

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ**

**ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО**

Е.Н.Боборыкина

Материалы к курсу лекций по общей физике.

Часть 1.

Учебное пособие

Санкт-Петербург

2025

## Аннотация

УДК 530.1

Боборыкина Е.Н. Материалы к лекциям по физике: учеб. пособие /  
Е.Н.Боборыкина. – 2025. – 91 с.

Пособие написано в соответствии с программой курса «Физика» для студентов технических специальностей высших учебных заведений. Содержание первой части составляют разделы: физические основы механики, молекулярная физика и термодинамика, электростатика и постоянный ток.

Пособие предназначено для студентов очной и заочной формы обучения.

Ил. 80. Библиогр.: 3 назв.

### Содержание

Лекция 1 . . . . .	1
Лекция 2 . . . . .	7
Лекция 3 . . . . .	10
Лекция 4 . . . . .	19
Лекция 5 . . . . .	22
Лекция 6 . . . . .	27
Лекция 7 . . . . .	31
Лекция 8 . . . . .	36
Лекция 9 . . . . .	40
Лекция 10 . . . . .	48
Лекция 11 . . . . .	52
Лекция 12 . . . . .	54
Лекция 13 . . . . .	63
Лекция 14 . . . . .	66
Лекция 15 . . . . .	71
Лекция 16 . . . . .	75
Лекция 17 . . . . .	80
Лекция 18 . . . . .	83

Лекции 1

**Т. Кинематика.**

**Основные понятия и определения. Кинематика поступательного движения. Ускорение при криволинейном движении.**

Простейшей формой движения является механическое движение.

Механическое движение – изменение взаимного расположения тел или их частей в пространстве с течением времени.

Классическая механика – раздел физики, занимающийся изучением закономерностей механического движения.

Классическая механика:

1. Ньютоновская механика хорошо описывает движение макроскопических тел со скоростями, во много раз меньше скорости света (ее основы созданы в конце 17 – начале 18 века).
2. Релятивистская или эйнштейновская механика хорошо описывает движение частиц с очень большими скоростями вплоть до субсветовых (создана в начале 20 века)

Разделы классической механики:

1. Кинематика (законы движения тел вне зависимости от причин, вызывающих его)
2. Динамика (движение тел в связи с причинами, которые обуславливают тот или иной характер движения)
3. Статика (законы сложения сил и условия равновесия)

Для описания движения тел в механике используются различные модели: материальная точка, абсолютно твёрдое тело, абсолютно упругое тело и т.д.

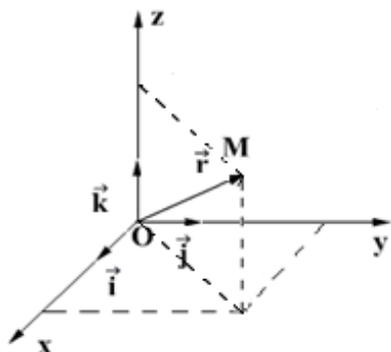
Модель выбирают исходя из условий конкретной задачи.

Материальная точка – тело, размерами и формой которого можно пренебречь в условиях данной задачи.

Любое протяжённое тело/систему тел можно рассматривать как систему материальных точек. Из этого следует, что механика изучает движение материальной точки и систем материальных точек.

Из определения механического движения следует, что оно имеет относительный характер, поэтому появляется необходимость ввести понятие системы отсчёта.

Система отсчёта – абсолютно твёрдое тело, с которым жёстко связана система координат, снабжённая часами и используемая для определения положения исследуемых тел в пространстве в различные моменты времени.



$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$  – орты

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = |\vec{k}| = 1$$

$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

Радиус-вектор характеризует положение произвольной точки M в пространстве.

Движение материальной точки полностью определено, если:

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{cases}, \text{ задача кинематики – найти эти функции.}$$

Траектория - непрерывная линия, вдоль которой движется материальная точка в заданной системе отсчета.

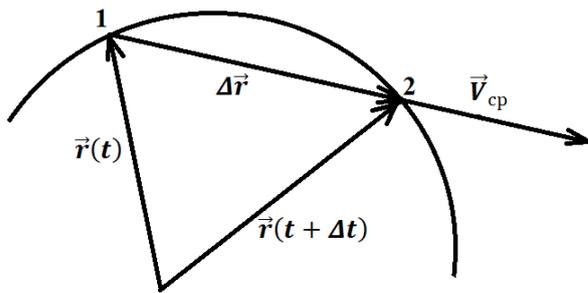
В зависимости от формы траектории различают прямолинейное и криволинейное движение, частным случаем которого является движение по окружности.

Путь – расстояние между двумя конкретными точками траектории; эта числовая величина не может быть отрицательной.

Перемещение – вектор, проведённый из начального положения тела в конечное (может быть равным нулю).

### **Скорость.**

Для характеристики быстроты изменения положения тела в пространстве вводится понятие скорости.



$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$$

Средняя векторная скорость движения точки в интервале  $(t, t + \Delta t)$  –

$$\vec{V}_{cp} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

Вектор средней скорости направлен по перемещению.

При неограниченном уменьшении промежутка времени  $\Delta t$   $\vec{V}_{cp}$  стремится к предельному значению – мгновенной скорости:  $\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{r}'_t$

Скорость материальной точки – векторная величина, равная первой производной от радиуса-

вектора по времени:  $\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

Модуль вектора скорости равен первой производной от пути по времени:  $|V| = \frac{ds}{dt}$

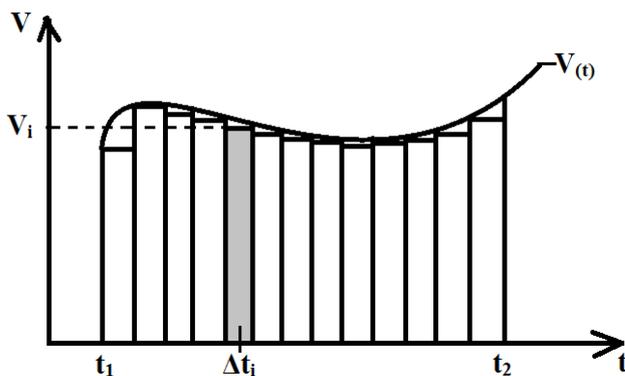
В координатном представлении, как и любой вектор, скорость можно представить в виде суммы векторов:

$$\vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k} \quad \left. \begin{array}{l} V_x = \frac{dx}{dt} \\ V_y = \frac{dy}{dt} \\ V_z = \frac{dz}{dt} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{с другой стороны:} \\ \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k} \end{array}$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \text{ (по т. Пифагора и методу проекции векторов)}$$

### Определение пройденного пути по известной мгновенной скорости.

По известной мгновенной скорости можно найти путь, пройденный точкой за определённый промежуток времени.



Для того, чтобы определить пройденный путь, разобьём участок  $(t_1-t_2)$  на  $N$  бесконечно-малых промежутков:  $\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_i, \dots, \Delta t_N$ .

Тогда  $S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + \dots + \Delta S_i + \dots + \Delta S_N$ .

$$\Delta S_i = V_i \cdot \Delta t_i$$

$$S \approx \sum_{i=1}^N V_i \cdot \Delta t_i$$

$$S = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{i=1}^N V_i \cdot \Delta t_i = \int_{t_1}^{t_2} V(t) dt$$

- определённый интеграл

Пройденный путь численно равен площади фигуры под кривой  $V(t)$ .

### Ускорение.

Для характеристики быстроты изменения скорости вводится понятие ускорения.

Предположим, в момент времени  $t$  скорость была  $\vec{V}(t)$ , а в момент времени  $\Delta t$  -  $\vec{V}(t + \Delta t)$ . Тогда  $\Delta \vec{V} = \vec{V}(t + \Delta t) - \vec{V}(t)$ .

Среднее ускорение – векторная величина, равная отношению изменения скорости  $\Delta \vec{V}$  к интервалу времени.  $\vec{a}_{\text{ср}} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$

Мгновенное ускорение (ускорение) – векторная величина, определяемая первой производной скорости по времени; показывает, насколько изменяется вектор скорости тела при его движении за единицу времени.  $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \vec{a}_{\text{ср}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{V}'_t$ .

Ускорение также есть вторая производная радиус-вектора по времени:

$$\vec{a} = \frac{d}{dt} \left( \frac{d\vec{r}}{dt} \right) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

$$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k} \quad \left. \begin{array}{l} a_x = \frac{d^2x}{dt^2} \\ a_y = \frac{d^2y}{dt^2} \\ a_z = \frac{d^2z}{dt^2} \end{array} \right\} \text{ с другой стороны:}$$

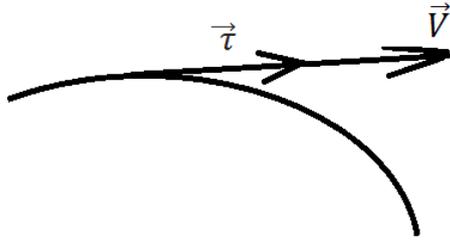
$$\vec{a} = \frac{d^2x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2} \vec{k}$$

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$

Для определения направления вектора ускорения представим вектор скорости в виде:

$$|\vec{\tau}| = 1$$

$$\vec{V} = V\vec{\tau}$$

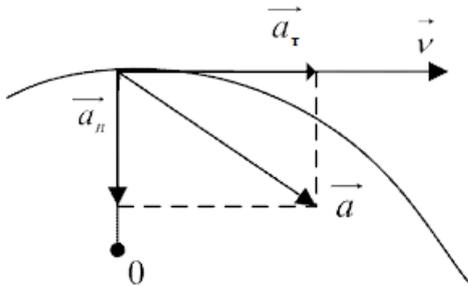


$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d}{dt}(V\vec{\tau}) = \frac{dV}{dt}\vec{\tau} + V\frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

$\frac{dV}{dt}\vec{\tau}$  – тангенциальное ускорение

$V\frac{d\vec{\tau}}{dt}$  – нормальное ускорение

$$\vec{a} = \frac{dV}{dt}\vec{\tau} + V\frac{d\vec{\tau}}{dt} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$$



Тангенциальное ускорение направлено по касательной к траектории, а его модуль характеризует изменение скорости по величине.

$$a_t = |\vec{a}_t| = \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dV}{dt} > 0, \text{ то } \vec{a}_t \uparrow \vec{V}$$

$$\frac{dV}{dt} < 0, \text{ то } \vec{a}_t \updownarrow \vec{V}$$

Нормальное ускорение направлено по нормали к касательной данной точки и характеризует изменение скорости по направлению.

$$\vec{a}_n = V\frac{d\vec{\tau}}{dt}$$

$$a_n = |\vec{a}_n| = \frac{V^2}{R}$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

где R – радиус кривизны траектории. При движении по окружности R есть радиус этой окружности.

В зависимости от величин нормального и тангенциального ускорений движение делится на прямолинейное и криволинейное:

1. Прямолинейное движение:  $R \rightarrow \infty$ ,  $a_n = 0$ ,  $\vec{a} = \vec{a}_t$

а) Равномерное прямолинейное движение.

$$\vec{a} = \vec{a}_t = 0$$

б) Равнопеременное прямолинейное движение.

$$\vec{a} = \vec{a}_t = \text{const}$$

$a_t > 0$  – равноускоренное движение

$a_t < 0$  – равнозамедленное движение

2. Криволинейное движение:  $R \neq \text{const}$ ,  $\vec{a}_t, \vec{a}_n \neq 0$ .

2'. Движение по окружности ( $R = \text{const}$ ).

Равномерное движение по окружности.	Неравномерное движение по окружности.
$V = \text{const}, a_t = 0; a = a_n = \frac{v^2}{R} = \text{const}$	$V \neq \text{const}, a_t \neq 0; a_n \neq \text{const}; a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

## Лекция 2

### Т. Динамика.

#### Законы Ньютона. Инерция, масса, импульс, сила.

В основе классической динамики лежат три закона Ньютона.

Законы Ньютона – результат обобщения большого числа опытных данных.

#### 1-й закон Ньютона:

Тело сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока векторная сумма сил, действующих на него, равна нулю.

$$\vec{a} = 0, \text{ if } \sum_i \vec{F}_i = 0$$

Первый закон показывает, что состояния покоя или равномерного прямолинейного движения не требуют для своего поддержания внешних воздействий.

В этом проявляется особое динамическое свойство тел, называемое инертностью (инерцией). Из этого следует, что 13Н можно назвать законом инерции, а движение тел в отсутствии внешних сил – движением по инерции.

Характер движения зависит от выбора системы отсчёта.

Инерциальная система отсчёта – система отсчёта, относительно которой материальная точка, свободная от внешних сил, покоится или движется равномерно и прямолинейно.

Система отсчёта, в которой выполняется 1ЗН, - инерциальная система отсчёта, в которой не выполняется – неинерциальная.

Принцип относительности Галилея: законы динамики одинаковы для всех инерциальных систем отсчёта.

2-й закон Ньютона:

Воздействие на тело других тел (или физических полей) вызывает изменение его скорости, т.е. сообщает ему ускорение.

Опыт показывает, что одинаковое воздействие может сообщать разным телам разное ускорение, что объясняется различной инертностью тел.

*Инертность* – свойство тел сохранять состояние покоя или равномерного равноускоренного движения.

Количественная мера инертности – масса.

В классической динамике используются понятия импульса и силы.

Импульс МТ – векторная величина, равная произведению массы точки на её скорость:  $\vec{p} = m\vec{V}$ .

Сила – физическая величина, являющаяся мерой механического воздействия на рассматриваемое тело других тел (количественная мера интенсивности воздействия).

Сила – векторная величина, характеризующаяся модулем, направлением и точкой приложения.

Действие силы является физической причиной изменения движения.

Одновременное воздействие на МТ нескольких сил эквивалентно воздействию одной результирующей силы, равной векторной сумме всех сил.

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i \quad \text{– принцип суперпозиции.}$$

Можно разделить динамическое и статическое проявления силы.

Динамическое: под действием силы появляется или исчезает ускорение. Статическое: деформация тел.

Силы могут иметь различную природу.

Если подходить к понятию силы как к мере взаимодействия тел, то всё многообразие взаимодействий можно свести к 4 видам:

1. Гравитационное
1. Электромагнитное
2. Сильное (ядерное)
3. Слабое (взаимодействие элементарных частиц)

В рамках классической механики рассматриваются только первые 2 вида взаимодействий.

Силы трения и упругости связаны с силами межмолекулярного взаимодействия, которые имеют электромагнитное происхождение.

Формулировка 2ЗН:

Скорость изменения импульса МТ равна силе, действующей на неё.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}; \vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

$$\vec{p} = m\vec{V}$$

$$m = const$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{V}) = m \frac{d\vec{V}}{dt} = m\vec{a}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

Дифференциальное уравнение движения материальной точки можно записать следующим образом:

$$\vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt}$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{F} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$$

В проекции на декартову систему координат можно записать:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = F_z$$

Зная  $F_x, F_y, F_z$ , начальное положение и начальную скорость, можно определить ускорение, скорость и координаты движущейся МТ в любой момент времени.

### 3-й закон Ньютона:

Всякое действие тел друг на друга носит характер взаимодействия.

Если первое тело действует на второе силой  $\vec{F}_{12}$ , то второе на первое – с силой  $\vec{F}_{21}$ ,  $\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ . В этом виде 3ЗН строго выполняется только в случае контактных взаимодействий.

### Формулировка 3ЗН:

Две МТ действуют друг на друга с силами, которые равны по величине и направлены в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющей эти точки.

Силы, входящие в 3ЗН, приложены к разным телам, поэтому не уравновешивают друг друга.

## Лекция 3

### **Центр масс системы материальных точек и закон его движения.**

Любое протяжённое тело/систему тел можно рассматривать как систему материальных точек. Из этого следует, что механика изучает движение материальной точки и систем материальных точек.

Для системы МТ вводится понятие центра масс (центра инерции).

Центр масс – МТ С, радиус-вектор которой определяется выражением:

$$\vec{r}_c = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i, \text{ где } m = \sum_{i=1}^n m_i$$

$$\vec{v}_c = \frac{d\vec{r}_c}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i \right) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \frac{d\vec{r}_i}{dt} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i \Rightarrow m \vec{v}_c = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i$$

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_i = m \vec{V}_c$$

$$\boxed{\vec{p} = m \vec{V}_c}$$

Закон движения системы.

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m \vec{V}_c) = m \frac{d\vec{V}_c}{dt} = m \vec{a}_c = \vec{F}_{\text{внеш}}$$

сравним с выражением для i-точки:

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \frac{d}{dt}(m_i \vec{V}_i) = \vec{F}_i$$

Уравнения одинаковы, т.е. всю систему материальных точек можно описать, используя одну точку, называемую центром масс.

В ней сосредоточена вся масса системы и на неё действует внешняя сила, равная сумме внешних сил, приложенных ко всей системе. Центр масс занимает в системе определённое место.

Если взаимное расположение точек системы изменяется во времени, то изменяется и положение центра масс.

Если не изменяется взаимное расположение точек системы, то положение центра масс постоянно (твёрдое тело).

Центр масс твёрдого тела – точка приложения равнодействующей всех внешних сил, действующих на отдельные точки системы.

Центр тяжести твёрдого тела – точка, через которую проходит равнодействующая сил тяжести, действующих на частицы твёрдого тела.

Понятие центра масс более общее.

Если твёрдое тело движется поступательно, то скорости и ускорения всех его точек и центра масс равны. Ускорение поступательного движения имеет вид:

$$\frac{d}{dt}(m \vec{V}) = \vec{F}_{\text{внеш}}$$

$$m \vec{a} = \vec{F}_{\text{внеш}}$$

Это уравнение позволяет определить ускорение поступательного движения тела по его массе и результирующей внешней силе.

Рассмотрение поступательного движения твёрдого тела можно заменить рассмотрением движения 1 материальной точки с массой, равной массе тела и находящейся под действием силы, равной сумме внешних сил (результатирующей внешней силе). Такой точкой является центр масс.

### Система материальных точек. Закон сохранения импульса.

Система материальных точек – совокупность конечного числа материальных точек, взаимное расположение которых может изменяться с течением времени.

Эти точки принято обозначать индексами  $1, \dots, i, \dots, n$ , где  $n$  – число точек системы.

Точки в системе характеризуются радиус-вектором, импульсом, скоростью и массой.

Импульс системы материальных точек равен векторной сумме импульсов МТ системы.

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i$$

Для каждой точки системы можно записать:  $\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{F}_i$

Рассмотрим  $\vec{F}_i$ .

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{i\text{внеш}} + \vec{F}_{i\text{внутр}}$$

Источники внешних сил лежат вне системы. Внутренние силы действуют на точку со стороны других точек системы.

Внутренние силы удовлетворяют 3ЗН.

$$\vec{F}_i = \vec{F}_{i\text{внеш}} + \vec{F}_{i\text{внутр}} = \vec{F}_{i\text{внеш}} + \sum_j^n \vec{f}_{ij}, \text{ где } i \neq j$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} \sum_i \vec{p}_i = \sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \sum_i \vec{F}_i$$

$$\sum \vec{F}_i = \sum_i \vec{F}_{i\text{внеш}} + \sum_i \sum_j \vec{f}_{ij}$$

По 3ЗН:

$$\vec{f}_{ij} = -\vec{f}_{ji} \Rightarrow \sum_{i,j} \vec{f}_{ij} = 0$$

$$\sum_i \vec{F}_i = \sum_i \vec{F}_{i\text{внеш}}$$

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}_{\text{внеш}}}$$

Изменение импульса системы МТ определяется результирующей внешней силой, приложенной к системе.

Но для замкнутой системы МТ  $\vec{F}_{\text{внеш}} = 0$ , т.е.  $\frac{d\vec{p}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \text{const}$ , т.е.

$$\begin{cases} p_x = \text{const} \\ p_y = \text{const} \\ p_z = \text{const} \end{cases}$$

Закон сохранения импульса:

Импульс замкнутой системы МТ не изменяется при любых процессах, происходящих внутри системы.

Для МТ закон сохранения импульса означает, что в отсутствии внешних сил она движется равномерно и прямолинейно или покоится.

Для системы МТ:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \text{const} \Rightarrow \vec{p} = m\vec{V} = \text{const} \Rightarrow \vec{V} = \text{const}; \vec{p} = m\vec{V}_c = \text{const}; \vec{V}_c = \text{const}$$

Следовательно, из ЗСИ получают, что при любых изменениях, происходящих в замкнутой системе, скорость центра масс не изменяется, но могут изменяться скорости отдельных точек.

Импульс системы остаётся постоянным и для незамкнутой системы, если сумма внешних сил равна нулю.

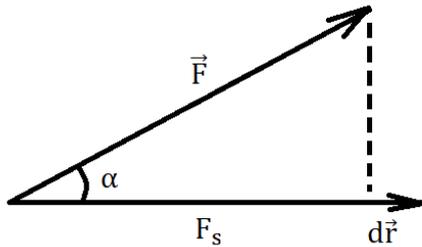
При механическом движении в замкнутой системе увеличение импульса одного тела равно уменьшению импульсов всех остальных взаимосвязанных с ним тел.

Взаимодействующие тела обмениваются импульсами, суммарный импульс системы при этом не изменяется.

**Энергия, работа, мощность. Кинетическая и потенциальная энергия тел. Связь между потенциальной энергией и силой.**

Для количественного описания взаимодействия тел используется понятие работы силы, приложенной к рассматриваемому телу.

Элементарная работа силы  $F$  при перемещении  $d\vec{r}$  – скалярная величина, равная произведению силы на перемещение:



$$dA = \vec{F} d\vec{r} = F dr \cos \alpha$$

$$ds = |d\vec{r}| = dr$$

$ds$  – элементарная длина пути точки приложения силы за малый промежуток времени.

в проекциях на оси:  $dA = F_x dx + F_y dy + F_z dz$

где  $x, y, z$  – координаты приложенной силы,

$F_x, F_y, F_z$  – проекции

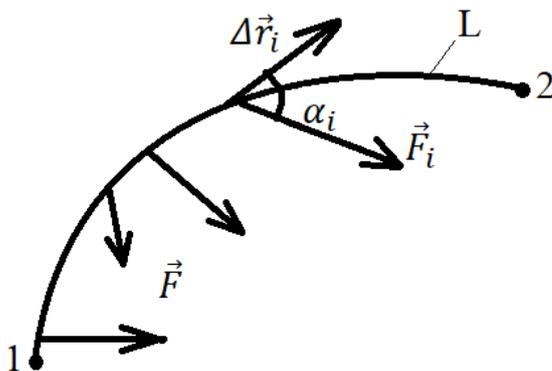
$$dA = F_s ds$$

Из этого следует, что, если  $\vec{F} \perp d\vec{r}$ , то  $dA = 0$ .

Работа – величина алгебраическая.

$dA > 0$ , если  $\cos \alpha > 0$ , и наоборот.

Предположим, что траектория точки приложения силы есть некая кривая  $L$ , и нужно вычислить работу, совершённую силой  $F$  на участке траектории 1-2.



Разобьем траекторию на малые отрезки  $ds$ , такие, что  $\Delta S_i = |\Delta \vec{r}_i|$ .

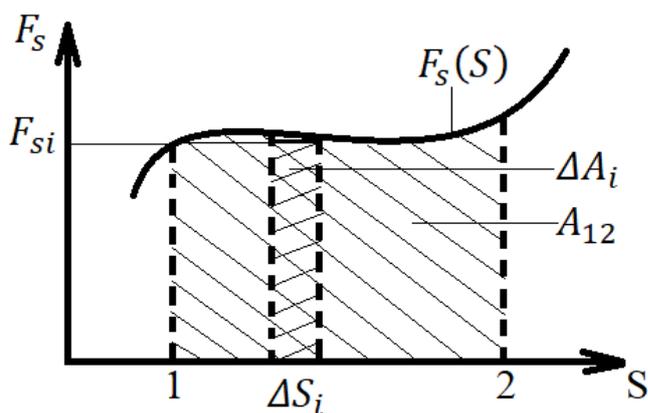
Посчитаем работу на  $i$ -м участке траектории:  $\Delta A_i = (\vec{F}_i \Delta \vec{r}_i) = F_i \Delta S_i \cos \alpha_i$

$$F_i = \text{const}$$

При этом вдоль траектории силы изменяются как по величине, так и по направлению.

Работа на участке 1-2:  $A_{12} = \sum_i \Delta A_i$

$$A_{12} = \lim_{\Delta \vec{r}_i \rightarrow 0} \sum (\vec{F}_i \Delta \vec{r}_i) = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = \int_1^2 F_s ds$$



Для вычисления интеграла необходимо знать зависимость  $F_s(S)$  вдоль  $L$ .

Работа численно равна площади фигуры, ограниченной кривой  $F_s(S)$  и прямыми  $S = 1$  и  $S = 2$ .

Элементарная работа  $\Delta A_i$  на участке  $\Delta S_i$  равна площади прямоугольника.

Для характеристики работы, совершаемой силой за единицу времени, используется понятие мощности.

Мощность – скалярная величина, равная отношению элементарной работы к малому промежутку времени, в течение которого она совершается, т.е.  $N = \frac{dA}{dt} = \frac{\vec{F}d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\vec{V}$ ,

где  $\vec{V}$  – скорость точки приложения силы.

Энергия – физическая величина, характеризующая способность тела/системы тел совершать работу.

Кинетическая энергия – энергия механической системы, зависящая от скоростей точек, образующих систему.

Кинетическая энергия одной материальной точки:  $E_k = \frac{mV^2}{2}$

Кинетическая энергия системы материальных точек:  $E_k = \sum_{i=1}^n E_{k_i} = \sum_{i=1}^n \frac{m_i V_i^2}{2}$

Если на частицу действует сила  $F$ , то изменение кинетической энергии  $dE_k$  за время  $dt$  будет равно элементарной работе, совершённой этой силой  $F$  при перемещении  $dr$ :

$$dE_k = dA$$

Проинтегрировав, получим:  $\int_1^2 dE_k = \int_1^2 dA$

$$\boxed{E_{k2} - E_{k1} = A_{12}}$$

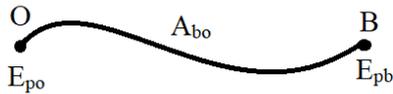
Приращение кинетической энергии частиц равно работе результирующей внешней силе.

Для любой  $i$ -й точки системы  $dE_{k_i} = dA_{i\text{внеш}} + dA_{i\text{внутр}}$ .

$$\boxed{dE_k = dA_{\text{внеш}} + dA_{\text{внутр}}}$$

Изменение кинетической энергии системы материальных точек за время  $dt$  равно сумме элементарных работ, совершённых внешними и внутренними силами, приложенными к системе.

Любая точка потенциального поля (поле, работа которого при переходе из одной точки поля в другую не зависит от формы траектории) может быть описана некоторой функцией  $E_p(x,y,z)$ .



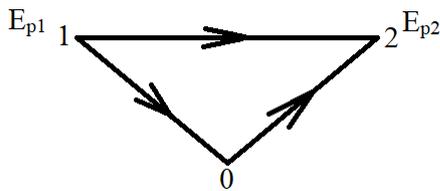
Обозначим эту функцию в некоторой точке O как  $E_{p0}$ , а в точке B как  $E_{pb}$ .

$$E_{pb} = E_{p0} + A_{bo}$$

Т.к. работа не зависит от формы пути, то значение функции  $E_p$  в каждой точке пространства определено однозначно, и функция  $E_p$  называется потенциальной энергией частицы во внешнем поле (измеряется в Дж).

Потенциальная энергия - энергия взаимодействия тел или частей тела.

Работа потенциальных сил поля равна разности значений потенциальной энергии в начальной и конечной точке пути.



$$E_{p1} = E_{p2} + A_{12}$$

$$A_{12} = E_{p1} - E_{p2}$$

Свяжем потенциальную энергию частицы с действующей на неё силой.

Допустим, частица перемещается вдоль оси OX на величину  $dx$  под действием силы  $\vec{F}$ . Тогда:

$$\left. \begin{aligned} dA &= F_x dx \\ dA &= -dE_p \text{ (энергия убывает)} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} dA &= F_x dx + F_y dy + F_z dz = F_x dx \\ F_x &= -\frac{dE_p}{dx} \end{aligned}$$

В общем виде:  $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$

$$\vec{F} = -\left( \frac{\partial E_p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial z} \vec{k} \right)$$

$$\frac{\partial E_p}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial E_p}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial E_p}{\partial z} \vec{k} = \text{grad} E_p$$

$$\boxed{\vec{F} = -\text{grad} E_p}$$

Потенциальная сила равна градиенту потенциальной энергии и направлена в сторону убывания потенциальной энергии (знак «минус» в формуле).

Конкретный вид функции  $E_p(x, y, z)$  зависит от вида силы  $F$ :

- 1) Поле силы тяжести вблизи поверхности земли

$$E_p = mgh + E_{p0}$$

$$F = mg$$

- 2) Гравитационное поле вдали от поверхности земли

$$E_p = -\frac{GmM}{R+h} + E_{p0}$$

$$F = -\frac{GmM}{(R+h)^2}$$

3) Потенциальная энергия упругой деформации

$$E_p = \frac{kx^2}{2};$$

$$F = -kx$$

### Консервативные и неконсервативные силы. Закон сохранения энергии в механике.

Кроме контактных взаимодействий, возникающих между соприкасающимися телами, наблюдаются взаимодействия между телами, удалёнными друг от друга.

Подобные взаимодействия осуществляются через физические поля, которые представляют собой особую форму материи.

Каждое тело создаёт в окружающем пространстве силовое поле, посредством которого действует на другие тела.

В общем случае, силовое поле в любой точке пространства характеризуется силой, действующей на частицу, помещённую в данную точку.

Эта сила может зависеть от координат и времени. Такое поле называется нестационарным  $\vec{F}(x, y, z, t)$ .

Если поле зависит только от координат, - стационарным  $\vec{F}(x, y, z)$ .

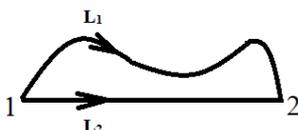
Если не зависит от координат (постоянно) – однородным  $\vec{F} = const$  ( $\vec{F} \neq f(x, y, z)$ ).

Также силовые поля бывают потенциальными и непотенциальными.

Потенциальные или консервативные: работа сил поля, действующих на перемещающуюся в нём частицу, зависит только от начального и конечного положения частицы и не зависит от вида траектории.

Силы, действующие в потенциальных полях, - потенциальные силы.

Математический критерий потенциального поля можно записать:



$$If \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} \Rightarrow \vec{F} - \text{потенц}$$

(В первом сл-е, это L<sub>1</sub>, во втором – L<sub>2</sub>)



$$\oint_{(L)} \vec{F} d\vec{l} = 0$$

Если работа сил поля по произвольному замкнутому контуру равна нулю, то поле будет потенциальным. Интеграл вида

$\oint_{(L)} \vec{F} d\vec{l}$  называется циркуляцией вектора  $\vec{F}$  по замкнутому контуру L.

Работа равна приращению кинетической энергии:  $dA = \vec{F} d\vec{S} = d\left(\frac{mV^2}{2}\right)$ .

Силы, действующие на тело, могут быть потенциальными и непотенциальными:  $dA_{\text{пот}} = -dE_p$  (работа потенциальных сил равна изменению потенциальной энергии).

В общем виде можно записать:

$$\vec{F}_{\text{пот}} d\vec{S} + \vec{F}_{\text{непот}} d\vec{S} = d\left(\frac{mV^2}{2}\right)$$

$$\vec{F}_{\text{пот}} d\vec{S} + \vec{F}_{\text{непот}} d\vec{S} = dA$$

$$\vec{F}_{\text{непот}} d\vec{S} = d\left(\frac{mV^2}{2} + E_p\right) = d(E_k + E_p) = dE$$

Сумма потенциальной и кинетической энергий - полная механическая энергия.

Изменение механической энергии системы равно работе непотенциальных сил.

Работа непотенциальных сил связана с изменением внутренней энергии.

Если работа, идущая на изменение внутренней энергии много меньше полной механической энергии:  $dE = 0$ ;  $E = \text{const}$ .

Закон сохранения полной механической энергии: механическая энергия системы постоянна, если на неё действуют только потенциальные силы.

Для системы из n МТ можно записать:

$$E = \sum_{i=1}^n \frac{m_i V_i^2}{2} + \sum_{i=1}^n E_{pi} + E_{\text{вз}} \text{ (энергия вз - я частиц внутри системы)}$$

$$dE = d(E_k + E_p + E_{\text{вз}}) = dA_{\text{непот}} = dA_{\text{непот}}^{\text{внеш}} + dA_{\text{непот}}^{\text{внутр}}$$

Рассмотрим 3 частных случая:

1. Непотенциальные силы отсутствуют.

$$dE = 0 \Rightarrow E = E_k + E_p + E_{вз} = const$$

Полная механическая энергия постоянна, если на неё действуют только потенциальные силы.

2. Система замкнута: внешние силы отсутствуют, непотенциальные внутренние силы равны нулю.

$$dE = 0 \Rightarrow E = E_k + E_{вз} = const$$

Полная механическая энергия замкнутой системы тел, между которыми действуют только потенциальные силы, не изменяется.

3. Система замкнута, но существуют непотенциальные внутренние силы.

$$dE = dA_{непот}^{внутр}$$

Полная механическая энергия не сохраняется.

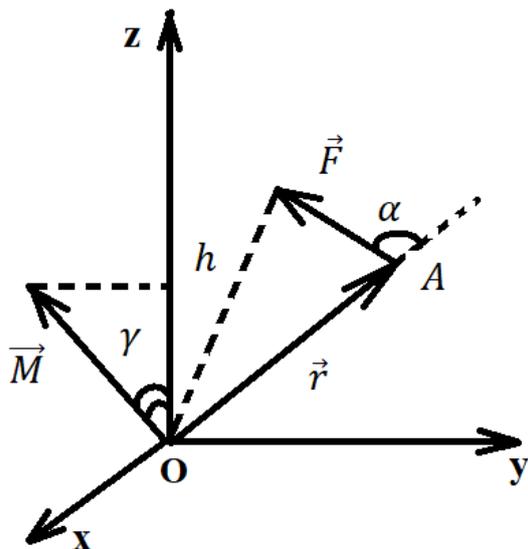
#### Лекция 4

#### **Момент силы и момент импульса.**

##### 1. Момент силы

Для характеристики внешнего механического действия на тело, приводящего к изменению вращательного движения, вводится понятие момента силы. Различают момент силы относительно точки и оси.

Момент силы относительно неподвижной точки – вектор, равный векторному произведению радиус-вектора на вектор силы.



$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}]$$

$$M = Fr \sin \alpha = Fh$$

$\vec{M} \perp$  плоскости, образованной векторами  $\vec{r}$  и  $\vec{F}$ .

$h$  – плечо силы относительно точки  $O$ . При переносе точки приложения силы вдоль линии её действия момент силы не изменяется.

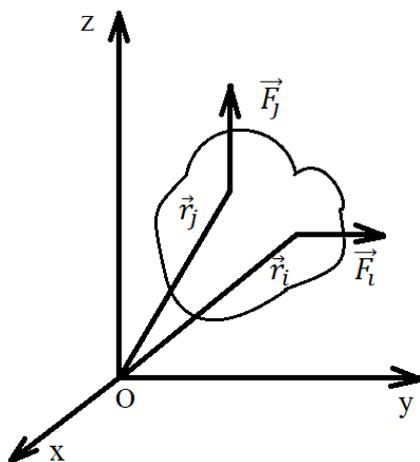
Если линия действия силы проходит через точку, то момент силы равен нулю.

Если на тело действует несколько сил, то результирующим моментом системы сил относительно неподвижной точки  $O$  является  $\vec{M}$ , равный векторной сумме моментов всех сил относительно данной

точки:

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \vec{F}_i]$$

Момент силы относительно неподвижной оси  $z$  – скалярная величина  $M_z$ , равная проекции на эту ось вектора  $\vec{M}$ .



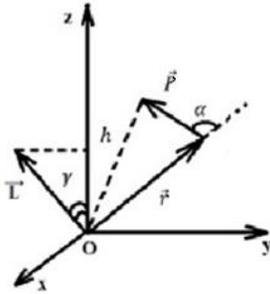
$$M_z = ([\vec{r}\vec{F}])_z = M \cos \gamma$$

Главный момент силы  $F$  относительно неподвижной оси  $Oz$  – алгебраическая сумма моментов этих сил относительно данной оси.

$$M_z = \sum_{i=1}^n ([\vec{r}_i \vec{F}_i])_z = \sum_{i=1}^n M_{zi}$$

## 2. Момент импульса

Момент импульса МТ относительно неподвижной точки – вектор  $\vec{L}$ , равный векторному произведению радиус-вектора, проведённого из точки О в место нахождения МТ на вектор её импульса.



$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] = [\vec{r}m\vec{V}]$$

$h$  – плечо импульса относительно точки О.

Момент импульса МТ относительно неподвижной оси z – скалярная величина  $L_z$ , равная проекции на эту ось вектора  $\vec{L}$ .

$$L_z = ([\vec{r}\vec{p}]_z) = L \cos \gamma$$

$$L = pr \sin \alpha = ph$$

Момент импульса системы МТ относительно неподвижной точки – векторная сумма моментов всех МТ системы относительно данной точки.

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i \vec{p}_i] = \sum_{i=1}^n [\vec{r}_i m_i \vec{V}_i]$$

Момент импульса системы МТ относительно неподвижной оси z – величина, равная проекции момента импульса системы точек на данную ось:

$$L_z = \sum_{i=1}^n ([\vec{r}_i \vec{p}_i]_z) = \sum_{i=1}^n L_{zi}$$

### Уравнение моментов для МТ и системы МТ

Уравнение моментов для МТ:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$$

Уравнение моментов для системы МТ:

$$\sum \frac{d\vec{L}_i}{dt} = (\sum \vec{M}_i)$$

Используя 3ЗН можно показать, что к изменению момента импульса приводят только внешние силы.

Закон изменения момента импульса системы:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{\text{внеш}}$$

Изменение импульса системы МТ относительно неподвижной точки равно результирующему моменту внешних сил, приложенных к системе, относительно той же точки.

Закон сохранения момента импульса системы:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = 0, \text{ if } \vec{M}_{\text{внеш}} = 0$$

Закон справедлив только для замкнутых систем.

$$\vec{L} = const \equiv \begin{cases} L_x = const \\ L_y = const \\ L_z = const \end{cases}$$

Момент импульса системы тел сохраняется неизменным при любых взаимодействиях внутри системы, если результирующий момент внешних сил, действующих на нее, равен нулю.

Лекция 5

**Т. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси.**

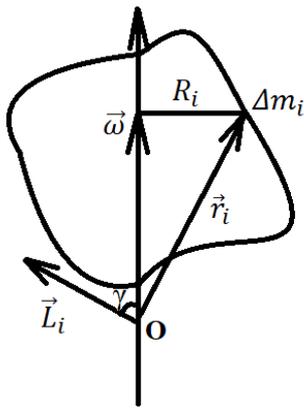
**Момент инерции. Основной закон динамики вращательного движения**

Абсолютно-твёрдое тело – система МТ с неизменным расстоянием между ними.

Для таких тел справедливо уравнение моментов:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{\text{внеш}}$$

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i$$



$\vec{L}_i$ -момент импульса любой точки твёрдого тела массой  $\Delta m_i$ , которую характеризует  $\vec{r}_i$  и скорость  $\vec{V}_i$ . Тело вращается с угловой скоростью  $\vec{\omega}$ .

$$\vec{L}_i = [\vec{r}_i \Delta m_i \vec{V}_i] = \Delta m_i [\vec{r}_i \vec{V}_i]$$

Для всех точек  $\vec{V}_i$  и  $\vec{r}_i$  перпендикулярны как образующая конуса и касательная к основанию.

$$|\vec{L}_i| = \Delta m_i r_i V_i = \Delta m_i r_i \omega R_i$$

$$\vec{L}_i \perp r_i \text{ и } V_i$$

Момент импульса относительно оси z:

$$L_{iz} = \Delta m_i r_i \omega R_i \cos \gamma_i = \Delta m_i \omega R_i^2$$

$$L_z = \sum_i L_{iz} = \sum_i \Delta m_i \omega R_i^2 = \omega \sum_i \Delta m_i R_i^2$$

$I = \sum_i \Delta m_i R_i^2$  – момент инерции тела относительно неподвижной оси вращения.

Для тела относительно неподвижной оси вращения можно записать:

$$\vec{L} = I \vec{\omega}$$

В скалярном виде 23Н выглядит так:

$$m a_z = F_z$$

Основной закон динамики вращательного движения:

$I \varepsilon = M_z$ , где  $\varepsilon$  – угловое ускорение.

Между уравнениями существует аналогия.

Аналогом  $F_z$  во вращательном движении является момент силы  $M_z$ , массы  $m$  – момент инерции тела  $J$ , т.е. момент инерции – мера инертности тела при вращательном движении.

Закон сохранения момента импульса:

Если внешние силы, приложенные к телу, отсутствуют, или их суммарный момент равен нулю, то

$$I\varepsilon = I \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt}(I\omega) = 0 \Rightarrow I\omega = \text{const}$$

т.е. момент импульса – постоянная величина.

Если момент инерции тела не изменяется ( $I=\text{const}$ ), то  $\omega=\text{const}$ .

Момент инерции зависит от распределения массы относительно оси вращения. При отсутствии внешних сил перераспределение массы относительно оси вращения приводит к изменению момента инерции, что приводит к изменению угловой скорости.

$$I_1\omega_1 = I_2\omega_2$$

**Момент инерции и примеры вычисления момента инерции.**

По определению,

$$I = \sum_i \Delta m_i R_i^2.$$

Из формулы следует, что момент инерции любой механической системы (тела) равен сумме моментов инерции всех элементов системы относительно выбранной оси.

Тело обладает моментом инерции не только когда вращается, но и когда покоится.

Перепишем это выражение, используя плотность  $\rho$  :

$$\rho = \frac{\Delta m_i}{\Delta V_i}$$

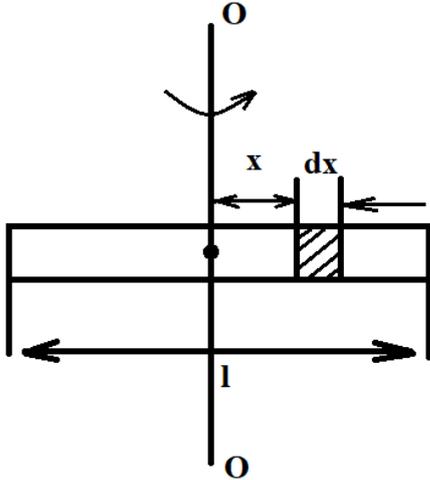
$$I \approx \sum_i \Delta m_i R_i^2 \approx \rho \sum_i R_i^2 \Delta V_i$$

$$I = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \sum_i R_i^2 \Delta V_i = \rho \int_V R^2 dV$$

$$I = \rho \int_V R^2 dV$$

$R$  – функция МТ (например, координаты  $x, y, z$ ).

Вычислим  $I$  стержня относительно оси, проходящей через его середину,  $\perp$  к нему.



$l$  – длина стержня. Стержень можно разбить на элементы  $dx$ . Используем формулу:

$$I = \rho \int_V R^2 dV$$

$$m = \rho V = \rho S l$$

$$dV = S dx$$

$$I = 2\rho S \int_0^{l/2} x^2 dx = 2\rho S \frac{x^3}{3} \Big|_0^{l/2} = 2\rho S \frac{l^3}{3S} = \frac{ml^2}{12}$$

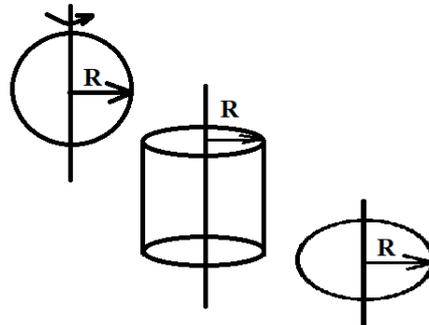
$$I = \frac{ml^2}{12}$$

Аналогичным образом можно получить формулы для:

Шара  $I = \frac{2}{5} mR^2$

Диска (цилиндра)  $I = \frac{mR^2}{2}$

Кольца  $I = mR^2$



### Теорема Штейнера и её применение для вычисления моментов инерции тел.

Моменты инерции тел достаточно просто вычисляются относительно осей, совпадающих с осями симметрии, в случае однородных тел.

Вычисление момента инерции относительно других осей сложное, но его можно упростить, если использовать теорему Штейнера:

$$I = I_c + ma^2$$

Момент инерции относительно произвольной оси равен сумме момента инерции относительно оси, параллельной данной и проходящей через центр масс тела, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями.

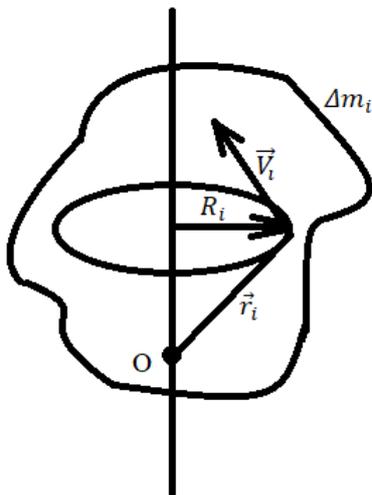
Момент инерции однородного стержня относительно оси, проходящей через его конец:

$$I = \frac{ml^2}{12} + m\left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{ml^2}{3}$$

### Кинетическая энергия вращающегося тела. Работа внешней силы при вращении твёрдого тела.

Допустим, твёрдое тело вращается вокруг неподвижной оси.

Разобьём тело на элементарные массы  $\Delta m_i$ , каждая из которых при вращении описывает окружность радиусом  $R_i$  и имеет линейную скорость  $V_i$ .



$$E_{\text{квращ}} = \frac{\Delta m_i V_i^2}{2} = \frac{\Delta m_i R_i^2}{2} \omega^2$$

$$E_{\text{квращ}} = \sum_i E_{\text{квращ}} = \sum_i \frac{\Delta m_i R_i^2 \omega^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum_i \Delta m_i R_i^2 = \frac{I \omega^2}{2}$$

$$E_{\text{квращ}} = \frac{I \omega^2}{2}$$

Определим работу, совершённую внешними силами, вызывающую вращение тела.

Известно, что работа идёт на приращение кинетической энергии.

$$dA = dE_k$$

Продифференцируем выражение для кинетической энергии:

$$dE_k = d\left(\frac{I \omega^2}{2}\right) = Id\left(\frac{\omega^2}{2}\right) = I\omega \frac{d\omega}{dt} dt = I\omega \varepsilon dt = I \varepsilon d\varphi = M_{\text{внеш}} d\varphi$$

$$\text{If } M_{\text{внеш}} = \text{const}, A = M_{\text{внеш}} \varphi$$

$$dA = M_{\text{внеш}} d\varphi$$

при поступательном движении:  $dA = FdS$

Лекция 6

## **Т. Молекулярная физика и термодинамика.**

### **Тепловое движение. Идеальный газ. Уравнение Менделеева-Клапейрона.**

Молекулярная физика – раздел физики, посвященный изучению физических свойств тел в зависимости от их строения, сил взаимодействия между образующими тело молекулами, атомами и ионами и от характера их теплового движения.

Молекулярная физика базируется на молекулярно-кинетической теории строения вещества, основные положения которой сводятся к следующему:

все вещества состоят из мельчайших частиц, которые взаимодействуют друг с другом и находятся в непрерывном беспорядочном тепловом движении.

Основным методом теоретического исследования в молекулярной физике является статистический метод – метод изучения свойств макросистем на основе анализа статистических закономерностей теплового движения микрочастиц, образующих систему с помощью методов теории вероятности.

Изучением различных свойств тел и изменений состояния вещества занимается также термодинамика, которая использует другой метод изучения физических свойств – термодинамический, который не учитывает внутреннее строение тел и характер движения отдельных частиц, а основан на изучении превращения энергии, происходящего в системе.

Таким образом, предмет изучения термодинамики и молекулярной физики один и тот же – макросистемы, эти две науки развивались параллельно.

Термодинамическая система – совокупность рассматриваемых тел, которые могут обмениваться энергией друг с другом и с внешней средой.

Термодинамическая система может находиться в различных состояниях. Для описания состояния вводятся термодинамические параметры:  $p$  – давление (Па),  $V$  – объём ( $\text{м}^3$ ),  $T$  – температура (К) .

Давление – сила, действующая на единицу площади поверхности.

Температура – понятие, имеющее смысл только в равновесных состояниях системы.

Состояние называется равновесным, если все параметры имеют определенные значения, остающиеся неизменными при неизменных внешних условиях.

Равновесное состояние – идеализация.

Температура равновесной системы – мера интенсивности теплового движения молекул.

Если параметры системы не имеют определенных значений, то состояние системы называется неравновесным.

Процесс – переход из одного состояния в другое.

Процесс называется равновесным, если его можно представить как непрерывную последовательность равновесных состояний (бесконечно медленные).

Равновесный процесс можно провести в обратном направлении через ту же последовательность промежуточных состояний, что и в прямом направлении, то есть равновесные процессы – обратимые процессы.

Связь между параметрами называется уравнением состояния системы, т.е. параметры системы закономерно связаны друг с другом, и изменение одного из них приводит к изменению других.

Аналитически уравнение состояния записывают как функцию

$$F(p, V, T) = 0.$$

Запишем уравнение состояния для идеального газа.

Идеальный газ – газ, молекулы которого не взаимодействуют друг с другом (теоретическая модель).

Молекулы идеального газа свободны, двигаются равномерно и прямолинейно между столкновениями.

При взаимных столкновениях и соударениях со стенками сосуда молекулы идеального газа ведут себя как абсолютно упругие шары.

Многие газы при нормальных давлении и температуре можно считать идеальными (He, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, воздух).

Для идеального газа уравнение состояния имеет вид:

$$\frac{pV}{T} = const$$

Объединённый газовый закон, т.к. это уравнение объединяет опытные газовые законы.

Опытные законы:

1. Закон Бойля-Мариотта.

$$T = \text{const} - \text{изотерма}, pV = \text{const}.$$

2. Закон Гей-Люссака.

$$p = \text{const} - \text{изобара}, \quad \frac{V}{T} = \text{const}.$$

3. Закон Шарля.

$$V = \text{const} - \text{изохора}, \quad \frac{p}{T} = \text{const}.$$

В дальнейшем были посчитаны константы, и уравнение состояния приобрело вид:

$$pV = \frac{m}{M}RT - \text{уравнение Менделеева - Клапейрона.}$$

где  $m$  – масса вещества,  $M$  – молярная масса.

Уравнение Менделеева-Клапейрона может быть переписано в другой форме:

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

$$n = \frac{N}{V}$$

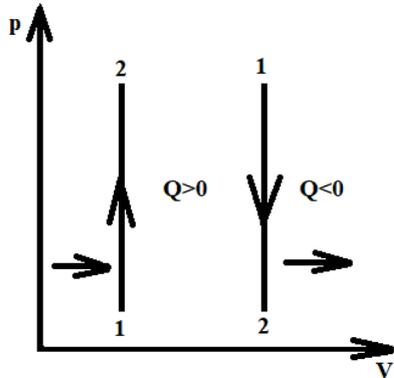
$$p = \nu \frac{RT}{V} = \nu N_A \frac{R}{N_A} \frac{T}{V} = \frac{N}{V} kT = \underline{nkT},$$

где  $n$  – концентрация молекул,  $k$  – постоянная Больцмана ( $k = \frac{R}{N_A}$ ).

## Изопроцессы в газах. Графическое представление изопроцессов.

Изохорный процесс

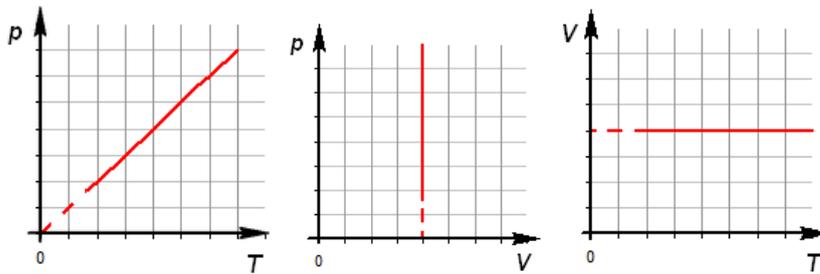
Этот процесс реализуется при нагревании (охлаждении) газа в замкнутом объёме.



$$V = \text{const}$$

$$p = \frac{mRT}{MV} = \text{const}T$$

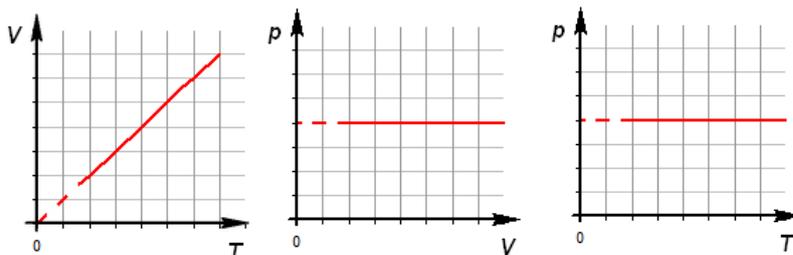
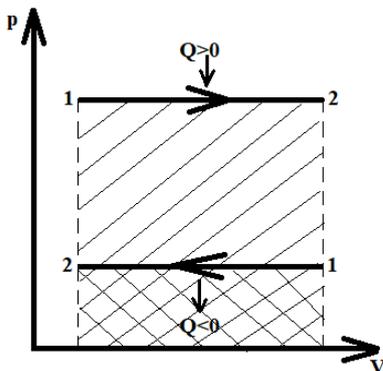
$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$



Изобарный процесс

$$p = \text{const}$$

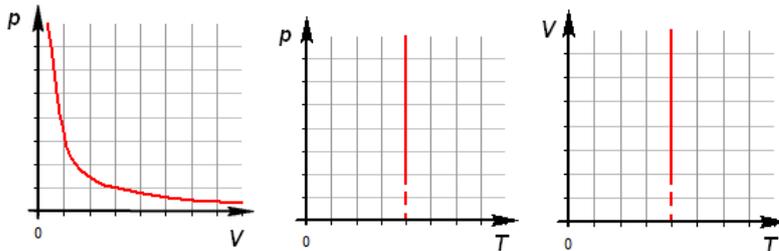
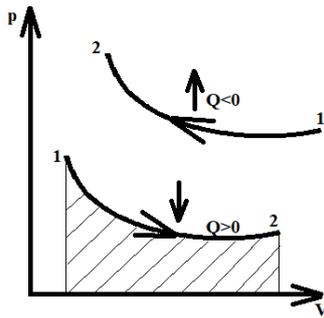
$$V = \text{const}T$$



Изотермический процесс

$$T = const$$

$$pV = const$$

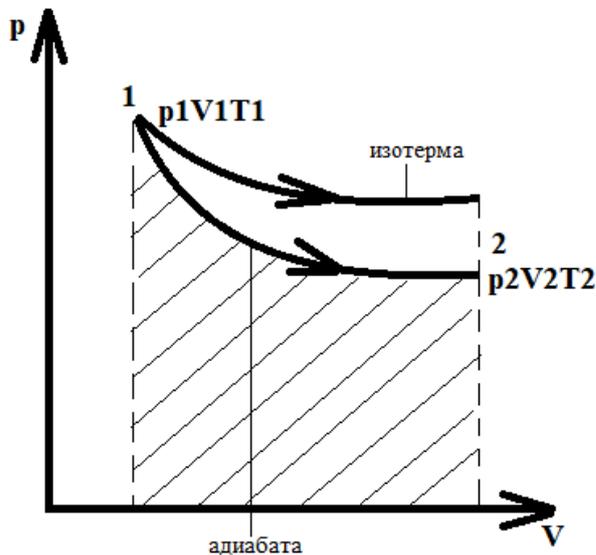


Адиабатный процесс

- процесс, при котором теплообмен между газом и окружающей средой отсутствует, т.е.  $dQ = 0$ .

$$pV^\gamma = const \text{ уравнение Пуассона.}$$

$\gamma$  – показатель адиабаты.



Для проведения адиабатного процесса необходимо изолировать от окружающей среды сосуд с расширяющимся газом. Однако адиабатный процесс можно провести и при отсутствии хорошей теплоизоляции (при высокой скорости).

Лекция 7

Основное уравнение МКТ.

Давление газа на стенки сосуда – следствие столкновений газовых молекул со стенками.

Выведем основное уравнение МКТ. Для этого выделим на поверхности сосуда малую площадку  $\Delta S$  и найдём давление, оказываемое газом на эту площадку.

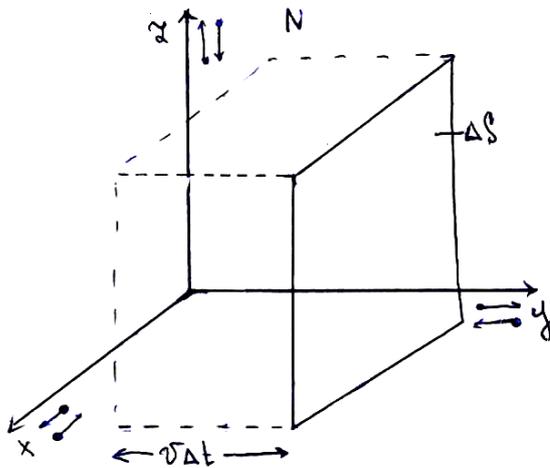
Для этого необходимо сосчитать число соударений со стенками за малое время  $\Delta t$ .

Если газ находится в равновесии, то все направления движения молекул равновероятны.

Скорости молекул могут быть различными.

Для упрощения расчётов предположим, что скорости всех молекул одинаковы и равны  $V$ .

Движение молекул можно представить следующим образом:



Молекулы двигаются вдоль трех перпендикулярных направлений. Если в сосуде содержится  $N$  молекул, то вдоль каждого направления будет двигаться  $1/3$  молекул.

Если молекулы двигаются с одинаковой скоростью, то до элемента  $\Delta S$  за время  $\Delta t$  долетят молекулы, занимающие объем параллелепипеда с основанием  $\Delta S$  и высотой  $V\Delta t$ .

Пусть концентрация молекул равна  $n$ , тогда в параллелепипеде их будет  $nV\Delta S\Delta t$ .

Со стенкой столкнутся  $\Delta N = \frac{1}{6}nV\Delta S\Delta t$ .

Удары о стенку сосуда абсолютно упругие, поэтому при ударе направление скорости изменится на противоположное. Изменение импульса =  $-2mV$ .

По закону сохранения импульса стенка получит импульс, равный по величине и противоположный по направлению. Следовательно, приобретённый стенкой импульс при ударе одной молекулы =  $2mV$ .

То есть все молекулы, ударившись о стенку, сообщат импульс:

$$2mV \cdot \frac{1}{6}nV\Delta S\Delta t = \frac{1}{3}mV^2n\Delta S\Delta t$$

Используя понятие импульса силы, можно записать:

$$\frac{1}{3}mV^2n\Delta S\Delta t = p\Delta S\Delta t$$

Если учесть, что молекулы движутся с разными скоростями, то  $V^2n$  нужно заменить на  $\sum_{i=1}^n V_i^2$

$$\frac{n \sum_{i=1}^n V_i^2}{n} = n \left( \frac{V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2}{n} \right) = n\langle V^2 \rangle$$

$$p = \frac{1}{3} nm \langle V^2 \rangle$$

$\sqrt{\langle V^2 \rangle}$  – среднеквадратичная скорость

$$p = \frac{2}{3} n \frac{m \langle V^2 \rangle}{2} = \frac{2}{3} n \left\langle \frac{mV^2}{2} \right\rangle = \frac{2}{3} n \langle E_{\text{пост}} \rangle$$

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_{\text{пост}} \rangle \text{ – основное уравнение МКТ (уравнение Клаузиуса),}$$

где  $\langle E_{\text{пост}} \rangle$  – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы.

Это уравнение устанавливает связь между молекулярными величинами  $m$ ,  $E$  (величины микроскопические) и, характеризующим газ как целое, давлением  $p$  (величина макроскопическая).

Свяжем  $\langle E_{\text{пост}} \rangle$  с  $T$ .

$$p = \frac{2}{3} n \langle E_{\text{пост}} \rangle; p = nkT, \text{ значит, } p = \frac{2}{3} n \langle E_{\text{пост}} \rangle = nkT$$

$$\langle E_{\text{пост}} \rangle = \frac{3}{2} kT$$

Эта формула выявляет смысл понятия температуры, т.е. температура – количественная мера теплового движения молекул. Из этого уравнения следует, что при одинаковой температуре  $\langle E_{\text{пост}} \rangle$  всех газов одинакова (не зависит от масс).

### **Закон Максвелла для распределения молекул идеального газа по скоростям.**

Молекулы в газе движутся с различными скоростями, однако каждой температуре соответствует наиболее вероятная скорость  $V_v$ .

Ввиду полной беспорядочности движения молекул нельзя ставить вопрос о числе молекул, обладающих данной скоростью, но можно – о числе молекул, скорости которых лежат в интервале  $[V; V+dV]$ .

Обозначим  $dN_v$  – число таких молекул.

$$dN_v = NF(V)dV$$

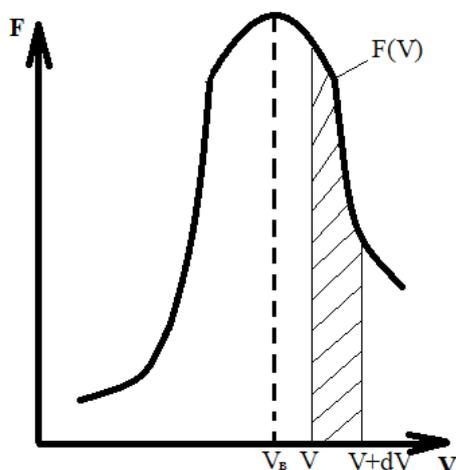
Вид функции был установлен Максвеллом с использованием методов теории вероятности.

Функция  $F(V)$  – функция распределения молекул по скоростям.

$$F(V) = 4\pi \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left( -\frac{mV^2}{2kT} \right) V^2,$$

где  $N$  – общее число молекул,  $m$  – масса одной молекулы.

Проанализируем этот закон:

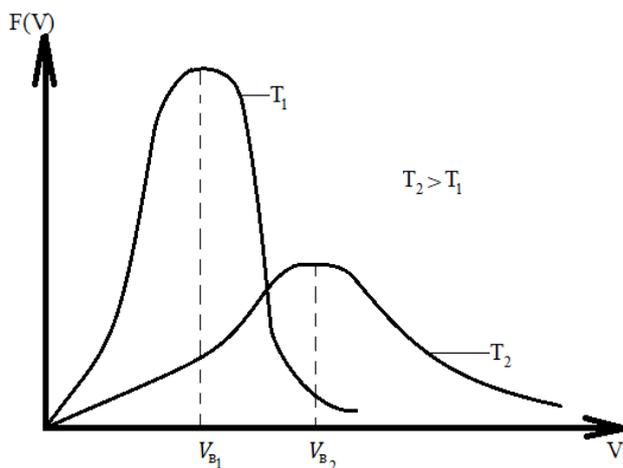


$$F = \frac{dN_V}{NdV}$$

$$FdV = \frac{dN_V}{N}$$

Физический смысл: заштрихованная область – доля молекул, скорости которых лежат в данном интервале.

Площадь под нормированной кривой = 1.



Основные особенности распределения

Максвелла:

1.  $F(V) = 0$  при  $V = 0$  и  $V \rightarrow \infty$

2.  $F(V)_{max}$  при  $V_B = \sqrt{\frac{2kT}{m}} = \sqrt{\frac{2RT}{M}}$

3.  $\langle V \rangle = \int_0^{\infty} VF(V)dV = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}$

$$\langle V^2 \rangle = \int_0^{\infty} V^2 F(V)dV$$

$$\sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

Закон Максвелла даёт распределение частиц по значениям кинетической энергии.

### **Барометрическая формула. Распределение Больцмана.**

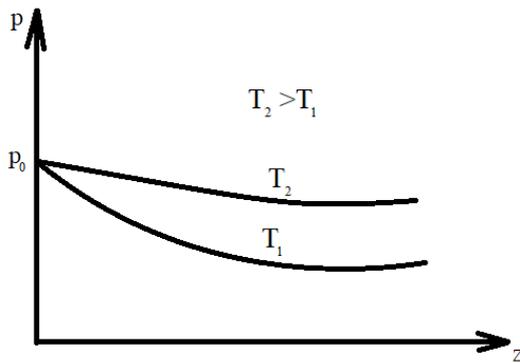
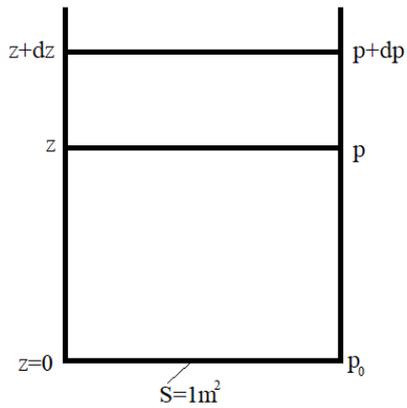
На молекулы в атмосфере Земли действуют силы тяготения.

При этом в атмосфере устанавливается определённое распределение концентрации молекул по высоте. Соответственно, для этого распределения устанавливается закон изменения давления газа от высоты.

Зависимость давления газа от высоты – барометрическая формула.

Для её вывода используется упрощённая модель:

- 1)  $g = \text{const}$
- 2) воздух – идеальный газ
- 3)  $T = \text{const}$



$$dz > 0 \Rightarrow dp < 0$$

$$p - (p + dp) = \rho g dz$$

$$dp = -\rho g dz$$

$$\rho = \frac{Mp}{RT}$$

$$dp = -\frac{Mg}{RT} p dz$$

$$\frac{dp}{p} = -\frac{Mg}{RT} dz$$

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{Mg}{RT} z\right)$$

Преобразуем барометрическую формулу:

$$\frac{Mg}{RT} = \frac{mN_A g}{kN_A T} = \frac{mg}{kT}$$

$$p = nkT$$

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{mg}{kT} z\right)$$

$$mgz = E_p$$

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{E_p}{kT}\right)$$

распределение Больцмана

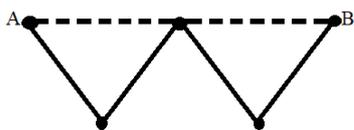
Закон Больцмана даёт распределение частиц по значениям потенциальной энергии.

## Лекция 8

### Число столкновений и средняя длина свободного пробега молекул.

При определении числа столкновений будем считать газ идеальным за исключением момента столкновения.

До столкновения молекулы движутся прямолинейно, в момент столкновения скорости изменяются, после чего – снова прямолинейно.



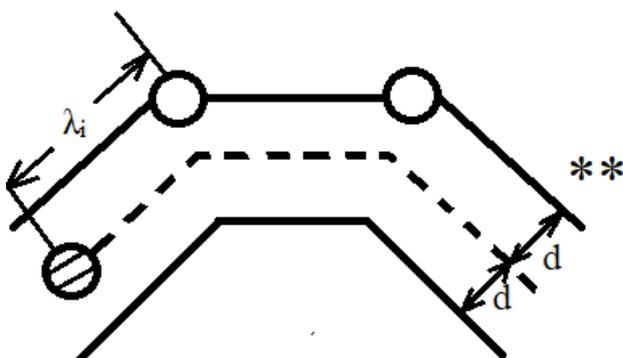
Длина свободного пробега – расстояние, которое молекула проходит между столкновениями ( $\lambda_i$ ).

Из-за хаотичности движения молекул величины  $\lambda_i$  постоянно изменяются, и неизменной при данных условиях остаётся только средняя  $\lambda$ , т.е.  $\lambda = \frac{1}{N} \sum \lambda_i$ , где  $N$  – число молекул.

Аналогично, имеет смысл при данных условиях среднее число столкновений в единицу времени.

Можно показать, что среднее число столкновений в единицу времени определяется уравнением:

$$z = n\pi d^2 \langle V \rangle$$



\*  $d$  – эффективный диаметр (наименьшее расстояние, на которое сближаются центры молекул при столкновении) – зависит от  $T$ .

$\sigma$  – эффективное сечение молекул.

\*\* Будем считать, что все молекулы неподвижны, кроме заштрихованной.

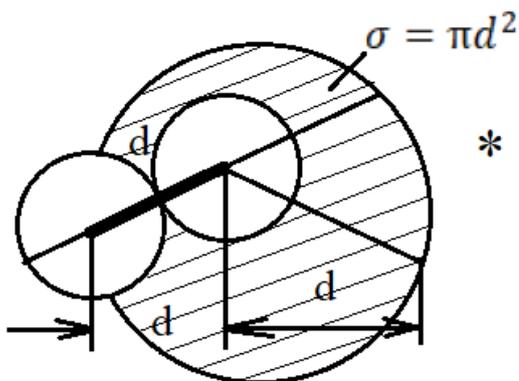
Ударяясь об одну из неподвижных молекул, она будет лететь дальше прямолинейно до следующего столкновения.

Подвижная молекула испытывает столкновение со всеми молекулами, центры которых лежат в пределах ломанного цилиндра.

Т.к.  $\lambda \uparrow \uparrow d$ , можно считать этот цилиндр прямым.

За 1с молекула проходит путь, равный  $\langle V \rangle \cdot 1\text{с}$ .  $V_{\text{цилиндра}} = \pi d^2 \langle V \rangle$

Тогда число молекул, центры которых лежат внутри этого цилиндра, определяется выражением:  $n = \frac{N}{V}$ .



В действительности, все молекулы движутся, и число соударений определяется средней относительной скоростью:

$$\langle V_{\text{отн}} \rangle = \sqrt{2} \langle V \rangle$$

$$z = \sqrt{2} n \pi d^2 \langle V \rangle \text{ — число столкновений в единицу времени}$$

Если молекула в единицу времени испытывает  $z$  столкновений, то средняя длина свободного пробега определяется формулой:

$$\lambda = \frac{\langle V \rangle}{z} = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}$$

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} n \pi d^2}$$

### Явления переноса в газах.

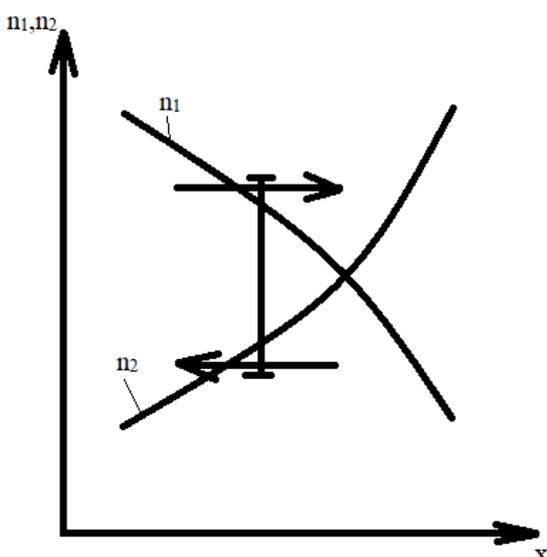
Если газ находится в равновесии, то его состояние определяется параметрами  $p, V, T$ . При нарушении равновесия (введение примеси, изменение температуры одной из стенок сосуда, движение одного из слоёв) система стремится вернуться к состоянию равновесия, и при этом возникают процессы, называемые явлениями переноса:

- 1) Диффузия (выравнивание концентрации)
- 2) Теплопроводность (выравнивание температуры)
- 3) Внутреннее трение = вязкость (выравнивание импульсов или скоростей)

#### 1. Диффузия.

**Диффузия** – выравнивание концентраций в смесях нескольких различных веществ, обусловленное тепловым движением.

Рассмотрим 2-компонентную смесь.  $n_1, n_2$  – концентрации молекул 1 и 2 компонентов.



Быстрота изменения концентрации определяется скоростью изменения концентрации:  $\frac{dn_1}{dx}; \frac{dn_2}{dx}$  – градиенты концентрации.

Т.к.  $p = \text{const} \Rightarrow n = n_1 + n_2 = \text{const}$ .

При наличии градиента концентрации вследствие теплового хаотичного движения и непрерывных столкновений возникает поток каждой из компонент, направленный в сторону уменьшения концентрации. Количество молекул, проходящих при диффузии через единичную площадку,  $\perp$  градиенту концентрации, в единицу времени –

диффузионный поток ( $N$ ).

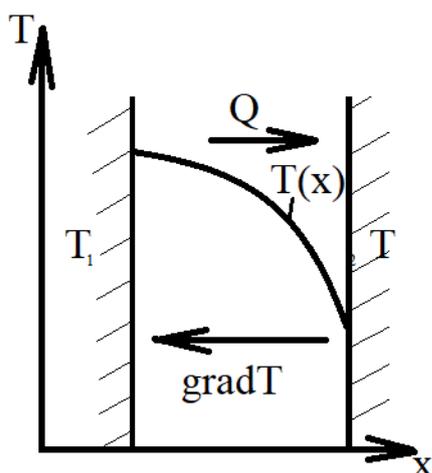
Опытным путем установлено, что диффузионный поток каждой из компонент определяется уравнением:

$$N_i = -D \frac{dn}{dx} \quad (\text{закон Фика})$$

- уравнение диффузии, где  $D$  - коэффициент диффузии.

## 2. Теплопроводность.

Теплопроводность – односторонний перенос теплоты через какую-либо площадку, обусловленный наличием разности температур по обе стороны площадки.



Рассмотрим газ, заключённый между двумя параллельными стенками с температурами  $T_1$  и  $T_2$ .

$$\frac{dT}{dx} = |\text{grad}T|$$

Механизм переноса тепла следующий:

В силу хаотического движения молекулы будут переходить из одного слоя в другой и в процессе соударений передавать часть энергии окружающим молекулам.

Таким образом, тепловое хаотическое движение приводит к направленному переносу теплоты из области с большей  $T$  в область с меньшей  $T$ .

Из опыта следует, что поток тепла  $Q$  в единицу времени через  $S$  площадку определяется выражением:

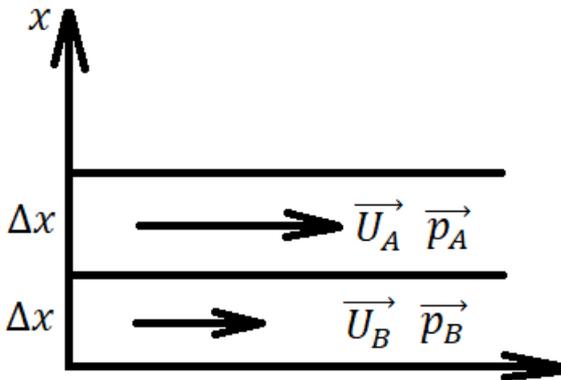
$$Q = -\chi \frac{dT}{dx} \quad (\text{закон Фурье – уравнение теплопроводности}),$$

где  $\chi$  - коэффициент теплопроводности.

## 3. Вязкость (внутреннее трение).

Вязкость – трение, возникающее между соседними слоями газа при их относительном движении.

Рассмотрим 2 слоя с толщиной  $\Delta x$ , которые движутся с разными скоростями. Каждая молекула участвует в двух видах движения:



Хаотическое тепловое движение со скоростью  $\langle V \rangle$  и упорядоченное со скоростью  $U$  ( $U \downarrow \downarrow V$ ).

Каждый слой можно охарактеризовать импульсом. Вследствие теплового движения молекулы переходят из слоя в слой, претерпевают соударения и отдают при этом избыток импульса, т.е. импульс одного слоя уменьшается, а другого – увеличивается.

Это означает, что на каждый из слоёв действует сила, равная изменению импульса в единицу времени.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt},$$

Где  $F$  – сила внутреннего трения

$$F = \eta \left| \frac{dU}{dx} \right| S$$

- закон Ньютона для внутреннего трения,

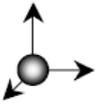
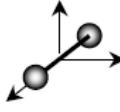
где  $\eta$  – коэффициент вязкости

$S$  – площадь соприкасающихся слоёв

$\frac{dU}{dx}$  – градиент скорости

### Степени свободы молекулы. Закон равномерного распределения энергии по степеням свободы молекулы.

Числом степеней свободы  $i$  молекулы (любого тела) называется число независимых координат, определяющих положение молекулы (тела) в пространстве при её движении. Молекулу одноатомного газа, согласно модели идеального газа, можно представить, как материальную точку.

Число степеней свободы	Одноатомный газ	Двухатомный газ	Многоатомный газ
			
Поступательных	3	3	3
Вращательных	—	2	3
Всего	3	5	6

Л. Больцман установил закон равномерного распределения энергии молекул идеального газа по степеням свободы: на каждую степень свободы молекулы в среднем приходится одинаковая кинетическая энергия, равная  $kT/2$ .

$$\langle E_{\text{пост}} \rangle = \frac{3}{2} kT$$

для одноатомной молекулы  $i=3$ .

В общем случае

$$\langle E_{\text{пост}} \rangle = \frac{i}{2} kT$$

## Лекция 9

**Предмет термодинамики. Внутренняя энергия системы. Теплота и работа как форма передачи энергии.**

Термодинамика – раздел физики, занимающийся изучением различных свойств тел и изменений состояния вещества, использующий термодинамический метод изучения физических свойств, который не учитывает внутреннее строение тел и характер движения отдельных частиц, а основан на изучении превращения энергии, происходящего в системе.

Таким образом, предмет изучения термодинамики и молекулярной физики один и тот же – макросистемы, эти две науки развивались параллельно.

Термодинамическая система – совокупность рассматриваемых тел, которые могут обмениваться энергией друг с другом и с внешней средой.

**Внутренняя энергия системы.**

Внутренняя энергия тела – энергия тела за вычетом кинетической энергии тела как целого и потенциальной энергии тела во внешнем поле.

В понятие внутренней энергии тела включаются:

1. Кинетическая энергия хаотичного движения молекул.
2. Потенциальная энергия взаимодействия между молекулами.
3. Внутримолекулярная энергия (кинетическая энергия движения атомов внутри молекулы, внутримолекулярные связи и т.д.)

В большинстве физических явлений, в которых участвуют термодинамические системы, не все перечисленные виды энергии испытывают изменения, поэтому часто, употребляя понятие внутренней энергии протекающих процессов, имеют в виду не полную внутреннюю энергию системы, а только ту её часть, которая изменяется в рассматриваемых явлениях.

Внутренняя энергия ИГ – кинетическая энергия хаотичного движения молекул и внутримолекулярная энергия. Потенциальная энергия молекул отсутствует.

Внутренняя энергия моля идеального газа:

$$U_M = N_A \langle E \rangle = N_A \frac{ikT}{2} = \frac{iRT}{2}$$

Внутренняя энергия является однозначной функцией состояния системы. Т.е. при изменении внутренней энергии можно записать, что  $\Delta U = U_2 - U_1$ .

Это означает, что изменение внутренней энергии не зависит от вида процесса перехода из состояния 1 в состояние 2.

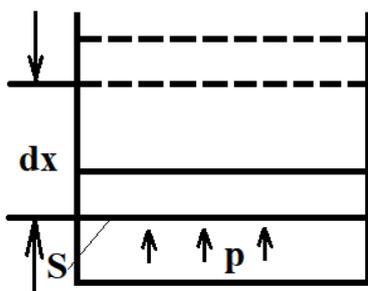
Для произвольной массы идеального газа:

$$U = \nu U_M = \frac{m iRT}{M 2}$$

$$U = \frac{m i}{M 2} RT$$

**Работа газа при изменении его объёма.**

Представим, что газ находится в цилиндре, который закрыт подвижным поршнем.



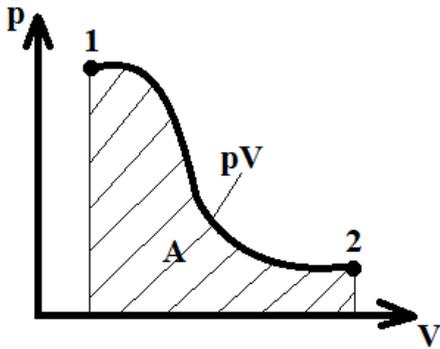
Допустим, газ расширяется. При этом он перемещает поршень на величину  $dx$  и совершает работу  $dA$ .

$$dA = Fdx = pSdx$$

$Sdx$  – изменение объёма цилиндра =  $dV$

$$dA = pdV$$

Очевидно, если  $dV > 0$ , то  $dA > 0$  – газ расширяется, и наоборот.



Если система переходит из состояния 1 в состояние 2, то

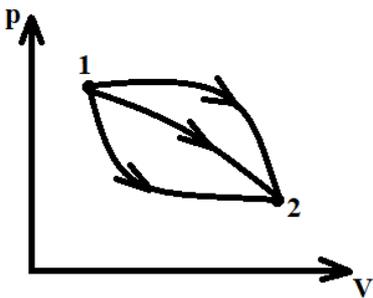
$$A = \int_1^2 p dV,$$

если  $p = const$ , то  $A = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$

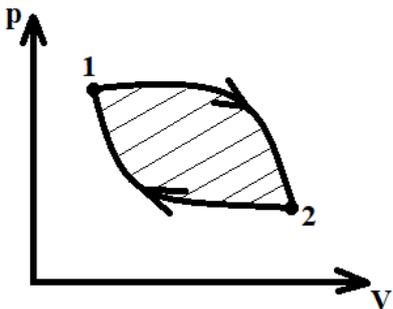
Графически, в координатах  $p, V$  работа равна площади под кривой.

Из этого следует:

1. Если система переходит из состояния 1 в состояние 2 разными путями, то работа будет совершаться различная.



2. Если система совершает круговой процесс (цикл), то работа равна заштрихованной площади.



### **Первое начало термодинамики.**

Внутреннюю энергию тела можно изменить двумя способами: совершить над телом работу  $A'$  или сообщить некоторое количество тепла  $Q$  (например, газ можно нагреть, сжимая его или подводя некоторое количество тепла).

Аналогично, охладить газ можно либо предоставив ему возможность совершать работу  $A$ , либо отведя некоторое количество тепла.

$$A' = -A.$$

Предположим, система переходит из состояния с внутренней энергией  $U_1$  в состояние с  $U_2$ .

$$U_2 - U_1 = A' + Q$$

$$U_2 - U_1 = -A + Q$$

$$\boxed{Q = \Delta U + A}$$

Полученное уравнение – Первое начало термодинамики (закон):

Количество тепла, сообщаемое системе, тратится на приращение внутренней энергии системы и на совершение работы системой над внешними телами.

Величины  $A$  и  $Q$  – алгебраические.

Если  $A > 0$ , система совершает работу.

Если  $A < 0$ , работа совершается над системой.

Если  $Q > 0$ , тепло подводится.

Если  $Q < 0$ , тепло отводится.

Если система совершает круговой процесс,  $U_2 = U_1$ ,  $Q = A$ .

Последнее равенство означает, что нельзя построить периодически действующий двигатель, который совершал бы работу большую, чем энергия, подводимая к двигателю извне.

Такой двигатель, который совершал бы работу большую, чем количество подводимого тепла, – вечный двигатель 1 рода. Невозможность создания ВД 1 рода – вторая формулировка 1НТ.

### **Теплоёмкость газов. Уравнение Майера.**

Для характеристики тепловых свойств газа вводится понятие теплоёмкости.

Теплоёмкость – количество тепла, которое нужно подвести к телу (или отвести) для изменения его температуры на 1К.

В зависимости от массы газа различают: удельную и молярную теплоёмкости.

Удельная теплоёмкость – количество тепла, которое нужно сообщить единице массы тела, чтобы нагреть его на 1К (Дж/кгК).

Молярная теплоёмкость – количество тепла, необходимое для изменения температуры 1 моля вещества на 1К (Дж/мольК).

Величина теплоёмкости зависит от вида условий, в которых происходит нагревание или охлаждение газа.

Принято различать теплоёмкость при постоянном давлении  $C_p$  и при постоянном объёме  $C_v$ .

$$C_v (V = const)$$

$$dA = 0, dQ = dU_M = \frac{i}{2} R dT$$

$$U_M = \frac{i}{2} RT$$

$$C_v = \frac{dQ_v}{dT} = \frac{dU_M}{dT} = \frac{i}{2} R$$

$$\boxed{C_v = \frac{i}{2} R}$$

$$C_p (p = const)$$

$$C_p = \frac{dQ_p}{dT}$$

$$dQ_p = dU_M + p dV \text{ (ИТ)}$$

$$\frac{dQ_p}{dT} = \frac{dU_M}{dT} + p \left( \frac{dV_M}{dT} \right)_p$$

$$p V_M = \frac{RT}{p}$$

$$C_p = C_v + p \frac{R}{p} = C_v + R$$

$$\boxed{C_p = C_v + R} \text{ – Уравнение Майера}$$

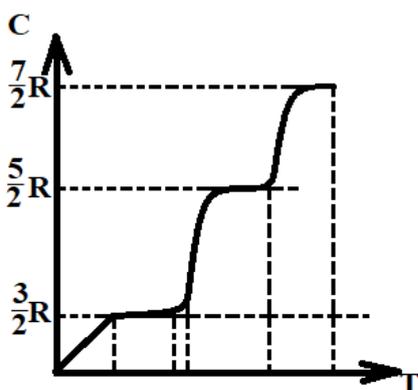
$$C_p = \frac{i}{2} R + R = \frac{i+2}{2} R$$

$$\boxed{C_p = \frac{i+2}{2} R}$$

$$\boxed{\frac{C_p}{C_v} = \gamma = \frac{i+2}{i}}$$

Полученные выражения показывают, что молярная теплоёмкость ИГ не зависит от температуры и определяется лишь числом степеней свободы.

Опыт показывает, что это справедливо лишь в пределах определённых температурных интервалов, причём в различных интервалах температур теплоёмкость имеет значения, соответствующие различному числу степеней свободы. Графически (для водорода) это выглядит так:



#### **Адиабатический процесс. Уравнение адиабаты идеального газа.**

Идеальный газ – газ, молекулы которого не взаимодействуют друг с другом (теоретическая модель).

Молекулы идеального газа свободны, двигаются равномерно и прямолинейно между столкновениями.

При взаимных столкновениях и соударениях со стенками сосуда молекулы идеального газа ведут себя как абсолютно упругие шары.

Многие газы при нормальных давлении и температуре можно считать идеальными (He, N<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, воздух).

Для идеального газа уравнение состояния имеет вид:

$$\frac{pV}{T} = const$$

(объединённый газовый закон, т.к. это уравнение объединяет опытные газовые законы).

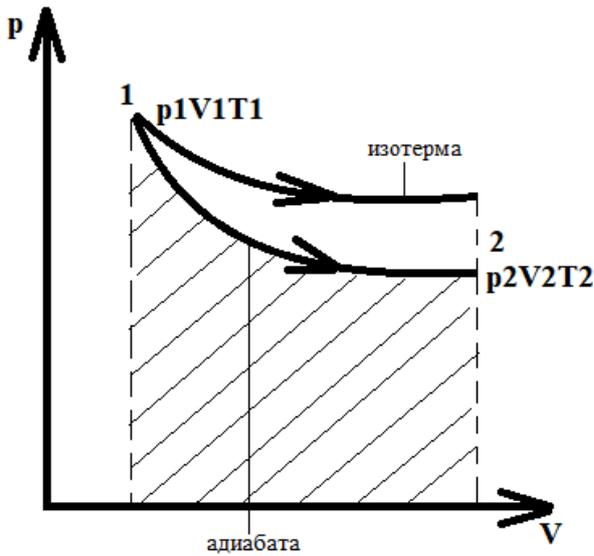
Изопроцесс – процесс, протекающий при каком-либо неизменном параметре состояния.

#### Адиабатный процесс

- процесс, при котором теплообмен между газом и окружающей средой отсутствует, т.е.  $dQ = 0$ .

$$dQ = dU + psV \quad (ИТ)$$

$$dU = \frac{m}{M} C_V dT$$



$$pdV = \frac{m}{M}RT \frac{dV}{V}$$

$$\frac{m}{M}C_V dT + \frac{m}{M}RT \frac{dV}{V} = 0$$

$$C_V dT + RT \frac{dV}{V} = 0$$

$$\frac{dT}{T} + \frac{R}{C_V} \frac{dV}{V} = 0$$

$$d\left(\ln T + \frac{R}{C_V} \ln V\right) = 0$$

$$\ln T + \frac{R}{C_V} \ln V = const$$

$$\frac{C_p}{C_V} = \gamma; \frac{R}{C_V} = \frac{C_p - C_V}{C_V} = \frac{C_p}{C_V} - 1$$

$$TV^{\gamma-1} = const$$

$pV^\gamma = const$  – уравнение Пуассона.

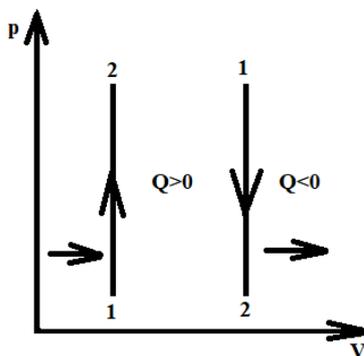
$\gamma$  – показатель адиабаты.

### Изопроцессы. Термодинамические характеристики изопроцессов.

Изопроцесс – процесс, протекающий при каком-либо неизменном параметре состояния.

#### Изохорный процесс

Этот процесс реализуется при нагревании (охлаждении) газа в замкнутом объёме.



$$V = const$$

$$p = \frac{m}{M} \frac{RT}{V} = const T$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

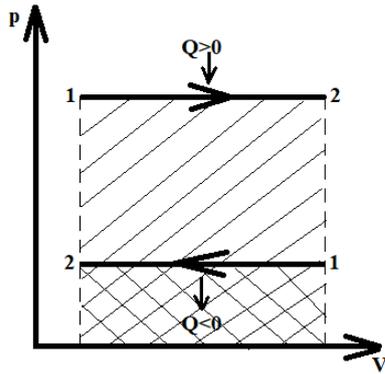
$$dQ = dU$$

$$Q_{12} = \Delta U, \Delta U = U_2 - U_1 = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_2 - T_1) = \frac{m}{M} C_V (T_2 - T_1)$$

$$A_{12} = 0$$

$$C_V = \frac{i}{2} R$$

### Изобарный процесс



$$p = \text{const}$$

$$V = \text{const}T$$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_2 - T_1)$$

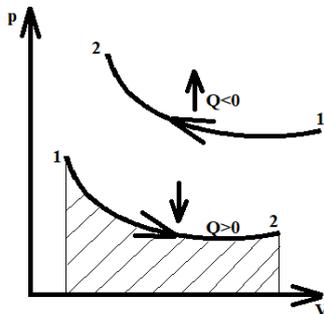
$$A_{12} = p(V_2 - V_1)$$

$$Q_{12} = \frac{m}{M} \frac{i+2}{2} R(T_2 - T_1) = C_p \frac{m}{M} (T_2 - T_1)$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$C_p = \frac{i+2}{2} R$$

### Изотермический процесс



$$T = \text{const}$$

$$pV = \text{const}$$

$$\Delta U = 0$$

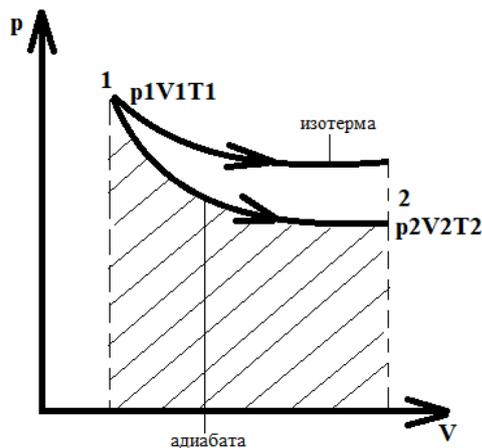
$$Q_{12} = A_{12}$$

$$A_{12} = \frac{m}{M} RT \ln \frac{V_1}{V_2}$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$C_T \rightarrow \infty$$

### Адиабатный процесс



- процесс, при котором теплообмен между газом и окружающей средой отсутствует, т.е.  $dQ = 0$ .

$pV^\gamma = \text{const}$  – уравнение Пуассона.

$\gamma$  – показатель адиабаты.

Изменение внутренней энергии процесса находится по общей формуле:

$$\Delta U = \frac{m}{M} \frac{i}{2} R(T_2 - T_1)$$

$$U_2 - U_1 = -A_{12}$$

$$A_{12} = \int_1^2 p dV, \text{ тогда } C_Q = 0$$

Для проведения необходимо изолировать от окр. среды сосуд с расширяющимся газом. Однако этот процесс можно провести и при

отсутствии хорошей теплоизоляции (высокая скорость).

$$A_{12} = \frac{m}{M} \frac{RT_1}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right]$$

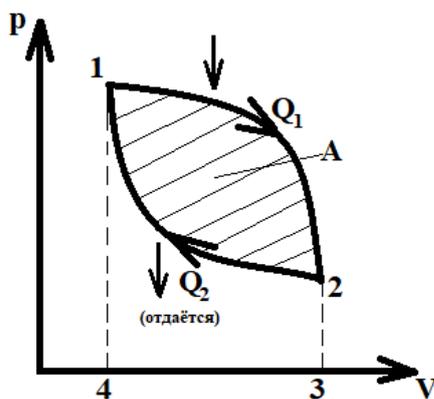
$$A_{12} = -\frac{m}{M} \frac{i}{2} R (T_2 - T_1)$$

$$A_{12} = \frac{1}{\gamma - 1} (p_1 V_1 - p_2 V_2)$$

## Лекция 10

### Круговые процессы (циклы). Тепловая машина. Коэффициент полезного действия тепловой машины.

Круговые процессы (циклы) – процессы, при которых система, пройдя через ряд промежуточных состояний, возвращается в исходное состояние.



По 1<sup>н</sup>Т система для совершения положительной работы должна получить эквивалентное количество тепла  $Q_1(1-2)$ , для совершения отрицательной работы отдать  $Q_2(2-1)$ .

Такой круговой процесс – прямой цикл, он используется в тепловых машинах, предназначенных для перевода тепла в механическую работу.

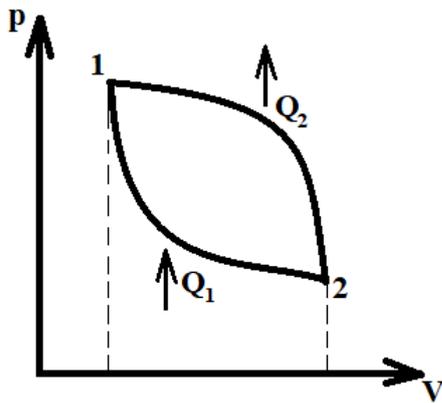
### Принцип Томпсона (Кельвина) вводит следующие ограничения:

Невозможно совершить циклический процесс, единственным результатом которого было бы превращение в механическую работу теплоты, отнятой от какого-либо тела без того, чтобы произошли какие-либо изменения в других телах.

Согласно принципу Томпсона,  $A = Q = Q_1 - Q_2$ : в процессе превращения тепла в работу должны участвовать 3 тела: нагреватель  $Q_1$ , рабочее тело А, холодильник  $Q_2$ .

КПД тепловой машины:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} < 1$$

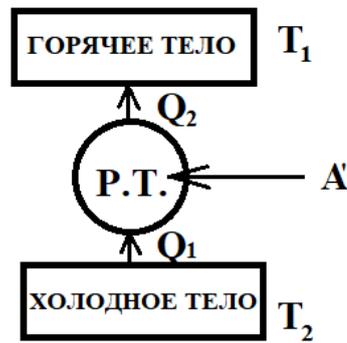
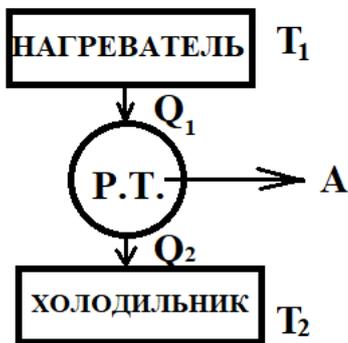


Возможен и обратный процесс. В этом случае система отдаёт в окружающую среду больше теплоты, чем получает:  $Q = Q_1 - Q_2 < 0$ .

Обратный цикл используется в холодильных машинах.

Прямой цикл ( $T_1 > T_2$ )

Обратный цикл ( $T_1 > T_2$ )



**Второе начало термодинамики.**

Формулировка Томпсона (Кельвина).

Невозможны такие процессы, единственным результатом которых явилось бы отнятие тепла от некоторого тела и превращения его полностью в работу.

Формулировка Клаузиуса.

Невозможен процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от менее нагретого тела к более.

Невозможно каким-либо способом забрать тепло от менее нагретого тела и передать к более нагретому телу так, чтобы в окружающих телах не происходило никаких изменений.

Самой выгодной является тепловая машина с КПД, близким к 100%. Эта машина превращала бы почти всё тепло, полученное от нагревателя, в механическую работу.

Такая машина не требовала бы наличия 3 тел. Такой двигатель мог бы работать за счёт охлаждения любых окружающих тел, например, земной коры, до температур более низких. Этот двигатель не противоречил бы ЗСЭ (I началу термодинамики), но он не был бы периодическим двигателем.

Это утверждение привело к следующей формулировке II начала термодинамики.

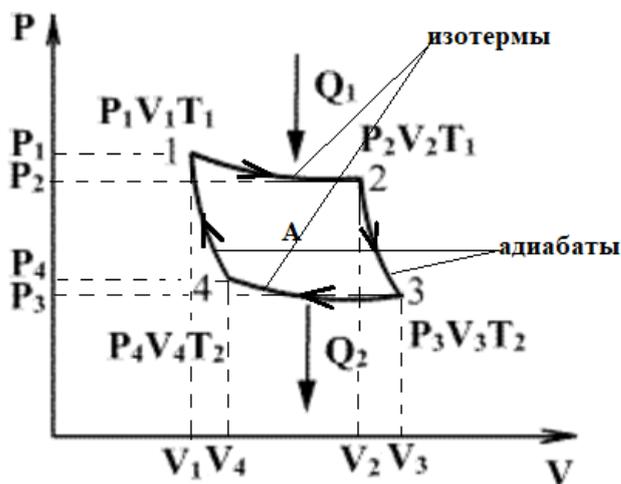
Невозможен вечный двигатель II рода, т.е. такой периодически действующий двигатель, который получал бы теплоту от одного теплового резервуара и превращал бы её полностью в работу.

### Цикл Карно. Коэффициент полезного действия цикла Карно.

Рассмотрим круговой процесс, при помощи которого тепло превращается в работу наилучшим образом, т.е. работа будет максимально возможной.

Потребуется 3 тела: источник тепла, рабочее тело, холодильник.

Для простоты рассуждений температуры холодильника и нагревателя не изменяются.



В начальный момент тело сжато и находится в контакте с нагревателем.

1-2: происходит изотермическое расширение, при этом работа

$A_1 = RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = Q_1$  (количество тепла, получаемое от нагревателя).

2-3: рабочее тело изолировано от нагревателя, и оно адиабатно расширяется до момента, когда его температура  $T_1$  станет равна температуре холодильника  $T_2$ .

3-4: газ изотермически сжимают, при этом  $A_3 = RT_1 \ln \frac{V_4}{V_3} = -RT_2 \ln \frac{V_3}{V_4} = Q_2$ .

Работа, совершаемая в этом цикле, равна площади между кривыми.

Соответственно, КПД цикла Карно:

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{RT_2 \ln \frac{V_4}{V_3}}{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$$\boxed{\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1}}, \eta < 1$$

I теорема Карно: Тепловая машина, работающая при определённых температурах нагревателя и холодильника, не может иметь КПД больше, чем машина, работающая по циклу Карно.

II теорема Карно: КПД цикла Карно зависит только от температур холодильника и нагревателя, и не зависит от рабочего тела.

### Энтропия в термодинамике.

Важность энтропии определяется тем, что она является функцией состояния системы и той ролью, которую она играет во всех процессах в природе.

Любое изменение состояния системы можно представить как результат бесконечно большого числа бесконечно малых изменений.

При каждом таком изменении система либо поглощает небольшое количество тепла ( $\delta Q > 0$ ), либо выделяет ( $\delta Q < 0$ ).

$$\frac{\delta Q}{T} - \text{приведённая теплота}$$

Если система в результате каких-либо изменений переходит обратимым путём из одного состояния в другое, то приведённое количество тепла не зависит от пути, по которому происходит этот переход (доказательство Клаузиуса).

В этом случае для кругового процесса:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} = 0 - \text{равенство Клаузиуса}$$

Равенство Клаузиуса необходимое и достаточное условие, чтобы выражение  $dS = \frac{\delta Q}{T}$  представляло собой полный дифференциал функции состояния  $S$ , называемой энтропией.

$$dS = \frac{\delta Q}{T} - \text{дифференциальное определение энтропии}$$

$$S_1 - S_2 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} - \text{интегральное определение энтропии}$$

Принято, что  $S = 0$  при  $T = 0$ .

#### Свойства энтропии:

1. Энтропия замкнутой системы не изменяется при любом обратимом процессе, т.е.  $\Delta S = 0 \Rightarrow S = \text{const}$ .
2. Для необратимых процессов:  $\Delta S > 0$  (возрастает) – закон возрастания энтропии.

### Формулировка IIIT:

Энтропия определяет характер процессов в замкнутой системе:

Возможны только такие процессы, при которых энтропия остаётся неизменной (обратимые процессы), либо возрастает (необратимые процессы), при этом необязательно, чтобы энтропия возрастала для каждого тела участвующего в процессе, увеличивается или остаётся неизменной общая энтропия тел.

$$\Delta S \geq 0.$$

### Лекция 11

#### **Т. Электростатическое поле.**

##### **Электрический заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона.**

Экспериментально было установлено, что существует 2 вида электрических зарядов, условно называемых положительными и отрицательными.

Носителями зарядов являются элементарные частицы. Заряд почти всех элементарных частиц (если он  $\neq 0$ ) одинаков по абсолютной величине и представляет собой наименьший встречающийся в природе электрический заряд – элементарный заряд.

$$e = 1,6021892 \cdot 10^{-19} \text{Кл}$$

Электрический заряд тела дискретен

$$q = \pm ne$$

##### Закон сохранения электрического заряда:

Алгебраическая сумма зарядов в замкнутой системе не изменяется при любых процессах внутри системы.

Электрический заряд измеряется в Кулонах (Кл)

Точечный заряд – заряженное тело, размерами которого можно пренебречь по сравнению с расстояниями до других тел.

##### Закон Кулона (закон взаимодействия точечных зарядов):

Сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов, находящихся в вакууме, пропорциональна величинам зарядов  $q_1$  и  $q_2$  и обратно пропорциональна квадрату расстояния  $r$  между ними:

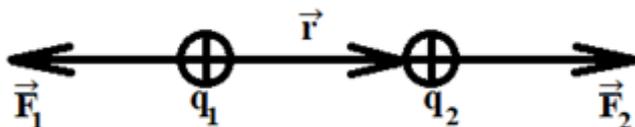
$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности.

Сила направлена вдоль проходящей через заряды прямой.

В векторном виде этот закон выглядит так:

$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$



$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \Rightarrow \vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^3} \vec{r},$$

где  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{Ф}}{\text{М}}$  – электрическая постоянная.

**Электростатическое поле в вакууме. Напряжённость поля. Принцип суперпозиции полей. Поле диполя.**

Заряды взаимодействуют через электростатические силовые поля.

Силовое поле – особая форма существования материи.

Электростатическое поле – поле, создаваемое неподвижными зарядами.

Для обнаружения и исследования поля используется пробный заряд  $q_0$ .

Однозначной силовой характеристикой поля является напряжённость поля:

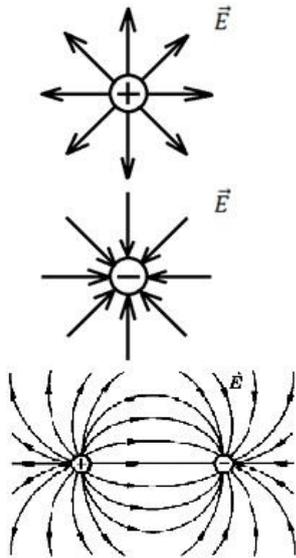
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Напряжённость поля – сила, действующая на единичный положительный заряд, помещённый в данную точку пространства.

Напряжённость точечного заряда в вакууме:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^3} \vec{r}$$

Графически электростатические поля обозначаются с помощью силовых линий:



Линии вектора  $\vec{E}$  строятся таким образом, чтобы касательная в каждой точке совпадала с направлением вектора напряжённости.

Вектор напряжённости всегда направлен

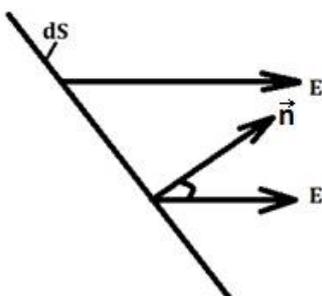
от + к -.

Густота силовых линий характеризуется модулем вектора напряжённости.

Однородное поле – поле, напряжённость которого не изменяется:

$$\vec{E} = \text{const}$$

**Поток вектора  $\vec{E}$ .**



$$d\vec{S} = dS\vec{n}$$

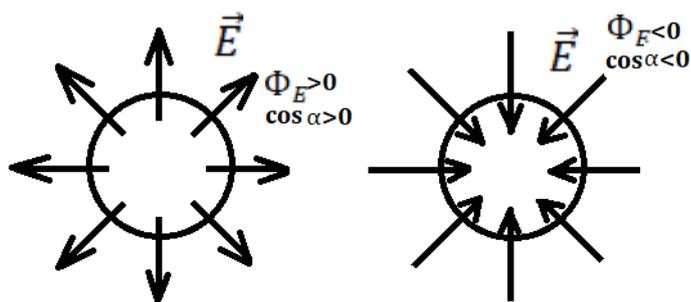
$$d\Phi_E = \vec{E} d\vec{S} = EdS \cos\alpha = E_n dS$$

Полный поток:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S E_n dS$$

(n=1)

Поток – величина алгебраическая.



**Принцип суперпозиции полей.**

Из принципа суперпозиции сил следует принцип суперпозиции (наложения) полей:

$$\vec{F} = \sum q_0 \vec{E}_i$$

$$q_0 \vec{E} = \sum \vec{E}_i q_0$$

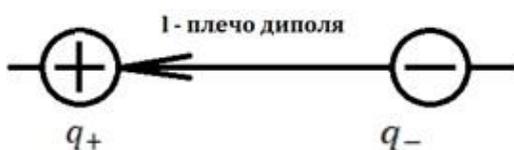
$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$$

Напряженность поля, создаваемого системой зарядов в данной точке пространства равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом.

**Поле диполя.**

Используя принцип суперпозиции полей, можно определить поле диполя.

Электрический диполь – система двух разноимённых точечных зарядов, равных по величине.

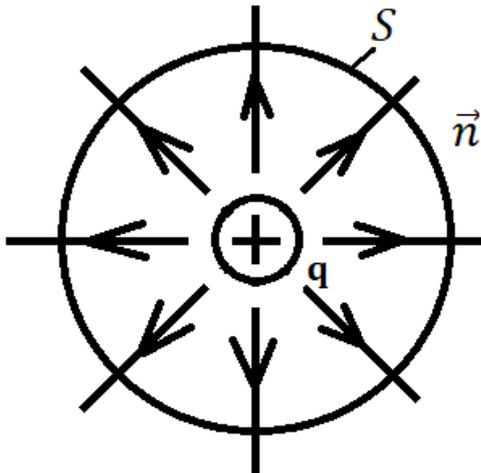


$$q_+ = |q_-| = q$$

$$\vec{p} = q\vec{l} \text{ – дипольный момент}$$

**Теорема Гаусса в интегральной форме.**

Вычисление напряжённости электростатического поля значительно упрощается при использовании теоремы Гаусса (Остроградского).



Вычислим поток вектора  $\vec{E}$  через сферическую поверхность  $S$ . Поле создается точечным зарядом  $q$ .

$$d\vec{S} = dS\vec{n}$$

Получаем:

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint E dS = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

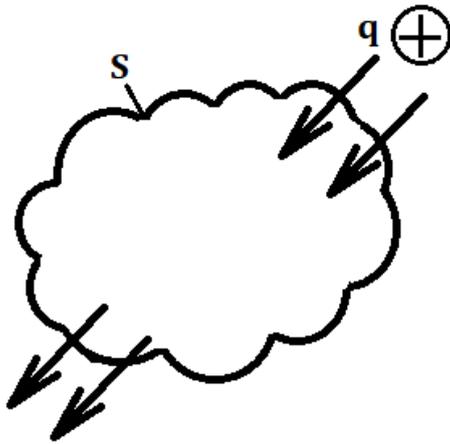
Результат справедлив для любой поверхности, т.к. количество силовых линий вектора  $\vec{E}$  одинаково.

Если замкнутая поверхность произвольной формы охватывает заряды, то число силовых линий с учётом знака:

- если число пересечений нечётно, то это эквивалентно 1;
- если чётно – нулю

Поток эл. поля создаваемого зарядом, находящимся вне замкнутой поверхности, через эту

поверхность равен нулю.



В общем случае, если имеется  $n$  зарядов, то, в соответствии с принципом суперпозиции,

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_i$$

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E} d\vec{S} = \oint_S \sum_i \vec{E}_i d\vec{S} =$$

$$\sum_i \oint \vec{E}_i d\vec{S} = \sum_i \Phi_{Ei}$$

$$\Phi_{Ei} = \oint \vec{E}_i d\vec{S} = \frac{q_i}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}}$$

(теорема Гаусса в интегральной форме для системы зарядов)

**Теорема Гаусса:** поток вектора напряжённости  $\vec{E}$  в вакууме через замкнутую поверхность численно равен алгебраической сумме зарядов, заключённых внутри поверхности, делённой на  $\epsilon_0$  (для дискретных зарядов).

Если заряд распределён в объёме непрерывно, то вводится понятие объёмной плотности заряда  $\rho$ .

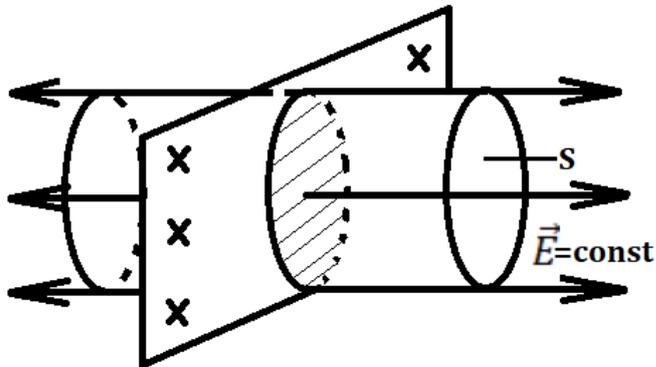
$$\rho = \frac{dq}{dV}$$

$$q = \int_V \rho dV, \text{ тогда}$$

$$\boxed{\Phi_E = \oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \int_V \rho dV}$$

(теорема Гаусса в интегральной форме).

Вычисление напряжённости поля электрических систем по теореме Гаусса.



Поле равномерно заряженной бесконечной плоскости.

$$\oint \vec{E} d\vec{S} = \frac{\Sigma q}{\epsilon_0}$$

$$\Phi_E = \oint E_n dS = 2ES = \frac{q}{\epsilon_0}$$

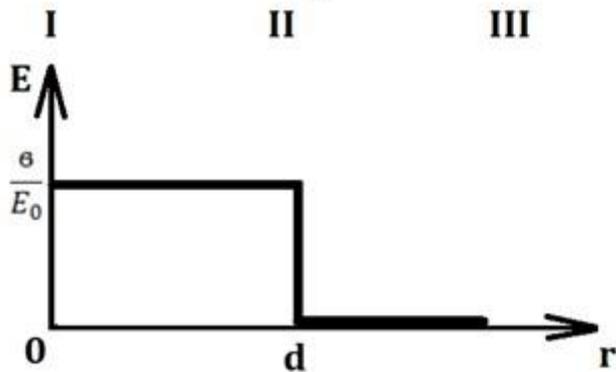
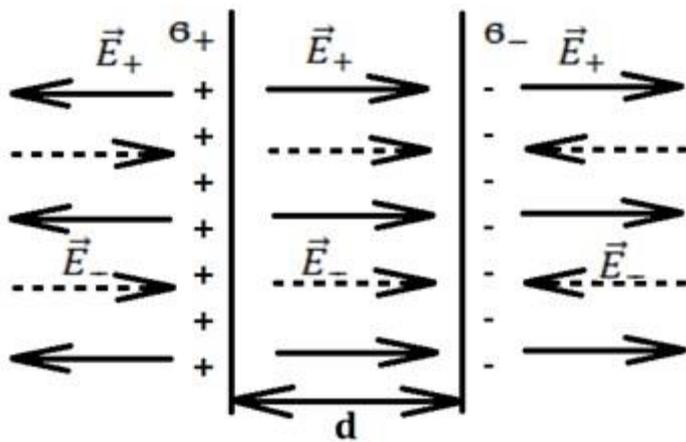
Для того, чтобы сосчитать заряд, вводится понятие поверхностной плотности заряда

$$\left(\sigma = \frac{dq}{dS}\right)$$

Если  $\sigma = const$ , то  $q = \sigma S$

$$2ES = \frac{\sigma S}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$



Поле двух бесконечных параллельных равномерно и разноимённо-заряженных плоскостей.

$$\sigma_+ = |\sigma_-| = \sigma$$

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$$

$$E_+ = E_- = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

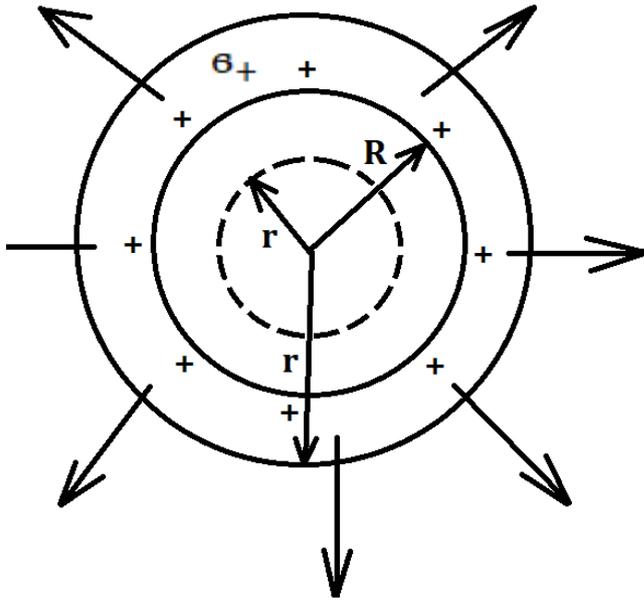
$$E_{I,III} = 0$$

$$E_{II} = 2E_+ = \frac{2\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$$

- (плоский конденсатор)

Поле равномерно заряженной сферы.

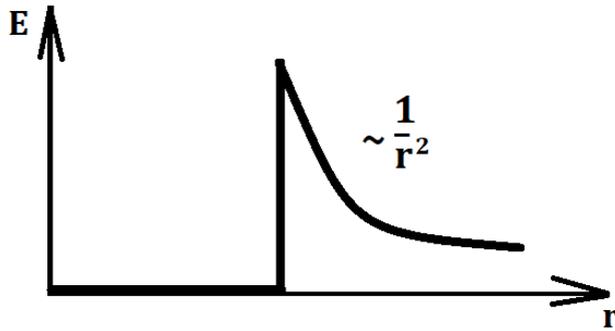


$$r \geq R$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

$$q = 6S = 64\pi r^2$$

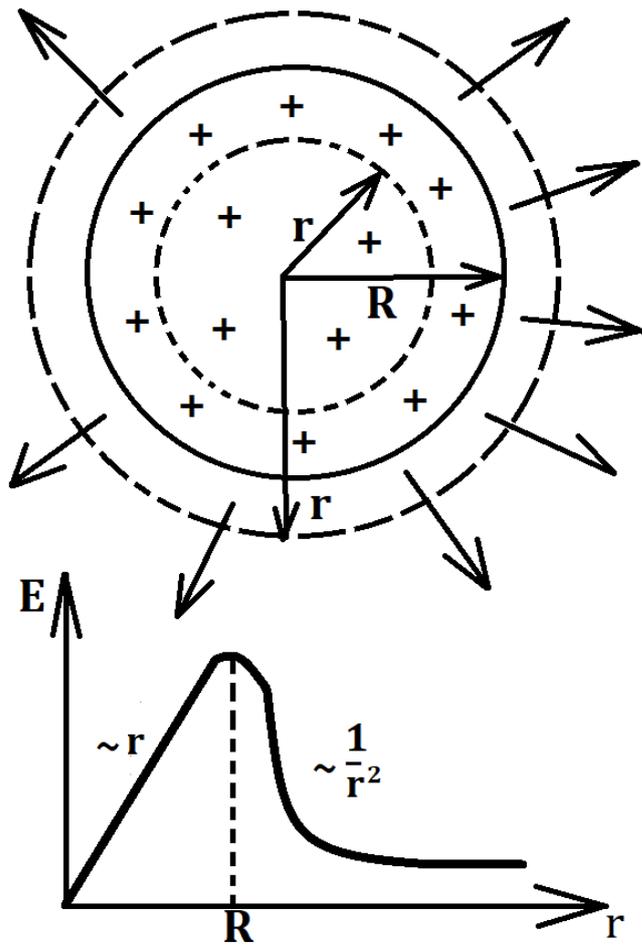


$$r < R$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = 0$$

$$E = 0$$

Поле равномерно заряженного шара.



$$r \geq R$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

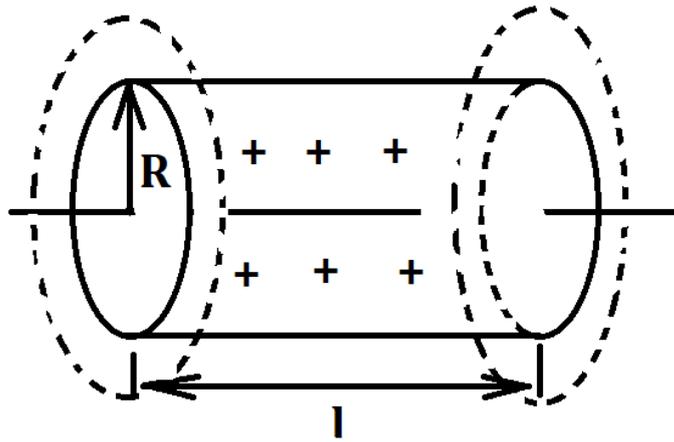
$$r < R$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q'}{\varepsilon_0}$$

$$q' = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$E = \frac{qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$$

Поле равномерно заряженного цилиндра (нити).



$\tau$  – линейная плотность заряда

$$\tau = \frac{dq}{dl}$$

$$q = \tau l$$

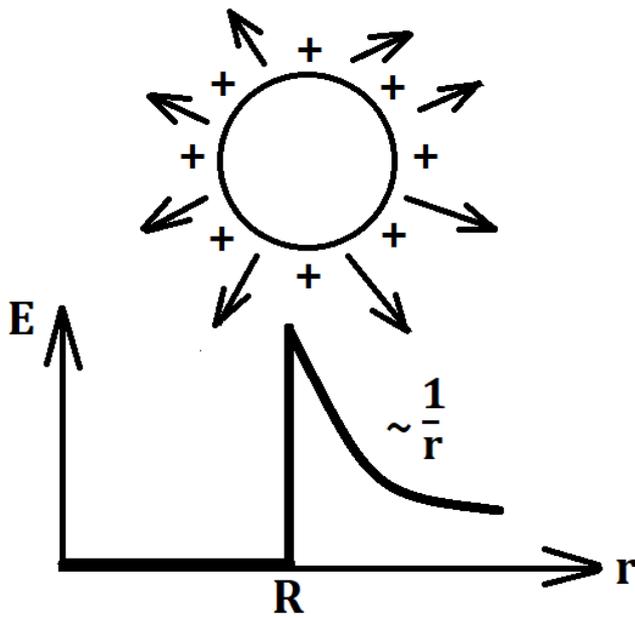
$$r \geq R$$

$$E 2\pi r l = \frac{\tau l}{\epsilon_0}$$

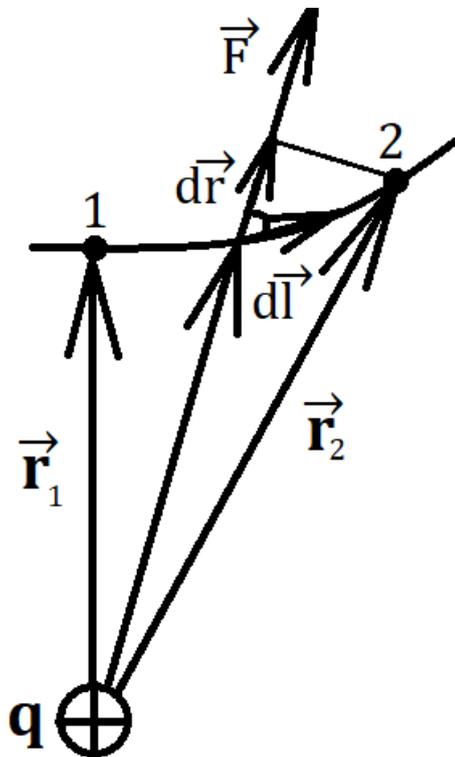
$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\tau}{r}$$

$$r < R$$

$$E = 0$$



**Работа сил электростатического поля. Теорема о циркуляции вектора напряжённости. Потенциал. Связь между напряжённостью и потенциалом.**



Заряд  $q_0$  перемещается из точки 1 в точку 2 в поле заряда  $q$ . При этом сила совершает работу.

Элементарная работа:

$$dA = \vec{F} d\vec{l},$$

где  $d\vec{l}$  – элементарное перемещение.

Из рисунка:

$$dA = \vec{F} d\vec{l} = F dl \cos \alpha = F dr = \frac{q_0 q}{4\pi \epsilon_0 r^2} dr$$

$$A = \int_1^2 dA = \int_1^2 \frac{q_0 q}{4\pi \epsilon_0 r^2} dr = \frac{q_0 q}{4\pi \epsilon_0} \int_1^2 \frac{dr}{r^2} =$$

$$\frac{q_0 q}{4\pi \epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

Работа не зависит от вида траектории, а определяется только начальным и конечным положением заряда.

Такое поле называется потенциальным, а действующие в нём силы – потенциальными (консервативными).

В электростатическом поле:

$$\oint dA = 0 \quad (r_1 = r_2)$$

Поэтому для электростатического поля можно записать:

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = 0, \text{ интеграл такого вида называется циркуляцией } \vec{E}$$

(теорема о циркуляции  $\vec{E}$ )

Из этого следует, что силовые линии незамкнуты, они начинаются и заканчиваются на зарядах или одним концом уходят в бесконечность.

Если тело находится в потенциальном поле, то оно обладает потенциальной энергией. Работа потенциальных сил осуществляется за счёт убыли потенциальной энергии:

$$A_{12} = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = U_1 - U_2,$$

где  $U$  – потенциальная энергия.

Потенциальная энергия ( $U$ ) точечного заряда  $q_0$  в поле заряда  $q$  – физическая величина вида

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r} + C.$$

$r \rightarrow \infty \Rightarrow U = 0 \Rightarrow C = 0$

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0 q}{r}$$

Потенциальная энергия – алгебраическая величина.

$q_0 q > 0$  (++, --)  $U > 0$  (отталкивание)

$q_0 q < 0$  (+-, -+)  $U < 0$  (притяжение)

Для  $n$ -зарядов:

$$U = \sum_i U_i = q_0 \sum \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r_i}$$

Потенциал электростатического поля – физическая величина, равная отношению потенциальной энергии к заряду:

$$\varphi = \frac{U}{q_0}$$

Для точечного заряда:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

$$A_{12} = U_1 - U_2 = q_0(\varphi_1 - \varphi_2)$$

$$(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{A_{12}}{q_0}$$

Разность потенциалов ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) – работа по перемещению единичного положительного заряда из одной точки поля в другую.

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F} d\vec{l} = \int_1^2 q_0 \vec{E} d\vec{l}$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$$

Если перемещать заряд  $q_0$  из какой-то точки в бесконечность:

$$\varphi = \frac{A_\infty}{q_0},$$

т.е. потенциал данной точки поля равен работе по перемещению единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность.

Потенциал измеряется в Вольтах ( $V = \frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}$ ).

## Связь между напряжённостью и потенциалом.

Найдём связь между силовой характеристикой  $\vec{E}$  и энергетической характеристикой  $\varphi$  поля.

$$dA = q_0 E_x dx$$

$$dA = -q_0 d\varphi \quad (-, \text{ т. к. энергия убывает})$$

$$\Rightarrow E_x = -\frac{d\varphi}{dx}$$

В трёхмерном случае:

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k}\right) = -grad\varphi$$

$$\boxed{\vec{E} = -grad\varphi}$$

$\vec{E}$  всегда направлен в сторону убывания потенциала (знак -).

## Лекция 14

### Поляризация диэлектриков. Напряжённость поля в диэлектриках.

Диэлектрики – вещества, в которых отсутствуют свободные носители тока, соответственно, эти вещества не проводят электрический ток.

Диэлектрики делятся на:

1. Неполярные (вещества, молекулы которых симметричны в отсутствии внешнего поля, т.е.  $\vec{p} = 0$  при  $\vec{E} = 0$ ). Под действие электростатического поля заряды смещаются и возникает дипольный момент ( $\vec{p} \neq 0$ ).

Пример:  $N_2$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ ,  $CO_2$  и т.д.

2. Полярные (вещества, молекулы которых асимметричны, и силы внешнего поля стремятся повернуть диполи, т.е.  $\vec{p} \neq 0$  при  $\vec{E} = 0$ ).

Пример: H<sub>2</sub>O, NH<sub>3</sub>, SO<sub>2</sub>, CO и т.д.

3. Ионные (вещества, образованные двумя подрешётками ионов с различными знаками). При наложении внешнего поля подрешётки смещаются друг относительно друга, и возникает дипольный момент.

Пример: NaCl, KCl и т.д.

В соответствии с типом диэлектриков существует 3 вида поляризации:

1. Электронная (деформационная). Заключается в возникновении у атомов дипольных моментов за счёт деформации электронных орбит.

2. Ориентационная (дипольная). Заключается в ориентации диполя по полю.

3. Ионная. Смещение «+» по полю, «-» - против, т.е. вызвана смещением заряженных ионных подрешеток по отношению друг к другу.

При помещении диэлектрика в поле он поляризуется и приобретает дипольный момент:

$$\vec{p}_V = \sum_i \vec{p}_i$$

где  $\vec{p}_i$  – дипольный момент молекулы.

Для описания поляризации вводится векторная величина, которая называется поляризованностью:

$$\vec{p} = \frac{\vec{p}_V}{V} = \frac{\sum_i p_i}{V}$$

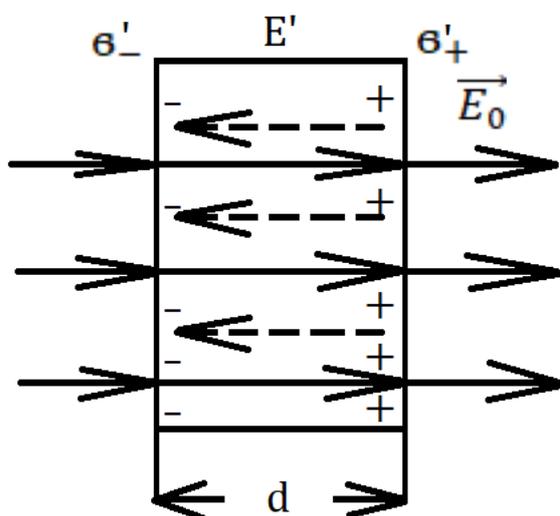
Поляризованность – дипольный момент единицы объёма вещества.

Экспериментально установлено, что поляризованность связана с напряжённостью внешнего поля соотношением:

$$\vec{p} = \chi \varepsilon_0 \vec{E},$$

где  $\chi$  - диэлектрическая восприимчивость.

Для установления количественных закономерностей поля в диэлектрике внесём во внешнее однородное поле ( $\vec{E}_0 = const$ ) пластину из однородного диэлектрика толщиной  $d$ .



На поверхности диэлектрика возникнут заряды, называемые связанными. Эти заряды можно описать поверхностной плотностью  $\sigma'_+$  и  $\sigma'_-$ . Заряды возникают за счёт поляризации диэлектрика.

По принципу суперпозиции поле в диэлектрике:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$$

$$E = E_0 - E'$$

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$$

$$E = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0},$$

где  $E$  – поле в диэлектрике

$E_0$  – внешнее поле

$E'$  – дополнительное поле

Определим величину  $\sigma'$ .

$$p_V = pV = pSd$$

$$p_V = \sigma' Sd$$

$$\boxed{p = \sigma'} \left( \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \right)$$

Получаем, что поверхностная плотность связанных зарядов равна поляризованности.

С другой стороны,  $p = \chi \varepsilon_0 E$ .

$$E = E_0 - \frac{p}{\varepsilon_0} = E_0 - \chi E$$

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

$\varepsilon = 1 + \chi$  – диэлектрическая проницаемость

**Вектор электрического смещения. Теорема Гаусса для электрического смещения.**

Напряженность поля в диэлектрике

$$E = \frac{E_0}{1 + \chi} = \frac{E_0}{\varepsilon}$$

Из этого следует, что напряжённость поля в диэлектрике зависит от свойств среды.

Значит, вектор  $\vec{E}$  на границе двух диэлектриков изменяется скачком.

В связи с этим была введена характеристика электростатического поля -  $\vec{D}$  (вектор электрического смещения).

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon \vec{E}$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E} + \varepsilon_0 \chi \vec{E} = \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{p} \left( \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \right)$$

Вектор электрического смещения – характеристика электростатического поля, созданного свободными зарядами при таком их распределении в пространстве, какое имеется при наличии диэлектрика.

$\vec{D}$  изображается аналогично с  $\vec{E}$  (с помощью силовых линий), однако линии вектора  $\vec{E}$  могут начинаться и заканчиваться и на свободных, и на связанных зарядах, а линии  $\vec{D}$  – только на свободных.

Линии  $\vec{D}$  идут через диэлектрик без разрыва (густота одинаковая).

Теорема Гаусса для электростатического поля в диэлектрике:

$$\Phi_D = \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \oint_S D_n dS = \sum_{i=1}^N Q_i,$$

$Q_i$  – свободные заряды.

В вакууме:

$$D_n = \varepsilon_0 E_n \quad (\varepsilon = 1)$$

$$\Phi_D = \oint_S D_n dS = \oint_S \varepsilon_0 E_n dS = \varepsilon_0 \oint_S E_n dS = \sum_i Q_i$$

$$\boxed{\Phi_E = \oint_S E_n dS = \frac{\sum Q_i}{\varepsilon_0}}$$

где  $E_n$  – проекция  $\vec{E}$  на нормаль.

### **Проводники в электростатическом поле.**

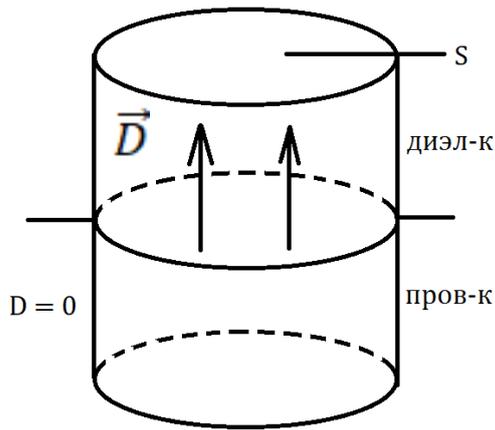
Если поместить проводник во внешнее поле, заряды внутри проводника будут перемещаться до тех пор, пока поле внутри  $E$  не станет равным нулю.

$$\vec{E} = 0 \Rightarrow \varphi = const$$

Поверхность проводника является эквипотенциальной поверхностью.

Если сообщить проводнику заряд  $q$ , то нескомпенсированные заряды будут располагаться на поверхности.

По теореме Гаусса,  $\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \vec{q}$ , но внутри проводника  $\vec{E} = 0$ ,  $\vec{D} = 0$ .



$$DS = \epsilon S$$

$$D = \epsilon$$

$$E = \frac{\epsilon}{\epsilon_0 \epsilon}$$

Получаем, что вблизи поверхности проводника напряжённость поля  $\neq 0$ , а определяется поверхностной плотностью заряда.

$$E = \frac{\epsilon}{\epsilon_0 \epsilon}$$

Взаимосвязь между напряжённостью поля  $\vec{E}$  вблизи поверхности проводника и поверхностной плотностью заряда

Если в поле внести нейтральный проводник, то заряды внутри него будут перераспределяться, и возникшие в результате заряды называются индуцированными.

Индукционные заряды располагаются на поверхности проводника.

Явление перераспределения зарядов – электростатическая индукция.

## Лекция 15

### **Электроемкость. Конденсаторы. Электроемкость конденсаторов. Соединения конденсаторов.**

Потенциал электрического поля точечного заряда:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}$$

пропорционален заряду, т.е.  $q = C\varphi$ .

Коэффициент пропорциональности  $C$  между зарядом и потенциалом называется электроемкостью или электрической емкостью.

Электроемкость измеряется в Фарадах ( $\Phi = \frac{\text{Кл}}{\text{В}}$ ).

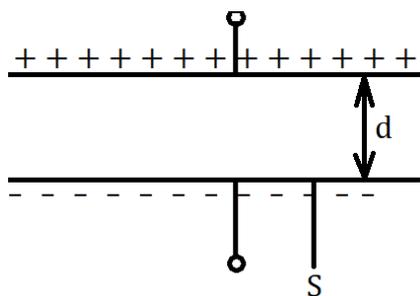
Электроемкость шара  $C = 4\pi\epsilon_0\epsilon R$ .

Электроемкость зависит от формы и размеров проводника, а также от электрических свойств среды.

Конденсатор – устройство, состоящее из двух разноимённо заряженных проводников.

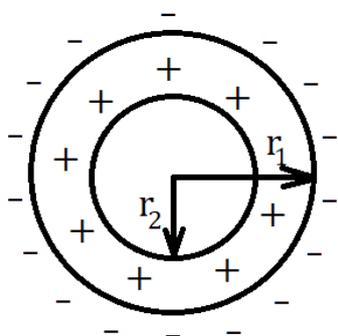
Конденсаторы бывают плоские, сферические и цилиндрические.

Плоский конденсатор



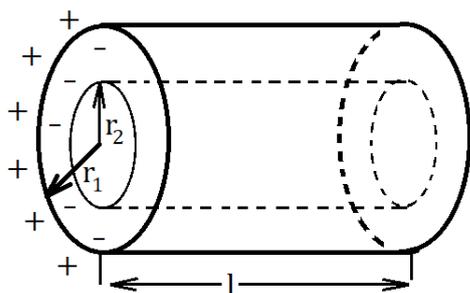
$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d}$$

Сферический конденсатор



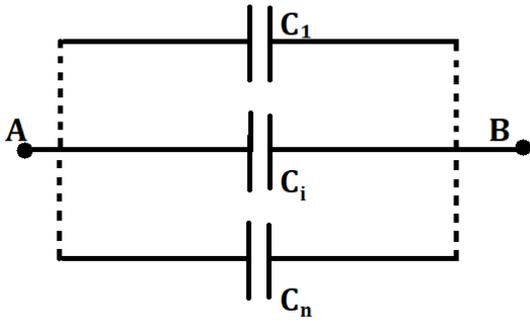
$$C = 4\pi\epsilon_0\epsilon \frac{r_1 r_2}{r_1 - r_2}$$

Цилиндрический конденсатор



$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon l}{\ln \frac{r_1}{r_2}}$$

Соединение конденсаторов:



Параллельное соединение

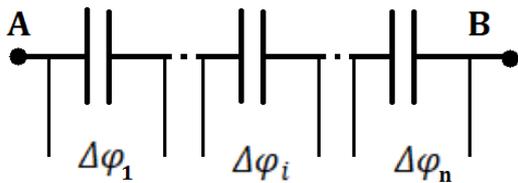
$$q_1 = C_1(\varphi_A - \varphi_B)$$

$$q_i = C_i(\varphi_A - \varphi_B)$$

$$q_n = C_n(\varphi_A - \varphi_B)$$

$$q = \sum_{i=1}^n q_i = \sum_{i=1}^n C_i(\varphi_A - \varphi_B)$$

$$C = \sum_i C_i$$



Последовательное соединение

$$\varphi_{AB} = \sum_i^n \Delta\varphi_i$$

$$\Delta\varphi_i = \frac{q}{C_i}$$

$$\varphi = \sum_i^n \Delta\varphi_i = \sum_i^n \frac{q}{C_i} = q \sum_i^n \frac{1}{C_i} = \frac{q}{C}$$

$$\frac{1}{C} = \sum_i^n \frac{1}{C_i}$$

**Энергия взаимодействия системы зарядов. Энергия заряженного проводника и конденсатора. Энергия электрического поля.**

Энергия системы неподвижных точечных зарядов.

Электростатические силы потенциальны, значит, система зарядов обладает потенциальной энергией.

Найдём энергию двух неподвижных зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , которые находятся на расстоянии  $r$ .

Каждый заряд находится в поле другого заряда и обладает потенциальной энергией.

$$W_1 = q_1 \varphi_{12}$$

$$W_2 = q_2 \varphi_{21}$$

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_2}{r}$$

$$\varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1}{r}$$

$$W_1 = W_2 = W$$

$$W = q_1 \varphi_{12} = q_2 \varphi_{21} = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_{12} + q_2 \varphi_{21})$$

$$W = \frac{1}{2} \sum q_i \varphi_i$$

#### Энергия заряженного проводника.

Имеется уединённый проводник, который характеризуется зарядом, ёмкостью и потенциалом.

Заряд проводника увеличили на величину  $dq$ . Для этого перенесли заряд  $dq$  из бесконечности на проводник.

При этом была совершена работа

$$dA = \varphi dq = C \varphi d\varphi$$

Чтобы изменить потенциал от 0 до  $\varphi$  нужно совершить работу

$$A = \int_0^{\varphi} C \varphi d\varphi = \frac{C \varphi^2}{2} = W \text{ (потенциальная энергия проводника)}$$

$$W = \frac{C \varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\varphi}{2}$$

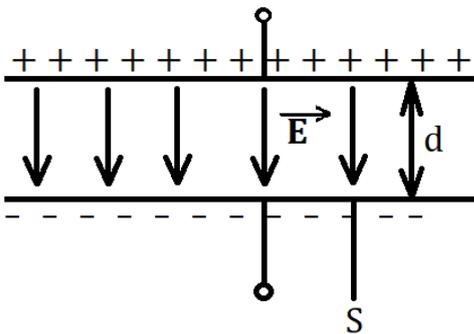
Энергия заряженного конденсатора.

$$W = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{q(\Delta\varphi)}{2}$$

где  $\Delta\varphi$  – разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Энергия электростатического поля.

Рассмотрим энергию плоского конденсатора.



$$W = \frac{1}{2}C(\Delta\varphi)^2$$

$$C = \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}; \Delta\varphi = Ed$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d} E^2 d^2 = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} Sd = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} V$$

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0\varepsilon E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0\varepsilon}$$

w – объёмная плотность энергии

(энергия поля, заключенная в единице объема)

Лекция 16

**Т. Постоянный электрический ток.**

**Электрический ток. Сила тока и плотность тока.**

Электрический ток – направленное движение заряженных частиц.

Носители тока – заряженные частицы, участвующие в направленном движении (в металлах – электроны, в полупроводниках – электроны и дырки (вакансии электронов), в электролитах и ионизованных газах – положительно и отрицательно заряженные ионы).

Для возникновения и существования электрического тока необходимо наличие:

1. свободных носителей
2. электрического поля внутри проводника

Количественные характеристики тока – сила тока ( $I$ ) и плотность тока ( $\vec{j}$ ).

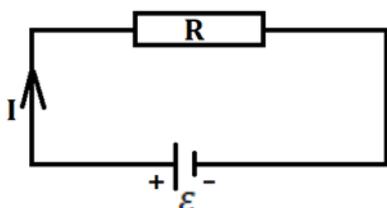
Сила тока равна отношению заряда, перенесённого через поперечное сечение проводника, к интервалу времени, за который произошёл этот перенос:

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Постоянный электрический ток – электрический ток, чьи характеристики (направление и величина) не изменяются с течением времени, т.е.

$$I = \frac{q}{t} = const.$$

Электрический ток может быть осуществлён движением как положительных, так и отрицательных зарядов.



Технически, за направление тока принимают движение положительных зарядов.

Перенос отрицательных зарядов в одном направлении эквивалентен переносу такого же по величине количества положительных зарядов.

Когда ток создаётся электронами, направление движения заряженных частиц противоположно направлению тока.

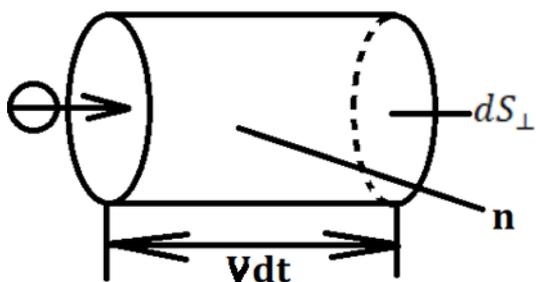
Если ток распределён неравномерно по сечению проводника, то вводится микроскопическая характеристика – плотность тока.

Плотность тока – вектор, модуль которого равен отношению заряда, прошедшего через малую перпендикулярную току площадку  $dS_{\perp}$  за интервал времени  $dt$ :

$$j = \frac{dq}{dS_{\perp} dt} = \frac{dI}{dS_{\perp}}$$

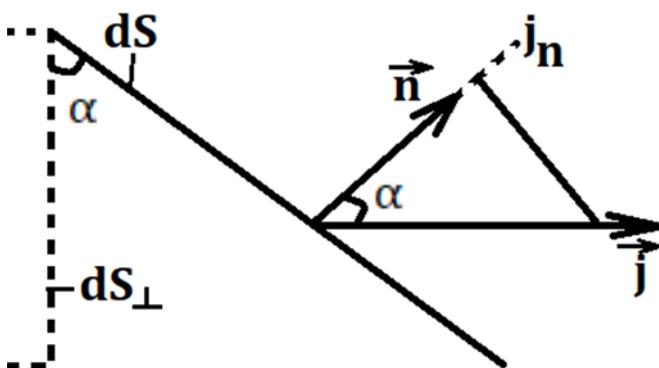
За направление вектора  $\vec{j}$  принимается направление вектора скорости упорядоченного движения положительно заряженных частиц.

Найдём связь между плотностью тока  $j$  и концентрацией носителей.



$$j = \frac{dq}{dS_{\perp}dt} = \frac{enVdtdS_{\perp}}{dS_{\perp}dt} = enU$$

$j = enV$ , где  $V$  – скорость



Зная  $\vec{j}$  в любой точке поверхности, через которую протекает ток, можно найти ток через всю эту поверхность.

$$dI = jdS_{\perp}$$

$$dS_{\perp} = dS \cos \alpha$$

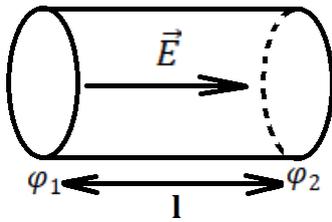
$$dI = jdS \cos \alpha = j_n dS$$

$$I = \int_S j_n dS$$

**Электродвижущая сила (ЭДС).**

Условием существования тока в проводнике является наличие электрического поля.

Это условие можно записать через разность потенциалов на примере отрезка однородного проводника:



$$\varphi_1 > \varphi_2$$

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi$$

$$E = -\frac{\partial\varphi}{\partial l} = -\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{l}$$

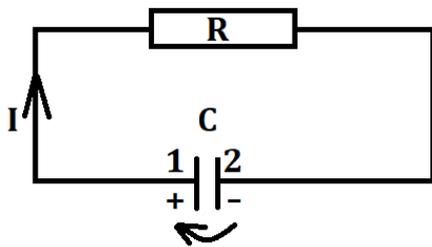
$$El = \varphi_1 - \varphi_2$$

Таким образом, для протекания тока необходимо наличие разности потенциалов.

Если электрическое поле создать, но не поддерживать, то ток постепенно прекратится.

Под действием электростатического поля положительные заряды двигались бы из мест с большим потенциалом в места с меньшим (для отрицательных – наоборот). Произошло бы выравнивание потенциалов, и ток прекратился бы.

Рассмотрим замкнутую цепь, состоящую из сопротивления и конденсатора.



В начальный момент конденсатор заряжен → ток течёт → конденсатор постепенно разрядится, и ток прекратится.

Для того, чтобы ток существовал длительное время, необходимо постоянно переносить заряд с пластины 2 на пластину 1, т.е. необходимо осуществлять круговое движение зарядов.

Таким образом, в цепи появляется 2 участка:

1-2: положительные заряды двигаются по полю под действием сил электростатического поля.

2-1: положительные заряды двигаются против поля.

Перемещение зарядов на втором участке возможно лишь с помощью сил неэлектрического происхождения (*сторонних сил*), которые разъединяют разноимённые заряды и тем самым поддерживают разность потенциалов.

Эти силы могут иметь различную природу, связанную с химической и физической неоднородностью проводников (солнечные батареи, полупроводниковый рп-переход – контакт двух проводников с различным типом проводимости).

Сторонние силы принято характеризовать работой, которую они совершают при перемещении зарядов.

Величина, равная работе сторонних сил над единичным положительным зарядом – электродвижущая сила (ЭДС), действующая на участке цепи или в цепи:

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{ст}}}{q}$$

Стороннюю силу, действующую на заряд, можно записать в виде:

$$A_{12} = \int_1^2 \vec{F}_{\text{ст}} d\vec{l} = q \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l} \text{ по определению работы}$$

$d\vec{l}$  – элемент длины контура, по которому перемещается заряд

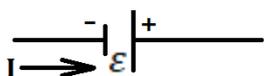
$$\boxed{\varepsilon = \frac{A_{\text{ст}}}{q} = \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l}}$$

–ЭДС, действующая на участке 1 – 2

Таким образом, на заряд в цепи действуют 2 силы:

1.  $q\vec{E}$  (сила со стороны электростатического поля, связанная с напряжённостью).

2.  $q\vec{E}_{\text{ст}}$  (сила поля сторонних сил).



Результирующая сила

$$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{E}_{\text{ст}}$$

Найдем работу, совершаемую этой силой на участке цепи 1 – 2

$$A_{12} = q \int_1^2 \vec{E} d\vec{l} + q \int_1^2 \vec{E}_{\text{ст}} d\vec{l} = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\varepsilon_{12}$$

Найдем работу по перемещению единичного положительного заряда

$$\frac{A_{12}}{q} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12} = U_{12}$$

$U_{12}$  – падение напряжения (напряжение на данном участке цепи)

Работа совершается как электростатическими, так и сторонними силами.

$$U_{12} = (\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}$$

Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы – однородный (без источника).

Для однородного участка цепи:  $\varepsilon_{12} = 0 \Rightarrow U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ .

Участок цепи, содержащий источник тока, - неоднородный.

Лекция 17

**Закон Ома для однородного участка цепи (интегральная и дифференциальная формы).**

а) интегральная форма

Закон был экспериментально установлен физиком Омом:

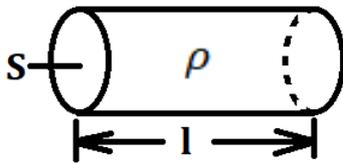
Сила тока, текущего по однородному проводнику, пропорциональна падению напряжения:

$$I = \frac{U}{R} \text{ — закон Ома в интегральной форме для однородного участка цепи}$$

где падение напряжения на участке  $U = \varphi_1 - \varphi_2$ ,

$R$  – сопротивление участка цепи .

Сопротивление  $R$  зависит от рода вещества проводника, геометрических размеров и формы, и от внешних условий.



$$R = \frac{\rho l}{S}$$

$\rho$  – удельное сопротивление  
(электрическое сопротивление  
единицы объёма Ом · м)

б) дифференциальная форма

Выделим внутри проводника цилиндрический объём таким образом, чтобы образующая цилиндра была параллельна вектору  $\vec{E}$ :



$$dR = \rho \frac{dl}{dS}$$

$$dU = \varphi_1 - \varphi_2 = \vec{E} d\vec{l}$$

$$dI = jdS$$

$$dI = \frac{dU}{dR}$$

$$jdS = \frac{EdldS}{\rho dl} \Rightarrow j = \frac{1}{\rho} E = \epsilon E$$

$\epsilon$  – удельная электропроводность

$$\vec{j} = \epsilon \vec{E}$$

– дифференциальная форма закона

Ома для однородного участка цепи

Дифференциальная форма устанавливает связь между величинами, характеризующими одну определённую точку проводника.

Таким образом, дифференциальная форма применима к неоднородным проводникам различной формы.

**Закон Ома для неоднородного участка цепи (интегральная и дифференциальная формы).**

а) дифференциальная форма

На неоднородном участке действуют электростатические силы и сторонние силы.

$$\vec{F}_{\text{эл}} = q\vec{E}$$

$$\vec{F}_{\text{стор}} = q\vec{E}_{\text{стор}}$$

Соответственно, можно записать:

$$\vec{j} = \epsilon(\vec{E}_{\text{стор}} + \vec{E})$$

– закон Ома в дифференциальной форме для неоднородного участка цепи

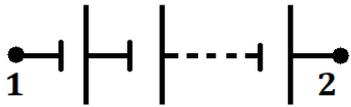
б) интегральная форма

Рассмотрим случай, когда электрические токи текут по тонким проводам. Направление тока совпадает с направлением оси провода.

Т.к. провод тонкий,  $S$  (площадь поперечного сечения) стремится к нулю. И поэтому можно считать, что во всех точках поперечного сечения  $j = \text{const}$ .

Тогда  $I = jS$ .

Если  $I = \text{const}$ , то этот ток одинаков во всех точках поперечного сечения.



$$j = \frac{I}{S} = \epsilon(E + E_{\text{стоп}})$$

Умножим на  $dl$  и проинтегрируем:

$$\int_1^2 \frac{I}{S} dl = \epsilon \int_1^2 E dl + \epsilon \int_1^2 E_{\text{стоп}} dl$$

$$I \int_1^2 \frac{dl}{S} = \frac{1}{\rho} \int_1^2 E dl + \frac{1}{\rho} \int_1^2 E_{\text{стоп}} dl$$

$$\int_1^2 E dl + \int_1^2 E_{\text{стоп}} dl = I \int_1^2 \rho \frac{dl}{S}$$

$$\rho \frac{dl}{S} = dR$$

$$\int_1^2 \rho \frac{dl}{S} = R$$

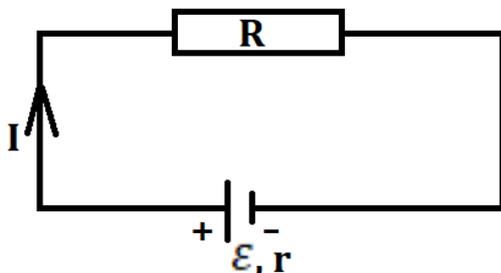
$$(\varphi_1 - \varphi_2) + \epsilon_{12} = IR$$

$$I = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2) + \epsilon_{12}}{R}$$

–закон Ома для неоднородного участка цепи в интегральной форме

( $R$  – сопротивление всего участка, включая сопротивление источника).

Если цепь замкнута, то  $\varphi_1 = \varphi_2$ .



$$I = \frac{\epsilon}{R_{\text{ц}}} = \frac{\epsilon}{R + r'}$$

где  $R$  – нагрузка

(то, что можно изменять)

$r$  – сопротивление источника

$$I = \frac{\epsilon}{R + r} \quad \text{закон Ома для замкнутой цепи}$$

Перепишем полученное выражение в виде:  $IR = \varepsilon - Ir = \varphi_+ - \varphi_-$ , где  $\varphi_+ - \varphi_-$  - разность потенциалов на клеммах источника. Получается, что разность потенциалов на клеммах всегда меньше ЭДС.

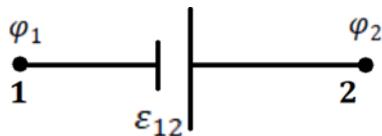
В предельном случае (когда цепь разомкнута),  $R \rightarrow \infty$ , значит,  $I \rightarrow 0$ , соответственно,  $\varepsilon = \varphi_+ - \varphi_-$ .

Следовательно, ЭДС можно определить как разность потенциалов разомкнутого источника.

## Лекция 18

### Мощность тока. КПД источника тока.

Рассмотрим участок цепи постоянного тока, содержащий ЭДС. Найдём работу, которую совершают силы электростатического поля и сторонние силы при перемещении заряда  $q$  из точки 1 в точку 2.



$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2) + q\varepsilon_{12} = q[(\varphi_1 - \varphi_2) + \varepsilon_{12}] = qU = UIt,$$

где  $q(\varphi_1 - \varphi_2)$  – работа электростатических сил,

$q\varepsilon_{12}$  – работа сторонних сил

$q = It$ , если ток постоянный

$$P = \frac{A}{t} \text{ – мощность тока, выделяемая на участке цепи}$$

$$\boxed{P = UI}$$

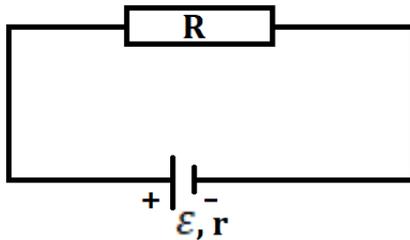
Мощность, выделяемая в цепи при протекании тока, может быть израсходована на совершение работы над внешними телами (перемещение их в пространстве), на нагревание проводника и на протекание химических реакций.

Если цепь замкнута, то полная мощность, выделяемая в цепи

$$P_{\text{полн}} = I\varepsilon.$$

Эта мощность выделяется за счёт каких-либо сторонних источников (мощность, развиваемая сторонними силами).

Мощность, выделяемая в цепи, зависит от внешнего сопротивления  $R$ , на которое замкнут источник.



$P$  – полная мощность, выделяемая в замкнутой цепи

$$P = I\varepsilon$$

$P_{\Pi}$  – полезная мощность, выделяемая на нагрузке

$$P_{\Pi} = IU = I^2R$$

КПД источника  $\eta$

– отношение полезной мощности к полной мощности, выделяемой в замкнутой цепи

$$\eta = \frac{P_{\Pi}}{P}$$

Исследуем зависимости  $P(R)$ ,  $P_{\Pi}(R)$  и  $\eta(R)$ .

1. Полная мощность  $P = I\varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{R + r}$

$R \rightarrow 0$  (короткое замыкание)

$$P_{max} = \frac{\varepsilon^2}{r}$$

$R \rightarrow \infty$  (режим холостого хода)

$$P_{min} = 0$$

2. Полезная мощность  $P_{\Pi} = I^2R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R + r)^2}$

$R \rightarrow 0, P_{\Pi min} = 0$

$R \rightarrow \infty, P_{\Pi min} = 0$

Исследуем экстремум:

$$\frac{dP_{\Pi}}{dR} = \varepsilon^2 \left( \frac{(R + r)^2 - 2R(R + r)}{(R + r)^4} \right) =$$

$$\varepsilon^2 \frac{r^2 - R^2}{(R + r)^4} = \frac{\varepsilon^2 (r - R)(r + R)}{(R + r)^4} = 0$$

max при  $r = R$

$$P_{\text{пmax}} = \frac{\varepsilon^2}{4r}$$

$$3. \text{ КПД } \eta = \frac{P_{\text{п}}}{P} = \frac{I^2 R}{I\varepsilon} = \frac{IR}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon R}{(R+r)\varepsilon} = \frac{R}{R+r}$$

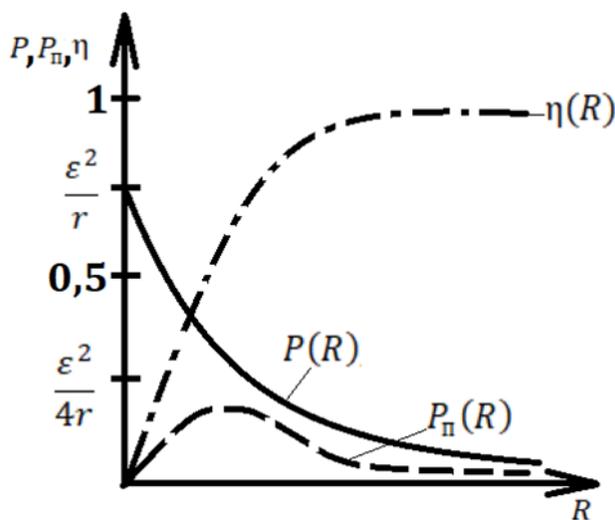
$$R \rightarrow 0, \eta = 0$$

$$R \rightarrow \infty, \eta = 1$$

$$R = r, \eta = \frac{1}{2}$$

(максимальная полезная мощность)

Условие получения максимальной полезной мощности и максимального КПД несовместимы.



В силовых энергетических установках важнейшим требованием является получение высокого КПД. Для этого сопротивление источника  $r$  должно быть мало по сравнению с сопротивлением нагрузки  $R$ . При этом мощность, выделяемая в источнике, много меньше мощности, выделяемой на нагрузку.

В режиме КЗ вся мощность выделяется внутри источника, что может привести к перегреву внутренних частей источника и выходу его из строя.

Если внутреннее сопротивление источника большое, то сила тока КЗ невелика, и режим КЗ не опасен.

Если  $r$  мало (осветительные цепи, питание от подстанции), то при ЭДС  $> 100\text{В}$  ток КЗ  $\approx 10^3\text{А}$ , происходит сильный нагрев  $\rightarrow$  пожар.

Лекция 19

**Закон Джоуля - Ленца в интегральной и дифференциальной формах.**

Закон Джоуля - Ленца в интегральной форме:

Если проводник неподвижен, и в нём не происходит химических реакций, то работа тока идёт на увеличение его внутренней энергии, в результате чего проводник нагревается; количество тепла, выделяемое при этом в проводнике, будет равно работе электрического тока.

$$Q = UIt = I^2 Rt$$

(интегральная форма)

Закон Джоуля-Ленца был установлен экспериментально для однородного участка цепи, однако он справедлив и для неоднородного участка, если действующие в нём сторонние силы имеют нехимический характер.

Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.

Для вывода дифференциальной формы введем понятие удельной тепловой мощности тока.

Удельная тепловая мощность тока ( $Q_{уд}$ ) – количество тепла, выделяемое в единицу времени в единице объёма проводника:

$$Q_{уд} = \frac{dQ}{dt dV}$$

По закону Джоуля-Ленца в этом объёме за время  $dt$  выделится количество теплоты  $dQ$ .

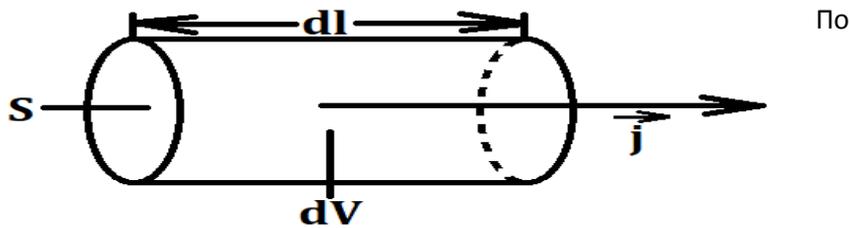
Выведем формулу для  $Q_{уд}$

Выделим в проводнике элемент объёма  $dV$ .

$$I = jS$$

$$dR = \rho \frac{dl}{S} = \frac{1}{\sigma} \frac{dl}{S}$$

$$dV = Sdl$$



$$dQ = I^2 dR dt = j^2 S^2 \frac{1}{6} \frac{dl}{S} dt = j^2 \frac{1}{6} dV dt$$

$$\frac{dQ}{dV dt} = \frac{1}{6} j^2$$

$$Q_{уд} = \frac{1}{6} j^2$$

$$\vec{j} = \epsilon \vec{E}$$

$$Q_{уд} = \frac{1}{6} \epsilon^2 E^2 = \epsilon E^2 = jE$$

$$Q_{уд} = \vec{j} \vec{E}$$

$$Q_{уд} = \epsilon E^2$$

Выделенные в рамку формулы – закон Джоуля - Ленца в дифференциальной форме для однородного участка цепи.

Выражения

$$Q = UIt,$$

$$Q_{уд} = \frac{1}{6} j^2$$

справедливы и для неоднородного участка цепи.

В этом случае:

$$U = (\varphi_1 - \varphi_2) + \epsilon_{12}$$

$$\vec{j} = \epsilon (\vec{E} + \vec{E}_{стор})$$

В данном случае эти уравнения отражают тот факт, что джоулево тепло выделяемое в любом элементе V проводника, равно сумме работ сил электростатического поля и сторонних сил в этом элементе.

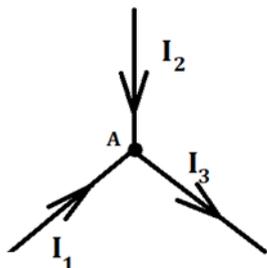
Общее количество джоулева тепла, выделяемого во всей цепи, равно работе сторонних сил.

**Разветвлённые цепи. Правила Кирхгофа.**

В разветвлённых электрических цепях вычисление токов, текущих в отдельных ветвях, может быть проведено с помощью закона Ома (для однородного или неоднородного участка цепи) и закона сохранения электрического заряда, но это очень трудоёмко.

Для упрощения расчётов используется правила Кирхгофа.

1 правило относится к узлам (точка, в которой сходятся 3 и более проводников).



1 правило Кирхгофа:

Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю.

$$\sum_{\kappa} I_{\kappa} = 0$$

(ток, втекающий в узел, считается положительным, а вытекающий ток – отрицательным)

Для данного узла

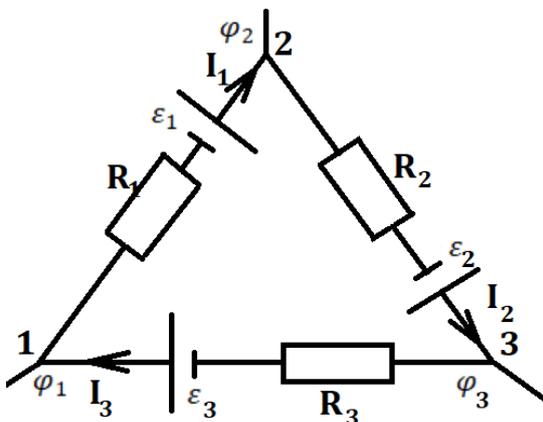
$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Это правило следует из закона сохранения электрического заряда.

Если бы 1 правило не соблюдалось, то в узлах бы накапливались электрические заряды, изменялось бы электрическое поле и нарушалось бы условие  $I = \text{const}$ .

В электрической цепи уравнение по 1 правилу можно записать для всех N узлов, однако независимыми будут только (N-1) уравнений. N-е уравнение будет следствием из остальных уравнений.

2 правило относится к любому выделенному в разветвлённой цепи замкнутому контуру.



Запишем уравнения по закону Ома для каждого участка цепи:

$$(1 - 2): I_1 R_1 = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_1$$

$$(2 - 3): I_2 R_2 = \varphi_2 - \varphi_3 + \varepsilon_2$$

$$(3 - 1): I_3 R_3 = \varphi_3 - \varphi_1 + \varepsilon_3$$

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 + I_3 R_3 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

В общем виде

$$\boxed{\sum_k R_k I_k = \sum_k \varepsilon_k}$$

## 2 правило Кирхгофа

В любом замкнутом контуре, выбранном в разветвлённой электрической цепи, алгебраическая сумма произведений токов на сопротивление соответствующих участков цепи равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре.

Уравнение по 2 правилу Кирхгофа можно составить для любого контура разветвлённой цепи, но независимыми будут только уравнения для тех контуров, которые нельзя получить наложением друг на друга.

Правила Кирхгофа в каждом конкретном случае позволяют написать полную систему линейных уравнений, из которых могут быть найдены все неизвестные токи  $I_k$  (считая  $R_k$  и  $\varepsilon_k$  известными).

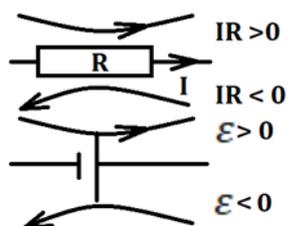
В систему уравнений не входят разности потенциалов. В исключении потенциалов из уравнений и состоит упрощение, вносимое правилами Кирхгофа.

Общее количество уравнений равно количеству неизвестных токов.

По 2 правилу составляются  $n-(N-1)$  уравнений, где  $n$  – количество контуров.

### Порядок расчётов токов по правилам Кирхгофа:

1. Произвольно выбрать направление токов во всех ветвях и обозначить их стрелками. Если вычисления покажут, что  $I > 0$ , то истинное направление тока совпадает с выбранным.
2. Найти узлы в схеме (N) и записать  $(N-1)$  уравнение по 1 правилу Кирхгофа.
3. Определить количество замкнутых контуров n. Выбрать произвольно в каждом контуре направление обхода и обозначить стрелкой внутри этого контура. Записать для каждого контура уравнение по 2 правилу (всего  $n-(N-1)$  уравнений), при этом учитывать:



(стрелка – направление обхода)

4. Проверить, чтобы все ЭДС  $\varepsilon_k$  и все сопротивления  $R_k$  входили в систему уравнений.
5. Решить полученную систему уравнений.

### Список литературы

- [1] Савельев, И. В. Курс общей физики : учебное пособие : в 3 томах / И. В. Савельев. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022
- [2] Сивухин Д.В. Общий курс физики в 5 томах, М., ФИЗМАТЛИТ, 2004
- [3] Трофимова Т. И. Курс физики: учеб. пособие для вузов / Таисия Ивановна Трофимова. — 11-е изд., стер. — М.: Издательский центр «Академия», 2006. — 560 с.