициентов (метод 2) — расчет оптимальных коэффициентов обратной связи с использованием метода сведения матричного уравнения Ляпунова к векторно-матричному уравнению и вывод результатов на экран дисплея.

Сравнение методов — сравнение методов 1 и 2.

Сохранение результатов — сохранение результатов расчета.

Выход — выход из программы.

Подменю «Ввод данных». После активизации этого пункта на экране дисплея появится следующее изображение:

Размерность матрицы A2
Размерность матрицы B1
Точность вычисления ($\times 10^{-2}$) ...0,001
Выбор шага вычислений.....АВТ
Шаг вычисления, мс.....0,001
Начальная точка X_0 3

Конкретные значения здесь и далее используются лишь для иллюстрации возможных значений задаваемых параметров.

Комментарий

1. Пункты *Размерность* носят информативный характер и не подлежат изменению, так как их значения являются заданными для рассматриваемой в работе программы.

2. Пункт *Выбор шага вычислений* служит для определения, будет ли шаг вычисления выбираться автоматически (значение АВТ) или будет выбираться пользователем (значение РУЧ). В последнем случае для изменения значений точности используется пункт *Шаг вычисления*.

3. Необходимо учитывать, что в пункте *Точность вычисления* для получения действующего значения необходимо значение параметра приведенного в меню умножать на 10^{-2} .

4. Способы навигации в подменю *Ввод данных* были описаны ранее и здесь не приводятся. Следует отметить лишь возможность при ручном задании шага вычисления использования малого шага — 0,001 (клавиши + и – в правой части клавиатуры).

Подменю «Ввод матриц». Подменю обеспечивает ввод конкретных значений матриц A , B , Q , скаляра R и начальных значений коэффициентов K_1 и K_2 .

При активизации этого пункта Главного меню, например, при вводе значений матрицы A , на экране дисплея появится следующее изображение:

Ввод матрицы A	
0,00	1.00
-1.00	-1.00

Для перехода от одного элемента матрицы к другому используются все виды стрелок ($\uparrow$, $\rightarrow$, $\downarrow$, $\leftarrow$). Для модификации элементов матриц используются клавиши PageUp, PageDown (изменение с большим шагом), Home, End (средний шаг), + и – (малый шаг).

При переходе к вводу элементов следующей матрицы используется клавиша Enter.

Файл opt_upr.exe

Назначение — экспериментальная проверка оптимальной системы управления в замкнутом состоянии с полученными ранее значениями коэффициентов обратной связи.

Для управления экспериментом используется многоступенчатое меню в составе Главного меню и ряда подменю. В состав Главного меню входят следующие пункты:

- Ввод данных*
- Запуск программы*
- Просмотр графиков*
- Просмотр таблиц*
- Выход*

Навигация и содержание подменю Главного меню (кроме подменю *Ввод данных*) описаны ранее. Ниже приведены особенности только подменю *Ввод данных*.

Подменю «Ввод данных»

Внешние параметры
 Параметры критерия (Q и R)
 Коэффициенты (K_1 и K_2)

При активизации пункта *Внешние параметры* задаются:

Число циклов ввода
 Период (интервал) опроса
 Число каналов ввода
 Канал ввода X (N°)
 Канал ввода dx/dt (N°)

Значения вводимых параметров, диапазоны их изменения, а также их исходные (начальные) значения приведены в табл. 1.

Таблица 1

Название параметра	Исходное значение	Шаг	Большой шаг	Мин. значение	Макс. значение
Число шагов	50	1	10	1	32767
Период опроса, мс	200	1	10	3	16380
Число каналов	2	1	1	2	2
Канал X	1	1	1	1	4
Канал dx/dt	2	1	1	1	4
$Q(1, 1)$	1	0,01	0,1	-5	5
$Q(1, 2)$	0	0,01	0,1	-5	5
$Q(2, 1)$	0	0,01	0,1	-5	5
$Q(2, 2)$	1	0,01	0,1	-5	5
R	1	0,01	0,1	-5	5
Коэфф. K_1	0,49	0,01	0,1	-5	5
Коэфф. K_2	0,35	0,01	0,1	-5	5

Работа № 9

СИНТЕЗ И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЛК-УПРАВЛЕНИЯ В ДИСКРЕТНОМ ВРЕМЕНИ

ЦЕЛИ РАБОТЫ:

- практическое знакомство с методикой синтеза и организацией оптимальной системы терминального управления в дискретном времени с квадратичным критерием качества;
- исследование её работы в условиях полунатурных испытаний.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Пусть объект управления описывается линейным векторно-матричным уравнением вида:

$$x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k), \quad x(0) = x_0, \quad (1)$$

где x — вектор координат состояния объекта, k — дискретный момент времени, измеряемый в количестве периодов квантования $T_0 = \text{const}$, u — вектор управления, A_d — постоянная матрица параметров объекта, учитывающая дискретный характер управления, B_d — постоянная матрица, учитывающая дискретный характер управления, $x(0)$ — вектор начальных условий.

Требуется синтезировать обратную связь (регулятор), обеспечивающую формирование управления $u(k)$, которое переводит объект из начального состояния $x(0) \neq 0$ в конечное состояние $x(N) = 0$ и минимизирует квадратичный критерий качества вида:

$$J = \min_{U(k)} \left\{ x^T(N) S x(N) + \sum_{k=0}^{N-1} [x^T(k) Q x(k) + u^T(k) R u(k)] \right\}, \quad (2)$$

где S , Q , R — весовые матрицы, причём S , Q — симметричные неотрицательно определённые матрицы, а матрица R — симметричная и положительно определена и не равна нулю, т. к. при минимизации по управлению $u(k)$ критерия (2) условие $R = 0$ не имеет смысла.

Критерий (2) является аналогом интегрального квадратичного критерия качества, используемого при синтезе непрерывных систем оптимального управления. Для решения задачи ЛК-оптимизации в дискретном времени воспользуемся методом динамического программирования.

Как известно, этот метод оптимизации базируется на использовании принципа оптимизации Беллмана. На вербальном уровне его можно сформулировать следующим образом:

Оптимальная стратегия управления обладает тем свойством, что каким бы ни было начальное состояние или начальное решение, последующее решение должно быть оптимальным по отношению к состоянию, возникшему в результате первого решения.

Этот принцип реализует так называемую концепцию инвариантного вложения, при использовании которой решение сложной исходной проблемы заменяется решением некоторого количества аналогичных более простых проблем. При этом решение реализуется в виде многошагового процесса последовательного решения одношаговых процессов оптимизации. В данном случае для реализации оптимального управления свободным движением системы из исходного ненулевого начального состояния в нулевое конечное состояние многошаговый процесс решения начинают с последнего участка, координаты которого известны (рис. 9.1).

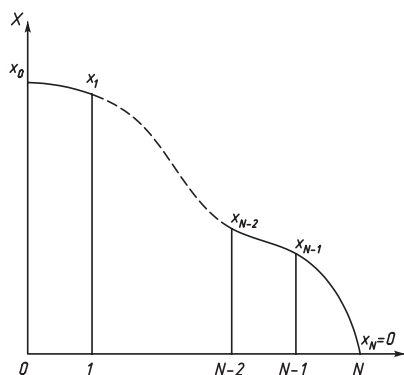


Рис. 9.1.

Таким образом, многошаговый процесс решения будет производиться в «обратном счёте» (в обратном времени), начиная с последнего $N - (N - 1)$ участка и кончая начальным.

В общем случае, как показано в [1], для каждого из участков траектории можно получить следующие рекуррентные формулы для вычис-

ления оптимальных коэффициентов — K_{N-j} , вспомогательной матрицы P_{N-j} (аналог «матрицы Риккати»), управления $u(N-j)$ и критерия оптимальности J_{N-j} :

$$\begin{cases} K_{N-j} = (R + B^T P_{N-j+1} B)^{-1} B^T P_{N-j+1} A; \\ P_{N-j} = Q + A^T P_{N-j+1} A + K_{N-j}^T (R + B^T P_{N-j+1} B) K_{N-j}; \\ u(N-j) = -K_{N-j} x(N-j); \\ J_{N-j} = x^T(N-j) P_{N-j} x(N-j). \end{cases} \quad (3)$$

Начальные значения для P_{N-j+1} при $j = 1$, $P_{N-j+1} = P_N = Q$.

Очевидно также, что при $j = N$

$$\min J = J_0 = X^T(0) P_0 X(0).$$

Как показывают эксперименты, для структурно-устойчивой системы ряды:

$$\begin{aligned} &K_{N-1}, K_{N-2}, \dots, K_1, K_0; \\ &P_{N-1}, P_{N-2}, \dots, P_1, P_0; \\ &J_{N-1}, J_{N-2}, \dots, J_1, J_0 \end{aligned}$$

сходятся, а параметры K , P , и J принимают оптимальные значения:

$$K^* = K_0, \quad P^* = P_0, \quad J^* = J_0.$$

Полученные значения K^* используются для реализации оптимальной линейной ОС вида:

$$u^*(k) = -K^* x(k).$$

ПРОГРАММА И МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

Данная работа, как и работа № 8, выполняется в два этапа. На первом этапе производится вычисление оптимальных коэффициентов обратной связи. На втором этапе — исследование оптимальной системы в замкнутом состоянии на цифро-аналоговом комплексе.

Первый этап работы

1. Ознакомиться с методикой решения задачи оптимального терминального управления в дискретном времени методом динамического программирования (см. литературу, например, [1]).

2. Выполнить преобразование входных данных, для чего:

- перейти от скалярной формы записи исходного уравнения к матрично-векторной форме (см. работу № 5);
- для заданных преподавателем объекта и значений периода квантования T_0 из условий устойчивости управления получить математическую модель системы в дискретном времени и параметры A_d, B_d .

3. Составить алгоритм вычисления оптимальных значений коэффициентов ОС — K^* , а также P^*, J^* в соответствии с рекуррентными зависимостями (3).

4. Ознакомиться с программой `cal_optb.exe` пакета LABKU с целью определения вида и способов задания исходных данных, необходимых для ее выполнения, а также последовательности действий оператора при выполнении расчетов.

5. Исследовать влияние весовых коэффициентов критерия J на характер изменений оптимальных коэффициентов K^* для двух случаев:

- а) $R = \text{const}, Q = \text{var};$
- б) $Q = \text{const}, R = \text{var}.$

Второй этап работы

Целью данного этапа работы является проверка результатов синтеза оптимальной обратной связи, полученных при выполнении первого этапа, а также экспериментальное исследование влияния весовых коэффициентов критерия оптимальности на характер и качество переходных процессов.

Оптимальный регулятор реализован программным способом в соответствии с описанным ранее алгоритмом.

Схема лабораторной установки приведена на рис. 9.2. Методика синтеза модели объекта на аналоговом комплексе описана в работе № 1.

ПРОГРАММА ИССЛЕДОВАНИЯ

1. Для заданного объекта управления составить схему набора для АВК-31 и рассчитать коэффициенты передач решающих элементов (выполняется в процессе домашней подготовки).

2. Собрать на АВК-31 полученную схему набора модели объекта (рис. 9.2) и путем пробных пусков АВК-31 убедиться в адекватности исходной и полученной моделей. Следует также зафиксировать длительность переходных процессов при свободном движении объекта без регулятора. Последнее необходимо для задания числа точек, необходимых для фиксации целиком переходных процессов.

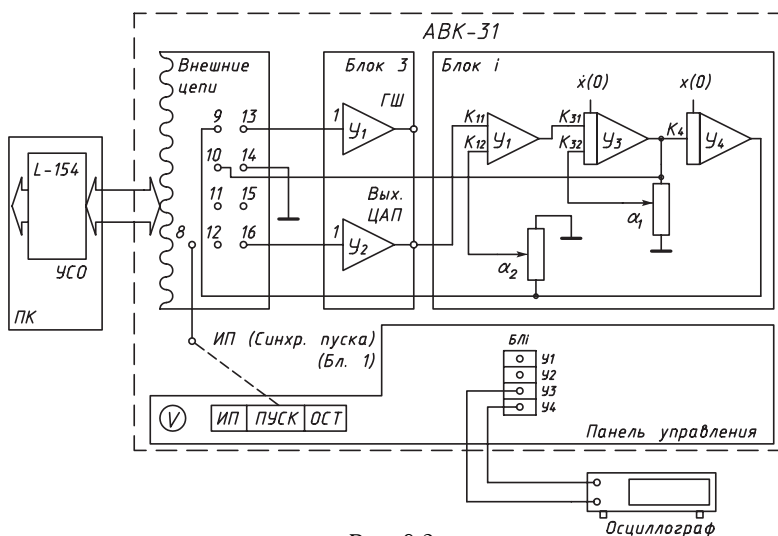


Рис. 9.2.

3. Ознакомиться с программой `opt_upr.exe` пакета LABKU с целью уяснения последовательности действий оператора при экспериментальных исследованиях.

4. Убедиться в правильности функционирования лабораторной установки путем пробных ее пусков при нулевых значениях коэффициентов обратной связи (разомкнутое состояние системы) и ненулевых начальных условиях для выходной координаты модели и зафиксировать свободное движение системы.

5. Установить полученные на первом этапе значения оптимальных коэффициентов обратной связи и начальные условия, использованные в расчетах первого этапа. Снять зависимости $x(k)$, $\dot{x}(k)$, $u(k)$, а также зафиксировать значение критерия J .

В данной работе, как и в работе № 8, исследование выполняется с использованием двух отдельных программ. Первая программа используется для определения оптимальных коэффициентов обратной связи, а вторая — для исследования замкнутой оптимальной системы управления. Программы оформлены в виде исполнительных файлов `cal_optb.exe` и `opt_upr.exe`. Работа с ними описана в приложении к работе № 8.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи работы на первом и втором этапах;
- алгоритм вычисления оптимальных коэффициентов обратной связи (регулятора) K^* , P^* и критерия J^* ;

- результаты вычисления оптимальных коэффициентов K^* , а также P^* , J^* в табличной и графической формах;
- схема лабораторной установки;
- результаты исследования влияния весовых коэффициентов критерия на значения оптимальных коэффициентов обратной связи;
- результаты исследования переходных процессов $x(k)$, $\dot{x}(k)$, $u(k)$ в системах оптимального управления при вариациях значений коэффициентов обратной связи; зафиксировать значения критерия оптимальности J ; результаты исследования привести в табличной и графической формах;
- результаты расчета коэффициентов передач решающих элементов схемы набора;
- анализ полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Бабко, В. С. Королев, Р. П. Строганов. Компьютерное управление техническими системами / Учебное пособие. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003.

Работа № 10

ИССЛЕДОВАНИЕ НАБЛЮДАТЕЛЯ НЕИЗМЕРЯЕМЫХ КООРДИНАТ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТА (НАБЛЮДАТЕЛЬ ЛЮЕНБЕРГЕРА)

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

ознакомление с принципами построения и особенностями работы наблюдателя неизмеряемых координат состояния управляемой системы с помощью динамической модели (наблюдатель Люенбергера).

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

При решении задач управления (в частности, оптимального управления) часто требуется знание всех координат состояния объекта. Но не всегда имеется возможность их измерения. Теоретически можно получить координаты высокого порядка дифференцированием доступных координат более низких порядков. Препятствием на таком пути является наличие помех, которые усиливаются при дифференцировании.

Для восстановления неизмеряемых координат объекта применяются наблюдатели (восстановители) в форме математической модели, эквивалентной объекту. При расхождении измеряемых координат состояния объекта и аналогичных координат модели, производится коррекция координат состояния модели. Так как все координаты модели измеряемы, их и используют в качестве полного вектора координат состояния объекта.

Наблюдатель Люенбергера

Наблюдатель Люенбергера предназначен для восстановления всех координат объекта, не подвергающегося воздействию случайных помех (или если имеющиеся помехи достаточно малы). При наличии достаточно сильных помех используются более сложные наблюдатели, например, фильтр Калмана.

Пусть рассматриваемый динамический объект описывается в дискретном времени следующей векторно-матричной моделью:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x(k) \in R^n$ — вектор координат состояния объекта, $y(k) \in R^m$ — вектор выхода, $u(k) \in R^1$ — вектор управляющих воздействий, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times 1}$, $C \in R^{m \times n}$, $k \Leftrightarrow kT_0$, T_0 — период квантования.

Пусть в объекте точно могут быть измерены только вектор входа $u(k)$ и вектор выхода $y(k)$, а все или часть координат состояния $x(k)$ — неизмеряемы. Включим параллельно объекту его математическую модель. Затем сравним измеряемые координаты объекта с аналогичными координатами модели и образуем цепь коррекции состояния модели $\Delta \hat{x}(k) = H[y(k) - \hat{y}(k)]$. В результате получаем наблюдатель Люенбергера (рис. 10.1).

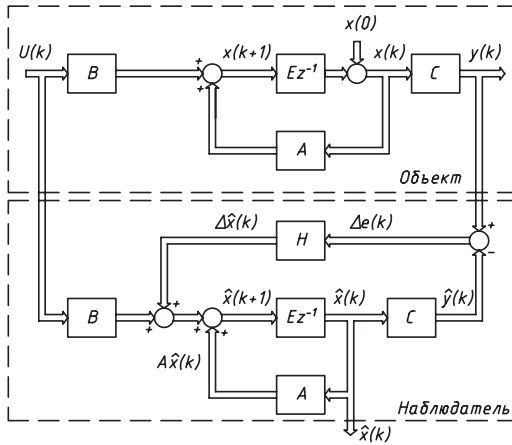


Рис. 10.1.

Вычисление матрицы H цепи коррекции наблюдателя

Требуется восстановить внутренние координаты объекта:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) &= Cx(k). \end{aligned}$$

Уравнение наблюдателя для такого объекта будет иметь следующий вид:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + H\Delta e(k) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + H[y(k) - C\hat{x}(k)].$$

Ошибка оценки:

$$\tilde{x}(k+1) = x(k+1) - \hat{x}(k+1) = [A - HC]\tilde{x}(k).$$

Таким образом, получили однородное разностное уравнение. Ошибка по переменным состояния зависит только от начального значения ошибки и не зависит от входного сигнала $u(k)$. Для того чтобы процесс сходиллся, (т. е. вектор состояния модели $\hat{x}(k)$ асимптотически сходиллся к $x(k)$ при $k \rightarrow \infty$), необходимо, чтобы $\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{x}(k) = 0$.

Для выполнения этого условия необходимо, чтобы характеристическое уравнение замкнутой дискретной системы

$$\det[zE - A + HC] = \\ = (z - z_1)(z - z_2) \dots (z - z_n) = \gamma_n + \gamma_{n-1}z + \dots + z_n = 0$$

имело корни внутри единичной окружности: $|z_i| < 1$, $i = 1, 2, \dots, n$, т. е. система коррекции имела устойчивые корни. Выбирая соответствующую матрицу H , можно обеспечить эквивалентность объекта и модели (сходимость $\hat{x}(k)$ к $x(k)$) и, кроме того, повлиять на динамические свойства системы.

Матрицу H можно определить, используя известные методы синтеза оптимальных систем ЛК-управления [1].

Алгоритм работы наблюдателя Льюенбергера

Наблюдатель Льюенбергера построен для работы с объектом (1).

Далее, при программной реализации данного алгоритма каждый раз перед началом моделирования формируются матрицы A_a , B_a , A , B на основе введённых данных.

Известно, что

$$A = e^{A_a T_0} = E + \frac{A_a T_0}{1!} + \frac{A_a^2 T_0^2}{2!} + \dots; \\ B = \int_{t=kT_0}^{t=(k+1)T_0} e^{A_a[(k+1)T_0-\tau]} d\tau B_a = \left(ET_0 + \frac{A_a T_0^2}{2!} + \frac{A_a^2 T_0^3}{3!} + \dots \right) B_a,$$

где T_0 — период квантования, A_a , B_a — параметры аналогового объекта, A , B — параметры дискретной модели объекта.

Матричная экспонента раскладывается в бесконечный сходящийся ряд. Ограничимся первыми четырьмя, т. е. до A_a^3 включительно (вычисления с такой точностью обычно дают удовлетворительный результат).

Матрица $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$ как для аналоговой, так и для дискретной модели объекта. Вектор начального состояния $x(0) = \begin{bmatrix} x_0 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Алгоритм вычисления матрицы H наблюдателя

При разработке алгоритма вычисления матрицы H , как указывалось выше, в данной работе используется оптимальный (в смысле минимизации ЛК-критерия) метод её синтеза. Для его реализации необходимы следующие исходные данные:

- положительно полуопределённая симметричная матрица $Q_b \in R^{2 \times 2}$;
- положительно определённая симметричная матрица $R_b \in R^{1 \times 1}$, т. е. положительное вещественное число (скаляр);
- N — число итераций при вычислении H .

Весовые матрицы квадратичного интегрального критерия качества Q_b и R_b рассматриваются как данные, которые могут быть изменены пользователем. По умолчанию выбирается простейший вариант:

$$Q_b = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad R_b = 1.$$

Опыт показывает, что для большинства систем последовательность H_{N-j} сходится при N , близких к 10. Для повышения вероятности того, что последовательность H_{N-j} сходится во всех реальных случаях, зафиксируем $N = 20$ (дальнейшее увеличение N приведёт к росту времени вычислений).

Алгоритм

Исходные данные: $Q_b, R_b, N = 20$.

Шаг 1. $j = 0; P_{N-j} = Q_b$;

Шаг 2. $j = j + 1$;

Шаг 3. $H_{N-j}^T = [R_b + CP_{N-j+1}C^T]^{-1}CP_{N-j+1}A^T$;

Шаг 4. $P_{N-j} = Q_b + AP_{N-j+1}A^T - H_{N-j+1}[R_b + CP_{N-j+1}C^T]H_{N-j}^T$;

Шаг 5. Если $j < N$, то перейти к шагу 2;

Шаг 6. $H = H_0$ (вывод результата);

Шаг 7. Конец.

Алгоритм работы наблюдателя

После выполнения всей подготовительной работы (т. е. определения вида дискретной модели объекта, вычисления матрицы H наблюдателя, задания периода квантования T_0 , количества шагов моделирования NUM , начального состояния $x(0)$ объекта) вычисляются координаты состояния объекта.

Ввод приведенных выше исходных данных.

Шаг 1. $k = 0; \hat{x}_0$.

Шаг 2. Задать сигнал $u(k)$ и измерить выход $y(k)$ (фактически для анализа работы алгоритма снимается целиком $x(k)$).

Шаг 3. $\hat{y}(k) = C\hat{x}(k)$.

Шаг 4. $\Delta e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$.

Шаг 5. $\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + Bu(k) + H\Delta e(k)$.

Шаг 6. Если $k < (NUM - 1)$, тогда $k = k + 1$ и переход к шагу 2; иначе — вывод результата.

Шаг 7. Конец.

МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

Исследование наблюдателя выполняется на цифро-аналоговом комплексе лаборатории. Объект моделируется на аналоговой части комплекса. Наблюдатель реализуется программными средствами персонального компьютера, снабженного устройством связи с объектом. Датчики координат состояния имитируются контактами наборного поля «Внешние цепи» комплекса АВК-31 (рис. 10.2).

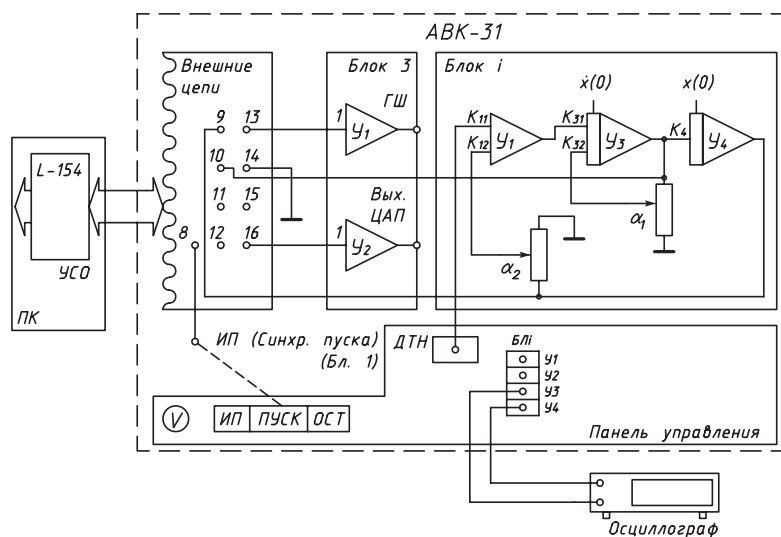


Рис. 10.2.

В экспериментах моделируется следующая ситуация. Имеется динамический объект, поведение которого описывается линейным уравнением:

$$a_0\ddot{x} + a_1\dot{x} + a_2x = bu, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0, \quad x(0) = x_0,$$

где a_i , b — постоянные коэффициенты, u — входное воздействие.

Для наблюдателя необходимо синтезировать кроме аналоговой также описанную выше адекватную ей дискретную модель объекта. В связи с тем, что переход к дискретной модели был описан в ранее выполняемых работах, его выполнение в данной работе считается известным.

Координата $x = x_1$ — измеряемая, а координата $dx/dt = x_2$ считается неизмеряемой.

Погрешность восстановления выходной координаты x_1 :

$$e_1 = x_1 - \hat{x}_1.$$

Погрешность восстановления ненаблюдаемой координаты x_2 :

$$e_2 = x_2 - \hat{x}_2,$$

где x_2 — фактическое ее значение, снимаемое с гнезда № 10.

Внешнее возмущение аналоговой модели объекта имитируется напряжением с датчика тестовых напряжений (ДТН) АВК-31.

Исполнительный модуль реализации наблюдателя представлен программой `luinberg.exe`. Управление её выполнением, как и в других работах, осуществляется командами многоступенчатых меню. Состав команд и навигация аналогичны описанным ранее.

ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Ознакомиться с принципом построения наблюдателя неизмеряемых координат состояния и алгоритмом его реализации [1, 2]; составить и согласовать с преподавателем план исследования.

2. В соответствии с заданным объектом, составить схему набора модели и определить значения коэффициентов передач решающих элементов схемы набора.

3. Собрать на АВК-31 схему набора модели объекта и установить передаточные коэффициенты решающих элементов схемы набора. Путем пробных пусков АВК убедиться в правильности работы модели.

4. Собрать лабораторную установку (рис. 10.2).

5. Ознакомиться с программой `luinberg.exe` и методикой ее использования для проведения требуемых экспериментов.

6. Путем пробных пусков программы `luinberg.exe` убедиться в адекватности дискретной и непрерывной моделей объекта.

7. В соответствии с ранее составленным планом выполнить необходимые исследования и зафиксировать их результаты.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи работы;
- исходные данные;
- схема набора модели объекта и расчет коэффициентов передач решающих элементов;
- алгоритм реализации наблюдателя;
- схема экспериментальной установки;
- результаты исследования в табличной и графической формах;
- анализ полученных результатов и выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Бабко, В. С. Королев, Р. П. Строганов. Компьютерное управление техническими системами / Учебное пособие. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003.

2. Р. Изерман. Цифровые системы управления. — М.: Мир, 1984.

Работа № 11

ОЦЕНКА НЕИЗМЕРЯЕМЫХ КООРДИНАТ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТА ПРИ СЛУЧАЙНЫХ ВОЗМУЩЕНИЯХ (ДИСКРЕТНЫЙ ФИЛЬТР КАЛМАНА)

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

ознакомление с организацией и особенностью работы дискретного фильтра Калмана, предназначенного для оценки неизмеряемых координат состояния объекта, находящегося под воздействием помех типа белого шума как на входе, так и в канале измерения выходного сигнала.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Характерной особенностью структуры данного фильтра является включение в его состав математической модели объекта, используемой для прогнозирования процессов прохождения сигнала через объект. Такая структура позволяет заменить зашумлённый объект с не полностью измеряемыми координатами состояния адекватной ему моделью с полностью наблюдаемыми координатами. Кроме того, даже если какая-либо из координат измеряема, но зашумлена помехами — заменить её соответствующей координатой модели объекта. При этом если спектры полезного сигнала и помеха пересекаются, обеспечить минимизацию дисперсии помехи в выходном сигнале.

Таким образом, фильтром Калмана решаются две задачи — восстановление неизмеряемых координат состояния объекта и оптимальная фильтрация координат.

Алгоритм оценки состояния линейного объекта управления при случайных возмущениях (дискретный фильтр Калмана)

Пусть имеется линейный стационарный объект, координаты состояния которого в дискретные моменты времени описываются уравнением:

$$x(k+1) = Ax(k) + F(v(k) + u(k)) \quad (1)$$

с измерителем выходных координат состояния, описываемым уравнением:

$$y(k+1) = Cx(k+1) + w(k+1). \quad (2)$$

В (1) и (2) использованы следующие обозначения: $x(k)$ — вектор состояния, $x \in R^n$; $v(k)$ — входной векторный случайный сигнал (белый шум) с ковариационной матрицей V , $v \in R^m$; $u(k)$ — входной детерминированный сигнал, $u \in R^m$; $y(k)$ — вектор выходных измерений, $y \in R^r$; $w(k)$ — вектор шума измерений с ковариационной матрицей W , $w \in R^r$ (белый шум); A — матрица системы, $A \in R^{n \times n}$; F — матрица входа, $F \in R^{r \times m}$; C — матрица измерений, $C \in R^{r \times n}$.

Требуется получить оценку вектора состояния $\hat{x}(k+1)$ на основе измерений выхода $y(k+1)$, содержащих случайные погрешности в виде векторного белого шума $w(k+1)$. Калмановская фильтрация использует идею прогнозирования состояния объекта в $(k+1)$ -й момент времени на основе оценки координат состояния в k -й момент времени и текущего измерения выходных координат $y(k+1)$.

Прогнозируемые значения выходных координат сравниваются с измеряемыми и невязка (отличие прогнозируемого и измеренного значения) используется для коррекции оценки координат состояния в текущий $(k+1)$ -й момент времени.

При этом коррекция производится в форме аддитивного сигнала, получаемого путём умножения невязки на корректирующий коэффициент (коэффициент Калмана). Корректирующий коэффициент вычисляется на каждом шаге и обеспечивает реализацию требования получения оценки с минимальной дисперсией.

На рис. 11.1 приведена структурная схема объекта, заданного в форме (1) и (2), и фильтра Калмана, реализующего описанную выше идею коррекции. Очевидно, что основной проблемой при этом будет вычисление корректирующего коэффициента $K(k+1)$. Для этого в работе используется метод фильтрации с минимальной дисперсией. При этом необходима следующая априорная информация:

- 1) параметры матриц A , F и C ;
- 2) $M\{v(k)\} = \bar{v}$ — математическое ожидание случайного входного сигнала;
- 3) $\text{Cov}(v(k)) = M\{(v(i) - \bar{v})(v(i) - \bar{v})^T\} = V\delta_{ij}$ — ковариация случайного входного сигнала (шума) $v(i)$;
- 4) $M\{w(k)\} = \bar{w}$ — математическое ожидание шума измерения;
- 5) $\text{Cov}(w(k)) = M\{(w(i) - \bar{w})(w(i) - \bar{w})^T\} = W\delta_{ij}$ — ковариация шума измерения, где δ_{ij} — символ Кронекера:

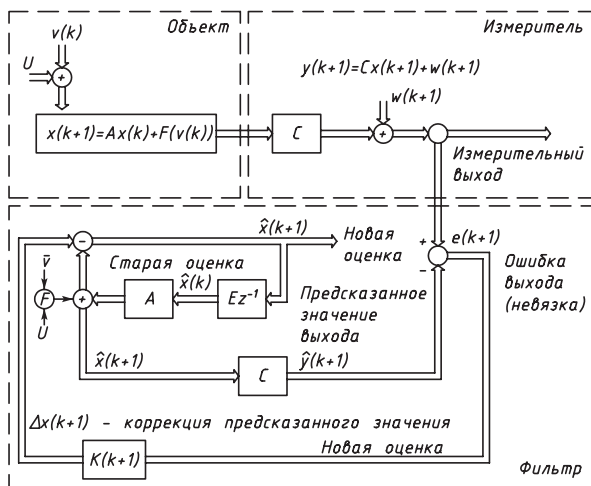


Рис. 11.1.

$$\delta_{ij} = 1, \quad i = j;$$

$$\delta_{ij} = 0, \quad i \neq j,$$

$v(k)$, $w(k)$ — статистически независимые случайные сигналы помех.

Примечание. Матрицы A и F являются дискретным эквивалентом соответствующих непрерывных матриц A и B .

В литературе приведён вывод алгоритма фильтра Калмана в форме рекуррентной процедуры оценивания, позволяющей вычислить оценки по мере поступления измерений $y(k+1)$.

При использовании метода фильтрации с минимальной дисперсией формируется взвешенное среднее двух независимых векторных оценок x_1 и x_2 в виде:

$$\hat{x} = x_1 + K^*(x_2 - x_1), \quad (3)$$

где K^* — весовая матрица размерностью $n \times n$, причём $K^* = KC$.

Матрица K выбирается так, чтобы дисперсия $\hat{x}$ была минимальной.

Если принять, что $Cx_2 = y_2$, то оценку $\hat{x}$ (3) можно переписать следующим образом:

$$\hat{x} = x_1 + K(y_2 - Cx_1), \quad (4)$$

здесь K — корректирующая матрица.

Применительно к рассматриваемому объекту (1), (2) примем:

$x_1 = \hat{x}(k+1)$ — значение $x(k+1)$, предсказанное на основе ранее полученной оценки $\hat{x}(k)$;

$y_2 = y(k+1)$ — новое измеренное в $(k+1)$ -й момент значение выхода. Пусть для простоты $u(k) = 0$. Из (1) следует, что

$$x_1 = \hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + F\bar{v}. \quad (5)$$

В результате рекуррентный алгоритм оценивания приобретает вид:

$$\hat{x}(k+1) = \bar{x}(k+1) + K(k+1)(y(k+1) - C\bar{x}(k+1)). \quad (6)$$

Здесь $\bar{x}(k+1)$ — предсказанное значение x ; $y(k+1)$ — измеренное значение выхода; $C\bar{x}(k+1)$ — предсказанное значение выхода; $K(k+1)$ — коэффициент коррекции.

Как показано в литературе [1], значение коэффициентов коррекции можно получить в виде:

$$K(k+1) = Q(k+1)C^T[CC^T(k+1)C^T + W]^{-1}, \quad (7)$$

где $Q(k+1)$ — ковариационная матрица оценки предсказанного значения $\bar{x}(k+1)$.

Для объекта (1) с учётом $u(k) = 0$ получим

$$Q(k+1) = AP(k)A^T + FVF^T, \quad (8)$$

где $P(k)$ — ковариационная матрица оценки $\hat{x}(k)$ на k -м шаге, причём

$$P(k) = Q(k) - K(k)CQ(k). \quad (9)$$

Если $|u| > 0$ и его можно измерить, то вычисление требуется производить, используя модификацию выражения (5), следующим образом:

$$\bar{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + F(\bar{v} + u(k)). \quad (10)$$

В результате выражение (6), как показано в [1], можно записать в виде:

$$\hat{x}(k+1) = A\hat{x}(k) + F(\bar{v} + u(k)) + K(k+1)[y(k+1) - CA\hat{x}(k) - CF(\bar{v} + u(k))]. \quad (11)$$

Начальные значения: $P(0) = 0$, $\hat{x}(0) = 0$.

Алгоритм реализации дискретного фильтра Калмана для линейного стационарного объекта

Ввод исходных данных.

Шаг 1. Формирование предсказываемого значения $\bar{x}(k+1)$ при $u = 0$:

$$\bar{x}(k+1) = Ax(k) + F\bar{v}.$$

Шаг 2. Получение невязки измерения:

$$e(k+1) = y(k+1) - C\hat{x}(k+1).$$

Шаг 3. Вычисление ковариационной матрицы оценки предсказаний $\hat{x}(k+1)$:

$$Q(k+1) = AP(k)A^T + FVF^T.$$

Шаг 4. Определение коэффициента коррекции:

$$K(k+1) = Q(k+1)C^T[CQ(k+1)C^T + W]^{-1}.$$

Шаг 5. Формирование корректирующего сигнала:

$$\Delta x(k+1) = K(k+1)e(k+1).$$

Шаг 6. Формирование оценки:

$$\hat{x}(k+1) = \bar{x}(k+1) + \Delta x(k+1).$$

Шаг 7. Вычисление ковариационной матрицы оценки:

$$P(k+1) = Q(k+1) - K(k+1)CQ(k+1).$$

Шаг 8. $P(k) = P(k+1)$, $\hat{x}(k) = \hat{x}(k+1)$, $k = k+1$.

Шаг 9. Если $k < N$, то переход к шагу 1, иначе — к шагу 10.

Шаг 10. Конец.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ И ОСОБЕННОСТЕЙ МЕТОДИКИ ПРОВЕДЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

Исследование дискретного фильтра Калмана выполняется на цифро-аналоговом комплексе лаборатории. Объект моделируется на аналоговой части комплекса; наблюдатель реализован программными средствами персонального компьютера, снабженного устройством связи с объектом (рис. 11.2).

Датчики координат состояния имитируются контактами панели «Внешние цепи».

№ 8 — датчик сигнала синхронизации пуска АВК и программы обработки;

№ 9 — датчик выходной координаты $x(t)$;

№ 11 — датчик (контрольный) координаты dx/dt ;

№ 12 — датчик сигнала помехи в канале измерения.

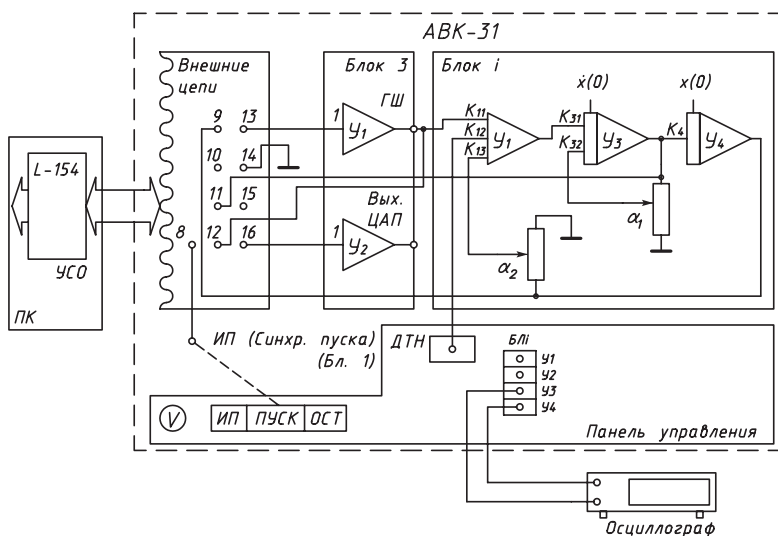


Рис. 11.2.

Случайные помехи $v(t)$ и $w(t)$ моделируются разнесенными во времени сигналами генератора белого шума (ГШ).

В экспериментах моделируется следующая ситуация.

Имеется динамический объект, поведение которого описывается следующим линейным уравнением:

$$a_0 \ddot{x} + a_1 \dot{x} + a_2 x = b f(t), \quad \dot{x}(0) = \dot{x}_0, \quad x(0) = x_0,$$

где a_i , b — постоянные коэффициенты ($i = 0, 1, 2$); $f(t)$ — внешнее воздействие. Координата x — измеряемая, а координата $\dot{x}$ считается неизмеряемой.

Входной сигнал объекта:

$$f(t) = f_{\text{п}} + f_{\text{ш}}.$$

$f_{\text{п}}$ — детерминированный (полезный) сигнал, $f_{\text{ш}}$ — сигнал с ГШ.

Так как в канале измерения имеется помеха измерения $w(t)$, на выходе формируется сигнал вида

$$y(t) = x(t) + w(t).$$

Точное значение выходной координаты (без учета шума измерения) выведено на контакт № 9. В результате абсолютная погрешность получения выходной координаты может быть оценена следующим образом:

$$e_1(k) = x(k) - \hat{x}(k).$$

Для оценки точности восстановления неизмеряемой координаты фильтром Калмана, истинное значение координаты $\dot{x}$ выведено на контакт № 11 наборного поля «Внешние цепи».

Абсолютную погрешность восстановления неизмеряемой координаты $e_2(k)$ можно оценить следующим образом:

$$e_2(k) = \dot{x}(k) - \hat{\dot{x}}(k),$$

где $\hat{\dot{x}}(k)$ — оценка производной $\dot{x}$ фильтром Калмана.

Для дискретного фильтра Калмана необходимо иметь дискретную модель объекта. Методика получения дискретной модели описана в приложении к работе № 5.

Примечание. Следует иметь в виду, что в приведенных выше формулах $A = A_d = H$ и $B_d = F$ (см. Приложение к работе № 5).

ПРОГРАММА РАБОТЫ

Ознакомиться с принципом построения наблюдателя неизмеряемых координат состояния и алгоритмом его реализации (см. [1, 2]); составить и согласовать с преподавателем план исследования.

1. В соответствии с заданным объектом составить схему набора модели и определить значения коэффициентов передач решающих элементов.

2. Собрать на АВК-31 схему набора модели объекта и установить передаточные коэффициенты решающих элементов. Путем пробных пусков АВК убедиться в правильности работы модели.

3. Выполнить переход от скалярной формы записи уравнения к векторно-матричной форме и определить значения A_d и B_d — параметров дискретной модели объекта (см. программу `cal_optb.exe`).

4. Используя программу `tpvv.exe` из пакета LABKU определить параметры сигналов помех v , w .

5. Собрать лабораторную установку (рис. 11.2).

6. Ознакомиться с программой `klm2.exe` и методикой ее использования для проведения требуемых экспериментов. Путем пробных пусков программы `klm2.exe` убедиться в адекватности дискретной и непрерывной моделей объекта.

7. В соответствии с ранее составленным планом выполнить необходимые исследования и зафиксировать их результаты (файл `klm.out`).

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи работы;
- исходные данные и их анализ;
- схема набора модели объекта и расчет коэффициентов передач решающих элементов;
- алгоритм реализации наблюдателя «дискретный фильтр Калмана»;
- схема экспериментальной установки;
- результаты исследования в табличной и графической формах;
- анализ полученных результатов и выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Бабко, В. С. Королев, Р. П. Строганов. Компьютерное управление техническими системами / Учебное пособие. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003.
2. Р. Изерман. Цифровые системы управления. — М.: Мир, 1984.

Приложение

Программа исследования дискретного фильтра Калмана реализована в виде исполнительного файла `klm2.exe`. Управление строится, как и в других работах, на использовании многоступенчатых меню. Поэтому ниже будет обращено внимание только на особенности работы с меню и подменю, используемые в данной работе.

Главное меню данной программы является типичным для большинства работ данного цикла:

Ввод данных
Запуск программы
Просмотр графиков
Просмотр таблиц
Выход

Подменю «Ввод данных»

Внешние параметры

Параметры объекта (матрица A_d)

Перед. ф-ия входа (вектор B_d)

Вектор измерения (вектор C)

Начальные условия

При вводе данных следует обратить внимание на то, что параметры объекта должны соответствовать дискретной модели объекта (значок «д»).

Подменю «Внешние параметры»

Число циклов ввода

Период опроса, мс

Мат. ожидание помехи

Дисперсия помехи входа (Dv)

Дисперсия помехи измерения (Dw)

Сигнал на входе дискретной модели (v)

Пункт *Вектор измерения* предполагает задание вида:

Эл-т (1) вектора измерения.....1.00

Эл-т (2) вектора измерения.....0.00

Пункт *Начальные условия* выглядит следующим образом:

Эл-т (1) оценки вектора состояния.....0,00

Эл-т (2) оценки вектора состояния.....0,00

Эл-т (1,1) ковариационная матрица оценки.....0,00

Эл-т (1,2) ковариационная матрица оценки.....0,00

Эл-т (2,1) ковариационная матрица оценки.....0,00

Эл-т (2,2) ковариационная матрица оценки.....0,00

Работа № 12

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЛК-УПРАВЛЕНИЯ С НАБЛЮДАТЕЛЕМ ЛЮЕНБЕРГЕРА

ЦЕЛИ РАБОТЫ:

- изучение структуры построения и особенностей работы оптимальной системы ЛК-управления с наблюдателем Люенбергера;
- оценка эффективности применения наблюдателя в оптимальной системе ЛК-управления по начальным условиям.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ И МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Как известно, оптимальное управление линейным объектом с использованием квадратичного критерия оптимальности (ЛК-управление) осуществляется в форме пропорционального управления по всем координатам состояния объекта.

Если часть координат не может быть измерена, то при синтезе оптимального ЛК-управления применяются специальные восстановители (наблюдатели) неизмеряемых координат состояния в форме специальных корректирующих динамических моделей [1, 2].

Структурная схема построения таких систем при управлении по начальным условиям представлена на рис. 12.1. Структура и особенности работы собственно наблюдателя рассматривались в лабораторной работе «Исследование наблюдателя неизмеряемых координат состояния объекта (наблюдатель Люенбергера)». Поэтому основное внимание в данной работе уделяется изучению и анализу системных проблем, возникающих при работе оптимальных систем ЛК-управления с наблюдателем.

Так как наблюдатель Люенбергера является модифицируемой динамической моделью исходного объекта, используемой для формирования полного вектора координат состояния объекта, то главной системной проблемой будет оценка динамических процессов, происходящих в такой усложненной наблюдателем системе управления. В конечном итоге,

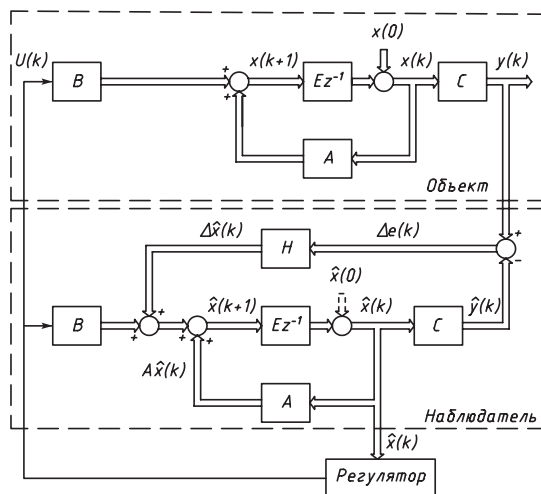


Рис. 12.1.

эта проблема сводится к оценке эффективности применения наблюдателей в оптимальных системах ЛК-управления.

Для ее решения в работе используется экспериментальный метод сравнительного анализа работы систем ЛК-управления различной структуры. Основным достоинством этого метода по сравнению, например, с аналитическим методом, является то, что при наличии соответствующих средств автоматизации эксперимента, можно достаточно быстро решать поставленные выше задачи. Кроме того, экспериментальный метод позволяет нагляднее представить картину процессов в системах управления.

Из анализа структуры системы с наблюдателем (рис. 12.1) можно предположить, что динамика таких систем будет существенно зависеть от возможных задержек формирования сигналов управления регулятором (сигналов обратной связи). Основными причинами появления запаздывания в рассматриваемой системе являются:

- запаздывание формирования корректирующего сигнала

$$\Delta \hat{x}(k) = H \Delta e(k);$$

- включение в систему последовательно с объектом дополнительного динамического элемента (наблюдателя), размерность и параметры которого идентичны исходному объекту. Первый вид запаздывания относится к типу «чистого» или «транспортного» за-

паздывания. В частности, его источником является то, что в дискретных системах измерение координат состояния для $(k + 1)$ -го момента времени производится по измерениям, выполненным в предыдущий k -й момент времени.

Другая причина появления этого вида запаздывания связана с тем, что в цифро-аналоговых системах (непрерывный объект и цифровой регулятор) возникают проблемы синхронизации запуска непрерывной и дискретной частей системы. Так как в данной работе используется цифро-аналоговый комплекс, то эта причина может быть определяющей.

Оценку влияния «чистого» запаздывания в рассматриваемой системе ЛК-управления можно сравнительно просто выполнить экспериментально.

Влияние инерционного запаздывания, вносимого наблюдателем, также можно оценить экспериментально, анализируя динамические процессы в системе с наблюдателем.

Для анализа особенностей обеспечения устойчивости системы ЛК-управления с наблюдателем следует рассмотреть ее динамическую модель [1].

Динамика системы ЛК-управления с наблюдателем Люенбергера

Уравнение управляемого объекта

Пусть имеется линейный стационарный объект, поведение которого в дискретные моменты времени k , кратные периоду квантования T_0 , описывается следующей системой алгебраических векторно-матричных уравнений:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) + B_d u(k), & x(0) = x_0 \neq 0; \\ y(k) = Cx(k), \end{cases} \quad (1)$$

где $x \in R^n$ — вектор координат состояния объекта, $A_d \in R^{n \times n}$, $B_d \in R^{n \times m}$ — матрицы параметров объекта с учетом дискретного характера формирования управления ($T_0 = \text{const}$), $u \in R^m$ — вектор управления, $y \in R^p$ — вектор измеряемых координат состояния объекта ($p < n$), $C \in R^{p \times n}$ — матрица измерений, $x(0) = x_0$ — начальные условия.

Уравнение наблюдателя

Так как в системах ЛК-управления наблюдатель строится по типу динамической системы, математически подобной объекту, с возможностью корректировки координат состояния модели, то его динамика может быть описана в дискретном времени следующей системой алгебраических уравнений (см. рис. 12.1):

$$\begin{cases} \hat{x}(k+1) = A_d \hat{x}(k) + B_d u(k) + H \Delta e(k); \\ \hat{y}(k) = C \hat{x}(k), \end{cases} \quad (2)$$

где $\hat{x}(k) \in R^n$ — оценка полного вектора координат состояния объекта, формируемая наблюдателем, $\hat{y}(k) \in R^p$ — оценка измеряемых координат состояния, $C \in R^{p \times n}$ — матрица измерений, $\Delta e(k) = y(k) - \hat{y}(k)$ — ошибка восстановления измеряемых координат состояния, $\Delta e \in R^p$, $H \in R^{n \times p}$ — матричный коэффициент в цепи коррекции ошибки восстановления,

$$\Delta \hat{x}(k) = H \Delta e(k) = H(y(k) - C \hat{y}(k)), \quad (3)$$

$\Delta \hat{x}(k)$ — вектор коррекции координат состояния.

Уравнение регулятора

Регулятор формирует пропорциональное управление по всем координатам состояния:

$$u(k) = -K^* x(k), \quad (4)$$

где K^* — оптимальный матричный коэффициент обратной связи.

С учетом уравнений (1)–(4) динамика системы с наблюдателем описывается следующими уравнениями:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_d x(k) - B_d K^* \hat{x}(k); \\ \hat{x}(k+1) = H C x(k) + A_d \hat{x}(k) - B_d K^* \hat{x}(k) - H C \hat{x}(k). \end{cases} \quad (5)$$

В векторно-матричной форме систему (5) можно записать следующим образом:

$$\begin{vmatrix} x(k+1) \\ \hat{x}(k+1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_d & -B_d K^* \\ H C & A_d - B_d K^* - H C \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x(k) \\ \hat{x}(k) \end{vmatrix}. \quad (6)$$

В системе (6) векторы $x(k)$ и $\hat{x}(k)$ взаимосвязаны, что усложняет анализ динамики системы, например, при решении задачи обеспечения устойчивости системы с наблюдателем. Для упрощения этого анализа рассмотрим свободное движение управляемого объекта и наблюдателя вне связи друг с другом [1].

Уравнение свободного движения управляемого объекта:

$$x(k+1) = (A_d - B_d K^*) x(k), \quad x(0) \neq 0. \quad (7)$$

Уравнение свободного движения наблюдателя:

$$\bar{x}(k+1) = x(k+1) - \hat{x}(k+1) = (A_d - H C) \bar{x}(k), \quad (8)$$

где $\tilde{x}(k)$ — ошибка восстановления полного вектора состояния объекта наблюдателем.

Для формального развязывания движений объекта и наблюдателя воспользуемся известным линейным преобразованием вида $x_t = Tx$ [1]. Очевидно, что $x = T^{-1}x_t$, если выбрать в качестве матрицы T матрицу вида

$$T = \begin{vmatrix} E & 0 \\ E & -E \end{vmatrix},$$

где E — единичная матрица, а $T = T^{-1}$.

Рассмотрим следующее преобразование:

$$T \begin{vmatrix} x(k+1) \\ \tilde{x}(k+1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x(k+1) \\ x(k+1) - \hat{x}(k+1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x(k+1) \\ \tilde{x}(k+1) \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Тогда уравнения (7) и (8) можно представить в виде новой системы:

$$\begin{vmatrix} x(k+1) \\ \tilde{x}(k+1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_d - B_d K^* & B_d K^* \\ 0 & A_d - HC \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x(k) \\ \tilde{x}(k) \end{vmatrix}, \quad (10)$$

причем

$$y(k) = \begin{vmatrix} C & 0 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x(k) \\ \tilde{x}(k) \end{vmatrix}. \quad (11)$$

Систему (10) можно переписать следующим образом:

$$x_p(k+1) = A_p x_p(k), \quad x_p(0) = x_{p0}, \quad (12)$$

где

$$x_p(k) = \begin{vmatrix} x(k) \\ \tilde{x}(k) \end{vmatrix}$$

— блочный вектор координат системы с наблюдателем,

$$A_p = \begin{vmatrix} A_d - B_d K^* & B_d K^* \\ 0 & A_d - HC \end{vmatrix}$$

— блочная матрица параметров объекта, наблюдателя и регулятора.

Уравнение (12) описывает свободное движение системы ЛК-управления с наблюдателем. Следует отметить, что размерность векторов и матриц в нём по сравнению с размерностью полностью измеряемой системы ЛК-управления возросла в два раза.

В соответствии с теоремой разделения полный набор полюсов системы ЛК-управления с наблюдателем будет состоять из полюсов замкнутой системы без наблюдателя и полюсов наблюдателя. В этом случае

свободное движение системы (12) будет определяться характеристическим уравнением:

$$\det[zE - A_p] = \det[zE - A_d + B_d K^*] \det[zE - A_d + HC] = 0. \quad (13)$$

Полюсы уравнения (13) могут быть определены *независимо*, так как формально (см. (10)) они не влияют друг на друга [1].

Некоторые выводы

1. Так как наблюдатель обладает собственной динамикой, общая динамика системы ЛК-управления с наблюдателем будет отличаться в худшую сторону от динамики полностью измеряемой системы ЛК-управления. Способы уменьшения отрицательного влияния запаздывания в системе с наблюдателем описаны в [1, 2]. Здесь они не рассматриваются.

2. Уменьшение инерционного запаздывания можно получить, если в системе ЛК-управления по начальным условиям предусмотреть возможность установки аналогичных начальных условий и в наблюдателе (на рис. 12.1 место их установки показано пунктиром). В этом случае будет реализовано «почти синхронное» движение объекта и наблюдателя, при котором инерционной составляющей запаздывания можно пренебречь.

Дальнейшее аналитическое исследование эффективности применения наблюдателей в системах ЛК-управления представляется достаточно трудоемким процессом. Так, например, для объектов второго порядка требуется решать уравнения не ниже четвертого порядка.

По этой причине оценку эффективности применения наблюдателей целесообразнее производить методом анализа поведения систем ЛК-управления с наблюдателем и без него по ряду априори выбранных показателей, например, таких как:

- значений критериев оптимальности;
- длительности переходных процессов;
- колебательности.

Анализ по этим показателям будем производить для систем, имеющих один и тот же объект, но различные способы формирования управления по начальным условиям:

- 1) система с полностью измеряемыми координатами состояния объекта;
- 2) система с не полностью измеряемыми координатами состояния, для восстановления которых используется наблюдатель;
- 3) система с не полностью измеряемыми координатами состояния объекта без их восстановления.

Примечание. Система с усеченным набором координат состояния, строго говоря, не может считаться оптимальной системой ЛК-управления. Ее следует считать в лучшем случае квазиоптимальной. Представляется интересным оценить возможность использования структурно более простых квазиоптимальных систем вместо систем ЛК-управления с наблюдателем.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ И ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

Исследование оптимальной системы ЛК-управления с наблюдателем проводится на типовой лабораторной установке. На рис. 12.2 приведена схема коммутации элементов установки для исследования системы управления объектом второго порядка.

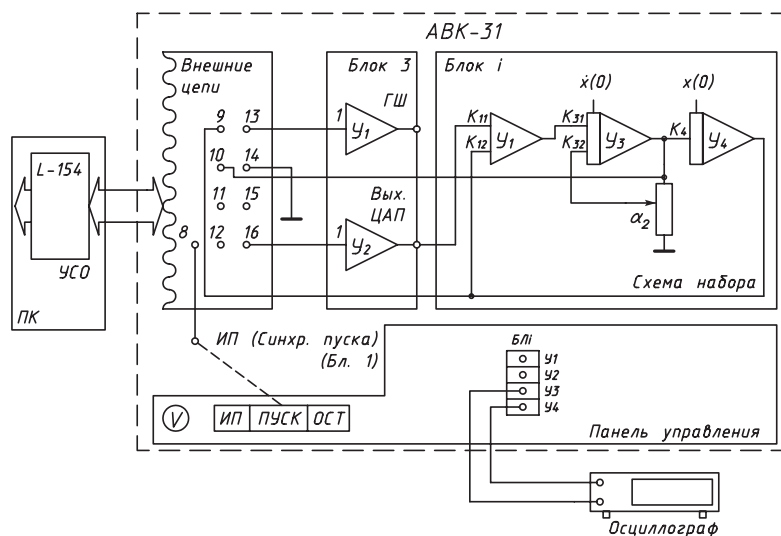


Рис. 12.2.

Техническая реализация, состав и возможности лабораторной установки описаны в ряде руководств по предыдущим лабораторным работам и здесь не приводятся.

Следует отметить лишь то, что, используя коммутацию сигнала $\dot{x}$ (отключение сигнала, подключение его к контактам № 10 или № 11 наборного поля «Внешние цепи»), а также соответствующее программное обеспечение, можно реализовать перечисленные выше варианты систем ЛК-управления.

Программное обеспечение данной работы базируется на использовании двух видов исполнительных файлов:

`opt_upr.exe` — файл для исследования оптимальной и квазиоптимальной систем ЛК-управления;

`luin_upr.exe` — файл для исследования системы ЛК-управления с наблюдателем Люенбергера (файл разработан и отлажен А. Григоряном).

После запуска исполнительных файлов управление передается командам Главного меню. Команды, входящие в состав этого меню, практически идентичны командам Главного меню в других ранее выполненных работах (см., например, работу № 8). Отличие команд Главного меню файла `luin_opt.exe` от других заключается в составе команд подменю *Ввод данных*, поэтому ниже будут рассматриваться состав и назначение команд этого подменю.

Ввод данных

В состав подменю ввода данных входят команды, обеспечивающие ввод следующих исходных данных:

1. Внешние параметры (число циклов — N , период опроса — T_0).

Эти параметры необходимы для задания времени наблюдения $t = NT_0$, на котором будет фиксироваться процесс. При изменении длительности процесса для его фиксации варьируется только значение N , так как обычно T_0 остается постоянным.

2. Параметры объекта (матрицы A_d , B_d).

3. Матрица (вектор) измерений (C).

4. Начальные условия наблюдателя.

5. Параметры критерия и цепи коррекции наблюдателя (Q , R и H).

6. Оптимальные коэффициенты регулятора (K_1^* , K_2^*).

Значения внешних параметров определяются характером и длительностью исследуемого процесса. Другие исходные данные требуют выполнения дополнительных аналитических расчетов или использования готовых программ их вычисления. Как правило, для этого используются программы из пакета LABKU.

Дискретные эквиваленты матриц A , B , т. е. матрицы A_d , B_d и матрица H могут быть получены либо расчетным путем, либо инициализацией программы `luinberg.exe`, входящей в пакет LABKU.

Для получения значений оптимальных коэффициентов K_1^* , K_2^* необходимо воспользоваться программой расчета `cal_ric2.exe` или `cal_optb.exe` пакета LABKU.

Значения начальных условий должны задаваться в пределах 2–3,5 В. При этом необходимо следить за тем, чтобы исследуемый процесс находился в линейной области (± 5 В).

Исследование системы ЛК-управления с наблюдателем

Выполнение работы проводится в несколько этапов, на каждом из которых решаются свои локальные задачи.

В качестве управляемого объекта используется математическая модель линейного объекта второго порядка в качестве неизмеряемой координаты — первая производная выхода.

Первый этап. Исследование системы ЛК-управления с полностью измеряемыми координатами состояния объекта.

Второй этап. Исследование системы ЛК-управления с не полностью измеряемыми координатами состояния объекта.

Целями первого и второго этапов является исследование влияния запаздывания вносимого наблюдателем в процесс формирования управления.

Третий этап. Исследование квазиоптимальной системы ЛК-управления.

Перед выполнением работы необходимо:

- ознакомиться с описанием лабораторной работы «Синтез и исследование оптимальной системы терминального управления в дискретном времени». Программа ее выполнения — `opt_upr.exe` находится в пакете LABKU;
- по заданным параметрам объекта составить схему набора, рассчитать передаточные коэффициенты элементов схемы;
- получить аналитически или с использованием пакета Matlab контрольное решение для переходного процесса в объекте при $x(0) \neq 0$ и $\dot{x}(0) = 0$.

Первый этап. Исследование системы ЛК-управления с полностью измеряемыми координатами состояния объекта

Целью данного исследования является получение данных для сравнительной оценки эффективности применения наблюдателей в системах ЛК-управления.

Для этого:

- собрать схему эксперимента (рис. 12.2), установить полученные передаточные коэффициенты элементов схемы набора.

- произвести пробные пуски АВК-31. Сравнить полученные результаты с контрольным решением. В случае необходимости (при отклонении от контрольного решения) — найти и исправить ошибки.
- инициализировать программу `opt_upr.exe` и зафиксировать результаты ее работы.

Примечание. При этом связь по производной реализуется сопряжением выхода интегратора U_3 с контактом № 10 (рис. 12.2).

Второй этап. Исследование системы ЛК-управления с не полностью измеряемыми координатами состояния объекта

В соответствии с целями этапа для случая, когда неизмеряемой считается первая производная в схеме (рис. 12.2), убрать связь по производной с контакта № 11 или № 10 (в зависимости от используемой программы).

Примечание. При использовании программы `Luin_opt.exe` в схеме рис. 12.2 связь по производной реализуется с контакта № 11.

Порядок работы.

1. Оценка чистого запаздывания и фиксация переходного процесса при одинаковых значениях начальных условий в объекте и наблюдателе:
 - установить одинаковые значения начальных условий в объекте и наблюдателе $x(0) = \hat{x}(0) = (2-4,5)$ В и задать все требуемые для выполнения эксперимента исходные данные;
 - сделать ряд пробных пусков с целью проверки адекватности объекта и наблюдателя, а также правильность выбранных значений T_0 , N и др. Если необходимо — сделать соответствующие коррекции;
 - снять и зафиксировать переходной процесс синхронного движения объекта и наблюдателя.
2. Оценка влияния инерционного запаздывания и получение соответствующих характеристик переходного процесса. Для этого:
 - установить принятые при выполнении предыдущего пункта начальные условия $x(0)$ только в объекте. Начальные условия в наблюдателе должны быть нулевыми. Значение интервала квантования (T_0) не должно изменяться;
 - получить и зафиксировать переходной процесс при несинхронном движении объекта и наблюдателя.

Внимание! Результаты работы программы `Luin_opt.exe` записываются в два выходных файла: файл `Luinberg.out` содержит информацию о работе собственно наблюдателя, файл `opt_upr.out` содержит информацию о работе системы с наблюдателем.

В программе Luin_opt.exe не предусмотрен вывод на экран дисплея таблиц результатов. Поэтому в Главном меню пункт Просмотр таблиц игнорируется. Для просмотра результатов в табличной форме необходимо выйти из программы Luin_opt.exe (нажав кнопку Esc клавиатуры) и инициализировать обычным способом просмотр выходных файлов.

Третий этап. Исследование квазиоптимальной системы ЛК-управления

Так же, как и в предыдущих случаях, преследует решение задачи получения исходных данных для оценки эффективности применения наблюдателей в системах ЛК-управления.

1. Для его реализации в схеме рис. 12.2 следует отключить связь первой производной с датчиком № 10 (или № 11).

2. При тех же исходных данных, которые использовались и при выполнении второго этапа, запустить программу opt_upr.exe и зафиксировать результат.

Примечание. Как и при выполнении предыдущих этапов, необходимо полностью фиксировать (выбором соответствующего значения числа циклов опроса N) весь переходной процесс.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи исследования;
- краткое описание теоретических положений и методики исследования;
- структура системы ЛК-управления с наблюдателем;
- схема эксперимента;
- результаты трех этапов исследования в табличной и графической формах;
- анализ результатов исследования и выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Изерман. Цифровые системы управления. — М.: Мир, 1986.
2. Л. В. Бабко, В. С. Королев, Р. П. Строганов. Компьютерные системы управления техническими системами / Учебное пособие. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003.

Работа № 13

ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ЛК-УПРАВЛЕНИЯ С НАБЛЮДАТЕЛЕМ КАЛМАНА

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

изучение организации, методов синтеза и исследование особенностей работы оптимальной системы линейно-квадратичного управления (ЛК-управления) с наблюдателем Калмана.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Как известно, организация систем оптимального терминального управления с интегральным квадратичным критерием качества (системы ЛК-управления) требует знания всех координат состояния объекта управления.

В случае, когда часть из этих координат не могут быть измерены, реализация ЛК-управления возможна, если в системе производится их восстановление. Известны различные способы построения таких восстановителей, получивших название наблюдателей. Если объект и измеритель координат находятся под воздействием случайных помех, в качестве наблюдателя наибольшее распространение получил фильтр Калмана.

Принцип построения и алгоритм работы дискретного фильтра Калмана для помех типа белого шума описаны в [1, 2], а также изучаются в лабораторной работе «Оценка неизмеряемых координат объекта при случайных воздействиях (дискретный фильтр Калмана)».

Наблюдатели для восстановления неизмеряемых координат, как правило, используют идею применения адекватной объекту математической модели, в которой доступны для измерения все координаты. Эти координаты и применяются при синтезе оптимального управления. С целью уменьшения влияния задержек, в наблюдателе Калмана реализуются прогнозируемые на такт вперед значения координат состояния объекта.

Так как прогнозируемые и реальные (измеряемые) их значения неизбежно отличаются, в структуру фильтра Калмана включена цепь кор-

рекции прогнозируемого значения координат. Для этой коррекции и используется рассогласование (невязка) между реальными (измеряемыми) и прогнозируемыми координатами состояния.

На рис. 13.1 приведена структурная схема системы оптимального терминального ЛК-управления с фильтром Калмана в качестве наблюдателя.

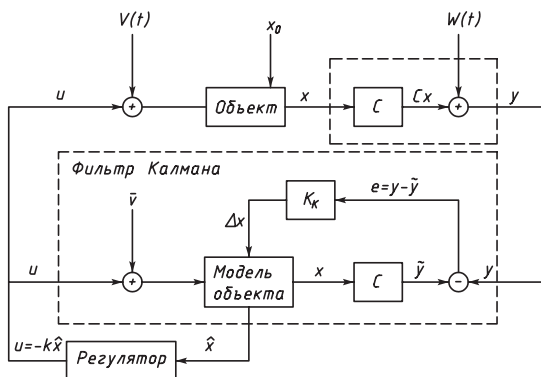


Рис. 13.1.

Если сравнить структуру системы ЛК-управления с полностью измеряемыми координатами состояния с системой, показанной на рис. 13.1, можно отметить, что последняя значительно сложнее. Чтобы оценить эффективность применения наблюдателей, существенно усложняющих структуру управления, с системой без наблюдателя, в данной работе используется метод экспериментальной оценки сравниваемых систем.

Как отмечалось ранее, в системе с наблюдателем (рис. 13.1) помимо задачи восстановления неизмеряемых координат решается так же задача фильтрации помех. В ряде случаев эта задача может быть даже определяющей.

Рассмотрим более подробно формализованное описание системы с наблюдателем.

Пусть имеется объект, описываемый следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + v(t)); \\ y(t) = Cx(t) + w(t); \\ x(0) = x_0, \end{cases} \quad (1)$$

где x — вектор координат состояния объекта, $x \in R^n$; y — вектор измеряемых координат, $y \in R^r$, причем $r \leq n$; A , B — постоянные матрицы параметров объекта соответствующих размерностей; — матрица измерений; u — сигнал управления; v , w — векторный белый шум (помеха)

с характеристиками: мат. ожидание $M(v) = \bar{v}$; $M(w) = \bar{w}$ и дисперсиями V и W соответственно.

Согласно идее построения фильтра Калмана, в структуре последнего должен присутствовать дискретный эквивалент объекта (1), обеспечивающий формирование прогнозируемого значения полного вектора состояния в виде алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} \tilde{x}(k+1) = A_d \hat{x}(k) + B_d(u(k) + \bar{v}(k)); \\ \tilde{y}(k+1) = C\tilde{x}(k+1); \\ \tilde{x}(0) = \tilde{x}_0, \end{cases} \quad (2)$$

где $\tilde{x}$ — прогнозируемое значение полного вектора координат; $\tilde{y}$ — прогнозируемое значение измеряемых координат; k — дискретное время, измеряемое в интервалах квантования T_0 ; $\hat{x}$ — оценка полного вектора координат состояния; A_d , B_d — матрицы параметров дискретной модели объекта; u — управление, формируемое регулятором системы.

Коррекция прогнозируемого дискретной моделью объекта значений измеряемых координат состояния производится в функции рассогласования (невязки $e(k+1)$) измеряемого и прогнозируемого значений:

$$e(k+1) = y(k+1) - \tilde{y}(k+1). \quad (3)$$

Невязка $e(k+1)$ умножается на коэффициент K_k коррекции предсказания. В результате формируется вектор

$$\Delta x(k+1) = K_k(k+1)(y(k+1) - \tilde{y}(k+1)). \quad (4)$$

Для формирования новой оценки $\hat{x}(k+1)$ в алгоритме фильтра Калмана предварительно на каждом шаге вычисляется корректирующий коэффициент $K_k(k+1)$.

Как показано в [1, 2], оптимальные значения корректирующего коэффициента на $(k+1)$ -м шаге можно определить по формуле

$$K_k(k+1) = Q_1(k+1)C^T [CQ_1(k+1)C^T + W]^{-1},$$

где $Q_1(k+1)$ — матрица дисперсии предсказания; W — матрица дисперсии помехи измерения.

Способы формирования Q_1 , а также матрицы дисперсии P оценки вектора $\hat{x}$, необходимой для вычисления Q_1 , подробно описаны в [1, 2] и здесь не приводятся.

Вектор $\Delta x(k+1)$ используется для коррекции вектора оценки прогнозируемых координат состояния в виде:

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= A_d \hat{x}(k) + B_d(u(k) + \bar{v}) + \Delta x(k+1) = \\ &= A_d \hat{x}(k) + B_d(u(k) + \bar{v}) + K_k(k+1)[y(k+1) - C(A_d \hat{x}(k) + B_d(u(k) + \bar{v}))]. \end{aligned} \quad (5)$$

Обратная связь (управление) формируется как линейная функция оценок значений полного вектора координат состояния $\hat{x}(k)$, получаемого с выхода наблюдателя:

$$u(k) = -K^* \hat{x}(k), \quad (6)$$

где K^* — матрица (вектор-строка) оптимальных коэффициентов обратной связи, определяемых, например, методом динамического программирования (см. работу № 9).

Описанные выше процессы восстановления координат состояния и формируемые на их основе сигналы обратной связи иллюстрируются развернутой структурной схемой, приведенной на рис. 13.2. При этом объект управления моделируется линейным уравнением второго порядка.

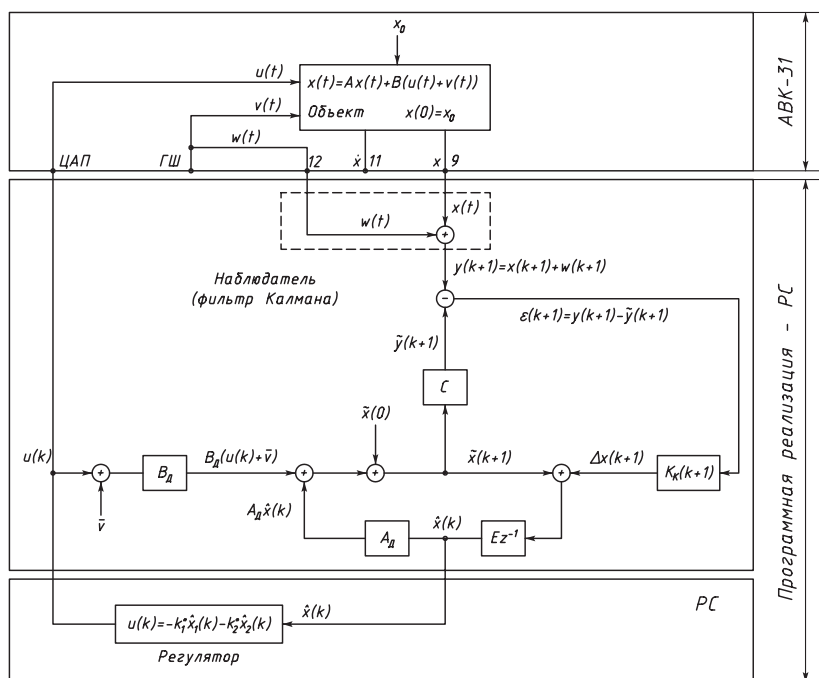


Рис. 13.2.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ И МЕТОДИКИ ПРОВЕДЕНИЯ РАБОТЫ

Экспериментальное исследование системы ЛК-управления проводится в режиме реального времени на цифро-аналогом комплексе лаборатории. Объект непрерывного типа моделируется на АВК-31. Наблюдатель неизмеряемых координат в форме фильтра Калмана реализуется программным способом на РС. Устройство связи с объектом (УСО) выполнено на базе платы L-154. Случайные помехи $v(t)$ и $w(t)$ моделируется разнесенными во времени сигналами с генератора белого шума. Схема экспериментальной установки приведена на рис. 13.3.

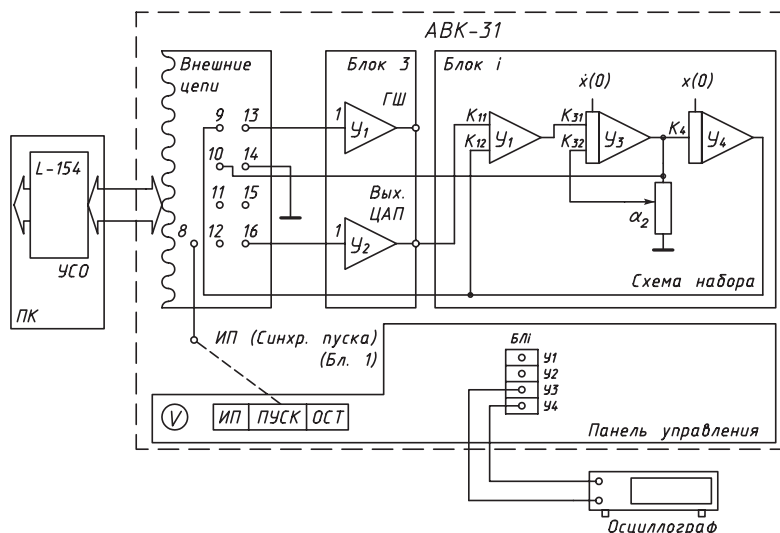


Рис. 13.3.

Датчики координат состояния схемы имитируются контактами панели «Внешние цепи» аналогового комплекса АВК-31. Распределение датчиков на панели «Внешние цепи» следующее:

- № 8 — датчик сигнала синхронизации пуска АВК и программы обработки;
- № 9 — датчик № 1 — датчик выходной координаты $x(t)$;
- № 11 — датчик № 2 — контрольный датчик координаты $\dot{x}(t)$,
- № 12 — датчик № 3 — датчик сигнала помехи в канале измерителя.

Экспериментальная установка позволяет выполнить исследование как обычной оптимальной системы ЛК-управления, так и аналогичной системы с наблюдателем неизмеряемых координат состояния.

Необходимое для исследования программное обеспечение размещено в пакете Labki на диске E: (написание программ и их отладка выполнены М. Шиловым).

Следует отметить, что для выполнения экспериментов кроме основной программы `klm_opt.exe` необходимо воспользоваться программами `tpvv.exe`, `cal_optb.exe`, `opt_upr.exe`.

Результаты экспериментов фиксируются в двух файлах: `klm.out` и `opt.out`. В первом файле записаны результаты настройки и работы собственно наблюдателя. Во втором — результаты работы оптимальной системы с наблюдателем.

Исследование работы системы ЛК-управления с наблюдателем проводится в несколько этапов.

Первый этап (подготовительный). Целью данного этапа является получение помимо «первичных» исходных данных, заданных преподавателем, дополнительно расчетных исходных данных. Ими являются:

- параметры случайных помех: мат. ожидание и дисперсия;
- параметры дискретной модели объекта;
- оптимальные значения коэффициентов обратной связи.

Параметры помех и значения начальных условий должны выбираться из обеспечения условий работы системы в линейной области.

Параметры дискретной модели должны учитывать значения периода квантования T_0 и значения принятых начальных условий x_0 .

Методика получения расчетных данных подробно описана в работе «Оценка неизмеряемых координат объекта при случайных возмущениях» (работа № 11).

Второй этап. Целью данного этапа является экспериментальное исследование системы оптимального ЛК-управления с восстановлением неизмеряемой координаты $\dot{x}(t)$ объекта и фильтрации помех. Этап включает выполнение нескольких экспериментов:

1. Проверка работоспособности системы с наблюдателем в разомкнутом состоянии. Будем считать систему работоспособной, если при одинаковых начальных условиях и одинаковых значениях периода опроса процессы в непрерывной и дискретной частях системы совпадают.

2. Исследование системы оптимального ЛК-управления с наблюдателем в замкнутом состоянии и в различных режимах работы.

Программа первого этапа работы

1. Для заданного объекта и периода квантования T_0 , используя программу `calb_opt.exe`, получить значения параметров A_d и B_d дискретной модели и значения оптимальных коэффициентов обратной связи

K_1^* и K_2^* . При этом необходимо предусмотреть не менее двух вариантов задания весовых коэффициентов критерия Q и R . Кроме вышеприведенных параметров следует фиксировать принятые значения x_0 и T_0 .

2. С помощью программы `trvv.exe` получить значения математического ожидания и дисперсии помех сигналов $v(t)$ и $w(t)$.

3. Составить схему набора объекта для АВК и рассчитать передаточные коэффициенты решающих элементов.

4. Собрать схему эксперимента (рис. 13.3) и для случая $u_{\text{гш}} = 0$ и $K_1^* = K_2^* = 0$ (разомкнутая система) путем пробных пусков АВК убедиться в работоспособности полученной схемы набора.

5. Проверить адекватность дискретной и непрерывной схем моделей объекта. Для этого при разомкнутой обратной связи задать требуемые исходные данные для непрерывной и дискретной моделей.

При проведении этого эксперимента следует отключить ГШ, но оставить заданные в программе значения мат. ожидания и дисперсии. Значения x_0 и T_0 в непрерывной и дискретной моделях должны быть одинаковыми.

Адекватность моделей проверяется после запуска программы `klm_opt.exe` путем сравнения процессов на выходе моделей.

Примечание. Экспериментальное исследование оптимальной системы с наблюдателем производится только после получения положительного ответа об адекватности моделей.

Программа второго этапа работы

1. При заданных начальных условиях $x_0 \neq 0$, $u_{\text{гш}} \neq 0$ и разомкнутой обратной связи ($K_1^* = 0$, $K_2^* = 0$) зафиксировать переходные процессы в объекте и на выходе фильтра Калмана, а также значения критерия оптимальности. Значения x_0 и T_0 принять такими же, как и в первом этапе работы.

2. Опыты первого эксперимента полностью повторить для замкнутой системы управления с наблюдателем для $K_1^* \neq 0$, $K_2^* \neq 0$.

3. Оценить эффективность введения наблюдателя в систему оптимального управления. Так как адекватность объекта и его дискретной модели была установлена ранее, то в первом приближении эффективность можно оценить сравнивая результаты второго эксперимента с результатами эксперимента, в котором $K_1^* \neq 0$, $K_2^* = 0$, то есть управления только по одной координате — x_1 .

Фиксация результатов работы осуществляется в двух файлах: `klm.out` и `opt.out`.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи работы;
- описание методики синтеза оптимальной системы ЛК-управления с наблюдателем;
- структура системы управления с наблюдателем;
- схема эксперимента;
- результаты исследования в табличной и графической формах;
- оценка эффективности использования наблюдателя;
- выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. В. Бабко, В. С. Королев, Р. П. Строганов. Компьютерные системы управления техническими системами / Учебное пособие. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2003.
2. Р. Изерман. Цифровые системы управления. — М.: Мир, 1986.

Приложение

Главное меню программы `klm_opt.exe` состоит из описанных ранее подменю. Ниже рассмотрим только содержание подменю ввода данных.

Подменю «Ввод данных». В состав этого подменю входят:

Внешние параметры

Параметры объекта (матрица A)

Передаточная функция входа (вектор B)

Вектор измерения (вектор C)

Начальные условия

Параметры критерия (матрица Q и скаляр R)

Оптимальные коэф. ОС (K_1, K_2)

В качестве примера приведем содержание каждого из перечисленных выше пунктов для некоторой (гипотетической) системы.

Внешние параметры

Число циклов ввода.....150

Период опроса, мс.....100

Мат. ожидание помех.....0,06

Дисперсия помехи входа (v).....40

Дисперсия помехи измерения (w).....40

Параметры объекта (A_d)

Эл-нт (1, 1) матрицы параметров.....0,995

Эл-нт (1, 2) матрицы параметров.....	0,005
Эл-нт (2, 1) матрицы параметров.....	-0,005
Эл-нт (2, 2) матрицы параметров.....	0,005
<u>Параметры вектора (V_d)</u>	
Эл-нт (1) передаточн. функ. входа.....	0,005
Эл-нт (2) передаточн. функ. входа.....	0,095
<u>Вектор измерений (C)</u>	
Эл-нт (1) вектора измерений.....	1,00
Эл-нт (2) вектора измерений.....	0,00
<u>Начальные условия (HU)</u>	
Эл-нт (1) оценки вектора состояний.....	3,00
Эл-нт (2) оценки вектора состояний.....	0,00
Эл-нт (1, 1) ковариац. матрицы оценки...	0,00
Эл-нт (1, 2) ковариац. матрицы оценки...	0,00
Эл-нт (2, 1) ковариац. матрицы оценки...	0,00
Эл-нт (2, 2) ковариац. матрицы оценки...	0,00
<u>Параметры критерия</u>	
Эл-нт (1,1) матрицы Q	1,00
Эл-нт (1,2) матрицы Q	0,00
Эл-нт (2,1) матрицы Q	0,00
Эл-нт (2,2) матрицы Q	1,00
Вектор (<i>в данном случае — скаляр</i>) R	1,00
<u>Оптимальные коэффициенты</u>	
Коэффициент обр. связи K_1	0,414
Коэффициент обр. связи K_2	0,683

Работа № 14

СЖАТИЕ ИНФОРМАЦИИ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

ЦЕЛЬ РАБОТЫ:

ознакомиться с методом и алгоритмом сжатия непрерывного сигнала $x(t)$, регистрируемого в табличной форме в виде дискретных значений $x(t_k)$, зафиксированных через равные интервалы времени.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

При выборе постоянного интервала квантования по времени непрерывного сигнала обычно ориентируются, следуя теореме Котельникова—Шеннона, на его максимальную частотную составляющую. Однако многие реальные непрерывные процессы имеют переменный характер частоты на различных участках процесса. Очевидно, что такие процессы более экономно регистрировать с переменным шагом дискретизации, соблюдая требуемую точность восстановления в промежуточных точках.

Таким образом, метод сжатия непрерывной информации может основываться на идее использования переменного шага квантования, определяемого в зависимости от частотных свойств сигнала на конкретном участке регистрируемого процесса.

Основная проблема реализации этой идеи заключается в разработке формализованного метода анализа частотных свойств отдельных участков процесса, а также связи его с требуемой точностью восстановления непрерывного процесса по данным преобразованной (далее — сжатой) таблицы.

Рассмотрим ее решение в условиях, когда помимо исходного процесса $x(t)$ и соответствующей ему таблицы чисел $x(t_k)$ заданными считаются:

- интервал квантования исходной таблицы T_0 ;
- допустимая погрешность восстановления непрерывного сигнала по данным сжатой таблицы ε_d ;
- метод восстановления непрерывного сигнала — кусочно-линейная интерполяция.

В основу формализации рассматриваемого в работе процесса сжатия информации и последующего ее восстановления в непрерывной форме положен метод интерполяции Ньютона.

В соответствии с этим методом, формулы для реализации кусочно-линейной и квадратичной (параболической) интерполяции для значений функции $x(t)$ между точками t_k и t_{k+1} можно записать в следующем виде:

1) *линейная интерполяция*:

$$x_1(t) = x(t_k) + u\Delta x(t_k) \quad \text{для} \quad t_k < t \leq t_{k+1}, \quad (1)$$

где $u = \frac{t - t_k}{t_{k+1} - t_k} = \frac{t - t_k}{T_k}$, $T_k = t_{k+1} - t_k$ — интервал квантования на k -м участке сжатой таблицы, $\Delta x(t_k) = x(t_{k+1}) - x(t_k)$ — первая разность сигнала на участке $t_{k+1} - t_k$;

2) *квадратичная (параболическая) интерполяция*:

$$x_2(t) = x(t_k) + u\Delta x(t_k) + \frac{u(u-1)}{2}\Delta^2 x(t_k) \quad \text{для} \quad t_k < t \leq t_{k+1}, \quad (2)$$

где $\Delta^2 x(t) = \Delta x(t_{k+1}) - \Delta x(t_k)$ — вторая разность сигнала на участке $t_{k+1} - t_k$.

В формулах (1) и (2) T_k — интервал квантования на k -м участке сжатой таблицы, причем $T_0 \leq T_k \leq iT_0$, $i = 1, 2, 3, \dots, m$.

Формула (2) отличается от формулы (1) только третьим членом. Следовательно, при использовании линейной интерполяции для восстановления непрерывной функции $x(t)$, как минимум, будет потеряно третье слагаемое формулы (2). В результате при использовании линейной интерполяции вместо интерполяции более высокого порядка в первом приближении погрешность восстановления функции $R_{2-1}(t)$ между дискретными точками $x(t_k)$ и $x(t_{k+1})$ можно оценить следующим образом:

$$R_{2-1}(t) = x_2(t) - x_1(t) = \frac{u(u-1)}{2}\Delta^2 x(t_k). \quad (3)$$

Если обозначить через δ_m максимальное значение погрешности представления данных в исходной таблице, то очевидно, что при восстановлении непрерывной функции по данным сжатой таблицы необходимо обеспечить выполнение следующего условия:

$$|R_{2-1}(t)| + |\delta_m| \leq \varepsilon_d$$

или

$$|R_{2-1}(t)| \leq \varepsilon_d - |\delta_m|,$$

где ε_d — допустимое значение погрешности.

Учитывая (3), последнее неравенство можно представить в виде:

$$|R_{2-1}(t)| = \frac{u(u-1)}{2} |\Delta^2 x(t_k)| \leq \varepsilon_d - |\delta_m|, \quad (4)$$

Таким образом, при известных ε_d и δ_m оценка погрешности линейной интерполяции при восстановлении непрерывной функции по данным сжатой таблицы не должна превышать правой части неравенства (4). Левую часть этого неравенства, учитывая выражение для u , можно записать следующим образом:

$$R_{2-1}(t) = \frac{1}{2} \frac{t-t_k}{t_{k+1}-t_k} \left(\frac{t-t_k}{t_{k+1}-t_k} - 1 \right) \Delta^2 x(t_k) = \frac{\Delta^2 x(t_k)}{2T_k^2} (t-t_k)(t-t_{k+1}). \quad (5)$$

Предположим, что максимальное значение погрешности интерполяции на каждом из участков между точками $t_{k+1} - t_k$ будет на середине участка.

В этом случае $|t-t_k| = |t-t_{k+1}|$ и формулу (5) можно представить в виде:

$$R_{2-1}(t) = \max \left| \frac{\Delta^2 x(t_k)}{2(t_{k+1}-t_k)^2} \left(\frac{t_{k+1}-t_k}{2} \right)^2 \right| = \frac{1}{8} \max \left| \frac{\Delta^2 x(t_k)}{(\Delta t_k)^2} \right| (t_{k+1}-t_k)^2 \quad (6)$$

(более строгий вывод формулы (6) приведен в [1]).

В первом приближении при $t_k \leq t \leq t_{k+1}$ можно принять, что значение

$$\max \left| \frac{\Delta^2 x(t_k)}{(\Delta t_k)^2} \right| \approx \max \left| \frac{d^2 x(t)}{dt^2} \right|_k = \max |x''(t)|_k. \quad (7)$$

С учетом (7) выражение (6) можно представить в виде:

$$R_{2-1}(t) = R_{2-1}[x(t_k)] = \frac{1}{8} \max |x''(t)| (t_{k+1}-t_k)^2. \quad (8)$$

В результате условие (4), с учетом (8), примет следующий вид:

$$\varepsilon_d - |\delta_m| \geq \frac{1}{8} \max |x''(t)| (t_{k+1}-t_k)^2, \quad (9)$$

где $\max |x''(t)|$ — максимальное значение оценки второй производной на участке между точками t_k и t_{k+1} .

Из (9) следует, что

$$t_{k+1} - t_k \leq \sqrt{\frac{8(\varepsilon_d - |\delta_m|)}{\max |x''(t)|}} \quad \text{для} \quad t_k < t \leq t_{k+1}$$

или

$$t_{k+1} \leq t_k + \sqrt{\frac{8(\varepsilon_d - |\delta_m|)}{\max |x''(t)|}} \quad \text{для} \quad t_k < t \leq t_{k+1}. \quad (10)$$

Неравенство (10) определяет предельное значение конца участка $t_k - t_{k+1}$, обеспечивающее восстановление непрерывной функции $x(t)$ на этом участке с погрешностью, не превышающей допустимое значение ε_d .

Таким образом, при восстановлении непрерывной функции методом линейной интерполяции и при заданных значениях погрешностей ε_d и δ_m величина интервала квантования $T_k = t_{k+1} - t_k$ определяется второй производной сигнала на рассматриваемом участке.

Если $|\delta_m| \ll \varepsilon_d$, то для получения оценочных значений t_{k+1} условие (10) можно записать в виде:

$$t_{k+1} \leq t_k + \sqrt{\frac{8\varepsilon_d}{\max |x''(t)|}} \quad \text{на участке} \quad t_k < t \leq t_{k+1} \quad (11)$$

Для оценки эффективности сжатия введем специальный показатель Z :

$$Z = \frac{N_0 - N_C}{N_0} \cdot 100\%,$$

где N_0 — число дискрет (строчек) в исходной таблице, N_C — число дискрет (строчек) в сжатой таблице.

Особенности реализации рассматриваемого метода сжатия информации

В соответствии с описанным выше методом сжатия информации разработка алгоритма его реализации предполагает организацию последовательного анализа участков исходной таблицы с целью определения на каждом исследуемом участке значений второй производной (второй разности).

При этом если условие (9) выполняется, то делается вывод о возможности пропуска очередного значения данных исходной таблицы. В соответствии с формулами (10) или (11), определяются возможное значение координаты конца исследуемого участка процесса $x(t_k)$, которое

запоминается. Следующим шагом алгоритма будет переход к очередному участку исходной таблицы и его приспособывание к предыдущему участку.

Для нового предполагаемого конца очередного участка сжатой таблицы определяется значение второй разности и погрешность интерполяции $R_{2-1}(t_k)$. Если условие (9) опять выполняется, то в соответствии с формулами (10) или (11) определяется возможность пропуска очередной координаты исходной таблицы и т.д.

Если при исследовании очередного участка условие (9) не выполняется, то делается вывод о нарушении условий восстановления процесса $x(t)$ с допустимой погрешностью. В этом случае необходимо возвратиться к предыдущему шагу алгоритма. В результате значение t_{k+1} в новой таблице, полученное на предыдущем шаге и определенное ранее как возможное для пропуска, принимается как максимально допустимое и фиксируется в сжатой таблице как значение конца очередного участка $x(t_{k+1})$.

На следующем шаге алгоритма это значение принимается за начало очередного участка сжатой таблицы, и процесс определения его конца повторяется. Следует отметить, что при переходе к исследованию очередного участка исходной таблицы, необходимо определить, не является ли он последним. Если да, то процесс ее сжатия заканчивается.

Кроме отмеченных выше особенностей, при формировании сжатой таблицы необходимо учитывать то, что первые две строчки данных исходной таблицы должны без изменений перейти и в сжатую таблицу. Последнее обусловлено тем, что на этих участках невозможно оценить вторые разности регистрируемого процесса, а значит, и значения вторых производных.

МЕТОДИКА ВЫПОЛНЕНИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

В работе предусмотрена возможность генерации и регистрации в табличной форме различного вида процессов с помощью программы `Procs` из пакета `LABKU`.

Исходными данными для выполнения исследования эффективности сжатия информации является таблица чисел, в которой через равные интервалы T_0 зафиксирован в дискретной форме физический процесс $x(t_k)$.

Первый этап работы — генерация исходной таблицы для последующих операций ее сжатия в описанном ранее смысле.

Второй этап работы — проведение исследования собственно процесса сжатия.

Как показано выше, эффективность сжатия информации зависит от вида физического процесса $x(t)$, допустимой погрешности восстановления ε_d и значений интервала квантования T_0 исходного процесса.

В результате проведения второго этапа необходимо оценить влияние перечисленных факторов на эффективность сжатия информации. Кроме этих оценок, в работе следует проверить выполнение условия $|\varepsilon_m(k)| \leq \varepsilon_d$, где $|\varepsilon_m(k)|$ — максимальное значение реальной погрешности, полученной в экспериментах при восстановлении непрерывной функции $x(t)$ по данным сжатой таблицы.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Программное обеспечение исследования процессов сжатия информации представлено в форме исполнительного модуля `compress.exe`, входящего в состав пакета LABKU.

Как и в других лабораторных работах, в программе данной работы для задания исходных данных, запуска программы на выполнение, просмотра и фиксации результатов исследования используется принцип командных меню. Все результаты исследования фиксируются в одном выходном файле `compress.out`. Поэтому для сохранения полученных результатов после каждого исследования их следует переписать в другой файл и дать ему оригинальное имя.

Для предварительной оценки результатов исследования программное обеспечение предусматривает представление их также и в графической форме на экране дисплея.

Разработка алгоритма и программы сжатия информации, а так же их отладка с учетом требований пользовательского интерфейса пакета LABKU, выполнены студентом А. В. Криушовым.

ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ

Схема экспериментальной установки, используемой в данной работе, приведена на рис. 14.1. Установка состоит из двух частей — аналоговой и цифровой.

Аналоговая часть предназначена для генерации в непрерывной форме конкретного физического процесса $x(t)$. Реализована она на базе аналогового вычислительного комплекса АВК-31.

Цифровая часть состоит из персонального компьютера (РС) с устройством связи с объектом (УСО), обеспечивающим преобразование непрерывных сигналов в цифровую форму и обратно.

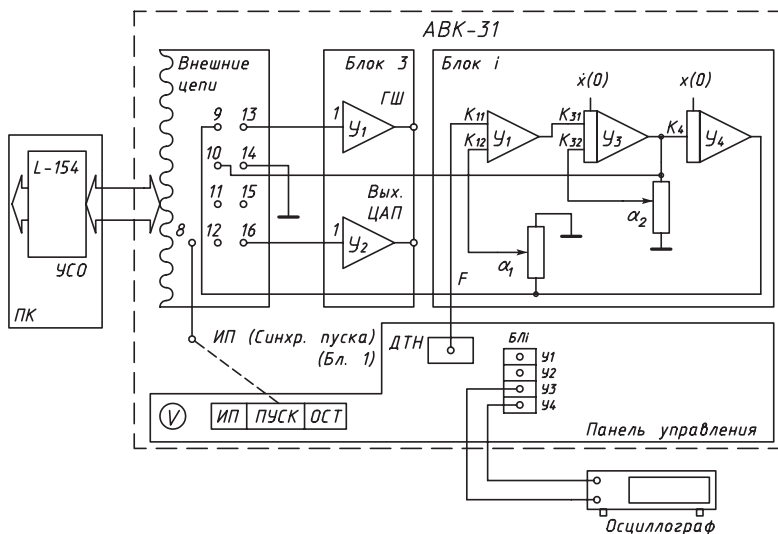


Рис. 14.1.

На рис. 14.1 для примера показана схема решения элементами аналоговой части установки линейного дифференциального уравнения второго порядка и фиксации его средствами РС в форме исходной таблицы, подлежащей сжатию. В схеме через F обозначен сигнал внешнего возмущения, подаваемый с датчика тестовых напряжений (ДТН).

Схема позволяет исследовать как аperiodические, так и колебательные переходные процессы. Аналоговая часть установки позволяет генерировать непрерывные сигналы и сигналы других видов (вид сигналов задается преподавателем).

ПРОГРАММА РАБОТЫ

1. Ознакомиться с теоретическими основами используемого в работе метода сжатия информации и особенностями его алгоритмической реализации.

2. Ознакомиться с программой `compress.exe` пакета LABKU и используемым в программе пользовательским интерфейсом.

3. Собрать схему экспериментальной установки (рис. 14.1).

4. Настроить схему генерации таблиц исходных данных, позволяющую воспроизводить переходные процессы аperiodического, слабо колебательного и колебательного характера.

5. Исследовать влияние на эффективность сжатия информации вариаций:

- допустимой погрешности ε_d (при $T = \text{const}$) для каждого вида переходного процесса;
- интервалов квантования T_0 (при $\varepsilon_d = \text{const}$) при регистрации переходных процессов в табличной форме.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи работы;
- описание используемого метода сжатия информации;
- формализованное описание алгоритма реализации рассматриваемого в работе метода сжатия информации;
- схема экспериментальной установки;
- результаты исследования процессов сжатия информации (в табличной и графической формах);
- зависимость изменения $Z(\varepsilon_d)$ при $T = \text{const}$ и $Z(T_0)$ при $\varepsilon_d = \text{const}$;
- оценка максимального значения погрешности восстановления непрерывной информации по экспериментальным данным сжатой таблицы;
- анализ результатов исследования (выводы).

ЛИТЕРАТУРА

1. Методы алгоритмизации непрерывных производственных процессов / Под ред. В. В. Иванова. — М.: Наука, 1975.

Работа № 15

ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЛЬТРА АНОМАЛЬНЫХ ВЫБРОСОВ

ЦЕЛИ РАБОТЫ:

- ознакомление с методикой решения задач достоверизации аналоговой информации. Предполагается, что информация представлена в виде аналоговых сигналов, содержащих аномальные выбросы;
- проведение экспериментальных исследований различных режимов и особенностей работы фильтра аномальных выбросов (ФАВ).

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Аномальными выбросами принято называть отдельные ошибочные данные, сильно отличающиеся от сигналов нормального режима. Их необходимо отфильтровать, так как они могут вызвать поломки аппаратуры из-за больших уровней сигналов.

Математическая модель сигнала, поступающего на вход ФАВ в дискретном времени, может быть представлена следующим образом:

$$y(k) = x(k) + v(k) + \mu(k).$$

где $x(k)$ — полезный сигнал; $v(k)$ — помеха, случайный сигнал типа белого шума; $\mu(k)$ — сигнал аномальных выбросов.

С выхода фильтра фиксируется оценка выходного сигнала:

$$x_F = \hat{y}_F \approx x(k) + v(k).$$

Для цифровой фильтрации аномальных выбросов применяются различные методы и алгоритмы [1]. В данной работе рассматривается наиболее простой алгоритм, основанный на оценивании среднего значения входной величины и ее дисперсии. При оценивании средних значений может быть использован алгоритм рекуррентного усреднения. Как известно, в рекуррентной форме он будет иметь следующий вид:

$$\hat{y}(k+1) = \hat{y}(k) + \frac{1}{k+1}(y(k+1) - \hat{y}(k)).$$

Здесь $\hat{y}$ — оценка среднего значения входной величины, а $y(k+1)$ — текущее измеренное значение входной величины.

Для усреднения, включая медленно изменяющиеся во времени сигналы, обычно используется постоянный коэффициент коррекции — K .

В результате получим:

$$\hat{y}(k+1) = \hat{y}(k) + \frac{1}{K}(y(k+1) - \hat{y}(k)).$$

В соответствии с этим выражением и полагая, что отклонение текущего значения входного сигнала Δy от его среднего значения будет равно

$$\Delta y(k+1) = y(k+1) - \hat{y}(k+1),$$

можно получить рекуррентное соотношение для оценки дисперсии в виде:

$$\hat{\sigma}_y^2(k+1) = \hat{\sigma}_y^2(k) + \frac{1}{K} [(y(k+1) - \hat{y}(k+1))^2 - \hat{\sigma}_y^2(k)].$$

Здесь, как указывалось выше, $K = \text{const}$, а $\hat{\sigma}_y^2$ — оценка дисперсии входного сигнала $y(k)$.

Для выявления аномальных выбросов в общем случае необходимо знать вид функции распределения вероятности. В частном же случае аномальные выбросы можно определять, анализируя следующее неравенство:

$$|\Delta y(k+1)| = |y(k+1) - \hat{y}(k+1)| > \chi \hat{\sigma}_y(k+1),$$

где $\chi \hat{\sigma}_y(k+1)$, определяет диапазон допустимых отклонений $y(k+1)$ относительно усредненного значения $\hat{y}(k+1)$.

В результате все измерения, для которых выполняется данное неравенство, считаются ошибочными. Как правило, значение χ выбирается из условия $\chi \geq 1$. Его выбор определяется характером и параметрами сигнала $v(t)$. Например, в случае распределения отклонения $\Delta y(k+1)$ по нормальному закону $\chi \geq 3$.

Выше была описана процедура обнаружения аномальных выбросов. При этом возникает другая проблема: что ставить на место обнаруженного и недопустимого выброса. Существует два наиболее распространенных варианта решения этой задачи:

- 1) вместо ложного выброса сигнала $y(k + 1)$ используется оценка $\hat{y}(k + 1)$;
- 2) вместо ложного выброса сигнала $y(k + 1)$ используется предыдущее значение $y(k)$, удовлетворяющее условиям нахождения в допустимой области.

Оба эти способа имеют свои достоинства и недостатки. Так, если заменять аномальный выброс на оценку среднего значения входного сигнала, то значения оценок дисперсии и самого среднего значения на данном шаге не изменятся. В этом случае влияние от выброса на последующие измерения минимально. Во втором же случае значение оценки среднего значения сместится в сторону предыдущего значения и оценка дисперсии увеличится, т. е. расширится коридор наиболее вероятных отклонений.

Таким образом, возможно небольшое влияние выброса на последующие измерения. Однако данный эффект может быть существенно снижен путем увеличения значения постоянного коэффициента коррекции, а также увеличением объема выборки.

Отрицательный эффект использования усредненных значений y проявляется при фильтрации аномальных выбросов, наложенных на медленно меняющийся периодический сигнал. Так, в случае существования аномального выброса помехи в виде белого шума и медленно меняющегося синусоидального сигнала оценка среднего значения будет близка к нулю независимо от амплитуды полезного сигнала. В результате при появлении аномального выброса в районе максимума или минимума полезного сигнала он будет заменен средним, практически нулевым, значением. В графике функции $x_f(k + 1)$ будут наблюдаться провалы.

Такая ситуация исправляется путем применения второго варианта замены аномального выброса на предыдущее допустимое значение. Так, при достаточно высокой частоте измерения вид полезного сигнала практически не будет изменяться.

Кроме того, для исследования влияния погрешностей задания начальных значений переменных $x(0) = y(0)$ и $D(0) = \sigma^2(0)$ при рекуррентных вычислениях во втором способе построения алгоритма ФАВ предусмотрено непосредственное вычисление этих переменных в течение первых S тактов работы фильтра и блокирование выходного сигнала на это время.

Алгоритм фильтрации аномальных выбросов

В предыдущем разделе рассмотрены математическое описание и варианты построения алгоритмов фильтрации аномальных выбросов. Ни-

же приводится описание алгоритма ФАВ, реализующего два варианта замены исключаемого аномального выброса.

Первым шагом любого алгоритма является задание параметров, а так как он базируется на рекуррентных соотношениях, то необходимо еще и определить начальные значения входящих в него переменных.

Исходные данные:

T_0 — интервал (цикл) опроса;

N — число периодов опроса;

χ — коэффициент, определяющий диапазон наиболее вероятных отклонений (весовой коэффициент);

K — коэффициент коррекции;

$y(0)$ — начальное значение сигнала на входе ФАВ, необходимое для рекуррентного вычисления оценки среднего значения на первом шаге (принято считать, что $y(0) = x(0)$);

$D(0) = \sigma_y^2(0)$ — начальное значение дисперсии шума $v(t)$;

$p = 1, 2$ — режим работы ФАВ;

S — интервал (в единицах T_0) начального накопления $y(k)$ в режиме $p = 2$;

k — счетчик моментов времени (в единицах T_0); указывает на текущий момент времени от начала процесса измерения.

Шаг 1. Ввод исходных данных.

Шаг 2. Присвоить: $k = 0$, $\hat{y}(k) = y(0) = x(0)$, $S = K$, $\text{sum}(k) = y(0)$.

Шаг 3. Измерить очередное значение входной величины $y(k + 1)$.

Шаг 4. Если $p = 1$, то переход к шагу 5, иначе — к шагу 13.

Шаг 5. Вычисление оценки среднего значения входного сигнала:

$$\hat{y}(k + 1) = \hat{y}(k) + \frac{y(k + 1) - \hat{y}(k)}{K}.$$

Шаг 6. Вычисление оценки дисперсии входного сигнала:

$$\hat{\sigma}_y^2(k + 1) = \hat{\sigma}_y^2(k) + \frac{(y(k + 1) - \hat{y}(k + 1))^2 - \hat{\sigma}_y^2(k)}{K}.$$

Шаг 7. Вычисление отклонения текущей величины от среднего значения:

$$|\Delta y(k + 1)| = |y(k + 1) - \hat{y}(k + 1)|.$$

Шаг 8. Если $|\Delta y(k + 1)| > |\chi \hat{\sigma}_y(k + 1)|$, то переход к шагу 9, иначе — к шагу 11.

- Шаг 9. Если $p = 1$, то $y(k + 1) = \hat{y}(k + 1)$ и переход к шагу 10, иначе — $y(k + 1) = y(k)$ и переход к шагу 10.
- Шаг 10. Восстановление оценок дисперсии D и среднего значения входного сигнала:

$$D(k + 1) = \hat{\sigma}_y^2(k + 1) = \sigma_y^2(k), \quad \hat{y}(k + 1) = \hat{y}(k).$$

- Шаг 11. Фиксация $y(k + 1)$ и переход к шагу 12.
- Шаг 12. Если счетчик $(k + 1) \leq N$, то $k = k + 1$ и переход к шагу 3, иначе — к шагу 16.
- Шаг 13. Если $(k + 1) > S$, то переход к шагу 5, иначе — к шагу 14.
- Шаг 14. Накопление значений входного сигнала

$$\text{sum}(k + 1) = \text{sum}(k) + y(k + 1).$$

- Шаг 15. Если $(k + 1) = S$, то

$$y(k + 1) = \hat{y}(k + 1) = \frac{\text{sum}(k + 1)}{S + 1}, \quad \hat{\sigma}_y^2(k + 1) = \hat{\sigma}_y^2(0)$$

и переход к шагу 11, иначе — $y(k + 1) = \hat{y}(k + 1) = y(0)$ и переход к шагу 11.

- Шаг 16. Фиксация результатов исследования в файл.
- Шаг 17. Подготовка к отображению результатов исследования в графической и табличной формах.
- Шаг 18. Конец.

Как видно, в данном алгоритме использованы оба принципа замены аномального выброса, которые выбираются путем установки соответствующего значения параметра p (замена на оценку среднего значения ($p = 1$) и замена на предыдущее значение ($p = 2$)).

В алгоритме на шаге 10 производится восстановление оценок среднего значения и дисперсии входного сигнала после каждого аномального выброса с целью уменьшения их влияния на последующие вычисления. Если данный механизм не использовать, то возможно расширение диапазона наиболее вероятных отклонений, так что впоследствии выбросы с аналогичным уровнем могут быть приняты, как нормальные значения, что недопустимо.

Как было отмечено ранее, в ветвь алгоритма, использующую замену аномального выброса на предыдущее значение ($p = 2$) введен также механизм текущей оценки начальных значений переменных $y(0)$ и $\sigma_y^2(0)$ — шаги 13–15. На время получения оценки предполагается задержка выдачи результатов фильтрации.

Влияние возможного появления аномального выброса во время формирования оценок $D_y(0)$ и $y(0)$ на ошибки фильтрации, априори можно считать незначительным событием. Если аномальный выброс все же появится в этот период, то вследствие усреднения S первых измерений он не сможет существенно повлиять на точность получения начальных значений этих оценок.

В режиме $p = 1$ механизм текущего определения начальных значений $y(0)$ и $\sigma_y^2(0)$ не используется; их необходимо задать извне перед запуском алгоритма. При некорректном задании $y(0)$ и $\sigma_y^2(0)$ возможен сбой в работе данного алгоритма.

ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ФАВ

Описанный выше алгоритм реализован в виде исполнительного файла fav.exe, входящего в пакет LABKU.

Программа реализует следующие функции:

- задание режима работы фильтра аномальных выбросов и его параметров;
- ввод по одному каналу АЦП зашумленного сигнала с различными периодами опроса;
- синхронизация пуска АВК-31 и ввода аналоговой информации;
- цифровая фильтрация аномальных выбросов во входном сигнале с заданными параметрами;
- просмотр таблиц исходных данных и результатов работы;
- просмотр графиков входных и отфильтрованных сигналов;
- запись таблиц исходных данных и результатов работы в файл.

Для удобства задания параметров фильтрации предусмотрена возможность загрузки их значений из файла. Для этого в текущем каталоге должен также находиться файл fav.dat, содержащий соответствующие значения этих параметров.

После запуска программы на экране монитора появляется главное меню, содержащее следующие пункты: ввод данных, запуск программы, просмотр графиков, просмотр таблиц, выход из программы.

При первоначальном обращении к первому пункту Главного меню изображение на экране монитора примет следующий вид:

Исследование фильтра аномальных выбросов (ФАВ)

Количество точек (N)500
 Период опроса (T_0), мс.....20

Режим работы ФАВ (р)1
 Коэффициент коррекции (К)10
 Начальное значение $X(0)$, В.1,0
 Коэффициент 'хи' (H_i)2
 Номер канала для Y 1
 Начальное значение дисп. $D(0)$ 0,2

Результаты исследования могут записываться в выходной файл под оригинальным именем, задаваемым оператором. По умолчанию имя файла результатов — fav.out, о чем свидетельствует строка сообщения при первом запуске программы:

'Укажите имя файла результатов: fav.out'.

Программирование выполнено студентом В. В. Леликовым. Язык программирования — С, С++. Пакет работает под управлением операционной системы MS-DOS.

ОПИСАНИЕ ЛАБОРАТОРНОЙ УСТАНОВКИ

Исследование ФАВ производится в режиме реального времени на цифро-аналоговом комплексе лаборатории. На рис. 15.1 приведена схема соединения элементов экспериментальной установки для исследования ФАВ.

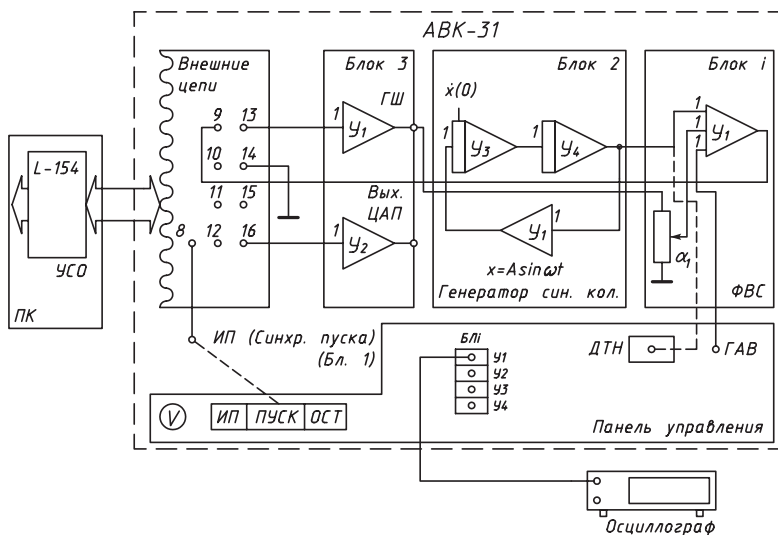


Рис. 15.1.

В работе предусматривается исследование ФАВ для двух вариантов полезного сигнала $x(t)$:

- 1) вариант (а) — сигнал $x(t) = \text{const}$;
- 2) вариант (б) — сигнал $x(t) = A \sin \omega t$, где $\omega = 1 \text{ с}^{-1}$ или $f \approx 0,15 \text{ Гц}$.

Источником постоянного сигнала является ДТН. Полезный низкочастотный гармонический сигнал снимается с выхода ГСС (блок 2).

Регулировка уровней сигналов осуществляется заданием начальных условий на интеграторах ГСС, потенциометром на выходе ГШ и с помощью ДТН.

Сигналы помех и аномальных выбросов подаются с выходов ГШ и ГАВ соответственно. Входной сигнал $y(t) = x(t) + v(t) + \mu(t)$ формируется усилителем-сумматором ФВС.

Диапазон возможного изменения аналоговых сигналов на выходе ФВС не должен превышать $\pm 5 \text{ В}$. Уровни напряжений контролируются вольтметром АВК-31 и внешним осциллографом.

Вся последующая обработка входного сигнала производится в цифровой форме на РС в соответствии с приведенным выше алгоритмом.

МЕТОДИКА И ПРОГРАММА ИССЛЕДОВАНИЯ ФАВ

Целями экспериментального исследования является анализ особенностей данного ФАВ в условиях:

- 1) использования различных способов реализации задачи формирования допустимого сигнала вместо исключаемого аномального выброса;
- 2) вариации основных настраиваемых параметров — χ (хи), коэффициента коррекции K , начальных значений дисперсии $D(0)$ и оценки среднего значения входного сигнала $y(0)$;
- 3) вариации видов полезного сигнала (постоянного и гармонического);
- 4) постоянства параметров сигналов помех $v(t)$ и $\mu(t)$.

Исследования проводятся для двух вариантов.

Вариант 1 ($p = 1$)

а) *Постоянный полезный сигнал* $x(t) = \text{const}$

Исходные данные:

- | | |
|---|----------------------------------|
| 1) Вид полезного сигнала: | постоянный |
| 2) Параметры полезного сигнала $x(t)$: | $U_{\text{вх}} \leq 2 \text{ В}$ |

3) Период опроса T_0 :	10 мс
4) Объем выборки N :	800
5) Начальное значение полезного сигнала $X(0)$:	0
6) Коэффициент «хи», χ :	2,0
7) Начальное значение дисперсии, $D(0)$:	0,7
8) Постоянный коэффициент коррекции K :	20
9) Режим работы ФАВ, p :	1

б) *Гармонический полезный сигнал* $x(t) = A \sin \omega t$

Исходные данные:

1) Вид полезного сигнала:	синусоидальный
2) Параметры полезного сигнала (t): $U_A \leq 2$ В; $f = 0,15$ Гц	
3) Период опроса T_0 :	10 мс
4) Объем выборки N :	800
5) Начальное значение полезного сигнала $X(0)$:	0
6) Коэффициент «хи», χ :	2,0
7) Начальное значение дисперсии $D(0)$:	0,7
8) Постоянный коэффициент коррекции K :	20
9) Режим работы ФАВ, p :	1

Вариант 2 ($p = 2$)

Как и в первом варианте, исследование проводится для двух видов полезного сигнала (постоянного и гармонического). Для корректного сравнения двух способов построения алгоритма ФАВ исследование должно проводиться при тех же исходных данных, что и в первом варианте (кроме значения p).

Этапы исследования

Предварительный этап

1. Ознакомиться с методом фильтрации аномальных выбросов и алгоритмом его реализации. Для большей наглядности и понимания алгоритма рекомендуется составить его в графической форме.

2. Составить личный план исследования, включающий описание целей каждого из планируемых экспериментов и последовательность их выполнения.

3. В соответствии с планом собрать и настроить схему формирования входного сигнала $y(t)$ для исследуемого варианта реализации ФАВ (рис. 15.1).

Примечание. Для априорного задания дисперсии можно воспользоваться программой `trvv` из пакета `LABKU`.

Основной этап

1. В соответствии с составленным и согласованным с преподавателем планом провести исследование алгоритмов ФАВ для постоянного полезного входного сигнала x и вариаций параметров χ (hi), K , $D(0)$, $\bar{y}(0)$.

2. Аналогично провести исследование алгоритмов ФАВ для гармонического полезного входного сигнала $x(t) = U_A \sin \omega t$, $U_A \leq 2$ В, $\omega = 1$ с⁻¹. Остальные параметры аналогичны параметрам, использованным при экспериментах с постоянным полезным входным сигналом.

СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЕТА

- цели и задачи работы;
- алгоритм работы ФАВ;
- план исследования;
- результаты исследований в табличной и графической формах;
- анализ полученных результатов, выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Изерман. Цифровые системы управления. — М.: Мир, 1984.

*Строганов Роман Павлович,
Ярмийчук Владимир Дмитриевич.*

Исследование компьютерных систем управления

Пособие к лабораторным работам

Подписано в печать 11.01.2010. Формат 60X84 1/16.
Усл. печ. л. 8,4. Уч.-изд. л. 8,4. Тираж 25. Заказ 30.

Отпечатано с готового оригинал-макета авторов
в центре оперативной полиграфии факультета технической
кибернетики СПбГПУ.
195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., 21