на правах рукописи

СМИРНОВА Нина Анатольевна

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И СИНТЕЗ ОБУЧАЕМОГО УПРАВЛЕНИЯ УПРУГИМ МАНИПУЛЯТОРОМ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКИХ ОПЕРАЦИЯХ

(Специальность: 05.13.18 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ)

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени кандидата технических наук

Санкт-Петербург

2002

Работа выполнена на кафедре ‘Механика и процессы управления’
Санкт-Петербургского государственного политехнического университета.

Научный руководитель:
доктор технических наук, профессор Бурдаков С.Ф.

Официальные оппоненты:
доктор технических наук, профессор Мирошник И.В.
кандидат технических наук, доцент Чечурин Л.С.

Ведущая организация: Санкт-Петербургский Государственный Электротехнический Университет (ЛЭТИ)

Защита диссертации состоится 19 февраля 2003 г. в 16 часов на заседании диссертационного совета Д 212. 229. 13 Санкт-Петербургского государственного политехнического университета по адресу: 195251, Санкт-Петербург, Политехническая ул., д. 29, корп. 1, а. 41.

Автореферат разослан 16 января 2003 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета Д 212. 229. 13
доктор биологических наук, профессор Зинковский А.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Управление траекторным движением упругих манипуляторов является одной из наиболее сложных задач теории и практики управления динамическими системами. Это связано с параметрической и структурной неопределённостью моделей манипуляторов, а также с невозможностью измерить весь вектор состояния. Поэтому широко распространённая схема синтеза алгоритмов управления на основе метода динамической компенсации напрямую оказывается не применимой и требует дополнения. Если имеется возможность выполнения манипулятором пробных движений, предшествующих рабочему движению, то дополнить управление по методу компенсации можно процедурами обучения. Такие задачи рассматривались в работах Arimoto S., Bondi P., De Luca A., Padieu B., Wang D., Первозванского А.А. и др. При анализе и синтезе алгоритмов управления с обучением основные теоретические результаты получены в предположении, что измерению доступен весь вектор состояния модели манипулятора. Однако обучение всегда проводится на реальном манипуляторе, обладающем неограниченным спектром частот, т.е. в условиях структурной неопределённости модели. Кроме того, измерению доступна только часть вектора состояния, определяемая расположением датчиков обратных связей в кинематической цепи. Эти обстоятельства определяют актуальность разработки методов и алгоритмов синтеза управления с обучением для упругого манипулятора в условиях параметрической и структурной неопределённости модели и неполного измерения вектора состояния.

Цель исследования. Цель диссертационной работы состоит в разработке методов обучаемого управления траекторным движением упругого манипулятора, выполняющего циклические операции. Она предполагает проведение исследования по следующим направлениям.

1. Систематизация и построение моделей упругих манипуляторов с параметрической и структурной неопределённостью, предназначенных для синтеза алгоритмов обучаемого управления траекторным движением.
2. Разработка моделей обучаемого управления для основных задач, связанных с отработкой программных траекторий упругим манипулятором.

3. Разработка методики синтеза алгоритмов обучаемого управления траекторным движением упругого манипулятора в условиях параметрической и структурной неопределённости модели и неполного измерения вектора состояния.

Методы исследования. При построении и исследовании алгоритмов управления используются методы механики, теории автоматического управления, теории дифференциальных уравнений, аппарат функций Ляпунова, метод пространства состояний, метод математического моделирования. Эффективность предлагаемых алгоритмов управления проверяется путём компьютерного моделирования.

Основные научные результаты.

- Модели упругого манипулятора как сингулярно возмущённой системы для основных задач, связанных с отработкой программных траекторий.
- Модели обучаемого управления траекторным движением манипулятора при сингулярных возмущениях, в том числе и при выполнении манипулятором контактных операций.
- Модели обучаемого управления при позиционировании упругого манипулятора в начале и конце программной траектории.
- Методика многоэтапного синтеза алгоритмов обучаемого управления траекторным движением манипулятора в условиях параметрической и структурной неопределённости его модели при измерении части вектора состояния и негладкости программной траектории.

Научная новизна. Представленные в диссертации модели упругого манипулятора как сингулярно возмущённой системы для основных задач, связанных с отработкой программных траекторий, модели обучаемого управления, а также методика многоэтапного синтеза алгоритмов обучаемого управления траекторным движением упругого манипулятора являются новыми. Ряд результатов получен в сотрудничестве с С.Ф.Бурдаковым, что отражено в совместных публикациях.

Практическая ценность. Результаты диссертации могут быть использованы при разработке систем управления манипуляторами, а также в учебном процессе.

Апробация работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на

- 6-й научно-технической конференции “Робототехника для экстремальных условий” (18-20 апреля 1995 г., С.-Петербург);

- 2-й Российско-шведской конференции по автоматическому управлению (29-31 августа 1995 г., С.-Петербург);
- 12-й научно-технической конференции “Экстремальная робототехника” (17-19 апреля 2001 г., С.-Петербург);
- 5-й Всероссийской конференции по проблемам науки и высшей школы “Фундаментальные исследования в технических университетах” (8-9 июня 2001 г., С.-Петербург);
- 13-й научно-технической конференции “Экстремальная робототехника” (15-17 апреля 2002 г., С.-Петербург);
- 6-й Всероссийской конференции по проблемам науки и высшей школы “Фундаментальные исследования в технических университетах” (8-9 июня 2002 г., С.-Петербург).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 15 печатных работ.

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и библиографии. Диссертация изложена на 138 страницах, содержит 41 рисунок.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** рассмотрены известные из литературы результаты в области синтеза алгоритмов обучаемого управления траекторным движением манипулятора в условиях неопределенности его модели. Обоснована актуальность работы и сформулированы цели исследования.

В **главе 1** в разделах **1.1 - 1.3** систематизированы модели манипулятора с параметрической и структурной неопределенностью, построены сингулярно возмущённые модели, позволяющие проанализировать влияние неучтённых упругих свойств реальных манипуляторов.

Модель манипулятора как системы твёрдых тел имеет вид

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{b}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{g}(\mathbf{q}) = \mathbf{Q}\,, \tag{M1}$$

где $\mathbf{q} \in \mathbf{R}^n$ – вектор обобщенных координат; $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^n$ – вектор обобщенных сил; $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ - инерционная матрица; $\mathbf{b}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ – вектор кориолисовых и центробежных сил инерции; $\mathbf{g}(\mathbf{q})$ – вектор сил тяжести.

Модель манипулятора с упругими шарнирами и (или) упругими звеньями имеет вид

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}(\mathbf{q}_m,\xi) & \mathbf{A}_{12}(\mathbf{q}_m,\xi) \\ \mathbf{A}_{12}^T(\mathbf{q}_m,\xi) & \mathbf{A}_{22}(\mathbf{q}_m,\xi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_m \\ \ddot{\xi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}_m(\mathbf{q}_m,\xi,\dot{\mathbf{q}}_m,\dot{\xi}) \\ \mathbf{b}_f(\mathbf{q}_m,\xi,\dot{\mathbf{q}}_m,\dot{\xi}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{g}_m(\mathbf{q}_m,\xi) \\ \mathbf{g}_f(\mathbf{q}_m,\xi) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{\Gamma}\xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}, \tag{M2}$$

где $\xi \in \mathbf{R}^m$ - вектор упругих координат, $\mathbf{q}_m \in \mathbf{R}^n$ - вектор обобщенных координат, характеризующий положение роторов двигателей; $\mathbf{\Gamma}$ - матрица жесткостей звеньев или кинематических передач, связывающих роторы двигателей со звеньями; $\mathbf{A}_{ij}$ - элементы матрицы инерции манипулятора; $\mathbf{b}_{m,f}$ - элементы вектора кориолисовых и центробежных сил инерции; $\mathbf{g}_{m,f}$ – элементы вектора сил тяжести.

Вектор обобщенных координат, характеризующий положение звеньев манипулятора $\mathbf{q}_l \in \mathbf{R}^n$, для модели (М2) вычисляется по формуле $\mathbf{q}_l = \mathbf{q}_m + \mathbf{M}\xi$, где $\mathbf{M}$ - матрица преобразования координат. В координатах $\mathbf{q}_m$, $\mathbf{q}_l$ модель манипулятора с упругими шарнирами принимает вид

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_2(\mathbf{q}_l) \\ \mathbf{A}_2^T(\mathbf{q}_l) & \mathbf{A}_3(\mathbf{q}_l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_m \\ \ddot{\mathbf{q}}_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{b}'(\mathbf{q}_m,\mathbf{q}_l,\dot{\mathbf{q}}_m,\dot{\mathbf{q}}_l) \\ \mathbf{b}''(\mathbf{q}_m,\mathbf{q}_l,\dot{\mathbf{q}}_m,\dot{\mathbf{q}}_l) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} & -\mathbf{\Gamma} \\ -\mathbf{\Gamma} & \mathbf{\Gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_m \\ \mathbf{q}_l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{g}''(\mathbf{q}_l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}. \tag{M3}$$

Модель манипулятора с упругими шарнирами при упрощённом описании динамики роторов имеет вид

$$\begin{aligned} &\mathbf{A}_1\ddot{\mathbf{q}}_m + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{q}_m - \mathbf{q}_l) = \mathbf{Q}, \\ &\mathbf{A}_3(\mathbf{q}_l)\ddot{\mathbf{q}}_l + \mathbf{b}(\mathbf{q}_l,\dot{\mathbf{q}}_l) + \mathbf{\Gamma}(\mathbf{q}_l - \mathbf{q}_m) + \mathbf{g}(\mathbf{q}_l) = \mathbf{0}, \end{aligned} \tag{M4}$$

где $\mathbf{A}_1$ - матрица инерции роторов двигателей; $\mathbf{A}_3(\mathbf{q}_l)$ - матрица инерции звеньев.

При дальнейших исследованиях в моделях (М1) – (М4) задаются номинальные значения параметров и возможные диапазоны их реальных значений. Этим характеризуется параметрическая неопределённость моделей. Структурная неопределённость связана с учётом в моделях ограниченного спектра собственных частот реального манипулятора. В частности, если матрица $\mathbf{\Gamma}$ в модели (М4) имеет такие элементы, что оценка $\underline{\omega}$ низшей собственной частоты, обусловленной упругостью элементов манипулятора, удовлетворяет условию $\underline{\omega} >> \omega_0$, где ω_0 - характерная частота требуемой полосы пропускания замкнутой системы, то имеются основания для использования модели (М1). В этом случае для исследования влияния упругих свойств на эффективность алгоритмов управления использована сингулярно возмущённая модель

$$\begin{aligned} &\mathbf{A}_3(\mathbf{q}_l)\ddot{\mathbf{q}}_l + \mathbf{b} + \mathbf{g} = \theta \\ &\varepsilon^2\ddot{\theta} - \underline{\mathbf{\Gamma}}\mathbf{A}_3^{-1}(\mathbf{b} + \mathbf{g}) + \underline{\mathbf{\Gamma}}(\mathbf{A}_3^{-1} + \mathbf{A}_1^{-1})\theta = \underline{\mathbf{\Gamma}}\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{Q} \end{aligned} \qquad \text{(M5)}$$

где $\theta = \mathbf{\Gamma}(\mathbf{q}_m - \mathbf{q}_l)$ - вектор упругих моментов; $\varepsilon = \omega_0 / \underline{\omega}$ - малый параметр; $\underline{\mathbf{\Gamma}} = \varepsilon^2 \mathbf{\Gamma}$ - диагональная матрица.

Сингулярно возмущённая модель типа (М5), учитывающая упругость датчика силы, построена и для манипулятора, выполняющего контактные операции.

В разделе **1.4** проведён анализ эффективности алгоритмов управления, основанных на методе динамической компенсации, в условиях параметрической и структурной неопределённости модели манипулятора и неполного измерения вектора состояния. Показано, что компенсационные алгоритмы управления, построенные на основе модели манипулятора как системы твёрдых тел, при использовании их для управления движением манипулятора с упругими элементами в условиях параметрической неопределённости могут привести к неустойчивости замкнутой системы. Для обеспечения достаточного запаса устойчивости требуются обратные связи по скоростям роторов двигателей. Датчики положения могут быть связаны как с роторами двигателей, так и со звеньями. Проведённый анализ позволил установить основные направления для развития компенсационных алгоритмов управления в условиях параметрической и структурной неопределённости модели манипулятора и неполного измерения вектора состояния. Для манипулятора, выполняющего циклические операции, при соблюдении гипотезы воспроизводимости, обеспечение компенсационного эффекта возможно с помощью процедур обучения.

В **главе 2** разработаны модели обучаемого управления для основных задач, связанных с отработкой программных траекторий упругим манипулятором. В разделе **2.1** описывается алгоритм обучаемого управления, предложенный А.А.Первозванским, и исследуется его эффективность в условиях параметрической неопределённости модели (М1). Рассматривается задача, в которой цель управления заключается в воспроизведении манипулятором с помощью ограниченного управления $\|\mathbf{Q}\| \le Q$ программной траектории $\mathbf{q}_d(t)$, $\dot{\mathbf{q}}_d(t)$ с требуемой точностью

$$\left\|\mathbf{q}(t)-\mathbf{q}_d(t)\right\| \le \delta_q \quad , \ \left\|\dot{\mathbf{q}}(t)-\dot{\mathbf{q}}_d(t)\right\| \le \delta_{\dot{q}} \tag{1}$$

и желаемым переходным процессом в замкнутой системе, заданным характеристическим уравнением

$$\mathbf{E}\lambda^2 + \alpha\lambda + \beta = \mathbf{0},$$

где α , β – положительно определенные диагональные матрицы.

При измерении координат $\mathbf{q}(t)$ и скоростей $\dot{\mathbf{q}}(t)$, достаточной гладкости программной траектории $\mathbf{q}_d(t)$, $\dot{\mathbf{q}}_d(t)$ и наличии вместо матрицы $\mathbf{A}(\mathbf{q})$ её оценки $\overline{\mathbf{A}}$ алгоритм управления записывается в виде

$$\mathbf{Q} = \overline{\mathbf{A}}[\ddot{\mathbf{q}}_d - \alpha\dot{\mathbf{e}} - \beta\mathbf{e} + \mathbf{v}(t)], \tag{2}$$

где $\mathbf{v}(t)$ – настраиваемая компенсационная составляющая.

Компенсационная составляющая $\mathbf{v}(t)$ для каждого $(k+1)$-го цикла движения вычисляется итеративным путём после завершения k-го цикла движения с помощью базовой процедуры обучения

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v}_k - (\ddot{\mathbf{e}}_k + \alpha\dot{\mathbf{e}}_k + \beta\mathbf{e}_k), \quad \mathbf{v}_1 = \mathbf{0}, \quad k = 1,2,3... \tag{3}$$

Для постоянной оценки $\overline{\mathbf{A}}$ получены достаточные условия сходимости базовой процедуры обучения при линеаризации замкнутой системы (М1), (2), (3) вблизи точек на программной траектории. Показано, что сходимость базовой процедуры обучения в наибольшей степени зависит от уровня неопределённости модели по инерционной матрице $\mathbf{A}(\mathbf{q})$.

В разделе **2.2** с помощью модели (М5) исследовано влияние структурной неопределённости на сходимость процедуры обучения, построенной на основе базовой с использованием измерений с датчиков обратных связей, в алгоритме управления (2). При измерении координат $\mathbf{q}_l(t)$ и скоростей $\dot{\mathbf{q}}_m(t)$ алгоритм управления (2) записывается в виде

$$\mathbf{Q} = \overline{\mathbf{A}}[\ddot{\mathbf{q}}_d - \alpha\dot{\mathbf{e}}_m - \beta\mathbf{e}_l + \mathbf{v}(t)], \tag{4}$$

где $\mathbf{e}_l = \mathbf{q}_l - \mathbf{q}_d$, $\dot{\mathbf{e}}_m = \dot{\mathbf{q}}_m - \dot{\mathbf{q}}_d$ - ошибки отработки программной траектории; $\alpha = \sqrt{2}\omega_0\mathbf{E}$, $\beta = \omega_0^2\mathbf{E}$ - матрицы коэффициентов обратных связей, обеспечивающих в номинальной системе при идеальной компенсации свойства фильтра Баттерворта.

Параметр ω_0 выбран так, чтобы обеспечить сходимость базовой процедуры обучения (3) в алгоритме управления (2) для модели (М1). Исследованы свойства замкнутой системы (М5), (4). Введена в рассмотрение быстрая переменная $\mathbf{z} = \theta - \overline{\theta}$, где равновесное состояние $\overline{\theta}$ находится из второго уравнения системы (М5) при условии $\varepsilon = 0$

$$\mathbf{0} = \mathbf{A}_3^{-1}(\mathbf{b} + \mathbf{g}) - (\mathbf{A}_3^{-1} + \mathbf{A}_1^{-1})\overline{\theta} + \mathbf{A}_1^{-1}\overline{\mathbf{Q}}\,. \tag{5}$$

В соответствии с методом разделения медленного и быстрого движений в сингулярно возмущённых системах получены уравнения, описывающие:

- медленное движение в соответствии с темпом программного задания

$$\ddot{\mathbf{e}}_l + \alpha\dot{\mathbf{e}}_l + \beta\mathbf{e}_l = (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_3)^{-1}\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{v}} - \mathbf{f}_l + \mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{z}\,, \tag{6}$$

- быстрое движение (вынужденные упругие колебания)

$$\varepsilon^2\ddot{\mathbf{z}} + \varepsilon^2\underline{\mathbf{\Gamma}}\mathbf{A}_1^{-1}\overline{\mathbf{A}}\alpha\underline{\mathbf{\Gamma}}^{-1}\dot{\mathbf{z}} + \underline{\mathbf{\Gamma}}(\mathbf{A}_3^{-1} + \mathbf{A}_1^{-1})\mathbf{z} = \underline{\mathbf{\Gamma}}\mathbf{A}_1^{-1}\overline{\mathbf{A}}[\mathbf{v}(t) - \overline{\mathbf{v}}(t)], \tag{7}$$

где $\quad \mathbf{f}_l = (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_3)^{-1}[\mathbf{b} + \mathbf{g} + (\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_3 - \overline{\mathbf{A}})(\ddot{\mathbf{q}}_d - \alpha\dot{\mathbf{e}}_l - \beta\mathbf{e}_l)]$.

Введён вектор $\mathbf{y} = [\mathbf{e}_l^T, \dot{\mathbf{e}}_l^T]^T$ ошибок слежения за программной траекторией, вектор $\mathbf{d} = [\mathbf{0}^T, ((\mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_3)^{-1}\overline{\mathbf{A}}\overline{\mathbf{v}} - \mathbf{f}_l + \mathbf{A}_3^{-1}\mathbf{z})^T]^T$ возмущений и уравнение (6) представлено в виде

$$\dot{\mathbf{y}} = -\mathbf{F}\mathbf{y} + \mathbf{d}\,, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & -\mathbf{E} \\ \beta & \alpha \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Для анализа влияния возмущения $\mathbf{d}$ на поведение системы (8) использован аппарат функций Ляпунова. Получено достаточное условие асимптотической устойчивости системы (8) в виде

$$\frac{\left\|\mathbf{y}^T\mathbf{d}\right\|}{\left\|\mathbf{y}^T\mathbf{F}\mathbf{y}\right\|} < 1\,. \tag{9}$$

Анализ уравнения (7) позволил установить следующее. На каждом цикле движения в правой части уравнения (7) появляется явная функция времени $\mathbf{v}(t) - \overline{\mathbf{v}}(t)$, описывающая упругие колебания в компенсационной составляющей на предыдущем цикле. Левая часть представляет собой слабодемпфированную колебательную систему с собственными частотами тех же упругих колебаний. В результате на каждом цикле

возникают резонансные явления, приводящие к росту от цикла к циклу амплитуд упругих колебаний. Этот рост тем быстрее, чем меньше влияние демпфирующих составляю-
ющих в левой части уравнения (7). Таким образом, обучение сингулярно возмущённой системы происходит с наложением двух эффектов – сходимости по медленному движению и роста амплитуд быстрой переменной $\mathbf{z}$. В конечном итоге это может привести к нарушению условия (9) и к неустойчивости системы (8).

Моделирование показало, что типичной является следующая ситуация. На первых циклах движения процедура обучения

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v}_k - (\ddot{\mathbf{e}}_{lk} + \alpha\dot{\mathbf{e}}_{lk} + \beta\mathbf{e}_{lk})$$

монотонно сходится в смысле уменьшения от цикла к циклу нормы ошибки слежения $\mathbf{y}$. Это происходит до тех пор, пока в ошибке $\mathbf{y}$ не начнёт преобладать быстрая составляющая, обусловленная упругими колебаниями. После этого доминирующим становится эффект роста амплитуд быстрой переменной $\mathbf{z}$. В наибольшей степени описанная ситуация характерна для переходных режимов движения манипулятора (при выходе на программную траекторию, в угловых точках программной траектории и т.п.).

Предложено в процедуру обучения ввести механизм автоматического останова, срабатывающий при недопустимом возрастании нормы возмущения

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v}_k - \Lambda[\ddot{\mathbf{e}}_{lk} + \alpha\dot{\mathbf{e}}_{lk} + \beta\mathbf{e}_{lk}] \quad , \quad \Lambda = \begin{cases} \sigma - \eta_k, & при \quad 0 \le \eta_k < \sigma \\ 0, & при \quad \eta_k \ge \sigma \end{cases}, \tag{10}$$

где $\eta_k = \dfrac{\left\|\mathbf{y}^T\mathbf{d}\right\|_k}{\left\|\mathbf{y}^T\mathbf{F}\mathbf{y}\right\|_k}$; $0 < \sigma \le 1$ - коэффициент запаса.

В соответствии с (10) останов происходит, как только выполняется условие $\eta_k \ge \sigma$. Числитель и знаменатель в выражении для η_k вычисляются после завершения k-го цикла движения и понимаются в смысле $\|\bullet\| = \sup\limits_{t\in[0,T]}(\bullet)$, где T - длительность цикла движения. Для оценки в выражении (10) вектора возмущений $\mathbf{d}$ используется комбинация $\ddot{\mathbf{e}}_{lk} + \alpha\dot{\mathbf{e}}_{lk} + \beta\mathbf{e}_{lk}$. Окончание процесса обучения контролируется и по условиям типа (1), так как при невысоких требованиях к точности отработки программной траектории попадание в требуемую трубку точности может произойти до проявления эффекта роста амплитуд быстрой переменной $\mathbf{z}$.

В разделе **2.3** исследована задача управления траекторным движением манипулятора с упругим датчиком силы при выполнении контактных операций. Исследован компенсационный алгоритм управления с процедурой обучения, построенный по модели манипулятора как системы твёрдых тел в предположении абсолютной жесткости датчика силы. Обратные связи компенсационного алгоритма строятся по измерениям координат и скоростей звеньев манипулятора и по силе прижатия R рабочего органа к поверхности, измеряемой датчиком силы. Показано, что этот алгоритм не обеспечивает устойчивости замкнутой системы при учёте упругости датчика силы.

Предложена модификация компенсационного алгоритма с использованием дополнительной обратной связи по вычисленному значению производной силы прижатия R на основе имеющихся измерений $\mathbf{q}$ и $\dot{\mathbf{q}}$. Исследован вопрос о сходимости процедуры обучения, построенной без учёта упругости датчика силы, для манипулятора с датчиками силы большой и малой жёсткости. В случае датчика большой жёсткости (когда собственная частота манипулятора с упругим датчиком силы превышает характерную частоту требуемой полосы пропускания замкнутой системы) использована сингулярно возмущённая модель. Показано, что процедура обучения, построенная без учёта упругости датчика, расходится, начиная с некоторого цикла, т.е. имеет место эффект, описанный в разделе **2.2**. Для остановки процесса обучения по аналогии с (10) в соответствующую процедуру введён механизм автоматического останова, позволяющий прервать обучение при нарушении монотонности изменения ошибки отработки программного задания. В случае мягкого датчика накопление упругих возмущений от цикла к циклу также имеет место, что подтверждено результатами моделирования.

Моделированием также установлено что, модифицированный алгоритм управления с обучением в случае датчика силы большой жёсткости не позволяет управлять прижатием при малых программных значениях, из-за большого перерегулирования, вызванного начальными рассогласованиями или другими возмущающими факторами. Большое перегулирование может привести к нарушению требования безотрывности движения рабочего органа по поверхности. В случае датчика силы малой жёсткости диапазон программных значений прижатия расширяется, однако при этом переходный процесс затягивается и может захватить большую часть траектории. Для обеспечения монотонной сходимости процесса обучения в широком диапазоне программных значений прижатия, предложена процедура обучения на основе модели манипулятора, учитывающей упругость датчика силы.

В разделе **2.4** при решении задачи позиционирования рассмотрен компенсационный алгоритм управления типа (4) с обратными связями по $\mathbf{q}_m$ и $\dot{\mathbf{q}}_m$. Исследована сходимость двух процедур обучения, работающих по установившимся ошибкам и отличающихся набором измеряемых величин

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v}_k - \beta\bar{\mathbf{e}}_{mk}, \tag{11}$$

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v}_k - \beta\bar{\mathbf{e}}_{lk}, \tag{12}$$

где $\bar{\mathbf{e}}_m$ и $\bar{\mathbf{e}}_l$ - установившиеся значения ошибок $\mathbf{e}_m$ и $\mathbf{e}_l$, которые фиксируются для каждого цикла движения после затухания переходных процессов.

Получены условия на величину $\left|\mathbf{A}\beta\right|$, гарантирующие сходимость процедуры обучения (11) в смысле $\lim\limits_{k\to\infty}\left|\bar{\mathbf{e}}_{mk}\right| = 0$ и процедуры обучения (12) в смысле $\lim\limits_{k\to\infty}\left|\bar{\mathbf{e}}_{lk}\right| = 0$. Показано, что качество переходных процессов при управлении с обучением выше, чем в системе с интегральной обратной связью.

В **главе 3** разработана методика синтеза алгоритмов управления траекторным движением упругого манипулятора при циклических операциях в условиях параметрической и структурной неопределённости его модели, измерения части вектора состояния и негладкости программной траектории. Методика включает три этапа и позволяет синтезировать управление с обучением, обеспечивающее:

1) максимальное демпфирование упругих колебаний в замкнутой системе с помощью настройки коэффициентов обратных связей;
2) компенсацию взаимовлияния движений по различным степеням подвижности с помощью обучения вдоль программной траектории;
3) невозбуждение упругих колебаний с помощью сглаживания и обучения программного задания в особых точках программной траектории.

В диссертации управление (4) представлено в виде двух составляющих:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2, \qquad \mathbf{Q}_1 = \overline{\mathbf{A}}[\ddot{\mathbf{q}}_d - \alpha\dot{\mathbf{e}}_m - \beta\mathbf{e}_l], \qquad \mathbf{Q}_2 = \overline{\mathbf{A}}\mathbf{v}(t). \tag{13}$$

С помощью управления $\mathbf{Q}_1$, которое названо стабилизирующим, обеспечивается максимальное демпфирование упругих колебаний в замкнутой системе. На первом этапе синтеза матрицы α и β настраиваются так, чтобы указанное свойство имело место в условиях параметрической неопределённости модели упругого манипулятора.

С помощью управления $\mathbf{Q}_2$, которое названо координирующим, обеспечивается компенсационный эффект, позволяющий поддерживать высокую точность отработки задания $\mathbf{q}_d(t)$, $\dot{\mathbf{q}}_d(t)$ на гладких участках программной траектории. Обучение координирующего управления $\mathbf{Q}_2$ на пробных циклах движения в условиях структурной неопределённости модели упругого манипулятора составляет второй этап синтеза управлений.

Третий этап синтеза необходим для негладких программных траекторий. Он состоит в сглаживании задания $\mathbf{q}_d(t)$ и настройке его с помощью обучения вблизи особых точек с целью минимизировать интенсивность упругих колебания.

Этап 1. Для настройки стабилизирующего управления рассмотрена модель (М3), линеаризованная относительно конечного набора $(j = 1,...,N)$ точек программной траектории

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{\Phi}(\mu)\mathbf{x} + \mathbf{B}_1(\mu)\mathbf{Q} + \mathbf{B}_2(\mu)\mathbf{w}(\mu), \tag{14}$$

где $\mathbf{x} = [\mathbf{e}_m^T, \mathbf{e}_l^T, \dot{\mathbf{e}}_m^T, \dot{\mathbf{e}}_l^T]^T$ - вектор состояния;

$$\mathbf{\Phi}_j(\mu) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E} \\ \mathbf{L}_{11}\mathbf{\Gamma} - \mathbf{L}_{12}\mathbf{\Gamma} & \mathbf{L}_{12}(\mathbf{\Gamma} + \mathbf{G}) - \mathbf{L}_{11}\mathbf{\Gamma} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{L}_{21}\mathbf{\Gamma} - \mathbf{L}_{22}\mathbf{\Gamma} & \mathbf{L}_{22}(\mathbf{\Gamma} + \mathbf{G}) - \mathbf{L}_{21}\mathbf{\Gamma} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{A}_{2j} \\ \mathbf{A}_{2j}^T & \mathbf{A}_{3j} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{11} & \mathbf{L}_{12} \\ \mathbf{L}_{21} & \mathbf{L}_{22} \end{bmatrix}_j;$$

$$\mathbf{B}_{1j}(\mu) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{L}_{11} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \; \mathbf{B}_{2j}(\mu) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{L}_{22} \end{bmatrix}; \; \mathbf{A}_{2j} = \mathbf{A}_2(\mathbf{q}_{dj}), \; \mathbf{A}_{3j} = \mathbf{A}_3(\mathbf{q}_{dj}), \; \mathbf{G}_j = \partial/\partial\mathbf{q}\left[\mathbf{g}''(\mathbf{q})\right]\Big|\mathbf{q}_{dj} \text{ -}$$

матрицы соответствующих размерностей; $\mathbf{w}(\mu) = -\mathbf{g}''(\mathbf{q}_{dj})$ - вектор возмущений, обусловленный силами тяжести (индекс j в модели (14) опущен); μ - вектор параметров манипулятора, принимающий значения из некоторого множества M и характеризующий параметрическую неопределённость модели.

Стабилизирующее управление (13) представлено в виде

$$\mathbf{Q}_1 = -\overline{\mathbf{A}}\mathbf{K}\mathbf{y}\,,$$

где $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \alpha & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \beta \end{bmatrix}$ - матрица коэффициентов обратных связей; $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$ - уравнение измерений.

Для каждой точки j введён показатель качества $J_j(\mu,\alpha,\beta)$, характеризующий демпфирование упругих колебаний в замкнутой системе, и коэффициенты стабилизирующего управления настроены путём численного решения оптимизационной задачи

$$J^*(\mu,\alpha^*,\beta^*) = \sup_{\alpha\in A,\beta\in B} \quad \min_{j,\mu\in M} J_j(\mu,\alpha,\beta)\ ,$$

где A и B - допустимые множества, ограничивающие значения настраиваемых коэффициентов α и β условиями устойчивости и условием $\|\mathbf{Q}\| \le Q$.

Стабилизирующее управление

$$\mathbf{Q}_1 = -\overline{\mathbf{A}}\mathbf{K}^*\mathbf{y} \tag{15}$$

с настройкой $\mathbf{K}^* = \begin{bmatrix} \alpha^* & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \beta^* \end{bmatrix}$ названо робастно-оптимальным.

Этап 2. Система (14) с построенным робастно-оптимальным стабилизирующим управлением (15) и координирующим управлением $\mathbf{Q}_2 = \overline{\mathbf{A}}\mathbf{v}$ представлена в виде

$$(\mathbf{E} + \mathbf{G}_1\mathbf{K}^*)\mathbf{y} = \mathbf{G}_1\mathbf{v} + \mathbf{G}_2\mathbf{w}\,,$$

где $\mathbf{G}_1 = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{\Phi})^{-1}\mathbf{B}_1\overline{\mathbf{A}}$; $\mathbf{G}_2 = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{\Phi})^{-1}\mathbf{B}_2$; $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix}$.

Для настройки координирующего управления предложена модифицированная процедура обучения

$$\mathbf{v}^{k+1} = G(s)[\mathbf{v}^k - \mathbf{K}^*\mathbf{y}^k\,], \tag{16}$$

где $G(s)$ - передаточная функция настраиваемого фильтра, снижающего влияние упругих возмущений.

Показано, что сходимость процедуры обучения (16) зависит от свойств передаточной матрицы $\mathbf{H}(s,\mu)=[\mathbf{E}+\mathbf{G}_1\mathbf{K}^*]^{-1}G(s)$, связывающей векторы ошибок $\mathbf{y}^k$ от цикла к циклу движения. Сходимость обеспечивается при условии невыхода за единичный уровень спектральной нормы передаточной матрицы $\mathbf{H}(s,\mu)$

$$\zeta(\mu)=\sup_{\omega}\left\|\mathbf{H}(i\omega,\mu)\right\|\le 1, \qquad 0<\omega<\infty \tag{17}$$

для всех $\mu\in M$.

Показано, что настройкой параметров τ и G_0 низкочастотного фильтра $G(s)=\dfrac{G_0}{1+\tau s}$ можно обеспечить выполнение условия (17) во всём диапазоне частот. Получена оценка предельной точности обучения по процедуре (16). Реализация процедуры обучения (16) для всей программной траектории с параллельной настройкой параметров фильтра позволяет выйти на предельную точность за минимальное число циклов. Эффективность такой настройки подтверждена результатами численного моделирования.

Этап 3. Для повышения точности отработки в окрестностях особых точек программной траектории осуществляется её сглаживание. Предложен вариант сглаживания, при котором новое программное задание является функцией единственного свободного параметра t^* - интервала сглаживания. Параметр t^* настраивается так, чтобы обеспечить минимальную интенсивность упругих колебаний в замкнутой системе при прохождении особой точки. В качестве показателя, характеризующего интенсивность упругих колебаний, выбрана величина

$$\rho_r(t^*)=\sup_{t\in[t_1,t_2]}\Delta\widetilde{r}(t^*,t),$$

где $\Delta\widetilde{r}(t)$ - ошибка отработки сглаженной программной траектории при выбранных на предыдущих этапах стабилизирующим и координирующим управлениях; $t\in[t_1,t_2]$ - интервал измерений, превышающий интервал сглаживания.

Настройка осуществлена с помощью процедуры обучения градиентного типа, в которой на каждом ($k+1$) цикле значение параметра t^*_{k+1} вычисляется по формуле

$$t^*_{k+1}=t^*_k-\gamma_k\hat{\nabla}\rho_r(t^*_k), \qquad k=1,2,... \tag{18}$$

где $\hat{\nabla}\rho_r(t_k^*)$ - оценка градиента показателя $\rho_r(t_k^*)$ на k- ом цикле; γ_k - скалярный множитель.

Для оценки градиента используется разностная схема. Скалярная последовательность $\gamma_k = \dfrac{\bar{\gamma}}{k+1}$ ($\bar{\gamma}$ - постоянный множитель) обеспечивает сходимость процедуры обучения (18).

После завершения третьего этапа целесообразно провести коррекцию координирующего управления по процедуре (16) с введением в алгоритм управления (13) сглаженного программного задания.

Основные результаты работы

В **заключении** сформулированы основные результаты работы.

1. Построены и систематизированы модели манипулятора с параметрической и структурной неопределенностью, с помощью которых проведён анализ эффективности алгоритмов управления, основанных на методе динамической компенсации в условиях неполного измерения вектора состояния. Установлено, при каких измерениях компенсационные алгоритмы управления, построенные на основе модели манипулятора как системы твёрдых тел, при использовании их для манипулятора с упругими элементами могут привести к неустойчивости замкнутой системы. Для обеспечения достаточного запаса устойчивости требуются обратные связи по скоростям роторов двигателей. Датчики положения могут быть связаны как с роторами двигателей, так и со звеньями. Построены сингулярно возмущённые модели манипулятора, с помощью которых проведено исследование влияния структурной неопределённости, обусловленной учётом в моделях ограниченного спектра собственных частот реального манипулятора. Проведённые исследования позволили установить основные направления для развития компенсационных алгоритмов управления и обосновать возможность снижения уровня неопределённости с помощью процедур обучения для манипуляторов, выполняющих циклические операции.
2. Разработаны модели обучаемого управления для основных задач, связанных с отработкой программных траекторий упругим манипулятором при выполнении им циклических операций. Исследована сходимость процедур обучения в зависимости от уровня параметрической неопределённости модели. С помощью сингулярно

возмущённой модели манипулятора исследовано влияние упругих свойств манипулятора на сходимость базовой процедуры обучения. Установлено, что сходимость имеет место только на первых циклах движения, когда доля упругих колебаний в ошибке отработки программной траектории не велика. Из-за того, что компенсационная составляющая управления представляет собой явную функцию времени и содержит составляющие с собственными частотами механической системы, происходит усиление резонансных возмущений от цикла к циклу. Именно резонансными эффектами и объясняется нарушение сходимости процедуры обучения, начиная с некоторого цикла. Этот процесс является закономерным при обучаемом управлении любой упругой механической системой. Требуется вовремя остановить процесс обучения. Для этого в процедуру обучения введён механизм автоматического останова, срабатывающий при нарушении монотонности изменения ошибки отработки программного задания.

3. Показано, что при управлении траекторным движением манипулятора в случае контактных операций процедура обучения, построенная без учёта упругости датчика силы, не эффективна:

- в случае датчика силы большой жёсткости из-за требования безотрывности движения рабочего органа по поверхности невозможно поддерживать малое программное прижатие, ввиду большого перерегулирования, вызванного начальными рассогласованиями или другими возмущающими факторами;
- в случае датчика силы малой жёсткости диапазон программных значений прижатия расширяется, однако при этом переходный процесс затягивается и может захватить большую часть траектории.

Для обеспечения монотонной сходимости процесса обучения в широком диапазоне программных значений прижатия, предложена процедура обучения на основе модели манипулятора, учитывающей упругость датчика силы.

4. Для решения задачи позиционирования предложена процедура обучения по установившейся ошибке, представляющая собой дискретный аналог интегральной обратной связи. Получены условия сходимости процедуры обучения при различных комбинациях датчиков обратных связей. Показано, что качество переходных процессов при управлении с обучением выше, чем в системе с интегральной обратной связью.

5. Разработана методика многоэтапного синтеза обучаемого управления траекторным движением упругого манипулятора в условиях параметрической и структурной неопределённости модели и неполного измерения вектора состояния. Методика позволяет получить управление, обеспечивающее почти предельную точность отработки упругим манипулятором программного задания. Она основывается на решении следующих задач:

- синтеза робастно-оптимального стабилизирующего управления, обеспечивающего максимальное демпфирование упругих колебаний манипулятора;
- синтеза обучаемого координирующего управления, обеспечивающего реализацию компенсационного эффекта;
- сглаживания и обучения задания вблизи особых точек программной траектории.

Объединение возможностей робастно-оптимальной стабилизации и сглаживания задания позволяет свести к минимуму проявление упругих свойств манипулятора в переходных режимах движения. Координирующее управление повышает точность отработки на гладких участках программной траектории. Для предотвращения дестабилизирующего влияния упругих колебаний на процесс обучения при синтезе координирующего управления в процедуру обучения предложено включить настраиваемый низкочастотный фильтр.

Наиболее значимые публикации по теме диссертации.

1. Смирнова Н.А. О возможности облегчения звена манипулятора// Труды СПбГТУ. 1993. N 446. с. 196-198.
2. Бурдаков С.Ф., Смирнова Н.А. Компенсация и обучение в алгоритме управления манипуляционными системами с упругими элементами// Труды СПбГТУ. 1994. N 448. с. 84-94.
3. Burdakov S.F., Pervozvanski A.A., Smirnova N.A. Combined robust and learning control of flexible joint robots// Proceeding of the colloquium on "Multibody Sistems: Advanced Algorithms and Software Tools". Prague. 1994.
4. Burdakov S.F., Smirnova N.A. Control of flexible robot motion along trajectory with singular points// Proceeding of the 2-nd Russian-Swedish Control Conference. 1995, p. 58-59.
5. Бурдаков С.Ф., Смирнова Н.А. Управление с обучением для манипулятора с упругими элементами при неопределённости математической модели// Труды СПбГТУ. 1995. N458. с. 15-30.
6. Бурдаков С.Ф., Смирнова Н.А. Позиционирование с обучением для упругого манипулятора в поле сил тяжести// Труды СПбГТУ. 1995. N 458. с. 31-39.
7. Бурдаков С.Ф., Смирнова Н.А. Управление с обучением для упругого манипулятора в поле сил тяжести // Известия РАН. Теория и системы управления. N 2, 1996, с. 168-172.

8. Бурдаков С.Ф., Смирнова Н.А. Многоэтапная процедура синтеза управлений для упругих роботов при неопределённости математической модели // Труды СПбГТУ. 1997. N 467. с. 3-11.
9. Бурдаков С.Ф., Смирнова Н.А. Обучаемое управление траекторным движением манипулятора при сингулярных возмущениях// Материалы 12-ой научно-технической конференции "Экстремальная робототехника". С-Петербург. 17-19 апреля 2001.
10. Бурдаков С.Ф., Смирнова Н.А. Обучаемое управление упругим манипулятором при выполнении циклических операций// Известия РАН. Теория и системы управления, N 4, 2002, с. 142-149.