

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**

**Е. Н. Боборыкина М. А. Соколов**

**ЭЛЕМЕНТЫ ФИЗИКИ ТВЕРДОГО ТЕЛА**

**Учебное пособие**

**Санкт-Петербург**

**2021**

## Аннотация

УДК 538.9

Боборыкина Е. Н. Элементы физики твердого тела: учеб. пособие /  
Е. Н. Боборыкина, М. А. Соколов. – СПб., 2021. – 64 с.

Учебное пособие содержит краткие теоретические сведения, примеры решения задач и задачи для самостоятельной работы по некоторым разделам физики твердого тела. Всего в пособие включено более 100 задач разной степени сложности. Большинство представленных задач взяты из авторитетных задачников, список которых приведен в разделе «Литература».

Пособие предназначено для студентов технических и физических специальностей, в программу обучения которых входят дисциплины, основанные на физике твердого тела.

Табл. 2. Ил. 14. Библиогр.: 9 назв.

## Содержание

<b>1</b>	<b>Введение</b>	<b>3</b>
1.1	Некоторые сведения из квантовой физики . . . . .	3
1.2	Статистика точечных дефектов кристаллической решетки . . . . .	7
1.3	Примеры решения задач . . . . .	8
1.4	Задачи для самостоятельного решения . . . . .	9
<b>2</b>	<b>Электроны в металлах</b>	<b>12</b>
2.1	Необходимые определения и формулы . . . . .	12
2.2	Примеры решения задач . . . . .	15
2.3	Задачи для самостоятельного решения . . . . .	16
<b>3</b>	<b>Электроны и дырки в собственных полупроводниках</b>	<b>19</b>
3.1	Необходимые определения и формулы . . . . .	19
3.2	Примеры решения задач . . . . .	22
3.3	Задачи для самостоятельного решения . . . . .	24
<b>4</b>	<b>Электронные свойства легированных полупроводников</b>	<b>26</b>
4.1	Необходимые определения и формулы . . . . .	26
4.2	Примеры решения задач . . . . .	29
4.3	Задачи для самостоятельного решения . . . . .	31

<b>5</b>	<b>Неравновесные процессы в полупроводниках</b>	<b>34</b>
5.1	Необходимые определения и формулы . . . . .	34
5.2	Примеры решения задач . . . . .	39
5.3	Задачи для самостоятельного решения . . . . .	42
<b>6</b>	<b>Контактные явления</b>	<b>45</b>
6.1	Необходимые определения и формулы . . . . .	45
6.2	Примеры решения задач . . . . .	53
6.3	Задачи для самостоятельного решения . . . . .	54
<b>A</b>	<b>Ответы</b>	<b>60</b>
<b>B</b>	<b>Справочные данные</b>	<b>62</b>
<b>C</b>	<b>Литература</b>	<b>63</b>

# 1 Введение

## 1.1 Некоторые сведения из квантовой физики

В основе квантовой физики лежат несколько положений.

- **Корпускулярно-волновой дуализм** микрочастиц заключается в том, что в их поведении проявляются как корпускулярные, так и волновые свойства. Соотношения

$$E = \hbar\omega, \quad \mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}, \quad \text{где} \quad |\mathbf{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (1.1)$$

связывают классические характеристики частицы - энергию  $E$  и импульс  $\mathbf{p}$ , с ее волновыми характеристиками - частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$ . Волна, соответствующая частице, называется **волной де Бройля**. Ее длина выводится из соотношений (1.1)

$$\lambda_B = \frac{h}{p}, \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}. \quad (1.2)$$

- **Соотношения неопределенностей Гейзенберга**

$$\Delta x \Delta p_x \gtrsim \hbar, \quad \Delta y \Delta p_y \gtrsim \hbar, \quad \Delta z \Delta p_z \gtrsim \hbar \quad (1.3)$$

накладывают ограничения на точность *одновременного* измерения (сопряженных) величин, входящих в (1.3). Другими словами, чем точнее в эксперименте измеряется координата  $x$ , т.е. чем меньше ее неопределенность  $\Delta x$ , тем больше неопределенность сопряженного ей импульса  $\Delta p_x$ . Это свойство лежит в природе вещей, и не зависит способа проведения измерений. Координаты  $(x, y, z)$  не являются сопряженными, поэтому ограничений на точность их одновременного измерения не существует.

- Основным уравнением для квантовой частицы является (**стационарное**) **уравнение Шредингера**

$$\left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(\mathbf{r}) \right) \Psi(\mathbf{r}) = E \Psi(\mathbf{r}). \quad (1.4)$$

В уравнении (1.4)

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

- оператор Лапласа,  $E$  - энергия частицы.

- Решение уравнения Шредингера - волновая функция  $\Psi(\mathbf{r}) = \Psi(x, y, z)$  - позволяет получить информацию о состоянии частицы. В частности, вероятность  $dP$  обнаружить частицу в бесконечно малом объеме  $dV = dx dy dz$ , содержащим точку с координатами  $(x, y, z)$ , дается формулой

$$dP = |\Psi(x, y, z)|^2 dV.$$

- Решить уравнение (1.4) означает найти такие значения энергии  $E$  и отвечающие им волновые функции  $\Psi(\mathbf{r})$ , что
  1. подстановка  $\Psi(\mathbf{r})$  в уравнение (1.4) превращает его в тождество,
  2.  $\Psi(\mathbf{r})$  подчиняется граничным условиям, вытекающим из физической постановки задачи,
  3.  $\Psi(\mathbf{r})$  удовлетворяет условиям нормировки

$$\int_{\Omega} |\Psi(\mathbf{r})|^2 dV = 1, \quad |\Psi(\mathbf{r})|^2 = \Psi(\mathbf{r})\Psi(\mathbf{r})^*. \quad (1.5)$$

Условие нормировки трактуется как абсолютная достоверность обнаружить квантовую частицу в доступной ей области пространства  $\Omega$ .

- **Энергетический спектр частицы**, т.е. совокупность энергий  $\{E\}$ , которыми частица может обладать, бывает **дискретным** (электрон в атоме водорода) или **непрерывным** (свободная частица).

Для иллюстрации сказанного выше, рассмотрим несколько примеров.

- *Частица в одномерном потенциальном ящике*

Частица может двигаться вдоль оси  $OX$  между точками с координатами  $0$  и  $L$  (см. Рис. 1). Стационарное уравнение Шредингера в этом случае будет иметь вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + U(x)\psi = E\psi, \quad \psi = \psi(x) \quad (1.6)$$

с условиями на потенциал

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x \leq 0, \\ 0, & 0 < x < L, \\ \infty, & x \geq L. \end{cases} \quad (1.7)$$

Из условия (1.7) следуют граничные условия для волновых функций  $\psi(x)$

$$\psi(0) = \psi(L) = 0. \quad (1.8)$$

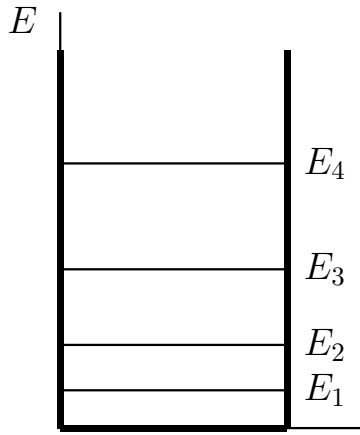


Рис. 1

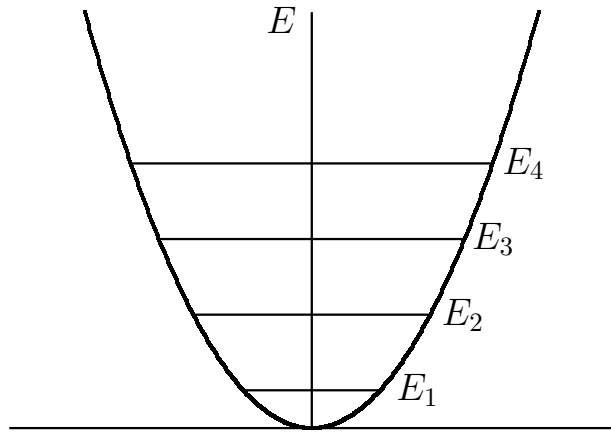


Рис. 2

Решение рассматриваемой задачи, удовлетворяющее уравнению Шредингера, граничным условиям и условиям нормировки, имеет вид

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mL^2} n^2, \quad \psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right), \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.9)$$

- *Гармонический осциллятор*

Частица движется вдоль оси  $OX$  в поле  $U(x) = m\omega^2 x^2/2$  (см. Рис. 2). Стационарное уравнение Шредингера в этом случае имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{m\omega^2 x^2}{2} \psi = E\psi, \quad \psi = \psi(x), \quad (1.10)$$

а условия нормировки

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1.$$

Решение уравнения (1.10) приводит к дискретным эквидистантным (расположенным на одинаковом расстоянии друг от друга) уровням энергии

$$E_n = \hbar\omega\left(n + \frac{1}{2}\right). \quad (1.11)$$

- Следует отметить, что в приведенных примерах энергия низшего уровня или **энергия нулевых колебаний** больше нуля. Это важное отличие квантовой физики от физики классической есть следствие соотношений неопределенностей (1.3). Низший энергетический уровень называют **основным**, а более высокие уровни - **возбужденными**. При переходе электрона с более высокого уровня на более низкий излучается квант света, при обратном переходе квант света поглощается

$$|E_f - E_i| = \hbar\omega_{fi}. \quad (1.12)$$

- *Свободная частица*

Частица движется вдоль оси  $OX$  и ее потенциальная энергия всюду равна нулю  $U(x) = 0$ . Уравнение Шредингера (1.4) в этом случае имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} = E\psi, \quad (1.13)$$

а его общее решение

$$\psi(x) = A_+ e^{+ipx/\hbar} + A_- e^{-ipx/\hbar}, \quad (1.14)$$

где  $p$  и  $E$  есть импульс частицы и ее энергия, связанные соотношением  $E = p^2/2m$ ,  $A_+, A_-$  - произвольные постоянные. Знак "+" в показателе экспоненты соответствует движению частицы в положительном направлении оси  $OX$ , знак "-" соответствует движению в обратном направлении.

В первых двух примерах энергетический спектр частиц дискретен (или квантован), в последнем примере спектр непрерывен.

- Одной из главных задач квантовой механики является вычисление коэффициентов прохождения и отражения частиц на потенциальном пороге (Рис. 3) и на барьере (Рис. 4).

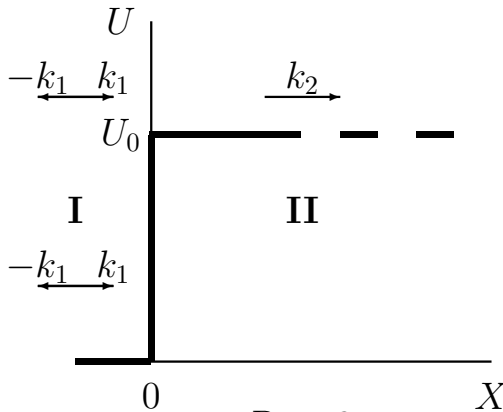


Рис. 3

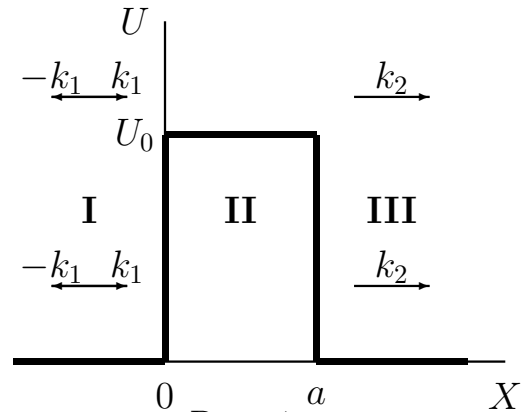


Рис. 4

- Пусть частица с энергией  $E$  из области  $I$  падает на потенциальный порог (Рис. 3). Соответствующая ей стационарная волна имеет вид  $e^{ik_1x}$ . Возможны два случая.

а) Энергия частицы меньше высоты порога

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} < U_0. \quad (1.15)$$

В этом случае частица отражается от порога и отраженная волна имеет вид  $e^{-ik_1x}$ .

б) Энергия частицы больше высоты порога  $E > U_0$ . В этом случае частица может либо продолжать двигаться в прежнем направлении, но описываться волной с другим волновым числом  $e^{ik_2x}$ , либо может отразиться. Вероятности частице отразиться и пройти даются коэффициентами отражения  $R$  и прохождения  $D$

$$R = \left( \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2, \quad D = \frac{4k_1k_2}{(k_1 + k_2)^2}, \quad R + D = 1. \quad (1.16)$$

В приведенных выше формулах используются обозначения

$$k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}} = k_3, \quad k_2 = \sqrt{\frac{2m(U_0 - E)}{\hbar^2}}. \quad (1.17)$$

- Пусть частица с энергией  $E$  из области  $I$  падает на потенциальный барьер (Рис. 4). Если  $E$  меньше высоты барьера  $U_0$ , то частица может как отразиться, так пройти его - (**тунеллировать**). Если выполняется условие  $k_2a \gg 1$ , то коэффициент прохождения частицы сквозь барьер определяется формулой

$$D \approx D_0 \exp\left(-\frac{2a}{\hbar} \sqrt{2m(U_0 - E)}\right), \quad D_0 \approx \frac{16E(U_0 - E)}{U_0^2}. \quad (1.18)$$

Часто полагают  $D_0 \approx 1$ , но, строго говоря, это справедливо только для  $E \approx 0.07U_0$  или  $E \approx 0.93U_0$ . Коэффициент отражения частицы от барьера вычисляется как  $R = 1 - D$ .

## 1.2 Статистика точечных дефектов кристаллической решетки

- Большинство твердых веществ имеет (поли)кристаллическую структуру. В кристаллических телах ионы и атомы расположены в определенном порядке, и этот порядок сохраняется на больших расстояниях. Пространственное периодическое расположение ионов или атомов в кристалле называют **кристаллической решеткой**. В реальной кристаллической решетке содержится ряд **дефектов**: вакансии, междоузельные внедрения, чужеродные атомы и т.д.
- **Дефекты Шоттки** возникают, когда некоторые атомы кристаллической решетки перемещаются из внутренних областей кристалла на его поверхность, образуя вакансию. Пусть  $N$  - количество узлов решетки,  $n$  - количество вакансий,  $E_s$  - энергия, затраченная на перемещение



атома на поверхность. Тогда, при  $N \gg n$ , справедливо распределение

$$n_s = N \exp\left(-\frac{E_s}{kT}\right) \quad (1.19)$$

Если вакансии решетки объединяются в пары, то распределение (1.19) принимает вид

$$n_{sp} = N \exp\left(-\frac{E_p}{2kT}\right), \quad (1.20)$$

где  $E_p$  - энергия образования пары.

- **Дефекты Френкеля** возникают, когда атомы кристаллической решетки, нарушая ее регулярность, перемещаются в междоузельные промежутки. Пусть  $E_{fr}$  - энергия такого перемещения,  $N$  - количество узлов решетки,  $N'$  - число внедренных промежуточных узлов. Тогда концентрация дефектов Френкеля рассчитывается по формуле

$$n_{fr} = (NN')^{1/2} \exp\left(-\frac{E_{fr}}{2kT}\right). \quad (1.21)$$

### 1.3 Примеры решения задач

**1.01** Электрон находится на третьем энергетическом уровне в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками и шириной  $10^{-9}$  м. Найдите минимальную частоту кванта света, который должен поглотить электрон для перехода на более высокий уровень.

Пользуясь формулой (1.9), дающий значения энергии уровней

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e L^2} n^2,$$

найдем разницу между третьим и, ближайшим к нему сверху, четвертым уровнем. С помощью (1.12) находим

$$\nu_{3,4} = \frac{E_4 - E_3}{h} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m_e h L^2} (4^2 - 3^2) = \frac{7\pi \hbar}{4m_e L^2} = 0,64 \cdot 10^{15} \text{ Гц.}$$

**1.02** Прямоугольный потенциальный барьер имеет ширину  $a = 0,1$  нм. Определите в электрон-вольтах разность энергий  $U_0 - E$ , при которой вероятность прохождения электрона сквозь барьер составит 0,5. Считайте, что  $D_0 \approx 1$ .

Так как  $D_0 \approx 1$ , из формулы (1.18)

$$D = \exp\left(-\frac{2a}{\hbar} \sqrt{2m_e(U_0 - E)}\right) = 0,5$$

следует

$$U_0 - E = \frac{\hbar^2}{8m_e a^2} \ln^2 D = 0,45 \text{ эВ.}$$

**1.03** Частица с энергией  $E = 10 \text{ эВ}$  движется в положительном направлении оси  $OX$ , встречая на своем пути прямоугольную потенциальную ступеньку высотой  $U = 5 \text{ эВ}$ . Определите коэффициент преломления  $n$  волн де Бройля на границе потенциального барьера.

Волновые числа  $k_1, k_2$  определяются соотношениями (1.17)

$$k_1 = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}, \quad k_2 = \sqrt{\frac{2m(E - U_0)}{\hbar^2}}.$$

Коэффициент преломления

$$n = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{k_2}{k_1} = \sqrt{\frac{E - U_0}{E}} = 0.707.$$

**1.04** Для образования вакансии в алюминии требуется энергия примерно  $E_s = 0,75 \text{ эВ}$ . Сколько существует вакансий на один атом кристалла в состоянии термодинамического равновесия при комнатной температуре  $300^\circ \text{ C}$ ? При  $600^\circ \text{ C}$ ?

Используя формулу (1.19), получаем для отношения числа вакансий к общему числу атомов в идеальной решетке при температуре  $300^\circ \text{ C}$

$$\frac{n}{N} = \exp\left(-\frac{E_s}{kT}\right) = \exp\left(-\frac{0,75 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}\right) \approx \exp(-29) \approx 2,5 \cdot 10^{-13}.$$

Вычисления для случая  $600^\circ \text{ C}$  предлагается выполнить самостоятельно.

#### 1.4 Задачи для самостоятельного решения

1. Определить длину волны де Бройля, характеризующую волновые свойства электрона, если его скорость  $10^6 \text{ м/с}$ . С какой скоростью должен двигаться протон, чтобы соответствующая ему волна де Бройля имела ту же длину?
2. Определите длину волны де Бройля электрона, если его кинетическая энергия  $1 \text{ кэВ}$ .
3. Определите ускоряющую разность потенциалов, пройдя которую электрон имеет волну де Бройля с длиной  $\lambda = 10^{-10} \text{ м}$ .

4. Электрон с кинетической энергией  $15 \text{ эВ}$  находится в металлической пылинке диаметром  $1 \text{ мкм}$ . Оцените относительную неопределенность  $\Delta v/v$  скорости электрона.
5. Предполагая, что неопределенность координаты движущейся частицы равна дебройлевской длине волны, определите относительную неопределенность  $\Delta p/p$  импульса этой частицы.
6. Используя соотношение неопределенностей, оценить низший энергетический уровень электрона в атоме водорода. Принять линейные размеры атома  $\approx 0,1 \text{ нм}$ .
7. Полагая, что минимальная энергия  $E$  нуклона в ядре равна  $10 \text{ МэВ}$ , оцените, исходя из соотношения неопределенностей, линейные размеры ядра.
8. Используя соотношение неопределенностей энергия - время  $\Delta E \Delta t \gtrsim \hbar$ , определите естественную ширину спектральной линии излучения атома при переходе его из возбужденного состояния в основное. Среднее время жизни атома в возбужденном состоянии принять равным  $10^{-8} \text{ с}$ , а длину волны излучения равной  $600 \text{ нм}$ .
9. Найдите ширину потенциальной одномерной ямы с бесконечными стенками, в которой энергия протона на самом глубоком уровне равнялась бы  $10 \text{ МэВ}$ .
10. Электрон находится в потенциальной яме с бесконечно высокими стенками и шириной  $10^{-9} \text{ м}$ . Найдите длину волны кванта света, который испускается при переходе с третьего уровня на второй.
11. Найдите минимальную энергию электрона в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками и шириной  $10^{-9} \text{ м}$ . Во сколько раз изменится эта энергия при уменьшении ширины ямы до  $10^{-14} \text{ м}$ ?
12. Разность энергий второго и первого уровней для электрона в прямоугольной потенциальной яме с бесконечно высокими стенками равна  $2 \text{ эВ}$ . Найдите разность энергий седьмого и шестого уровней.
13. При прохождении через потенциальный порог кинетическая энергия частицы увеличилась в  $4$  раза. Найдите коэффициент отражения от порога.

14. Пучок электронов с энергией 4 эВ падает на потенциальный порог высотой 5 эВ. Найдите координаты двух ближайших к порогу точек, в которых плотность вероятности обнаружения электрона а) будет максимальной, б) будет равна нулю.
15. Пучок электронов с энергией 4 эВ падает на потенциальный порог высотой 5 эВ. Найдите расстояние до точки за порогом, в которой плотность вероятности обнаружения электрона в 10 раз меньше, чем у порога.
16. Найдите ширину потенциального барьера высотой 5 эВ, если его прозрачность для электронов с энергией 4,8 эВ оказалась равной  $10^{-10}$ .
17. Пучок электронов с концентрацией  $10^{20} \text{ м}^{-3}$  и энергией 5,8 эВ падает на прямоугольный потенциальный барьер высотой 6 эВ и шириной  $10^{-9} \text{ м}$ . Найдите концентрацию частиц в потоке после барьера.
18. Электрон обладает энергией 10 эВ. Определить, во сколько раз изменятся его скорость и длина волны де Бройля при прохождении через потенциальный барьер высотой 6 эВ.
19. Протон с энергией 1 МэВ изменил при прохождении потенциального барьера дебройлевскую длину волны на 1 %. Определить высоту потенциального барьера.
20. На пути электрона с дебройлевской длиной волны 0,1 нм находится потенциальный барьер высотой 120 эВ. Определить длину волны де Бройля после прохождения барьера.
21. Электрон с энергией 100 эВ попадает на потенциальный барьер высотой 64 эВ. Определить вероятность того, что электрон отразится от барьера.
22. Определите концентрацию одиночных вакансий в кристалле германия при температуре  $T = 600 \text{ К}$  и вблизи точки плавления  $T = 1200 \text{ К}$ . Концентрация атомов германия  $n = 4,4 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ , энергия образования одиночной вакансии  $E_s = 1,9 \text{ эВ}$ .
23. Энергия, требуемая для перемещения атома натрия из внутренней части кристалла на поверхность, равна 1 эВ. Какую долю составляют при комнатной температуре образовавшиеся вакансии по отношению к общему числу атомов.

24. При температуре  $650^\circ \text{C}$  концентрация вакансий в алюминии составляет  $4,8 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ , а при  $484^\circ \text{C}$  - только  $6 \cdot 10^{24} \text{ м}^{-3}$ . Определите энергию образования вакансии в предположении, что большинство вакансий образовалось из-за ухода атомов к поверхности.
25. Найдите отношение числа дефектов по Шоттки к числу дефектов по Френкелю при комнатной температуре, если энергия образования вакансии равна  $0,75 \text{ эВ}$ , а энергия образования дефекта внедрения  $3 \text{ эВ}$ .

## 2 Электроны в металлах

### 2.1 Необходимые определения и формулы

- Классическая теория проводимости металлов, объясняющая многие опытные факты, основывается на следующих предположениях:
  1. металл содержит свободные электроны (электроны проводимости), образующие идеальный газ;
  2. в металле электроны движутся хаотически, что является следствием их столкновений с ионами кристаллической решетки. Средняя тепловая энергия электронов  $\langle E \rangle = \langle m_e v^2 / 2 \rangle$  является их средней кинетической энергией;
  3. ионы считаются неподвижными, поскольку имеют массу много большую по сравнению с массой электронов  $m_e$ .
- Действие внешнего электрического поля  $\mathbf{E}$  не приводит к постоянному ускорению электронов из-за их столкновений с ионами кристаллической решетки, а сводится к появлению постоянной дрейфовой скорости  $\mathbf{v}_D$  (средней скорости упорядоченного движения), которая накладывается на тепловую

$$\mathbf{v}_D = -\frac{e\mathbf{E}\tau}{2m_e}, \quad \text{или по модулю} \quad v_D = \frac{eE\tau}{2m_e}, \quad (2.1)$$

где  $\tau$  - среднее время свободного пробега электрона между столкновениями с ионами. Плотность дрейфового тока  $\mathbf{j}$  выражается формулой

$$\mathbf{j} = ne\mathbf{v}_D, \quad (2.2)$$

где  $n$  - концентрация электронов. Сравнивая это выражение с законом Ома в дифференциальной форме  $\mathbf{j} = \sigma\mathbf{E}$ , получаем для электропро-

водности металла  $\sigma$  выражение

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m_e}. \quad (2.3)$$

- Теплопроводность в металлах главным образом осуществляется электронами, а коэффициент теплопроводности  $\kappa$  дается формулой

$$\kappa = \frac{1}{3} v_T^2 \tau C_V, \quad (2.4)$$

где  $C_V$  - теплоемкость металла при постоянном объеме. С учетом приведенных формул, отношение  $\kappa$  к  $\sigma$  (**закон Видемана-Франца**) имеет вид

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{3}{2} \left( \frac{k}{e} \right)^2 T, \quad (2.5)$$

где  $k$  - постоянная Больцмана. Из (2.5) следует, что отношение  $\kappa$  к  $\sigma$  для всех металлов одинаково.

- В классической физике свободные электроны подчиняются статистике Максвелла-Больцмана. В квантовой физике электронный газ следует рассматривать как квантовую систему тождественных фермионов, т.е. частиц со спином  $1/2$ , которые подчиняются принципу запрета Паули, а их распределением по энергиям является **распределение Ферми-Дирака**

$$\langle n_E \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-E_F}{kT}\right) + 1}. \quad (2.6)$$

В формуле (2.6)  $\langle n_E \rangle$  - число заполнения энергетического уровня с энергией  $E$ ,  $E_F$  - **энергия Ферми**, которая определяется положением высшего заполненного уровня (Ферми) при  $T = 0$  К. При любой

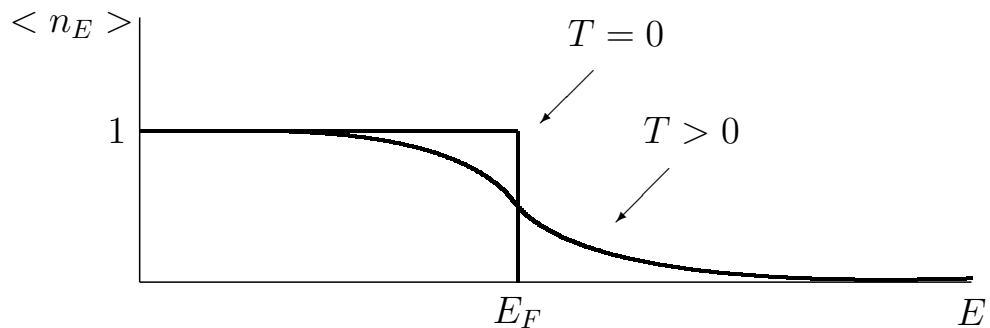


Рис. 5

температуре  $T > 0$  число заполнения на уровне Ферми  $\langle n_{E_F} \rangle = 1/2$ . Распределение Ферми-Дирака электронов в металле при абсолютном нуле температуры имеет вид ступеньки (см. Рис. 5).

- В пространстве импульсов при  $T = 0$  К все заполненные состояния расположены внутри сферы радиуса  $p_F = \hbar k_F$  (эта сфера называется **поверхностью Ферми**). Причина заключается в том, что энергии всех электронов в металле при абсолютном нуле температур меньше или равны энергии Ферми

$$E = \frac{p^2}{2m_e} \leq \frac{p_F^2}{2m_e} = E_F.$$

Объем шара, ограниченного сферой Ферми  $4/3\pi p_F^3$ , деленный на объемом квантового состояния в импульсном пространстве  $(2\pi\hbar)^3$ , связан с концентрацией электронов в металле

$$n = zn_a = \frac{8\pi}{3h^3} (2m_e E_F)^{3/2}. \quad (2.7)$$

В этой формуле  $n_a$  - число атомов в единице объема,  $z$  - их валентность,  $n = zn_a$  - плотность валентных электронов.

- Закон распределения электронов проводимости по энергиям при  $T = 0$  имеет вид

$$dn(E) = \frac{4\pi(2m_e)^{3/2}E^{1/2}dE}{h^3} \quad (2.8)$$

- Из (2.7) получаем энергию и импульс Ферми при  $T = 0$  К

$$E_F(0) = \frac{p_F^2}{2m_e} = \frac{\hbar^2}{2m_e} (3\pi^2 n)^{2/3}, \quad (2.9)$$

$$p_F(0) = \hbar (3\pi^2 n)^{1/3}. \quad (2.10)$$

Средняя энергия электронов в металле при  $T = 0$  К определяется по формуле

$$\langle E(0) \rangle = \frac{3}{5} E_F. \quad (2.11)$$

- Температура  $T_F$ , соответствующая энергии Ферми, называется **температурой вырождения (температура Ферми)**

$$E_F = kT_F,$$

где  $k$  - постоянная Больцмана. Используя формулу (2.9), получаем

$$T_F = \frac{\hbar^2}{2m_e k} (3\pi^2 n)^{2/3}. \quad (2.12)$$

При температурах, много меньших  $T_F$ , электроны в металле должны рассматриваться с позиций квантовой физики. При высоких температурах можно использовать классический подход. Для металлов температура вырождения составляет десятки тысяч градусов, поэтому электроны в металле в твердой фазе всегда вырождены.

## 2.2 Примеры решения задач

**2.01** Определите дрейфовую скорость  $v_D$  электронов в медном проводнике при силе тока  $10$  А и сечении проводника, равном  $1$  мм<sup>2</sup>. Принять, что на каждый атом меди приходится два электрона проводимости. Плотность меди  $\rho = 8,93$  г/см<sup>3</sup>, молярная масса  $\mu = 63,5 \cdot 10^{-3}$  кг/моль.

Чтобы воспользоваться формулой (2.2), необходимо найти концентрацию электронов. Пусть объем медного проводника  $V$ , количество электронов в нем  $N$ ,  $z = 2$  - количество электронов проводимости на каждый атом. Тогда

$$n = \frac{zN}{V} = \frac{zmN_A}{\mu V} = \frac{z\rho N_A}{\mu} = \frac{2 \cdot 8930 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}}{23 \cdot 10^{-3}} \approx 1,69 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}.$$

Из формулы (2.2) получаем дрейфовую скорость электронов

$$v_D = \frac{j}{ne} = \frac{I}{Sne} = \frac{10}{10^{-6} \cdot 1,69 \cdot 10^{29} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} \approx 369 \text{ мкм/с}.$$

**2.02** Как и во сколько раз изменится вероятность заполнения электронами энергетического уровня в металле, если уровень расположен на  $0,01$  эВ выше уровня Ферми и температура изменяется от  $200$  К до  $300$  К?

Вероятность заполнения электронами уровня с энергией  $E$  дается распределением Ферми-Дирака (2.6). По условию задачи уровень расположен на  $0,01$  эВ выше уровня Ферми  $E - E_F = 0,01$  эВ. При температуре  $T_1 = 200$  К выражение  $kT_1 \approx 0,017$  эВ, при  $T_2 = 300$  К -  $kT_2 \approx 0,026$  эВ. Искомое изменение вероятности вычисляется по формуле

$$\frac{\langle n_E \rangle (T_2)}{\langle n_E \rangle (T_1)} = \frac{\exp\left(\frac{E-E_F}{kT_1}\right) + 1}{\exp\left(\frac{E-E_F}{kT_2}\right) + 1} \approx \frac{\exp\left(\frac{0,01}{0,017}\right) + 1}{\exp\left(\frac{0,01}{0,026}\right) + 1} \approx 1,13.$$



Ответ: вероятность заполнения увеличится в 1,13 раз.

**2.03** Найдите энергию Ферми для электронов в натрии при  $T = 0$  К. Плотность натрия  $0,97$  г/см<sup>3</sup>.

Натрий одновалентен ( $z = 1$ ). Концентрацию находим по формуле, полученной в задаче 2.01,

$$n = \frac{z\rho N_A}{\mu} = \frac{970 \cdot 6 \cdot 10^{23}}{23 \cdot 10^{-3}} \approx 2,53 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}.$$

Подстановка найденной концентрации и данных задачи в формулу (2.9) дает

$$E_F(T = 0) = \frac{1,05^2 \cdot 10^{-68}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} (3 \cdot \pi^2 \cdot 2,53 \cdot 10^{28})^{2/3} \approx 4,97 \cdot 10^{-19} \text{ Дж} \approx 3,11 \text{ эВ}.$$

**2.04** Энергия Ферми для электронов в металле  $E_F = 10$  эВ. Найдите такую энергию  $E_1$ , что концентрация электронов с энергией  $E < E_1$  равна концентрации электронов с энергией  $E > E_1$ .

Закон распределения электронов по энергиям при абсолютном нуле дается формулой (2.8)

$$dn(E) = \frac{4\pi(2m_e)^{3/2}E^{1/2}dE}{h^3}.$$

По условию задачи нам требуется найти такую энергию  $E_1$ , что концентрация электронов с  $E < E_1$  равна концентрации электронов с  $E > E_1$ . Это условие коротко записывается в виде

$$\int_0^{E_1} dn(E) = \int_{E_1}^{E_F} dn(E) \implies \int_0^{E_1} E^{1/2} dE = \int_{E_1}^{E_F} E^{1/2} dE.$$

При преобразовании последней формулы мы подставили выражение  $dn(E)$  и сократили постоянные. После интегрирования получили уравнение

$$2E_1^{3/2} = E_F^{3/2},$$

решение которого относительно  $E_1$

$$E_1 = 2^{-2/3} E_F \approx 6,33 \text{ эВ}.$$

### 2.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Плотность тока  $j$  в алюминиевом проводе равна  $1$  А/мм<sup>2</sup>. Найдите дрейфовую скорость  $v_D$  электронов, предполагая, что число свободных электронов в  $1$  см<sup>3</sup> алюминия равно числу атомов.

2. Медный диск радиусом  $R = 0,5$  м равномерно вращается ( $\omega = 10^4$  рад/с) относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через его центр. Определить разность потенциалов  $U$  между центром диска и его крайними точками.
3. Удельная проводимость  $\sigma$  металла равна  $10^7$  (Ом·м) $^{-1}$ . Вычислите среднюю длину свободного пробега электронов в металле, если концентрация  $n$  свободных электронов равна  $10^{28}$  м $^{-3}$ . Среднюю скорость хаотического движения электронов принять равной  $10^6$  м/с.
4. Исходя из модели свободных электронов, определите число  $z$  соударений, которые испытывает электрон за время  $t = 1$  с, находясь в металле, если концентрация  $n$  свободных электронов равна  $10^{29}$  м $^{-3}$ . Удельную проводимость  $\sigma$  металла принять равной  $10^7$  (Ом·м) $^{-1}$ .
5. Исходя из классической теории электропроводности металлов, определите среднюю кинетическую энергию электронов в металле, если отношение теплопроводности к удельной проводимости равно  $6,7 \cdot 10^{-6}$  В $^2$ /К.
6. Определите энергию Ферми для алюминия, считая, что в проводимости участвуют по три электрона от каждого атома. Плотность алюминия  $\rho = 2700$  кг/м $^3$ , атомный вес 27.
7. Определите концентрацию свободных электронов в металле при температуре 0 К. Энергию Ферми принять равной 1 эВ.
8. Определите отношение концентраций свободных электронов при  $T = 0$  К в литии и цезии, если известно, что уровни Ферми в этих металлах соответственно равны  $E_{F,Li} = 4,72$  эВ,  $E_{F,Cs} = 1,53$  эВ.
9. Определите число свободных электронов, которое приходится на один атом натрия при температуре  $T = 0$  К. Уровень Ферми для натрия равен 3,12 эВ. Плотность натрия  $\rho = 970$  кг/м $^3$ .
10. Во сколько раз число свободных электронов, приходящихся на один атом металла при  $T = 0$  К, больше в алюминии, чем в меди, если уровни Ферми соответственно равны  $E_{F,Al} = 11,7$  эВ,  $E_{F,Cu} = 7,0$  эВ?
11. Вычислите среднюю кинетическую энергию электронов в металле при температуре  $T = 0$  К, если уровень Ферми  $E_F = 7$  эВ.

12. Средняя кинетическая энергия электронов в металле равна 6 эВ. Найдите концентрацию электронов.
13. Металл находится при температуре  $T = 0$  К. Определите, во сколько раз число электронов с кинетической энергией от  $E_F/2$  до  $E_F$  больше числа электронов с энергией от 0 до  $E_F/2$ .
14. Рассматривая металл как потенциальный ящик, оцените максимальную скорость движения электрона при  $T = 0$  К. Концентрация электронов в металле  $5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ .
15. Электроны в металле находятся при температуре  $T = 0$  К. Найдите относительное число  $\delta N/N$  свободных электронов, кинетическая энергия которых отличается от энергии Ферми не более чем на 2%.
16. Оцените температуру  $T_F$  вырождения для калия, если принять, что на каждый атом приходится по одному свободному электрону. Плотность калия  $860 \text{ кг/м}^3$ .
17. При какой концентрации свободных электронов в кристалле температура вырождения электронного газа в нем равна  $0^\circ \text{ C}$ ?
18. Определите относительное число электронов металла, участвующих в электропроводности при температуре  $T = 300$  К. Энергия Ферми для электронов в металле  $E_F = 10$  эВ. Считайте, что уровни Ферми, лежащие ниже  $E_F - 2kT$ , остаются полностью заполненными.
19. Энергия Ферми для электронов в металле  $E_F = 10$  эВ. Найдите такую энергию  $E_2$ , что общая энергия электронов с энергией  $E < E_2$  равна общей энергии электронов с энергией  $E > E_2$ .
20. Оцените отношение средней потенциальной энергии взаимодействия двух электронов к энергии Ферми для металла, электроны которого наполовину заполняют зону проводимости. Концентрация атомов  $n = 3 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$ , эффективную массу электронов считать равной массе свободного электрона.
21. Определите максимальную скорость  $v_{\text{max}}$  электронов в металле при  $T = 0$  К, если уровень Ферми  $E_F = 5$  эВ.
22. Выразите среднюю скорость  $\langle v \rangle$  электронов в металле при  $T = 0$  К через максимальную скорость  $v_{\text{max}}$ . Вычислите  $\langle v \rangle$  для металла, уровень Ферми  $E_F$  которого при  $T = 0$  К равен 6 эВ.

23. Металл находится при температуре  $T = 0$  К. Определите, во сколько раз число электронов со скоростями от  $v_{max}/2$  до  $v_{max}$  больше числа электронов со скоростями от 0 до  $v_{max}/2$ .

### 3 Электроны и дырки в собственных полупроводниках

#### 3.1 Необходимые определения и формулы

- Если в полупроводнике практически нет примесей, то его называют **собственным**.
- Энергетический спектр электронов в полупроводниках имеет **зонный** характер. **Запрещенной** зоной называется интервал энергий, в котором нет энергетических уровней. Ширина запрещенных зон  $E_g$  в полупроводниках колеблется от долей эВ до (2 - 3) эВ. Вне запрещенных зон энергетические уровни расположены квазинепрерывно, т.е. очень плотно. Наиболее важными для объяснения свойств кристаллических полупроводников являются **валентная** зона, зона **проводимости** и разделяющая их запрещенная зона (см. Рис. 6, 7).
- При температуре  $T = 0$  К валентная зона полностью заполнена электронами, а зона проводимости остается пустой (Рис. 6).
- При повышении температуры часть электронов из валентной зоны начинает переходить в зону проводимости. При этом в валентной зоне

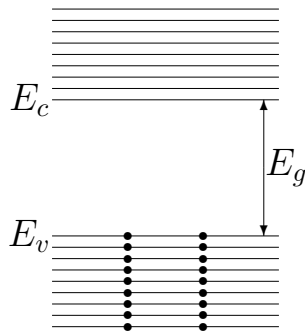


Рис. 6.  $T = 0$

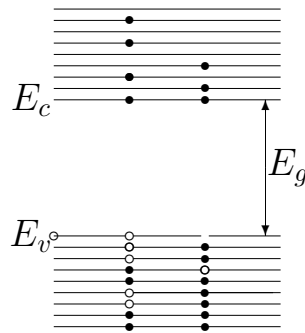


Рис. 7.  $T > 0$

возникает такое же количество дырок. Таким образом, концентрации электронов ( $n_i$ ) и дырок ( $p_i$ ) в собственном полупроводнике равны

$$n_i = p_i. \quad (3.1)$$

- Дырка определяется как квантовое состояние с отсутствующим электроном в валентной зоне полупроводника. Дырке можно приписать положительный заряд, по модулю равный заряду электрона, и энергию, равную энергии отсутствующего электрона (с обратным знаком). В этом случае ее движение под действием внешнего электрического поля будет эквивалентно движению электрона в противоположном направлении.
- Электроны (дырки) в кристаллах характеризуются эффективной массой  $m_n^*$  ( $m_p^*$ ), отличной от массы свободного электрона  $m_e$ . Эффект изменения массы электрона обусловлен его взаимодействием с кристаллической решеткой. В физике полупроводников энергия электрона вблизи «дна» ЗП и дырки вблизи «потолка» ВЗ приближенно определяется как

$$E_c(k) = E_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_n^*}, \quad E_v(k) = E_v - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_p^*}, \quad \mathbf{p} = \hbar \mathbf{k},$$

соответственно. Здесь  $k$  - модуль волнового вектора,  $m_n^*, m_p^*$  - эффективные массы электрона и дырки,  $E_0$  - уровень отсчета энергии (обычно, край зоны проводимости).

- **Плотностью состояний** называется количество возможных энергетических состояний в малом интервале энергии, отнесенное к ширине этого интервала. Вблизи дна зоны проводимости плотность состояний имеет вид

$$g_n(E) = \frac{1}{V} \frac{dn(E)}{dE} = \frac{\sqrt{2m_n^{*3}(E - E_c)}}{\pi^2 \hbar^3}, \quad E > E_c, \quad (3.2)$$

где  $E_c$  - энергия нижней границы зоны проводимости. Равновесная концентрация электронов в зоне проводимости дается формулой

$$n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{kT}\right), \quad N_c = \frac{2}{h^3} (2\pi m_e^* kT)^{3/2}. \quad (3.3)$$

Множитель  $N_c$  в этой формуле называют **эффективным числом состояний** в зоне проводимости. Формула (3.3) справедлива для невырожденного электронного газа, для которого выполняется условие

$$\exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right) \gg 1,$$

которое часто упрощают до

$$E_c - E_F > kT. \quad (3.4)$$

- Плотность состояний для дырок вблизи потолка валентной зоны имеет вид

$$g_p(E) = \frac{\sqrt{2m_p^*(E_v - E)}}{\pi^2 \hbar^3}, \quad E_v > E, \quad (3.5)$$

где  $m_p^*$  - эффективная масса дырок,  $E_v$  - энергия верхней границы валентной зоны. Аналогом (3.3), является формула

$$p = N_v \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{kT}\right), \quad N_v = \frac{2}{h^3} (2\pi m_p^* kT)^{3/2}, \quad (3.6)$$

описывающая равновесную концентрацию дырок в валентной зоне. Здесь  $N_v$  - эффективное число состояний в валентной зоне.

- Из условия равенства концентраций  $n = p$  (из условия электронейтральности) выводится положение уровня Ферми в собственном полупроводнике

$$E_F = \frac{E_v + E_c}{2} + \frac{1}{2} kT \ln \frac{N_v}{N_c}. \quad (3.7)$$

С учетом формул (3.3) и (3.6) выражение (3.7) переписывается в виде

$$E_F = \frac{E_v + E_c}{2} + \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_p^*}{m_e^*}. \quad (3.8)$$

Из (3.8) следует, что при абсолютном нуле температуры в собственном полупроводнике уровень Ферми расположен посередине запрещенной зоны. При температурах  $T > 0$  положение уровня Ферми меняется, смещаясь вверх или вниз, в зависимости от соотношения эффективных масс электронов и дырок.

- Учитывая (3.8), можно упростить выражение (3.3) для концентрации электронов в зоне проводимости

$$n_i = p_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) = \frac{2}{h^3} (2\pi \sqrt{m_e^* m_p^*} kT)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right). \quad (3.9)$$

- Удельная электропроводность  $\sigma_i$  собственных полупроводников приближенно вычисляется по формуле

$$\sigma_i = \sigma_{in} + \sigma_{ip} = en_i \mu_n + ep_i \mu_p = en_i (\mu_n + \mu_p) = \sigma_{0i} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right), \quad (3.10)$$

где  $\mu_n, \mu_p$  - подвижности электронов и дырок, соответственно (**подвижность носителя заряда** в полупроводнике равна отношению его дрейфовой скорости к напряженности электрического поля). Коэффициент  $\sigma_{0i}$  дается выражением

$$\sigma_{0i} = \frac{2}{h^3} (2\pi kT \sqrt{m_n^* m_p^*})^{3/2} e(\mu_n + \mu_p). \quad (3.11)$$

В формулах (3.10), (3.11) пренебрегается зависимостью подвижностей от температуры, но учитывается температурная зависимость концентраций (справедливо для невысоких температур).

## 3.2 Примеры решения задач

**3.01** Определите положение уровня Ферми в собственном полупроводнике *InSb* при температуре  $27^\circ \text{C}$ , для которого ширина запрещенной зоны  $E_g = 0,18 \text{ эВ}$ , а отношение эффективных масс дырки и электрона  $m_p^*/m_n^* = 20$ . Уровень отсчета - дно зоны проводимости.

Вычитая из обеих частей равенства (3.7) энергию нижней границы зоны проводимости, получаем

$$E_F - E_c = -\frac{1}{2}E_g + \frac{3}{4}kT \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}, \quad (3.12)$$

где  $E_g = E_c - E_v$  - ширина запрещенной зоны. Числовой ответ  $E_F - E_c = -0,032 \text{ эВ} = -0,5098 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}$ .

**3.02** Найдите отношение вероятностей заполнения уровней  $E_c$  и  $E_v$  для собственного полупроводника *InSb*. Ширина запрещенной зоны  $0,18 \text{ эВ}$ , температура  $300 \text{ K}$ , отношение эффективных масс  $m_p^*/m_n^* = 20$ .

Вероятность заполнения уровней электронами  $w(E)$  дается распределением Ферми-Дирака (2.6)

$$w(E) \sim \langle n_E \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E-E_F}{kT}\right) + 1}.$$

Подставим в эту формулу  $E \rightarrow E_c$  и  $E \rightarrow E_v$ . Тогда искомое отношение вероятностей

$$\frac{w(E_c)}{w(E_v)} = \frac{\exp\left(\frac{E_v-E_F}{kT}\right) + 1}{\exp\left(\frac{E_c-E_F}{kT}\right) + 1},$$

где

$$E_v - E_F = -\frac{1}{2}E_g - \frac{3}{4}kT \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}, \quad E_c - E_F = \frac{1}{2}E_g - \frac{3}{4}kT \ln \frac{m_p^*}{m_n^*}$$

(мы воспользовались формулой (3.7)). Числовой ответ  $w(E_c)/w(E_v) \approx 0,267$ .

**3.03.** Концентрация электронов в полупроводнике при температуре  $T_1 = 400 \text{ K}$  равна  $n_1 = 1,3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , а при температуре  $T_2 = 350 \text{ K}$  равна  $n_2 = 6,2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Определить ширину запрещенной зоны полупроводника при температуре  $T = 0 \text{ K}$ , полагая, что она изменяется с температурой по линейному закону  $E_g = (\Delta - \alpha \cdot T)$ .

Используя формулу (3.9)

$$n_i = \frac{2}{h^3} (2\pi \sqrt{m_e^* m_p^*} kT)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right),$$

находим отношение концентраций электронов в полупроводнике при разных температурах

$$\frac{n_{i1}}{n_{i2}} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{3/2} \exp\left(\frac{E_{g2}}{2kT_2} - \frac{E_{g1}}{2kT_1}\right).$$

Учет линейной зависимости ширины запрещенной зоны  $E_g = (\Delta - \alpha \cdot T)$  от температуры позволяет упростить показатель экспоненты

$$\frac{E_{g2}}{2kT_2} - \frac{E_{g1}}{2kT_1} = \frac{\Delta}{2k} \frac{T_1 - T_2}{T_1 T_2}.$$

Логарифмируя полученное выше выражение, получаем

$$\Delta = \frac{2kT_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln\left(\frac{n_{i1}}{n_{i2}} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{3/2}\right) \approx 0,26 \text{ эВ}.$$

**3.04.** Определите удельное сопротивление собственного полупроводника при  $T_2 = 500 \text{ K}$ , если при  $T_1 = 300 \text{ K}$  концентрация носителей одного знака в нем  $4 \cdot 10^{19} \text{ 1/м}^3$ , а подвижности  $\mu_n = 0,37 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$  и  $\mu_p = 0,18 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ , ширина запрещенной зоны  $0,5 \text{ эВ}$ .

Из (6.6) мы имеем

$$\sigma_{T_2} = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E_G}{2kT_2}\right). \quad (3.13)$$

Используя следующую формулу

$$\sigma_{T_1} = en_i(\mu_n + \mu_p) = \sigma_0 \exp\left(-\frac{\Delta E_G}{2kT_1}\right),$$

получаем  $\sigma_0$ . Подставляя полученное в (3.13), приходим к

$$\sigma_{T_2} = en_i(\mu_n + \mu_p) \exp\left(\frac{\Delta E_G}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right)$$



и к

$$\rho_{T_2} = \sigma_{T_2}^{-1} = \left( en_i (\mu_n + \mu_p) \exp \left( \frac{\Delta E_G}{2k} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right) \right)^{-1}. \quad (3.14)$$

### 3.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Энергетическая щель в германии  $E_g = 0,75$  эВ. При какой длине волны германий начнет поглощать свет?
2. Найдите вероятность заполнения уровня  $E_c$  в собственном полупроводнике, если ширина запрещенной зоны  $E_g = 0,5$  эВ, температура  $300$  К, отношение эффективных масс дырки и электрона равно  $10$ .
3. Найдите положение уровня Ферми в собственном полупроводнике при температуре  $300$  К, если отношение эффективных масс электрона и дырки  $m_n^*/m_p^* = 2$ . Отсчет произвести от середины запрещенной зоны.
4. Вычислите собственные концентрации электронов и дырок в германии при  $300$  К. Эффективные массы электронов и дырок принять, соответственно,  $0,59 m_0$  и  $0,36 m_0$ . Ширина запрещенной зоны при этой температуре составляет  $0,66$  эВ.
5. Концентрация электронов в собственном полупроводнике при температуре  $400$  К оказалась равной  $1,38 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Найдите значение произведения эффективных масс электрона и дырки, если известно, что ширина запрещенной зоны меняется по закону  $E_g = (0,785 - 4 \cdot 10^{-4} T)$  эВ.
6. Во сколько раз изменится концентрация электронов в собственном полупроводнике в невырожденном случае при изменении температуры от  $T_1 = 200$  К до  $T_2 = 300$  К, если ширина запрещенной зоны меняется по закону  $E_g = (0,785 - 4 \cdot 10^{-4} T)$  эВ?
7. При изменении температуры от  $T_1$  до  $T_2$  проводимость собственного полупроводника возрастает в  $\alpha$  раз. Определите ширину запрещенной зоны.
8. Вычислите собственные концентрации электронов в германии и в кремнии при  $T = 300$  К. Эффективную массу электронов в валентной зоне для Ge считать равной  $m_{v,Ge}^* = 0,36 m_0$ , а в зоне проводимости

$m_{c,Ge}^* = 0.55m_0$ , а для  $Si$  в валентной зоне  $m_{v,Si}^* = 0.59m_0$ , а в зоне проводимости  $m_{c,Si}^* = 1.10m_0$ . Ширина запрещенной зоны при  $T = 300$  К в  $Ge$  составляет  $E_{g,Ge} = 0.66$  эВ, а в  $Si$   $E_{g,Si} = 1.11$  эВ.

9. Предположим, что эффективная масса дырок значительно превосходит эффективную массу электронов в некотором собственном полупроводнике. Где будет лежать уровень Ферми относительно середины запрещенной зоны при температуре  $T$ ?
10. Концентрация электронов в собственном полупроводнике при температуре  $T = 400$  К равна  $n_i = 1.38 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Найдите величину произведения эффективных масс электрона и дырки, если ширина запрещенной зоны изменяется с температурой по закону  $E_g = (0,785 - 4 \cdot 10^{-4}T)$  эВ.
11. Чистый германий имеет при некоторой температуре удельное сопротивление  $\rho = 0,48$  Ом·м. Определите концентрацию  $n$  носителей заряда, если подвижности электронов и дырок соответственно равны  $\mu_n = 0,36$  и  $\mu_p = 0,16 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ .
12. Вычислите удельные сопротивления собственных германия и кремния при 300 К. Для подвижностей электронов и дырок в германии и кремнии ( $\mu_n = b\mu_p$ ) принять следующие значения: 1)  $Ge$ :  $\mu_n = 3.8 \cdot 10^3 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ ,  $b=2,1$ ; 2)  $Si$ :  $\mu_n = 1.45 \cdot 10^3 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ ,  $b=2,9$ .
13. Образец собственного полупроводника при  $27^\circ \text{ C}$  обладает удельным сопротивлением  $0,72$  Ом·м. Ширина запрещенной зоны  $E_g = 0,72$  эВ. Определите удельную проводимость этого полупроводника при температуре  $127^\circ \text{ C}$ .
14. Удельная проводимость кремния равна  $\sigma = 112 (\text{Ом}\cdot\text{м})^{-1}$ . Определите подвижность  $\mu_p$  дырок и их концентрацию  $p$ , если постоянная Холла  $R_H = 3,66 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{Кл}$ . Принять, что полупроводник обладает только дырочной проводимостью.
15. Определите удельную проводимость собственного германия при температуре  $T = 250$  К, если ширина запрещенной зоны с температурой изменяется по закону  $E_g = 0,785 - 4 \cdot 10^{-4}T$  эВ. Подвижности носителей:  $\mu_n = 3900 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ ,  $\mu_p = 1900 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ . Эффективные массы электронов и дырок принять, соответственно,  $0,59m_0$  и  $0,36m_0$ .

16. Отношение сопротивлений кремниевого и германиевого термисторов при температуре 300 К равно 100. Определите это отношение при температуре 500 К. Запрещенные зоны германия и кремния имеют ширину соответственно  $E_g(\text{Ge}) = 0,7$  эВ,  $E_g(\text{Si}) = 1,2$  эВ, изменением подвижностей с температурой пренебречь.
17. Определите подвижности носителей и удельное сопротивление собственного германия при температуре  $T = 500$  К, если ширина запрещенной зоны с температурой изменяется по закону  $E_g = (0,785 - 4 \cdot 10^{-4}T)$  эВ, при температуре  $T = 300$  К удельное сопротивление равно 60 Ом·см, а отношение подвижностей  $\mu_n/\mu_p = 2$ . Зависимость подвижностей от температуры не учитывать.

## 4 Электронные свойства легированных полупроводников

### 4.1 Необходимые определения и формулы

- Введение примесей в полупроводник изменяет концентрацию носителей заряда и положение уровня Ферми. В зонной структуре примесных полупроводников появляются дополнительные (примесные) уровни, которые могут располагаться в запрещенных зонах. Примесные уровни разделяются на **донорные** и **акцепторные** (см. Рис. 8). Мелкие донорные уровни располагаются чуть ниже "дна" зоны проводимости, тогда как акцепторные уровни - немного выше "потолка" валентной зоны. В первом случае примесные атомы обладают слабо связанными электронами, которые переходят в зону проводимости при сообщении им небольшой энергии. Во втором случае примесные атомы захватывают электроны у атомов кристаллической решетки, тем самым образуя дырку в валентной зоне. Донорные полупроводники иначе называются полупроводниками ***n*-типа**, акцепторные, соответственно, ***p*-типа**.



Рис. 8.

- При низких температурах в зону проводимости в основном переходят электроны с донорных уровней (энергия  $E_d$ ), а в валентную зону - дырки с акцепторных уровней (энергия  $E_a$ ), поскольку расстояния между "дном" зоны проводимости и донорным уровнем  $\delta E_{cd} = E_c - E_d \ll E_g$  и между акцепторным уровнем и "потолком" валентной зоны  $\delta E_{av} = E_a - E_v \ll E_g$  много меньше ширины запрещенной зоны  $E_g$ . Энергии  $\delta E_{cd}$  и  $\delta E_{av}$  называются **энергиями активации примесей**.
- Температура  $T_{ист}$ , при которой в зону проводимости переходят все электроны с донорного уровня, называется **температурой истощения примеси**. Эту температуру можно достаточно грубо оценить из условия равенства уровня Ферми  $E_F$  примесному уровню  $E_d$  при выполнении условия  $N_d \ll N_c$

$$T_{ист} \approx \frac{E_d}{k \ln\left(\frac{N_c}{N_d}\right)}. \quad (4.1)$$

- Концентрации электронов в зоне проводимости у полупроводника  $n$ -типа при низких температурах можно приближенно вычислить по формуле

$$n = \sqrt{N_c N_d} \exp\left(-\frac{\delta E_{cd}}{2kT}\right). \quad (4.2)$$

Если полупроводник имеет полностью ионизированную компенсирующую акцепторную примесь с концентрацией  $N_a < N_d$  и при условии  $n \ll N_d$ ,  $n < N_d - N_a$ , получаем формулу

$$n = \frac{N_d - N_a}{N_a} N_c \exp\left(-\frac{\delta E_{cd}}{kT}\right). \quad (4.3)$$

- Для акцепторного полупроводника формулы (4.2), (4.3) будут иметь

вид, соответственно

$$p = \sqrt{N_a N_v} \exp\left(-\frac{\delta E_{av}}{2kT}\right), \quad (4.4)$$

$$p = \frac{N_a - N_d}{N_d} \exp\left(-\frac{\delta E_{av}}{kT}\right). \quad (4.5)$$

- В интервале температур от  $T_{\text{ист}}$  до температур  $T_{\text{терм}}$ , при которых количество термических электронов в зоне проводимости становится больше количества примесных атомов  $N_d$ , концентрацию свободных носителей заряда можно считать постоянной  $n = N_d$  для полупроводников  $n$ -типа и  $n = N_d - N_a$  для полупроводников, содержащих доноры и акцепторы ( $N_d > N_a$ ). При температурах выше  $T_{\text{терм}}$  можно пользоваться формулой

$$n = p = n_i = \sqrt{N_c N_a} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right). \quad (4.6)$$

- Зависимость логарифма концентрации электронов от обратной температуры в полупроводниках  $n$ -типа приведена на Рис. 9.

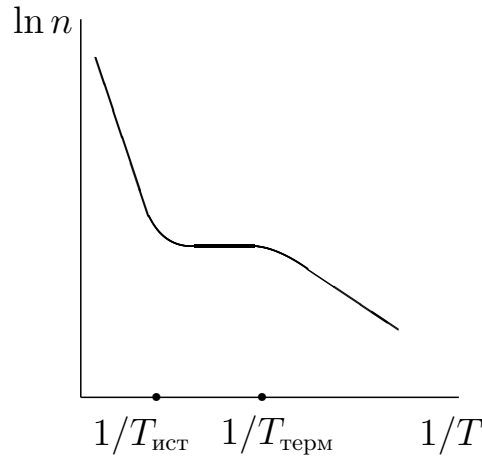


Рис. 9

- В невырожденном полупроводнике достаточно определить концентрацию носителей заряда только одного знака, концентрация носителей заряда другого знака легко вычисляется на основании **закона действующих масс**

$$n \cdot p = n_i^2(T) = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right). \quad (4.7)$$

Смысл этого закона: произведение концентраций электронов и дырок в невырожденном полупроводнике не зависит от положения уровня Фер-

ми и, тем самым, от наличия в полупроводнике примеси, и равно квадрату концентрации в собственном полупроводнике.

## 4.2 Примеры решения задач

**4.01.** *Определите концентрацию донорной примеси, если после ее введения в собственный полупроводник концентрация дырок в нем уменьшилась в 5 раз? Во сколько раз при этом изменится электропроводность полупроводника? Концентрация носителей тока в собственном полупроводнике  $n_i = p_i = 4 \cdot 10^{19} \text{ 1/м}^3$ , а подвижности  $\mu_n = 0,36 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$  и  $\mu_p = 0,18 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ . Температура выше температуры примесного источника.*

Из закона "действующих масс"

$$n_i^2 = n_n p_n.$$

По условию задачи  $p_n = n_i/5$ , откуда

$$n_n = 5n_i.$$

$$\sigma_1 = e n_i (\mu_n + \mu_p),$$

$$\sigma_2 = e (\mu_n n_n + \mu_p p_n) = e n_i (5\mu_n + \mu_p/5).$$

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = 3.4.$$

**4.02.** *Найти концентрации свободных электронов и дырок в полупроводнике, легированном одновременно донорами и акцепторами с концентрациями  $N_d = 10^{16} \text{ см}^{-3}$  и  $N_a = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $n_i = 5 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . Считать, что все примеси ионизованы.*

Условие электронейтральности для данной задачи имеет вид

$$N_d + p = N_a + n.$$

Кроме этого, справедлив закон действующих масс

$$np = n_i^2.$$

Эти соотношения, рассматриваемые как система двух уравнений относительно концентраций  $n$  и  $p$ , имеют решения

$$\begin{cases} n = \frac{1}{2} \left( -(N_a + N_d) + \sqrt{(N_a + N_d)^2 + 4n_i^2} \right), \\ p = \frac{1}{2} \left( (N_a + N_d) + \sqrt{(N_a + N_d)^2 + 4n_i^2} \right). \end{cases}$$

Подстановка данных задачи в полученные формулы дает:  $n = 2,3 \cdot 10^{11}$  см<sup>-3</sup>,  $p = 1,1 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>.

**4.03.** Определите для акцепторного полупроводника разность энергий потолка валентной зоны и энергии Ферми, если концентрация акцепторной примеси  $N_a = 5 \cdot 10^{23}$  1/м<sup>3</sup>, температура 27° С и эффективная масса дырки  $m_p^* = 2 \cdot 10^{-31}$  кг.

При комнатной температуре  $N_a = p_p$ , поэтому, используя формулу (3.6), получаем

$$N_a = \frac{2}{h^3} (2\pi m_p^* kT)^{3/2} \exp\left(-\frac{E_F - E_v}{kT}\right).$$

Взяв логарифм от этого равенства и выражая  $E_v - E_F$ , приходим к формуле

$$E_v - E_F = kT \ln\left(\frac{h^3}{2} (2\pi m_p^* kT)^{-3/2} N_a\right).$$

Подстановка в эту формулу данных задачи дает  $E_v - E_F = -0,0425$  эВ.

**4.04.** Найдите концентрацию электронов в полупроводнике и энергию активации донорной примеси  $\delta E_{cd}$ . Температура полупроводника 100 К. При этой температуре энергия Ферми совпадает с энергией донорного уровня. Концентрация донорной примеси в полупроводнике  $N_d = 3 \cdot 10^{23}$  1/м<sup>3</sup>, эффективная масса электрона  $2 \cdot 10^{-31}$  кг.

При низких температурах в зону проводимости переходят электроны преимущественно с донорного уровня. Положение уровня Ферми определяется из условия электронейтральности  $n = N_d^+$ , где  $n$  - количество свободных электронов в зоне проводимости,  $N_d^+$  - количество ионизованных доноров. Определяя  $n$  по формуле (3.3) и  $N_d^+$  с помощью распределения Ферми-Дирака (с учетом низкой температуры), приходим к выражению

$$E_F = \frac{E_c + E_d}{2} + \frac{1}{2} kT \ln \frac{N_d}{N_c},$$

где плотность числа состояний находится также из (3.3)

$$N_c = 2 \left( \frac{m_n^* kT}{2\pi \hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}}.$$

Так как по условию задачи  $E_F = E_d$ , то

$$\delta E_{cd} = kT \ln \frac{N_c}{N_d}.$$

Концентрация электронов вычисляется по формуле (4.2)

$$n = \sqrt{N_c N_d} \exp\left(-\frac{\delta E_{cd}}{2kT}\right).$$

Ответ:  $\delta E_{cd} = 0,70 \cdot 10^{-21}$  Дж,  $n = 2,9 \cdot 10^{23}$   $1/\text{м}^3$ .

### 4.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Слиток германия получен сплавлением  $m_g = 100$  г германия и  $m_s = 3,22 \cdot 10^{-3}$  г сурьмы. Предполагая, что сурьма распределена в образце равномерно, и все атомы ионизированы, найти концентрацию донорных электронов. Плотность германия  $\rho_g = 5,46$  г/см<sup>3</sup>, относительная атомная масса сурьмы  $\mu_{rs} = 121,76$  а.е.м.
2. Известно, что при температуре 27° С концентрация собственных электронов и дырок  $n_i = 2,38 \cdot 10^{19}$   $1/\text{м}^3$ . В образец германия вводят примеси n-типа в количестве 1 атома на  $10^6$  атомов германия. Определить концентрацию основных и неосновных носителей тока. Концентрация атомов германия  $4,5 \cdot 10^{28}$   $1/\text{м}^3$ .
3. Найти положение уровня Ферми относительно дна зоны проводимости при  $T = 300$  К для германия с концентрацией доноров  $n_d = 5 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>, если вся примесь ионизована.
4. Найти положение уровня Ферми полупроводнике, содержащим  $n_a = 5 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup> акцепторов при  $T = 400$  К, если ширина запрещенной зоны  $E_g = 0,67$  эВ,  $m_p^* = 0,3m_0$  и все акцепторы ионизованы.
5. Определите энергию Ферми относительно дна зоны проводимости донорного полупроводника, если его температура 200 К, концентрация примеси  $4 \cdot 10^{22}$  м<sup>-3</sup>, эффективная масса электрона  $2 \cdot 10^{-31}$  кг.
6. Определить положение уровня Ферми в электронном германии при  $T = 300$  К, если  $N_d = 10^{17}$  см<sup>-3</sup>,  $E_d = -0,04$  эВ,  $E_g = 0,67$  эВ.
7. В кристалле германия содержится донорная примесь с концентрацией  $N_d = 10^{14}$  см<sup>-3</sup>. Определить положение уровня Ферми при  $T = 500$  К, если с температурой ширина запрещенной зоны изменяется по закону  $E_g = (0,785 - 4 \cdot 10^{-4}T)$  эВ.
8. При какой температуре энергия Ферми акцепторного полупроводника принимает свое наименьшее значение? Концентрация акцепторов  $10^{23}$  м<sup>-3</sup>, эффективная масса дырок  $10^{-31}$  кг. На сколько отличается значение энергии Ферми в минимуме от значения при  $T = 0$  К?



9. Найдите температуру, при которой энергия Ферми донорного полупроводника принимает максимальное значение. Концентрация доноров  $N_d = 2 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$ , эффективная масса электрона  $m_n^* = 2 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ .
10. При какой концентрации примеси энергия Ферми для донорного полупроводника при температуре  $200 \text{ К}$  совпадает с энергией донорного уровня? Энергия активации примеси  $0,02 \text{ эВ}$ , эффективная масса электронов  $2 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ .
11. Оценить температуру, при которой электронный газ становится невырожденным в  $\text{Ge}$   $n$ -типа при введении 1 атома  $\text{As}$  на  $10^6$  атомов германия. ( $N_{\text{Ge}} = 4,52 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ ,  $m_n^* = 4,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ ).
12. Определить концентрацию ионизированных доноров  $N_d^+$  в полупроводнике, если их полная концентрация  $N_d = 3 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , а уровень Ферми совпадает с уровнем доноров.
13. Определить положение уровня Ферми в электронном германии ( $E_g = 0,67 \text{ эВ}$ ) при  $T = 300 \text{ К}$  и полной ионизации примесей в двух случаях: 1) если  $N_d = 10^2 n_i$ , 2) если  $N_d = 10^{-2} n_i$ .
14. Удельное сопротивление вырожденного электронного полупроводника  $\rho = 6,25 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}\cdot\text{см}$ , подвижность электронов  $\mu_n = 100 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ . Определить уровень Ферми при условии, что  $m_n^* = m_e$ .
15. Определить концентрацию электронов и дырок в германии при  $T = 300 \text{ К}$ , содержащем  $N_d = 5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  доноров. Уровень  $E_d = -0,15 \text{ эВ}$ ,  $E_g = 0,67 \text{ эВ}$ .
16. Определить концентрацию электронов в германии при  $T = 300 \text{ К}$ , содержащем  $N_a = 5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  акцепторов, если уровень акцепторов лежит на  $0,01 \text{ эВ}$  выше потолка валентной зоны.
17. При какой температуре собственного полупроводника ( $E_g = 1,2 \text{ эВ}$ ,  $\mu_n = 0,14 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ ,  $\mu_p = 0,04 \text{ м}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ ,  $n_i(300 \text{ К}) = 2 \cdot 10^{16} \text{ м}^{-3}$ ) его проводимость будет равна проводимости донорного полупроводника с концентрацией примеси  $N_d = 10^{21} \text{ м}^{-3}$  при температуре примесного истощения. Донорный полупроводник получен введением примеси в собственный полупроводник, свойства которого описаны в условии.
18. Германий, легированный сурьмой ( $E_d = -0,01 \text{ эВ}$ ), при  $T = 300 \text{ К}$  имеет удельное сопротивление  $\rho = 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . Определить

удельное сопротивление при  $T = 50 \text{ K}$ , если при  $T = 300 \text{ K}$  вся примесь ионизована. Подвижность электронов  $\mu_n = 3800 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ . Зависимость подвижностей от температуры не учитывать.

19. Известно, что при температуре  $27^\circ \text{ C}$  концентрация собственных электронов и дырок  $n_i = 2,38 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ . В образец германия вводятся примеси n-типа в количестве 1 атома на  $10^6$  атомов германия. Определить концентрацию основных и неосновных носителей тока. Концентрация атомов германия  $4,5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ .
20. Определить концентрацию электронов в кремнии легированном фосфором ( $E_d = -0.044 \text{ эВ}$ ), при  $T = 100 \text{ K}$ , если концентрация примеси  $N_d = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ .
21. Определить удельное сопротивление кремния, легированного сурьмой ( $E_d = -0.04 \text{ эВ}$ ), в полупроводнике с концентрацией  $N_d = 5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , при  $T = 50 \text{ K}$ . При  $T = 300 \text{ K}$  удельное сопротивление кремния  $\rho = 3,2 \cdot 10^{-2} \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . Зависимость подвижностей от температуры не учитывать.
22. Определить нижнюю температурную границу области истощения примеси  $T_{н.ист}$  в полупроводнике с концентрацией доноров  $N_d = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , если  $E_d = -0.01 \text{ эВ}$  и  $m_n^* = m_e$ .  $m_e$  - масса свободного электрона.
23. Определить верхнюю температурную границу области истощения примеси  $T_{в.ист}$  в германии с концентрацией доноров  $N_d = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$ , если известно, что с температурой ширина запрещенной зоны изменяется по закону  $E_g = (0,785 - 4 \cdot 10^{-4}T) \text{ эВ}$ .
24. Определить положение уровня Ферми в германии с концентрацией доноров  $N_d = 1,5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}$  при температуре верхней границы области истощения примеси  $T_{в.ист}$ , если  $E_g(T_v) = 0,788 \text{ эВ}$ .
25. Определить концентрацию дырок и удельное сопротивление кремния, легированного бором ( $E_a = -0.045 \text{ эВ}$ ), при  $T = 300 \text{ K}$ , если  $N_a = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ , а подвижность  $\mu_p = 100 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ .
26. Число атомов кремния в единице объема  $N = 5,0 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}$ . В образец кремния вводятся примеси n-типа в количестве одного атома на  $10^5$  атомов кремния. Известно, что при  $t = 27^\circ \text{ C}$  концентрация неосновных носителей тока - дырок равна  $2,42 \cdot 10^{10} \text{ м}^{-3}$ . Определить

концентрацию собственных электронов и дырок в кремнии при той же температуре.

27. Определить положение уровня Ферми и концентрацию электронов в германии, содержащим  $N_d = 5 \cdot 10^{17} \text{ см}^{-3}$  атомов сурьмы и  $N_a = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  атомов бора, при температурах 10, 30 и 300 К. Уровень сурьмы  $E_d = -0.11 \text{ эВ}$ .
28. Найдите температуру, при которой концентрация электронов в акцепторном полупроводнике составляет 1% от концентрации дырок, если концентрация акцепторной примеси  $2 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$ , ширина запрещенной зоны  $E_g = 0,5 \text{ эВ}$  и концентрация электронов в собственном полупроводнике (легированием которого получен акцепторный полупроводник) при температуре 300 К равна  $2 \cdot 10^{18} \text{ м}^{-3}$ .
29. Концентрация донорной примеси монотонно возрастает в образце донорного полупроводника от одного конца к другому, вследствие чего между концами полупроводника возникает внутренняя разность потенциалов 0,1 В. Определите, во сколько раз отличаются концентрации примеси вблизи концов полупроводника и во сколько раз отличаются концентрации дырок. Температура полупроводника 300 К.

## 5 Неравновесные процессы в полупроводниках

### 5.1 Необходимые определения и формулы

- Носители заряда (электроны в зоне проводимости и дырки в валентной зоне), возникающие в полупроводнике в результате тепловой генерации и находящиеся в термодинамическом равновесии с кристаллической решеткой, называются **равновесными**. Наряду с тепловой генерацией идет обратный процесс **рекомбинации**, в котором электроны возвращаются в валентную зону на вакантные места. Благодаря этим конкурирующим процессам, в состоянии теплового равновесия количество рожденных электрон-дырочных пар остается практически неизменным.
- Избыточные носители заряда могут возникать в процессах световой генерации, генерации потоком заряженных частиц, введении (инъекции) через контакт и т.д. Энергия в этих процессах сообщается непосредственно носителям заряда, тогда как тепловая энергия решетки остается

практически неизменной. Поэтому в момент возникновения избыточные носители не будут находиться в тепловом равновесии с решеткой и их называют **неравновесными**. В течении короткого промежутка времени после рождения ( $\Delta t \sim 10^{-10}$  с), благодаря взаимодействию с решеткой, неравновесные носители становятся неотличимыми от равновесных. Поскольку  $10^{-10}$  с значительно меньше среднего времени жизни носителей в полупроводнике, то в течение времени своего существования эти носители обладают такими же характеристиками, что и равновесные носители.

- Уравнение, характеризующее пространственное распределение концентрации неравновесных носителей заряда и ее изменение с течением времени, называют **уравнением непрерывности**.

Одномерные уравнения непрерывности для электронов (неосновных носителей заряда в полупроводнике  $p$ -типа) и дырок (неосновных носителей заряда в полупроводнике  $n$ -типа) имеют, соответственно, вид

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu_n E \frac{\partial n}{\partial x} - \frac{\delta n}{\tau_n} + G_n(x, t) \quad (5.1)$$

и

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\delta p}{\tau_p} + G_p(x, t). \quad (5.2)$$

В формулах (5.1), (5.2) использованы следующие обозначения:  $D_n$  ( $D_p$ ) - коэффициенты диффузии,  $\delta n = n - n_0$ ,  $\delta p = p - p_0$  - концентрации неравновесных носителей,  $\tau_n$  ( $\tau_p$ ) - среднее время жизни электронов (дырок),  $E$  - напряженность электрического поля, которое предполагается однородным,  $G_n(x, t)$  ( $G_p(x, t)$ ) - скорость генерации неравновесных носителей заряда.

Входящие в уравнение (5.1) члены имеют следующий смысл. В левой части стоит скорость изменения концентрации электронов в маленьком интервале на оси  $OX$ , содержащим точку с координатой  $x$ . В правой части первое слагаемое отвечает за изменение концентрации носителей заряда благодаря диффузии, второе - благодаря дрейфу под действием электрического поля.  $G_n(x, t)$  - скорость генерации неравновесных носителей, вызванной внешними факторами,  $\frac{\delta n}{\tau_n}$  выражает скорость рекомбинации электронов с дырками. Интерпретация уравнения (5.2) аналогична.

- Появление неравновесных носителей заряда приводит к тому, что формулы расчета концентрации электронов и дырок (3.3) и (3.6) оказываются несправедливыми. Однако их можно модифицировать для описания неравновесных состояний. Для этого следует ввести **квазиуровни Ферми**  $E_{Fe}^*$ ,  $E_{Fp}^*$  отдельно для каждой из подсистем электронов и дырок таким образом, чтобы распределения этих частиц по энергиям формально совпадали с распределением Ферми-Дирака

$$\langle \tilde{n}_E \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E - E_{Fe}^*}{kT}\right) + 1}, \quad \langle \tilde{p}_E \rangle = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_{Fp}^* - E}{kT}\right) + 1}, \quad E_{Fe}^* \neq E_{Fp}^*. \quad (5.3)$$

В случае, когда концентрации неравновесных электронов  $\delta n$  и дырок  $\delta p$  малы по сравнению с равновесными  $n_0$ ,  $p_0$ , формулы (3.3) и (3.6) приобретают вид

$$n = n_0 + \delta n = N_c \exp\left(\frac{E_{Fe}^* - E_c}{kT}\right), \quad p = p_0 + \delta p = N_v \exp\left(\frac{E_v - E_{Fp}^*}{kT}\right). \quad (5.4)$$

Произведение концентраций из (5.4) приводит к соотношению

$$np = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) \exp\left(\frac{E_{Fe}^* - E_{Fp}^*}{kT}\right) = n_i^2 \exp\left(\frac{E_{Fe}^* - E_{Fp}^*}{kT}\right), \quad (5.5)$$

откуда расстояние между квазиуровнями Ферми

$$E_{Fe}^* - E_{Fp}^* = kT \ln \frac{np}{n_i^2}. \quad (5.6)$$

Кроме этого, из (5.4) следуют формулы

$$E_{Fe}^* - E_F = kT \ln \frac{n}{n_0}, \quad E_F - E_{Fp}^* = kT \ln \frac{p}{p_0}. \quad (5.7)$$

- Изменение концентрации неравновесных носителей заряда в некоторой области кристалла может происходить не только вследствие генерации и рекомбинации электронно-дырочных пар, но и в результате обмена носителями из соседних областей. Такой обмен происходит при наличии электрического поля (дрейф заряженных частиц) и(или) градиента концентраций носителей (диффузионное перемещение).
- Если полупроводник неоднороден, то концентрации электронов и дырок зависят от координаты и, как следствие, в таком полупроводнике

возникают **диффузионные токи** электронов и дырок. Эти токи направлены из областей с большей концентрацией в области с меньшей концентрацией. Плотности электронного  $j_{n,dif}$  и дырочного  $j_{p,dif}$  диффузионных токов (в одном измерении) выражается формулами

$$j_{n,dif} = eD_n \frac{dn}{dx}, \quad j_{p,dif} = -eD_p \frac{dp}{dx} \quad (5.8)$$

где  $D_n$  ( $D_p$ ) - соответствующие коэффициенты диффузии.

- При наличии в полупроводнике электрического поля напряженности  $E$ , возникают **дрейфовые токи**

$$j_{n,dr} = en\mu_n E, \quad j_{p,dr} = ep\mu_p E, \quad (5.9)$$

где  $j_{n,dr}$  ( $j_{p,dr}$ ) - плотности электронного (дырочного) токов и  $\mu_n$  ( $\mu_p$ ) - подвижности электронов (дырок).

- Плотность полного тока в любой точке оси  $OX$  неоднородного полупроводника в любой момент времени определяется соотношением

$$j = j_{n,dif} + j_{n,dr} + j_{p,dif} + j_{p,dr}. \quad (5.10)$$

- В состоянии термодинамического равновесия полный ток (5.10) в полупроводнике равен нулю. Из этого условия следуют **соотношения Эйнштейна** для электронов и дырок

$$D_n = \frac{kT}{e} \mu_n, \quad D_p = \frac{kT}{e} \mu_p. \quad (5.11)$$

Соотношения (5.11) можно переписать в виде

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{e} = \phi_T. \quad (5.12)$$

Величину  $\phi_T$  называют **температурным потенциалом**.

- При анализе процессов диффузии и дрейфа удобно использовать в качестве характеристических величин **диффузионную длину** носителей заряда (среднее расстояние, на которое они смещаются при диффузии за время жизни)

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n} \quad \text{для электронов}, \quad L_p = \sqrt{D_p \tau_p} \quad \text{для дырок}, \quad (5.13)$$

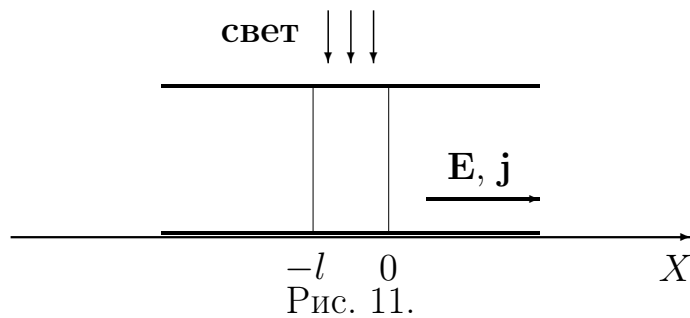
и **длину дрейфа** или **длину сдвига**

$$l_n = \mu_n \tau_n E \quad \text{для электронов}, \quad l_p = \mu_p \tau_p E \quad \text{для дырок}. \quad (5.14)$$

Длина дрейфа определяются как средняя длина пути, которую проходят неравновесные носители заряда за время жизни  $\tau_n$  ( $\tau_p$ ) со скоростью дрейфа.

**Пример 6.1.** *Задача о диффузии и дрейфе в примесном полупроводнике при наличии внешнего однородного электрического поля.*

Рассматривается тонкий длинный полупроводник  $n$ -типа, узкая область которого ( $-l < x < 0$ ) освещается светом (Рис. 11). В результате в освещенном объеме генерируются электроны и дырки. Считаем, что  $n_0 \gg \delta p$ , т.е. концентрация электронов  $n_0$  значительно превышает концентрацию неосновных носителей заряда - дырок, время жизни которых ( $\tau_p$ ).



В случае стационарного распределения избыточных носителей заряда в неосвещенной части полупроводника, уравнение (5.2), с учетом обозначений диффузионной длины и длины дрейфа, можно представить в виде

$$\frac{d^2 \delta p}{dx^2} + \frac{l_p}{L_p^2} \frac{d \delta p}{dx} - \frac{\delta p}{L_p^2} = 0. \quad (5.15)$$

Принимая, что на границах освещенного участка ( $x = -l, x = 0$ ) концентрация избыточных носителей равна  $\delta p(0)$ , получаем решение

$$\delta p = \delta p(0) \exp\left(-\frac{x}{L_+}\right), \quad L_+ = \frac{2L_p^2}{\sqrt{l_p^2 + 4L_p^2} - l_p}, \quad \text{если } x > 0, \quad (5.16)$$

$$\delta p = \delta p(0) \exp\left(\frac{x}{L_-}\right), \quad L_- = \frac{2L_p^2}{\sqrt{l_p^2 + 4L_p^2} + l_p}, \quad \text{если } x < -l. \quad (5.17)$$

Если напряженность внешнего поля  $E$  равна нулю, то формулы (5.16), (5.17) упрощаются

$$\delta p = \delta p(0) \exp\left(\frac{-|x|}{L_p}\right), \quad x < -l \text{ и } x > 0. \quad (5.18)$$

Задача о диффузии и дрейфе в примесном полупроводнике  $p$ -типа решается по приведенным формулам с заменой индексов  $n \leftrightarrow p$ .

**Пример 6.2.** *Задача о диффузии и дрейфе неравновесных электронов в случае монополярной проводимости.*

Генерация, при которой одновременно образуется одинаковое число свободных электронов и дырок, называется **биполярной**. Биполярная генерация имеет место только при переходах из зоны в зону. Генерация, при которой образуется только один тип свободных носителей (или электроны, или дырки), называется **монополярной**. При такой генерации переходы происходят с участием примесных состояний.

Рассмотрим тонкий полубесконечный полупроводник  $n$ -типа, торец которого освещается, создавая постоянную плотность неравновесных носителей заряда в тонкой области вблизи границы. В этом случае стационарная концентрация электронов описывается формулой

$$\delta n = \delta n(0) \exp\left(-\frac{x}{L_D}\right), \quad L_D = \left(\frac{\varepsilon\varepsilon_0 kT}{e^2 n_0}\right)^{1/2}, \quad x > 0. \quad (5.19)$$

Коэффициент  $L_D$  называется **дебаевским радиусом экранирования**.

- Если полупроводник обладает проводимостью близкой к собственной, то у него при биполярной генерации  $\delta n = \delta p$ ,  $\tau_n = \tau_p$ . Распределение концентраций неравновесных носителей будет подчиняться уравнениям непрерывности (5.1), (5.2), в которых вместо  $D_n, D_p$  и  $\mu_n, \mu_p$  фигурируют коэффициент биполярной диффузии  $D$  и биполярная дрефовая подвижность  $\mu$

$$D = \frac{D_n \sigma_p + D_p \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p}, \quad \mu = \frac{\mu_p \sigma_n - \mu_n \sigma_p}{\sigma_n + \sigma_p}, \quad (5.20)$$

где  $\sigma_n = en\mu_n, \sigma_p = ep\mu_p$  - электронная и дырочная составляющие удельной электропроводности.

## 5.2 Примеры решения задач

**5.01.** *Получить формулу релаксации избыточной концентрации неосновных носителей, используя уравнение непрерывности. Считать генерацию неосновных носителей в рассматриваемой области (бесконечный цилиндр) однородной, до ее прекращения в момент  $t = 0$ .*

Для решения задачи будем использовать уравнение непрерывности (5.1)



для электронов. В этом случае первые три слагаемых в (5.1) равны нулю, поскольку однородность предполагает отсутствие градиента концентраций и, как следствие, равенства нулю напряженности электрического поля. Поскольку с момента  $t = 0$  генерация отсутствует, то  $G(x, t) = 0$ . В дополнение предположим, что концентрация равновесных носителей остается неизменной, т.е. пренебрегаем увеличением  $n_0$  за счет термолизированных электронов ( $\delta n \ll n_0$ ). В этом случае уравнение (5.1) значительно упрощается, трансформируясь в обыкновенное линейное дифференциальное уравнение первого порядка с постоянными коэффициентами

$$\frac{\partial \delta n}{\partial t} + \frac{\delta n}{\tau_n} = 0.$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$\delta n(t) = \delta n_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right), \quad (5.21)$$

где  $\delta n(t)$  - избыточная концентрация неосновных носителей через время  $t$  после прекращения генерации,  $\delta n_0$  - избыточная концентрация в момент прекращения генерации;  $\tau_n$  - время жизни неосновных носителей заряда.  $\tau_n$  определяется как время, по истечении которого концентрация неосновных носителей заряда убывает в "e" раз.

Обратный процесс - рост избыточной концентрации электронов с нулевой до равновесной  $\delta n_0$ , происходит по закону

$$\delta n(t) = \delta n_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_n}\right)\right]. \quad (5.22)$$

**5.02.** *Определить подвижность электронов в невырожденном полупроводнике при температуре  $T = 300$  K, если коэффициент диффузии  $D_n = 100$  см<sup>2</sup>/с.*

Из соотношения Эйнштейна

$$D_n = \frac{kT}{e} \mu_n$$

следует

$$\mu_n = \frac{eD_n}{kT} = \frac{1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-2}}{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 0.39 \text{ м}^2/(\text{В с}).$$

**5.03.** *Найти диффузионную длину электронов в кристалле германия, при температуре  $T = 300$  K, если подвижность электронов  $\mu_n = 3900$  см<sup>2</sup>/(В с),*

а время жизни  $\tau_n = 10^{-6}$  с.

Диффузионная длина определяется формулой

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n}.$$

Для определения коэффициента диффузии используем соотношение Эйнштейна

$$D_n = \frac{kT}{e} \mu_n.$$

Поставляя его в формулу определяющую диффузионную длину, получаем

$$L_n = \sqrt{\frac{kT}{e} \mu_n \tau_n}.$$

Ответ:  $L_n = 0.1$  см.

**5.04.** Вблизи поверхности донорного полупроводника вследствие его освещения образована избыточная концентрации дырок. Определите, на какой глубине избыточная концентрация уменьшится в 10 раз, если подвижность дырок  $\mu_p = 0,1$  м<sup>2</sup>/В·с, время жизни  $\tau_p = 10^{-5}$  с и температура полупроводника  $T = 300$  К.

В соответствии с формулой убывания концентрации с расстоянием (5.18)

$$\delta p = \delta p_0 \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right),$$

где  $L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$  - диффузионная длина. По условию задачи

$$\frac{\delta p}{\delta p_0} = \frac{1}{10} = \exp\left(-\frac{x}{L_p}\right).$$

Выражая  $x$  получаем

$$x = \ln 10 \cdot L_p = \ln 10 \cdot \sqrt{D_p \tau_p} = \ln 10 \cdot \sqrt{\frac{\mu_p kT \tau_p}{e}}.$$

Ответ:  $x = 0,37$  мм.

**5.05.** Вычислите коэффициент биполярной диффузии в собственном полупроводнике, если коэффициент диффузии электронов  $D_n = 90$  см<sup>2</sup>/с, а отношение подвижностей  $\mu_n/\mu_p = 2$ .

В формулу, определяющую коэффициент биполярной диффузии (5.20), подставим  $\sigma_n = e n \mu_n$ ,  $\sigma_p = e p \mu_p$  и сократим дробь на заряд  $e$  и концентрацию  $p = n$  (так как полупроводник собственный). Затем поделим числитель и знаменатель на  $\mu_p$ . Принимая во внимание соотношения Эйнштейна,

подставляем  $D_p = D_n \cdot \mu_p / \mu_n$

$$D = \frac{D_n \sigma_p + D_p \sigma_n}{\sigma_n + \sigma_p} = \frac{D_n + D_p \cdot \mu_n / \mu_p}{1 + \mu_n / \mu_p} = D_n \frac{2}{1 + \mu_n / \mu_p}.$$

Подстановка данных задачи дает  $D = 60 \text{ см}^2/\text{с}$ .

### 5.3 Задачи для самостоятельного решения

1. Определить избыточную концентрацию, которая устанавливается в собственном полупроводнике вследствие его освещения. Равновесная концентрация электронов в полупроводнике  $n_i = 2,4 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ , скорость световой генерации  $g_m = 10^{23} \text{ 1}/(\text{м}^3)$ , коэффициент рекомбинации  $r = 10^{-16} \text{ м}^3/\text{с}$ .
2. Найти скорость тепловой генерации в донорном полупроводнике, если равновесная концентрация дырок в нем  $10^{17} \text{ м}^{-3}$ , а время их жизни  $10^{-6} \text{ с}$ .
3. Во сколько раз уменьшается удельное сопротивление собственного полупроводника при освещении, если скорость световой генерации  $g_m = 2 \cdot 10^{22} \text{ 1}/(\text{м}^3)$ , равновесная концентрация носителей тока  $n_i = 2 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ , коэффициент рекомбинации  $r = 5 \cdot 10^{-16} \text{ м}^3/\text{с}$ .
4. В некотором полупроводнике скорость объемной рекомбинации при отсутствии внешних воздействий равна  $10^{23} \text{ 1}/(\text{м}^3)$ . При освещении полупроводника источником света в объеме  $1 \text{ см}^3$  за время  $1 \text{ с}$  создается  $2 \cdot 10^{17}$  электрон-дырочных пар. Во сколько раз изменяется при этом скорость объемной рекомбинации?
5. Тонкая пластина кремния с уровнем легирования  $N_a = 10^{16} \text{ см}^{-3}$  освещается светом такой интенсивности, что в объеме кремния содержится избыточная концентрация носителей  $\delta n = \delta p = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ . Найдите смещение квазиуровней Ферми для электронов и дырок от своего равновесного значения.
6. Диффузионная длина электронов в кристаллах кремния равна  $1 \text{ мм}$ . Определите время жизни электронов в кремнии при температуре  $T = 300 \text{ К}$ , если подвижность электронов  $\mu_n = 0,14 \text{ м}^2/(\text{В} \cdot \text{с})$ .
7. Найдите диффузионную длину при  $T = 300 \text{ К}$ , если длина сдвига при напряженности поля  $10^3 \text{ В}/\text{м}$  равна  $1 \text{ см}$ .

8. Определите подвижность электронов в невырожденном полупроводнике при температуре 300 K, если коэффициент диффузии  $D = 100 \text{ см}^2/\text{с}$ .
9. Найдите диффузионную длину электронов в кристалле германия при температуре  $T = 300 \text{ K}$ , если подвижность  $\mu_n = 3900 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , а время жизни  $\tau_n = 10^{-6} \text{ с}$ .
10. Определите подвижность электронов в вырожденном полупроводнике, если известно, что коэффициент диффузии  $D_n = 3,65 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $n = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ ,  $m_n^* = 0,2m_0$ . Концентрация электронов определяется выражением

$$n_0 = \frac{1}{3\pi^2} \left( \frac{2m_n^* E_F}{\hbar^2} \right)^{3/2}.$$

Полупроводник находится в состоянии термодинамического равновесия.

11. Вычислите коэффициент биполярной диффузии для собственного германия, если подвижность  $\mu_n = 3800 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , а отношение подвижностей  $\mu_n/\mu_p = 2,1$ .
12. Определите время жизни электронов в германии, если подвижность  $\mu_n = 3500 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , диффузионная длина  $L_n = 2 \cdot 10^{-2} \text{ см}$ , температура 300 K.
13. Определите дрейфовую составляющую плотности тока в собственном полупроводнике при температуре 300 K, если напряженность электрического поля  $E = 1,16 \cdot 10^3 \text{ В/см}$ , подвижность дырок  $\mu_p = 1600 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , отношение подвижностей  $\mu_n/\mu_p = 1,12$ .
14. Определите диффузионную подвижность в собственном германии при температуре 300 K, если электропроводность  $\sigma = 0,025 \text{ (Ом}\cdot\text{см)}^{-1}$ , отношение подвижностей  $\mu_n/\mu_p = 2,1$ .
15. Определите коэффициент диффузии дырок в собственном германии, при температуре 300 K, если коэффициент биполярной диффузии  $D = 60 \text{ см}^2/\text{с}$ , а подвижность электронов  $\mu_n = 3600 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ .
16. Определите подвижность дырок в собственном кремнии при температуре 200 K, если коэффициент биполярной диффузии  $D = 11,6 \text{ см}^2/\text{с}$ , и коэффициент диффузии электронов  $D_n = 22,1 \text{ см}^2/\text{с}$ .

17. В полуограниченный образец полупроводника  $n$ -типа в плоскости  $x = 0$  инжектируются дырки. Определите их концентрацию в плоскости  $x = 0$ , если плотность диффузионного тока  $j_{diff} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ А/см}^2$ ,  $D_p = 50 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $\tau_p = 10^{-3} \text{ с}$ . Дрейфовый ток не учитывать.
18. При какой напряженности поля в полупроводнике диффузионная длина неосновных носителей уменьшается в 10 раз? Диффузионная длина в отсутствие поля 0,05 мм. Температура полупроводника 300 К.
19. Тонкая пленка из донорного полупроводника освещается с двух сторон, вследствие чего на ее поверхностях избыточная концентрация дырок  $10^{18} \text{ м}^{-3}$ . Толщина пленки 0,1 мм, диффузионная длина дырок 0,02 мм. Определите избыточную концентрацию дырок в середине пленки.
20. Определите расстояние, на котором избыточная концентрация дырок в донорном полупроводнике уменьшается в 10 раз при стационарной диффузии дырок в направлении, противоположном напряженности электрического поля. Диффузионная длина  $2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$ , дрейфовая длина при данном поле 6 мм.
21. Левая половина донорного полупроводника освещена светом, вызывающим внутренний фотоэффект со скоростью генерации  $g = 10^{23} \text{ м}^{-3}\text{с}^{-1}$ . Время жизни дырок в этом полупроводнике  $10^{-5} \text{ с}$ . Определите плотность дырочного диффузионного тока на границе освещенной и неосвещенной частей полупроводника, если температура полупроводника 300 К, а подвижность дырок  $0,1 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ . Какое количество дырок переходит из левой половины в правую через сечение площадью  $1 \text{ мм}^2$  за 1 с?
22. Найти диффузионную длину, если коэффициент диффузии равен  $92 \text{ см}^2/\text{с}$  и известно, что избыточная концентрация за время  $10^{-5} \text{ с}$  убывает в 3 раза.
23. Вблизи поверхности донорного полупроводника вследствие его освещения образована избыточная концентрации дырок. Определите, на какой глубине избыточная концентрация уменьшится в 10 раз, если подвижность дырок  $\mu_p = 0,1 \text{ м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , время жизни  $\tau_p = 10^{-5} \text{ с}$  и температура полупроводника  $T = 300 \text{ К}$ .
24. Стационарная диффузия идет в донорном полупроводнике в присутствии электрического поля с напряженностью  $E$ . Определите рас-

стояние, на котором избыточная концентрация дырок уменьшается в "е". Диффузионная длина  $L_p = 2 \cdot 10^{-4}$  м, дрейфовая длина (при данном поле)  $l = 6$  мм. Определите диффузионную длину при температуре  $T = 300$  К, если длина сдвига 1 см при напряженности поля  $E = 10^3$  В/м.

## 6 Контактные явления

### 6.1 Необходимые определения и формулы

- Чтобы покинуть кристалл, электрону требуется сообщить энергию, равную работе выхода. Поскольку работа выхода зависит от физических свойств кристалла, то при контакте двух разных кристаллов, на их границе, возникает контактная разность потенциала. Это происходит как на контактах металл - полупроводник, так и на контактах металл - металл и полупроводник - полупроводник.
- Различают два вида контактов **полупроводник - полупроводник**:
  - 1) **гомопереходы**, т.е. переходы, образуемые на границе раздела областей с разными типами проводимости в одном полупроводнике. К ним относятся  $p - n$ -переходы - контакт полупроводника с акцепторной примесью и того же полупроводника с донорной примесью;
  - 2) **гетеропереходы**, т.е. контакты между двумя различными полупроводниками.
- На Рис. 12 приведена энергетическая диаграмма  $p - n$ -перехода в равновесном состоянии, где темные кружки - электроны, светлые кружки - дырки. На диаграмме выделены следующие пространственные области и их границы
  1. плоскость (АВ) - граница раздела двух областей полупроводника с различным типом проводимости;
  2. область перехода, или **область пространственного заряда**, или **обедненная область** (располагается по обе стороны плоскости (АВ) и имеет толщину от  $10^{-6}$  до  $10^{-4}$  см);
  3. **нейтральные области** ( $p$ - и  $n$ -области), лежащие между областью пространственного заряда и границами полупроводников  $p$ - и  $n$ -типов;
  4. **омические контакты**, которыми ограничиваются нейтральные области.

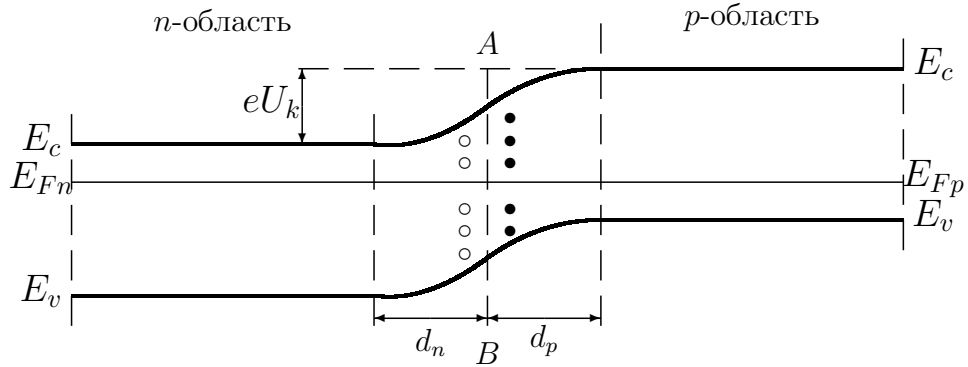


Рис. 12.

- Примесный полупроводник, используемый для создания  $p-n$ -перехода, должен содержать незначительную долю примесных атомов ( $\sim 10^{-11} \text{ м}^{-3}$ ) для того, чтобы носители, пересекающие  $p-n$ -переход, не испытывали рекомбинации.
- Обычно рассматривается модель **резкого**, или **ступенчатого**,  $p-n$ -перехода, в котором концентрация примесных атомов скачком изменяется от значения  $N_a$  для акцепторов в  $p$ -области, до значения  $N_d$  для доноров в  $n$ -области. В случае резкого перехода предполагается, что  $N_a$  и  $N_d$  постоянны. Если  $N_d = N_a$ , то резкий переход называют **симметричным**, если  $N_d \neq N_a$  - **несимметричным**. При  $N_d < N_a$  переход обозначают как  $(p+n-)$ , при  $N_d > N_a$  говорят о  $(p-n+)$  переходе (этот случай на практике встречается чаще).
- Рассмотрим  $p-n$ -переход в состоянии термодинамического равновесия, т. е. при отсутствии внешнего напряжения. Большой градиент концентраций примесей приводит к диффузионному току электронов из  $n$ -области в  $p$ -область и току дырок в обратном направлении. Этот ток выровнял бы концентрации, если бы не возникшее из-за процесса диффузии электрическое поле  $\mathbf{E}$ , которое вызывает дрейфовый ток в обратном направлении.
- В состоянии термодинамического равновесия суммарные токи электронов и дырок в каждой точке полупроводника равны нулю. Из этого условия следует, что уровень Ферми постоянен во всем объеме полупроводника, и можно вычислить высоту потенциального барьера (или контактную разность потенциалов)

$$U_k = \frac{kT}{e} \ln \frac{N_a N_d}{n_i^2}, \quad (6.1)$$

где  $n_i$  - концентрация электронов в собственном полупроводнике,  $e$  - заряд электрона.

- Толщина переходной области (области объемного заряда)

$$d = d_n + d_p = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_k}{e} \left( \frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a} \right)}, \quad (6.2)$$

где  $d_n$  ( $d_p$ ) - толщина области объемного заряда в  $n$ -( $p$ -) полупроводнике, соответственно. Имеет место пропорция

$$\frac{d_n}{d_p} = \frac{N_a}{N_d} = \frac{p_p}{n_n}. \quad (6.3)$$

Рассматривая соотношения (6.2) и (6.3) как систему уравнений, можно найти  $d_n$  и  $d_p$  по отдельности.

- Напряженность электрического поля в  $p$ -и  $n$ -областях  $p - n$ -перехода, возникающего вблизи контакта полупроводников

$$E(x) = -\frac{eN_a}{\varepsilon\varepsilon_0}(x + d_p), \quad E(x) = -\frac{eN_d}{\varepsilon\varepsilon_0}(d_n - x). \quad (6.4)$$

Максимальное значение напряженности достигается на металлургическом переходе ( $x = 0$ )

$$E_{max} = \frac{2U_k}{d}. \quad (6.5)$$

Потенциал электрического поля в  $p$ -и  $n$ -областях  $p - n$ -перехода, возникающий вблизи контакта полупроводников

$$\phi(x) = -\frac{eN_a}{2\varepsilon\varepsilon_0}(x + d_p)^2, \quad \phi(x) = U_k - \frac{eN_d}{2\varepsilon\varepsilon_0}(d_n - x)^2. \quad (6.6)$$

- Уровень Ферми постоянен для всего полупроводника. При этом энергетические зоны изогнуты и полностью заполнены во всех точках полупроводникового материала, в которых  $np = n_i^2$ .
- Величина барьера уменьшается при положительном (прямом) напряжении, т. е. когда "+" приложен к  $p$ -области, и увеличивается при отрицательном (обратном) напряжении. Соответственно изменяется и ширина  $p - n$ -перехода. При прямых напряжениях  $p - n$ -переход сужается, при обратных - расширяется

$$d(U) = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0(U_k - U)}{e} \left( \frac{1}{N_d} + \frac{1}{N_a} \right)}. \quad (6.7)$$



В этой формуле  $U$  следует считать положительным ( $U > 0$ ) при прямом напряжении, и отрицательным ( $U < 0$ ) при обратном.

- Аналитическая формула, описывающая вольт-амперную характеристику  $p - n$ -перехода, имеет вид

$$j = \left( \frac{eD_n n_p}{L_n} + \frac{eD_p p_n}{L_p} \right) \left[ \exp \left( \frac{eU}{kT} \right) - 1 \right], \quad (6.8)$$

где первый множитель называется плотностью тока насыщения

$$j_s = \left( \frac{eD_n n_p}{L_n} + \frac{eD_p p_n}{L_p} \right). \quad (6.9)$$

В формуле (6.9)  $D_n$ ,  $D_p$  - коэффициенты диффузии, соответственно, электронов и дырок,  $L_n$  и  $L_p$  - соответствующие диффузионные длины,  $n_p$ ,  $p_n$  - концентрации неосновных носителей. Для невырожденных полупроводников

$$n_p = \frac{n_i^2}{N_a}, \quad p_n = \frac{n_i^2}{N_d}. \quad (6.10)$$

- Рассмотрим **контакт металла и полупроводника**  $n$ -типа в предположении, что работа выхода электрона из полупроводника  $A_{\text{ПП}}$  меньше, чем термодинамическая работа выхода из металла  $A_{\text{М}}$ . Термодинамическая работа выхода определяется как расстояние от энергии Ферми до уровня вакуума  $A = E_{\text{ВАК}} - E_F$ . Если энергия электрона больше  $E_{\text{ВАК}}$ , то его можно считать свободным.

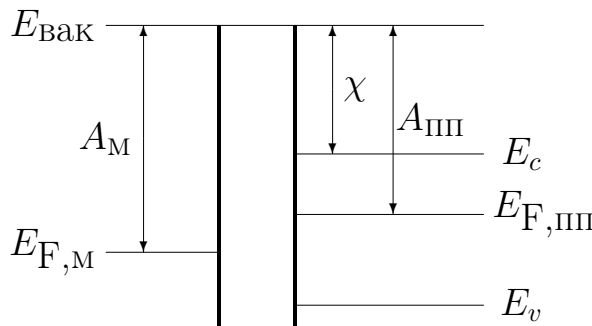


Рис. 13а.

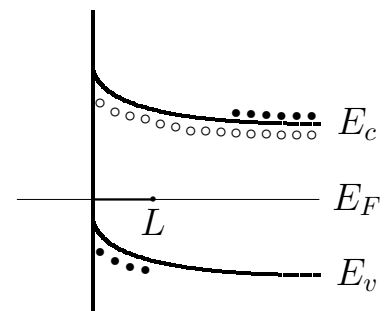


Рис. 13б.

- В условиях термодинамического равновесия, между металлом и полупроводником возникает контактная разность потенциалов  $U_k$

$$eU_k = A_{\text{М}} - A_{\text{ПП}} = E_{F,ПП} - E_{F,М}. \quad (6.11)$$

Высота потенциального барьера со стороны металла, равная работе выхода электрона из металла в полупроводник, дается формулой

$$\Phi = eU_k + (E_c - E_{F,ПП}). \quad (6.12)$$

- При контакте с металлом в полупроводнике возникает обедненная область, как в  $p - n$ -переходе. Ее толщина вычисляется по формуле

$$L = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_k}{eN_d}}, \quad (6.13)$$

где  $N_d$  - концентрация примеси в глубине полупроводника. Толщина слоя объемного заряда  $L$  иногда называется **длиной экранирования Дебая**.

- Толщина слоя объемного заряда в металле пренебрежимо мала из-за большой концентрации свободных электронов и она не дает вклада в контактную разность потенциалов.
- В приконтактной области полупроводника  $n$ -типа потенциал  $\phi(x)$  и электрическое поле  $E(x)$  в зависимости от координаты  $x \geq 0$  изменяются как

$$\phi(x) = -\frac{eN_d}{2\varepsilon\varepsilon_0}(L-x)^2, \quad E(x) = -\frac{eN_d}{\varepsilon\varepsilon_0}(L-x). \quad (6.14)$$

Эти формулы получены с учетом граничных условий, при которых в глубине полупроводника (т.е. при  $x \geq L$ ), и потенциал, и напряженность поля равны нулю.

- При наличии внешнего напряжения толщина слоя объемного заряда вычисляется по формуле

$$L(U) = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0(U_k - U)}{eN_d}}, \quad (6.15)$$

где  $U > 0$  при прямом смещении и  $U < 0$  при обратном.

- Контакт металл - полупроводник обладает выпрямляющим действием, поскольку пропускает ток только в одном направлении и не пропускает в обратном (см. (6.15)).
- Вольт-амперная характеристика перехода металл - полупроводник сходна по форме с вольт-амперной характеристикой  $p - n$ -перехода (6.8)

$$j = j_s \left[ \exp\left(\frac{eU}{kT}\right) - 1 \right]. \quad (6.16)$$

Выражения для плотности тока насыщения  $j_s$  различны для толстого (вычисления по диффузной модели) и тонкого слоя (вычисления по диодной модели) объемного заряда. В первом случае

$$j_s = en_s\mu_n E_s = e\mu_n E_s N_d \exp\left(-\frac{eU_k}{kT}\right), \quad (6.17)$$

где  $E_s$  - напряженность поля в области объемного заряда. Во втором случае

$$j_s = \frac{1}{4}e \langle v \rangle n_s, \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_e^*}}, \quad (6.18)$$

где  $\langle v \rangle$  - средняя тепловая скорость электронов.

- Барьерная емкость контакта (на единицу площади)

$$C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{L} = \sqrt{\frac{\varepsilon\varepsilon_0 e N_d}{2U_k}}. \quad (6.19)$$

- Рассмотрим **гетеропереход между двумя полупроводниками**, которые обладают близкими кристаллическими структурами, но отличаются химическим составом и, как следствие, разной шириной запрещенных зон, подвижностью и эффективной массой носителей, средством к электрону и т.д. Пусть этот гетеропереход образован полупроводником  $p$ -типа с более широкой зоной, чем у полупроводника  $n$ -типа. Энергетическая диаграмма гетероперехода содержит скачки энергии (разрывы зон) в зоне проводимости ( $\Delta E_c$ ) и в валентной зоне ( $\Delta E_v$ ), так что высота потенциального барьера для электронов и дырок различна.

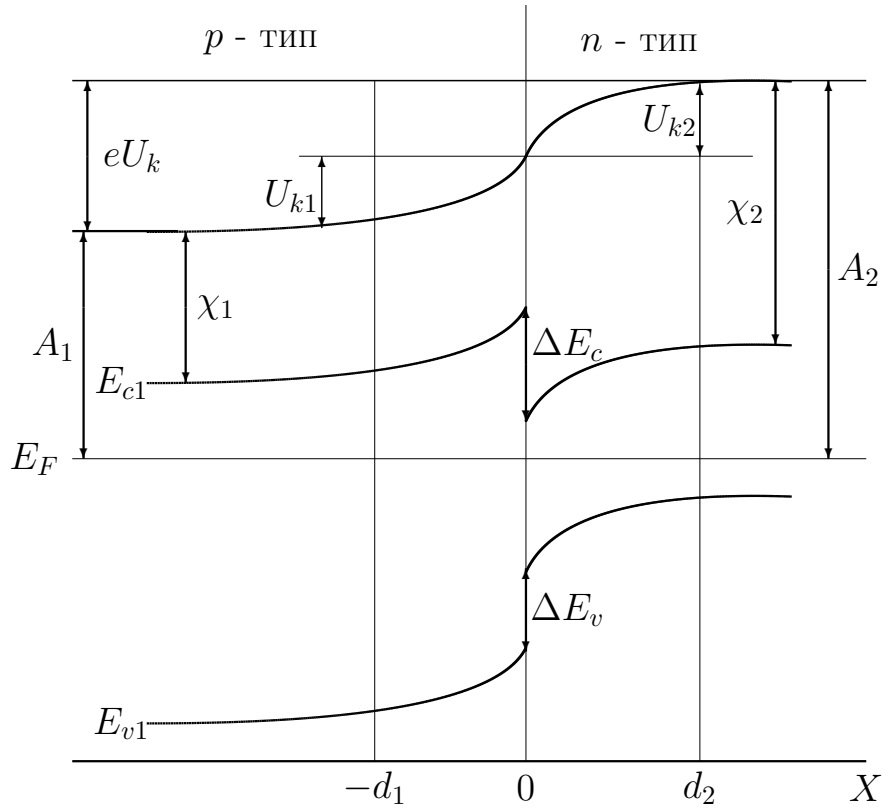


Рис. 14.

- Если в контактирующих полупроводниках присутствуют мелкие, полностью ионизированные доноры и акцепторы, а концентрация электронов и дырок в глубине полупроводников составляет  $n_0$  и  $p_0$ , то потенциалы в приконтактных  $p$ - и  $n$ -областях, даются, соответственно, формулами

$$\phi_p(x) = \phi_p(-d_1) + \frac{ep_0}{2\varepsilon_1\varepsilon_0}(x+d_1)^2, \quad \phi_n(x) = \phi_n(d_2) + \frac{en_0}{2\varepsilon_2\varepsilon_0}(x-d_2)^2, \quad (6.20)$$

где  $d_1$  ( $d_2$ ) - толщина области объемного заряда в  $p$ - и ( $n$ -) полупроводниках, а  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  - относительные диэлектрические проницаемости этих полупроводников. Справедливы также формулы

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{n_0}{p_0} \quad (6.21)$$

и

$$\frac{U_{k1}}{U_{k2}} = \frac{n_0\varepsilon_2}{p_0\varepsilon_1}. \quad (6.22)$$

- Полную контактную разность потенциалов можно вычислить по фор-

муле

$$U_k = U_{k1} + U_{k2} = \frac{e}{2\varepsilon_0} \left( \frac{p_0}{\varepsilon_1} d_1^2 + \frac{n_0}{\varepsilon_2} d_2^2 \right). \quad (6.23)$$

Формулы (6.20) - (6.23) полностью определяют изгиб энергетических зон, толщину слоев объемного заряда и отношение контактных разностей потенциалов в обоих полупроводниках.

- Для построение энергетических диаграмм гетеропереходов (см., например, Рис. 14) часто применяют правило "электронного сродства" (**правило Андерсона**), согласно которому разрыв зоны проводимости равен разности электронного сродства двух материалов. Следует учитывать, что правило Андерсона не всегда справедливо, поскольку разрыв зон зависит от деталей формирования связей на гетерогранице и других факторов.
- Для выполнения построения должны быть известны следующие характеристики полупроводников:
  1. ширина запрещенной зоны  $E_{g1}$ ,  $E_{g2}$ . Для определенности считаем, что  $E_{g1} > E_{g2}$  (Рис. 14);
  2. термодинамическая работа выхода  $A_1, A_2$  - расстояние от уровня Ферми полупроводника до уровня вакуума. Термодинамическая работа выхода зависит от положения уровня Ферми, то есть от уровня легирования материала;
  3. сродство к электрону  $\chi_1, \chi_2$  - расстояние от дна зоны проводимости до уровня вакуума.
- Упрощающие предположения:
  1. **ширина запрещенной зоны и внешняя работа выхода неизменны** до плоскости контакта, на которой они скачком изменяют свою величину;
  2. в приконтактном слое каждого из полупроводников происходит изменение потенциальной энергии электрона. Полное изменение потенциальной энергии равно разности работ выхода, что обеспечивает **неизменное положение уровня Ферми вдоль гетероперехода**.
- При соприкосновении полупроводников возникает контактная разность потенциалов  $U_k = A_2 - A_1$  и образуется область пространственного заряда шириной  $d$ . Изгиб запрещенных зон (при неизменной их ширине в каждом из полупроводников) происходит в этой области.

- Из-за различия электронного сродства в контактирующих полупроводниках возникают **разрывы** зоны проводимости и валентной зоны

$$\Delta E_c = \chi_1 - \chi_2, \quad \Delta E_v = E_{g2} - E_{g1} - \Delta E_c. \quad (6.24)$$

Отметим, что разрывы зон могут быть как положительными так и отрицательными.

## 6.2 Примеры решения задач

**6.01.** *Определить контактную разность потенциалов кремниевого диода, если собственная концентрация примесей в кремнии  $n_i = 1,4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ , температура  $T = 300 \text{ K}$ , проводимости в  $n$ - и  $p$ - областях  $\sigma_n = 8 \text{ (Ом}\cdot\text{см)}^{-1}$  и  $\sigma_p = 2,4 \text{ (Ом}\cdot\text{см)}^{-1}$  соответственно, подвижности электронов и дырок  $\mu_n = 500 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$  and  $\mu_p = 300 \text{ см}^2/\text{В}\cdot\text{с}$ .*

Концентрации основных носителей тока в  $n$ - и  $p$ - областях, определяются с помощью формул

$$\sigma_n = en_n\mu_n, \quad \sigma_p = ep_p\mu_p,$$

откуда

$$n_n = 10^{17} \text{ см}^{-3}, \quad p_p = 5 \cdot 10^{16} \text{ см}^{-3}.$$

Высота потенциального барьера при отсутствии внешнего напряжения вычисляется по формуле (6.1)

$$U_k = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_n p_p}{n_i^2} = 0.8 \text{ В}.$$

**6.02.** *Определить плотность тока насыщения  $j_s$  в идеальном кремниевом переходе, если  $n_i = 1,4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-3}$ ,  $D_n = 40 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $D_p = 15 \text{ см}^2/\text{с}$ ,  $L_n = 100 \text{ мкм}$ ,  $L_p = 60 \text{ мкм}$ ,  $N_d = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_a = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ .*

Концентрации неосновных носителей в  $n$ -и  $p$ - областях находятся по формулам

$$p_n = \frac{n_i^2}{N_d}, \quad n_p = \frac{n_i^2}{N_a}.$$

Теперь плотность тока насыщения определяется как

$$j_s = \frac{eD_n n_p}{L_n} + \frac{eD_p p_n}{L_p}.$$

**6.03.** *Германиевый  $p$ - $n$  - переход имеет обратный ток насыщения  $1 \text{ мкА}$ . Вычислить прямое напряжение на переходе при  $T = 293 \text{ K}$  и токе  $100$*

мА.

Из формулы

$$I = I_s \left[ \exp \left( \frac{eU}{kT} \right) - 1 \right],$$

выражаем  $U$ . Подставляя данные задачи, получаем  $U = 288$  мВ.

**6.04.** При создании контакта металл-арсенид галлия образовался зазор  $d = 10^{-7}$  см. Определите падение напряжения на этом зазоре  $\Delta V$ , если концентрация электронов в объеме полупроводника  $10^{16}$  см $^{-3}$ , а потенциал на поверхности полупроводника  $U_s = 0,5$  В.

Поскольку между металлом и полупроводником существует зазор, то толщина обедненной области (6.13) определяется потенциалом на поверхности полупроводника  $U_s$

$$L = \sqrt{\frac{2\varepsilon\varepsilon_0 U_s}{en_0}} = 0,27 \text{ мкм.}$$

При вычислении использовалось диэлектрическая проницаемость арсенида галлия  $\varepsilon = 13$  (см. Таблицу 2 в конце задачника). Комбинируя формулы (6.14) при  $x = 0$  (т.е. на границе зазор-полупроводник), получем напряженность электрического поля, выраженную через поверхностный потенциал  $U_s$  и  $L$

$$E_s = \frac{2U_s}{L}.$$

В зазоре напряженность поля будет равна  $E_{gap} = \varepsilon E_s$  из-за скачка на границе раздела воздух(в зазоре)- полупроводник. Падение напряжения на зазоре (ввиду его малой толщины) вычисляется по формуле

$$\Delta V = \frac{2\varepsilon U_s d}{L} = 48 \text{ мВ.}$$

### 6.3 Задачи для самостоятельного решения

1. В германий с концентрацией электронов  $n = 10^{15}$  см $^{-3}$  введена акцепторная примесь. При образовании резкого  $p-n$ -перехода все поле пространственного заряда оказалось сосредоточенным в  $n$ -области. Определите концентрацию акцепторов, если размер области пространственного заряда  $7,3 \cdot 10^{-5}$  см и все примеси ионизованы. Температура  $T = 300$  К, собственная концентрация  $n_i = 2,5 \cdot 10^{13}$  см $^{-3}$ .
2. В германий с концентрацией акцепторов  $N_a = 5 \cdot 10^{14}$  см $^{-3}$  введена донорная примесь  $N_d = 10^3 N_a$ . Считая переход резким, определите размер области пространственного заряда. Температура  $T = 300$  К.

3. Определите высоту потенциального барьера резкого  $p-n$ -перехода при температуре  $T = 300 \text{ K}$ , если удельное сопротивление  $n$ -области  $\rho_n = 0,1 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ , а  $p$ -области  $\rho_p = 0,01 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . Подвижность электронов и дырок равны, соответственно,  $\mu_n = 3900 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$  и  $\mu_p = 1900 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ . Считать, что эффективные массы  $m_n^* = m_p^* = m_0$ , а ширина запрещенной зоны меняется по закону  $E_g = (0,75 - 10^{-4}T) \text{ эВ}$ . Вкладом неосновных носителей в удельную проводимость пренебречь.
4. Вычислите ток насыщения резкого  $p-n$ -перехода, если известно, что подвижности неосновных носителей равны:  $\mu_n = 3900 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$  и  $\mu_p = 1900 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , а их времена жизни  $\tau_n = 7 \cdot 10^{-5} \text{ с}$ ,  $\tau_p = 10^{-4} \text{ с}$ . Удельные проводимости  $n$ - и  $p$ -областей равны  $1 (\text{Ом}\cdot\text{см})^{-1}$  и  $10 (\text{Ом}\cdot\text{см})^{-1}$ , соответственно. Собственная концентрация  $n_i = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ , температура  $T = 300 \text{ K}$ .
5. Определите высоту потенциального барьера резкого  $p-n$ -перехода при температуре  $T = 260 \text{ K}$ , если известно, что размеры областей пространственного заряда  $d_n = d_p = d/2$ , а уровень Ферми в  $n$ -области на  $0,12 \text{ эВ}$  ниже дна зоны проводимости. Считать, что эффективные массы носителей заряда одинаковы  $m_n^* = m_p^*$ , а ширина запрещенной зоны меняется по закону  $E_g = (0,75 - 2,5 \cdot 10^{-4}T) \text{ эВ}$ .
6. Два диода с идеальными  $p-n$ -переходами имеют одинаковую геометрию и сделаны из одного материала. Но в первом диоде концентрации примесей  $N_a$  и  $N_d$  в 10 раз меньше, чем во втором диоде. Определите отношение плотностей токов  $j_i/j_2$  при одинаковом внешнем напряжении. Считать, что коэффициенты диффузии носителей  $D_n$  и  $D_p$ , а также диффузионные длины  $L_n$  и  $L_p$  одинаковы для обоих диодов.
7. В полупроводниковом идеальном диоде  $D_n \approx D_p$ ,  $L_n \approx L_p$ ,  $N_a = 20N_d$ . Определите отношение между дырочной и электронной компонентами тока  $j_p/j_n$ .
8. В полупроводниковом диоде коэффициент диффузии электронов вдвое больше коэффициента диффузии дырок. Время жизни электронов вдвое меньше времени жизни дырок. Концентрация доноров в  $n$ -области в 10 раз меньше концентрации акцепторов в  $p$ -области. Определите отношение дырочной и электронной компонент плотностей тока через  $p-n$ -переход.



9. Определите ток в резком несимметричном германиевом  $p$ – $n$ -переходе под действием прямого напряжения  $V = 0,3$  В, если концентрация  $p_p = 10^{17}$   $\text{см}^{-3}$ , а  $n_n \gg p_p$ . Подвижность электронов  $\mu_n = 3200$   $\text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , время жизни  $\tau_n = 3 \cdot 10^{-6}$  с, площадь перехода  $S = 10^{-4}$   $\text{см}^2$ , температура  $T = 300$  К.
10. Вычислите плотность тока насыщения в резком  $p$  –  $n$ -переходе с площадью  $S = 10^{-4}$   $\text{см}^2$ , если под действием прямого напряжения  $V = 0,24$  В через переход протекает ток  $I = 20$  мА.
11. Определите дифференциальное сопротивление резкого  $p$ – $n$ -перехода с площадью  $S = 10^{-4}$   $\text{см}^2$  при наличии прямого напряжения  $V = 0,12$  В, если плотность тока насыщения  $j_s = 10^{-4}$  А/ $\text{см}^2$ . Температура  $T = 300$  К.
12. Найдите дифференциальное сопротивление резкого несимметричного  $p$  –  $n$ -перехода, полученного диффузией доноров ( $N_d = 10^{17}$   $\text{см}^{-3}$ ) при условии, что  $eV \ll kT$  и все примеси ионизованы. Высота потенциального барьера  $p$  –  $n$ -перехода  $0,4$  эВ, подвижность электронов  $\mu_n = 3600$   $\text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , время жизни  $\tau_n = 10^{-6}$  с, площадь перехода  $S = 10^{-3}$   $\text{см}^2$ , температура  $T = 300$  К.
13. Несимметричный германиевый  $p$  –  $n$ -переход ( $n_n \gg p_p$ ) с площадью  $S = 10^{-2}$   $\text{см}^2$  имеет ток насыщения  $I_s = 10^{-5}$  А при  $T = 300$  К. Вычислите длину диффузионного смещения электронов, если их подвижность  $\mu_n = 3900$   $\text{см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , а уровень Ферми в  $p$ -области  $E_{Fp} = -0,48$  эВ.
14. Найдите барьерную емкость резкого несимметричного  $p$ – $n$ -перехода, изготовленного на основе германия с концентрацией  $n_n = 10^{15}$   $\text{см}^{-3}$ , если в  $p$ -области концентрация неосновных носителей  $p_p = 10^9$   $\text{см}^{-3}$ , а площадь перехода  $S = 2 \cdot 10^{-4}$   $\text{см}^2$ . Температура  $T = 300$  К.
15. Вычислите барьерную емкость резкого симметричного германиевого  $p$  –  $n$ -перехода с площадью  $S = 5 \cdot 10^{-4}$   $\text{см}^2$ , если уровень Ферми в  $n$ -области  $E_{Fn} = 0,1$  эВ. К переходу приложено обратное смещение  $50$  В.
16. Резкий несимметричный  $p$  –  $n$ -переход изготовлен введением акцепторов  $N_a = 10^{18}$   $\text{см}^{-3}$  в электронный германий. Считая, что смесь

полностью ионизована, найдите барьерную емкость, если высота потенциального барьера  $p - n$ -перехода  $0,4 \text{ эВ}$ , площадь перехода  $S = 5 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2$ , температура  $T = 300 \text{ К}$ .

17. Вычислите размеры областей пространственного заряда резкого кремниевого  $p - n$ -перехода, если его емкость  $C_{pn} = 5 \text{ нФ}$ , а отношение концентраций основных носителей  $p_p/n_n = 9$ . Площадь перехода  $S = 10^{-2} \text{ см}^2$ .
18. Найдите напряженность электрического поля в середине тонкого  $p - n$ -перехода, если диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 12$ , концентрация носителей тока в собственном полупроводнике  $n_i = 4 \cdot 10^{19} \text{ м}^{-3}$ , концентрации примеси в  $p$ - и  $n$ -области соответственно  $N_a = 10^{23} \text{ м}^{-3}$ ,  $N_d = 10^{22} \text{ м}^{-3}$ , температура  $T = 300 \text{ К}$ . Получите формулу и произведите расчет.
19. В тонком  $p - n$ -переходе в результате рекомбинации основных носителей образуется пространственный заряд толщиной  $l_n + l_p$ . Определите толщину пространственного заряда в  $p$ -области, считая все атомы примеси ионизированными. Концентрация донорной примеси  $N_d = 3 \cdot 10^{22} \text{ м}^{-3}$ , относительная диэлектрическая проницаемость  $\epsilon = 12$ . Известно, что потенциал электрического поля в этой части пространственного заряда меняется на  $1 \text{ В}$ .
20. Переход изготовлен на основе собственного кремния введением акцепторов. Найдите диффузионную емкость  $p - n$ -перехода при напряжении  $V = 0,3 \text{ В}$ . Подвижность дырок  $\mu_p = 600 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , время жизни  $\tau_p = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$ , площадь перехода  $S = 10^{-4} \text{ см}^2$ , температура  $T = 300 \text{ К}$ . Собственная концентрация  $n_i = 10^{10} \text{ см}^{-3}$ .
21. Под действием прямого смещения через несимметричный резкий  $p - n$ -переход ( $n_n \gg p_p$ ) течет ток  $I = 10^{-4} \text{ А}$ . Определите время жизни неосновных носителей при температуре  $T = 300 \text{ К}$ , если диффузионная емкость  $C_{diff} = 4 \text{ нФ}$ .
22. Резкий несимметричный  $p - n$ -переход изготовлен на основе дырочного германия с концентрацией  $p_p = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ . Определите диффузионную емкость при температуре  $T = 300 \text{ К}$  и прямом смещении  $V = 0,24 \text{ В}$ . Длина диффузионного смещения  $10^{-2} \text{ см}$ . Площадь перехода  $S = 10^{-5} \text{ см}^2$ , собственная концентрация  $n_i = 2,5 \cdot 10^{13} \text{ см}^{-3}$ .

23. При температуре  $T = 300 \text{ K}$  резкий несимметричный  $p - n$ -переход имеет плотность тока насыщения  $j_s = 10^{-6} \text{ A/cm}^2$ . Определите время жизни неосновных носителей в  $p$ -области, если высота потенциального барьера  $0,48 \text{ эВ}$ , подвижность электронов  $\mu_n = 3000 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ , их концентрация в  $n$ -области  $n_n = 10^{17} \text{ см}^{-3}$ .
24. Определите потенциальную энергию электронов и напряженность поля на границе контакта металл-полупроводник при температуре  $T = 300 \text{ K}$ , если на расстоянии  $5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$  от границы контакта напряженность поля  $E = 850 \text{ В/см}$ , концентрация электронов в объеме полупроводника  $10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $\varepsilon = 16$ .
25. Определите расстояние от границы контакта, на котором потенциальная энергия электронов уменьшится в 100 раз по сравнению с энергией на поверхности, если размер области пространственного заряда  $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ .
26. Размер области пространственного заряда на контакте металла с электронным полупроводником  $2 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ . Определите концентрацию электронов на поверхности полупроводника при  $T = 300 \text{ K}$ , при условии  $\psi_s \gg kT$ , полагая, что уровень Ферми лежит ниже дна зоны проводимости на  $0,2 \text{ эВ}$  и эффективная масса равна массе свободного электрона,  $\varepsilon = 16$ .
27. Определите напряженность поля и потенциал на поверхности полупроводника при образовании запорного контакта, если размер области пространственного заряда  $5 \cdot 10^{-5} \text{ см}$ , концентрация электронов в объеме полупроводника  $2 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ ,  $T = 300 \text{ K}$ ,  $e\phi \gg kT$ ,  $\varepsilon = 12$ .
28. Определите концентрацию электронов в объеме кристалла германия, если при образовании запорного контакта поверхностный потенциал  $\phi_s = 0,2 \text{ В}$ , максимальное поле  $E_s = 4 \cdot 10^3 \text{ В/м}$ ,  $\varepsilon = 16$ .
29. Определите высоту потенциального барьера  $\phi_s$  на контакте золото-кремний ( $\varepsilon = 12$ ), если подвижность основных носителей  $\mu_n = 3000 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$  и удельное сопротивление полупроводника  $\rho = 4,8 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ . Емкость контакта  $5 \text{ пФ}$ , а площадь  $S = 10^{-4} \text{ см}^2$ .
30. Высота потенциального барьера на контакте металл-полупроводник  $\phi_s = 0,95 \text{ эВ}$ . Определите отношение заряда свободных электронов в обедненном слое полупроводника к заряду ионизированных доноров

при условии, что они полностью ионизованы. Температура  $T = 300$  К.

31. Определите емкость контакта золото-кремний ( $\epsilon = 12$ ), если концентрацию электронов в объеме полупроводника  $10^{16} \text{ см}^{-3}$ , высота потенциального барьера  $\phi_s = 0,5$  эВ. К контакту приложено обратное смещение  $V = 0,4$  В. Площадь контакта  $S = 10^{-4} \text{ см}^2$ .
32. Рассчитайте высоту потенциального барьера в  $p-n$ -переходе  $n-Ge-p-Ge$  с объемным сопротивлением  $\rho = 2$  Ом·см. Как изменится высота потенциального барьера на границе при изменении напряжения от  $V = +0,15$  В до  $V = -5$  В. Нарисуйте зонные диаграммы.
33. Найдите максимальное электрическое поле  $E$  и ширину областей пространственного заряда и в электронном и дырочном германии для  $p-n$ -перехода в равновесных условиях.  $\rho_n = 10$  Ом·см,  $\rho_p = 1$  Ом·см.
34. Как изменится величина и направление электрического поля в  $p-n$ -переходе  $n-Si-p-Si$  с  $\rho_n = 10$  Ом·см при изменении внешнего напряжения с прямого  $V = +0,4$  В на обратное  $V = -2$  В на расстоянии  $z = +0,2$  мкм от границы раздела электронного и дырочного полупроводников.
35. Рассчитайте величину тока  $I$  в кремниевом  $p-n$ -переходе при внешнем напряжении  $V = +0,5$  В и  $V = -0,5$  В. Уровни легирования:  $N_a = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ ,  $N_d = 10^{14} \text{ см}^{-3}$ , площадь  $S = 1 \text{ мм}^2$ .
36. Имеется резкий кремниевый  $p-n$ -переход при комнатной температуре  $T = 300$  К с площадью  $S = 10^{-3} \text{ см}^2$  и концентрацией легирующей примеси  $N_d = N_a = 10^{18} \text{ см}^{-3}$ . Вычислите накопленный заряд и время, за которое обратное смещение возрастет от 0 до  $-10$  В, если ток через этот диод равен 1 мА.
37. Прямое напряжение  $U$ , приложенное к  $p-n$ -переходу, равно 2 В. Во сколько раз возрастет сила тока через  $p-n$ -переход, если изменить температуру от  $T_1 = 300$  К до  $T_2 = 273$  К? Ответ:  $I_2/I_1 = 2,09 \cdot 10^3$ .
38. Найдите, чему равна высота потенциального барьера в диоде Шоттки  $n-Ge-Au$ . Изобразите зонную диаграмму контакта при термодинамическом равновесии. Удельное сопротивление полупроводника  $\rho = 1$  Ом·см.

39. Рассчитайте, чему равна ширина области обеднения при внешних напряжениях  $V = +0,4 \text{ В}$ ,  $V = -2 \text{ В}$  и в равновесных условиях в диоде  $n - Si - Pt$ . Изобразите зонную диаграмму контакта при термодинамическом равновесии.
40. Для барьера Шоттки электронный арсенид галлия - золото  $GaAs - Au$  рассчитайте, чему равно максимальное электрическое поле  $E$  в области пространственного заряда при внешних напряжениях  $V = +0,3 \text{ В}$ ,  $V = 0 \text{ В}$ ,  $V = -100 \text{ В}$ .  $N_d = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .
41. Чему равны электрическое поле  $E$  и потенциал  $\phi$  в барьере Шоттки  $n - Si - Au$  при напряжении  $V = -5 \text{ В}$  на расстоянии  $z = 1,2 \text{ мкм}$  от границы раздела кремний - золото?  $\rho = 10 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ .
42. Найдите, чему равны плотности тока  $j$  в барьере Шоттки  $n - GaAs - Pt$  при внешнем напряжении  $V = +0,5 \text{ В}$  и  $V = -5 \text{ В}$ . Чем обусловлены эти токи?  $\rho = 50 \text{ Ом}\cdot\text{см}$ .
43. Рассчитайте и постройте зонную диаграмму гетероперехода  $n - Ge - p - GaAs$ .  $N_d = N_a = 10^{16} \text{ см}^{-3}$ .

## А Ответы

### Раздел 1.

1. 0,727 нм. 2. 39 пм. 3. 150,5 В. 4.  $\Delta v/v = 10^{-4}$ . 5. 16 %. 6. 15 эВ. 7. 2,9 фм. 8. 20 фм. 9.  $4,7 \cdot 10^{-13} \text{ см}$ . 10.  $6,6 \cdot 10^{-11} \text{ м}$ . 11. 0,376 эВ, в  $10^{10}$  раз. 12. 8,67 эВ. 13. 0,111. 14.  $-4,52 \cdot 10^{-11}$ ,  $-3,52 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ ,  $-1,99 \cdot 10^{-10}$ ,  $-5,05 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ . 15.  $2,2 \cdot 10^{-10} \text{ м}$ . 16.  $4,92 \cdot 10^{-9}$ . 17.  $5,28 \cdot 10^{17}$ . 18. 0,632; 1,58, 0,632. 19. 20 кэВ. 20. 218 пм. 21. 0,0625. 22.  $5,0 \cdot 10^6 \text{ см}^{-3}$ ,  $4,7 \cdot 10^{14} \text{ см}^{-3}$ . 23.  $1,7 \cdot 10^{-17}$ . 24. 0,34 эВ. 25.  $6,1 \cdot 10^{37}$ .

### Раздел 2.

1.  $10^{-4} \text{ м/с}$ . 2.  $U = 7,12 \cdot 10^{-5} \text{ В}$ . 3. 71 нм. 4.  $1,4 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$ . 5. 39 МэВ. 6. 11,7 эВ. 7.  $4,57 \cdot 10^{27} \text{ м}^{-3}$ . 8. 5,41 9. 0,9 10. В 3 раза. 11. 4,2 эВ. 12.  $1,43 \cdot 10^{29} \text{ м}^{-3}$ . 13. В 1,83 раза. 14.  $1,32 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ . 15. 0,03. 16.  $3,1 \cdot 10^3 \text{ К}$ . 17.  $1,86 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ . 18.  $7,762 \cdot 10^3$  19. 7,579 эВ. 20.  $\simeq 1$ . 21.  $1,32 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ . 22.  $1,09 \cdot 10^6 \text{ м/с}$ . 23. В 7 раз.

### Раздел 3.

1.  $\lambda = 1,6 \cdot 10^{-6}$  м. 2.  $3,6 \cdot 10^{-4}$ . 3. на  $1,35 \cdot 10^{-2}$  эВ ниже середины запрещенной зоны. 4.  $2,3 \cdot 10^{19}$  м<sup>-1</sup>. 5.  $\frac{m_n^* m_p^*}{m_0^2} = 0,21$ . 6.  $n_2/n_1 = 3,6 \cdot 10^3$ . 7.  $E_g = 2k \ln \alpha \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$ . 8.  $n_{i,Ge} = 2,2 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>,  $n_{i,Si} = 1,05 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>. 9. Уровень Ферми будет ближе к дну зоны проводимости. 10.  $\frac{m_n^* m_p^*}{m_0^2} = 0,21$ . 11.  $n = 2,5 \cdot 10^{19}$  м<sup>-3</sup>. 12. Ge:  $\rho \approx 50$  Ом·см; Si:  $\rho \approx 3,1 \cdot 10^5$  Ом·см. 13. 45,0 (Ом·м)<sup>-1</sup>. 14.  $\mu_p = 4,1 \cdot 10^{-2}$  м<sup>2</sup>/(В·с),  $p = 1,7 \cdot 10^{22}$  м<sup>-3</sup>. 15.  $10^{-5}$  (Ом·см)<sup>-1</sup>. 16. 2,1. 17.  $\mu_n = 3320$  см<sup>2</sup>/(В·с),  $\mu_p = 1600$  см<sup>2</sup>/(В·с),  $\rho = 7 \cdot 10^{-2}$  Ом·см.

#### Раздел 4.

1.  $n = 8,7 \cdot 10^{23}$  м<sup>-3</sup>. 2.  $p_n = 1,26 \cdot 10^{16}$  м<sup>-3</sup>. 3.  $E_F = -0,139$  эВ. 4.  $E_F = -0,114$  эВ. 5.  $E_F = 9,83 \cdot 10^{-3}$  Дж. 6.  $E_F = -0,123$  эВ. 7.  $E_F = -0,294$  эВ. 8.  $T = 25,2$  К,  $\delta E_F = 2,61 \cdot 10^{-22}$  Дж. 9.  $T = 4,315$  К. 10.  $0,883 \cdot 10^{24}$  м<sup>-3</sup>. 11. 5,957 К. 12.  $N_d^+ = 10^{16}$  см<sup>-3</sup>. 13. 1)  $E_F = -0,217$  эВ, 2)  $E_F = -0,345$  эВ. 14.  $E_F = 0,016$  эВ. 15.  $n = 9,1 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>,  $n = 6,9 \cdot 10^9$  см<sup>-3</sup>. 16.  $n = 1,25 \cdot 10^{11}$  см<sup>-3</sup>. 17.  $T = 551$  К. 18.  $\rho = 3,96 \cdot 10^{-2}$  Ом·см. 19.  $4,5 \cdot 10^{22}$  м<sup>-3</sup>,  $1,26 \cdot 10^{16}$  м<sup>-3</sup>. 20.  $n = 3,37 \cdot 10^{15}$  см<sup>-3</sup>. 21.  $\rho = 57,2$  Ом·см. 22.  $T_{ист.ниж} = 34$  К. 23.  $T_{ист.верх} = 493$  К. 24.  $E_F = -0,31$  эВ. 25.  $p = 10^{17}$  см<sup>-3</sup>,  $\rho = 0,625$  Ом·см. 26.  $1,1 \cdot 10^{17}$  м<sup>-3</sup>. 27.  $E_F = -0,04$  эВ,  $n = 5 \cdot 10^{17}$  см<sup>-3</sup>. 28. 1056 К. 29. Концентрация электронов отличается в 48 раз; концентрация дырок в 0,02 раза.

#### Раздел 5.

1.  $1,57 \cdot 10^{19}$  м<sup>-3</sup>. 2.  $10^{32}$  1/(м<sup>3</sup>·с). 3. 1,049. 4. В 3 раза. 5. 0,66 эВ; -0,0026 эВ. 6.  $\tau_n = 276$  мкс. 7.  $L_n = 2 \cdot 10^{-13}$  м. 8. 3863 см<sup>2</sup>/(В·с). 9.  $L_n = 0,1$  см. 10. 304 см<sup>2</sup>/(В·с). 11. 63 см<sup>2</sup>/с. 12.  $4,3 \cdot 10^{-6}$  с. 13.  $10,7 \cdot 10^{-3}$  А/см<sup>2</sup>. 14. 2730 см<sup>2</sup>/(В·с). 15. 44,15 см<sup>2</sup>/с. 16. 464 см<sup>2</sup>/(В·с). 18.  $1,4 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>. 19.  $5,12 \cdot 10^3$  В/м. 20.  $0,163 \cdot 10^{18}$  1/м<sup>-3</sup>. 21.  $1,53 \cdot 10^{-5}$  м. 22. 1,287 А/мм<sup>2</sup>;  $0,8043 \cdot 10^{13}$  с<sup>-1</sup>. 23. 0,289 мм. 24.  $3,704 \cdot 10^{-4}$  м. 25.  $0,666 \cdot 10^{-5}$  м;  $6,0067 \cdot 10^{-3}$  м.

#### Раздел 6.

1.  $N_a = 4,4 \cdot 10^{16}$  см<sup>-3</sup>. 2.  $1,09 \cdot 10^{-4}$  см. 3. 0,4 эВ. 4. 4,8 нА. 5. 0,435 эВ. 6.  $j_1/j_2 = 10$ . 7.  $j_p/j_n = N_a/N_d = 20$ . 8.  $j_p/j_n = 5$ . 9.  $5,3 \cdot 10^{-5}$  А. 10.  $2,04 \cdot 10^{-4}$  А. 11. 120 Ом. 12.  $8,4 \cdot 10^5$  Ом. 13.  $8,6 \cdot 10^{-2}$  см. 14. 1,12 пФ. 15. 8 пФ. 16. 2,9 пФ. 17.  $d_p = 2,12 \cdot 10^{-4}$  см,  $d_n = 1,9 \cdot 10^{-3}$  см. 18.  $3,077 \cdot 10^6$  В/м. 19.  $2,103 \cdot 10^{-7}$  см. 20. 63 нФ. 21.  $\tau_n = 2,08 \cdot 10^{-6}$  с. 22. 196 пФ. 23.  $\tau_n = 1,76 \cdot 10^{-6}$  с. 24. 0,19 эВ,  $6,5 \cdot 10^3$  В/см. 25.  $1,35 \cdot 10^{-5}$  см. 26.  $7,2 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup>. 27.  $1,5 \cdot 10^4$  В/см, 0,367 В. 28.  $3,54 \cdot 10^{14}$  см<sup>-3</sup>. 29. 0,48

эВ **30.**  $0,02$  **31.**  $3,07$  пФ. **32.**  $\phi(U = +0,15) = 0,05$  В,  $\phi(U = -0,5) = 0,7$  В. **33.**  $E_{max} = 2,5 \cdot 10^3$  В/см. **34.** При  $x = 0,2$  мкм  $E(V = -0,4)$  В  $= 3,4 \cdot 10^3$  В/см и  $E(V = +2)$  В  $= 10^4$  В/см. **35.** Ток через диод равен  $I(V = +0,5) = 0,13$  мА и  $I(V = -0,5) = 5,3 \cdot 10^{-13}$  А. **36.** Заряды равны  $Q(0) = 9,73 \cdot 10^{-11}$  Кл и  $Q(-10) = 4,23 \cdot 10^{-10}$  Кл, время нарастания  $t = 3,26 \cdot 10^{-7}$  с. **37.**  $I_2/I_1 = 2,09 \cdot 10^3$ . **38.**  $U_k = 0,48$  эВ. **39.**  $d(U = +0,4) = 0,14$  мкм,  $d(U = -0,2) = 0,14$  мкм,  $d(U = 0) = 0,14$  мкм. **40.** При  $x = 0$ :  $E_{max}(V_G = +0,3) = 3,82 \cdot 10^4$  В/см,  $E_{max}(V_G = 0) = 4,95 \cdot 10^4$  В/см,  $E_{max}(V_G = -110) = 5,78 \cdot 10^5$  В/см. **41.** При  $W = 4,2$  мкм:  $E(x = 1,2$  мкм)  $= 1,9 \cdot 10^4$  В/см,  $\phi_{max} = 5,65$  эВ,  $\phi(x) = 2,9$  В. **42.**  $j = 4,3 \cdot 10^{-5}$  А/см<sup>2</sup> при  $V = 0,5$  В,  $j = 1,8 \cdot 10^{-13}$  А/см<sup>2</sup> при  $V = -5$  В. **43.**  $\Delta E_c = 0,07$  эВ,  $\Delta E_v = 0,84$  эВ.

## В Справочные данные

Часто встречающиеся постоянные

- число Авогадро  $N_A = 6,0221 \cdot 10^{23}$  моль<sup>-1</sup>
- постоянная Больцмана  $k = 1,3807 \cdot 10^{-23}$  Дж/К
- постоянная Планка  $h = 6,6261 \cdot 10^{-34}$  Дж·с
- приведенная постоянная Планка  $\hbar = 1,0546 \cdot 10^{-34}$  Дж·с
- масса свободного электрона  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  кг
- заряд электрона  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  Кл
- скорость света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с
- 1 эВ (электрон-вольт) =  $1,6 \cdot 10^{-19}$  Дж

Таблица 1. Параметры некоторых металлов

Металл	Энергия Ферми, эВ	Температура Ферми, $\times 10^4$ К	Скорость Ферми $\times 10^6$ м/с
<i>Ag</i>	5,49	6,38	1,39
<i>Al</i>	11,7	13,6	2,03
<i>Au</i>	5,53	6,42	1,40
<i>Cu</i>	7,00	8,16	1,57
<i>Fe</i>	11,1	13,0	1,98
<i>K</i>	2,12	2,46	0,86
<i>Zn</i>	9,47	11,0	1,83

Таблица 2. Параметры некоторых полупроводников при комнатной температуре (300 К)

Полупроводник	<i>Ge</i>	<i>Si</i>	<i>GaAs</i>
Ширина запрещенной зоны, ( $E_g$ ), эВ	0,67	1,08	1,43
Сродство к электрону, ( $\chi$ ), эВ	4,13	4,01	4,07
Работа выхода, ( $A$ ), эВ	4,78	4,8	4,69
Собственная концентрация, ( $n_i$ ), $\text{м}^{-3}$	$2,4 \cdot 10^{19}$	$1,45 \cdot 10^{16}$	$1,79 \cdot 10^{12}$
Эффективная масса электрона, ( $m_n^*$ )	$0,57m_e$	$1,08m_e$	$0,07m_e$
Эффективная масса дырки, ( $m_p^*$ )	$0,39m_e$	$0,56m_e$	$0,50m_e$
Подвижность электронов, ( $\mu_n$ ), $\text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$	0,39	0,15	0,85
Подвижность дырок, ( $\mu_p$ ), $\text{м}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$	0,19	0,06	0,04
Диэлектрическая проницаемость, ( $\varepsilon$ )	16	12	13

## С Литература

### Учебники

1. Савельев И.В., Курс физики, в 3-х тт., том 3, Оптика. Атомная физика. Физика атомного ядра и элементарных частиц, М-СПб-Краснодар, Лань, 2008.
2. Сивухин Д.В., Общий курс физики в 5-и тт. том 5, Атомная и ядерная физика, М., ФИЗМТЛИТ, 2005.
3. Матухин В. Л., Ермаков В. Л., Физика твердого тела, СПб, Лань, 2010.
4. Епифанов Г. И., Физика твердого тела, СПб, Лань, 2011.
5. Войцеховский А.В. и др., Физические основы полупроводниковой фотоэлектроники, Томск: Издательский Дом Томского государственного университета, 2013.

### Задачники

1. Чертов А.Г., Воробьев А.А., Задачник по физике, М.: Издательство физико-математической литературы, 2001.
2. Антипов Б.Л. и др., Материалы электронной техники: задачи и вопросы, М.: Высшая школа, 1990.



3. Баранов А.В., Сборник задач по физике полупроводников, Томск, Изд-во Томского университета, 1988.
4. Купрекова Е.И., Физика твердого тела. Сборник заданий, Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2014.