

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

А. М. Гинцяк

**Теория игр
в управлении инновационными процессами**

Учебное пособие

**Санкт-Петербург
2024**

УДК 519.83
ББК 22.18

Рецензент:

Доктор технических наук, старший научный сотрудник, директор Высшей школы проектной деятельности и инноваций в промышленности СПбПУ

С. Г. Редько

Гинцяк А. М. Теория игр в управлении инновационными процессами: учеб. пособие / А. М. Гинцяк. – СПб., 2024. – 57 с.

Учебное пособие предназначено для методического обеспечения подготовки магистров в области управления инновациями в части освоения теоретических и инструментальных основ моделирования стратегических взаимодействий, возникающих в ходе функционирования сложных организационно-технических систем.

Рассматриваются модели и методы теории игр в приложении к поддержке принятия решений в инновационных системах, приводятся наиболее характерные примеры использования теоретико-игровых моделей и методические рекомендации по управлению инновационными процессами с учётом агентности заинтересованных сторон.

Предназначено для студентов всех форм обучения направления 27.04.05 «Инноватика» и смежных направлений в рамках освоения дисциплины «Математические модели технических объектов управления».

Научная специальность: 2.3.4. Управление в организационных системах.

16 рис., 1 табл., 14 источников.

© Гинцяк А. М., 2024

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	5
1 Предмет теории игр.....	6
1.1 Теория игр как научное направление	6
1.2 Основные понятия теории игр	7
1.3 Типы стратегических взаимодействий	8
1.4 Элементы теоретико-игровых моделей.....	10
1.5 Этапы разработки и исследования теоретико-игровых моделей	12
1.6 Решение игры.....	14
2 Одновременные игры.....	17
2.1 Нормальная форма записи.....	17
2.2 Равновесие в доминирующих стратегиях	23
2.3 Равновесие с исключением доминируемых стратегий ..	25
2.4 Равновесие Нэша в чистых стратегиях.....	26
2.5 Равновесие Нэша в смешанных стратегиях	27
2.6 Распространённые одновременные игры	31
2.6.1 Дилемма заключённого.....	31
2.6.2 Модель линейного города.....	32
2.6.3 Модель Хотеллинга-Даунса.....	33
2.6.4 Модель Курно	34
3 Последовательные игры.....	36
3.1 Класс последовательных игр.....	36
3.2 Развёрнутая форма записи	36
3.3 Равновесие, совершенное на подыграх	39

3.4	Коммитмент	41
3.5	Распространённые последовательные игры.....	44
3.5.1	Модель Штекельберга.....	44
3.5.2	Модель поведения потребителя	45
4	Теория аукционов.....	47
4.1	Предмет теории аукционов	47
4.2	Классификация аукционов	47
4.3	Классические форматы аукционов	49
4.3.1	Английский аукцион	49
4.3.2	Голландский аукцион.....	50
4.3.3	Закрытый аукцион первой цены.....	50
4.3.4	Закрытый аукцион второй цены.....	51
5	Вопросы для подготовки к экзамену	53
	Заключение	55
	Литература	56

ВВЕДЕНИЕ

Управление инновационными процессами является неотъемлемой частью развития в современной практике управления сложными организационно-техническими системами. Организации различных уровней постоянно сталкиваются с необходимостью принятия стратегических решений, которые определяют успешность их инновационной деятельности. Однако, в условиях все более конкурентной среды и неопределенности, осуществление эффективного управления инновациями становится все сложнее.

Теория игр, в свою очередь, предлагает набор аналитических инструментов, позволяющих изучать взаимодействие между участниками стратегических взаимодействий и определять оптимальные стратегии действий. Эта дисциплина нашла широкое применение в управлении инновационными процессами, так как позволяет моделировать и анализировать сложные ситуации, где различные участники преследуют конфликтующие интересы.

Цель данного учебного пособия состоит в том, чтобы познакомить читателя с основами теории игр и ее применением в контексте управления инновационными процессами. В учебном пособии рассмотрены различные теоретико-игровые модели и стратегий, а также представлены практические примеры и инструменты для анализа игровых ситуаций в процессах поддержки принятия решений.

Настоящее пособие предназначено для студентов всех форм обучения направления 27.04.05 «Инноватика» и смежных направлений в рамках освоения дисциплины «Математические модели технических объектов управления».

1 ПРЕДМЕТ ТЕОРИИ ИГР

1.1 Теория игр как научное направление

Теория игр является научным направлением на стыке прикладной математики, информатики и кибернетики, изучающим оптимальные решения стратегических агентов в рамках их взаимодействий [1].

Как и у многих смежных научных направлений под обобщённым названием «Decision Sciences» («Науки о принятии решений»), интенсивное развитие и последующая институционализация теории игр пришлось на середину XX века, где основной областью практического применения стала военная отрасль. Так, известны первые работы, посвящённые размещению радиолокационных станций [2] и оптимизации морских логистических маршрутов [3]. Сегодня теория игр применяется при решении актуальных проблем микроэкономики, социологии, психологии, эпидемиологии, экологии, компьютерных наук.

Тем не менее, наибольшее значение теория игр имеет при решении проблем управления в сложных организационно-технических системах – например, в вопросах ценообразования [4–5], управления цепями поставок [6–7], рыночной [8] и ресурсной [9–10] конкуренции, рассматривая при этом поведенческие паттерны на разных уровнях.

Теория игр получила такое широкое применение по причине инвариантности описания стратегических взаимодействий в различных отраслях. Ключевое понятие теории игр – игра – формулируется как стратегическое взаимодействие двух или более стратегических агентов (игроков), обладающих набором взаимозависимых стратегий в рамках рассматриваемого взаимодействия, в котором все попарные (или множественные, в случае более двух агентов) сочетания стратегий приводят к различным исходам, имеющим разную ценность для каждого из игроков [11]. Таким образом, теория игр оказывается применима во всех научных и практических дисциплинах, в которых взаимодействия людей и их объединений удовлетворяют указанным выше предпосылкам.

Инновационные системы по своей природе обладают характеристиками, благодаря которым теория игр становится одним из инструментов, наиболее адекватно описывающих процессы принятия решений. Инновационные системы отличаются от большинства других типов систем тем, что их ключевые исполнители могут рассматриваться как

стратегические агенты, являясь носителями уникальных навыков и обладая способностью к принятию стратегических решений, оказывающих влияние на функционирование системы. Данная особенность делает теорию игр предпочтительным базовым инструментом для формирования комплексного подхода к принятию решений в управлении инновационными системами.

1.2 Основные понятия теории игр

В зависимости от принимаемой научной классификации **теория игр** определяется одним из следующих образов:

- как самостоятельная научная дисциплина, изучающая стратегические решения агентов;
- как раздел исследования операций, посвящённый оптимальному поведению сторон в играх;
- как совокупность методов прикладной математики для изучения оптимальных стратегий в играх.

Различия в данных определениях носят исключительно классификационный характер, что никак не влияет на предмет и методы теории игр. Вне зависимости от отнесения теории игр к тому или иному классу научных дисциплин её предметом являются стратегические взаимодействия агентов в ходе игры.

Игра – это стратегическое взаимодействие двух или нескольких агентов – процесс, в котором участвуют две или более стороны, противостоящие друг другу при реализации собственных интересов. Игра является ключевым понятием теории игр. Необходимо заметить, что в рамках теории игр она формулируется очень широко, выходя далеко за пределы понятия игр в их бытовом смысле.

Под **агентом (игроком)** в теории игр понимается лицо или группа лиц, способных принять решение в собственных интересах с учетом действий других агентов. Решения, принимаемые подобным образом, называются **стратегическими решениями**. Важно обратить внимание, что в данном случае атрибут «стратегический» не относится к уровню целеполагания или горизонту планирования, а демонстрирует целенаправленность поведения агента, принимающего данное решение.

Возможное для принятия агентом решение о выполняемых действиях в рамках игры называется **стратегией**. В зависимости от типа игрового взаимодействия под стратегиями могут пониматься как условные, так и

безусловные решения. Под **профилем стратегий** понимают совокупность выбранных в рамках игры стратегий всех агентов.

Платёж (выигрыш) является количественно измеримым результатом участия конкретного агента в игре. Его размер определяется на основании функции полезности данного агента и профиля стратегий, являющегося исходом данной игры. Функция полезности используется для ранжирования профилей стратегий по уровню их приоритетности для каждого отдельно взятого агента. Она может задаваться как аналитически, так и в табличном виде, в зависимости от особенностей конкретного стратегического взаимодействия.

Совокупность платежей (выигрышей) всех агентов, соответствующих конкретному профилю стратегий, определяет **профиль платежей (выигрышей)**.

1.3 Типы стратегических взаимодействий

Широкое понимание игры как модели стратегического взаимодействия определяет богатое разнообразие типов стратегических взаимодействий. Зачастую именно от типа стратегического взаимодействия зависят особенности теоретико-игровой модели.

Классификация стратегических взаимодействий приведена в табл. 1.1 [12].

Таблица 1.1 – Классификация стратегических взаимодействий

Признак	Виды	Примечание
По количеству игроков	– Парные игр – Множественные игры	
По количеству стратегий	– Конечное число стратегий – Бесконечное число стратегий	В случае, если хотя бы у одного из игроков присутствует бесконечное множество стратегий, игру следует рассматривать как игру с бесконечным числом стратегий
По характеру взаимоотношений игроков	– Некооперативные игры – Кооперативные (коалиционные) игры	Кооперативные игры отличаются от некооперативных возможностью вступления в коалиции. При этом в кооперативных играх возможно перераспределение выигрыша после достижения исхода игрового взаимодействия.

Продолжение табл. 1.1.

Признак	Виды	Примечание
По очерёдности ходов	<ul style="list-style-type: none"> – Одновременные игр – Последовательные игр 	<p>В одновременных играх агенты действуют моментально, не зная действий противников. Последовательные игры предполагают, что действия совершаются в некой заранее определенной или случайной последовательности, где последующие игроки имеют знания о предыдущих стратегиях оппонентов.</p>
По доступности информации	<ul style="list-style-type: none"> – С полной информацией – С неполной информацией 	<p>При владении полной информацией игроки имеют знания о возможных стратегиях оппонентов. В ином случае игра называется игрой с неполной (частичной) информацией. В таком случае информация о возможных стратегиях и выигрышах (как своих, так и оппонентов) задана вероятностно или вообще отсутствует.</p>
По симметрии	<ul style="list-style-type: none"> – Симметричные игры – Асимметричные игры 	<p>Симметричные игры происходят между равноправными агентами с одинаковыми наборами доступных стратегий и одинаковыми функциями полезности. В противном случае игра является асимметричной.</p>
По характеру выигрыша	<ul style="list-style-type: none"> – С нулевой суммой – С ненулевой суммой 	<p>В играх с нулевой суммой увеличение выигрыша одного агента неизменно ведет к соответствующему уменьшению выигрышей других агентов. Сумма выигрышей постоянна и не зависит от выбранных стратегий. В играх с ненулевой суммой увеличение выигрыша одного игрока не обязательно ведет к соответствующему уменьшению выигрышей других агентов. Сумма выигрышей агентов зависит от исхода взаимодействия.</p>
По итеративности	<ul style="list-style-type: none"> – Статические (однократные) игры – Динамические (эволюционные) игры 	<p>Статические игры длятся одну итерацию (играются однократно), в то время как динамические – множество итераций, между которыми возможно изменение параметров игры (например, параметров функций полезности агентов).</p>

Данная классификация стратегических взаимодействий является неполной, но при этом позволяет подбирать для каждого отдельного стратегического взаимодействия собственные методы описания и решения.

Такие правила могут быть строгими (например, в развёрнутой форме возможно описание только последовательных игр), или же могут носить рекомендательный характер (например, рекомендация к использованию гибридных моделей для моделирования эволюционных игр).

1.4 Элементы теоретико-игровых моделей

Вне зависимости от типа игрового взаимодействия, любая игра (теоретико-игровая модель) задаётся тремя элементами:

1. Множество агентов.
2. Множество наборов стратегий агентов.
3. Множество функций полезности агентов.

В формализованном общем виде теоретико-игровая модель определяется следующим образом:

$$G = \langle P, S, F \rangle$$

где G – игровое взаимодействие (модель теории игр, описывающая стратегическое взаимодействие);

P – множество агентов,

S – множество наборов стратегий агентов,

F – множество функций полезности агентов.

$$P = \{P_i\}$$

где P_i – i -ый агент,

i – порядковый номер агента, $i \in [1; n]$,

n – количество агентов, принимающих участие в игровом взаимодействии G , $n \in N$,

N – множество натуральных чисел.

$$S = \{S_i\}$$

где S_i – множество стратегий i -ого агента в рамках игрового взаимодействия G .

$$S_i = \{s_{ij}\}$$

где s_{ij} – j -ая стратегия i -ого агента в рамках игрового взаимодействия G ,

j – порядковый номер стратегии агента, $j \in [1; m_i]$,

m_i – количество стратегий i -ого агента в рамках игрового взаимодействия G .

$$F = \{F_i\}$$

где F_i – функция полезности i -ого агента в рамках игрового взаимодействия G , определённая на произведении множеств стратегий всех агентов (множество исходов игрового взаимодействия).

$$F_i: T \rightarrow R$$

где T – множество исходов игрового взаимодействия,

R – множество вещественных чисел.

Взаимное отношение элементов теоретико-игровой модели (игрового взаимодействия) и соответствующего ей стратегического взаимодействия приведено на рис. 1.1.

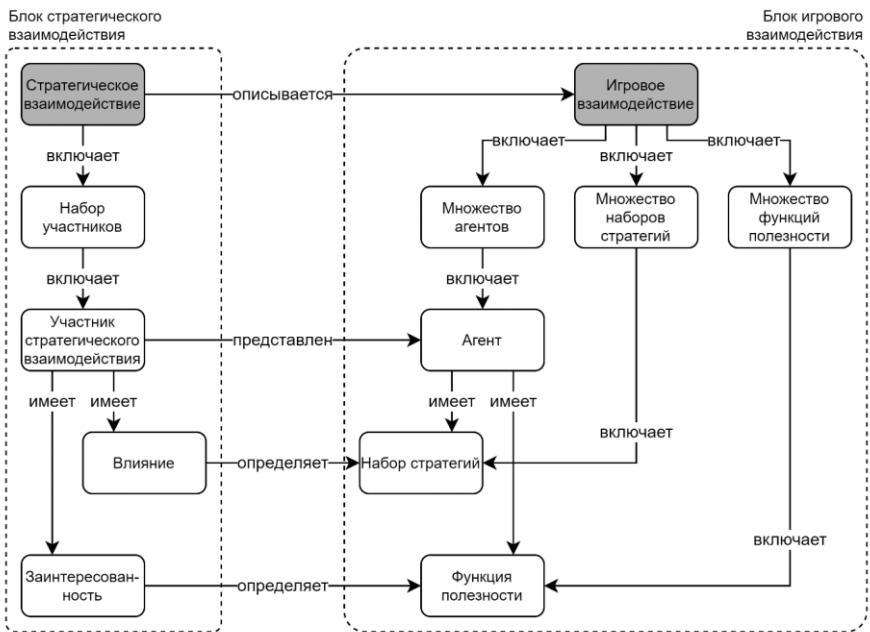


Рисунок 1.1 – Онтологическая модель стратегического и игрового взаимодействий

Онтологическая модель, представленная на рис. 1.1, демонстрирует соответствие элементов стратегического и игрового взаимодействия. Часть модели, размещенная в блоке стратегического взаимодействия, описывает взаимосвязь элементов стратегического взаимодействия. Ключевым элементом данного блока модели (участник стратегического взаимодействия,

влияние, заинтересованность) приведены в соответствие элементы блока игрового взаимодействия (агент, набор стратегий, функция полезности). Множествами этих элементов описывается игровое взаимодействие (игра, теоретико-игровая модель), являющееся модельным описанием стратегического взаимодействия.

1.5 Этапы разработки и исследования теоретико-игровых моделей

Разработка и исследование теоретико-игровых моделей стратегических взаимодействий выполняется за счёт выполнения последовательности действий, представленной на рис. 1.2 [13].

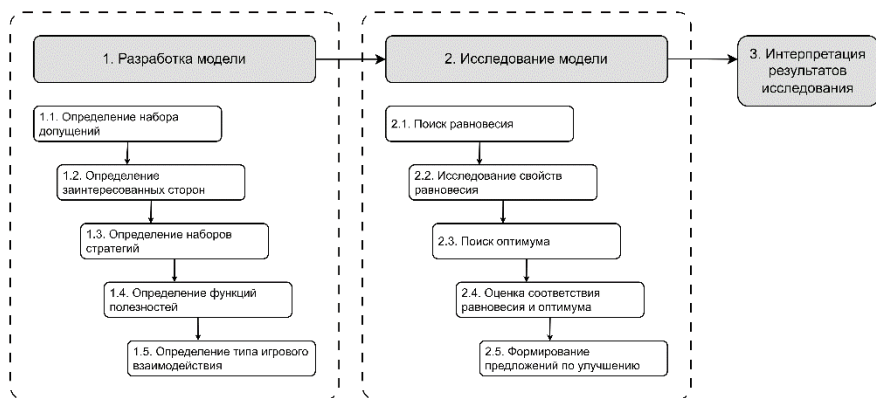


Рисунок 1.2 – Метод разработки и исследования теоретико-игровых моделей

Представленный на рис. 1.2 метод раскрывается следующей последовательностью действий.

1. Разработка теоретико-игровой модели, в частности:
 - 1.1. определение набора допущений для разработки теоретико-игровой модели, отличающих данную модель от соответствующего ей стратегического взаимодействия;
 - 1.2. представление заинтересованных сторон стратегического взаимодействия в виде агентов, принимающих участие в игровом взаимодействии;
 - 1.3. определение набора стратегий каждого агента, принимающего участие в игровом взаимодействии, на базе влияния

соответствующей заинтересованной стороны стратегического взаимодействия;

1.4. определение функции полезности каждого агента, принимающего участие в игровом взаимодействии, на базе заинтересованности в ходе совершения стратегического взаимодействия;

1.5. определение типа игрового взаимодействия на базе классификации стратегических взаимодействий.

2. Исследование теоретико-игровой модели с применением инструментов теории игр, предназначенных для соответствующего типа игровых взаимодействий, в частности:

2.1. поиск равновесия (равновесий) игрового взаимодействия в виде профиля стратегий, при котором ни один из агентов не может увеличить свою функцию полезности за счёт изменения собственной стратегии при условии неизменных стратегий остальных агентов;

2.2. исследование свойств равновесия (равновесий) игрового взаимодействия при различных значениях параметров стратегического взаимодействия, формирование выводов о влиянии отдельных факторов на исходы игрового и стратегического взаимодействий;

2.3. поиск оптимума игрового взаимодействия (при наличии) в виде профиля стратегий, при котором коллективная функция полезности всех агентов, участвующих в игровом взаимодействии, максимальна на всём множестве профилей стратегий;

2.4. оценка соответствия (несоответствия) равновесного и оптимального профилей стратегий игрового взаимодействия, а также значений коллективных функций полезностей агентов, соответствующих данным профилям стратегий;

2.5. формирование предложений по модификации игрового взаимодействия с целью повышения оптимальности равновесного профиля стратегий.

3. Интерпретация результатов исследования теоретико-игровой модели стратегического взаимодействия с применением онтологической модели стратегического и игрового взаимодействий, в частности интерпретация предложений по модификации игрового взаимодействия с целью повышения оптимальности равновесного профиля стратегий на стратегическое взаимодействие для принятия решений.

1.6 Решение игры

Решение игры является более узким понятием по сравнению с полным циклом разработки и исследования теоретико-игровых моделей, однако именно на решении игры концентрируют своё внимание большая часть инструментов теории игр.

В наиболее простом понимании, решить игру – значит определить наиболее вероятный профиль стратегий, выбираемый агентами. В методе разработки и исследования теоретико-игровых моделей стратегических взаимодействий решение игры является только одним из этапов (п. 2.1, «Поиск равновесия»).

Используемое в совокупности с решением игры понятие «Равновесие» означает такой профиль стратегий, при достижении которого рациональному агенту не может быть выгодно изменение собственной стратегии при неизменных стратегиях других агентов. При этом зачастую в сложных организационно-технических системах в положении равновесия коллективная функция полезности не оптимизируется, что и диктует различия между равновесным и оптимальным профилями стратегий. Решение игры означает именно поиск равновесия, а не оптимума.

Равновесия имеют следующие ключевые особенности:

1. Игрок не имеет информации о том, какие стратегии выбирают другие игроки.
2. Выигрыш во взаимодействии для игрока зависит от выбора стратегий другими игроками.
3. Выбор стратегии игроком влияет на выигрыши во взаимодействии для других игроков.

При решении игр следует руководствоваться следующими базовыми предпосылками:

1. Каждый игрок стремится максимизировать свой выигрыш. Игрок рационален, если он максимизирует свой ожидаемый выигрыш с учетом всей имеющейся у него информации.
2. Каждый из игроков знает игру. Игрок знает других игроков, свои и чужие возможные стратегии, свои и чужие ожидаемые выигрыши, а также то, что другие игроки тоже это знают.
3. Свои стратегии игроки выбирают одновременно и независимо. Предварительный обмен информацией между игроками

(доигровые переговоры, сговор, угрозы, обязывающие соглашения) отсутствует.

4. Игра играется однократно. Решения, принимаемые игроками, зависят от текущих условий, но не от результатов предыдущих или ожиданий от следующих игр; месть и благодарность отсутствуют.

Существует значимое множество концепций решения игр, которые не только могут применяться в разных ситуациях, но и могут давать различные результаты. Именно поэтому при исследовании теоретико-игровых моделей рекомендуется использование наиболее «сильных» концепций решения, применимых для данного стратегического взаимодействия. Устойчивость таких решений может проверяться за счёт решения одной и той же игры с помощью нескольких концепций.

Применимость концепций решения игр, как правило, ограничена отдельными классами стратегических взаимодействий. Так, для решения одновременных некооперативных игр используются несколько концепций, представленных на рис. 1.3 [14].

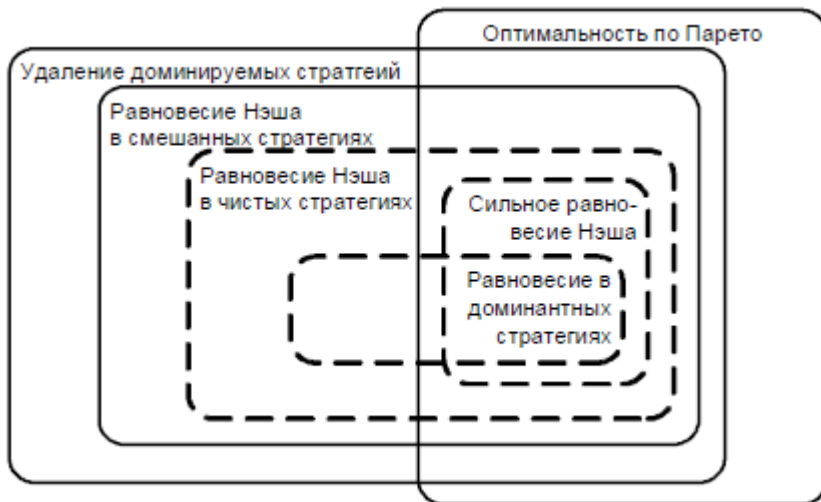


Рисунок 1.3 – Концепции решения одновременных некооперативных игр

В данном учебном пособии для решения одновременных некооперативных игр будут использованы следующие концепции:

- равновесие в доминирующих стратегиях;

- равновесие с исключением доминируемых стратегий;
- равновесие Нэша в чистых стратегиях;
- равновесие Нэша в смешанных стратегиях.

В отношении последовательных некооперативных игр будет использовано равновесие, совершенное на подыграх.

2 ОДНОВРЕМЕННЫЕ ИГРЫ

2.1 Нормальная форма записи

Нормальная форма записи игры является базовым инструментом для описания игровых взаимодействий, обладающих следующими параметрами:

- количество агентов: 2 (больше возможно, но непрактично);
- конечное количество стратегий;
- одновременные;
- статические (однократные);
- некооперативные.

Нормальная форма записи игры представляет собой матрицу, в которой участники и их стратегии отображаются в виде строк и столбцов соответственно. Каждая ячейка матрицы содержит выигрыш каждого игрока в зависимости от выбранных им стратегий. Такая матрица называется платёжной.

Пример платёжной матрицы приведён на рис. 2.1.

Платёжная матрица		Игрок 2	
		Стратегия x2	Стратегия y2
Игрок 1	Стратегия x1	(10;10)	(0;10)
	Стратегия y1	(10;0)	(0;0)

Рисунок 2.1 – Пример платёжной матрицы

В платёжной матрице, приведённой на рис. 2.1, наглядно отображены все основные элементы игрового взаимодействия:

1. Множество агентов:
{Игрок 1; Игрок 2}.
2. Множество наборов стратегий:
{ $\{x_1; y_1\}; \{x_2; y_2\}$ }.
3. Множество функций полезности:
 $\left\{ \begin{matrix} 10 \text{ если } s_2 = "x2" \\ 0 \text{ иначе} \end{matrix} ; \begin{matrix} 10 \text{ если } s_1 = "x1" \\ 0 \text{ иначе} \end{matrix} \right\}$.

Благодаря такому наглядному отображению можно довольно быстро понять, например, что если Игрок № 1 выберет стратегию y_1 , а Игрок № 2 выберет стратегию x_2 , то выигрыш Игрока № 1 составит 10 условных единиц, а выигрыш Игрока № 2 – 0 условных единиц.

Помимо удобного для быстрого восприятия отображения информации, нормальная форма записи игры позволяет выполнять сравнение выигрышей игроков по столбцам и строкам, что пригодится для поиска равновесий.

Платёжная матрица для двух игроков в общем виде выглядит следующим образом (рис. 2.2).

		Игрок Y				
		Стратегия y_1	...	Стратегия y_j	...	Стратегия y_m
Игрок X	Стратегия x_1	(U_{x11}, U_{y11})	...	(U_{x1j}, U_{y1j})	...	(U_{x1m}, U_{y1m})

	Стратегия x_i	(U_{xi1}, U_{yi1})	...	(U_{xij}, U_{yij})	...	(U_{xim}, U_{yim})

	Стратегия x_n	(U_{xn1}, U_{yn1})	...	(U_{xnj}, U_{ynj})	...	(U_{xnm}, U_{ynm})

Рисунок 2.2 – Общий вид платёжной матрицы для двух игроков

На рис. 2.2 используются следующие обозначения:

x_i – i -ая стратегия Игрока X, $i \in N, i \leq n$;

n – количество стратегий Игрока X;

y_j – j -ая стратегия Игрока Y, $j \in N, j \leq m$;

m – количество стратегий Игрока Y;

U_{xij} – выигрыш Игрока X, если Игрок X выбирает стратегию x_i , а Игрок Y – стратегию y_j ;

U_{yij} – выигрыш Игрока Y, если Игрок X выбирает стратегию x_i , а Игрок Y – стратегию y_j .

Этапность построения платёжной матрицы предлагается освоить на примере классической дилеммы заключённого, являющейся одним из наиболее показательных и распространённых примеров теории игр. В данной ситуации дилемма заключённого используется исключительно для демонстрации последовательности действий, составляющих запись игры в нормальной форме. Разъяснение феномена дилеммы заключённого, способы её разрешения, а также примеры аналогичных ситуаций в сложных организационно-технических системах будут приведены в последующих разделах учебного пособия.

Пример:

Двое преступников – А и Б – попались на совершении одного преступления. Полиция изолирует их друг от друга и предлагает каждому из них сделку: если один свидетельствует против другого, а тот хранит молчание, то первый освобождается за помощь следствию, а второй получает максимальный срок лишения свободы (10 лет). Если оба молчат, их деяние квалифицируется по более лёгкой статье, и каждый из них приговаривается к году тюрьмы. Если оба преступника свидетельствуют друг против друга, они получают средний срок (по 3 года). Каждый заключённый выбирает, молчать или свидетельствовать против другого. Однако ни один из них не знает точно, что сделает другой.

Этап 1. Определение набора агентов.

На данном этапе необходимо понять, какие агенты принимают решение в данной ситуации. Очевидно, что выбор ставится перед двумя преступниками, каждый из которых принимает решение обособленно, причём их решения влияют не только на собственный результат, но и результат напарника.

В качестве потенциального агента так же можно рассмотреть некоего внешнего субъекта – того, кто ставит перед преступниками такой выбор. Однако, в примере заведомо обозначаются его действия, и в рамках данного

взаимодействия он решения не принимает. По этой причине внешний субъект не является агентом в рамках игрового взаимодействия.

Таким образом, набор агентов включает в себя два элемента – «Преступник А» и «Преступник Б». Эти элементы располагаются в заголовках строк и граф платёжной матрицы.

Этап 2. Определение наборов стратегий агентов.

В примере однозначно указывается: *«Каждый заключённый выбирает, молчать или свидетельствовать против другого»*. Таким образом, у каждого из агентов две стратегии, которые можно условно назвать «Молчание» и «Показания». Эти стратегии записываются в строки и графы платёжной матрицы.

Следует обратить внимание, что дилемма заключённого представляет собой симметричное игровое взаимодействие, поэтому наборы стратегий обоих агентов являются одинаковыми. В случае с асимметричным игровым взаимодействием необходимо определять набор стратегий для каждого агента в отдельности.

Этап 3. Определение функций полезностей агентов.

Функция полезности агентов в дилемме заключённого измеряется в годах, полученных за совершение преступления. Для игрового взаимодействия с двумя агентами, каждый из которых имеет две стратегии, необходимо определить выигрыши (проигрыши) каждого агента для каждого из четырёх исходов игрового взаимодействия. В зависимости от исхода преступники будут получать следующие значения функции полезности:

- 0 (в случае, если он даёт показания, а его напарник молчит);
- -1 (в случае, если оба молчат);
- -3 (в случае, если оба дают показания);
- -10 (в случае, если он молчит, а его напарник даёт показания).

Профили платежей, состоящие из сочетаний выигрышей (проигрышей) обоих агентов, заносятся в платёжную матрицу на пересечении соответствующих строк и граф.

Этап 4. Формирование платёжной матрицы.

Определённые на этапах 1–3 элементы заносятся в платёжную матрицу так, как показано на рис. 2.3.

		Преступник Б	
		Молчание	Показания
Преступник А	Молчание	(-1; -1)	(-10;0)
	Показания	(0; -10)	(-3; -3)

Рисунок 2.3 – Платёжная матрица дилеммы заключённого

В качестве практики по записи игровых взаимодействий в нормальной форме предлагается составить платёжную матрицу для трёх описанных ниже ситуаций.

Задание 2.1. Запись игры в нормальной форме.

Составьте платёжную матрицу для следующих ситуаций:

а) Два приятеля обособленно решают, куда сходить на выходных. Первому больше нравится футбол (+1 полезность), другому – хоккей (+1 полезность). При этом оба хотят провести выходной вместе (+3 полезности).

б) Студент на экзамене может спрятать шпаргалку в один из двух карманов (левый или правый). Преподаватель может попросить студента показать содержимое одного из карманов. В случае, если преподаватель находит шпаргалку, он получает платеж +1, иначе этот платеж получает студент.

в) Две компании в небольшом городке обособленно решают, какую обувь им продавать – мужскую или женскую (только одну). Объем рынка мужской обуви – 4 тысячи долларов в месяц, женской – 6 тысяч долларов в месяц. В случае, если две компании заходят на один рынок, они

делят его пополам. Если на рынок заходит одна компания, она занимает его полностью.

В случае, если количество агентов в игровом взаимодействии больше двух, платёжная матрица принимает вид сводной таблицы, где в одном измерении могут последовательно располагаться два или более агентов (рис. 2.4).

				Агент 3	
Агент 1		Агент 2			

Рисунок 2.4 – Платёжная матрица с тремя агентами

Профили платежей, располагающиеся в ячейках на пересечении соответствующих строк и столбцов, в этом случае состоят из трёх выигрышей (проигрышей) – ко количеству агентов.

Задание 2.2. Запись игры в нормальной форме.

Составьте платёжную матрицу для следующей ситуации:

У 3 студентов возникли проблемы с расписанием: важная пара совпала с карьерным форумом, на который каждый из студентов хочет пойти. Присутствие каждого из студентов на карьерном форуме принесет потенциальную пользу каждому из них, однако у студента № 2 отсутствует место практики, поэтому его полезность от посещения карьерного форума составляет 3 ед., других студентов – 1 ед. Преподаватель отмечает на занятии, поэтому студенты не прогуливают без весомой причины. У студента № 3 большие проблемы с посещаемостью, поэтому он оценивает свое посещение занятия в 2 ед., а остальные студенты – в 1 ед. Студент № 1 и студент № 3 в не очень хороших отношениях, поэтому их присутствие на одном мероприятии

убавит у каждого из них по 1 ед. полезности. Если на занятии будет присутствовать менее 2 студентов, то преподаватель будет опечален этим фактом, и полезность каждого из студентов снизится на 2 ед.

Для понимания применимости теории игр в повседневной жизни и профессиональной сфере, а также для развития навыков выявления ситуаций, описываемых на языке теории игр, предлагается выполнение следующего задания.

Задание 2.3. Выявление игровых взаимодействий.

1. Выявить и описать естественным языком три одновременных игровых взаимодействия (включающих принятие стратегического решения):
 - в повседневной жизни;
 - в профессиональной среде;
 - в сложных организационно-технических системах.
2. Записать эти игровые взаимодействия в нормальной форме, построив для каждого из них платёжную матрицу.

2.2 Равновесие в доминирующих стратегиях

Для поиска равновесий в доминирующих стратегиях необходимо определиться с понятием доминирующей стратегии.

Стратегия игрока является строго доминирующей, если она дает наибольший выигрыш игрока при любых стратегиях других игроков.

Стратегия игрока является слабо доминирующей, если она дает наибольший или равный наибольшему выигрыш игрока при любых стратегиях других игроков.

Доминирующие стратегии имеют следующие особенности:

1. Если у рационального агента есть в наличии строго доминирующая стратегия, то он будет выбирать именно её.
2. Если у рационального агента есть в наличии несколько слабо доминирующих стратегий, то он будет выбирать одну из них.

Наличие доминирующей стратегии является вырожденным случаем в игровых взаимодействиях, так как при этом не агент при принятии решения может не принимать во внимание действия других агентов, то есть по определению такое решение не является стратегическим. Однако,

доминирующие стратегии всё же рассматриваются теорией игр как возможные промежуточные этапы в сложносоставных игровых взаимодействиях.

Равновесие в доминирующих стратегиях определяется как профиль стратегий, состоящий из доминирующих стратегий каждого агента, участвующего в стратегическом взаимодействии. Из определения становится ясно, что равновесие в доминирующих стратегиях существует только в тех игровых взаимодействиях, в котором каждый агент обладает доминирующей стратегией.

Платёжная матрица игры с равновесием в доминирующих стратегиях приведена на рис. 2.5. В ней предварительно расставлены метки, означающие лучшую стратегию каждого игрока в ответ на каждую стратегию другого игрока (зелёные метки для игрока X, жёлтые метки для игрока Y).

		Игрок Y		
		Стратегия y1	Стратегия y2	Стратегия y3
Игрок X	Стратегия x1	● 9; 0	● 8; 4 ●	● 4; 4 ●
	Стратегия x2	6; 5	4; 5	0; 6 ●
	Стратегия x3	5; 9 ●	7; 1	2; 9 ●

Рисунок 2.5 – Равновесие в доминирующих стратегиях

На рис. 2.5 стратегия x1 игрока X является строго доминирующей, так как она даёт игроку X наибольший выигрыш при любых стратегиях игрока Y. Стратегия y3 игрока Y является слабо доминирующей, так как она даёт игроку Y наибольший (или равный наибольшему) выигрыш при любых стратегиях игрока X. Соответственно, профиль стратегий (x1; y3) является равновесием в доминирующих стратегиях.

Заметим, что в этой игре равновесие в доминирующих стратегиях не является оптимумом игры, так как в ряде других профилей стратегий оба игрока могут получить больший выигрыш – такими профилями стратегий являются (x2; y1) и (x3; y1). Также существуют профили стратегий, при которых один из игроков может получить больший выигрыш при неизменном выигрыше другого игрока – например, в профилях стратегий (x1; y2) или

($x_2; y_2$). Тем не менее, эти профили стратегий не являются устойчивыми в отличие от равновесия в доминирующих стратегиях – в каждом из перечисленных случаев один из игроков может поменять свою стратегию, увеличив свой выигрыш и уменьшив выигрыш другого игрока.

Равновесие в доминирующих стратегиях существует далеко не во всех играх, так как для этого требуется наличие доминирующих стратегий у каждого из агентов. Следовательно, эту концепцию решения нельзя считать универсальным инструментом.

2.3 Равновесие с исключением доминируемых стратегий

Так же, как и в случае с равновесием в доминирующих стратегиях, начнём с определения доминируемой стратегии.

Стратегия игрока является доминируемой, если у этого же игрока существует другая стратегия, дающая больший выигрыш при любых стратегиях других игроков.

Поиск равновесия с исключением доминируемых стратегий выполняется итеративно за счёт последовательного удаления доминируемых стратегий.

Рассмотрим игру, платёжная матрица которой представлена на рис. 2.6. В ней так же предварительно расставлены метки, означающие лучшую стратегию каждого игрока в ответ на каждую стратегию другого игрока (зелёные метки для игрока X, жёлтые метки для игрока Y).

		Игрок Y		
		Стратегия y1	Стратегия y2	Стратегия y3
Игрок X	Стратегия x1	4; 3	2; 7 ●	● 0; 4
	Стратегия x2	● 5; 5 ●	● 5; -1	-4; -2

Рисунок 2.6 – Равновесие с исключением доминируемых стратегий (шаг 1)

В представленной игре равновесие в доминирующих стратегиях отсутствует. Однако, можно заметить, что стратегия y_3 игрока Y не является

для него лучшей стратегией при любой стратегии игрока X. Иными словами, стратегия u_3 – доминируемая стратегия игрока Y. Следовательно, её можно убирать из рассмотрения, переходя к промежуточной игре, платёжная матрица которой представлена на рис. 2.7.

		Игрок Y	
		Стратегия y_1	Стратегия y_2
Игрок X	Стратегия x_1	4; 3	2; 7 ●
	Стратегия x_2	● 5; 5 ●	● 5; -1

Рисунок 2.7 – Равновесие с исключением доминируемых стратегий (шаг 2)

В платёжной матрице на рис. 2.7 так же есть доминируемая стратегия – на этот раз стратегия x_1 является не является лучшей стратегией игрока X при любых стратегиях игрока Y. Убрав её из рассмотрения, получаем, что игроку X в рамках данной игры рационально выбирать стратегию x_2 . Лучшим ответом игрока Y на стратегию x_2 игрока X является стратегия y_1 . Таким образом, равновесием с исключением доминируемых стратегий в приведённой игре является профиль стратегий $(x_2; y_1)$.

Равновесие с исключением доминируемых стратегий так же, как и равновесие в доминирующих стратегиях, существует в ограниченном наборе игровых взаимодействий. Тем не менее, это равновесие уже не является вырожденным, так как при принятии собственных решений агентам требуется учитывать потенциальные действия других агентов.

2.4 Равновесие Нэша в чистых стратегиях

Равновесие Нэша является более распространённой концепцией решения игр, так как не требует от игрового взаимодействия наличия доминирующих или доминируемых стратегий.

Равновесие Нэша (в чистых стратегиях) – это профиль стратегий, каждая стратегия в котором является наилучшим ответом соответствующего игрока на стратегии, выбранные другими игроками.

Иными словами, равновесием Нэша (в чистых стратегиях) является такой профиль стратегий, в котором ни один из игроков не будет менять собственную стратегию при условии, что он знает стратегии других игроков.

Приведённые определения синонимичны, но каждое из них порождает свой способ нахождения равновесия Нэша в чистых стратегиях.

Первый способ заключается в определении для каждого игрока наилучшей ответной стратегии на каждую совокупность стратегий других игроков подобно тому, как это было сделано на рис. 2.5 и рис. 2.6 (в этих платёжных матрицах для каждого из игроков были проставлены метки, соответствующие наилучшим ответным стратегиям). Профиль стратегий, являющийся наилучшим ответом для каждого игрока, принимающего участие в игровом взаимодействии, является равновесием Нэша в чистых стратегиях. Так, на рис. 2.5 равновесием Нэша в чистых стратегиях является профиль стратегий $(x1; y3)$, а на рис. 2.6 – $(x2; y1)$.

Второй способ заключается в последовательном переборе профилей стратегий, каждый из которых проверяется на предмет того, может ли хотя бы один из агентов увеличить свой выигрыш за счёт выбора другой стратегии при фиксированных стратегиях других агентов. В случае, если при выбранном исходе игрового взаимодействия ни один из агентов не в состоянии повысить свой выигрыш таким образом, данный профиль стратегий признаётся равновесием Нэша в чистых стратегиях. Нетрудно проверить, что равновесия Нэша на рис. 2.5 и рис. 2.6 удовлетворяют этим условиям.

В зависимости от особенностей игрового взаимодействия, оно может не иметь равновесий Нэша в чистых стратегиях или же иметь его в единственном числе или множественном числе.

2.5 Равновесие Нэша в смешанных стратегиях

Равновесие Нэша в смешанных стратегиях является обобщением понятия равновесия Нэша. При поиске равновесий Нэша в смешанных стратегиях само понятие стратегии модифицируется по сравнению с соответствующим понятием, рассматриваемым ранее.

Рассматриваемые ранее стратегии называются чистыми, что подразумевает под собой однозначный и детерминированный выбор конкретной стратегии агентов.

Смешанные стратегии представляют собой вероятностные распределения над чистыми стратегиями в игре. В контексте теории игр, смешанная стратегия для каждого игрока определяет вероятность, с которой он выбирает каждое из своих действий. Использование смешанных стратегий позволяет моделировать случайные и непредсказуемые решения игроков.

Приведём пример. Если агент X имеет две чистые стратегии (x_1 и x_2), то его смешанная стратегия записывается в параметризованном виде следующим образом: $\alpha \cdot x_1 + (1-\alpha) \cdot x_2$. Такая запись означает, что агент X с вероятностью α выбирает стратегию x_1 , а в остальных случаях – стратегию x_2 . Путём нахождения равновесного значения α решается задача поиска равновесия Нэша в смешанных стратегиях.

Равновесие в смешанных стратегиях – такой профиль стратегий, при котором каждый игрок выбирает свою смешанную стратегию с учётом действий остальных игроков, и ни один игрок не имеет мотивации изменить свою стратегию, учитывая стратегии остальных.

Важно заметить, что равновесие Нэша в чистых стратегиях является частным случаем равновесия Нэша в смешанных стратегиях, достигаемое при значениях вероятности выбора одной из чистых стратегий, равной 1. Таким образом, задача поиска равновесия Нэша в смешанных стратегиях имеет смысл только в играх с отсутствующим или неоднозначным (множественным) равновесием Нэша в чистых стратегиях.

При этом равновесие Нэша в смешанных стратегиях обладает теми же свойствами, что и равновесие Нэша в чистых стратегиях: ни один из игроков не может улучшить свою ситуацию, поменяв свой выбор, при фиксированных стратегиях других игроков.

Задача поиска равновесия Нэша в смешанных стратегиях сводится к нахождению вероятностей, с которыми агенты, участвующие в игре, будут выбирать свои чистые стратегии. Таким образом, эта задача представляет собой поиск параметров.

Алгоритм поиска равновесия Нэша в смешанных стратегиях включает в себя два принципиальных шага:

1. Нахождение параметризованного выигрыша других игроков от выбора каждой чистой стратегии.

2. Приравнивание этих выигрышей с целью нахождения параметра.

За счёт приравнивания выигрышей от выбора чистых стратегий достигается безразличность результата игрового взаимодействия для всех агентов, что не позволяет им повышать свой выигрыш, меняя соотношение вероятностей выбора чистых стратегий.

В качестве примера найдём равновесие в смешанных стратегиях для игры, представленной на рис. 2.8.

		Агент Y	
		y1	y2
Агент X	x1	(0; 2)	(4; 1)
	x2	(1; 0)	(0; 3)

Рисунок 2.8 – Платёжная матрица для нахождения равновесия Нэша в смешанных стратегиях

Для начала следует убедиться в следующем:

1. В игре отсутствует единственное равновесие Нэша в чистых стратегиях. В противном случае задача поиска равновесия Нэша в смешанных

стратегиях не имеет смысла. В приведённом примере равновесия Нэша в чистых стратегиях отсутствуют.

2. В игре отсутствуют доминируемые стратегии. В противном случае требуется их исключить перед поиском равновесия Нэша в смешанных стратегиях.

Следующим шагом параметризуем стратегии агентов:

– стратегия агента X: $\alpha \cdot x_1 + (1-\alpha) \cdot x_2$

– стратегия агента Y: $\beta \cdot y_1 + (1-\beta) \cdot y_2$

Выигрыш агента Y при выборе стратегии y_1 :

$$\alpha * 2 + (1 - \alpha) * 0 = 2\alpha$$

Выигрыш агента Y при выборе стратегии y_2 :

$$\alpha * 1 + (1 - \alpha) * 3 = 3 - 2\alpha$$

Приравнивая эти выигрыши, получаем:

$$\alpha = \frac{3}{4}$$

Выигрыш агента X при выборе стратегии x_1 :

$$\beta * 0 + (1 - \beta) * 4 = 4 - 4\beta$$

Выигрыш агента X при выборе стратегии x_2 :

$$\beta * 1 + (1 - \beta) * 0 = \beta$$

Приравнивая эти выигрыши, получаем:

$$\beta = \frac{4}{5}$$

Таким образом, равновесие Нэша в смешанных стратегиях для игр, представленной на рис. 2.8, имеет вид:

$$\left(\frac{3}{4}x_1 + \frac{1}{4}x_2; \frac{4}{5}y_1 + \frac{1}{5}y_2 \right)$$

Нетрудно проверить, что найденный профиль стратегий является равновесием Нэша в смешанных стратегиях: ни один из агентов не может увеличить свой выигрыш за счёт изменения соотношения собственных чистых стратегий.

Важной особенностью равновесия Нэша в смешанных стратегиях является его единственность – любое другое соотношение чистых стратегий будет позволять увеличить выигрыш как минимум для одного из агентов.

Задание 2.4. Равновесие Нэша в смешанных стратегиях.

Найти равновесие Нэша для игры, представленной на рис. 2.9.

		Агент Y	
		y1	y2
Агент X	x1	(4; 3)	(1; 1)
	x2	(0; 0)	(3; 4)

Рисунок 2.9 – Платёжная матрица для задания 2.4

Равновесие в смешанных стратегиях является ключевым концептом в теории игр, позволяющим предсказать поведение игроков в ситуациях неопределённости и случайности.

2.6 Распространённые одновременные игры

2.6.1 Дилемма заключённого

Дилемма заключённого – это классический пример игры из теории игр, который иллюстрирует конфликт между индивидуальным интересом и общим благом. В этой игре два заключённых имеют выбор сотрудничества или предательства, и их выигрыши зависят от совместного решения.

Формулировка игры:

Два заключённых арестованы за совершение преступления и помещены в изолированные камеры. Каждому предлагается выбор: сотрудничать с партнёром и не выдавать его (сотрудничество) или предать

партнёра, признав его преступление (предательство). Выигрыши определяются следующим образом:

1. Если оба заключённых сотрудничают (не предают друг друга), они получают относительно невысокие наказания, например, по два года тюрьмы за каждого.

2. Если один из заключённых сотрудничает, а другой предаёт, тот, кто предал, получает минимальное наказание, а тот, кто был предан, – максимальное.

3. Если оба заключённых предают друг друга, то оба получают средние наказания.

Индивидуальный интерес каждого заключённого состоит в минимизации своего времени в тюрьме, что подталкивает его к предательству. Однако, если оба предадут друг друга, они оба получают более высокие наказания, чем при сотрудничестве. Таким образом, с точки зрения общего блага, сотрудничество выглядит более выгодным для обоих заключённых, но индивидуальный интерес толкает к предательству.

Дилемма заключённого является классическим примером ситуации, в которой индивидуальные рациональные решения приводят к невыгодным результатам для общества в целом. Она иллюстрирует важность кооперации и доверия в стратегических взаимодействиях, а также сложности достижения социального равновесия в конкурентной среде.

2.6.2 Модель линейного города

Модель линейного города является классическим примером игры в теории игр, которая используется для исследования стратегических взаимодействий между участниками, расположенными на линейной структуре. Эта модель представляет собой упрощённую абстракцию реальных ситуаций, таких как распределение рынков, местоположение фирм или выбор маршрутов в транспортных системах.

Формулировка игры:

Представим, что на линейной структуре (например, дороге, улице или торговой улице) расположены две или более фирмы, конкурирующие за клиентов. Клиенты находятся равномерно распределёнными по этой

структуре и могут выбирать, к которой фирме обратиться за услугами или продукцией.

Каждая фирма имеет возможность выбора местоположения на этой линейной структуре. Выбор местоположения фирмы определяет ее доступность для клиентов и, следовательно, ее конкурентоспособность.

Каждая фирма выбирает свое местоположение на линейной структуре, стремясь максимизировать свою выручку от клиентов. Клиенты выбирают ближайшую к ним фирму для удовлетворения своих потребностей или покупок. Фирмы конкурируют за клиентов, и выручка каждой фирмы зависит от количества клиентов, которые выбирают именно ее.

Фирмы принимают стратегические решения о выборе местоположения с учетом действий конкурентов. Они должны учитывать, что выбор местоположения одной фирмы влияет на доступность и выручку другой фирмы.

Модель линейного города позволяет анализировать стратегические решения участников в условиях ограниченных ресурсов и влияния конкуренции на их действия. Она помогает понять взаимосвязь между местоположением, доступностью и конкурентоспособностью в различных сферах деятельности.

2.6.3 Модель Хотеллинга-Даунса

Модель Хотеллинга-Даунса является развитием модели линейного города, примененным к выборной системе. Эта модель помогает понять, какие политические позиции займут кандидаты и как это повлияет на исход выборов.

Формулировка игры:

Представим, что на политической оси (например, от левых к правым) находятся два политических кандидата, конкурирующих за голоса избирателей. Избиратели размещены на этой оси, и каждый из них выбирает кандидата, наиболее близкого к своим взглядам.

Каждый кандидат имеет возможность выбора своей политической позиции на этой оси. Политическая позиция кандидата определяет его платформу, программу и степень соответствия с предпочтениями избирателей.

Кандидаты выбирают свою политическую позицию на основе предположений о предпочтениях избирателей и стремятся максимизировать количество полученных голосов. Избиратели выбирают кандидата, чьи политические взгляды наиболее соответствуют их собственным убеждениям и интересам. Кандидаты конкурируют за голоса избирателей, и их успех зависит от того, насколько хорошо они представляют интересы своего электората.

Кандидаты принимают стратегические решения о выборе своей политической позиции с учетом предполагаемых действий оппонентов. Они стремятся занять такую позицию, которая максимизирует их шансы на победу, учитывая предпочтения избирателей и политическую платформу конкурентов.

Модель Хотеллинга-Даунса в выборной системе помогает анализировать стратегические решения политических кандидатов и предсказывать исход выборов на основе их политических позиций и предпочтений избирателей. Она помогает понять, как конкуренция влияет на формирование политических платформ и результаты выборов.

2.6.4 Модель Курно

Модель Курно – модель из теории игр, предложенная французским экономистом Оливье Курно, которая используется для анализа стратегического поведения фирм в условиях конкуренции на рынке. В этой модели фирмы принимают решения о количестве производимого продукта, стремясь максимизировать свою прибыль, учитывая действия конкурентов.

Формулировка игры:

На рынке присутствует несколько фирм, каждая из которых производит продукт, который считается субститутом продукции других фирм. Фирмы одновременно принимают решения о количестве производимого продукта, а затем устанавливают цены на свои товары.

Фирмы выбирают количество производимого продукта, стремясь максимизировать свою прибыль. Они принимают во внимание предполагаемые реакции конкурентов на свои действия. Фирмы конкурируют за долю рынка и прибыль, учитывая цены и количества продукции

конкурентов. Фирмы учитывают, как их действия повлияют на решения конкурентов и на общий спрос на рынке.

Фирмы принимают стратегические решения о количестве производимого продукта, основываясь на предполагаемых действиях конкурентов. Они должны учитывать, как изменения своего производства повлияют на рыночные цены и прибыль конкурентов.

Модель Курно является важным инструментом для анализа конкуренции на рынке и принятия стратегических решений фирмами. Она помогает понять, как изменения в стратегиях одной фирмы влияют на решения ее конкурентов и на общий результат на рынке.

3 ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ ИГРЫ

3.1 Класс последовательных игр

Последовательные игры – класс игр в теории игр, где участники принимают решения поочередно, и каждый игрок принимает свое решение, учитывая действия предыдущих игроков. Эти игры представляют собой сценарии стратегического взаимодействия, где последовательность ходов играет ключевую роль в определении исхода.

В отличие от одновременных игр, в последовательных играх игроки принимают свои решения не одновременно, а поочередно. Каждый игрок делает свой ход после того, как он видит действия предыдущих игроков. Последовательность ходов определяется заранее и может быть строго определена или иметь определенную степень неопределенности.

Игроки принимают свои решения в определенной последовательности, начиная с одного из них и двигаясь к следующему. Каждый игрок имеет информацию (точную или вероятностную) о предыдущих ходах, которая влияет на его стратегические решения. Игроки выбирают свои стратегии, стремясь максимизировать свои выигрыши, учитывая предыдущие действия других игроков и предполагаемые последствия своих собственных решений.

Существуют и так называемые комбинированные игровые взаимодействия, где в игроки в зависимости от условий или стадии игры принимают решения одновременно или последовательно. Как правило, такие игры рассматриваются как последовательные со «вложенными» одновременными этапами, которые рассматриваются отдельно.

3.2 Развёрнутая форма записи

Развёрнутая форма записи игр является методом представления игры в теории игр, который используется для детального описания всех возможных ходов игроков и их результатов на протяжении всей последовательности действий. Этот метод предоставляет полную информацию о стратегических вариантах и исходах игры, что позволяет анализировать ее с учетом всех возможных сценариев.

В развёрнутой форме записи игры каждый возможный ход игрока и его реакция на этот ход отображаются в древовидной структуре, называемой

деревом игры. Каждый узел дерева представляет собой конкретную ситуацию в игре, а рёбра, исходящие из узлов, обозначают возможные ходы и их последствия.

Конечные узлы дерева представляют собой исходы игры с указанием выигрышей для каждого игрока. Такие узлы называются терминальными вершинами.

Пример.

Компания разрабатывает свою ценовую политику. Она может поднять цены, удержать их на уровне или снизить. Компания знает, что после того, как она примет решение, точно такое же решение будет принимать ее конкурент. Каким будет исход у данной ситуации?

Дерево игры для стратегического взаимодействия, представленного в примере, приведено на рис. 3.1.

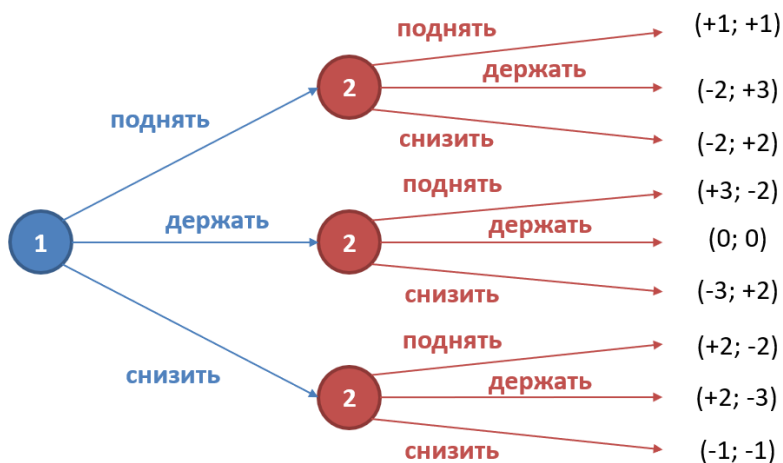


Рисунок 3.1 – Развёрнутая форма записи (пример)

Дерево игры содержит 13 вершин:

- 1 вершина (начало игры), соответствующая выбору первым агентом собственного действия;
- 3 вершины (промежуточные), соответствующие выборам вторым игроком собственных действий;
- 9 терминальных вершин, соответствующих исходам стратегического взаимодействия, для которых указаны профили платежей.

Из каждой вершины принятия решений исходит несколько направленных по ходу игры рёбер, соответствующих возможным действиям конкретного агента в этой точке игры. Важно заметить, что каждый агент, принимая решение в каждой точке, стремится максимизировать именно собственный выигрыш, игнорируя интересы всех остальных агентов (согласно определению рационального агента).

Под стратегиями в последовательных играх понимаются все множественные комбинации возможных действий агентов во всех точках принятия решений. Так, в приведённом примере у агента 1 есть всего одна точка принятия решений, соответственно у него есть только 3 стратегии, соответствующие действиям в этой точке. В то же время у агента 2 есть три точки принятия решений, в каждой из которых у него есть три варианта действия. В связи с этим у него имеются 27 возможных стратегий, которые имеют вид, к примеру, {снизить; поднять; поднять}, что интерпретируется как правило, принимаемое агентом 2 перед началом игры – «если агент 1 будет поднимать цены, я их снижу, а в двух других случаях я их буду поднимать». Данный момент важно также учитывать при указании профилей стратегий, в том числе, при указании равновесия, совершенного на подыграх.

Для последующего решения такой игры требуется ввести ещё одно понятие – понятие подыгры.

Подыгры представляют собой ситуации, которые возникают внутри общей игры и имеют свои собственные деревья решений. В развёрнутой форме записи игр подыгры отображаются как часть общего дерева игры, что позволяет анализировать стратегические варианты и исходы внутренних сценариев в контексте основной игры.

Подыгры в развёрнутой форме записи игр представляют собой части дерева игры, которые возникают из определенных узлов основной игры. Они могут возникать при определенных условиях или в результате определенных ходов игроков. Подыгры также представляются в виде древовидной

структуры, где каждый узел представляет собой состояние подыгры, а дуги обозначают ходы и реакции игроков внутри нее.

В приведённом примере игра состоит из 4 подыгр, каждой из которых соответствует точка принятия решений.

3.3 Равновесие, совершенное на подыграх

Равновесие, совершенное на подыграх, представляет собой концепцию в теории игр, которая описывает стратегическое поведение игроков внутри конкретных ситуаций или подыгр.

Равновесие, совершенное на подыграх, означает, что каждый игрок выбирает оптимальную стратегию не только на текущем уровне игры, но и на всех последующих подыграх, которые могут возникнуть в результате его действий. Это означает, что игроки предвидят все возможные последствия действий (как собственных, так и других игроков) и выбирают стратегии, максимизирующие их выигрыш на всех уровнях игры.

Равновесие, совершенное на подыграх, описывает стратегии, которые не могут быть улучшены ни одним из игроков при условии, что все они действуют рационально, максимизируя свой выигрыш.

Для поиска равновесия, совершенного на подыграх, используется алгоритм обратной индукции. Он представляет собой метод анализа последовательных игр, который используется для определения равновесий в них посредством нахождения равновесий в подыграх. Этот алгоритм позволяет предсказать оптимальные стратегии каждого игрока, начиная с конца игры и двигаясь назад по дереву игры.

Алгоритм обратной индукции включает в себя следующие шаги:

1. Рассматривается одна из подыгр, не включающих в себя нерешённых вложенных подыгр. Иными словами, в рассматриваемой подыгре все возможные действия должны вести к терминальным вершинам.

2. Находится наиболее предпочтительный выбор игрока, принимающего решение в этой подыгре.

3. Подыгра заменяется терминальной вершиной, соответствующей выбранному действию. В том числе, в неё переносятся профиль платежей игроков из предшествующей терминальной вершины.

После этого следует перейти к следующей подыгре, не включающей в себя нерешённых вложенных подыгр. Эти действия выполняются до тех пор,

пока не останется единственная терминальная вершина – именно эта вершина будет соответствовать исходу игрового взаимодействия, являющемуся равновесием, совершенным на подыграх.

Так, игра на рис. 3.1 после решения трёх вложенных подыгр (соответствующих точкам принятия решения агентом 2) будет иметь вид, представленный на рис. 3.2.

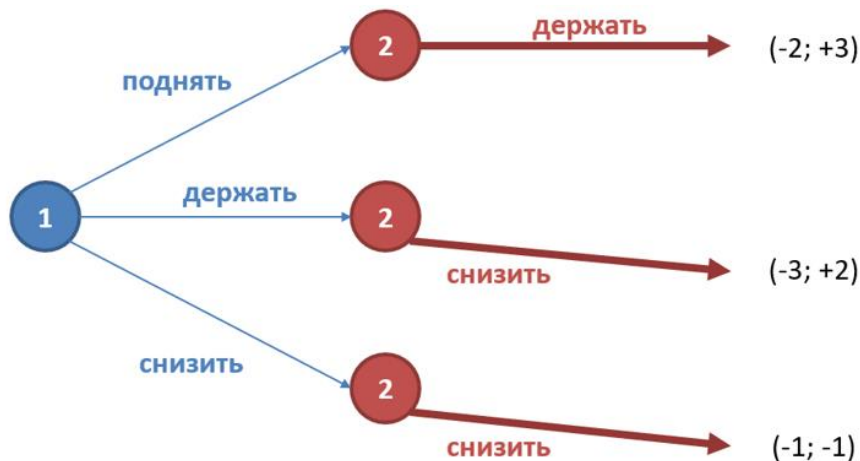


Рисунок 3.2 – Поиск равновесия, совершенного на подыграх

Последним шагом определяется, что на подыгре, соответствующей всей игре целиком, агент 1 пример решение «снизить» в целях максимизации своего выигрыша.

Таким образом, равновесием, совершенным на подыграх, является профиль стратегий ($\{\text{снизить}\}$; $\{\text{держать, снизить, снизить}\}$).

Задание 3.1. Равновесие, совершенное на подыграх.

Компания N планирует выход со своей продукцией на рынок города А или В (только один). Емкости рынков в городах соответствуют 80 и 200 тыс. долл. в год. При этом в городе А конкуренции нет, и компания может занять рынок целиком, а в городе В весь рынок уже занят крупной компанией-конкурентом.

В случае решения компании N разворачивать деятельность в городе В компания-конкурент может предпринять одно из следующих действий:

1. Заключить соглашение с компанией N о разделе рынка в соотношении 2к1 в свою пользу.
2. Развязать рекламную войну, в результате чего рынок предположительно поделится в соотношении 3к1 в пользу крупной компании, но при этом компании ежегодно будут тратить на рекламу по 18 тыс. долл.
3. Начать ценовую конкуренцию, в результате чего удастся сохранить 55% рынка, но доходы обеих компаний сократятся примерно на 5%.

Запишите игру в развернутой форме. Ответьте на вопросы:

1. Какое количество стратегий есть у компании N?
2. Какое количество стратегий есть у компании-конкурента?
3. Какое количество профилей стратегий в игре?
4. Какое количество терминальных вершин в игре?
5. Какой максимальный доход может получить компания N?
6. Какой максимальный доход может получить компания-конкурент?
7. Какая стратегия компании N в положении равновесия?
8. Какая стратегия компании-конкурента в положении равновесия?
9. Какой доход компании N в положении равновесия?
10. Какой доход компании-конкурента в положении равновесия?
11. При каком минимальном объеме рынка в городе В компания N решит выходить на него?

3.4 Коммитмент

Коммитмент в теории игр относится к стратегическим действиям, которые игрок совершает для ограничения своих будущих выборов в игре. Этот концепт описывает ситуации, когда игрок принимает обязательства или предпринимает действия, которые делают его будущие ходы более предсказуемыми для других игроков.

Коммитмент в теории игр может проявляться в различных формах, включая публичные заявления, контракты, предварительные действия или даже самоограничения. Суть коммитмента заключается в том, что игрок принимает определенные меры, чтобы ограничить свои будущие возможности

действий, создавая тем самым дополнительные уверенности или ожидания у других игроков.

Пример

Представим ситуацию: студент готовится к экзамену, а преподаватель его принимает.

Для того, чтобы подготовиться к экзамену хорошо, студенту требуется изучить теоретический материал и посмотреть на примеры выполнения практических заданий. Затраченное время студент оценивает в 5 у. е. Полученные знания студент оценивает в 2 у. е.

Альтернатива – готовится спустя рукава, затратив время на 1 у. е.

Экзамен у хорошо подготовленного студента преподаватель принимает в любом случае, при этом радуясь, как ребенок (+3).

Если студент готов плохо, преподаватель может его принять («закрывать глаза»), при этом получив муки совести на 2 у. е.

Второй вариант – он может отправить студента на пересдачу, но при этом ему потребуется самому приходить на пересдачу и слушать студента еще раз, затратив время на 3 у. е. Студент, отправленный на пересдачу, лишается стипендии и должен готовиться к пересдаче (суммарный ущерб в 5 у. е.)

Дерево игры из примера приведено на рис. 3.3.

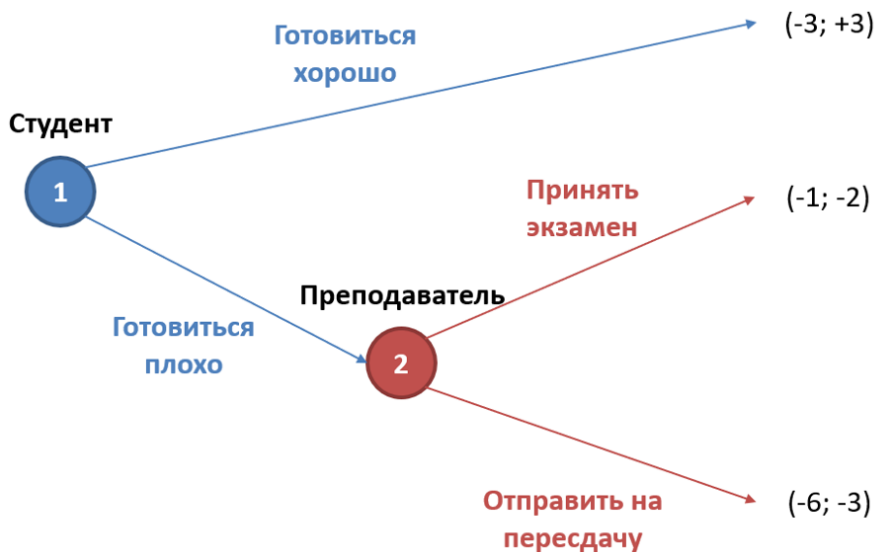


Рисунок 3.3 – Дерево игры до коммитмента

Решив данную игру, получаем равновесие, при котором студент к экзамену готовится плохо, а преподаватель принимает у него экзамен, получая при этом платёж «-2».

Модифицируем игру. Теперь плохо подготовленного студента преподаватель в любом случае отправляет на пересдачу, не имея возможности принять у него экзамен (ограничение может быть внутренним, декларативным, административным, юридическим – для игры это не имеет значения).

Дерево модифицированной игры приведено на рис. 3.4.

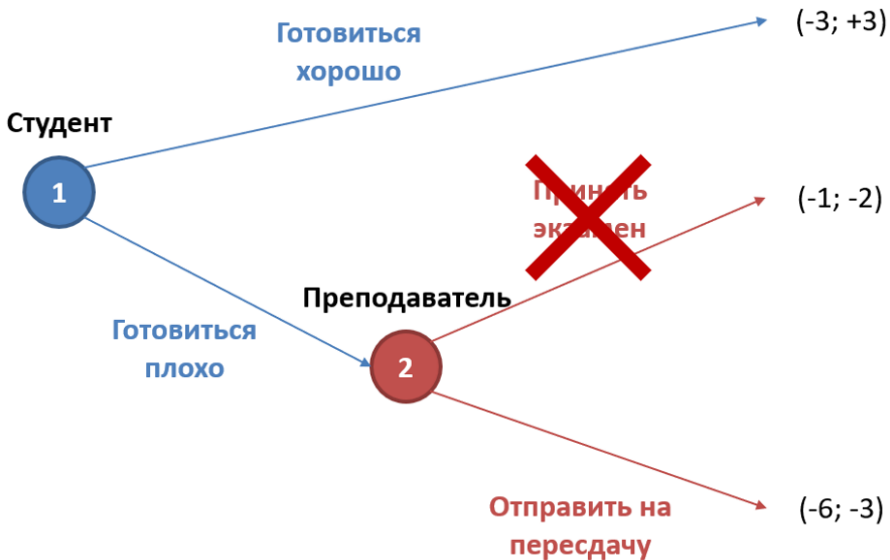


Рисунок 3.4 – Дерево игры с коммитментом

Решив данную игру, получаем равновесие, при котором студент к экзамену готовится хорошо, чем самым преподаватель получает платёж «+3».

Данная ситуация является примером, когда агент при наложении на него ограничений (в приведённом примере он полностью лишается выбора) повышает собственный выигрыш в игровой ситуации.

3.5 Распространённые последовательные игры

3.5.1 Модель Штекельберга

Модель Штекельберга является классическим примером, используемым для анализа стратегического взаимодействия между несколькими фирмами или игроками, принимающими последовательные решения в условиях олигополии. Названа в честь экономиста Германа Штекельберга, который впервые представил эту модель в начале XX века. В отличие от модели Курно, решения агентами принимаются последовательно.

Формулировка игры:

Две фирмы конкурируют на рынке с однородными продуктами. Первая фирма (фирма Штекельберга) принимает решение о количестве производства, зная, что вторая фирма будет реагировать на это решение. Вторая фирма (фирма последователя) принимает решение о своем объеме производства после того, как она узнает о решении первой фирмы.

В модели Штекельберга одна фирма действует в качестве лидера, принимая решение первой, а другая – в качестве последователя, реагируя на решение лидера. Фирмы выбирают свои объемы производства с учетом решений и ожиданий друг друга. Они могут стремиться максимизировать свою прибыль, предполагая, что их конкуренты будут реагировать определенным образом. Модель Штекельберга предполагает, что фирмы действуют в условиях олигополии, где их решения влияют на цены и объемы рыночного предложения.

Модель Штекельберга является инструментом для анализа стратегического взаимодействия между фирмами в условиях олигополии. Она позволяет изучать последовательные решения и оценивать влияние стратегий лидера на поведение последователя и на общий результат на рынке.

3.5.2 Модель поведения потребителя

Модель поведения потребителя исследует стратегические решения потребителей о покупках и потреблении товаров и услуг. В этой модели потребители рассматриваются как игроки, которые принимают решения в условиях, где их действия могут влиять на рыночные цены, предложение и спрос.

Формулировка игры:

Потребители рассматриваются как рациональные игроки, которые максимизируют свою полезность при заданных ограничениях. Они принимают решения о покупках, учитывая не только свои собственные предпочтения, но и ожидания цен и стратегии других потребителей на рынке.

Потребители принимают решения о покупках, выбирая оптимальные комбинации товаров и услуг, которые максимизируют их полезность при заданных ценах.

Потребительский спрос может быть чувствительным к изменениям цен и другим факторам на рынке. Модель учитывает, как изменения в ценах или предложении могут влиять на выбор потребителей.

Решения одних потребителей могут влиять на решения других. Например, изменение спроса на товар может повлиять на его цену и, в свою очередь, на спрос других потребителей.

Модель поведения потребителя представляет собой инструмент для анализа потребительского поведения и его влияния на рыночные процессы, анализа рыночного равновесия и оценки эффективности регуляторных политик. Она позволяет изучать стратегические аспекты принятия решений потребителями и предсказывать рыночные результаты в условиях конкуренции и взаимодействия на рынке.

4 ТЕОРИЯ АУКЦИОНОВ

4.1 Предмет теории аукционов

Теория аукционов изучает стратегические взаимодействия между игроками при продаже или покупке товаров и услуг на аукционе. В этой модели участники рассматриваются как игроки, которые принимают решения о ставках и предложениях в условиях конкуренции с другими участниками.

Модель аукционов в теории игр анализирует стратегические решения участников аукциона, включая определение оптимальных ставок, оценку ценности товара и выбор момента для участия в аукционе. Участники принимают решения, максимизирующие их ожидаемый выигрыш или минимизирующие потери в зависимости от их целей и информации.

Аукцион – это процесс торговли, в ходе которого участники соревнуются за приобретение товаров, услуг или активов путем предложения цены или ставки. Участники аукциона могут быть как отдельными лицами, так и организациями, в зависимости от конкретного контекста. Они могут быть как покупателями, так и продавцами. Предметом аукциона может быть различный вид товаров или услуг, от предметов коллекционирования до крупных промышленных активов. Процесс аукциона может варьироваться в зависимости от его формата, но обычно он включает представление лота, прием ставок или предложений, определение победителя и завершение сделки.

Для определения границ применимости аукционов используются три предпосылки:

1. Отсутствие рынка соответствующих товаров или услуг.
2. Немногочисленность товаров или услуг.
3. Неопределённая ценность товаров или услуг для потенциальных потребителей.

Каждый из участников аукциона обладает собственной оценкой ценности товара или услуги. Как правило, данные оценки различаются у различных участников аукциона, которые являются агентами в терминах теории игр. Также данная оценка может быть неточной, носить вероятностный характер.

4.2 Классификация аукционов

Существует множество форматов аукционов, различающихся по нескольким параметрам. Каждый тип аукциона имеет свои особенности и может быть эффективным в различных контекстах в зависимости от целей продавца или покупателя.

В первую очередь, аукционы могут быть классифицированы в зависимости от направления торга:

1. Аукцион продажи (прямой аукцион). В аукционе продажи продавец выставляет товары или услуги на продажу, а покупатели конкурируют между собой, делая ставки. Цена обычно начинается с низкого значения и постепенно увеличивается по мере поступления новых ставок. Победитель аукциона – это покупатель, предложивший самую высокую цену.

2. Аукцион покупки (обратный аукцион). В аукционе покупки покупатель размещает запрос на покупку товаров или услуг, и продавцы соревнуются между собой, предлагая лучшие условия или цены. Цена обычно начинается с высокого значения и постепенно снижается по мере предложения более выгодных условий. Победитель аукциона – это продавец, предложивший самую низкую цену или наилучшие условия.

3. Двусторонний аукцион. В двустороннем аукционе участвуют как покупатели, так и продавцы, которые могут одновременно делать ставки и предложения. Этот тип аукциона позволяет участникам одновременно определять как цены покупки, так и цены продажи. Примерами двусторонних аукционов являются аукционы на бирже, где участники могут одновременно размещать ордера на покупку и продажу ценных бумаг.

Ещё одним классификационным критерием может являться направление изменения цены в ходе проведения аукциона:

1. Возрастающий аукцион (или аукцион с возрастающей ценой). В возрастающем аукционе цена товара или услуги начинается с низкого уровня и постепенно увеличивается по мере поступления новых ставок или предложений от участников. Это типичный формат для аукционов продажи, где покупатели конкурируют за товар, предлагая все более высокие цены.

2. Нисходящий аукцион (или аукцион с уменьшающейся ценой). В ниспадающем аукционе цена товара или услуги начинается с высокого уровня и постепенно снижается по мере поступления новых ставок или предложений от участников. Этот тип аукциона типичен для аукционов

покупки, где продавцы конкурируют между собой, предлагая более низкие цены или лучшие условия.

Также аукционы как стратегические взаимодействия делятся на одновременные и последовательные:

1. Одновременные аукционы. В одновременном аукционе участники действуют одновременно, представляя свои ставки или предложения без знания действий или предложений других участников. Это означает, что участники не имеют информации о том, какие ставки делают другие участники в момент подачи своих предложений. Примерами одновременных аукционов являются английский аукцион и аукцион с закрытыми ставками.

2. Последовательные аукционы. В последовательном аукционе участники действуют последовательно, поочередно представляя свои ставки или предложения на основе действий других участников. Это означает, что участники имеют информацию о предыдущих ставках или предложениях, которые могут повлиять на их собственные решения.

Далее представлены некоторые наиболее типичные форматы аукционов.

4.3 Классические форматы аукционов

4.3.1 Английский аукцион

Английский аукцион является одним из наиболее распространенных типов аукционов и используется в различных сферах, включая электронную коммерцию, государственные закупки и искусство. Этот формат аукциона характеризуется тем, что цена начинается с заведомо низкого уровня и постепенно увеличивается по мере поступления ставок от участников.

Английский аукцион начинается с того, что аукционист объявляет стартовую цену или нулевую ставку за продаваемый товар или услугу. Участники могут делать ставки, предлагая цену выше текущей. Ставки делаются публично, и каждая последующая ставка должна быть выше предыдущей. Пока продолжают поступать новые ставки, цена постепенно увеличивается. Этот процесс продолжается до тех пор, пока не будет достигнута максимальная цена, которую покупатель готов заплатить. Аукцион завершается, когда больше нет ставок или когда участники перестают

участвовать. Победителем аукциона является тот, кто сделал последнюю и самую высокую ставку.

Английский аукцион характеризуется быстрым темпом и динамичным изменением цен в процессе торгов. Этот тип аукциона широко используется в электронной коммерции, особенно на электронных торговых платформах, где покупатели могут соревноваться за товары, предлагая все более высокие цены. Английский аукцион обеспечивает открытость и прозрачность процесса торгов, поскольку ставки делаются публично (как правило), и участники могут видеть текущую цену.

4.3.2 Голландский аукцион

Голландский аукцион – это тип аукциона, при котором цена товара или услуги начинается с максимального уровня и постепенно снижается до тех пор, пока участник не согласится купить товар по текущей цене. Этот формат аукциона получил свое название в связи с происхождением, когда его активно применяли для продажи цветов на рынках в Нидерландах.

Голландский аукцион начинается с того, что аукционист объявляет начальную цену, которая обычно является максимальной ценой, за которую продавец готов продать товар. Цена товара постепенно снижается по мере времени или по мере того, как участники отклоняются от предложенной цены. Это может происходить постепенно или в соответствии с предопределенным графиком. Участники аукциона могут подтверждать свое желание купить товар, соглашаясь на текущую цену, путем поднятия руки, нажатия кнопки или другим способом. Аукцион завершается, когда найдется участник, который согласится купить товар по текущей цене. Этот участник и становится покупателем товара.

Этот тип аукциона может быть эффективен для продажи товаров с неопределенной ценой или для продажи в условиях, когда продавец хочет продать товар быстро, предлагая его по убывающей цене. Голландский аукцион обеспечивает открытость процесса торгов, поскольку цена публично устанавливается и может быть видна всем участникам.

4.3.3 Закрытый аукцион первой цены

Аукцион первой цены представляет собой форму аукциона, при которой участники одновременно делают ставки на товар или услугу,

указывая цену, которую они готовы заплатить. Победителем становится участник, предложивший самую высокую цену, и он платит эту цену за товар или услугу.

Аукцион первой цены начинается с того, что аукционист объявляет начальную цену или диапазон цен для товара или услуги, который выставляется на продажу. Участники аукциона одновременно делают ставки, указывая цену, которую они готовы заплатить за товар или услугу. Аукцион завершается в момент времени, определенный заранее, или когда поступает определенное количество ставок. Победителем становится участник, предложивший самую высокую цену, и он обязуется заплатить эту цену за товар или услугу. После завершения аукциона победитель обязуется заплатить за товар или услугу согласно своей ставке, а затем происходит передача товара или услуги.

Участники аукциона сталкиваются с задачей определения оптимальной цены, которую они готовы заплатить за товар или услугу, учитывая возможные предложения других участников, и строят свои стратегии ставок в соответствии с этими ожиданиями. Аукционы первой цены могут применяться в различных сферах, включая электронную коммерцию, государственные закупки и финансовые рынки.

4.3.4 Закрытый аукцион второй цены

Закрытый аукцион второй цены представляет собой форму аукциона, в которой участники делают закрытые ставки на товар или услугу, и победитель определяется как участник, предложивший самую высокую цену, но платит вторую по величине цену, предложенную участниками аукциона.

Аукцион второй цены начинается с того, что аукционист объявляет товар или услугу, которая выставляется на продажу, и устанавливает начальную цену. Участники аукциона делают закрытые ставки, предлагая цену, которую они готовы заплатить за товар или услугу. Ставки подаются без возможности видеть ставки других участников. Аукцион завершается в момент времени, определенный заранее, или когда поступает определенное количество ставок. Победителем становится участник, предложивший самую высокую цену, но платит вторую по величине цену, предложенную участниками аукциона. После завершения аукциона победитель обязуется

заплатить за товар или услугу согласно второй по величине ставке, а затем происходит передача товара или услуги.

Закрытый аукцион второй цены обеспечивает конкурентное окружение, где участники могут соревноваться за товар или услугу, предлагая свои наилучшие ставки. Участники аукциона сталкиваются с задачей определения оптимальной цены, которую они готовы заплатить за товар или услугу, учитывая возможные предложения других участников.

Экономический смысл второй цены заключается в том, что именно при ней достигается равенство спроса и предложения, а значит, что данная цена является наиболее справедливой для данного товара.

5 ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

Для подготовки к экзамену по дисциплине «Математические модели технических объектов управления» (модуль «Теория игр») предлагается следующий набор тем.

1. Теория игр. Игра. Агент. Стратегия. Профиль стратегий. Платеж. Профиль платежей. Рациональный агент.
2. Классификация игр. Примеры игр.
3. Решение игры. Этапы решения игр. Предпосылки при решении игр. Неоднозначность решения. Концепции решения игр. Взаимное отношение равновесий в различных концепциях решения.
4. Целевая функция в теории игр. Особенности определения. Санкт-Петербургский парадокс.
5. Нормальная форма записи игр. Область действия. Ключевые элементы записи.
6. Доминирующие и доминируемые стратегии. Равновесие в доминирующих стратегиях и равновесие с исключением доминируемых стратегий. Алгоритмы поиска. Особенности равновесий.
7. Понятие оптимальности по Парето. Поиск Парето-оптимальных профилей стратегий. Взаимное отношение равновесий и Парето-оптимальных профилей.
8. Дилемма заключенного. Суть дилеммы. Способы преодоления. Проявления дилеммы заключенного в повседневной жизни.
9. Равновесие Нэша в чистых стратегиях. Особенности равновесия Нэша. Алгоритм поиска. Соотношение равновесия Нэша и других равновесий (в доминирующих стратегиях, с исключением доминируемых стратегий). Количество равновесий Нэша. Сильное равновесие Нэша.
10. Модель Хотеллинга-Даунса. Предпосылки. Решение. Следствия.
11. Трагедия общин. Ключевые составляющие. Формулировка в виде игры. Примеры проявления. Следствия.
12. Модель Курно. Предпосылки. Решение. Следствия. Монопольный сговор.
13. Равновесие Нэша в смешанных стратегиях. Его особенности. Алгоритм поиска. Графическая интерпретация. Особенности работы с доминируемыми стратегиями.

14. Развернутая форма записи игровых моделей. Область действия. Ключевые элементы записи. Стратегии в развернутой форме. Моделирование случайности.

15. Равновесие Нэша, совершенное на подыграх. Алгоритм поиска. Коммитмент.

16. Кооперативные игровые взаимодействия. Характеристическая функция. Вектор Шепли. Ядро. Нуклеолус.

17. Теория аукционов. Целевые функции аукционов. Аукцион как игра. Виды аукционов. Область использования. Аукционы в повседневной жизни.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данное учебное пособие представляет собой ресурс для понимания и применения ключевых концепций теории игр в контексте управления инновациями. Оно обеспечивает студентов, исследователей и практиков необходимыми знаниями и инструментами для успешного решения стратегических задач в инновационной сфере.

В управлении инновационными процессами важно умение находить баланс между конкуренцией и кооперацией с другими участниками рынка. Теория игр помогает анализировать возможности сотрудничества, выявлять преимущества от совместной деятельности и оптимизировать условия партнерских отношений. Теория игр позволяет рассматривать инновационные процессы как стратегические игры, в которых участвуют различные заинтересованные стороны. Понимание стратегических аспектов помогает выявлять потенциальные риски и возможности, а также принимать обоснованные решения в условиях неопределенности.

Понимание принципов и методов теории игр может быть полезным для практиков в области управления инновациями. Анализ стратегических сценариев, моделирование решений и оптимизация стратегий взаимодействия могут помочь управленцам принимать обоснованные решения и достигать целей своих организаций.

ЛІТЕРАТУРА

1. Osborne M. J. An introduction to game theory / M. J. Osborne, New York: Oxford University Press, 2004. 533 с.
2. Von Neumann J., Morgenstern O. Theory of games and economic behavior / J. Von Neumann, O. Morgenstern, 60th anniversary ed, Princeton, N.J. ; Woodstock: Princeton University Press, 2007. 739 с.
3. Allen B. [и др.]. Evolutionary dynamics on any population structure // Nature. 2017. № 7649 (544). С. 227–230.
4. Papanastasiou Y., Savva N. Dynamic Pricing in the Presence of Social Learning and Strategic Consumers // Management Science. 2017. № 4 (63). С. 919–939.
5. Wang L., Song H., Wang Y. Pricing and service decisions of complementary products in a dual-channel supply chain // Computers & Industrial Engineering. 2017. (105). С. 223–233.
6. Madani S. R., Rasti-Barzoki M. Sustainable supply chain management with pricing, greening and governmental tariffs determining strategies: A game-theoretic approach // Computers & Industrial Engineering. 2017. (105). С. 287–298.
7. Hafezalkotob A. Competition, cooperation, and coopetition of green supply chains under regulations on energy saving levels // Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review. 2017. (97). С. 228–250.
8. Mehra A., Kumar S., Raju J. S. Competitive Strategies for Brick-and-Mortar Stores to Counter “Showrooming” // Management Science. 2018. № 7 (64). С. 3076–3090.
9. Chen X., Wang X., Chan H. K. Manufacturer and retailer coordination for environmental and economic competitiveness: A power perspective // Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review. 2017. (97). С. 268–281.
10. Arslan B. The interplay of competitive and cooperative behavior and differential benefits in alliances // Strategic Management Journal. 2018. № 12 (39). С. 3222–3246.
11. Rasmusen E. Games and information: an introduction to game theory / E. Rasmusen, 4th ed-е изд., Malden, MA ; Oxford: Blackwell Pub, 2007. 528 с.

12. Зубкова Д., Гинцяк А. Структурное разделение стратегических взаимодействий по различным признакам // Управление инновациями в условиях цифровой трансформации: Сборник докладов Всероссийской студенческой учебно-научной конференции. Санкт-Петербург, 2023. С. 98–102. DOI: 10.18720/SPBPU/2/id23-582.

13. Гинцяк А.М. Модели и методы управления научно-исследовательскими проектами с применением инструментов теории игр: диссертация кандидата технических наук: 2.3.4. - Санкт-Петербург, 2023. - 217 с.

14. Губко М.В., Новиков Д.А. Теория игр в управлении организационными системами / М.В. Губко и др. 2-е изд. М.: 2005. 138 с.