

На правах рукописи

ВОЛКОВ АЛЕКСАНДР ЕВГЕНЬЕВИЧ

**МИКРОСТРУКТУРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ДЕФОРМАЦИОННЫХ ПРОЦЕССОВ В СПЛАВАХ
С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ**

Специальность 01.02.04 – механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

**диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук**

Санкт-Петербург

2003

Работа выполнена в Санкт-Петербургском государственном университете

Научный консультант: академик РАН, доктор физико-математических наук,
профессор Морозов Никита Федорович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Мелькер Александр Иосифович

доктор физико-математических наук,
профессор Мовчан Андрей Александрович

доктор физико-математических наук,
профессор Козлов Эдуард Викторович

Ведущая организация: Физико-технический институт РАН им. А.Ф.Иоффе

Защита состоится « **22** » **октября 2003 года** в **16** часов на заседании диссертационного совета Д.212.229.08 при Санкт-Петербургском Политехническом Университете по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29 учебный корпус 2, ауд.265.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Санкт-Петербургского Политехнического Университета

Автореферат разослан " " сентября 2003 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д.212.229.08
кандидат физико-математических наук

Т.В.Воробьева

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Главная особенность сплавов с памятью формы (СПФ) – специфический механизм обратимой деформации – фазовое мартенситное превращение (МП). Соответственно, функционально-механические свойства СПФ определяются закономерностями самого превращения и его взаимосвязью с другими механизмами деформации: упругим, термическим и пластическим. В настоящее время общепризнанно, что МП и обусловленная им “фазовая” деформация, так же как и пластическая деформация, развивается на нескольких масштабных уровнях: микро-, мезо- и макроскопическом. Элементарные деформационные процессы – рождение и рост пластин мартенсита, зарождение дислокационного сдвига и его распространение – реализуются в микро- или мезоскопических структурных элементах, а деформация макроскопического представительного объема (макроскопическая деформация) складывается из деформаций составляющих его элементов более низкого уровня. Эти представления нашли свое отражение и в механике в виде микроструктурных теорий, предусматривающих усреднение микродеформаций. Выполненные в последнее время экспериментальные исследования структуры мартенсита с использованием оптической и электронной микроскопии выявили его сложное иерархическое строение. Отдельные ориентационные домены, благодаря взаимодействию через упругие поля напряжений, образуют пластины или группы первого уровня с иной конфигурацией, которые, в свою очередь, объединяются в аккомодированные ансамбли. Новые данные получены также в исследованиях физических и симметричных закономерностей других механизмов деформации СПФ – дислокационной пластичности и двойникования. Таким образом, современное развитие физики, материаловедения и механики логически обеспечивает и делает *актуальным* построение физически обоснованной модели, включающей в себя анализ структуры материала и процессов деформации; формулировку определяющих уравнений для каждого элементарного механизма деформации на соответствующем ему структурном уровне и расчет макроскопической деформации посредством усреднения всех микродеформаций. Разнообразие функциональных свойств СПФ, в основе которых лежит сложная структура и взаимодействие деформационных процессов вызывает необходимость создания такой модели, которая может обладать достаточной предсказательной силой и обеспечить описание всех механических эффектов с единых позиций.

Цель работы. Главной целью настоящей диссертационной работы является создание микроструктурной модели механического поведения сплавов с памятью формы, основанной на анализе иерархии кристаллического строения, выявлении уровней и механизмов деформации, формулировке определяющих уравнений каждого из деформационных процессов в локально инвариантной форме и проведении усреднения деформации в соответствии со структурой материала.

Для реализации поставленной цели необходимо исследовать и описать: 1) структурные уровни МП и дислокационной пластической деформации; 2) симметричные особенности МП (в частности, превращение кубической фазы в ромбоэдрическую или моноклинную; гранецентрированной кубической в гексагональную); 3) внутренние параметры модели, описывающие структуру мартенсита; 4) термодинамические силы МП и кинетику изменения внутренних параметров; 5) аккомодацию мартенсита и обусловленную ею микропластическую деформацию; 6) структуру дислокационной пластической деформации и закон развития пластического сдвига.

Научная новизна. Предложена новая эффективная методика построения микроструктурных моделей деформации СПФ, учитывающая общие закономерности и конкретные особенности протекающих в них фазовых МП, аккомодации мартенсита и дислокационной пластической деформации. Впервые в рамках единого подхода получено описание всех основных механических эффектов в СПФ, включая накопление деформации при термоциклировании и обратимую память формы. Установлено, каким образом симметричные особенности превращения ГЦК ↔ ГПУ определяют эффекты мартенситной неупругости в сплавах, испытывающих это МП (Fe-17%Mn, FeMnSi, Co). Выполнено описание эффекта памяти формы аустенитного типа как результата влияния внутренних межзеренных напряжений, сформированных в поликристалле предварительной пластической деформацией. Предложено обобщение условия Шмида начала пластического сдвига, которое учитывает зависимость критического скалывающего напряжения от ориентации оси растяжения монокристалла никелида титана – явление, наблюдающееся в некоторых сплавах нестехиометрического состава. Впервые дан расчет эффекта деформации ориентированного превращения и объяснен механизм его формирования. Решен ряд практических задач, среди которых моделирование работы активного СПФ-элемента, используемого для управления механическими колебаниями, их демпфирования или изоляции. Сформулирована краевая задача, в которой определяющее уравнение задано микроструктурной моделью, и предложен метод ее решения.

Научная и практическая значимость. Разработанная методика построения микроструктурных моделей деформации СПФ позволяет выявить механизмы, ответственные за различные эффекты мартенситной неупругости, лучше понять их природу. Разработанные модели дают описание деформации СПФ при произвольных режимах изменения температуры и напряжения, в ряде случаев позволяют предсказывать тот или иной тип поведения. Появляется возможность целенаправленно планировать эксперименты по исследованию функционально-механических свойств СПФ. Разработанная методика может быть непосредственно применена при компьютерном моделировании эффектов памяти формы в материалах с разными типами МП. Практическая значимость состоит в

в материалах с разными типами МП. Практическая значимость состоит в появлении средств расчета деформационно-силовых характеристик рабочих тел из СПФ, используемых в различных технических устройствах. Это дает возможность их более быстрого и целенаправленного проектирования, оперативной оценки эффективности. Решения практических задач, выполненные в работе, имеют самостоятельное значение, в частности при проектировании демпферов и изоляторов механических колебаний, термомеханических соединений труб, при исследовании влияния ультразвука на эффекты памяти формы.

Результаты применения представленной в работе методики моделирования деформационных эффектов в СПФ и возможности её приложения к широкому кругу сплавов с различными типами превращения и механизмами деформации позволяют говорить о новом научном направлении «Исследование явлений мартенситной неупругости в сплавах с памятью формы методами микроструктурного моделирования».

Автор выносит на защиту:

- 1) модель деформации сплавов с эффектом памяти формы, учитывающая пластическую аккомодацию мартенсита и описывающая эффекты накопления деформации при термоциклировании образцов через температурный интервал мартенситных превращений;
- 2) уравнения для расчета фазовой деформации сплавов, испытывающих ГЦК \leftrightarrow ГПУ превращение (типа Fe–18%Mn, Fe–Mn–Si);
- 3) модель пластической деформации моно- и поликристаллического никелида титана в аустенитном состоянии;
- 4) уравнения, описывающие формирование, развитие и внутреннюю перестройку самоаккомодированных групп кристаллов мартенсита;
- 5) анализ причин и расчет нормального и аномального акусто-пластического эффекта;
- 6) метод расчета механических колебаний систем, содержащих пассивные или активные элементы из сплавов с памятью формы;
- 7) метод решения термомеханических краевых задач.

Апробация работы. Основные результаты работы доложены и обсуждены на следующих симпозиумах, конференциях, совещаниях и семинарах: семинаре Секции прочности и пластичности материалов при Санкт-Петербургском Доме Ученых РАН им. М.Горького, постоянных межгосударственных семинарах "Актуальные проблемы прочности" (Новгород – Боровичи, 1989; Рубежное, 1990; Ухта, 1992; Псков, 1993 и 1999; Новгород, 1994 и 1997; Санкт-Петербург, 1995, 1996 и 2001; Витебск 2000; Черноголовка, 2002); международных семинарах "Современные проблемы прочности" им. В.А.Лихачева (Великий Новгород, 1997; Старая Русса, 1998); научном симпозиуме имени Г.В.Курдюмова, ЦНИИЧерМет, Москва, 2002; Всесоюз-

ной конференции по физике прочности и пластичности металлов и сплавов (Самара, 1992); IWSCMM9 по проблемам вычислительной механики и компьютерного конструирования материалов (Берлин, 1999); Петербургских чтениях по проблемам прочности (Санкт-Петербург, 2002); Международных конференциях ICOMAT (Лозанна, 1995; Хельсинки, 2002); Nondestructive Testing and Computer Simulations in Materials Science and Engineering (NDTCS) (Санкт-Петербург, 1997 и 1998); KUMICOM (1999, Москва); Shape Memory Alloys: Fundamentals, Modeling and Industrial Applications – 38th Annual Conference of Metallurgists (1999, Quebec, Canada). Прикладные аспекты работы были доложены и обсуждены на Международных конференциях SMST-97 (Асиломар, США, 1997); 2nd European Conference on Structural Control (Paris, 2000), 3rd World Conference on Structural Control (Como, Italy, 2002). В полном объеме работа доложена на научном семинаре кафедры теории упругости математико-механического факультета Санкт-Петербургского Государственного Университета, на научном семинаре кафедры физики металлов Санкт-Петербургского Государственного Технического Университета, на научном семинаре Института металлофизики и функциональных материалов им. Г.В.Курдюмова ЦНИИЧМ им. И.П.Бардина.

Структура и объём диссертации. Диссертационная работа состоит из Введения, пяти глав, заключения, в котором перечислены основные результаты и выводы, списка использованной литературы из 196 наименований. Диссертация изложена на 196 страницах, включая 64 рисунка.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении отмечены особенности функционально-механического поведения СПФ, обоснована необходимость для его расчета применения методов моделирования. Показана актуальность и важность развития этих методов. Рассказано о направлениях, существующих в этой области, обозначены место и роль микроструктурных моделей, как дающих наиболее физически обоснованное описание процессов деформации в СПФ и обладающих наибольшей предсказательной силой. Перечислены деформационные эффекты, моделирование которых было выполнено в предшествующих исследованиях и в настоящей работе. Введение завершается формулировкой цели работы, кратким описанием содержания глав и перечнем защищаемых положений.

В первой главе рассмотрена схема гетерогенной деформации, происходящей на нескольких структурных уровнях. Для описания деформации кристаллов необходимо ввести понятие области усреднения, или иерархию таких областей, если имеется несколько структурных уровней. На каждом уровне роль «точек» среды играют объемы материала, имеющие размер области усреднения. На самом верхнем «макроскопическом» (нулевом) уровне представительный объем V_0 является точкой сплошной среды, моделирующей ре-

альный материал. Для этой среды обычным образом вводятся понятия вектора перемещения $u = u^{(0)}$ и тензора деформации $\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}^{(0)}$. Это есть уровень инженерной механики материалов. При микроструктурном описании для изучения формирования свойств материала на макроуровне рассматривают более мелкий уровень, чтобы увидеть строение «точки» среды. Если область усреднения $V_0(x)$, представляющая «макро-точку» x , состоит из точек-областей первого уровня $V_1^\alpha(x)$, $\alpha = 1, 2, \dots$, со средними значениями перемещения $u^{(1)\alpha}(x)$ и деформации $\hat{\varepsilon}^{(1)\alpha}(x)$, то связь между деформацией на нулевом (макро) и первом (микро) уровнях установим путем усреднения

$$\hat{\varepsilon}^{(0)}(x) = \sum_{\alpha} \frac{|V_1^\alpha(x)|}{|V_0(x)|} \hat{\varepsilon}^{(1)\alpha}(x), \quad x \in V, \quad (1)$$

где $|V_0(x)|$ и $|V_1^\alpha(x)|$ – объемы соответствующих областей. Наличие связи (1) позволяет формулировать определяющие соотношения не для макро-, а для микровеличин, что удобно сделать, если известны механизмы деформации на микроуровне. Ввиду трудности пространственного усреднения по координатам x , его заменяют статистическим или ориентационным. Если каждая из областей V_1^α , составляющих $V_0(x)$, характеризуется значением P_α какого-либо параметра (или совокупности параметров) P , и $|V_1(x, P)|$ — объем материала, содержащегося в $V_0(x)$, которому отвечает значение P , то (1) можно заменить на

$$\hat{\varepsilon}^{(0)}(x) = \sum_{P \in \mathbf{P}} \frac{|V_1(x, P)|}{|V_0(x)|} \hat{\varepsilon}^{(1)\alpha(P)}, \quad (2)$$

где $\alpha(P)$ – одно из значений номера α , которому отвечает значение $P = P_\alpha$; $\mathbf{P} = \{P_\alpha\}$ – множество всех значений параметра P . Очевидно, что (1) эквивалентно (2) тогда и только тогда, когда из условия $P_{\alpha_1} = P_{\alpha_2}$ вытекает $\hat{\varepsilon}^{(1)\alpha_1} = \hat{\varepsilon}^{(1)\alpha_2}$. Поскольку усреднять приходится не только деформацию, но и другие структурные и механические параметры (перемещение, концентрацию мартенсита), замена пространственного усреднения статистическим формально возможна только тогда, когда все области материала, характеризуемые одним и тем же значением P_* , находятся в одинаковых термомеханических условиях и одинаково на них реагируют. При статистическом усреднении ввиду невозможности явно учитывать взаимодействие между областями V_1^α , составляющих область $V_0(x)$, необходимо это делать косвенно в терминах средних значений механических и структурных полей.

Структурно-аналитическая теория прочности¹⁾ предполагает, что основной характеристикой кристалла, определяющей его свойства (в частности, механизмы деформации),

¹⁾ Лихачев В. А., Малинин В. Г. Структурно-аналитическая теория прочности. СПб.: Наука, 1993. 471 с.

является ориентация кристаллических осей. Поэтому для поликристалла целесообразно принять гипотезу о возможности замены пространственного усреднения ориентационным:

$$\hat{\varepsilon}^{(0)}(x) = \sum_{i=1}^K f_i \cdot \hat{\varepsilon}^{(1)}(x, \omega_i),$$

где K – количество зерен в объеме $V_0(x)$, f_i и ω_i – объемная доля и ориентация i -го зерна.

Для описания среды, испытывающей МП, необходимо вводить несколько уровней усреднения, поскольку полная иерархия структур в СПФ включает следующие уровни: домен (вариант) мартенсита, пластина, группа пластин, зерно, представительный объем. В целях упрощения иногда можно пропустить один или более уровней. Например, достаточно полный набор свойств удастся описать, если считать, что мартенсит в каждом зерне представлен различными ориентационными вариантами, в качестве которых выступают либо отдельные домены, полученные деформацией Бейна, либо пластины мартенсита. Этот подход можно классифицировать как модель с индивидуальными вариантами мартенсита. В настоящей работе при таком подходе получено правильное описание изменения деформации при изотермическом нагружении, изобарном и изохорном нагреве и охлаждении, то есть таких эффектов, как псевдоупругость и ферропластичность, пластичность превращения, одно- и многократная память формы. Модель включает следующие структурные уровни: представительный объем V_0 , объем зерна V_1 и объем V_2 , занятый

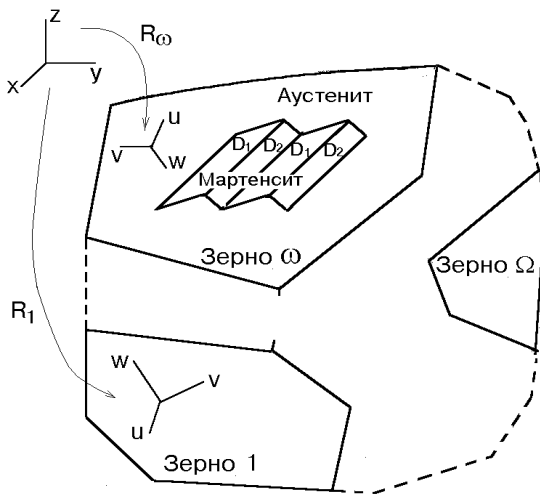


Рис. 1. Структурные уровни в модели с индивидуальными вариантами мартенсита.

одной фазой (аустенитом или одним из вариантов мартенсита) (рис. 1). Уровни, отвечающие пластине и самоаккомодированной группе, объединены в единый уровень мартенситной фазы в зерне. При этом объем V_0 представляет некоторую точку x , объем V_1 – зерно, характеризуемое ориентацией ω и параметром P , а объемы V_2 – домены мартенсита, различаемые по номеру n ориентационного варианта превращения. Таким образом, $V_0(x) \supset V_1(x, \omega, P) \supset V_2(x, \omega, P, n)$. Всего внутри зерна могут находиться области $N + 1$ типов: аустенит и N вариантов мартенсита. С учетом сказанного, выразим макроскопическую деформацию посредством усреднения:

$$\hat{\varepsilon}^{(0)} = \sum_{i=1}^{N_{\text{gr}}} f_i [(1 - \Phi^{\text{gr}}(\omega_i, P_i)) \hat{\varepsilon}^{(2)A}(\omega_i, P_i) + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Phi_n(\omega_i, P_i) \hat{\varepsilon}^{(2)Mn}(\omega_i, P_i)].$$

Здесь $\hat{\varepsilon}^{(2)A}$, $\hat{\varepsilon}^{(2)Mn}$ – деформации областей 2-го уровня, занятых аустенитом и n -м вариантом мартенсита; $(1/N)\Phi_n = \Phi^{(2)}$ – объемная доля областей, занятых n -м вариантом мартенсита; $\Phi^{(\text{gr})} = \Phi^{(1)} = (1/N)\sum\Phi_n$ – полная объемная доля мартенсита в зерне.

В работе принята гипотеза, типичная для большинства подходов, когда используется тензор малых деформаций: представление полной деформации в виде суммы составляющих, продуцируемых каждым из действующих механизмов:

$$\hat{\varepsilon}^{(2)} = \hat{\varepsilon}^{(2)E} + \hat{\varepsilon}^{(2)T} + \hat{\varepsilon}^{(2)Ph}.$$

Индекс «(2)» означает, что речь идет о втором структурном уровне, а индексы “E”, “T”, “Ph”, обозначают упругую (Elastic), тепловую (Thermal) и фазовую (Phase) деформации.

Описание кинетики МП, необходимое для расчета фазовой деформации, выполняется на основе равновесной (слабо неравновесной) термодинамики. Для двухфазной среды удобно разбить потенциал Гиббса G на собственный G^{eig} и потенциал G^{mix} , описывающий увеличение энергии при смешивании фаз в единый объект:

$$G = G^{\text{eig}} + G^{\text{mix}}.$$

Если Φ – какая-нибудь величина, характеризующая количество мартенсита, то в состоянии термодинамического равновесия при постоянных температуре и напряжении $\partial G/\partial\Phi = 0$, или $F^t = F^{\text{mix}}$, где $F^t = -\partial G^{\text{eig}}/\partial\Phi$ – движущая сила (стимул) превращения, а $F^{\text{mix}} = \partial G^{\text{mix}}/\partial\Phi$ – противодействующая сила, возникающая из-за увеличения упругой энергии. Ввиду наличия силы “трения” F^{fr} , препятствующей движению межфазной границы, превращение протекает при отклонении от равновесия, так что условие превращения:

$$F^t = F^{\text{mix}} \pm F^{\text{fr}}, \quad (3)$$

где “+” соответствует прямому, а “–” обратному превращению. Условие (3) – необходимое. Достаточные условия прямого (обратного) превращений получим, добавляя к (3) условие роста (убывания) движущей силы:

$$dF^t > 0, \quad (4), \quad dF^t < 0. \quad (5).$$

При конкретизации набора параметров, характеризующих мартенсит, и задании зависимости от них термодинамических потенциалов G^{eig} и G^{mix} во второй главе получены уравнения, описывающие изменение как деформации тела, так и внутренних параметров.

Содержанием *второй главы* является построение уравнений, описывающих кинетику МП и изменения фазовой деформации СПФ в модели с индивидуальными вариантами мартенсита.

Представление деформации. Если деформации отдельных фрагментов зерна несовместны, то возникают поля собственных напряжений, которые влияют на полную деформацию. Однако, будучи пространственно знакопеременными, они мало скажутся на его средней деформации $\hat{\varepsilon}^{\text{gr}}$, поэтому в работе применено правило смеси к деформации зерна, в котором сосуществуют аустенит и n вариантов мартенсита:

$$\begin{aligned} \hat{\varepsilon}^{\text{gr}} = \hat{\varepsilon}^{\text{A}} + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Phi_n (\hat{\varepsilon}^{\text{M}(n)} + \hat{\varepsilon}^{\text{A}}) = \int_{T_0}^T \hat{\alpha}^{\text{0A}}(\tau) d\tau + \hat{D}^{\text{TA}} : \hat{\sigma} + \frac{1}{N} \sum \Phi_n \hat{D}^n + \\ + \frac{1}{N} \sum \Phi_n \int_{T_0}^T [\alpha^0(\tau)]_{\text{A}}^{\text{M}(n)} d\tau + \frac{1}{N} \sum \Phi_n [\hat{D}^{\text{T}}]_{\text{A}}^{\text{M}(n)} : \hat{\sigma}. \end{aligned} \quad (6)$$

где $\hat{\alpha}^0$ – тензор коэффициентов теплового расширения при $\hat{\sigma} = 0$ (здесь и ниже верхние индексы “А”, “М” и “М(n)” означают, что соответствующая величина относится к аустениту, мартенситу или к его n -му варианту, а символы $[]_{\text{A}}^{\text{M}}$ и $[]_{\text{A}}^{\text{M}(n)}$ обозначают скачок при переходе от аустенита к мартенситу). Деформация области, относящейся к n -му варианту мартенсита, отличается от деформации аустенита на величину \hat{D}^n . Деформацию $\hat{\varepsilon}^{\text{gr}}$ можно условно разбить на упругую, термическую и фазовую составляющие:

$$\hat{\varepsilon}^{\text{grE}} = \hat{D}^{\text{TA}} : \hat{\sigma} + \frac{1}{N} \sum_n \Phi_n [\hat{D}^{\text{T}}]_{\text{A}}^{\text{M}(n)} : \hat{\sigma}; \quad \hat{\varepsilon}^{\text{grT}} = \int_{T_0}^T \hat{\alpha}^{\text{0A}}(\tau) d\tau + \frac{1}{N} \sum_n \Phi_n \int_{T_0}^T [\alpha^0(\tau)]_{\text{A}}^{\text{M}(n)} d\tau; \quad \hat{\varepsilon}^{\text{grPh}} = \frac{1}{N} \sum_n \Phi_n \hat{D}^n. \quad (7)$$

При изменении температуры вследствие зависимости от нее тензоров \hat{D}^{TA} и $\hat{D}^{\text{TM}(n)}$ изменяется упругая деформация $\hat{\varepsilon}^{\text{grE}}$, а при превращении (изменении Φ_n) – все $\hat{\varepsilon}^{\text{grE}}$, $\hat{\varepsilon}^{\text{grT}}$, $\hat{\varepsilon}^{\text{grPh}}$. Также все они дают вклад в скачок деформации при превращении, если коэффициенты теплового расширения и упругие постоянные двух фаз различны, а напряжение отлично от нуля. Дифференцированием (6) по температуре и напряжению найдены эффективные тензоры коэффициентов термического расширения и упругой податливости.

Кинетика мартенситного превращения. Классические методы термодинамики и правило смеси приводят к выражению термодинамического потенциала Гиббса для одного зерна в двухфазном состоянии

$$G = (1 - \Phi^{\text{gr}}) G^{\text{A}} + \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \Phi_n G_n^{\text{M}} + G^{\text{mix}}, \quad (8)$$

где первые два слагаемые составляют собственный потенциал фаз, а G^{mix} есть энергия их смешивания; G^{A} , G_n^{M} — собственные потенциалы аустенита и n -го варианта мартенсита:

$$G^a = G_0^a - S_0^a \cdot (T - T_0) - \frac{c_\sigma^0 (T - T_0)^2}{2T_0} - \alpha_{ij}^a (T - T_0) \sigma_{ij} - \frac{1}{2} D_{ijne}^{\text{Ta}} \sigma_{ij} \sigma_{ne}, \quad (9)$$

где верхний индекс a заменяет либо А (аустенит), либо М (мартенсит); G_0 – значение потенциала при $T=T_0$; T_0 – температура равновесия фаз (при которой $G_0^{\text{A}} = G_0^{\text{M}}$); S_0 – удель-

ная энтропия при $T=T_0$; c_σ^0 – теплоемкость (на единицу объема) при напряжении, равном нулю; D_{ijne}^T – изотермические коэффициенты упругой податливости.

Из (8), (9) следует выражение для термодинамической силы, вызывающей увеличение параметра Φ_n , т.е. стимулирующей рост n -го варианта мартенсита:

$$F_n^t = -N \frac{\partial G^{\text{eig}}}{\partial \Phi_n} = [S_0]_A^M \cdot (T-T_0) + [c_\sigma^0]_A^M \cdot \frac{(T-T_0)^2}{2T_0} + ([\alpha_{ij}]_A^{M(n)} \cdot (T-T_0) + D_{ij}^{(n)}) \sigma_{ij} + \frac{1}{2} [D_{ijkl}]_A^{M(n)} \sigma_{ij} \sigma_{kl}. \quad (10)$$

Множитель N введен в связи с тем, что объемной долей n -го варианта является $(1/N)\Phi_n$, а не Φ_n . Скачок энтропии связан со скрытой теплотой превращения q_0 : $[S_0]_A^M = q_0/T_0$. Обычно $q_0 < 0$. На практике можно пренебречь различием теплоемкостей, коэффициентов теплового расширения и упругих постоянных двух фаз. Тогда $F_n^t = q_0(T_n^* - T_0)/T_0$, где $T_n^* = T + T_0 \sigma_{ij} D_{ij}^n / q_0$ – эффективная температура. Сила F_n^t – стимул МП с деформацией D^n . Она положительна и стимулирует прямое превращение при $T_n^* < T_0$ и отрицательна при $T_n^* > T_0$ (в этом случае предпочтительным является аустенит). Простейшая гипотеза относительно G^{mix} состоит в том, что этот потенциал есть квадратичная функция величин Φ_n : $G^{\text{mix}} = (1/N) \sum_n (\mu/2) \Phi_n^2$ (μ – постоянная), откуда следует линейная зависимость $F_n^{\text{mix}} = \mu \Phi_n$. Достаточные условия прямого МП получаем, записывая для каждого из вариантов формулы (3), (4) и условие того, что в объеме зерна еще имеется аустенит:

$$F_n^t = F_n^{\text{mix}} + F^{\text{fr}}, \quad dF_n^t > 0, \quad \Phi^{\text{gr}} < 1. \quad (11)$$

Для обратного превращения необходимо к (3), (5) добавить условие того, что отличен от нуля объем, занимаемый данным ориентационным вариантом мартенсита:

$$F_n^t = F_n^{\text{mix}} - F^{\text{fr}}, \quad dF_n^t < 0, \quad \Phi_n > 0. \quad (12)$$

Поскольку при охлаждении тела в отсутствии напряжения для всех вариантов мартенсита $T_n^* = T$ и при $T = M_s$, $\Phi_n = 0$, а при $T = M_f$, $\Phi_n = \Phi^{\text{gr}} = 1$, то из условий прямого превращения следует: $F^{\text{fr}} = -q_0(T_0 - M_s)/T_0$, $\mu = -q_0(M_s - M_f)/T_0$. Из условий обратного превращения следует, что $A_f = T_0 + (T_0 - M_s)$, $A_s = T_0 + (T_0 - M_s) - (M_s - M_f)$. Видно, что $A_f - A_s = M_s - M_f$, т.е. рассматриваемая модель описывает превращение с “равнонаклонным” гистерезисом. Часто принимают оценку $T_0 = (M_s + A_f)/2$. Таким образом, постоянные T_0 , F^{fr} и μ выражаются только через величины, обычно измеряемые на опыте: q_0 , M_f , M_s , A_s .

Из (11), (12) получено эволюционное уравнение для параметров Φ_n . Условия, выраженные неравенствами, учтены введением множителей в виде функций Хевисайда H_0 ,

$$H_1, \text{ таких, что } H_0(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}, \quad H_1(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}.$$

$$d\Phi_n = \frac{1}{\mu} dF_n^t \left[H_1(F_n^{\text{mix}} - F^{\text{fr}} - F_n^t) H_0(-dF_n^t) H_0(\Phi_n) + H_1(F_n^t - F_n^{\text{mix}} - F^{\text{fr}}) H_0(dF_n^t) H_0(1 - \Phi^{\text{gr}}) \right] \quad (13)$$

Пластическая аккомодация мартенсита. Этот термин обозначает необратимую микропластическую деформацию, происходящую вблизи растущих кристаллов мартенсита. Она вызывается внутренними напряжениями, создаваемыми несовместностью фазовой деформации, и обуславливает такие эффекты, как накопление необратимой деформации при термоциклировании и обратимая память формы мартенситного типа. Предложено описание микропластической деформации в зерне $\varepsilon^{\text{gr MP}}$, основанное на ее представлении в виде, аналогичном представлению (7)₃ фазовой деформации $\varepsilon^{\text{gr Ph}}$:

$$\hat{\varepsilon}^{\text{gr MP}} = \frac{1}{N} \sum_n \kappa \Phi_n^{\text{P}} \hat{D}^{(n)},$$

где Φ_n^{P} – переменные, играющие роль меры микропластической деформации; κ – постоянная, определяющая ее масштаб по отношению к фазовой деформации. Пластическая аккомодация снижает упругую энергию полей внутренних межфазных напряжений. Это учтено в потенциале G^{mix} :

$$G^{\text{mix}} = \sum_n (\mu/2) (\Phi_n - \Phi_n^{\text{P}})^2 \quad \Rightarrow \quad F_n^{\text{mix}} = \mu (\Phi_n - \Phi_n^{\text{P}}).$$

Условия, описывающие эволюцию параметров Φ_n^{P} , сформулированы по аналогии с классической теорией течения с линейным упрочнением (в одномерной формулировке):

$$|F_n^{\text{P}}| = F_n^{\text{Y}}, \quad d|F_n^{\text{P}}| > 0, \quad (14)$$

где $F_n^{\text{P}} = -\partial G / \partial \Phi_n^{\text{P}} = F_n^{\text{mix}}$ – термодинамическая сила, вызывающая увеличение параметра Φ_n^{P} ; F_n^{Y} – сила пластического течения, изменяющаяся по закону

$$dF_n^{\text{Y}} = h |d\Phi_n^{\text{P}}| + r(F_n^{\text{Y}} - F_0^{\text{Y}}) H_0(F_n^{\text{Y}} - F_0^{\text{Y}}) d\Phi_n H_0(-d\Phi_n). \quad (15)$$

Первое слагаемое в правой части уравнения (15) описывает упрочнение, а второе – разупрочнение при обратном превращении, наблюдаемое в термоциклических опытах; F_0^{Y} – равновесное значение силы F_0^{Y} ; h и r – постоянные. Из условий превращения (11), (12) и микропластичности (14), (15) следует, что $d\Phi_n^{\text{P}} = k_n^{\text{dir}} d\Phi_n$ при прямом и $d\Phi_n^{\text{P}} = k_n^{\text{rev}} d\Phi_n$ при обратном превращении, где $k_n^{\text{dir}} = \frac{\mu}{\mu + h} H_1(F_n^{\text{P}} - F_n^{\text{Y}})$, $k_n^{\text{rev}} = \frac{\mu + r_n^*}{\mu + h} H_1(-F_n^{\text{P}} - F_n^{\text{Y}})$, $r_n^* = r(F_n^{\text{Y}} - F_0^{\text{Y}}) H(F_n^{\text{Y}} - F_0^{\text{Y}})$. Эти соотношения вместе с (11), (12) окончательно дают:

$$d\Phi_n = \frac{dF_n^{\text{t}}}{\mu(1 - k_n^{\text{dir}})} H(F_n^{\text{t}} - F_n^{\text{mix}} - F^{\text{fr}}) H(dF_n^{\text{t}}) H(1 - \Phi^{\text{Gr}}) + \frac{dF_n^{\text{t}}}{\mu(1 - k_n^{\text{rev}})} H(F_n^{\text{mix}} - F_n^{\text{t}} - F^{\text{fr}}) H(-dF_n^{\text{t}}) H(\Phi_n) \quad (16)$$

Естественные начальные условия для уравнений (15), (16) определены тем, что в ненапряженном теле при высокой температуре отсутствует мартенсит, нет микропластической деформации, а силы F_n^{Y} имеют равновесное значение, т.е.

$$\Phi_n = \Phi_n^{\text{P}} = 0, \quad F_n^{\text{Y}} = F_0^{\text{Y}} \quad (n = 1, \dots, N) \quad \text{при } T > A_f, \quad \sigma = 0.$$

Переориентация мартенсита. Для СПФ в мартенситном состоянии основным механизмом деформации при изменении напряжения является переориентация мартенсита (переход одних его вариантов в другие). Если температура близка к A_s , может реализоваться механизм, заключающийся в образовании виртуального аустенита, который сразу же переходит в другой вариант мартенсита. В работе предполагается, что в этом случае количества образующихся вариантов мартенсита пропорциональны полным термодинамическим силам ($F_n^t - F^{fr} - F_n^{mix}$), определяющим выгодность их образования.

При более низких температурах действует иной механизм, о чем говорит отсутствие сильной температурной зависимости предела текучести, характерной для механизма с виртуальным аустенитом. В работе предложена модель силовой переориентации мартенсита, основанная на следующих упрощающих предположениях: 1) любой вариант мартенсита может переходить в любой другой; 2) реализуется совокупность переходов, наиболее уменьшающая термодинамический потенциал Гиббса; 3) переориентация происходит, когда вызывающая ее термодинамическая сила достигает критического значения.

Изменение величин Φ_n представлено в виде

$$d\Phi_n = l_n^0 d\varphi, \quad (17)$$

где набор чисел $\{l_n^0\}$ представляет собой орт l^0 ($\|l^0\| = 1$) в N -мерном пространстве (Φ_1, \dots, Φ_N) , удовлетворяющий условиям: а) $\sum_n l_n^0 = 0$; б) $l_n^0 \geq 0$, если $\Phi_n = 0$. Их смысл состоит в том, что суммарное количество мартенсита не изменяется и невозможно уменьшение количества отсутствующих вариантов мартенсита. Из предположения 2) следует, что орт l^0 имеет направление, противоположное проекции градиента потенциала G (выраженного как функция Φ_1, \dots, Φ_N) на пересечение плоскостей, заданных условиями $\Phi_1 + \dots + \Phi_N = \text{const}$ и $\Phi_n = 0$ (при тех n , для которых $\partial G / \partial \Phi_n < 0$). Иначе, l^0 есть направление наибоыстрейшего убывания потенциала G из всех, удовлетворяющих условиям а) и б). Термодинамическая сила переориентации мартенсита в направлении l^0 есть производная

по направлению $F^{tw}(l^0) \stackrel{\text{def}}{=} -N \frac{\partial G}{\partial l^0} = -N \sum_{n=1}^N \frac{\partial G}{\partial \Phi_n} l_n^0$. В пренебрежении скачками коэффициентов теплового расширения и упругих податливостей: $F_n^{tw} = \hat{D}^{(n)} : \hat{\sigma} - \mu(\Phi_n - \Phi_n^p)$. Эта

точность достаточна при рассмотрении превращений в большинстве СПФ.

Сделано предположение, что существует сила сопротивления $F^{fr tw}$, такая, что переориентация невозможна, если $F^{tw}(l^0) < F^{fr tw}$, а когда она имеет место, то

$$F^{tw}(l^0) = F^{fr tw}. \quad (18)$$

Из (17), (18) и условий микропластического течения получены соотношения

$$d\Phi_n = l_n^0 d\varphi, d\Phi_n^p = k_n^{tw} d\Phi_n; d\varphi = \frac{dF^{tw}}{\mu \sum_{n=1}^N l_n^0 l_n^0 (1 - k_n^{tw})}, k_n^{tw} = \frac{\mu}{\mu + h} H_1(|F_n^p| - F_n^y), F_n^p = \mu(\Phi_n - \Phi_n^p),$$

описывающие эволюцию параметров Φ_n и Φ_n^p при переориентации мартенсита.

Сплавы с ГЦК↔ГПУ превращением. Функциональные свойства материалов Fe–18%Mn, FeMnSi, Co имеют ряд особенностей, обусловленных спецификой протекающего в них ГЦК↔ГПУ превращения: наличие нескольких вариантов не только прямого, но и обратного превращения, специальные ориентационные соотношения кристаллических решеток мартенсита и аустенита, легкость пластической аккомодации.

Превращение ГЦК→ГПУ осуществляется путем сдвига $(a/6)\langle 11\bar{2} \rangle$ в каждой второй плоскости $\{111\}$, расстояние между которыми $d_0 = a\sqrt{3}/3$. Это приводит к однородному сдвигу на 35,3%. Выполняются ориентационные соотношения: $\{111\}_{ГЦК} \parallel \{0001\}_{ГПУ}$, $\langle 11\bar{2} \rangle_{ГЦК} \parallel \langle 1\bar{1}00 \rangle_{ГПУ}$. Из-за симметрии плоскостей $\{111\}$ в каждой имеется три возможных вектора сдвига: всего 12 вариантов превращения. В ненапряженном кристалле сдвиги на каждой следующей плоскости направлены по-разному и средняя деформация в масштабе мартенситной пластины равна нулю. Если пластина растет в поле напряжений, существует предпочтительное направление сдвига, а суммарная деформация отлична от нуля.

Предложены определяющие уравнения, учитывающие ориентации и количество вариантов $\gamma \leftrightarrow \varepsilon$ превращения. Так как *любой* из трех сдвигов $(1/3)\langle 1100 \rangle_{ГПУ}$ восстанавливает исходную ориентацию аустенита, в каждом из зерен варианты мартенсита Φ_n разбиваются на 4 группы (зоны). В каждой аустенит может расти за счет любого из кристаллов Φ_n относящихся к этой зоне. Объемная доля мартенсита из зоны z равна $(1/4)\Phi_{z}^*$, где

$$\Phi_{z}^* = \frac{1}{3} \sum_{n=3z-2}^{2z} \Phi_n, \quad z = 1, 2, 3, 4,$$

(нумерация вариантов превращения такова, что к зоне z относятся варианты с номерами $3z-2, 3z-1, 3z$). Величины Φ_n характеризуют лишь то, какой объем мартенсита образовался по n -му варианту превращения. Так как обратное преобразование деформаций с номером $3z-2$ может в равной мере испытывать мартенсит, образовавшийся по вариантам с номерами $n = 3z-2, 3z-1, 3z$, то величина Φ_n может принимать и отрицательные значения. Вместе с тем, существует естественное ограничение $\Phi_{z}^* \geq 0$. Остальные рассуждения, касающиеся движущих термодинамических сил превращения и пластической аккомодации такие же, как для материалов с одновариантным обратным превращением. Таким образом, уравнения, описывающие изменение параметров Φ_n , получаются заменой во втором слагаемом правой части уравнения (16) множителя $H(\Phi_n)$ на $H(\Phi_{z}^*)$:

$$d\Phi_n = \frac{dF_n^t}{\mu(1-k_n^{\text{dir}})} H(F_n^t - F_n^{\text{mix}} - F^{\text{fr}}) H(dF_n^t) H(1 - \Phi^{\text{Gr}}) +$$

$$+ \frac{dF_n^t}{\mu(1-k_n^{\text{rev}})} H(F_n^{\text{mix}} - F_n^t - F^{\text{fr}}) H(-dF_n^t) H(\Phi^* z).$$

Решения, получаемые на основе этого уравнения, характерны для СПФ с ГЦК ↔ ГПУ превращениями. Неединственность обратного превращения является причиной эффекта пластичности превращения не только при охлаждении, но и при нагреве (рис.2).

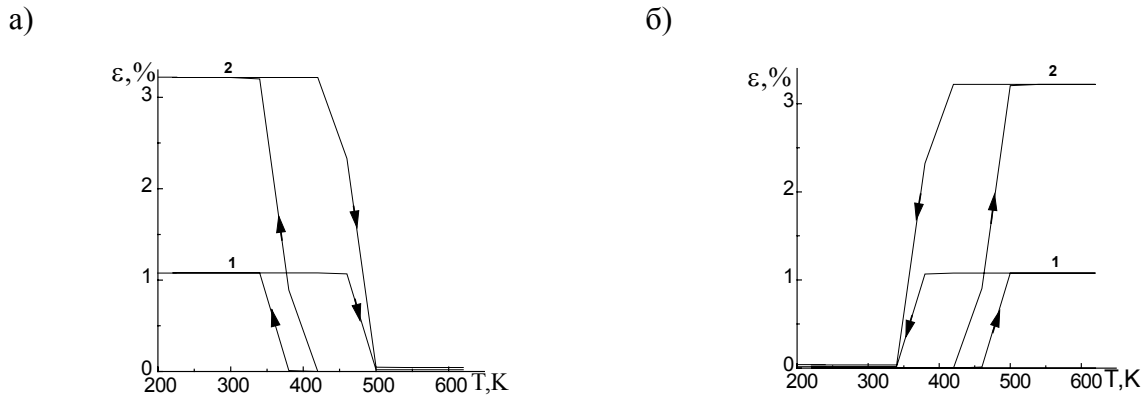


Рис.2. Расчетные зависимости деформации от температуры при охлаждении под напряжениями 10 (1), 50МПа (2) и последующем нагреве в свободном состоянии (а); при нагреве до 650К при тех же значениях напряжения и охлаждении в свободном состоянии (б).

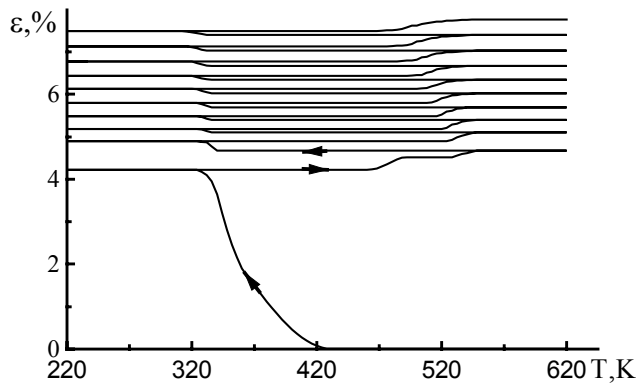


Рис.3. Зависимость деформации от температуры СПФ типа Fe-17%Mn при термоциклировании 220 ↔ 620К под постоянным напряжением 50МПа.

Другая особенность СПФ типа Fe-17%Mn – легкость пластической аккомодации мартенсита – диктует выбор низкого значения предела микротекучести. Для расчета термоциклической деформации (рис.3) $F_0^y = 10$ МПа выбирали так, чтобы микропластичность проявлялась при охлаждении даже при малой (10 МПа) приложенной нагрузке. Деформация растет как при прямом, так и при обратном превращении в течение многих циклов. Прирост деформации за цикл, уменьшается.

Моделирование явлений мартенситной неупругости в кобальте. В кобальте и некоторых его сплавах протекает ГЦК↔ГПУ превращение, подобное $\gamma \leftrightarrow \epsilon$ превращению в сплаве Fe-17%Mn. Наблюдаются эффекты пластичности превращения и памяти формы. Выбраны значения констант: $M_f = 400$ К, $M_s = 600$ К, $A_s = 750$ К, $A_f = 850$ К, $T_o = 725$ К, $q_0 = -40$ МДж/м³, $F_0^y = 10$ МПа, $h = 10$ МПа. Расчеты выполняли для одноосного нагруже-

ния без учета теплового расширения. Модель хорошо описывает поведение кобальтового образца при однократном МП при постоянном и переменном напряжении (рис.4, 5) и в условиях циклического изменения температуры (рис. 6, 7).

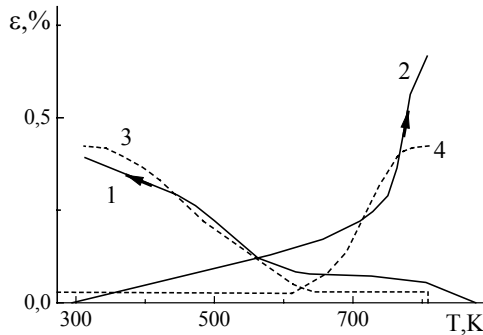


Рис.4. Зависимости деформации от температуры при охлаждении (1, 3) и нагреве (2, 4) под напряжением 50 МПа. Сплошные линии – эксперимент¹⁾, пунктир – расчет.

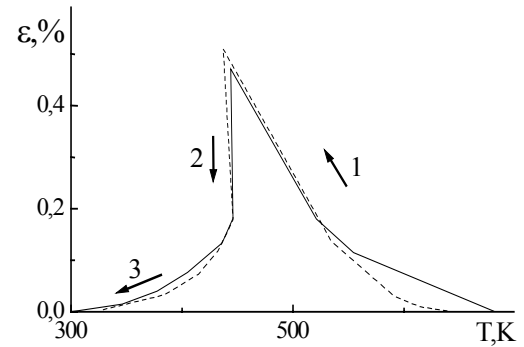


Рис.5. Зависимости деформации от температуры при охлаждении под напряжением 50 МПа (1), разгрузке (2) и охлаждении в свободном состоянии (3). Сплошная линия – эксперимент²⁾, пунктир – расчет.

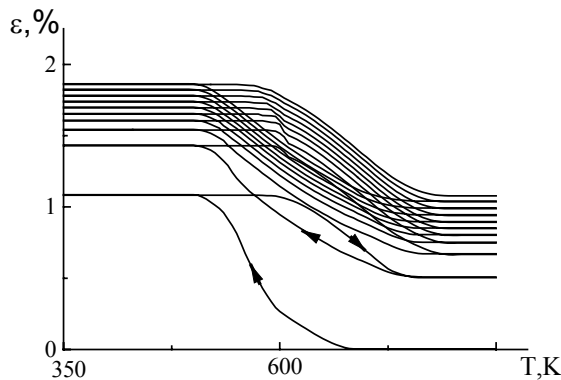


Рис.6. Расчетные зависимости деформации от температуры при термоциклировании в режиме: охлаждение под напряжением 175 МПа, нагрев в свободном состоянии.

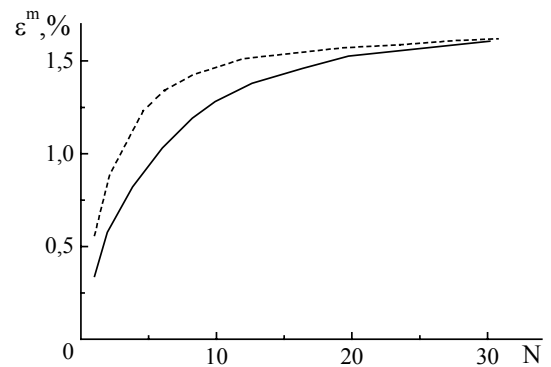


Рис.7. Зависимости деформации при термоциклировании сплава Co–16%Mn, измеренной при температуре 850 К, от номера термоцикла. Пунктир – эксперимент³⁾, сплошная линия – расчет.

В третьей главе рассмотрена активная пластическая деформация, осуществляемая дислокационным сдвигом, и ее взаимодействие с эффектами памяти формы. Любую плоскость скольжения можно отнести к одному из $1, \dots, m, \dots, M$ типов, причем к каждому относятся $1, \dots, k, \dots, K_m$ кристаллографически эквивалентных плоскостей. Если $\beta_{\omega}^{a(m,k)}$ – дефор-

¹⁾ Кузьмин С.Л., Лихачев В.А., Рыбин В.В. Мартенситная память в кобальте // Изв. вузов. Физика. 1976. № 3. С. 18–23.

²⁾ Беляев С.П., Ермолаев В.А., Кузьмин С.Л., Лихачев В.А., Лескина М.Л., Пульнев С.А. Деформационные свойства материалов с различной кинетикой мартенситных превращений // Прогнозирование механического поведения материалов: Сб. трудов XXV Всесоюз. семинара “Актуальные проблемы прочности” Т. 1. Новгород, 1991. С. 51–56.

³⁾ Schumann H. Umwandlungsplastizität von Kobalt-Mangan-Legierungen // Kristall und Techn., 1976. Bd. 11, Hf. 1. S. 73–82.

мация, осуществляемая сдвигом в k -й плоскости m -го типа, то атермическая пластическая деформация $\varepsilon_{\omega}^{\text{gr a}}$ в зерне ω есть сумма деформаций по всем системам сдвига:

$$\varepsilon_{\omega}^{\text{gr a}} = \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^{K_m} \beta_{\omega}^{\text{a}(m,k)}. \quad (19)$$

Упрощенная модель пластической деформации основана на предположениях об изотропии сдвига на плоскости скольжения и о совпадении направлений сдвига и вектора напряжения на этой плоскости, откуда следует, что в состоянии скольжения

$$T_{\tau}^{(m,k)} = \tau^{s(m,k)}, \quad (20) \quad \dot{\beta}_{\omega 31}^{\text{a}(m,k)} = \frac{1}{2} \dot{\Gamma}_{\beta}^{(m,k)} \frac{\tau_{31}}{T_{\tau}}; \quad (21)_1 \quad \dot{\beta}_{\omega 32}^{\text{a}(m,k)} = \frac{1}{2} \dot{\Gamma}_{\beta}^{(m,k)} \frac{\tau_{32}}{T_{\tau}}, \quad (21)_2$$

где $\tau^{s(m,k)}$ – напряжение течения; $T_{\tau}^{(m,k)} = \sqrt{(\tau_{31}^{(m,k)})^2 + (\tau_{32}^{(m,k)})^2}$ и $\dot{\Gamma}_{\beta}^{(m,k)} = \sqrt{2\dot{\beta}_{pq}^{\text{a}(m,k)}\dot{\beta}_{pq}^{\text{a}(m,k)}}$ – интенсивности касательного напряжения и скоростей деформации сдвига на плоскости (m, k) ; (компоненты тензоров записаны в базисе, первые два орта которого – направления в плоскости, третий – нормаль). Напряжение течения $\tau^{s(m,k)} = \tau_{\text{eq}}^{s(m,k)} + \tau_{\text{def}}^{s(m,k)}$, где $\tau_{\text{eq}}^{s(m,k)}$ – равновесное значение, зависящее от T и $\dot{\Gamma}_{\beta}^{(m,k)}$; $\tau_{\text{def}}^{s(m,k)}$ – деформационное упрочнение.

Величина $\tau_{\text{def}}^{s(m,k)}$ увеличивается с ростом $\dot{\Gamma}_{\beta}^{(m,k)}$ и уменьшается за счет процессов возврата:

$$\dot{\tau}_{\text{def}}^{s(m,k)} = h^{(m)} \dot{\Gamma}_{\beta}^{(m,k)} - q(T) (\tau_{\text{def}}^{s(m,k)})^{m_s}, \quad (22)$$

где $q(T) = r^{(m)} \exp(-U_m/k_B T)$, $h^{(m)}$, $r^{(m)}$, U_m , m_s — константы материала; k_B — постоянная Больцмана. Из условия течения (20), и закона изменения $\tau_{\text{def}}^{s(m,k)}$ (22) следует уравнение

$$\frac{\partial \tau_{\text{eq}}^{s(m,k)}}{\partial \dot{\Gamma}_{\beta}^{(m,k)}} \ddot{\Gamma}_{\beta}^{(m,k)} + h^{(m)} \dot{\Gamma}_{\beta}^{(m,k)} = \dot{T}_{\tau}^{(m,k)} - \frac{\partial \tau_{\text{eq}}^{s(m,k)}}{\partial T} \dot{T} + q(T) (\tau_{\text{def}}^{s(m,k)})^{m_s},$$

которое вместе с (19), (21) и (22) позволяет рассчитать пластическую деформацию.

Создана модель пластической деформации в TiNi. Согласно данным о дислокационном скольжении, в монокристаллах сдвиг происходит в направлении $\langle 001 \rangle$ на плоскостях $\{100\}$ и $\{110\}$, при этом в некоторых сплавах нестехиометрического состава наблюдается зависимость критического скалывающего напряжения (рассчитанного по закону Шмида) от ориентации оси растяжения¹⁾. Для описания этого явления предложено условие сдвига, зависящее от нескольких компонент тензора напряжения:

$$\tau^S = \tau_{\text{eq}}^S + \tau_{\text{def}}^S + f(\hat{\tau}), \quad \text{где } f_{\{110\}}(\hat{\tau}) = a_{110} |\tau_{32}|, f_{\{100\}}(\hat{\tau}) = a_{100} (\tau_{32}) | |\tau_{31}| - |\tau_{32}| |$$

(в базисе $[\bar{1}10], [001], [110]$ для плоскостей $\{110\}$ и $[010], [001], [100]$ для плоскостей $\{100\}$).

Подобраны значения констант и рассчитана деформация монокристаллов (рис.8, 9).

¹⁾ Чумляков Ю. И., Сурикова Н. С., Коротаев А. Д. Ориентационная зависимость прочностных и пластических свойств монокристаллов никелида титана // Физ. мет. и металловед. 1996. Т. 82. Вып. 1. С. 148 – 158.

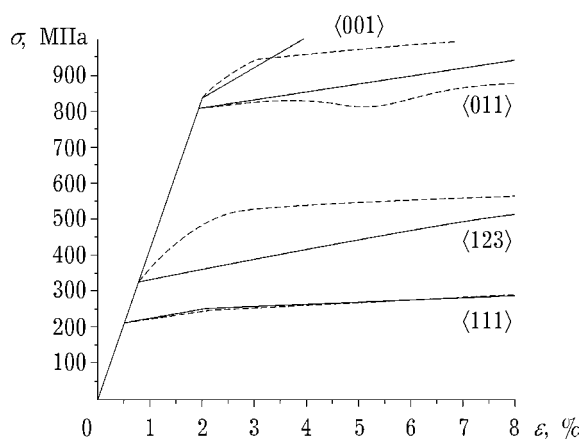


Рис. 8. Кривые растяжения монокристаллов TiNi при 673 К. Пунктир – эксперимент¹⁾, сплошные линии – расчет (ориентация оси растяжения указана у кривых).

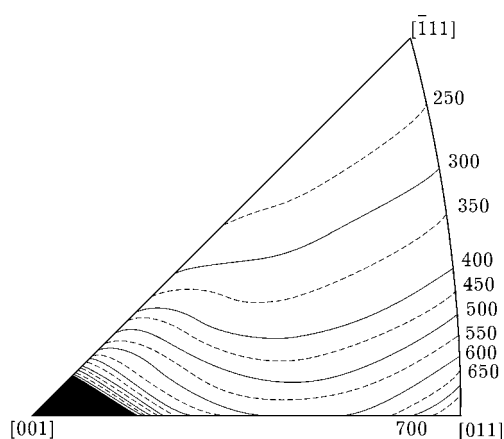


Рис. 9. Зависимость предела текучести $\sigma_{0.1}$ от ориентации оси растяжения. Цифрами обозначены значения $\sigma_{0.1}$ в МПа.

Выполнен расчет деформации поликристаллов. Показано, что хорошее описание деформирования может быть получено в упрощенной модели с изотропным сдвигом. В то же время для монокристаллов учет реальных ориентаций систем сдвига и зависимостей напряжения течения от всех компонент тензора напряжения совершенно необходим.

Пластическая деформация аустенита TiNi приводит к появлению внутренних межзеренных напряжений ρ_{kl}^{ω} . Для оценки их средних значений по зерну ω получена формула

$$\rho_{kl}^{\omega} = M_{klij}^{\omega} ((D_{ijmn}^0 - D_{ijmn}^{\omega})\sigma_{mn} + \varepsilon_{ij}^0 - \varepsilon_{ij}^{\omega}),$$

где D_{ijmn}^{ω} , $\varepsilon_{ij}^{\omega}$ и D_{ijmn}^0 , ε_{ij}^0 – упругие податливости и неупругие деформации зерна ω и представительного объема V_0 (средние по всем зернам из V_0); M_{klij}^{ω} – тензор, обратный тензору $(D_{ijmn}^{\omega} + CD_{ijmn}^0)$, т.е. такой что $M_{klij}^{\omega}(D_{ijmn}^{\omega} + CD_{ijmn}^0) = \frac{1}{2}(\delta_{kl}\delta_{mn} + \delta_{km}\delta_{ln})$; C – постоянная.

Внутренние напряжения оказывают влияние на функциональные свойства СПФ: изменяют кинетику МП, величину эффектов пластичности превращения и памяти формы; являются причиной эффекта обратимой памяти формы аустенитного типа, проявляющегося как обратимый частичный возврат деформации образца при охлаждении (рис.10а). При этом в процессе прямого превращения внутренние напряжения частично релаксируют, а при обратном превращении их значения восстанавливаются. Выполнено экспериментальное исследование и расчет влияния предварительной пластической деформации на эффекты пластичности превращения, памяти формы и обратимой памяти формы. Предварительная деформация производилась в режиме растяжения или кручения, а эффекты памяти формы изучались в режиме кручения. Во всех случаях было получено хорошее качественное соответствие расчета с экспериментом (рис.10, 11). Согласие между расчетом и экспериментом говорит о том, что внутренние напряжения – один из главных факторов влияния пластической деформации на эффекты памяти формы.

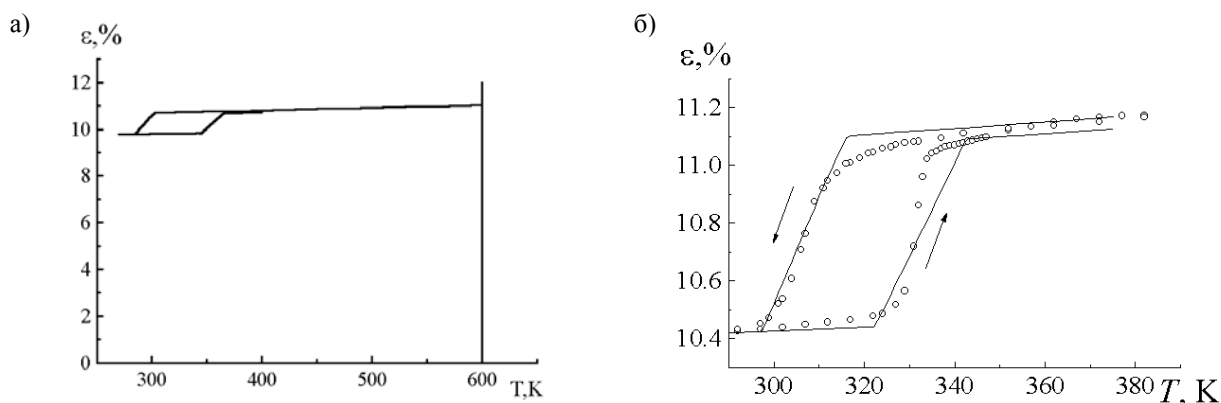


Рис. 10. Изменение деформации при термоциклировании образца TiNi после пластической деформации при 600К: *а* – зависимость деформации от температуры; *б* – фрагмент рис.10а (сплошная кривая – расчет, точки – эксперимент).

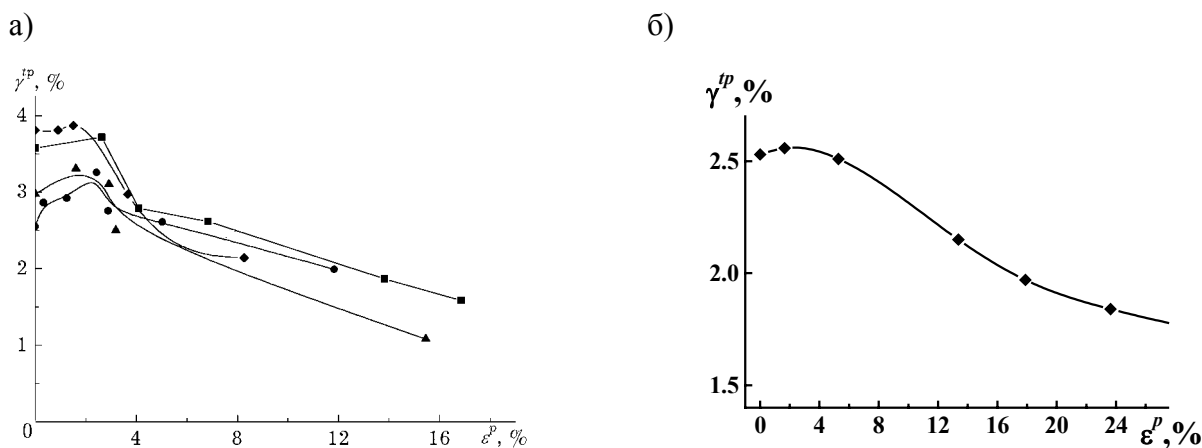


Рис.11. Зависимости деформации γ^{tp} образцов из сплава Ti–48.3ат.%Ni, накопленной за счет пластичности превращения под напряжением $\tau = 20$ МПа (кручение), от предварительной пластической деформации растяжением при 600 К: *а* – эксперимент (различные кривые соответствуют различным образцам); *б* – расчет.

В *четвертой главе* рассмотрены деформационные эффекты, связанные с образованием самоаккомодированных групп (САГ) мартенсита. При реализации эффекта пластичности превращения с промежуточной разгрузкой в интервале превращения имеет место эффект деформации ориентированного превращения (ДОП): продолжение накопления деформации в процессе охлаждения после разгрузки. Анализ этого явления позволил предположить, что мартенсит растет в форме САГ, увеличение и уменьшение объема которых происходит в соответствии с принципами термодинамического равновесия. Это означает, что модель должна соответствовать иерархии объемов усреднения

$$V_0(x) \supset V_1(x, \omega, P) \supset V_2(x, \omega, \alpha) \supset V_3(x, \omega, \alpha, n),$$

где V_0 – представительный объем точки x ; V_1 – объем зерна с ориентацией ω ; V_2 – объем САГ с номером α ; V_3 – объем варианта мартенсита с номером n . Выражение для собствен-

ного потенциала Гиббса G^{eig} одного зерна аналогично таковому в модели с индивидуальными вариантами мартенсита, а для потенциала смешивания G^{mix} предложена формула:

$$G^{\text{mix}} = \sum_{\alpha} (\mu/2) \Phi_{\alpha}^2 (1 + \lambda \sum_n \gamma_{\alpha n}^2),$$

где $\Phi_{\alpha} = V^{(2)}(\alpha) / V^{(1)}$ – объемная доля САГ α в зерне; $\gamma_{\alpha n} = V^{(3)}(\alpha, n) / V^{(2)}(\alpha)$ – объемная доля n -го варианта в САГ α относительно объема этой группы, μ и λ – постоянные. Такой вид G^{mix} учитывает рост энергии межфазных напряжений при удалении от соотношения $\gamma_{\alpha 1} = \dots = \gamma_{\alpha N}$, означающего равенство объемов всех вариантов мартенсита.

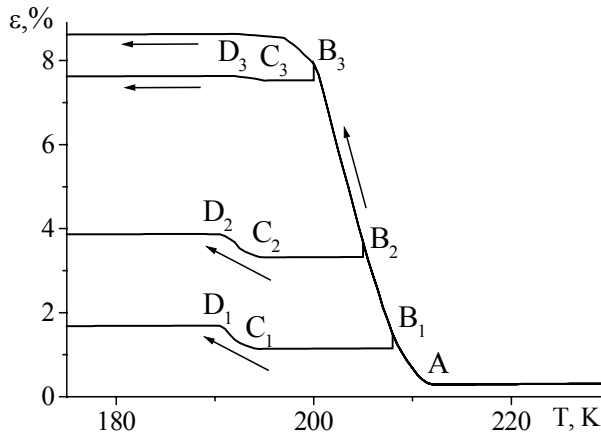


Рис.12. Зависимость деформации от температуры при реализации эффекта ДОП: охлаждение под нагрузкой 100 МПа (AB_k), разгрузка в интервале превращения (в точках B_1, B_2 или B_3) и дальнейшее охлаждение без нагрузки ($B_k C_k D_k$).

Дифференцированием потенциалов G^{eig} и G^{mix} по параметрам Φ_{α} и $\gamma_{\alpha n}$ найдены термодинамические силы, в терминах которых сформулированы условия превращения, переориентации мартенсита и зарождения САГ. Показано, что в этой модели можно описать изотермическое деформирование СПФ в состоянии псевдоупругости и ферропластичности, эффекты пластичности превращения и памяти формы при постоянном напряжении. Кроме того, модель дает качественно верное описание эффекта ДОП (рис.12), которое невозможно получить в модели с

индивидуальными вариантами мартенсита. Таким образом, подтверждено предположение о причинах ДОП как эффекта, обусловленного зарождением мартенсита в форме САГ, которые растут в соответствии с балансом термодинамических сил.

Пятая глава посвящена решению прикладных задач с использованием микроструктурной теории. В первом параграфе рассмотрено влияние ультразвуковых колебаний на функциональные свойства СПФ. Моделирование действия ультразвука выполнено в соответствии с предположением о том, что оно складывается из двух факторов: теплового (нагрев при диссипации звуковых колебаний) и силового (переменное напряжение). Показано, что силовой фактор всегда снижает напряжение течения (нормальный акустопластический эффект). В то же время из-за резкой зависимости напряжения течения в СПФ от температуры тепловой фактор может вызвать как его снижение, так и рост (аномальный акустопластический эффект). Моделирование процесса растяжения образцов из СПФ при различных температурах показало наличие всех перечисленных эффектов.

Во втором параграфе исследованы возможности использования СПФ в активных системах управления вибрациями, пассивных демпферах или изоляторах. Модельная колеблющаяся система – крутильный маятник с подвесом из СПФ (рис.14). Управляющее воздействие – импульсы электронагрева, синхронизированные с колебаниями маятника (рис.15). Охлаждение подвеса – за счет теплообмена с окружающей средой. Система уравнений для расчета изменения во времени угла поворота φ включает уравнение вращательного движения маятника $J\ddot{\varphi} = -M$; соотношение, связывающее сдвиг γ в подвесе с углом поворота $\varphi = (l/r)\gamma$; упрощенное выражение для крутящего момента $M = Sr\tau$ и уравнения микроструктурной модели с индивидуальными вариантами мартенсита:

$$\dot{\gamma} = F_1(\tau, \dot{\tau}, T, \dot{T}, X); \quad \dot{X} = F_2(\tau, \dot{\tau}, T, \dot{T}, X).$$

Здесь r, l, S — радиус, длина и площадь поперечного сечения подвеса; J — момент инерции маятника; τ — касательное напряжение в подвесе; T — температура; X — набор внутренних параметров ($X = \{\Phi_n\}, \{\Phi_n^p\}, n=1, \dots, N$); F_1 и F_2 — функции, задающие определяющие уравнения (алгоритм вычисления их значений и есть содержание глав 2, 3). Система уравнений относительно φ, ω, τ, X имеет вид (третье уравнение не разрешено относительно $\dot{\tau}$):

$$\begin{cases} \dot{\omega} = -(Sr / J)\tau \\ \dot{\varphi} = \omega \\ F_1(\tau, \dot{\tau}, T, \dot{T}, X) = (r / l)\omega \\ \dot{X} = F_2(\tau, \dot{\tau}, T, \dot{T}, X) \end{cases}$$

где ω — угловая скорость. Начальные условия: при $t = t_0$ $\varphi = \varphi_0, \tau = \tau_0, \omega = 0, X = X_0$ (отклонение маятника в момент времени t_0 на угол φ_0).

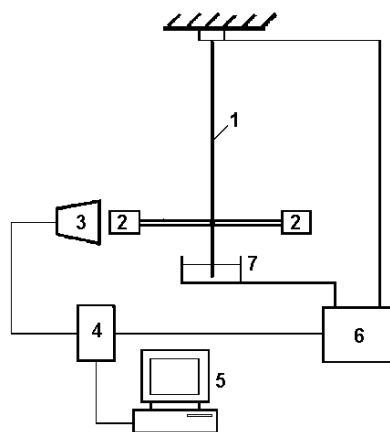


Рис.14. Схема модельной колеблющейся системы: 1 – подвес из TiNi, 2 – грузы, 3 – датчик угла поворота, 4 – адаптер, 5 – компьютер, 6 – источник тока, 7 – электролитическая ванна.

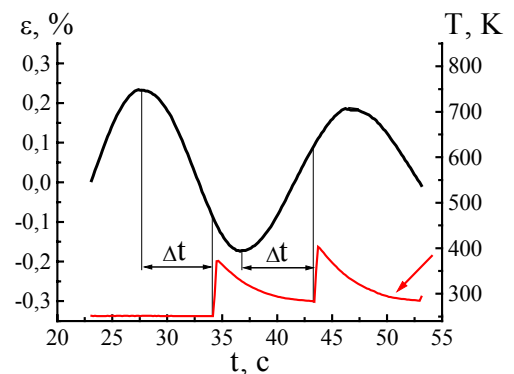


Рис.15. Схема синхронизации импульсов электронагрева с механическими колебаниями (Δt – время рассогласования).

Экспериментальные исследования показали, что при существующих параметрах установки и фиксированных значениях температуры окружающей среды и максимальной температуры нагрева, существует два режима колебаний. Первый реализуется при малых временах рассогласования Δt и характеризуется значительным увеличением периода колебаний. Во втором режиме (при больших значениях Δt) период изменяется слабо, а подвес не успевает после каждого импульса нагрева охладиться ниже M_f . Расчет качественно полностью соответствует эксперименту, что говорит о применимости микроструктурной модели в сложном режиме изменения температуры и напряжения. Пример – на рис.16.

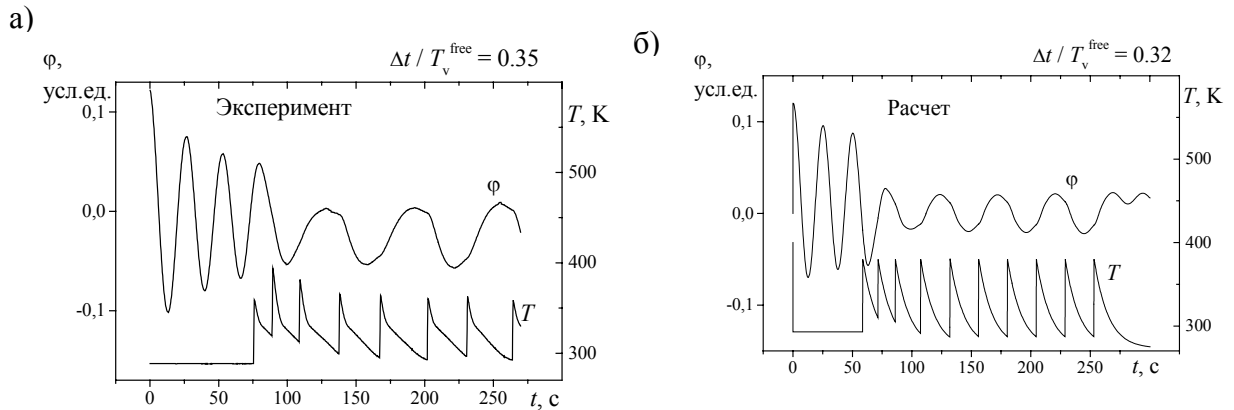


Рис.16. Экспериментальная (а) и расчетная (б) зависимости угла поворота φ маятника при времени рассогласования Δt , составляющем 0.35 периода свободных колебаний T_v^{free} .

По той же методике выполнены расчеты работы изготовленных из СПФ пассивных демпфера и изолятора механических колебаний. Показано, что наилучшее демпфирование осуществляется, когда сплав находится в мартенситном состоянии, а для изолятора оптимальным является двухфазное состояние СПФ.

В заключительном параграфе пятой главы развита методика решения краевых задач для тел из СПФ и решена задача о подготовке и сборке термомеханического соединения труб. Для постановки краевой задачи определяющие уравнения, разработанные в главах 2 – 4 дополнены стандартными уравнениями механики (равновесия, совместности деформации), теплопроводности и граничными условиями. Полученная таким образом краевая задача обладает следующими особенностями.

1. Определяющие уравнения достаточно громоздки и содержат много внутренних параметров.
2. В определяющие уравнения входят функции Хевисайда, отражающие пороговый характер включения некоторых деформационных процессов. Ввиду этого обстоятельства уравнения являются нелинейными и негладкими (не непрерывно дифференцируемыми).

3. Фазовый переход, лежащий в основе функционального поведения СПФ, является термоупругим превращением, контролируемым как напряжением, так и температурой, и обладает скрытой теплотой (сопровождается выделением или поглощением тепла). В силу этого решение механической задачи об определении напряжения и деформации в общем случае должно проводиться совместно с решением задачи теплопроводности.

Постановка краевой задачи. Рассмотрим постановку краевой задачи для нахождения вектора перемещения u . Механическая часть задачи включает уравнение Ламе

$$\nabla \cdot (C : (\text{def } u - e)) + F = 0, \quad (23)$$

и граничные условия

$$n \cdot (C : (\text{def } u - e)) = f \quad \text{на} \quad S_f, \quad (24)$$

$$u = u_0 \quad \text{на} \quad S_u, \quad (25)$$

где $\text{def } u = (1/2)(\nabla u + (\nabla u)^T)$ – тензор деформации, производимой полем перемещений u , индекс T обозначает транспонирование; e – тензор неупругой деформации; F – вектор объемных сил; C – тензор упругих модулей; n – единичная внешняя нормаль к поверхности тела S ; f и u_0 – векторы усилия и перемещения, заданные соответственно на частях S_f и S_u поверхности S . Если известны величины u_0 , f , F и e , вызывающие появление напряжений, то задача (23) – (25) может быть решена, а ее решение формально записано в виде:

$$\sigma = M(u_0, f, F, e). \quad (26)$$

Для поля температур запишем уравнение теплопроводности

$$c\rho\dot{T} = \lambda\nabla^2 T + W \quad (27)$$

и граничное условие, например, для случая, когда на поверхности тела задана температура, совпадающая с температурой окружающей среды T_{amb} :

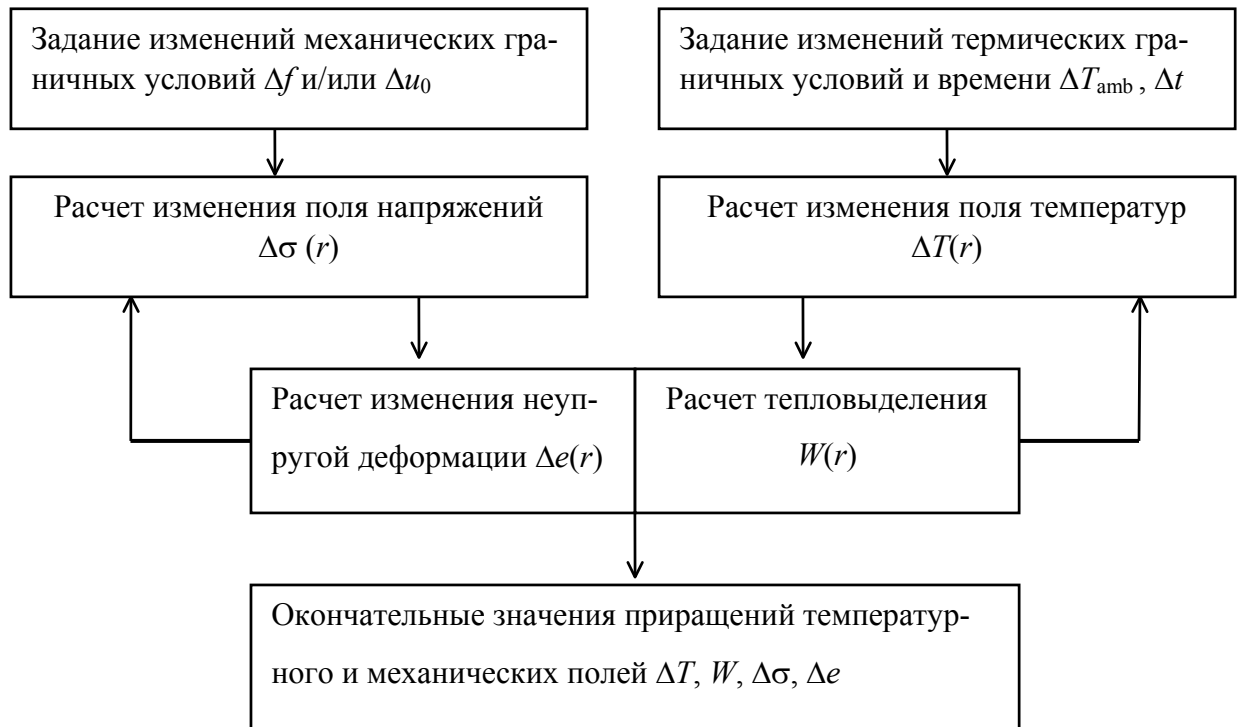
$$T = T_{\text{amb}} \quad \text{на} \quad S. \quad (28)$$

В (27) точка обозначает производную по времени; c – удельная теплоемкость; ρ – плотность; λ – коэффициент теплопроводности; W – удельная (на единицу объема) мощность источников тепла. Если W известно, то задача (27), (28) может быть решена, и мы запишем формально ее решение в виде

$$T = \tau(T_{\text{amb}}, W, t). \quad (29)$$

Функции M и τ , участвующие в записях (26), (29) решений механической и тепловой задач, могут быть реализованы посредством каких-нибудь численных методов. Задачу (23) – (25), (27), (28) замыкают определяющие уравнения для неупругой деформации e , мощности источников тепла W и внутренних параметров. Их расчет выполняется по формулам из глав 2 – 4, причем мощность источников тепла равна $W = q_0\dot{\Phi}_M$, где Φ_M – объемная доля мартенсита в представительном объеме.

Решение связанной нелинейной термомеханической задачи производится по шагам, на каждом из которых для малых приращений внешних условий (поверхностных и объемных сил, перемещений, окружающей температуры) с применением итерационной процедуры вычисляются изменения полей температур, деформаций и напряжений по схеме:



Предложенная методика применена к расчету термомеханического соединения труб муфтой из СПФ. Рассматриваемое тело – муфта в виде бесконечного полого цилиндра, на внешней и внутренней поверхностях которой задано давление или радиальное перемещение. Отличны от нуля только компоненты тензора деформации ε_{rr} , $\varepsilon_{\theta\theta}$, ε_{zz} (в цилиндрической системе координат). Когда тело все находится в упругом состоянии, ненулевыми будут такие же компоненты тензора деформации σ_{rr} , $\sigma_{\theta\theta}$, σ_{zz} . Если неупругие свойства материала изотропны, то отличны от нуля только компоненты неупругой деформации e_{rr} , $e_{\theta\theta}$, e_{zz} . Уравнение Ламе для радиального перемещения u имеет вид:

$$u'' + \frac{u'}{r} - \frac{u}{r^2} = e'_{rr} + \frac{\nu}{1-\nu}(e'_{\theta\theta} + e'_{zz}) + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \frac{e_{rr} - e_{\theta\theta}}{r},$$

где ν — коэффициент Пуассона, а штрихом обозначена производная по радиусу r . Общее решение этого уравнения: $u = C_1 r + C_2/r + A(r)r + B(r)$, где

$$A(r) = \frac{1}{2} \left\{ \left[e_{rr} + \frac{\nu}{1-\nu}(e_{\theta\theta} + e_{zz}) \right]_a^r + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \int_a^r \frac{e_{rr} - e_{\theta\theta}}{\rho} d\rho \right\},$$

$$B(r) = \frac{1}{2} \left\{ -\rho^2 \left[e_{rr} + \frac{\nu}{1-\nu}(e_{\theta\theta} + e_{zz}) \right]_a^r + \frac{1}{1-\nu} \int_a^r (e_{rr} + e_{\theta\theta} + 2\nu e_{zz}) \rho d\rho \right\},$$

C_1 и C_2 — произвольные постоянные, определяемые из граничных условий. На внешней поверхности муфты всегда задано давление $p = 0$. На внутренней поверхности задано условие одного из трех типов. Для процесса дорнования (раздачи) муфты $u = u_0$; для разгрузки после раздачи $\sigma_{rr} = -p$; а для посадки муфты на упругую трубу $u = C_T \sigma_{rr}$, где

$$C_T = \frac{D}{E_T} \left(\frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} - \nu_T \right) - \text{упругая податливость трубы, } D \text{ и } d \text{ — ее внешний и внутрен-$$

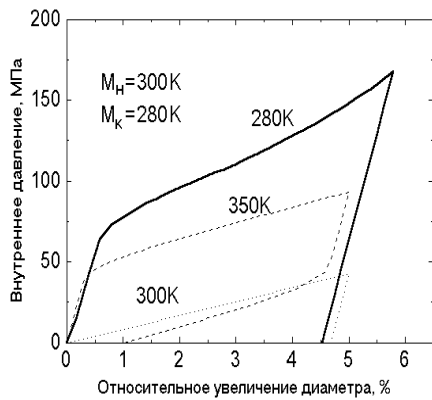


Рис.18. Кривые дорнования муфты из СПФ при различных температурах окружающей среды.

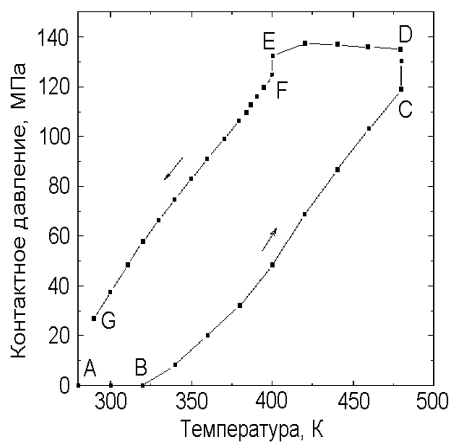


Рис.19. Зависимость контактного давления в термомеханическом соединении от температуры окружающей среды при его сборке (нагреве) и охлаж-

ний диаметры, E_T и ν_T — модуль и коэффициент Пуассона. Определение третьей постоянной — полной осевой деформации — выполняется из условия $2\pi \int_a^b \sigma_{zz}(r) r dr = 0$, означающего, что направленная вдоль оси муфты внешняя сила равна нулю. Для вычисления поля температур использован метод сеток с неявной схемой.

Результаты моделирования

Выбраны типичные для сплава TiNi значения постоянных: $M_f = 280$ К, $M_s = 300$ К, $A_s = 340$ К, $A_f = 360$ К, $E = 78$ ГПа, $\nu = 0.33$, теплота превращения $q_0 = -150$ МДж/м³, коэффициент теплового расширения $\alpha = 1.4 \cdot 10^{-5}$ К⁻¹, коэффициент теплопроводности $\lambda = 10$ Вт/(м·К), удельная теплоемкость $c = 70$ Дж/(кг·К), плотность $\rho = 6.5 \cdot 10^3$ кг/м³. Внутренний и внешний диаметры муфты — 20 и 24 мм. Характеристики трубы, на которую моделировали посадку муфты: толщина — 1 мм, $E_T = 100$ ГПа, $\nu_T = 0.33$.

Моделирование имитировало весь реальный процесс подготовки и сборки термомеханического соединения (рис.19), что необходимо, так как актуаль-

ное состояние материала зависит от истории термомеханического нагружения. На первом этапе моделировали охлаждение муфты (уменьшение T_{amb} от 320 К до 270 К за 0.01 с + выдержка при этой температуре). Второй этап — дорнование муфты (увеличение ее диаметра) — рис.18. При $T=280$ К деформация происходит за счет переориентации мартенсита, так что эффекты выделения или поглощения тепла отсутствуют. При

других температурах эффект тепловыделения пренебрежимо мал. Третий этап – сборка термомеханического соединения: посадка муфты на упругую трубу и увеличение температуры окружающей среды от 280 К до 480 К за 1 с. Рост давления не наблюдается до начала обратного превращения (участок АВ на рис. 19). Затем происходит генерация наибольшей части контактного давления (участок ВС). При нагреве максимальная разница между температурами окружающей среды и внутри муфты (при толщине 2 мм) превосходила 40 К. При выдержке муфты при 480 К произошло выравнивание температуры по ее толщине и дополнительное увеличение контактного давления (участок CD). Из-за очень высокого напряжения $\sigma_{\theta\theta}$ остаточный мартенсит сохранялся вплоть до температуры 480 К (более чем на 100 К выше A_f). После сборки моделировали снижение температуры окружающей среды и прослеживали снижение контактного давления в соединении. Охлаждение выполняли в три этапа: на 80 К за 0.4 с (DE), выдержка при 400 К в течение 0.2 с и охлаждение со скоростью $\dot{T}_{amb} = 25$ К/с (FG). В частности, на участке DE прямое превращение еще не начинается и изменение контактного давления не происходит. Для всех этапов подготовки и сборки термомеханического соединения найдены радиальные распределения компонент тензора напряжения. Распределение компоненты σ_{rr} близко к линейному, а $\sigma_{\theta\theta}$ — к однородному, что характерно для тонкостенных муфт.

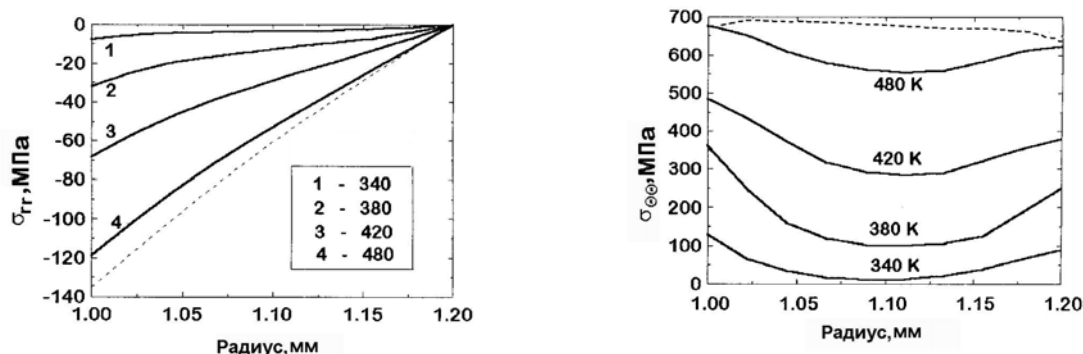


Рис.20. Распределения по радиусу компонент напряжения σ_{rr} и $\sigma_{\theta\theta}$ во время нагрева термомеханического соединения до заданных значений окружающей температуры. Пунктирная кривая соответствует 480 К после выдержки при этой температуре.

Сравнение сплошных и пунктирных кривых на рис.21 для $T_{amb} = 480$ К показывает разницу распределений компонент напряжения при неоднородном (при быстром нагреве) и однородном распределении температур. Расчет свидетельствует о том, что функциональное поведение деталей из СПФ можно успешно моделировать, решая краевую задачу механики. Использование определяющих уравнений микроструктурной теории обеспечивает моделирование последовательных этапов термомеханического нагружения в рамках одной и той же системы соотношений с одними и теми же значениями постоянных материала.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Основной результат работы: создана методика построения микроструктурных моделей деформации СПФ, основанная на учете строения материала, физических и симметричных закономерностей фазового превращения и дислокационной пластической деформации. Построенные модели позволяют описывать функционально-механическое поведение СПФ в произвольных режимах термомеханического нагружения, когда могут происходить фазовое превращение, пластическая аккомодация мартенсита и дислокационный сдвиг. При использовании разработанного подхода были получены следующие результаты.

1. Сформулирована модель тела с памятью формы типа никелида титана, испытывающего фазовое превращение, переориентацию мартенсита при активном деформировании и микропластическую аккомодацию мартенсита. Рассчитаны эффекты пластичности превращения и памяти формы при изменении температуры; псевдоупругости и ферропластичности при активном изотермическом деформировании. Рассчитан недовозврат деформации при реализации эффекта памяти формы после эффекта пластичности превращения или активного деформирования в мартенситном состоянии. Обоснована причина эффекта обратимой памяти формы мартенситного типа, заключающаяся в действии полей внутренних микронапряжений, формирующихся при его пластической аккомодации. Сформулирован закон упрочнения при микропластической деформации, учитывающий снижение напряжения течения при обратном превращении. Выполнено моделирование этого вида обратимой памяти формы. Рассчитано изменение деформации при многократном термоциклировании под нагрузкой.

2. Обоснована система внутренних параметров и операция усреднения фазовой деформации сплавов с ГЦК \leftrightarrow ГПУ превращением. Выполнен расчет пластичности превращения, памяти формы, накопления деформации при термоциклах под нагрузкой и ее возврат в термоциклах после разгрузки.

3. Создана модель дислокационной пластичности моно- и поликристаллических сплавов с памятью формы, в которой учтены системы сдвига, действующие в рассматриваемом кристалле и зависимость напряжения течения от скорости пластической деформации. Предложен закон пластического течения для никелида титана нестехиометрического состава с нешмидовым законом пластичности и рассчитаны диаграммы деформирования таких монокристаллов с различной ориентацией оси растяжения. Обоснована причина обратимой памяти формы аустенитного типа, заключающаяся в действии полей внутренних межзеренных напряжений, формирующихся при пластическом деформировании аустенита. Выполнено моделирование этого вида обратимой памяти формы.

4. Создана модель тела с фазовым превращением, происходящим путем роста мартенситной фазы в виде самоаккомодированных групп мартенсита. Обоснована причина эффекта деформации ориентированного превращения, заключающаяся в том, что при снятии напряжения во время охлаждения образуются новые самоаккомодированные группы мартенсита, рост которых при продолжении превращения обуславливает продолжение накопления деформации. Выполнено моделирование эффекта деформации ориентированного превращения.

5. Проанализировано действие теплового и силового факторов ультразвуковых колебаний, приложенных к телу с памятью формы, во время его деформирования или охлаждения (нагрева). Показано, что таким образом можно объяснить эффекты ультразвукового воздействия на функциональные свойства сплавов с памятью формы, в частности, снижение напряжения течения, когда материал находится в мартенситном состоянии или в состоянии перехода из мартенсита в аустенит (нормальный акустопластический эффект), и возрастание напряжения течения, когда материал находится в аустенитном состоянии или в состоянии перехода из аустенита в мартенсит (аномальный акустопластический эффект). Выполнены расчеты механического поведения сплавов при воздействии ультразвуковых колебаний, включающие отмеченные эффекты.

6. Выполнено экспериментальное и теоретическое исследование колебаний крутильного маятника, содержащего активный элемент из сплава с памятью формы. Показано, что колебаниями можно управлять (усиливать, поддерживать или гасить) путем подачи на активный элемент тепловых импульсов, синхронизированных определенным образом с колебаниями. Хорошее соответствие рассчитанных колебаний с измеренными показало работоспособность развитой модели при описании деформации сплавов с памятью формы в условиях сложного одновременного изменения температуры и напряжения. Выполнено моделирование демпфера и изолятора упругих колебаний, работающих в изотермических условиях. Показано, что наибольший эффект достигается, когда материал находится в мартенситном состоянии в случае демпфера, и в двухфазном состоянии – в случае изолятора.

7. Сформулирована краевая задача для тела из материала с памятью формы. Предложен итерационный алгоритм решения краевой задачи, в которой определяющие уравнения заданы посредством микроструктурной модели. Решена задача о сборке термомеханического соединения труб муфтой из сплава с памятью формы, включающая этапы охлаждения муфты, ее дорнования в мартенситном состоянии, посадки на трубу и генерации контактного давления, охлаждения собранного соединения и релаксации давления.

Основное содержание работы представлено в следующих публикациях:

1. Беляев С.П., Волков А.Е., Евард М.Е. Микропластическая деформация при мартенситных превращениях в сплавах с памятью формы типа никелида титана // Нелинейные проблемы механики и физики деформируемого твердого тела: Тр. науч. конф. акад. В. В. Новожилова. С.-Петербург. 1998. Вып. 1. С. 222-233.
2. Беляев С.П., Волков А.Е., Евард М.Е. Моделирование микропластических явлений в сплавах с памятью формы типа никелида титана//Вестник Тамбовского Университета. Т.3, Вып. 3. 1998. С. 306 – 309.
3. Беляев С.П., Волков А.Е., Евард М.Е., Сидоренко В.В., Скубанович А.П. Деформационное поведение никелида титана при скачкообразных изменениях температуры // Сплавы с эффектом памяти формы и другие перспективные материалы: Труды XXXVIII Международного семинара «Актуальные проблемы прочности» (24-27 сентября 2001 г., г. СПб). СПб. 2001. С. 586-591.
4. Беляев С.П., Волков А.Е., Иночкина И.В., Пантелеева Н.В. Эффекты мартенситной неупругости в никелиде титана после предварительной пластической деформации // Физика процессов деформации и разрушения и прогнозирование механического поведения материалов: Матер. XXXVI сем. «Актуальные проблемы прочности». Ч. 2. (Витебск, 26 – 28 сентября 2000). Витебск, 2000. С. 689-692.
5. Беляев С.П., Волков А.Е., Разов А.И. Поведение обратимой памяти формы в никелиде титана при термоциклах // Механизмы деформации и разрушения перспективных материалов: Сб. трудов XXXV семинара «Актуальные проблемы прочности» (15-18 сентября 1999 г., Псков). Псков, 1999. С. 497 – 501.
6. Бреган А. Д., Волков А. Е. Модели пластического деформирования никелида титана в аустенитном состоянии // Сплавы с эффектом памяти формы и другие перспективные материалы: Труды XXXVIII Международного семинара «Актуальные проблемы прочности» (24–27 сентября 2001 г., г. СПб). СПб. 2001. С. 466-471.
7. Бреган А.Д., Волков А.Е., Евард М.Е. Моделирование пластической деформации монокристалла никелида титана с учетом анизотропии в плоскости сдвига // Физика процессов деформации и разрушения и прогнозирование механического поведения материалов: Матер. XXXVI сем. «Актуальные проблемы прочности». Ч. 1. (Витебск, 26 – 28 сентября 2000). Витебск, 2000. С. 161–166.
8. Волков А.Е. Микроструктурное моделирование деформации сплавов при повторяющихся мартенситных превращениях // Изв. Академии Наук. Сер. Физическая. 2002. Т.66,

№ 9. С. 1290 – 1297.

9. Волков А.Е., Евард М.Е. Моделирование пластической деформации монокристалла никелида титана // Механизмы деформации и разрушения перспективных материалов: Сб. трудов XXXV семинара «Актуальные проблемы прочности» (15-18 сентября 1999 г., Псков). Псков. 1999. С. 321–325.

10. Волков А.Е., Евард М.Е. Моделирование эффектов пластичности превращения и памяти формы с учетом кристаллографических особенностей ГЦК–ГПУ перехода // Современные вопросы физики и механики материалов: Материалы XXXII семинара "Актуальные проблемы прочности (12-14 ноября 1996г., СПб). СПб, 1997. С.199–207.

11. Волков А.Е., Евард М.Е., Курзенева Л.Н., Лихачев В.А., Сахаров В.Ю., Ушаков В.В. Математическое моделирование мартенситной неупругости и эффектов памяти формы // ЖТФ. 1996. Т. 66, Вып. 11. С. 3 – 34.

12. Волков А.Е., Иночкина И.В. Влияние пластической деформации на характеристики памяти формы никелида титана // Механизмы деформации и разрушения перспективных материалов: Сб. трудов XXXV семинара «Актуальные проблемы прочности» (15-18 сентября 1999 г., Псков). Псков. 1999. С. 619 – 622.

13. Волков А.Е., Иночкина И.В. Исследование эффектов памяти формы в пластически продеформированном сплаве TiNi // Вестник молодых ученых. Серия: Технические науки, 2001. № 2. С. 37 – 41.

14. Волков А.Е., Иночкина И.В. Эффекты мартенситной неупругости в никелиде титана после предварительной пластической деформации // Физика процессов деформации и разрушения и прогнозирование механического поведения материалов: Матер. XXXVI сем. «Актуальные проблемы прочности». Ч. 2. (Витебск, 26 – 28 сентября 2000). Витебск, 2000. С. 689 – 693.

15. Волков А.Е., Лихачев В.А., Пущаенко О.В., Соловьева О.М. Теоретический анализ явления реверсивной памяти формы // Материалы с новыми функциональными свойствами: Материалы XXII семинара «Актуальные проблемы прочности» (14–19 мая 1990 г., Новгород–Боровичи), Новгород–Боровичи, 1990. С. 20 –24.

16. Волков А.Е., Лихачев В.А., Пущаенко О.В., Щербакова Л.Н. Численное моделирование мартенситной неупругости в условиях реализации пластичности превращения // Материалы с новыми функциональными свойствами: Материалы XXII семинара «Актуальные проблемы прочности» (14–19 мая 1990 г., Новгород–Боровичи), Новгород–Боровичи, 1990. С. 38–40.

17. Волков А. Е., Лихачев В. А., Разов А. И. Механика пластичности материалов с фазовыми превращениями // Вестн. ЛГУ. 1984. № 19, Вып. 4. С. 30 –37.
18. Волков А. Е., Лихачев В. А., Рогачевская М. Ю. Численное моделирование мартенситной неупругости // Материалы с новыми функциональными свойствами: Материалы XXII семинара «Актуальные проблемы прочности» (14–19 мая 1990 г., Новгород–Боровичи), Новгород–Боровичи, 1990. С. 18 –20.
19. Волков А. Е., Лихачев В. А., Соловьева О. М. Кинетика явлений мартенситной неупругости в условиях взаимного влияния ориентационных вариантов мартенсита // Функционально-механические свойства сплавов с мартенситным механизмом неупругости: Матер. XXVII Межреспубл. семинара «Актуальные проблемы прочности» (15–20 сент. 1992 г., г.Ухта), Ухта, 1992. С. 26 –30.
20. Волков А. Е., Лихачев В. А., Эрглис И. В. Расчет диаграмм изотермического деформирования для материалов с мартенситным механизмом неупругости // Функционально-механические свойства сплавов с мартенситным механизмом неупругости: Матер. XXVII Межреспубл. семинара «Актуальные проблемы прочности» (15–20 сент. 1992 г., г.Ухта), Ухта, 1992. С. 75 –87.
21. Волков А. Е., Эрглис И. В. Расчет реактивного напряжения в сплаве TiNiFe при проявлении эффекта памяти формы в стесненных условиях // Материалы со сложными функционально-механическими свойствами. Компьютерное конструирование материалов: Сб. науч. тр. XXX Межреспубл. семинара «Актуальные проблемы прочности», (Новгород, 16 – 19 мая 1994 г.). Ч. 1. Новгород, 1994. С. 105.
22. Лихачев В. А., Волков А. Е., Пущаенко О. В. Численное моделирование эффекта памяти формы на основе структурно-аналитической теории пластичности // Материалы с эффектом памяти формы и их применение: Материалы семинара. Новгород – Л. 1989. С.7–9.
23. Лихачев В. А., Волков А. Е., Шудегов В. Е. Континуальная теория дефектов. Л.: Изд-во ЛГУ, 1986. 224 с.
24. Рубаник В.В., Беляев С.П., Волков А.Е., Рубаник В.В. (мл.), Сидоренко В.В. Влияние ультразвука на деформационное поведение никелида титана // Вестн. Тамб. ун-та. 1998. Т. 3, № 3. С. 265–267.
25. Belyaev S. P., Inochkina I.V., Volkov A. E. Modeling of vibration control, damping and isolation by shape memory alloy parts // Proc. 3-rd World Conference on Structural Control (3WCSC) edited by F.Casciati. Wiley, 2003. Vol. 2. P. 779 – 789.

26. Belyaev S. P., Vdovin E. D., Volkov A. E., Voronkov A. V. Experimental study and simulation of vibrations in TiNi controlled by periodic martensitic transformations // B.H.V. Topping and B. Kumar (eds).; Optimization and Control in Civil and Structural Engineering, (1999), Civil-Comp Press, Edinburgh. 169-173.
27. Belyaev S. P., Volkov A. E. Control of vibrations in TiNi by periodic martensitic transformations // J. of Structural Control. (2001), Vol. 8, N 2. P.265–278.
28. Belyaev S.P., Volkov A.E., Voronkov A.V. Mechanical oscillations in TiNi under synchronised martensite transformations. J. of Engineering Materials and Technology, 1999. Vol. 121. P.105–107.
29. Erglis I. V., Ermolaev V. A., Volkov A. E. A model of martensitic unelasticity accounting for the cristal symmetry of the material // J. de Phys., C 8, 1995. Vol. 5. P. 239 – 244.
30. Evard M. E., Volkov A. E. “A theoretical study of the plastic deformation in titanium-nickel shape memory alloy”, Proceedings of the international symposium: Shape Memory Alloys: Fundamentals, Modeling and Industrial Applications, edited by F. Trochu, V. Brailovski, A. Galibois, 1999, P. 177 – 183.
31. Evard M.E., Volkov A.E. Computer simulation of the shape memory effects in Fe–Mn type alloys accounting for the features of the fcc – hcp phase transformation // Proceedings of SPIE. International workshop on new approaches to hi-tech materials: nondestructive testing and computer simulations in materials science and engineering (9–13 June 1997, St.Petersburg). Vol. 3345. P. 178 – 183.
32. Evard M. E., Volkov A. E. Modeling of martensite accomodation effect on mechanical behavior of shape memory alloys // J. Engn. Mater. and Technology. 1999. Vol. 121. № 1. P.102-104.
33. Likhachev V.A., Razov A.I., Volkov A.E. Finite difference simulation of a thermomechanical coupling // Proceedings of the Second International Conference on Shape Memory and Superelastic Technologies SMST-97, March 2-6, 1997, Asilomar Conference Center, Pacific Grove, California, USA / Ed. by A.R.Pelton, D.Hodgson, S.M.Russel and T.Duerig. – 1997. – P.335-340.
34. Volkov A.E., Casciati F. (2001) Simulation of dislocation and transformation plasticity in shape memory alloy polycrystals // F.Auricchio, L.Faravelli, G.Magonette and V.Torra (eds.) Shape memory alloys. Advances in modelling and applications. Barcelona, 2001. P. 88 – 104.