

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕТРА ВЕЛИКОГО

А. В. Архипов, Р. Г. Бурковский М. Я. Винниченко

ВВЕДЕНИЕ В ФОТОННУЮ ТЕОРИЮ

Учебное пособие

Санкт-Петербург
Медиапапир
2025

УДК 539.18; 539.122

ББК 22.382.977

А87

Рецензенты:

Подсвилов О. А., доктор физико-математических наук,
профессор Высшей инженерно-физической школы СПбПУ

Мишин М. В., доктор физико-математических наук,
профессор кафедры функциональных микро- и наноматериалов
Академического университета им. Ж. И. Алфёрова

Архипов А. В. **Введение в фотонную теорию:** учебное пособие /
А. В. Архипов, Р. Г. Бурковский, М. Я. Винниченко. — СПб.: Медиа-
папир, 2025. — 126 с.

Соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлениям подготовки бакалавров 16.03.01 — «Техническая физика» и по направлениям подготовки магистров 16.04.01 — «Техническая физика».

Пособие посвящено теме квантовой природы электромагнитного излучения оптического и рентгеновского диапазонов. Прослеживается эволюция теорий взаимодействия излучения с веществом — от описания спектров равновесного теплового излучения моделью Планка до квантовой электродинамики. Показано, как объяснение новых результатов исследований физиков-экспериментаторов требовало постоянного пересмотра теоретических моделей и все большего отхода от представлений классической физики. Приводится также описание ряда современных приборов (лазеров, спектрометров и др.), принцип действия которых основан на использовании квантовой природы электромагнитного излучения. Издание предназначено для студентов младших курсов высших учебных заведений, обучающихся по специальности «Техническая физика» и смежным специальностям.

ISBN 978-5-00110-553-4

© Коллектив авторов, 2025

© Медиапапир, 2025

Оглавление

Введение.....	5
1. Равновесное тепловое излучение. Формула Планка	7
1.1. Разве черное излучает?.....	7
1.2. Вопрос равновесного теплового излучения в физике.....	8
1.3. Характеристики теплового излучения. Закон Кирхгофа	11
1.4. Законы Стефана-Больцмана и Вина.....	16
1.5. Формула Рэлея-Джинса. «Ультрафиолетовая катастрофа»	20
1.6. Формула Планка: экспериментальные основания.....	26
1.7. Формула Планка и квантование энергии.....	30
2. Спектры оптического излучения атомов. Постулаты Бора	37
2.1. Светит не только черное	37
2.2. Оптические спектры атомов и молекул.....	38
2.3. Формулы Бальмера и Ридберга	43
2.4. Комбинационный принцип Ритца	46
2.5. Постулаты Бора	49
2.6. Опыт Франка-Герца. Использование метода атомных столкновений для расшифровки оптических спектров	53
3. Вклад Эйнштейна в фотонную теорию. Лазеры.....	62
3.1 Законы фотоэффекта.....	62
3.2. Фотонная теория фотоэффекта Эйнштейна	68
3.3. Экспериментальная проверка формулы Эйнштейна для фотоэффекта	71
3.4. Вывод Эйнштейном формулы Планка. Спонтанное и вынужденное излучение	75
3.5. Лазеры	82
4 Рентгеновское излучение	87
4.1 Общие свойства рентгеновских лучей.....	87
4.2. Тормозное излучение.....	90
4.3. Характеристическое излучение	94
4.4. Поглощение рентгеновского излучения в веществе	99
4.5. Эффект Комптона	103
4.6. Эксперименты с рентгеновскими фотонами.....	110

5. Фотоны, корпускулярно-волновой дуализм и квантовая электродинамика	114
5.1. Регистрация отдельных фотонов	114
5.2 Корпускулярно-волновой дуализм и квантовая электродинамика ...	119
Использованная литература	125

Введение

Современная цивилизация в большой степени основывается на достижениях физики – компьютерах, коммуникационном оборудовании, ядерной энергетике. Эти достижения были бы невозможны без «революции в физике», случившейся на рубеже XIX и XX веков. В это время появились основные понятия современной физической науки – относительность и квантование. Многим они представляются сложными для понимания, контринтуитивными. Однако их неоспоримое достоинство состоит в том, что они весьма точно описывают реальность на тех пространственных масштабах (слишком большом и слишком малом), где повседневный человеческий опыт оказывается неприменимым. Данное пособие посвящено квантам электромагнитного поля – фотонам. Понятие фотонов появилось именно в ходе «революции в физике» и составила значительную часть ее содержания. Происходило это постепенно, шаг за шагом, под давлением все новых экспериментальных фактов – результатов измерений, становившихся возможными в результате совершенствования экспериментальной техники и методик. То, как это происходило, почему квантовая (в том числе, фотонная) теория стала необходимой и остается на сегодня фактически безальтернативной – эти вопросы, как мы надеемся, достаточно ясно раскрыты в данном пособии.

Мы старались вести изложение следуя истории соответствующих открытий и прорывов, по возможности кратко и с лишь небольшим количеством формул, ориентируясь на студентов младших курсов и рассчитывая добиться общего понимания рассматриваемых теорий и экспериментальных методов, детали которых будут постигаться студентами по мере дальнейшего обучения. При подготовке пособия были использованы материалы лекций по курсу «Атомная физика», читавшихся одним из авторов для студентов второго курса бакалавриата СПбПУ Петра Великого.

Наблюдая готовый результат, следует предварительно пояснить его для читателя следующим образом. Текст состоит из пяти разделов, каждый из

которых подготавливает читателя к восприятию последующих. Самый трудный раздел, на наш взгляд – самый первый, в котором объяснено излучение абсолютно черного тела. Его нужно прочитать целиком и, в процессе чтения, останавливаться «с карандашом» на трудных местах, убеждаться, что есть понимание связи отдельных частей друг с другом. Например, из совокупности сравнительно простых по отдельности утверждений складывается необходимость принять, что при достаточно сильном нагреве черные поверхности будут светиться намного ярче зеркальных. Это не находит подтверждения в повседневном опыте: мысленный эксперимент может подсказать противоположное. Трудность в постижении первого раздела с лихвой вознаграждается соприкосновением с загадочным и чарующим умозрительным явлением: абсолютно черным телом.

Усвоив это, читатель будет готов к дальнейшему, а именно к постижению того, как излучают отдельные атомы. Просто удивительно, насколько людям оказалось непросто это понять, насколько сильно отличается атомная реальность от того, что нам подсказывает интуиция. Не будет сильным преувеличением сказать, что атомы и свет живут в параллельной вселенной, которая похожа на нашу лишь в некоторых частных аспектах: например, там тоже действует закон сохранения энергии! В большинстве других аспектов там все иначе.

В середине истории про законы излучения атомов, неизбежным образом, возникает одно из наиболее циничных откровений XX века, которое повезло донести до нас Альберту Эйнштейну. Вероятно, он относился к физике легко, поскольку догадаться до простой схемы, объясняющей фотоэффект, можно было, скорее всего, только хорошенько отбросив в сторону привычные на тот момент скрепы сознания.

Последняя глава доступным языком доносит суть остающейся на сегодня трудности для восприятия: корпускулярно-волнового дуализма. В отличие от сопоставимых по важности философских вопросов, как то первичности сознания или материи, в физике приходится принять одновременно оба

взаимоисключающих утверждения, поскольку именно их одновременная справедливость следует из экспериментов. Естественно, современная наука предлагает подходы к снятию противоречия, но ясно здесь на сегодня далеко не все. Это признак того, что современная физика жива и будет развиваться, а сегодняшние ученики внесут в это свой достойный вклад.

1. Равновесное тепловое излучение. Формула Планка

1.1. Разве черное излучает?

Этот раздел далеко не из простых, но все же начать хотелось бы с чего-то легкого. На орбите Земли находится много искусственных спутников, среди которых есть и научные: разнообразные телескопы и другие измерительные приборы. С их помощью достаточно точно установлен спектр солнечного света, доходящего до ближайшего к нам космоса. В космосе этот спектр намного проще, чем за слоем атмосферы, на земле, но и там он абсолютно загадочен. Посмотрите на него (Рис. 1.1). Почти совсем нет излучения на коротких волнах, очень быстро становится очень мало на длинных, но в избытке излучается на длине волны вблизи $\lambda=0.5$ микрона. Это то же самое,

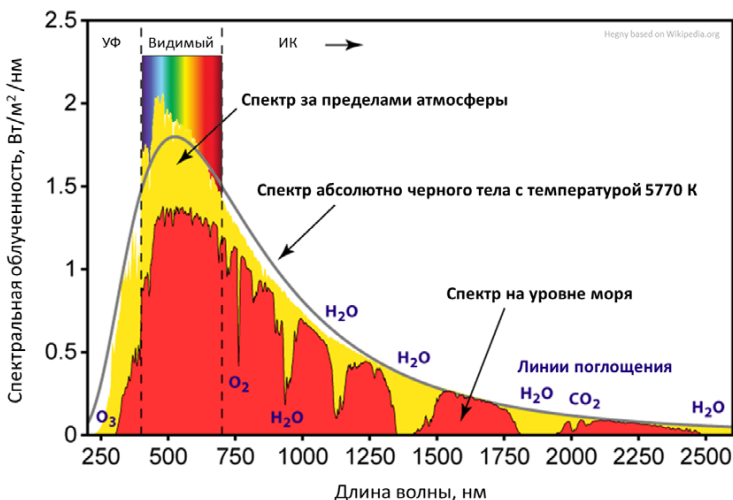


Рис. 1.1. Спектр излучения Солнца

что 500 нанометров, 5000 ангстрем. То же самое, что зеленый свет. Довольно легко понять, почему наши глаза настроены лучше всего именно на этот цвет. Это чуть сложнее, но все же естественно подумать, что по этой же причине листья деревьев тоже зеленые. Но понять, почему на кривой есть такой максимум и почему он именно на зеленом цвете, кроме как ради наших глаз и листьев деревьев, не так-то просто.

Разобравшись с этим разделом, вы поймете, что наше Солнце светит почти так, как должен был бы светить довольно странный воображаемый объект: абсолютно черное тело, нагретое до температуры около 5.5 тысяч градусов. Если вам здесь что-то кажется нелогичным, вы на верном пути: из повседневного опыта мы знаем, что черное не светится, а наоборот, поглощает все падающее на него излучение, и из-за этого черное. Все правильно, просто привычные нам черные тела недостаточно нагреты. Если их нагреть сильнее, они будут светиться в видимом диапазоне. Но при этом они останутся черными, поскольку, как и до нагрева, будут поглощать все падающее на них излучение. Из этой логики вполне можно предъявить и наивное, но интуитивно доступное объяснение «черноты» Солнца. Действительно, если его мысленно заморозить так, чтобы все атомы и ионы замерли на своих местах, оно бы перестало светить и, скорее всего, было бы похоже на черный бархат, поскольку внешние лучи легко попадали бы глубоко внутрь и, перерассеявшись в глубине, уже не находили выхода обратно. Естественно, насколько это правда, мы никогда не узнаем, но по солнечному спектру мы видим, что это похоже на правду. И так в физике везде. Надеемся, что из содержания последующих разделов вы это хорошо уясните на более строгих примерах.

1.2. Вопрос равновесного теплового излучения в физике

Появление идеи о необходимости квантования (дискретизации) значений физических величин связывают с результатом решения конкретной задачи – о спектре и мощности равновесного теплового излучения.

К концу XIX века классическая теоретическая физика достигла

впечатляющих успехов: были разработаны теории классической механики, электродинамики, волновая теория света, термодинамика, молекулярно-кинетическая теория. Однако возникла проблема, первоначально казавшаяся незначительной: невозможность построения адекватной теории теплового излучения. В действительности, в такой форме выявились неразрешимые противоречия между предсказаниями классической физики и реальными свойствами окружающего мира. Для преодоления трудности потребовался пересмотр основ физики, а именно принятие предположения о квантовании энергии электромагнитного излучения.

Тепловое излучение – это излучение нагретых тел. При высоких температурах (тысячи кельвинов) большая часть его мощности приходится на видимую часть спектра, при более низких – на излучение в инфракрасном (ИК) диапазоне.

Рассмотрим мысленный эксперимент, условия которого с достаточной точностью могут быть реализованы на практике. Пусть несколько нагретых тел помещены в теплоизолирующую оболочку с идеально отражающими стенками, внутри которой создан вакуум. Тела могут обмениваться энергией посредством теплового излучения. Повседневный опыт и известный из классической физики закон равномерного распределения энергии по степеням свободы говорят, что тела рано или поздно окажутся в состоянии теплового равновесия – их температуры придут к общему значению T . Поскольку электромагнитные волны теплового излучения распространяются с конечной скоростью, они будут заполнять пространство внутри полости. Это и есть равновесное тепловое излучение температуры T . Излучение находится в равновесии с телами: каждое из тел излучает столько же энергии, сколько поглощает, так как его температура по условиям задачи остается постоянной.

Свойства такого равновесного излучения могли быть описаны средствами классической физики. Однако оказалось, что результаты такого описания кардинально противоречат результатам наблюдений. Например, эксперимент показывает, что при температуре 0°C мощность излучения 1 см^2

поверхности черного тела составляет приблизительно 0.03 Вт. Порядковую оценку плотности равновесного теплового излучения можно получить, поделив эту величину на скорость света $3 \cdot 10^{10}$ см/с (плотность потока энергии равна ее объемной плотности, умноженной на скорость ее переноса) – получится 10^{-12} Дж/см³. При той же температуре плотность энергии тепловых колебаний внутри вещества (например, железа) составляет приблизительно $8 \cdot 10^2$ Дж/см³. То есть в равновесных условиях плотность тепловой энергии в веществе значительно превосходит плотность энергии излучения: в приведенном примере – на 14 порядков. Это подтверждается и повседневным опытом – например, запас тепла нагретых камней много больше запаса тепла в исходящем от камней «жаре».

Однако анализ ситуации, проводимый средствами классической физики, дает противоположный результат: в равновесии практически вся тепловая энергия якобы должна перейти излучению. Качественно это можно объяснить следующим образом. Согласно соответствующей теореме, в равновесии энергия равномерно распределяется между степенями свободы. Для вещества, которое состоит из атомов, число степеней свободы хотя и очень велико, но конечно. Его можно приблизительно оценить троекратным числом атомов. Если бы атомы имели меньший размер, их количество в единице объема возросло бы. Пропорционально возросли бы число степеней свободы и, как следствие, теплоемкость. В пределе бесконечно малых атомов теплоемкость стала бы бесконечной. В классической электродинамике излучение именно непрерывно, размер его «элементарной частицы» бесконечно мал. Следовательно, ему соответствует бесконечное число степеней свободы и его теплоемкость должна быть бесконечной. При равномерном распределении энергии между степенями свободы такое «непрерывное» излучение перераспределило бы всю энергию любого конечного числа атомов в свою пользу.

Отсюда следует вывод: для адекватного описания реальных свойств окружающего нас мира число степеней свободы излучения требуется как-то ограничить. А для этого оно должно перестать быть непрерывным. В этом, в

конечном итоге и состоит идея квантования и подход «новой физики» в целом – в наложении на свойства теоретической модели рассматриваемого объекта некоторых (с точки зрения классической физики – необоснованных) запретов и ограничений, необходимых для приближения результата теоретического моделирования к реальности.

Выше приведено краткое изложение на качественном уровне существа проблемы равновесного теплового излучения и пути ее решения. Далее в этой главе мы проследим развитие идеи квантования энергии теплового излучения более подробно.

1.3. Характеристики теплового излучения. Закон Кирхгофа

Итак, рассмотрим полость с теплоизолирующими стенками. Внутри полости установлено термодинамическое равновесие излучения и вещества. Оно характеризуется температурой T . Определим количественные характеристики равновесного излучения.

1) Это, например, пространственная *плотность энергии* электромагнитного поля u , которую можно выразить через напряженность электрического и магнитного полей:

$$u = \frac{\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu_0 H^2}{2}, [\text{Дж/м}^3]$$

Эта величина удобна для теоретического описания. Но ее очень трудно измерить в эксперименте.

2) Более удобная для измерения величина – *лучистый поток* Φ [Вт].

Он определяется как энергия излучения, приходящего на данную площадку в единицу времени. Эта величина может быть непосредственно измерена. Например, болометром – прибором, определяющий величину лучистого потока по нагреву своего чувствительного элемента.

3) *Удельная интенсивность излучения*: I [Вт/(м²-стерадиан)]

Определим ее так: выберем в пространстве малую площадку площади $d\sigma$, ориентированную произвольным образом. Пусть через площадку проходит

излучение с различных направлений. Выделим излучение, приходящее из малого телесного угла $d\Omega$, ось которого составляет угол ϑ с нормалью к площадке. Поток такого излучения $d\Phi$, очевидно, пропорционален $d\sigma$, $d\Omega$ и $\cos\vartheta$:

$$d\Phi = I d\sigma \cos\vartheta \cdot d\Omega \quad (1.1)$$

Удельная интенсивность излучения I – коэффициент в этой формуле. Это энергия излучения, приходящего в единицу времени из единичного телесного угла «на единицу площади в направлении нормали к площадке» (или «на единицу площади проекции площадки на направление распространения» или «на сферу единичной площади сечения» – можно определить эту площадь любым способом из указанных способов).

Связь удельной интенсивности I и лучистого потока Φ на площадку $d\sigma$ можно получить интегрированием $d\Phi$ по полному телесному углу в сферических координатах (r , ϑ , ϕ) с дифференциалом вида $d\Omega = \sin\vartheta d\vartheta d\phi$, Рис. 1.2 поясняет вид дифференциала.

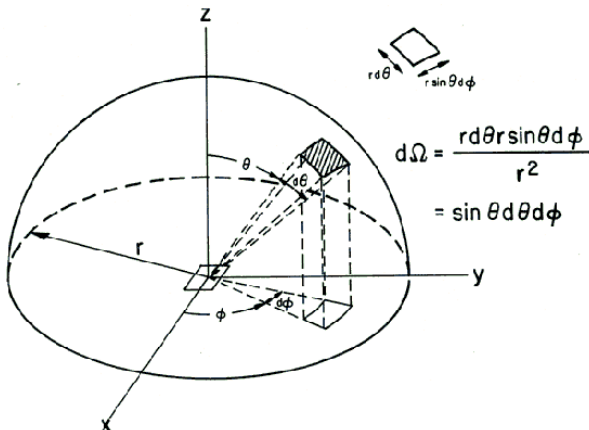


Рис. 1.2. Вспомогательная иллюстрация для определения дифференциала при интегрировании в сферических координатах как элемента поверхности единичной сферы (радиуса $r = 1$)

$$\Phi = d\sigma \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\pi/2} I \cdot \sin \vartheta \cos \vartheta d\vartheta \quad (1.2)$$

Если излучение изотропно (I не зависит от угловых координат), то:

$$\Phi = \pi I d\sigma \quad (1.3)$$

4) Если излучение не приходит на площадку извне, а ею излучается, то аналогичная величина I называется *поверхностной (энергетической) яркостью* источника.

5) Введем понятие *испускающей* (или *лучеиспускающей*) *способности* единицы площади поверхности E [Вт/м²] как величины потока энергии, излучаемой ею в любых направлениях. Для изотропного излучения получается:

$$E = \Phi/d\sigma = \pi I \quad (1.4)$$

Связь между интенсивностью однородного изотропного излучения I и объемной плотностью его энергии u имеет вид (c – скорость света):

$$u = \frac{4\pi \cdot I}{c} \quad (1.5)$$

6) Тепловое излучение имеет сплошной спектр. Плотность энергии du_v в пределах малого частотного интервала dv может быть выражена как:

$$du_v = \rho_v dv \quad (1.6)$$

Эту формулу можно считать определением *спектральной компоненты* объемной плотности энергии излучения ρ_v . Естественно, полная объемная плотность может быть получена интегрированием по спектру:

$$u = \int_0^{\infty} du_v = \int_0^{\infty} \rho_v dv \quad (1.7)$$

7) Аналогично вводится понятие *спектральной компоненты поверхностной яркости* излучения (или просто *спектральной поверхностной яркости*) I_v .

Соотношение между спектральными величинами – то же, что между соответствующими интегральными по спектру:

$$\rho_v = \frac{4\pi \cdot I_v}{c} \quad (1.8)$$

В 1859 г. немецкий ученый Густав Кирхгоф методами термодинамики доказал, что при данной температуре T спектральная плотность равновесного излучения ρ_v (иногда будем ее записывать и как $\rho(v, T)$) не должна зависеть от свойств тел, находящихся внутри замкнутой полости, в том числе от свойств стенок полости. Доказательство строилось «от противного». Если бы параметры равновесного излучения зависели не только от температуры, но и от свойств излучающих тел, было бы возможно выполнить следующее. Взять две равновесные системы при одинаковой температуре, содержащие разные тела, и устроить между ними «сообщение» (отверстие, канал и т.п.) пропускающие излучение. Если свойства излучения в системах различны, установление «сообщения» нарушит равновесие: энергия будет перетекать с излучением из одной системы к другой. Следовательно, между системами появится и будет нарастать разность температур, которую можно будет использовать для создания вечного двигателя второго рода – а это, исходя из принципов термодинамики, невозможно.

Таким образом Кирхгоф доказал, что спектр плотности теплового излучения в пространстве изолированной равновесной системы тел $\rho(v, T)$ при всех условиях должен иметь совершенно одинаковый, универсальный вид. Это утверждение Кирхгофа казалось парадоксальным, поскольку было известно, что спектры излучения самих тел разной природы различны: в них могут быть как спектральные полосы более интенсивного излучения, так и провалы, характерные для конкретных материалов. На самом деле, различие в спектрах излучения тел вполне может сочетаться с единством свойств излучения в пространстве – если принять во внимание явление отражения излучения, падающего на тела, от их границ.

Рассмотрим тело, непрозрачное для излучения, внутри равновесной системы. Падающее на него излучение частично поглощается им и частично отражается от границы. Помимо этого, тело само излучает. Введем

безразмерную *поглощательную способность* тела на данной частоте A_ν как долю падающей энергии в частотном диапазоне $[\nu; \nu + d\nu]$, остающуюся внутри тела.

Поток изотропного излучения в том же частотном диапазоне, падающий на единицу площади, равен:

$$\Phi_\nu / d\sigma = \pi I_\nu, \text{ [Вт/м}^2\text{]} \quad (1.9)$$

Пусть *спектральная компонента лучеиспускательной способности* поверхности равна E_ν – по определению, это энергия, излучаемая в малом (единичном) частотном диапазоне с единицы площади тела в любых направлениях.

В равновесии излучаемая энергия должна быть равна поглощаемой:

$$E_\nu = A_\nu \cdot \pi I_\nu, \quad (1.10)$$

или, с учетом (1.8):

$$\frac{E_\nu}{A_\nu} = \pi \cdot I_\nu = \frac{c}{4} \cdot \rho_\nu \quad (1.11)$$

Если представить себе *абсолютно черное тело*, полностью поглощающее излучение любых частот ($A_\nu \equiv 1$), его лучеиспускательная способность e_ν (или $e_\nu(\nu, T)$) будет равна:

$$e_\nu = \pi \cdot I_\nu = \frac{c}{4} \cdot \rho_\nu \quad (1.12)$$

Но, как доказал Кирхгоф, спектральная плотность равновесного излучения ρ_ν при заданной температуре всегда одинакова. С учетом (1.8), всегда одинаковой, универсальной является и функция спектральной яркости I_ν . Отсюда следует утверждение, называемое *законом Кирхгофа*:

$$\frac{E_\nu(\nu, T)}{A(\nu, T)} = e_\nu(\nu, T) \quad (1.13)$$

Его словесная формулировка:

“Отношение спектральной компоненты лучеиспускательной способности тела к его лучепоглощательной способности для всех тел в природе одинаково и

равно спектральной компоненте лучеиспускательной способности абсолютно черного тела”.

Выражаясь проще: тела наиболее сильно излучает те же частоты, которые они наиболее сильно поглощают. Это верно для любых условий, а не только для условий в теплоизолированной полости, поскольку было установлено, что излучение тела определяется его собственными свойствами и температурой, но не окружением.

Следовательно, прозрачные и зеркально отражающие тела излучают слабо. Наибольшей испускательной способностью обладает «абсолютно черное тело». Спектральная функция его лучеиспускательной способности $e_\nu(\nu, T)$ совпадает (с точностью до постоянной, см. (1.12)) со спектральной плотностью равновесного излучения $\rho_\nu(\nu, T)$. Определение этих универсальных функций представило очевидный фундаментальный интерес. Однако задачи их точного измерения и теоретического расчета были решены не сразу, а лишь приблизительно через 40 лет после формулирования закона Кирхгофа.

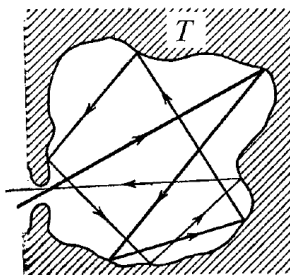


Рис. 1.3. Модель «абсолютно черного тела», предложенная Г. Кирхгофом.

Отметим, что ни одно реальное тело не является абсолютно черным. В качестве практической модели абсолютно черного тела Кирхгоф предложил использовать полость с малым входным отверстием, стенки которой покрыты поглощающим материалом и равномерно нагреты (Рис. 1.3). Попавший в полость световой луч полностью поглотится внутри, что и соответствует определению черноты. Именно такую модель черного тела и использовали впоследствии экспериментаторы.

1.4. Законы Стефана-Больцмана и Вина

Итак, с фундаментальной точки зрения представляет интерес вид спектра

плотности энергии равновесного теплового излучения ρ_ν , который может быть получен из спектральной зависимости испускательной способности «абсолютно черного тела» $e_\nu(\nu, T)$.

Йозеф Стефан в 1879 г. обобщил собственные и известные из публикаций данные об излучении реальных тел. Он отметил, что полная (не спектральная) испускательная способность тел E и поверхностная яркость их излучения I растут пропорционально четвертой степени абсолютной температуры:

$$E, I \sim T^4 \quad (1.14)$$

Это оказалось приближенно верным для реальных тел и верным для абсолютно черного тела. Строгое теоретическое доказательство справедливости такой зависимости для абсолютно черного тела в 1884 г. представил Людвиг Больцман. Доказательство основывалось на термодинамическом рассмотрении давления электромагнитного излучения – по Максвеллу, оно пропорционально плотности энергии.

Это утверждение называется *законом Стефана-Больцмана*:
 “Лучеиспускательная способность абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его температуры” или

$$e(T) = \sigma T^4 \quad (1.15)$$

Коэффициент σ в данном случае – постоянная Стефана-Больцмана. Ее значение было установлено позднее: $\sigma = 5.670 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

Как доказал Кирхгоф (см. предыдущий параграф), спектральная плотность равновесного теплового излучения универсальна (не зависит от свойств тел, находящихся в тепловом равновесии с излучением) и является функцией всего двух переменных:

$$\rho_\nu(\nu, T) = F(\nu, T) \quad (1.16)$$

В 1893-1894 г. Вильгельм Вин методами термодинамики и электромагнитной теории показал, что эту функцию можно представить в виде:

$$\rho_\nu(\nu, T) = \nu^3 \cdot f(\nu/T) \quad (1.17)$$

Это утверждение называется «*законом смещения Вина в общей форме*» (какое «смещение» имеется в виду, будет понятно далее).

Конкретный вид функции $f(\nu/T)$ из термодинамических соображений не мог быть определен. Поэтому уточнение Вина, на первый взгляд, не кажется существенным. Но это не так: полученная формула означает, что нет отдельной зависимости плотности излучения от температуры – есть только зависимость от отношения температуры к частоте. То есть число независимых переменных искомой функции удалось уменьшить с двух до одной.

В частности, закон Вина позволяет вычислить спектральное распределение равновесного теплового излучения для любой температуры T , если оно известно хотя бы для одной температуры T_1 . Это можно сделать следующим образом. Для температур T и T_1 определим частоты ν и ν_1 так, чтобы выполнялось соотношение

$$\nu = \frac{T}{T_1} \nu_1 \quad . \quad (1.18)$$

Тогда (1.17) позволяет провести следующие преобразования:

$$\rho_\nu(\nu, T) = \nu^3 \cdot f\left(\frac{\nu}{T}\right) = \nu^3 \cdot f\left(\frac{\nu_1}{T_1}\right) = \frac{T^3}{T_1^3} \nu_1^3 \cdot f\left(\frac{\nu_1}{T_1}\right) = \frac{T^3}{T_1^3} \cdot \rho_{\nu_1}(\nu_1, T_1) \quad (1.19)$$

Таким образом, частотная функция спектральной плотности равновесного теплового излучения для любой температуры T может быть получена из известной функции для некоторой температуры T_1 простым умножением на численный коэффициент T^3/T_1^3 и растяжением/сжатием оси частот в соответствии с (1.18). Поэтому, если спектральное распределение $\rho_{\nu_1}(\nu_1, T_1)$ при температуре T_1 имеет максимум, геометрически подобное ему распределение $\rho_\nu(\nu, T)$ при любой другой температуре T также должно иметь максимум. Положение этого максимума, в соответствии с (1.18), должно смещаться пропорционально температуре T .

В. Вин сформулировал и доказал это утверждение не для частотных распределений, а для распределений по длинам волн λ , как тогда было принято:

“Если у спектрального распределения излучения черного тела есть максимум и ему соответствует длины волны λ_{\max} , то при изменении температуры положение этого максимума должно смещается вдоль оси λ по закону:

$$\lambda_{\max} T = b \quad (1.20) \quad “$$

Это соотношение называют «законом смещения Вина в частной форме» (теперь ясно, что под «смещением» ранее имелось в виду смещение максимума спектра с температурой) или просто «законом Вина». Постоянная b называется «постоянной Вина», ее значение: $b = 0.002898 \text{ м}\cdot\text{К}$.

Нетрудно показать, что закон Стефана-Больцмана можно вывести из закона смещения Вина в общей форме (1.17). Как указывалось ранее (1.7), полную плотность энергии равновесного теплового излучения u можно получить интегрированием ее спектральной компоненты ρ_ν . С учетом закона смещения Вина (1.17):

$$u = \int_0^\infty \rho_\nu d\nu = \int_0^\infty \nu^3 \cdot f\left(\frac{\nu}{T}\right) d\nu \quad (1.21)$$

Введем переменную $\xi = \nu/T$ и перепишем (1.21) в виде:

$$u = T^4 \int_0^\infty \xi^3 \cdot f(\xi) d\xi \quad (1.22)$$

Результат вычисления этого определенного интеграла есть некоторое число, оно неизвестно, пока неизвестен вид функции f . Обозначим это число как α . Получим:

$$u = \alpha T^4 \quad (1.23)$$

Учитывая связь плотности равновесного излучения и лучеиспускательной способности абсолютно черного тела (1.12) и введя обозначение $\sigma = \alpha \cdot c/4$, приходим к закону Стефана-Больцмана:

$$e = \frac{c}{4} \cdot u = \frac{c}{4} \cdot \alpha T^4 = \sigma T^4 \quad (1.24)$$

В 1896 г. Вин предложил и конкретный вид функции f , входящий в

предложенный им ранее закон смещения (1.17). Предложение основывалось на экспериментальных данных и было, по словам английского ученого Рэля, «немногим более, чем просто догадкой». В полном виде закон излучения Вина выражается формулой:

$$\rho_{\nu}(\nu, T) = C\nu^3 \cdot \exp\left(-\alpha \frac{\nu}{T}\right), \quad (1.25)$$

где C и α – некоторые

константы (не связанные с использовавшимися ранее). Эта формула очевидно удовлетворяет «закону смещения» (1.17). Описываемые формулой (1.25) спектральные зависимости для разных температур представлены графически на Рис. 1.4.

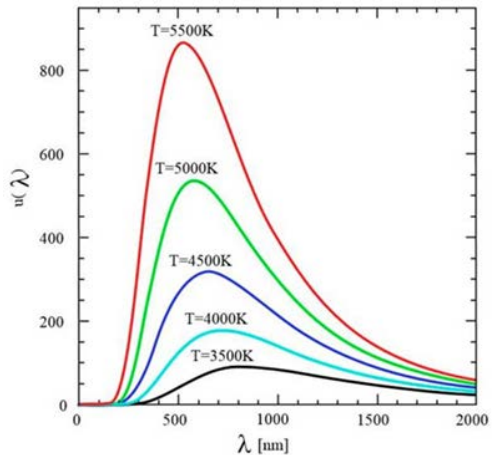


Рис. 1.4. Спектры излучения черного тела в представлении для длин волн λ , рассчитанные по закону Вина.

1.5. Формула Рэля-Джинса. «Ультрафиолетовая катастрофа»

В 1900 г. лорд Рэлей вывел полную формулу для спектральной плотности равновесного теплового излучения, применив статистический подход к электромагнитным волнам в замкнутой полости. Была использована теорема о равномерном распределении энергии по степеням свободы, имеющая в классической физике весьма общий характер. Результат этого расчета, безупречного в рамках классической физики, находился в явном противоречии с экспериментальными данными. Более того, как уже говорилось в начале главы, он предсказывает бесконечную плотность излучения нагретых тел, а также преобладание коротковолнового излучения при любых температурах. Эта ситуация получила название «ультрафиолетовой катастрофы». Ее

осознание положило начало развитию квантовой теории.

Позднее численный множитель в формуле Рэля был исправлен Джинсом, что не изменило ситуацию в целом.

Рассмотрим вывод формулы Рэля-Джинса подробнее.

Рэлей использовал тезис Кирхгофа о независимости характеристик равновесного теплового излучения от свойств содержащей его полости и имеющихся в ней нагретых тел. Если так, для рассмотрения можно выбрать наиболее удобный объект и распространить результаты проведенного для него анализа на общий случай любых тел и любой полости. Рэлей выбрал кубическую (со стороной L) вакуумную полость с идеально проводящими стенками, полностью отражающими электромагнитные волны. Какие-либо тела в ней отсутствуют – что является простейшим вариантом произвольного набора тел. Излучение в полости представляет собой электромагнитные волны, описываемые теорией Максвелла. Общее решение уравнений Максвелла для вакуума – волна, электрическая компонента которой задается функцией вида:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(q_x x + q_y y + q_z z + \omega t + \phi_0) \quad , \quad (1.26)$$

где ϕ_0 – произвольная начальная фаза, E_0 – произвольная амплитуда волны. Декартовы оси x , y , z выберем вдоль сторон кубической полости, начало координат – в одном из ее углов. Модуль q и компоненты волнового вектора q_x , q_y , q_z связаны с циклической частотой волны ω обычным соотношением:

$$q_x^2 + q_y^2 + q_z^2 = q^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \quad (1.27)$$

Наличие у полости проводящих стенок ставит граничные условия:

$$E = 0 \quad \text{при } x, y, z = 0 \text{ и при } x, y, z = L. \quad (1.28)$$

С учетом граничных условий, решения уравнений Максвелла (1.26) принимают вид стоячих волн:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \sin(q_x x) \cdot \sin(q_y y) \cdot \sin(q_z z) \cdot \cos(\omega t + \phi_0) \quad (1.29)$$

Вдоль каждой стороны куба должно укладываться целое число полувольт (Рис. 1.4). Это накладывает ограничение на значения проекций волнового вектора, делая их дискретными:

$$q_x = \frac{\pi}{L} m_x, \quad q_y = \frac{\pi}{L} m_y, \quad q_z = \frac{\pi}{L} m_z \quad (1.30)$$

Здесь m_x, m_y, m_z – тройка целых неотрицательных чисел, задающая вид («моду») колебаний электромагнитного поля.

Колебания разных мод могут существовать независимо друг от друга – все они являются частными решениями уравнений Максвелла с заданными граничными условиями. Общее решение теперь – их произвольная линейная комбинация.

Моды «ортогональны»: полная энергия поля равна сумме энергий всех мод, пропорциональных квадратам соответствующих амплитуд. С точки зрения суммарного поля, амплитуда отдельной моды является «степенью свободы»: она 1) может изменяться независимо от амплитуд других мод и 2) вклад моды в полную энергию поля пропорционален квадрату ее величины. В этом она подобна, например, амплитуде колебаний одного осциллятора в системе осцилляторов или проекции скорости одной частицы в идеальном газе. Следовательно, в соответствии с теоремой о равномерном распределении энергии по степеням свободы в равновесной системе, средние значения энергии каждой моды колебаний поля (с учетом магнитной составляющей) должны быть одинаковы и равны kT (где k – постоянная Больцмана).

Чтобы получить спектральную плотность излучения ρ_ν , нужно «пересчитать» моды колебаний (наборы значений m_x, m_y, m_z), соответствующие данной частоте $\nu = \omega/2\pi$, точнее, диапазону частот от ν до $\nu + d\nu$. Далее нам останется домножить это число мод на энергию одной моды

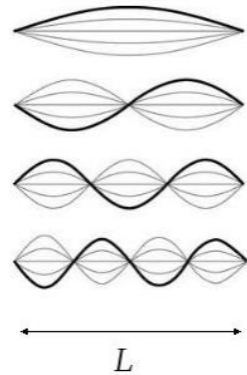


Рис. 1.4. Распределение электрического поля разных мод колебаний в полости размера L

kT и поделить на объем полости $V = L^3$ и на dv – результатом станет как раз спектральная компонента плотности излучения ρ_ν .

Для определения количества мод, соответствующих выбранному частотному диапазону, воспользуемся следующим приемом. Изобразим моды точками в пространстве волновых чисел q_x, q_y, q_z – его называют также «обратным пространством» (Рис. 1.6). В соответствии с (1.30), разрешенные (соответствующие стоячим волнам) точки-моды образуют кубическую решетку с периодом π/L . Точки заполняют октант (т.е. 1/8) пространства, поскольку целочисленные индексы m_x, m_y, m_z неотрицательны. Оценим

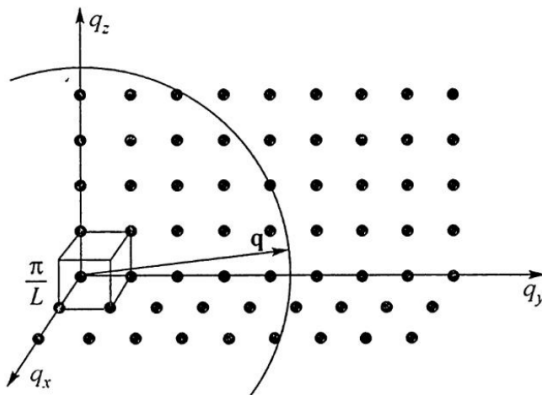


Рис. 1.6. Вспомогательная иллюстрация к выводу формулы Рэлея-Джинса: октант обратного пространства. Точки изображают волновые моды электромагнитного поля в кубической полости с проводящими стенками

сначала число точек внутри сферы радиуса q – оно соответствует числу мод колебаний поля, для которых модуль волнового вектора не превышает выбранного значения q . Для оценки вычислим объем октанта сферы и поделим его на объем элементарной ячейки кубической решетки в обратном пространстве: $\pi^3/L^3 \equiv \pi^3/V$. Такая оценка будет достаточно точной для $q \gg \pi/L$.

Итак, объем октанта сферы равен

$$\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{3} \pi q^3 = \frac{1}{6} \pi q^3.$$

Поэтому число мод, для которых модуль волнового вектора не превышает заданного значения q , приближенно равно:

$$N = \frac{Vq^3}{6\pi^2} \quad (1.31)$$

Продифференцировав это соотношение по q , получим оценку числа точек-мод между сферами радиусов q и $(q + dq)$:

$$dN = \frac{V}{2\pi^2} q^2 dq \quad (1.32)$$

Из (1.27) следует:

$$dq = \frac{d\omega}{c} \quad (1.33)$$

Это позволяет нам перейти в (1.32) от интервала длин волновых векторов к интервалу значений циклической частоты $[\omega; \omega+d\omega]$, получив число мод с частотами в этом интервале:

$$dN = \frac{V}{2\pi^2} \cdot \frac{\omega^2}{c^3} d\omega \quad (1.34)$$

Нужно учесть также, что электромагнитная волна может иметь 2 независимые поляризации, каждой из которых соответствует отдельная степень свободы. По теореме о равномерном распределении энергии по степеням свободы на каждую из них приходится средняя энергия kT , поэтому энергия всех мод в интервале частот шириной $d\omega$ вблизи ω равна:

$$dW = 2kT \frac{V}{2\pi^2} \cdot \frac{\omega^2}{c^3} d\omega \quad (1.35)$$

И наконец, спектральную плотность энергии получим, поделив dW на $d\omega$ и на объем полости V :

$$\rho_\omega = kT \cdot \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \quad (1.36)$$

Это и есть формула Рэлея-Джинса в представлении для циклических частот. Чтобы перейти к обычным частотам, используем соотношения $\omega = 2\pi\nu$ и $\rho_\omega d\omega = \rho_\nu d\nu = 2\pi\rho_\omega d\nu$ (энергии в соответствующих друг другу частотных интервалах $d\omega$ и $d\nu$ должны совпадать). Получим *формулу Рэлея-Джинса* в

нужном нам виде:

$$\rho_\nu = kT \cdot \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \quad (1.37)$$

Нетрудно видеть, что она согласуется с законом смещения Вина в общей форме (1.17) при

$$f\left(\frac{\nu}{T}\right) = \frac{8\pi k}{c^3} \cdot \frac{T}{\nu} \quad (1.38)$$

Однако соответствие спектрального распределения (1.37) закону смещения Вина в частной форме (1.20) проверить не удастся, поскольку у

этого распределения попросту нет максимума – спектральная плотность с ростом частоты неограниченно нарастает. Это противоречит повседневному опыту – известно, что цвет свечения нагретых тел, определяемый как раз положением спектрального максимума, меняется с температурой.

Экспериментальным данным (Рис. 1.7) полученная формула

также противоречит – некоторое

соответствие можно увидеть только в области больших длин волн. Полная плотность излучения, вычисляемая интегрированием по спектру, оказывается бесконечной:

$$u = \int_0^\infty \rho_\nu d\nu = \frac{8\pi kT}{c^3} \int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty \quad (1.39)$$

Следовательно, тела при любой ненулевой температуре должны излучать бесконечную мощность, преимущественно в области коротких волн. При этом вывод формулы Рэлея-Джинса с точки зрения классической физики вполне

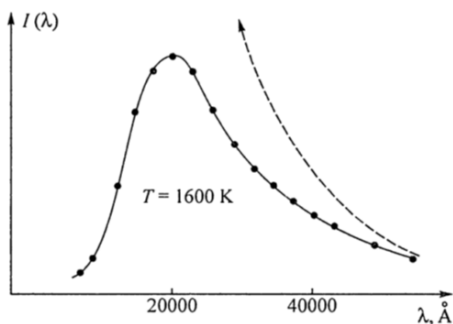


Рис. 1.7. Иллюстрация «ультрафиолетовой катастрофы» – несоответствие результатов расчета функции спектральной плотности теплового излучения по формуле Рэлея-Джинса (пунктир) экспериментальным данным (сплошная кривая с точками)

корректен. Эта ситуация и была названа «ультрафиолетовой катастрофой» (П.С. Эренфест).

1.6. Формула Планка: экспериментальные основания

Эксперименты по измерению спектров равновесного теплового излучения, сыгравшие ключевую роль в дальнейшем развитии теории, были проведены в исследовательском институте при Берлинском университете в 1897-1900 гг. Целью опытов было подтверждение справедливости законов Стефана-Больцмана (1.15) и Вина (1.20), (1.25). В отличие от более ранних работ, использовалась модель абсолютно черного тела, предложенная Кирхгофом – в виде полости с малым отверстием (Рис. 1.3). Были проведены многочисленные усовершенствования экспериментальной аппаратуры и методик. В частности, для измерения лучистых потоков тепла был разработан болометр новой конструкции с чувствительным элементом из зачерненной платиновой фольги толщиной всего 0.3 мкм, его электрическое сопротивление менялось при нагреве. В качестве диспергирующих элементов (раскладывающих излучение в спектр) для ИК области применялись дифракционные решетки и линзы из щелочно-галоидных кристаллов, поскольку обычное стекло поглощает ИК излучение. Для измерений в самой длинноволновой области был разработан специальный метод «остаточных лучей», основанный на сильном отражении веществом излучения на частотах вблизи линий поглощения.

Исследования проводились для широкого интервала температур T (от 85 до 1800 К) и для широкого диапазона длин волн ИК излучения (от 1 до 60 мкм). Для разных температурных диапазонов были изготовлены модели абсолютно черного тела («по Кирхгофу») разных конструкций. В низкотемпературной области температура полости стабилизировалась фазовыми переходами – испарением сжиженных газов (в частности, воздуха), кипящей водой, водой со льдом и другими расплавами. В области средних и высоких температур использовались газовые горелки и электрический нагрев.

На первом этапе в 1897 г. немецкие ученые провели проверку закона Стефана-Больцмана для моделей абсолютно черного тела и подтвердили его справедливость. Для этого измерялась полная мощность излучения при разных температурах.

Затем, в 1899-1900 гг. были проведены более сложные опыты по измерению спектров излучения. Сначала работа велась в ближнем и среднем ИК диапазонах, для длин волн от 1 до 6 мкм (Рис. 1.8). В этой части спектра находятся максимумы спектральной плотности излучения для использовавшихся температур. Результатом работы стало подтверждение с высокой точностью закона смещения Вина в частной форме ($\lambda_{max}T=b$).

В дальнейшем диапазон был расширен в сторону более длинных волн – до 60 мкм. Здесь результаты оказались менее однозначными. Закон излучения Вина (1.25) отлично выполнялся в области малых длин волн λ , точнее, для малых значений произведения λT . Однако, при больших λT отклонения от формулы Вина становились заметны (это можно видеть уже на графиках Рис. 1.7), причем экспериментаторы утверждали, что величины отклонения превышают возможную погрешность эксперимента.

Были проведены дополнительные измерения для больших λ . Здесь отклонения от формулы Вина стали очевидными. Зависимость спектральной плотности от температуры в длинноволновой области соответствовала уже не формуле Вина (1.25)

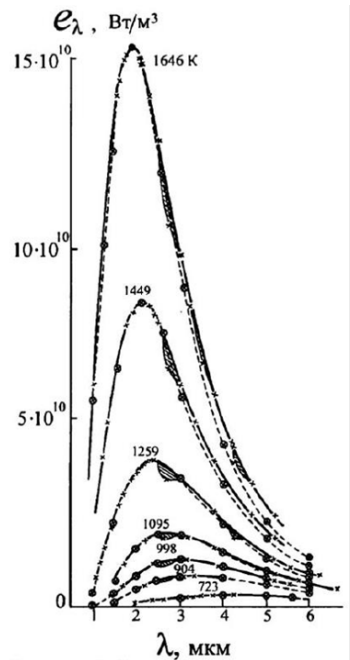


Рис. 1.8. Спектральные характеристики излучения черного тела, полученные в результате экспериментов 1899 г. (пунктир с точками). Сплошными кривыми показаны результаты расчета по закону излучения Вина (1.25)

$$\rho_\nu(\nu, T) = C\nu^3 \cdot \exp\left(-\alpha \frac{\nu}{T}\right),$$

а «абсурдной» формуле Рэлея-Джинса (1.37): $\rho_\nu(\nu, T) = kT \cdot \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$

Один из экспериментаторов сообщил о полученных результатах еще до их опубликования коллеге по Берлинскому университету теоретику Макс Планку. И сразу после представления результатов коллективом экспериментаторов в официальном докладе 19 октября 1900 г. Планк предложил свою формулу для спектральной плотности излучения. Она являлась просто интерполяцией между законами излучения Вина и Рэлея-Джинса, хорошо совпадавшей с экспериментальными кривыми. *Формула Планка* имела вид:

$$\rho_\nu(\nu, T) = \frac{C\nu^3}{\exp\left(\alpha \frac{\nu}{T}\right) - 1} \quad (1.40)$$

При малых λT (высоких частотах ν) она переходит в закон Вина, при больших λT (при низких частотах ν) – в формулу Рэлея-Джинса (Рис. 1.9). При этом во всем диапазоне длин волн формула Планка хорошо соответствовала экспериментальным данным (Рис. 1.10). Использование в дальнейшем еще более точных экспериментальных методов только улучшило это соответствие.

То, что при малых длинах волн (больших ν/T) формула Планка (1.40) переходит в формулу закона излучения Вина (1.25) достаточно очевидно: единица в знаменателе формулы (1.40) становится малой в сравнении с экспонентой. При больших длинах волн (малых ν/T) экспоненту в знаменателе формулы Планка можно



Рис. 1.9. Частотный спектр излучения абсолютно черного тела по версиям законов излучения Вина, Планка и Рэлея-Джинса

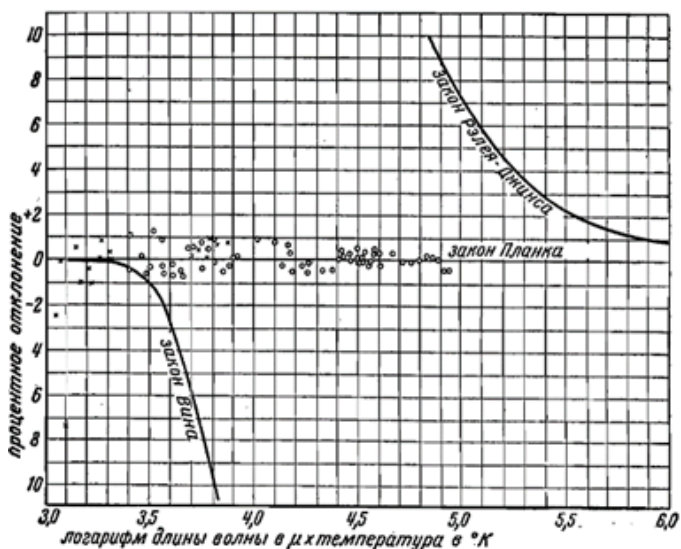


Рис. 1.10. Соответствие формулы Планка результатам описываемых экспериментов, иллюстрируемое своеобразным графиком. По горизонтальной оси отложен логарифм параметра λT , по вертикали – процентное отклонение от задаваемых формулой Планка величин спектральной плотности излучения (соответственно, горизонтальная нулевая линия здесь – график формулы Планка). Сплошные кривые изображают законы Вина и Рэлея-Джинса. При этом точки экспериментальных данных группируются вблизи горизонтальной оси, то есть их отклонение от закона Планка всюду минимально

разложить в ряд, ограничившись первым членом: $\exp(x) \approx 1+x$ (при $x \ll 1$).

Получим:

$$\rho_\nu(\nu, T) \approx \frac{C}{\alpha} \nu^2 T$$

При должном выборе постоянных это соответствует формуле Рэлея-Джинса (1.37).

Очевидно также, что формула Планка соответствует закону смещения Вина в общей форме (1.17): $\rho_\nu(\nu, T) = \nu^3 \cdot f(\nu/T)$. Поскольку закон смещения Вина был получен в результате очень общего термодинамического рассмотрения, он всегда должен выполняться.

Таким образом, справедливость формулы Планка с самого начала не

вызывала сомнений. Однако, у нее не было никакой физической интерпретации – она была лишь результатом «подгонки» под экспериментальные данные.

Физическое обоснование своей формулы вскоре предложил сам Планк, высказав одну из базовых идей современной науки – идею квантования (дискретности) значений физических величин.

1.7. Формула Планка и квантование энергии

Итак, Планком была предложена формула (1.40) для спектральной плотности равновесного теплового излучения

$$\rho_{\nu}(\nu, T) = \frac{C\nu^3}{\exp\left(\alpha \frac{\nu}{T}\right) - 1},$$

которая в пределе высоких частот асимптотически приближается к закону излучения Вина (1.25)

$$\rho_{\nu}(\nu, T) = C\nu^3 \cdot \exp\left(-\alpha \frac{\nu}{T}\right),$$

а в пределе низких частот – к формуле Рэлея-Джинса (1.37)

$$\rho_{\nu}(\nu, T) = kT \cdot \frac{8\pi\nu^2}{c^3}.$$

Асимптотическое согласие с формулой Рэлея-Джинса особенно ценно, поскольку эта формула, при всех своих недостатках, была получена в результате последовательного и корректного (в рамках классической физики) решения задачи весьма общего характера. Вследствие этого, имеющиеся в ней численные коэффициенты выражаются через мировые константы.

Для получения физического обоснования формулы Планка нужно было решить своего рода «обратную задачу»: определить, как нужно изменить базовые положения классической физики, использованные при выводе формулы Рэлея-Джинса, чтобы в результате аналогичного рассмотрения прийти к формуле Планка. Эта задача была решена самим Планком.

Прежде всего, Планк перешел от рассмотрения равновесного излучения в

полости к рассмотрению излучающих объектов в составе вещества. В качестве простейшей физической модели таких объектов он выбрал систему заряженных гармонических осцилляторов. Он показал, что такие осцилляторы могут находиться в равновесии с излучением соответствующей частоты – они излучают те же частоты, что и поглощают. Таким образом, каждый тип осцилляторов энергетически связан с определенной компонентой излучения, характеризуемой той же частотой. Поэтому спектральные распределения для излучения и для энергий осцилляторов в веществе должны быть подобными.

Далее Планк показал, что для получения желаемой формулы для спектральной плотности излучения *«полную энергию некоторого ансамбля тождественных осцилляторов необходимо рассматривать не как непрерывную неограниченно делимую величину, а как величину дискретную, составленную из целого числа конечных порций энергии»*.

Иными словами, осцилляторы каждого вида (т.е. каждой частоты) могут находиться только в состояниях с дискретными «разрешенными» значениями энергии $0, \epsilon, 2\epsilon, 3\epsilon, \dots$ ($\epsilon > 0$). Величину ϵ Планк назвал «*квантом энергии*».

Обладая дискретным спектром разрешенных состояний, при излучении и поглощении энергии осцилляторы могут совершать переходы между состояниями только скачком, минуя «неразрешенные» промежуточные значения энергии. Если при этом осцилляторы находятся в равновесии с излучением, то свойство дискретности энергии относится и к излучению – ведь энергия передается излучению именно от вещества (осцилляторов). Получается, что и энергия излучения может принимать лишь дискретные значения, кратные кванту ϵ .

Покажем, как именно предположение (постулат) о дискретности значений энергии позволяет «обойти» закон равномерного распределения энергии по степеням свободы, приводящий к формуле Рэлея-Джинса.

При выводе формулы Рэлея-Джинса мы видели, что число степеней свободы, приходящихся на частотный интервал $d\nu$, растет с ростом ν ($d\nu$ и ν пропорциональны dq и q). Приняв, что энергии, приходящиеся на любые

степени свободы, одинаковы, мы и получили неограниченный рост спектральной плотности ρ_ν с частотой. Постулат Планка позволяет уменьшить величину энергии, приходящуюся на «высокочастотные» степени свободы, и таким образом ограничить спектральную плотность для высоких частот.

В статистической физике равенство kT величины средней энергии осциллятора (или другого объекта) со сплошным спектром возможных значений энергии получается усреднением распределения Больцмана (Рис. 1.11). Согласно ему, при температуре T вероятность dw обнаружить текущее значение энергии в диапазоне $[\varepsilon; \varepsilon+d\varepsilon]$ (здесь ε – энергия состояния, а не ее квант) равна

$$dw = A \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) \cdot d\varepsilon. \quad (1.41)$$

Здесь A – нормировочный множитель, подбираемый так, чтобы интегрирование по всем значениям энергии давало единичную вероятность.

Среднее значение энергии по определению равно

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^{+\infty} \varepsilon \cdot dw}{\int_0^{+\infty} dw} \quad (1.42)$$

Знаменатель обеспечивает верную нормировку при любом A , что позволяет не вычислять его в явном виде.

Подставим (1.41) в определение средней энергии (1.42) и перейдем к переменной $x = \varepsilon/(kT)$:

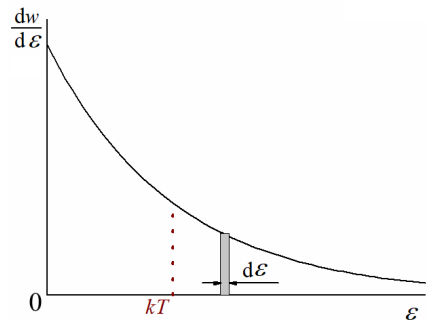


Рис. 1.11. Распределение Больцмана для сплошного спектра разрешенных значений энергии

$$\bar{\varepsilon} = kT \frac{\int_0^{+\infty} x \exp(-x) \cdot dx}{\int_0^{+\infty} \exp(-x) dx} = kT \quad (1.43)$$

(Оба интеграла здесь табличные и равны 1.) Как и предполагалось, среднее значение энергии рассматриваемого объекта («степени свободы») равна kT .

Посмотрим теперь, что изменится, если энергия «квантована»: разрешены лишь значения $\varepsilon_n = n\varepsilon$, где ε – квант энергии (Рис. 1.12). Пусть вероятность обнаружения любого из значений энергии вновь определяются распределением Больцмана, которое теперь примет вид:

$$w_n = A_1 \exp\left(-\frac{n\varepsilon}{kT}\right), \quad (1.44)$$

A_1 – нормировочный коэффициент.

Среднее значение энергии теперь должно вычисляться суммированием по всем дискретным разрешенным состояниям:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{n=0}^{+\infty} n\varepsilon \cdot w_n}{\sum_{n=0}^{+\infty} w_n} = \varepsilon \cdot \frac{x + 2x^2 + 3x^3 + \dots}{1 + x + x^2 + \dots} \quad (1.45)$$

Здесь произведена замена переменной:

$$x = \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right) \quad (1.46)$$

Знаменатель в (1.45) – геометрическая прогрессия с суммой, равной $1/(1-x)$. Вычислить сумму в числителе несколько сложнее, для этого используем следующий прием:

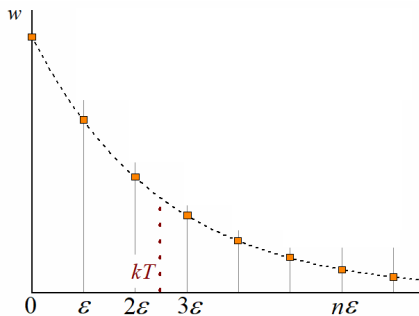


Рис. 1.12. Распределение Больцмана для дискретного спектра энергий

$$x + 2x^2 + 3x^3 + \dots = x(1 + 2x + 3x^2 + \dots) = x(x + x^2 + x^3 + \dots)' = x \left(\frac{x}{1-x} \right)' = \frac{1}{(1-x)^2}$$

Произведя обратную замену переменной (1.46), для средней энергии окончательно получим:

$$\bar{\varepsilon} = \varepsilon \frac{x}{1-x} = \frac{\varepsilon}{\exp(\varepsilon/kT) - 1} \quad (1.47)$$

При малых значениях энергии кванта $\varepsilon \ll kT$ экспоненту в знаменателе можно заменить линейной функцией: $\exp(\varepsilon/kT) \approx 1 + (\varepsilon/kT)$. Тогда для средней энергии колебаний получим $\bar{\varepsilon} \approx kT$, как это и было без учета квантования.

Однако в противоположном пределе $\varepsilon \gg kT$ средняя энергия окажется малой, стремящейся к нулю. Этого и хотелось добиться для высокочастотных мод колебаний. Почему так происходит, можно пояснить с помощью Рис. 1.13, где показано распределение Больцмана для случая большой величины кванта и, как следствие, разреженного спектра разрешенных состояний. Вероят-

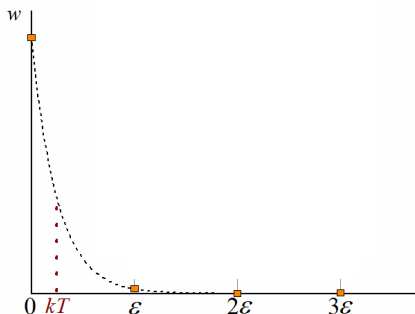


Рис. 1.13. Распределение Больцмана для разреженного спектра разрешенных энергий

ность обнаружить систему в состоянии с ненулевой энергией (даже с энергией 1ε) здесь исчезающе мала. Поэтому, согласно (1.47), малой оказывается и величина средней энергии.

В Разделе 1.4 при выводе формулы Рэля-Джинса число степеней свободы, приходящееся на единичный частотный интервал, мы домножили на kT , считая, что это и есть средняя энергия одной моды колебаний поля. Как результат, мы получили формулу спектральной плотности равновесного излучения в виде (1.37):

$$\rho_v(\nu, T) = kT \cdot \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

Теперь в этой формуле мы просто заменим kT на значение средней энергии одной моды колебаний, вычисленное для дискретного спектра разрешенных значений энергии (1.47). Получим

$$\rho_v(\nu, T) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \cdot \frac{\varepsilon}{\exp\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right) - 1} \quad (1.48)$$

Это еще не окончательный ответ, но он уже близок к формуле Планка в форме (1.40). До этого момента мы рассматривали осцилляторы и моды единственной частоты ν с квантом энергии ε , никак не определяя связь между этими величинами. Но нигде ранее не требовалось, чтобы эта связь отсутствовала. Будет естественным определить зависимость $\varepsilon(\nu)$ таким образом, чтобы получаемая формула для спектральной плотности излучения (1.48) удовлетворяла закону смещения Вина в общей форме (1.17)

$$\rho_v(\nu, T) = \nu^3 \cdot f(\nu/T).$$

Тогда, как было показано ранее, полученная формула будет согласована с экспериментально подтвержденными законом Стефана-Больцмана (1.15) и законом смещения Вина (1.20).

Такое соответствие проще всего получить, положив $\varepsilon \sim \nu$, то есть

$$\varepsilon = h\nu \quad . \quad (1.49)$$

Здесь h – постоянная Планка, новая мировая константа.

То, что величина кванта увеличивается с частотой, соответствует высказанной ранее потребности уменьшить вклад в равновесное тепловое излучение именно со стороны высокочастотных мод колебаний – чтобы избежать «ультрафиолетовой катастрофы».

Закон излучения Планка в окончательном виде

$$\rho_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} \quad (1.50)$$

полностью соответствует как экспериментальным данным, так и ограничениям, накладываемых термодинамикой. Для его физического обоснования потребовался отход от представления классической физики о непрерывном характере изменения динамических переменных, в данном случае – энергии. Это представление оказалось неприменимым на микроуровне. Отход от классических представлений был вынужденным. Планк постарался его минимизировать, сведя к единственному новому утверждению о дискретности возможных значений энергии ансамбля осцилляторов. Было показано, что этого достаточно для согласия с экспериментальными данными.

Сам Планк не применял представления о дискретности разрешенных значений энергии к излучению – а лишь к веществу. Фотонная теория излучения была предложена позднее Эйнштейном. Первоначально дискретность энергии считалась «техническим» приемом, не несущим нового физического содержания. Тем не менее, невозможно представить себе обмен энергией между веществом и излучением, если:

- для вещества разрешены лишь дискретные значения энергии,
- а излучение может иметь любую энергию, причем эта энергия в ходе взаимодействия с веществом увеличивается или уменьшается непрерывным образом.

Представление о дискретности разрешенных значений энергии и других динамических переменных микроскопических объектов – одна из основ современной физики. Отсутствие обоснования природы «разрешений» и «запретов», накладываемых с единственной целью достижения согласия с экспериментом – вообще характерная черта «новой физики», определившая ее успех.

Предложенная Планком, как бы между делом, формула $\epsilon = h\nu$ стала одной из основных формул современной физической науки, а постоянная Планка

$h = 6.626070 \cdot 10^{-34}$ Дж·с — одной из важнейших мировых постоянных. Ее размерность совпадает с размерностью физической величины «действие», поэтому ее иногда называют «квантом действия». Ту же размерность имеет момент количества движения, и для ряда микрообъектов он действительно может принимать лишь значения, кратные h .

В 1900 г., когда Планк предложил свою теорию, значение постоянной Больцмана k , входящей в закон излучения Планка (1.50), еще не было известно. Однако из экспериментальных данных уже были определены значения постоянной Вина b и постоянной Стефана-Больцмана σ . Это позволило Планку найти значения h и k с точностью около 2%. Поскольку постоянная Больцмана связана с хорошо известной универсальной газовой постоянной R соотношением $k=R \cdot N_A$, Планк смог определить и неизвестное тогда значение числа Авогадро N_A (число молекул в одном моле вещества). Далее оказалось возможным вычислить величину элементарного электрического заряда e , используя ее связь с постоянной Фарадея для электролиза F : $e=F/N_A$. Все это Планк рассчитал на основании анализа экспериментальных данных, касающихся излучения черного тела.

Лишь в 1908 г. Жан Батист Перрен определил число Авогадро независимым, более прямым способом. В 1909 г. Милликен экспериментально измерил величину элементарного электрического заряда. Полученные значения в пределах экспериментальной точности совпали со значениями, рассчитанными Планком. Только после этого теория Планка получила признание.

2. Спектры оптического излучения атомов. Постулаты Бора

2.1. Светит не только черное

Читатель, прочитавший предыдущий раздел, скорее всего, испытывает противоречивые чувства. Как все сложно даже с просто нагретыми телами! Действительно, лучшие умы XX века бились над этим. Но какая польза от того, что мы теперь идеально понимаем абсолютно черное тело? Огромная,

потому что именно из него пришло одно из ключевых откровений: о квантовании энергии. Поняв это, раскрутить клубок новой физики для ученых было уже делом техники. Но тем, кто это впервые сделал, было далеко не так легко, как нам, которым уже все известно. Зная эту хитрость, герои новой физики построили фотонную теорию света и, одновременно с ней, современную модель атомов. В этой новой картине фотоны рождаются и уничтожаются, переводя атомы, молекулы и другие тела между отдельными разрешенными состояниями, обладающими определенной энергией. Сейчас, когда вы знаете квантовую механику, это кажется само собой разумеющимся. Но не стоит обманываться: многообразие способов, которыми эта абстрактная картина проявляется в реальности, весьма богато. Например, определенное время было далеко не очевидно, что видимый свет пламени и характеристические линии рентгеновского излучения – это, по сути, одно и то же, просто на разных энергетических масштабах. Но от понимания этой общности может быть совсем немного пользы, если мы не будем понимать детали. Действительно, какая польза от понимания объединяющего принципа, если вам надо сегодня построить оптический лазер, а завтра изобрести рентгеновскую установку? На практике электромагнитное излучение разных спектральных диапазонов проявляет себя совершенно по-разному. Прочитав этот раздел пособия, вы поймете атомные явления, стоящие за большей частью света, видимого глазом.

2.2. Оптические спектры атомов и молекул

Спектры свечения вещества в форме отдельных, слабо взаимодействующих друг с другом атомов и молекул отличаются от спектров свечения нагретых твердых тел. Слабо взаимодействуют друг с другом молекулы газов или плазмы. Наиболее доступные для наблюдения в повседневной жизни плазменные объекты – Солнце, звезды, огонь, искра, газовый разряд. Но для того, чтобы зафиксировать особенности спектров их

свечения, потребовалось изобретение и совершенствование спектрометрических инструментов оптического диапазона.

В 1666 г. Ньютон с помощью призмы впервые получил спектр солнечного света. Однако схема его опыта со световым пучком круглого сечения не позволяла добиться сколь-либо удовлетворительного качества спектров. Существенный прогресс в этом направлении значительный прогресс был достигнут лишь в XIX веке. В 1802 г. Уильям Волластон воспроизвел опыт Ньютона по разложению в спектр солнечного света, взяв в качестве входной диафрагмы не круглое отверстие, а узкую щель, что позволило значительно улучшить спектральное разрешение. В спектре Солнца Волластон обнаружил ряд темных линий (линий поглощения света солнечной атмосферой), названных позднее фраунгоферовыми (Рис. 2.1). В спектре пламени свечи он наблюдал яркие линии излучения. Однако результаты Волластона остались практически незамеченными.

Значительно большую известность получили опыты Йозефа Фраунгофера, которые также проводились с призмным спектрографом с

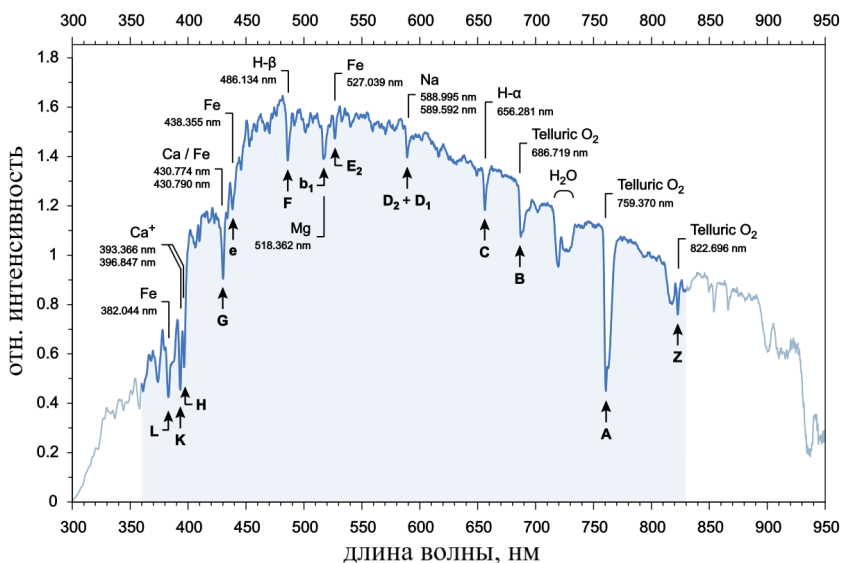


Рис. 2.1. Фраунгоферовы линии – узкие провалы в спектре солнечного света

узкой входной щелью. Увеличенные изображения спектров можно было рассматривать в зрительную трубу. В 1817 г. Й. Фраунгофер обнаружил в спектре пламени сальной свечи две близкие желтые линии – как теперь понятно, характерный дублет натрия (Рис. 2.2). Фраунгофер ожидал увидеть те же линии в спектре Солнца, но там они оказались темными (их можно найти на Рис. 2.1, они обозначены «D₂+D₁»). Кроме дублета в желтой области, Фраунгофер наблюдал в солнечном спектре большое количество темных линий и подробно их описал, поэтому их до сих пор связывают с его именем.

В 1821 г. Фраунгофер изобрел дифракционную решетку и разработал теорию ее действия. С помощью решеток удалось измерить с высокой точностью (с погрешностью порядка 0.1%) абсолютные значения длин волн спектральных линий. Фраунгофер изучил спектры Луны, Марса, Венеры и нескольких звезд. Спектры звезд отличались от солнечных, но также содержали темные линии. Это положило начало спектральной классификации звезд в астрофизике.

Работы Фраунгофера привлекли к себе внимание, благодаря чему стали изучаться спектры разнообразных источников. Происходило накопление эмпирического материала. Спектры классифицировались по типам – на линейчатые, полосатые и сплошные. В 1856 г. часто наблюдавшийся желтый дублет связали с присутствием натрия. В 1859 г. Густав Кирхгоф обнаружил явление «обращения» спектральных линий. Он пропускал солнечный свет через пламя свечи, в которое вводил поваренную соль. Ожидалось, что темные линии солнечного спектра «заполнятся» светлыми линиями свечения пламени

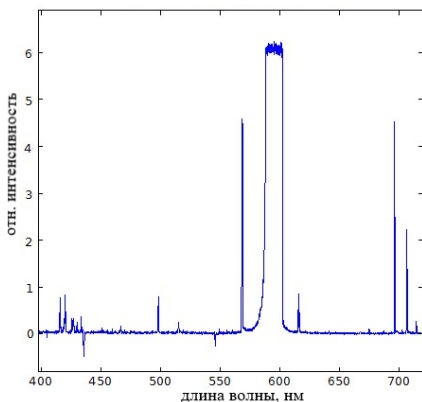


Рис. 2.2. Спектр излучения натриевой лампы. Дублет наиболее интенсивных линий в желтой области спектра (589.00 и 589.59 нм) здесь не разрешается из-за насыщения детектора

и исчезнут. Однако вместо этого темные линии натрия в спектре Солнца проявлялись с большей отчетливостью – по сравнению со случаем, когда соль в пламя свечи не вводилась. По результатам этого опыта Кирхгоф идентифицировал темные линии как линии поглощения. Именно по его итогу он пришел к выводу, что тела (в данном случае, ионизованные пары натрия) интенсивно испускают те же длины волн, что они интенсивно поглощают. Это положение, известное как закон Кирхгофа, он впоследствии обосновал и теоретически.

Совместно с Робертом Бунзеном Кирхгоф провел систематические исследования возможности использования оптических спектров для химического анализа. Требовалось доказать, что наличие в линейчатом спектре конкретных линий означает присутствие определенного химического элемента, а не специфического его соединения. А также показать, что положение (длины волн) спектральных линий не зависят от способа получения свечения – от пламени, искры или дугового разряда.

Кирхгоф и Бунзен изучали спектры пламени, в которое вводили соединения трех известных тогда щелочных (Li, Na, K) и трех щелочноземельных (Ca, Sr, Ba) металлов. Пламя получалось при горении светильного газа (это смесь водорода, метана и угарного газа CO), чистого водорода или чистого угарного газа. Были разработаны конструкции спектроскопа и «бунзеновской» горелки с бесцветным пламенем (Рис. 2.3). Испытываемое вещество вносилось в пламя на платиновой проволочке. Схема опыта Бунзена и Кирхгофа стала стандартной и используется до сих пор – конечно же, с применением новых технологий.

На основании проведенных опытов Бунзен и Кирхгоф пришли к выводу, что ни вид соединений, включающих в себя металлы, ни температура пламени, ни состав горючего газа не влияют на положение спектральных линий металлов. Таким образом, был создан метод «спектрального анализа», позволяющий определять химический состав веществ. С помощью своего метода Кирхгоф и Бунзен в 1860 г. открыли два новых щелочных металла: цезий и рубидий. В 1862 году был открыт таллий (Крукс), в 1863 – индий (Райх и Рихтер). Всего методом спектрального анализа были открыты 14 элементов.

Оптические спектры стали систематически изучать. Установили, что для большинства элементов число спектральных линий весьма велико, причем у тяжелых элементов линий значительно больше, чем у легких – до 3-5 тысяч. Некоторые из линий наблюдаются только при искровом (т.е. высокотемпературном) возбуждении. Теперь мы знаем, что такие линии соответствуют ионам разной кратности, образующихся только при высокой температуре или в газовом разряде, при нетепловом возбуждении. Однако если линия наблюдается, способ возбуждения не влияет на ее положение.

Наиболее общая закономерность состоит в том, что спектры излучения

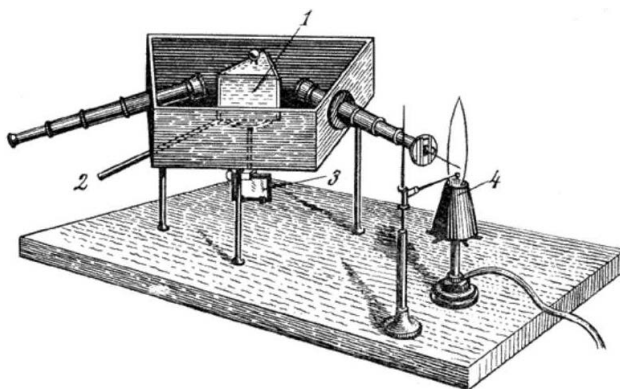


Рис. 2.3. Первый спектроскоп Бунзена и Кирхгофа. В полую стеклянную призму 1

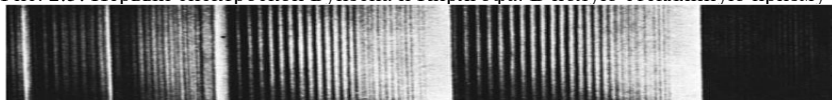


Рис. 2.4. «Полосатый» спектр излучения возбужденного азота N_2

невзаимодействующих атомов в разреженных газах состоят из отдельных линий; несколько примеров таких «линейчатых» спектров рассмотрены в следующем разделе. Спектры молекул – «полосатые». Они похожи на линейчатые, но вместо отдельных линий здесь присутствуют серии линий, которые визуальнo воспринимаются как полосы (Рис. 2.4). Причина этого – взаимодействие атомов в молекулах, создающее возможность для колебаний. Энергии (частоты) этих колебаний могут комбинироваться с энергиями (частотами) колебаний оптического диапазона – добавляться или вычитаться. Спектры излучения конденсированных тел непрерывны, поскольку взаимодействие атомов здесь еще более сильно и разнообразно.

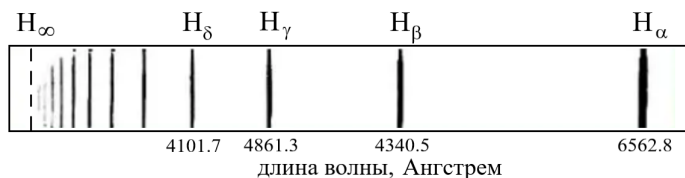


Рис. 2.5. Линейчатый спектр атомарного водорода

2.3. Формулы Бальмера и Ридберга

Простейший линейчатый (атомарный) спектр – у водорода (Рис. 2.5). В видимой области он содержит всего 4 линии, обозначаемые H_α , H_β , H_γ и H_δ . Длины волн для них были точно измерены уже в 1860 гг. Далее, за H_δ , спектр продолжается в ближней ультрафиолетовой (УФ) области, где расстояние между линиями уменьшается, а их яркость падает. Можно определить граничную длину волны H_∞ , где линии сливаются, а их яркость уменьшается до нуля.

В 1885 г. Иоганн Бальмер предложил простую математическую формулу, с высокой точностью (погрешность менее 0.1 \AA) описывающую длины волн линий видимой части спектра водорода:

$$\lambda = B \frac{n^2}{n^2 - 4} \quad \text{для } n = 3, 4, 5, 6 \quad (2.1)$$

Здесь $B=3645.6 \text{ \AA}$ – постоянная Бальмера.

Если в формулу Бальмера подставить целые числа n от 7 и далее, получатся длины волн линий в области ближнего УФ, известные в то время с меньшей точностью. «Предел серии» N_∞ равен постоянной B . Спектральные линии, описываемые приведенной формулой, получили название «серии Бальмера».

Формула Бальмера принимает более удобный вид, если переписать ее для частот ($\nu=c/\lambda$). Однако из-за неточного знания скорости света в спектроскопии предпочитали использовать обратную длину волны, которую в спектроскопии называют «спектральным волновым числом». Для этой величины формула Бальмера преобразуется к виду, предложенному Йоханнесом Ридбергом:

$$\bar{\nu} \equiv 1/\lambda = R_H \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{для } n = 3, 4, \dots \quad (2.2)$$

Здесь $R_H=4/B$.

В работах 1888-1900 гг. Й. Ридберг предложил аналогичное математическое описание для некоторых других оптических спектров. В

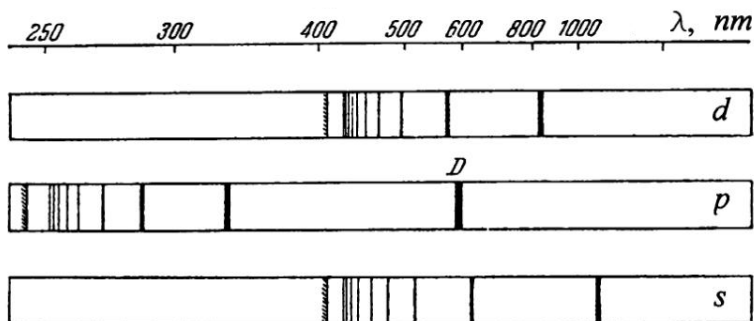


Рис. 2.6. Серии линий излучения натрия – полный спектр является их суммой. Обозначения серий: «d» – diffuse, диффузная; «p» – principle, главная; «s» – sharp, резкая; «f» (не показана) – fundamental, фундаментальная. (Совпадение этих обозначений с обозначениями электронных оболочек атомов – не случайно.) «D» – знаменитый желтый дублет натрия

частности, для спектров щелочных металлов, которые выглядели проще, чем спектры других элементов. Ридберг воспользовался уже существовавшим разделением спектров щелочных металлов на 4 серии, в зависимости от яркости и «четкости» линий. На Рис. 2.6 показаны такие серии для натрия (за исключением самой слабой, «фундаментальной»). Из рисунка видно, что серии сходны по общей структуре и каждая из них приходит к границе («пределу серии»), за которой спектр переходит в непрерывный – как и в случае серии Бальмера для водорода.

Ридберг обнаружил, что все известные серии линий всех щелочных металлов удовлетворительно описываются эмпирической формулой, сходной с формулой Бальмера:

$$\bar{\nu} \equiv 1/\lambda = R \left(\frac{1}{(m+a)^2} - \frac{1}{(n+b)^2} \right), \quad (2.3)$$

где a и b – константы, разные для разных серий,

$m=1$ для “главной” серии, $m=2$ для “резкой” и “диффузной” серий; $m=3$ для “фундаментальной” серии,

$n > m$ – целое число, параметр линии внутри серии,

$R=10\,973\,731.5\text{ м}^{-1}$ – постоянная Ридберга, единая для всех серий и всех металлов константа, близкая к константе R_H в формуле Бальмера для водорода. (То, что водород характеризуется собственной постоянной Ридберга, несколько отличной от этой постоянной для других элементов, связано с малой массой ядра атома водорода.)

В частности, положение спектральных линий “главной” серии спектра испускания и поглощения натрия хорошо описывалось формулой:

$$\bar{\nu} \equiv 1/\lambda = R \left(\frac{1}{(1+0.629)^2} - \frac{1}{(n+0.144)^2} \right) \quad (2.4)$$

Таким образом, к началу XX века:

- был накоплен значительный объем экспериментальной информации о спектрах испускания и поглощения оптического излучения атомами и молекулами;

- были разработаны методы практического использования оптических спектров для целей химического анализа, открыты несколько новых химических элементов;
- была проведена классификация спектров и предложены эмпирические формулы, описывающие положение линий самых простых линейчатых спектров.

При этом отсутствовало понимание конкретных механизмов испускания и поглощения атомами оптического излучения и связи спектров с внутренним устройством атомов.

2.4. Комбинационный принцип Ритца

В 1908 г. Вальтер Ритц дал свое толкование эмпирической формуле Ридберга (2.3) для спектральных линий излучения щелочных металлов и являющейся ее частным случаем формуле Бальмера (2.2) для линий водорода. Ритц обратил внимание на то, что эти формулы содержат комбинации (а именно, разности) двух величин, каждая из которых зависит лишь от одного целочисленного параметра (n или m). Он предположил, что эти уменьшаемое и вычитаемое могут обладать собственным физическим смыслом и назвал их «спектральными термами» $T(n)$. При их использовании формула Ридберга принимает простейший вид:

$$\bar{\nu} \equiv 1/\lambda = T(m) - T(n), \quad n > m \quad (2.5)$$

В словесной формулировке, комбинационный принцип Ритца (2.5) выражается следующим образом:

“Каждому сорту атомов можно сопоставить такую последовательность термов $T(n)$, что все линии спектра испускания могут быть получены как разности двух каких-либо термов”.

Ритц указывал также на следующие обстоятельства:

1. Простые законы относятся всегда к $1/\lambda$, то есть к частоте.
2. При бесконечном увеличении одного из целых чисел получаемые частоты стремятся к пределу.

3. Каждый из двух членов формулы (2.5) до некоторой степени независим, и линии спектра получают, комбинируя между собой такие члены разными способами».

Если зафиксировать определяющее первый терм целое число m и придавать числу n возрастающие значения (от $(m+1)$ и далее), из спектра выделяется определенная спектральная серия. Сам первый терм равен пределу серии.

В частном случае водорода термы равны

$$T(n) = \frac{R_H}{n^2}, \quad (2.6)$$

а серия Бальмера задается набором линий с «частотами»

$$\bar{\nu} \equiv 1/\lambda = T(2) - T(n), \quad n = 3, 4, \dots \quad (2.7)$$

Значимость принципа Ритца состояла в том, что число термов должно было быть значительно меньшим, чем число спектральных линий. Это упрощало бы их классификацию и интерпретацию спектров.

Одним из следствий принципа Ритца было следующее. Для любого элемента, даже если вид его спектральных термов не был неизвестен, разность волновых чисел (частот) двух спектральных линий одной серии должна была совпадать с волновым числом одной из спектральных линий другой серии. Чтобы доказать это, зададим волновые числа двух спектральных линий одной серии « m »:

$$\bar{\nu}_{mn} = T(m) - T(n)$$

$$\bar{\nu}_{m(n+k)} = T(m) - T(n+k)$$

Их разность можно преобразовать следующим образом:

$$\bar{\nu}_{m(n+k)} - \bar{\nu}_{mn} = T(m) - T(n+k) - T(m) + T(n) = T(n) - T(n+k) = \bar{\nu}_{n(n+k)}$$

Получается, что она равняется разности термов и соответствует «частоте» спектральной линии серии « n ».

Этот вывод нетрудно было проверить на имеющихся

экспериментальных данных. Он подтвердился, но поначалу сочтен просто числовым курьезом.

Однако оказалось, что принцип Ритца позволяет вычислять положения и для не известных еще из эксперимента спектральных линий. В 1908 г. Ритц на основе своего комбинационного принципа предсказал существование неизвестной тогда серии в инфракрасной области спектра испускания водорода. Значения термов для водорода были хорошо известны – по частотам серии Бальмера (2.6). Из принципа Ритца следовало существование спектральной серии для $m = 3$:

$$\bar{\nu} \equiv 1/\lambda = T(3) - T(n), \quad n = 4, 5, \dots \quad (2.8)$$

В том же 1908 году линии этой серии были обнаружены на предсказанных позициях в ИК части спектра Фридрихом Пашеном, серия была названа его именем.

Приблизительно в это же время Теодор Лайман обнаружил спектральные линии водорода в области вакуумного ультрафиолета – это излучение с длиной волны короче 1850 Å, которое полностью поглощается воздухом. Измерить точные значения длин волн для них удалось лишь через несколько лет, после разработки специальной техники. Серия Лаймана соответствует $m = 1$, положение линий:

$$\bar{\nu} \equiv 1/\lambda = T(1) - T(n), \quad n = 2, 3, \dots \quad (2.9)$$

Из-за технических сложностей работы в дальней ИК области лежащие там серии спектральных линий водорода были открыты значительно позже: для $m = 4$ – Фредериком Брэкетом в 1922 г., для $m = 5$ – Августом Пфундом в 1924 г.

Подчеркнем, что комбинационный принцип Ритца трудно объяснить в рамках классической физики:

– Термы имеют размерность частоты (или пропорциональны ей). Если это собственные частоты движения электрона в атоме (например, частота орбитального движения в модели Резерфорда или частота колебаний в

модели Томсона), то именно эти частоты и их гармоники должны излучаться и поглощаться атомами.

- В соответствии с экспериментально подтвержденным комбинационным принципом, этого не происходит. Вместо этого излучение и поглощение происходит на разностных частотах, для чего в классической физике не находится объяснений.

Таким образом, как и в случае теплового излучения равновесных систем, физики пришли к ситуации теоретического тупика: положение спектральных линий оптического излучения атомов описывалось универсальной, простой и надежной закономерностью (принципом Ритца), установленной эмпирически. Однако эта закономерность не только не объяснялась имевшейся общей теорией, но в корне ей противоречила.

2.5. Постулаты Бора

Выход из теоретического тупика предложил Нильс Бор в 1913 году. Результатом стало не только объяснение линейчатых спектров испускания и поглощения, но и развитие ядерной модели атома Резерфорда. Напомним, что это планетарная модель, где вокруг положительного ядра движутся электроны, но пока еще без учета квантования. Недостатком резерфордовской модели была невозможность объяснить стабильность атомов, где электроны двигались вокруг ядра и при этом должны были бы непрерывно терять энергию на излучение. Бор же просто взял факт отсутствия потерь энергии электронами стабильных атомов на основу, вокруг которой должна строиться теория физических процессов на микроуровне. Вновь, как и при создании модели Планка, задача решалась «от ответа» – базовые положения теории выбирались таким образом, чтобы наблюдаемые последствия этого выбора соответствовали экспериментальным данным.

Бор предложил два постулата – недоказываемых положения, аналогичных аксиомам в геометрии. Приняв их, можно получить простое объяснение структуры оптических спектров, в частности, комбинационного

принципа. Вместе с тем, постулаты не только не объясняются классической (ньютоновой, максвелловской) физикой, но прямо ей противоречат, определяя особые законы движения на атомном масштабе.

В статье Бора «О квантовой теории излучения и структуре атома» 1915 г. первый из постулатов сформулирован следующим образом:

«А. Атомная система обладает состояниями, в которых не происходит излучения, связанного с потерей энергии... Такие состояния называются "стационарными" состояниями рассматриваемой системы.»

Таким образом, постулируется, что ни излучения, ни потерь энергии электроном атома не происходит несмотря на то, что он движется – Бор пока еще полагал, что такое движение имеется.

Второй постулат касается испускания света или электромагнитного излучения любого другого вида:

«В. Любое испускание или поглощение энергии будет соответствовать переходу между двумя стационарными состояниями. Излучение при таком переходе обладает определенной частотой, которая определяется соотношением

$$h\nu = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 \quad . \quad (2.10)$$

где h – постоянная Планка, ε_1 и ε_2 – значения энергии системы в двух стационарных состояниях.»

Этот постулат иногда называют «условием частот Бора». Для определения величины неделимой порции (кванта) энергии излучения в нем используется формула Планка. Таким образом, частота излучения определяется не частотой периодического движения заряженной частицы в атоме (как следовало бы из положений классической физики), а разностью энергий двух стационарных состояний. По существу, второй постулат выражает закон сохранения энергии в фотонной модели излучения. Интересно, что вплоть до 1924 года Бор оставался противником фотонной теории Эйнштейна и считал, что излучение происходит в виде максвелловской монохроматической электромагнитной волны.

Приняв постулаты Бора, получаем естественное объяснение линейчатого характера атомных спектров: если атомы могут находиться лишь в состояниях с дискретными значениями энергии, то при переходах между этими состояниями энергия будет испускаться или поглощаться дискретными порциями (квантами), соответствующие дискретным частотам излучения. Проясняется и смысл спектральных термов Ритца. Поскольку $\nu = c/\lambda$, второй постулат Бора (2.10) для обратных длин волн излучения при переходе между стационарными состояниями с энергиями ε_n и ε_m можно переписать в виде:

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\varepsilon_n}{ch} - \frac{\varepsilon_m}{ch}, \quad n > m \quad (2.11)$$

Сравнивая это с формулировкой комбинационного принципа (2.5), получаем:

$$T(n) = -\frac{\varepsilon_n}{ch}, \quad n = 1, 2 \dots \quad (2.12)$$

Поскольку спектральные термы были определены Ритцем как положительные величины, получается, что энергии стационарных состояний отрицательны. Это не должно смущать – значения энергии всегда определяются с точностью до постоянной. В частности, потенциальную энергию взаимодействия разноименных зарядов обычно считают нулевой при бесконечном расстоянии между ними и отрицательной – при конечном расстоянии.

Для частного случая атома водорода (Рис. 2.7) термы задаются формулой Бальмера в виде (2.6) (т.е. $T(n)=R_H/n^2$). Следовательно, энергии стационарных состояний, отсчитываемых «вниз» от нулевого уровня:

$$\varepsilon_n = -\frac{R_H ch}{n^2}, \quad n = 1, 2 \dots \quad (2.13)$$

Подставив значения постоянных Ридберга и Планка, для $n = 1$ получим энергию стационарного состояния с наименьшей энергией, которое является основным состоянием атома водорода:

$$\varepsilon_1 = -13.6 \text{ эВ} \quad (2.14)$$

В этом состоянии пребывает невозбужденный атом.

Энергия первого возбужденного состояния ($n = 2$) выше основного приблизительно на 10.2 эВ (см. по левой шкале на Рис. 2.7). Еще выше – второе возбужденное состояние, и т.д.

Вертикальными линиями на Рис. 2.7 показаны переходы между состояниями, цифры указывают соответствующие длины волн в нанометрах. Переходы в основное состояние со всех вышележащих дают УФ серию Лаймана. Переходы на второй уровень энергии определяют серию Бальмера (видимый свет и ближний УФ), на третий – ИК серию Пашена и т.д.

Таким образом, комбинируя классические и квантовые представления, Бор смог установить связь линейчатых спектров водорода, описываемых эмпирической формулой Бальмера, со структурой атома. В дальнейшем ему удалось сделать модель атома водорода полностью количественной и выразить постоянную Ридберга через мировые константы. Для этого

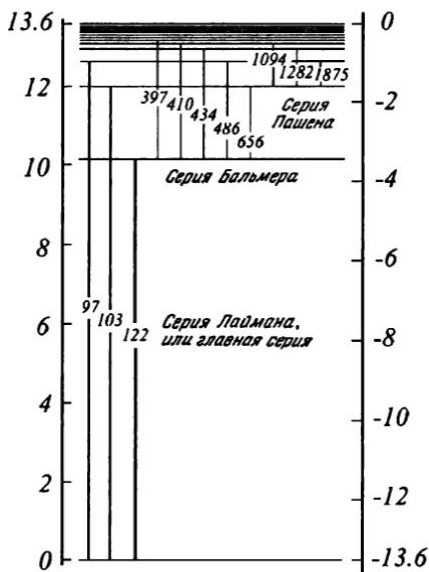


Рис. 2.7. Упрощенная схема энергетических уровней и излучательных переходов между ними для атома водорода

потребовалось ввести правило квантования электронных орбит в атоме. Выполнение этого правила выделяет среди всех возможных орбит электронов в резерфордской модели «разрешенные» – соответствующие стационарным состояниям. Для согласия с экспериментом (для водорода) оказалось необходимым и достаточным потребовать квантования момента количества движения электрона. При этом квантом служила постоянная Планка.

В дальнейшем оказалось, что предложенная Бором модель атома применима лишь к водороду и «водородоподобным атомам», состоящим из двух частиц (ядра и одного электрона), взаимодействующих посредством кулоновской силы. Отход от классических принципов в боровской модели оказался недостаточно радикальным. Тем не менее, эта модель и постулаты Бора стали важным шагом в развитии «новой физики».

2.6. Опыт Франка-Герца. Использование метода атомных столкновений для расшифровки оптических спектров

Справедливость постулатов Бора о дискретности значений внутренней энергии атомов, предложенных для интерпретации оптических спектров, быстро нашла подтверждение в другой области физики.

Немецкие ученые Джеймс Франк и Густав Герц исследовали столкновения электронов с атомами, называемые по традиции «атомными столкновениями». Ставшая классической серия их экспериментов была проведена в 1912-1913 гг., еще до публикации постулатов Бора. В ней было показано, что при столкновении с электронами атомы могут поглощать энергию лишь дискретными порциями определенной величины. Под поглощением энергии понимается перевод энергии движения электрона во внутреннюю энергию атома. По Бору, атом при этом переходит из одного стационарного состояния в другое – с большей энергией.

Для получения потока электронов Д. Франк и Г. Герц использовали термоэмиссионный катод – накаливаемую металлическую проволоку. Явление термоэлектронной эмиссии (термоэмиссии) состоит в следующем. Валентные (внешние, создающие химическую связь) электроны в металлах делокализованы – они не «привязаны» к конкретному атому, а могут свободно перемещаются в пределах металлического тела. При этом совокупное электрическое поле всех ионов (атомов металла без делокализованных электронов) создает для электронов потенциальную яму, и для выхода металла среднему электрону требуется получить дополнительную энергию, величина

которой называется «работой выхода». Однако из-за экспоненциального характера статистического распределений электронов по энергии при любой ненулевой температуре среди электронов есть такие, энергия которых превышает среднее значение на величину, достаточную для выхода из потенциальной ямы. Эти электроны могут покидать вещество. При повышенной

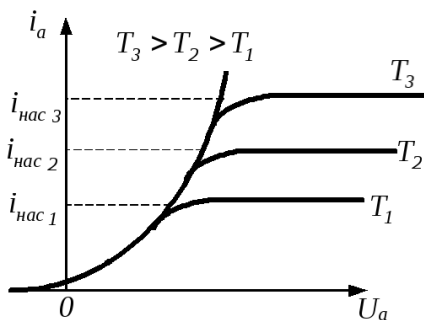


Рис. 2.8. Типичные вольт-амперные характеристики вакуумного диода при разной температуре эмиттера (T_1 – T_3). $i_{нас1}$ – $i_{нас3}$ – значения тока насыщения при разной температуре

температуре число таких электронов резко (экспоненциально) увеличивается. Если покидающих металл электронов достаточно много (температура эмиттера достаточно высока), при нулевом или малом напряжении между эмиттером и расположенным поблизости другим электродом (анодом) ток выходящих в вакуум электронов ограничен полем их собственного пространственного заряда. Приложение к аноду положительного напряжения «помогает» электронам преодолеть действие этого поля. Поэтому с ростом напряжения ток поначалу нарастает. Далее ток «насыщается» – когда создаваемое анодом поле достаточно для вывода к аноду всех электронов, способных покинуть эмиттер. Это определяет вид представленной на Рис. 2.8 типичной вольт-амперной характеристики вакуумного диода, составленного эмиттером (катодом) и анодом с вакуумным промежутком между ними.

Конструкция экспериментального прибора Франка и Герца показана на Рис. 2.9. Измерения проводились не в вакууме, а в среде инертного газа гелия или паров ртути – поскольку изучалось взаимодействие электронов с атомами среды. Ртуть и инертные газы были выбраны потому, что их атомы не образуют отрицательных ионов, ток которых можно было бы перепутать с электронным. Электроны эмитировались термокатодом (эмиттером) K – накаливаемой проволокой. Сетка G играла роль анода – ее потенциал относительно заземленного катода задавал максимальную энергию, которую электрон мог приобрести в электрическом поле. За сеткой на малом расстоянии располагался коллектор E – так, чтобы при движении в газе между G и E электроны почти не испытывали соударений с атомами. Меняя величину отрицательного (относительно G) потенциал коллектора E и измеряя его ток, можно было оценивать энергии электронов, приходящих на сетку G : ток на коллектор прекращался, когда разность потенциалов $G-E$ начинала соответствовать энергии приходящих на сетку электронов, выраженной в электрон-вольтах.

На первом этапе экспериментов было показано, что соударения электронов с атомами могут быть упругими: такими, при которых кинетическая энергия электронов не преобразуется во внутреннюю энергию атомов. При упругом соударении между электроном и атомом энергии частиц изменяются незначительно из-за большой разницы их масс. Поэтому

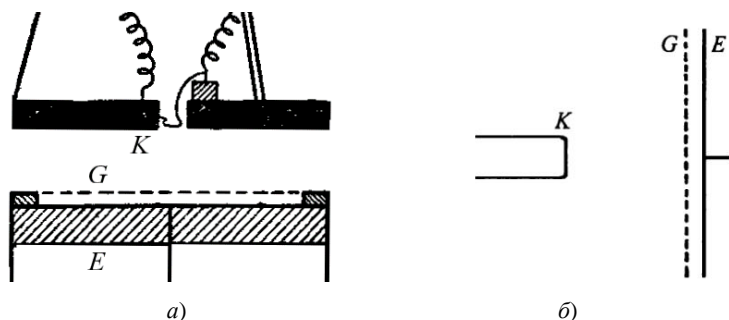


Рис. 2.9. Конструкция (а) и условная схема (б) экспериментального прибора Франка и Герца

признаком упругого характера соударений является сохранение энергии электронов.

Итак, при включении накала катод эмитировал электроны. К сетке G относительно катода (см. Рис. 2.9б) прикладывался ускоряющий электроны потенциал $+U$. Энергии электронов после прохождения через газ измерялись методом тормозящего поля – по величине потенциала коллектора E , при котором ток на него прекращался. Результат опыта: если начальная энергия электронов eU не превышала некоторого порогового значения, ее остаточная величина после прохождения через газ практически не изменялась. Чтобы это установить, расстояние между катодом и сеткой, а также давление газа изменяли в широких пределах – так, чтобы число соударений электрона с атомами на участке $K-G$ варьировалось от единиц до тысяч. Потенциал коллектора, при котором электронный ток прекращался, оставался практически постоянным и близким к потенциалу катода (следовательно, его потенциал относительно сетки был близок к $-U$). Эта часть опыта показала, что при энергиях электронов ниже некоторого порогового значения все соударения электронов с атомами являются упругими.

При напряжениях U выше порога ситуация изменялась и усложнялась. Закономерности для сверхпороговых напряжений стали наиболее ясны при следующем изменении методики опыта:

- прибор заполнялся парами ртути при низком давлении ~ 1 Торр;
- потенциалы сетки G и коллектора E изменяли согласованно: потенциал сетки всегда превышал потенциал коллектора на 0.5 В;
- измерялся ток коллектора в зависимости от потенциала сетки по отношению к катоду;
- сетка перехватывала в основном электроны, почти полностью потерявшие энергию при соударениях – электронам с энергией более 0.5 эВ она не мешала пролетать на коллектор.

На Рис. 2.10 приведена измеренная в таком эксперименте вольт-амперная характеристика (ВАХ) – зависимость тока коллектора от потенциала сетки. Ее

начальный участок монотонного роста тока при $U < 4$ В повторяет обычную ВАХ вакуумного диода с термокатодом (Рис. 2.8). Далее ток падает, затем снова нарастает – чего в вакууме не происходило бы. Участки падения и роста повторяются с периодом, приблизительно равным 4.9 В.

При признании постулата Бора о дискретности величины внутренней энергии атома такая форма ВАХ находит естественное объяснение. Для ртути энергия $\varepsilon_1 \approx 4.9$ эВ называется «первым критическим» или «резонансным» потенциалом. Эта энергия отделяет первое возбужденное состояние атома от основного. В силу этого атом не может поглотить порцию энергии меньшей величины. (Позднее обнаружилось, что у ртути есть одно возбужденное состояние с меньшей энергией, но переходы между ним и основным состоянием запрещены так называемыми «правилами отбора». Поэтому его существование в данном опыте никак не проявлялось.)

При $eU_G < \varepsilon_1$ энергия электронов недостаточна для перевода атома в возбужденное состояние, поэтому столкновения остаются упругими. При большем напряжении, набрав энергию ε_1 ,

электрон тут же теряет ее в неупругом соударении с атомом. Если eU_G превышает ε_1 лишь на несколько десятых эВ, на оставшемся пути электрон не получит достаточной энергии для достижения коллектора E . При таких U_G ток коллектора мал, а электроны собираются сеткой. С ростом U_G все большему числу электронов, потерявших порцию энергии ε_1 , ее остатка будет хватать для достижения коллектора. Ток коллектора возрастет. При превышении eU_G значения $2 \cdot \varepsilon_1$ электроны будут испытывать уже по два неупругих соударения (и сотни упругих, в которых энергия теряться не будет), и ток коллектора вновь упадет, и т.д.

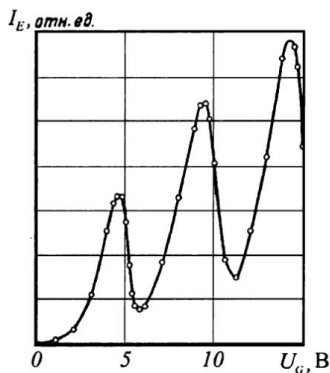


Рис. 2.10. Вольт-амперная характеристика опыта Франка-Герца: зависимость тока коллектора от потенциала сетки

Изложенная выше интерпретация результатов первого из серии опытов Франка и Герца по изучению «атомных столкновений» была предложена Бором в 1915 г. Далее исследования продолжились – в работах самих Франка и Герца и многих последователей. Были определены резонансные потенциалы для атомов разных видов. Их значения оказались весьма различными: 1.63 В для калия, 21 В для гелия, и т.д.

Для тематики данного пособия важен следующий результат. Франк и Герц определили, что при ускоряющем электронах напряжении ниже резонансного потенциала (≈ 4.9 В) пары ртути не излучают, а сразу при достижении этого значения начинают испускать монохроматическое

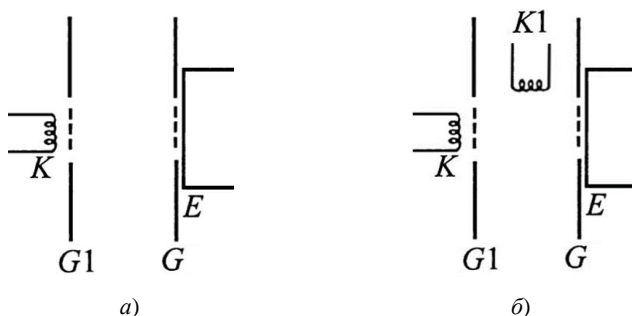


Рис. 2.11. Схемы усовершенствованных экспериментальных приборов для изучения разных ступеней возбуждения атомов (а) и их ионизации (б)

излучение единственной линии $\lambda = 2537\text{\AA}$, что соответствует как раз $h\nu \approx 4.89$ эВ. Происходит «излучательная релаксация» – возврат атома из возбужденного состояния в основное с испусканием кванта излучения. При дальнейшем увеличении напряжения спектр излучения начинает усложняться, приближаясь к обычному спектру изучаемого газа или паров, наблюдаемому при возбуждении атомов электронами относительно больших энергий в газовом разряде. Очевидно, что за счет передаваемой электронами энергии происходит перевод атомов в различные возбужденные состояния (не только в первое) и их последующая релаксация с излучением на линиях, соответствующих разным переходам между стационарными состояниями.

Для подробного изучения разных возбужденных состояний потребовалось усложнить схему опыта (Рис. 2.11а) введением дополнительной сетки G_I вблизи катода. Потенциал этой сетки задавался равным потенциалу сетки G . Давление выбирали таким, чтобы в зазоре $K-G_I$ столкновений электронов с атомами почти не происходило. Цель усовершенствования состояла в том, чтобы максимально быстро сообщить электронам требуемую энергию – раньше, чем они успеют потерять ее часть в столкновениях с переводом атомов в первое возбужденное состояние. При использовании такого усовершенствованного прибора структура ВАХ усложнялась, поскольку появлялись пики, соответствующие комбинациям нескольких последовательных возбуждений. Это затрудняло интерпретацию таких характеристик. Например, для ртути в диапазоне от 4.9 до 21.2 В было найдено 10 критических потенциалов. Однако все они оказались комбинациями всего двух элементарных процессов (комбинации вида a , $2a$, $a+b$, $2b$, $a+2b$ и т.д. для $a=4.9$ В и $b=6.7$ В).

Отдельный интерес представляло измерение «потенциалов ионизации» – тех значений энергии, при которых происходит не просто перевод электрона на другую орбиту (возбуждение атома), а полное удаление электрона. Это позволяет определить энергию связи наиболее слабо связанного электрона, т.е. разность двух величин – энергии основного состояния «верхнего» электрона (с наибольшей энергией) в невозбужденном атоме и энергии электрона, удаленного от атома на бесконечное расстояние. По ней можно определить значения энергии и для всех возбужденных состояний, каждая из которых отличается от энергии ионизации на величину критического потенциала, соответствующего данному возбуждению.

Сложность определения момента ионизации состояла в необходимости отличить ток ионов на регистрирующий электрод от тока электронов, эмитируемых с этого электрода под действием УФ излучения газа (ток фотоэлектронной эмиссии). Эта проблема могла быть решена различными способами. Так, Г. Герц для этой цели сделал регистрирующий электрод в

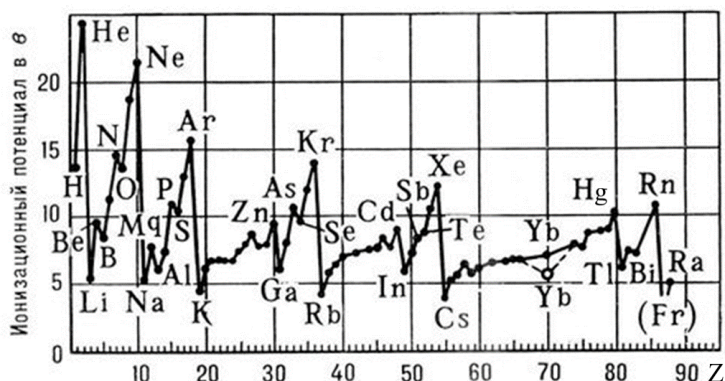


Рис. 2.12. Потенциалы ионизации разных элементов (Z – атомный номер)

виде накаливаемой нити KI , вводимой в область, где происходило взаимодействие электронов с газом (Рис. 2.11б). К нити прикладывался отрицательный потенциал. В отсутствие ионов, нить KI испускала ток термоэмиссии, ограниченный пространственным зарядом эмитируемых ею электронов. Когда же в окрестности нити KI появлялись ионы, ток с нее возрастал, поскольку ионы частично компенсировали пространственный заряд электронов, ограничивающий их ток. Напряжение U_G , соответствующее моменту начала роста тока KI , и отмечалось как значение потенциала ионизации.

Измеренные таким образом значения потенциалов ионизации простых веществ показали «периодическую» (на самом деле сложную, см. Рис. 2.12) зависимость от атомного номера элемента и наличие корреляции с его химическими свойствами: эти значения оказались максимальными для инертных газов и минимальными для щелочных металлов. Как мы понимаем сегодня, и потенциал ионизации, и химические свойства элемента определяются «периферическими», слабо связанными с ядром электронами – и потому такая корреляция кажется естественной.

Сочетание результатов исследований методом атомных столкновений и спектральных данных позволяет восстановить полные наборы возможных энергий возбужденных состояний атомов. При увеличении энергии

электронов спектральные линии излучения появляются не одновременно, а в некоторой последовательности. Это помогает соотнести их с переходами между конкретными состояниями.

Примером могут служить полученные Г. Герцем в 1924 г. спектры испускания паров ртути (Рис. 2.13а) при их облучении электронами с энергиями 8.7 (слева) и 9.7 (справа) эВ. Около линий спектров приведены длины волн в ангстремах, а рядом в скобках – значения энергии электронов, начиная с которой в спектре появляется данная линия. На Рис. 2.13б – схема энергетических состояний атома ртути, построенная по этим данным. К примеру, линия излучения с длиной волны 3906 Å и соответствующей ей энергией кванта 3.1 эВ появляется в спектре лишь при увеличении энергии электронов до 9.8 В – это четвертая снизу слабая линия в правом спектре Рис. 2.13а. Можно сделать вывод, что такое излучение соответствует переходу с уровня, расположенного на 9.8 эВ выше основного состояния. Конечный же уровень перехода на 3.1 эВ ниже начального, следовательно, на $(9.8 - 3.1) = 6.7$ эВ выше основного состояния – это самый левый переход на Рис. 2.13б. Итого, мы определили положение двух уровней возбуждения – 6.7 и 9.8 эВ (все числа в расчете приближенные).

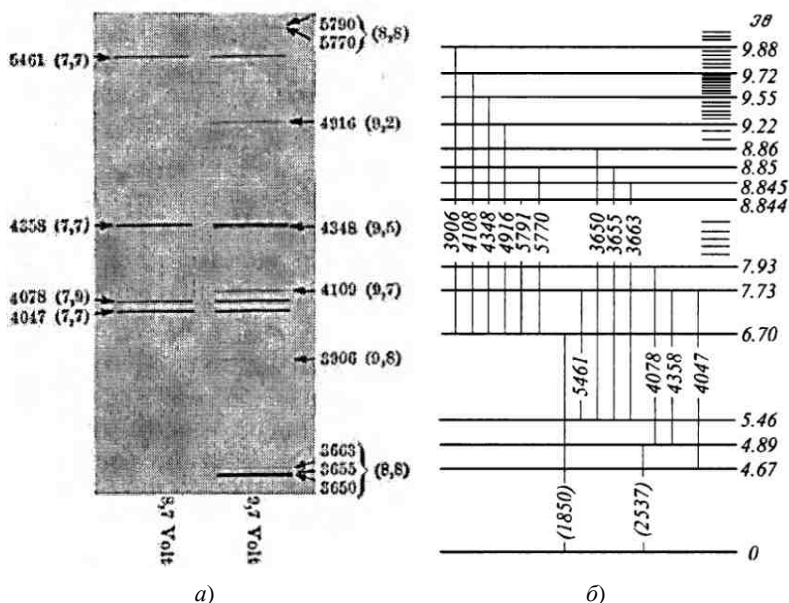


Рис. 2.13. (а) Спектры излучения паров ртути при разной энергии возбуждающих электронов; (б) энергетическая структура атома ртути, построенная на основании таких данных, а также длины волн излучения, соответствующие переходам между конкретными уровнями

Таким образом, опыты по изучению электронов с атомами газов (которые по традиции называют «атомными столкновениями») позволили подтвердить справедливость постулатов Бора и выявить детали механизма излучения атомами квантов электромагнитной энергии.

3. Вклад Эйнштейна в фотонную теорию. Лазеры

3.1 Законы фотоэффекта

Результаты изучения равновесного теплового излучения не привели к немедленному признанию фотонной (дискретной) природы электромагнитных волн. В пользу их непрерывности однозначно свидетельствовала способность к интерференции и дифракции. Даже М. Планк, первым показавший необходимость идеи квантования, не пошел дальше представления о том, что электромагнитные волны испускаются

порциям. Он на протяжении многих лет искал способ совместить представления о дискретности разрешенных значений энергий вещества и о непрерывности его излучения.

Ключевой вклад в развитие фотонной теории света внес Альберт Эйнштейн. В 1905 г., еще до работ по фотоэффекту, отмеченных Нобелевской премией, он провел занятую параллель между свойствами света и моделью идеального газа. Эйнштейн рассмотрел вопрос о флуктуациях электромагнитного излучения и показал, что в области действия закона излучения Вина (при малых длинах волн) получаемая формула полностью соответствует формуле для флуктуаций числа частиц идеального газа, если числу частиц сопоставить число порций излучения с энергией $h\nu$. Эйнштейн считал это свидетельством того, что электромагнитное излучение всегда существует в виде квантов. Но признания его точка зрения не получила.

Наиболее убедительные доказательства фотонной теории были получены при изучении фотоэффекта. За объяснение закономерностей этого явления с квантовых позиций Эйнштейн получил Нобелевскую премию.

Фотоэффект (точнее, внешний фотоэффект) – это явление выхода электронов из вещества под действием электромагнитного излучения. Первое его наблюдение относится к 1887 г., когда Генрих Герц обнаружил, что воздействие УФ излучения на электроды искрового разрядника облегчает электрический пробой. Уже в работах А.Г. Столетова (ученика Кирхгофа) 1888-1890 гг. было проведено подробное исследование фотоэффекта и сформулированы основные его законы. Примечательно, что это произошло раньше, чем был открыт электрон.

В 1899-1900 гг. Филип Ленард в Германии и Дж. Дж. Томсон в Англии показали, что при фотоэффекте освещаемыми телами испускаются именно электроны – по отклонению их траекторий в полях. Ленард измерил энергии эмитированных электронов.

Экспериментально были выявлены вполне ясные закономерности. Рассмотрим их на примере типового опыта (Рис. 3.1). Ультрафиолетовое

излучение с регулируемым лучистым потоком Φ и частотой ν освещает металлический электрод, называемый эмиттером или фотокатодом. Между ним и другим электродом (коллектором) можно прикладывать регулируемое напряжение и измерять протекающий ток. Электроды расположены в вакуумной колбе, их совокупность называют фотоэлементом.

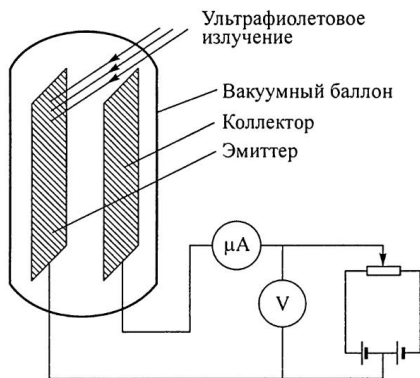


Рис. 3.1. Схема экспериментального прибора для изучения фотоэффекта

В ходе эксперимента при заданном световом потоке Φ измеряют вольт-амперную характеристику (ВАХ) – зависимость тока фотоэлемента I от приложенного напряжения U . Ее типичный вид приведен на Рис. 3.2. При всех напряжениях полярность тока (если он отличен от нуля) одинакова и соответствует переносу электронов с эмиттера на коллектор. При положительном потенциале коллектора он собирает почти все вышедшие в вакуум электроны, и увеличение напряжения не приводит к росту тока. Максимальный ток I_{max} называют «током насыщения». При нулевом потенциале коллектора ток не прекращается, поскольку большая часть эмитированных в вакуум электронов обладает некоторой кинетической энергией – достаточной, чтобы достичь коллектора. Чтобы ток прекратился, требуется приложить к коллектору некоторое отрицательное напряжение – U_g . Его называют «потенциалом запираения». Очевидно, что величина потенциала запираения должна

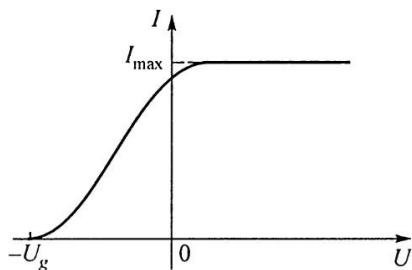


Рис. 3.2. Типичный вид ВАХ вакуумного фотоэлемента. $-U_g$ – потенциал запираения (отсечки); I_{max} – ток насыщения

соответствовать максимальной кинетической энергии электронов E_{max} , которую они получили при выходе из эмиттера: $E_{max} = eU_g$.

Плавный ход ВАХ между $-U_g$ и 0 свидетельствует о том, что выходящие в вакуум электроны имеют непрерывный спектр значений кинетической энергии от 0 до E_{max} .

К 1905 году (время выхода работы Эйнштейна) были экспериментально установлены следующие четыре закона фотоэффекта:

1. Закон Столетова (1888 г.)

При неизменном составе излучения фототок насыщения I_{max} прямо пропорционален лучистому потоку падающего на эмиттер излучения Φ (Рис. 3.3)

Само явление фотоэффекта вполне может быть объяснено классической физикой: электроны получают от поля световой электромагнитной волны дополнительную колебательную энергию, достаточную для выхода из металла. Рост их тока с ростом интенсивности излучения также кажется естественным. Однако зависимость тока от интенсивности не обязательно должна быть линейной. Можно было бы привести убедительные аргументы в пользу, например, экспоненциальной или пороговой зависимости.

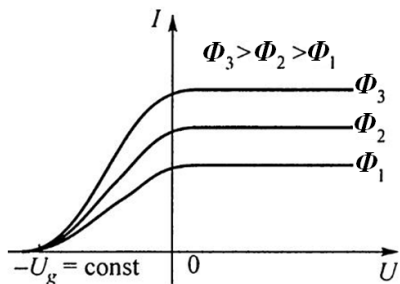


Рис. 3.3. Закон Столетова: $I_{max} \sim \Phi$. ВАХ вакуумного фотоэлемента при различной величине лучистого потока Φ падающего излучения одной частоты

2. Наличие “красной границы” фотоэффекта (Столетов, 1888; Эльстер и Гайтель, 1889)

Для данного эмиттера фотоэффект наблюдается лишь при освещении его светом, длина волны которого λ меньше некоторой предельной величины λ_0 (или для частот: $\nu > \nu_0$).

Понятие «красная» здесь условно: для большинства металлов граница лежит в УФ диапазоне частот.

Было установлено, что действие излучения меньших частот ($\nu < \nu_0$) сколь угодно большой интенсивности не приводит к высвобождению электронов. Такое свойство прямо противоречит выводам классической теории, согласно которой энергия электромагнитной волны определяется квадратом амплитуды поля и не зависит от частоты. Именно эта энергия может передаваться электронам. Возможные резонансные явления, связанные с наличием у электронов в твердом теле собственных частот колебаний, также не давали бы наблюдаемой картины – в этом случае можно было бы ожидать сложной, немонотонной зависимости фототока от частоты. Но регистрируемая в экспериментах зависимость была простой и монотонной (Рис. 3.4): при $\nu > \nu_0$ ток плавно нарастал с ростом частоты излучения.

3. Независимость максимальной кинетической энергии электронов E_{max} от интенсивности (плотности потока) излучения (Ленард, 1902)

Ленард ослаблял лучистый поток фильтрами в тысячу раз при постоянном спектральном составе и констатировал, что потенциал запирающий U_g остается неизменным, как показано на Рис. 3.3. С точки зрения электромагнитной теории, энергия, передаваемая электронам электромагнитным полем, должна быть пропорциональна квадрату амплитуды волны, то есть интенсивности. Легко объяснить присутствие в спектре эмитированных электронов частиц с малыми энергиями – они могли потерять часть энергии при выходе из глубины фотокатода. Но самые быстрые из наблюдаемых электронов – это те, которые не потеряли энергии. Почему при росте интенсивности излучения не появляются еще более быстрые электроны – волновая электромагнитная

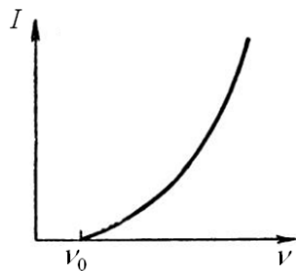


Рис. 3.4. Типичный вид спектральной характеристики фотокатода вблизи красной границы фотоэффекта ν_0

теории не дает этому убедительного объяснения.

4. Безынерционность фотоэффекта (Столетов, 1888; Эльстер и Гайтель, 1889)

Электроны выбиваются из катода слишком быстро. Столетов первым установил, что фототок появляется с задержкой менее миллисекунды после начала освещения. Позднее длительность возможной задержки была уменьшена до значений менее 10^{-9} с.

Можно оценить мощность, приходящую на участок границы фотокатода, занимаемый одним поверхностным электроном (порядка 1 \AA^2) при заданной интенсивности излучения. Или же рассчитать мощность, приходящуюся на объем, занимаемый электроном (около 1 \AA^3), в предположении, что излучение поглощается в слое вещества порядка длины волны. Это даст нам грубую оценку мощности, получаемой электроном в пренебрежении потерями и при 100% эффективности поглощения. Поделим ее на величину энергии, нужную электрону для выхода из металла – то есть на величину «работы выхода», равную нескольким эВ. Получим оценку минимального времени, необходимого для появления фототока в классической модели. В зависимости от использованных значений, она составит от нескольких секунд до нескольких часов, что в любом случае противоречит данным эксперимента.

К перечисленным законам фотоэффекта можно добавить еще один, который был предсказан Эйнштейном и экспериментально подтвержден уже впоследствии:

5. Линейное изменение максимальной кинетической энергии электронов E_{max} с ростом частоты излучения при неизменной плотности его потока

Этот закон можно проиллюстрировать Рис. 3.5, где отображено изменение величины потенциала запирающего $-U_g = -E_{max}/e$ при варьировании частоты излучения. Несоответствие этого экспериментального факта электромагнитной теории очевидно из предыдущего обсуждения.

Таким образом, в результате опытов по изучению фотоэффекта были установлены простые, понятные и воспроизводимые закономерности. Однако

попытки объяснить законы фотоэффекта на базе классической физики остались безуспешными. Для этого потребовались использование квантовых, фотонных представлений о природе света.

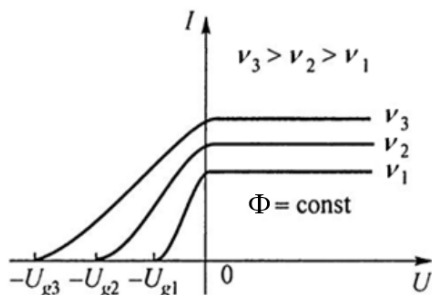


Рис. 3.5. ВАХ вакуумного фотоэлемента для различных частот падающего излучения ν при постоянной величине лучистого потока Φ

3.2. Фотонная теория фотоэффекта Эйнштейна

В 1905 г. Эйнштейн

предложил объяснение законов фотоэффекта на основе своей фотонной теории, явившейся возвратом на новом уровне к корпускулярным взглядам на природу света.

По Планку, атомные системы могут изменять свою энергию дискретными порциями $\varepsilon = h\nu$. По Эйнштейну, это происходит потому, что сам свет, которому электромагнитная теория и волновая оптика приписывают частоту ν , состоит из дискретных порций энергии $h\nu$. Он представляет собой поток фотонов (квантов, дискретных порций), которые могут испускаться или поглощаться отдельными электронами или атомами. То есть при поглощении излучения веществом световая энергия не передается непрерывно всем электронам — каждый ее квант поглощается одновременно отдельным электроном. Если энергия кванта достаточно велика, получивший ее электрон может покинуть эмиттер. Тогда и наблюдается фотоэффект.

В соответствии с теорией электропроводности металлов (П. Друде, 1900) и другими имевшимися представлениями, концентрация электронов в металле высока. Электроны свободно перемещаются в объеме металла и ведут себя там подобно идеальному газу. Их выход из металла предотвращается потенциальным барьером на границе (Рис. 3.6). Для электронов объем металла можно рассматривать как потенциальную яму, создаваемую полем ионов.

Максимальная энергия электронов в этой потенциальной яме $E_{эл}$ ниже энергии покоящегося электрона в вакууме на величину A_v , называемую «работой выхода» и зависящую от вида металла. Поэтому для выхода в вакуум электрон металла должен получить энергию не менее A_v .

По классической модели, все электроны поверхностного слоя металла колеблются в поле световой электромагнитной волны. При этом энергия колебаний отдельного электрона, пропорциональная интенсивности волны, для реальных условий по любым оценкам не может быть достаточной для преодоления потенциального барьера на границе. По фотонной теории Эйнштейна, единичный электрон в результате поглощения фотона получает энергию $h\nu$ одномоментно. Если он в металле имел максимальную энергию и не терял ее до выхода в вакуум, его кинетическая энергия в вакууме (см. Рис. 3.6) будет максимально возможной и равной:

$$E_{max} = h\nu - A_v \quad (3.1)$$

Это соотношение называется *формулой Эйнштейна для фотоэффекта*.

Если же фотон будет поглощен электроном металла с энергией ниже максимальной и/или если часть полученной энергии будет потеряна в металле из-за столкновений, кинетическая энергия эмитированного «фотоэлектрона» окажется меньшей, чем E_{max} .

Для УФ излучения $h\nu$ имеет порядок нескольких эВ. Можно запомнить величину произведения энергии кванта на длину волны излучения:

$$h\nu \cdot \lambda = h \cdot c = 1240 \text{ эВ} \cdot \text{нм} \quad (3.2)$$

Энергия кванта здесь выражена в эВ. К примеру, длине волны $\lambda = 200 \text{ нм}$

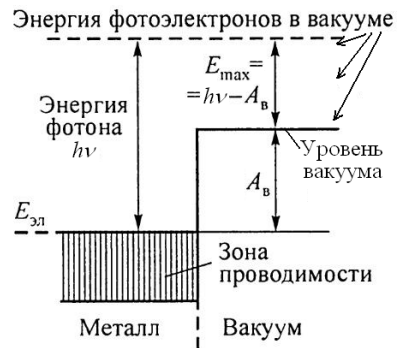


Рис. 3.6. Фотоэмиссия электронов по Эйнштейну: энергетическая диаграмма для границы металла с вакуумом

соответствует энергия кванта $h\nu = 6.2$ эВ. Типичные значения работы выхода $A_{\text{в}}$ для металлов находится в диапазоне от 2 до 5 эВ.

Для того, чтобы эмиссия электронов была возможна, требуется выполнить условие $h\nu > h\nu_0 = A_{\text{в}}$. Это объясняет существование «красной границы» фотоэффекта и определяет величину граничной частоты

$$\nu_0 = A_{\text{в}} / h \quad (3.3)$$

Если частота излучения близка к красной границе, лишь очень немногим получившим энергию электронам удастся выйти в вакуум – для этого требуется выполнение ряда дополнительных условий, в частности, отсутствие потерь энергии на пути к поверхности. При частоте существенно выше красной границы потеря некоторой части энергии уже не исключает для электрона возможности выхода в вакуум, и ток эмиссии увеличивается. Это объясняет вид начального участка спектральной характеристики, показанной на Рис. 3.4. Отметим, что соотношение (3.3) означает, что работа выхода может быть измерена экспериментально по положению красной границы фотоэффекта.

Независимость максимальной кинетической энергии электронов от величины лучистого потока, отмеченная в качестве одного из законов фотоэффекта (пятого) в предыдущем параграфе, непосредственно следует из уравнения Эйнштейна (3.1). Закон Столетова также находит естественное объяснение в модели Эйнштейна: число приходящих на фотокатод квантов монохроматического излучения равно $\Phi/h\nu$, то есть пропорционально лучистому потоку. События выхода в вакуум фотоэлектронов независимы, поэтому их количество, определяющее фототок, также должно быть пропорционально Φ .

Безынерционность фотоэффекта в модели Эйнштейна объясняется тем, что получение энергии электроном происходит мгновенно. Поэтому инерционность может быть связана лишь со временем движения электрона к поверхности. Глубина выхода фотоэлектрона не может быть больше глубины

проникновения излучения, которая для УФ излучения в металле не превышает 10^{-6} м. Скорость электрона при энергии несколько эВ имеет порядок 10^6 м/с. Поэтому не следует ожидать запаздывания фототока более, чем на 10^{-12} с.

3.3. Экспериментальная проверка формулы Эйнштейна для фотоэффекта

Экспериментальная проверка модели Эйнштейна в основном была нацелена на проверку предсказанной им зависимости максимальной энергии электронов от частоты излучения, названной «формулой Эйнштейна для фотоэффекта» (3.1).

Эта формула означает следующее (Рис. 3.7):

- максимальная энергия фотоэлектронов, определяемая по величине потенциала записания U_g , должна линейно расти с частотой излучения ν ;
- тангенс угла наклона зависимости $U_g(\nu)$ для всех материалов фотокатода должен быть одинаковым и равным постоянной Планка.

На первый взгляд кажется, что столь ясные закономерности легко могли быть проверены в экспериментах.

Однако проведение точных измерений величины потенциала записания оказалось сложной задачей. Одна из причин этого была связана с явлением «контактной разности потенциалов». Если поместить в вакуум параллельные пластины из двух материалов с разной работой выхода ($A_{в1}$ и $A_{в2}$) и соединить их внешним проводником ($U=0$), в вакууме между пластинами формируется электрическое поле – как если бы материал пластин был одинаков, но между ними было приложено

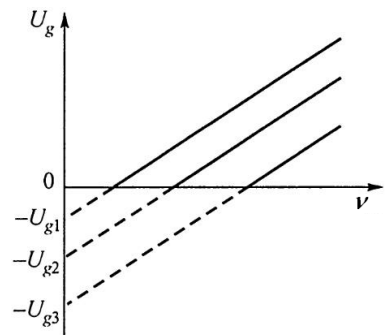


Рис. 3.7. Зависимость напряжения записания (максимальной энергии фотоэлектронов) от частоты излучения в соответствии с формулой Эйнштейна (3.1) для фотокатодов с разной работой выхода. (Отрицательные значения U_g на практике не реализуются)

напряжение $U_{\text{КРП}} = (A_{\text{в1}} - A_{\text{в2}})/e$. В

фотоэлементе такое поле формируется между фотокатодом и коллектором, что приводит к смещению ВАХ на величину разности работ выхода (Рис. 3.8). При этом, естественно, меняется и потенциал запирания. Однако сама по себе эта сложность достаточно легко преодолима: «истинную» величину U_g можно определить по полной ширине ВАХ (Рис. 3.8), полагая, что насыщение зависимости происходит при том напряжении, при котором

локальное задерживающее поле на фотокатоде отсутствует, что создает условия для выхода электронов с минимальной (то есть нулевой) кинетической энергией. Однако в случае, если поверхность фотокатода и/или анода неоднородны по работе выхода, ситуация становится более сложной, поскольку наклонный участок ВАХ в этом случае не только смещается, но и уширяется (Рис. 3.9).

Размытие реальных ВАХ происходило и по другим причинам, в частности, из-за особенностей измерения энергий электронов методом задерживающего поля «в плоской геометрии». Электроны, летящие не строго по нор-

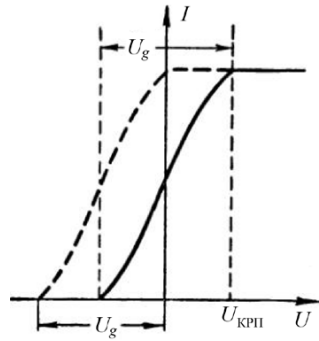
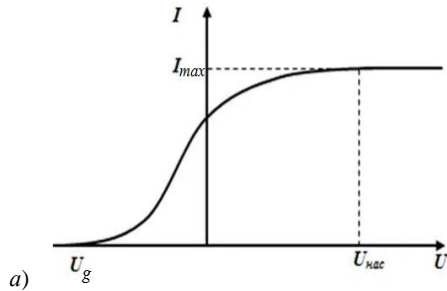
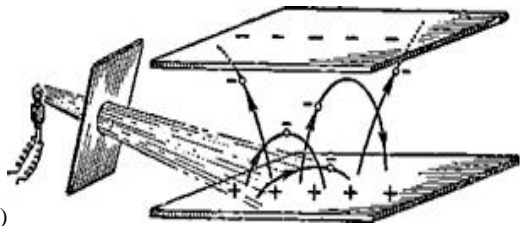


Рис. 3.8. Смещение ВАХ фотоэлемента из-за явления контактной разности потенциалов



а)



б)

Рис. 3.9. (а) Размытие реальной ВАХ фотоэлемента; (б) иллюстрация одной из причин этого размытия, связанной с угловым разбросом эмитированных электронов

мали к плоским электродам, отражаются уже задерживающим потенциалом, величина которого меньше полной энергии электронов (Рис. 3.9б). Таким образом, происходит анализ не по полной, а по «продольной» энергии. Это утверждение будет более строгим, если говорить о полной скорости и ее продольной, то есть нормальной по отношению к электродам, компоненте. Вблизи напряжения запираения не все электроны, имеющие максимальную энергию, достигают коллектора – а только те из них, скорость которых направлена строго нормально к электродам. Таких мало, поэтому ВАХ подходит к оси абсцисс под малым углом, что осложняет точное определение напряжения запираения U_g .

Первые, еще не очень точные экспериментальные подтверждения правильности формулы Эйнштейна (3.1) появились в 1912 г. в работах Л. Хьюза, О. Ричардсона и К. Комптона. Роберт Милликен, категорически не признавая теории Эйнштейна, ставил опыты по ее проверке в течение долгого времени – с 1906 по 1916 г. Измерения были проведены им для щелочных металлов Li, K и Na – значения работы выхода для них минимальны, что позволяет наблюдать фотоэффект при облучении видимым светом. Однако эти металлы химически активны и на воздухе окисляются, что делает их поверхность неоднородной. Поэтому для достижения нужной точности потребовалось усложнение стандартной схемы измерений (Рис. 3.1) – Милликен описал ее словами «механическая мастерская в вакууме». В результате, вопреки собственным намерениям Милликена, справедливость формулы Эйнштейна была им подтверждена. Он написал: «Я потратил десять лет моей жизни на проверку этого эйнштейновского уравнения 1905 г. и вопреки всем моим ожиданиям я вынужден был в 1915 г. безоговорочно признать, что оно экспериментально подтверждено, несмотря на его несуразность, так как казалось, что оно противоречит всему, что мы знаем об интерференции света.» По результатам опытов, Милликен получил значение постоянной Планка h с точностью около 1%, и оно совпало с результатами экспериментов с равновесным тепловым излучением.

Классические исследования фотоэффекта (в том числе, подтверждение закона Эйнштейна) были проведены в 1926-1928 гг. в Ленинграде – П.И. Лукирским и С.С. Прилежаевым. Ими была разработана и применена схема измерений, позволяющая проводить анализ по полным (а не по продольным) энергиям электронов, уменьшив погрешность измерений без потери величины измеряемого тока. В этой схеме использовался «конденсатор Лукирского» – сферический энергоанализатор с задерживающим полем. Идея метода заключается в том, что любое направление начальной скорости электрона, эмитированного сферическим фотокатодом малого радиуса, оказывается почти параллельным по отношению к направлению радиального поля сферического конденсатора (Рис. 3.10).

В опытах Лукирского и Прилежаева были измерены с высокой точностью спектры энергии фотоэлектронов многих металлов с сильно различающимися значениями работы выхода при облучении монохроматическим УФ излучением разных длин волн. Было получено подтверждение закона Эйнштейна: углы наклона линейных зависимостей $U_g(\nu)$ оказались одинаковыми (рис. 3.11).

Определенное по ним значение постоянной Планка отличалось от известного теперь точного значения всего на 0.6%.

Таким образом, фотонная теория электромагнитного излучения дала правильное, количественно подтвержденное описание закономерностей фотоэффекта, которые не могли быть объяснены в рамках классической вол-

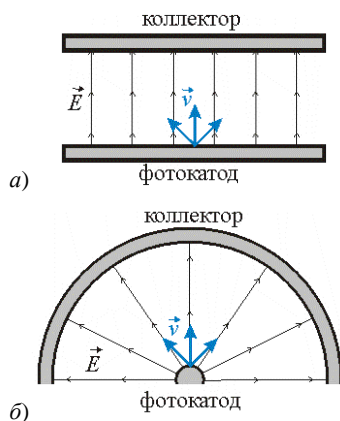


Рис. 3.10. Направление электрического поля и направление скорости электрона, эмитированного фотокатодом: (а) в плоском конденсаторе; (б) в конденсаторе Лукирского

новой теории – в дополнение к описанию вида спектров равновесного теплового излучения, данному ранее Планком. Однако даже после признания этих фактов идея дискретности электромагнитного излучения не получила широкого распространения,

поскольку очевидно (для современников) не сочеталась с известной его способностью к интерференции и дифракции. Перелом во взглядах начал происходить лишь после открытия эффекта Комптона, который будет рассмотрен в Главе 4.

3.4. Вывод Эйнштейном формулы Планка. Спонтанное и вынужденное излучение

В 1916 г. Эйнштейн предложил свой способ вывода формулы Планка для равновесного теплового излучения (1.40):

$$\rho_\nu(\nu, T) = \frac{C\nu^3}{\exp\left(\alpha \frac{\nu}{T}\right) - 1}$$

Напомним, что Планк предложил свою формулу без вывода. Вывод Эйнштейна опирался на постулаты Бора и на фотонную теорию. Использовался метод построения решения «от известного ответа»: были сформулированы гипотезы, справедливость которых обосновывалась их необходимостью для получения заранее известной конечной формулы. Эти гипотезы впоследствии подтвердились. Они составляют основу современной квантовой теории в ее гейзенберговской матричной форме.

Рассмотрим равновесное тепловое излучение тела температуры T ,

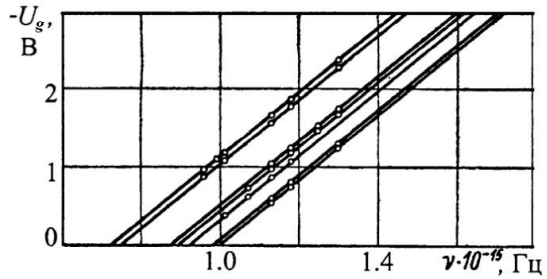


Рис. 3.11. Зависимости потенциала запирающего фотоэлемента U_g от частоты монохроматического излучения ν для семи металлов (слева направо: Al, Zn, Sn, Ni, Cd, Cu, Pt) по данным П.И. Лукирского и С.С. Прилежаева

представляющего собой газ непосредственно не взаимодействующих друг с другом одинаковых атомов или молекул. Пусть для атомов разрешены лишь два состояния: 1 и 2, с энергиями ε_1 и ε_2 , $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ (Рис. 3.12). Переход между ними возможен с испусканием или поглощением фотона с энергией $h\nu = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$. Пусть состояния не вырождены: этот

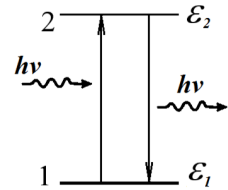


Рис. 3.12. Состояния системы и переходы между ними

термин означает, что каждое из состояние – действительно одно состояние, а не несколько состояний с одинаковой энергией. Учет возможного вырождения несложен, но соответствующие коэффициенты загромождают формулы.

В соответствии с распределением Больцмана, отношение количеств атомов в состояниях 1 и 2 должно выражаться формулой:

$$\frac{N_1}{N_2} = \exp \left(\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{kT} \right) \quad (3.4)$$

или

$$\frac{N_1}{N_2} = \exp \left(\frac{h\nu}{kT} \right) \quad (3.5)$$

Эйнштейн показал, что формула Планка может быть получена, если принять определенные гипотезы о характере взаимодействия излучения с веществом. В частности, переходы между состояниями должны происходить в результате трех независимых процессов: 1) *спонтанного излучения*, 2) *поглощения* и 3) *стимулированного излучения* фотонов.

Спонтанное излучение – недетерминированный (вероятностный) процесс, переводящий атом из состояния 2 в состояние 1 (Рис. 3.13). Для отдельного атома, находящегося в состоянии 2, вероятность такого перехода в течение временного интервала dt не зависит от времени, но пропорциональна длительности выбранного

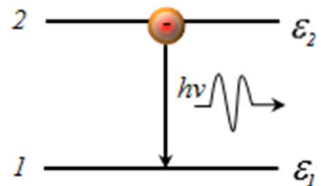


Рис. 3.13. Спонтанное излучение

интервала. Коэффициент пропорциональности («плотность вероятности перехода» или «коэффициент вероятности Эйнштейна для спонтанного излучения») обозначим как A_{21} . Если спонтанное излучение – единственный или доминирующий механизм переходов, число возбужденных атомов будет убывать по закону:

$$-dN_2 = A_{21} N_2 dt \quad (3.6)$$

Данное соотношение можно рассматривать как дифференциальное уравнение, решение которого имеет вид

$$N_2 = N_{20} \exp(-A_{21}t) \quad , \quad (3.7)$$

где N_{20} – постоянная, определяемая из начального условия. Согласно этому соотношению, населенность уровня с большей энергией экспоненциально убывает. Интенсивность излучения возбужденного газа пропорциональна числу переходов между состояниями, то есть модулю dN_2/dt . Согласно (3.6)-(3.7), и эта величина будет убывать экспоненциально. В классической физике излучение ансамбля колеблющихся диполей также убывает со временем. Но природа этого явления иная: закономерно убывает амплитуда колебаний каждого диполя из-за действия процессов, вызывающих диссипацию энергии – например, излучение электромагнитной волны. По Эйнштейну же, спонтанное излучение подчиняется статистическим законам (недетерминировано): момент потери энергии конкретным атомом непредсказуем и не имеет причины, кроме наличия такой возможности. Этот подход к описанию процесса излучения был совершенно новым, и только он позволяет описать этот процесс как дискретный.

Второй из рассматриваемых процессов взаимодействия атомов и излучения – *поглощение* атомом кванта излучения. При этом атом переходит из состояния 1 в состояние 2 (Рис. 3.14).

Для отдельного атома, находящегося в состоянии 1, вероятность поглощения кванта в

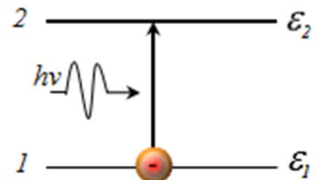


Рис. 3.14. Поглощение

единицу времени Эйнштейн считал пропорциональной спектральной компоненте плотности излучения ρ_ν , то есть числу “падающих” на атом фотонов требуемой частоты. Это предположение в рамках предложенной модели является совершенно естественным.

Тогда изменение числа атомов в состоянии 1 за время dt будет происходить по закону:

$$-dN_1 = B_{12} \rho_\nu N_1 dt \quad , \quad (3.8)$$

где B_{12} – коэффициент вероятности Эйнштейна для поглощения.

Если ограничиться лишь двумя уже рассмотренными процессами, получим спектр равновесного излучения, задаваемый законом излучения Вина. Чтобы получить формулу Планка, требуется постулировать возможность еще одного механизма переходов.

Вынужденное (индуцированное, стимулированное) *излучение* переводит атом из состояния 2 в состояние 1 в результате воздействия фотона (Рис. 3.15). При этом излучается еще один фотон, эквивалентный воздействующему. Процесс аналогичен поглощению, которое также является «вынужденным», но противоположен по направленности: число фотонов не уменьшается, а увеличивается на единицу.

Естественным будет предположить, что для отдельно взятого атома вероятность вынужденного перехода из второго в первое состояние за единицу времени будет пропорциональной спектральной плотности излучения ρ_ν , то есть числу падающих на атом фотонов нужной энергии. Тогда изменение числа атомов в состоянии 2 за счет вынужденного излучения можно записать как

$$-dN_2 = B_{21} \rho_\nu N_2 dt \quad . \quad (3.9)$$

Здесь B_{21} – коэффициент вероятности Эйнштейна для вынужденного излучения.

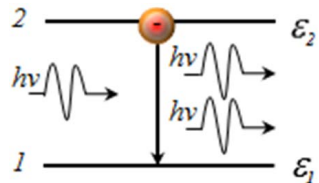


Рис. 3.15. Вынужденное излучение

В условиях равновесия количества переходов в единицу времени из первого во второе состояние и обратно должны быть одинаковы. Поэтому

$$N_2 (A_{21} + B_{21} \rho_\nu) = B_{12} \rho_\nu N_1 \quad (3.10)$$

или

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{A_{21} + B_{21} \rho_\nu}{B_{12} \rho_\nu} \quad (3.11)$$

Сопоставив (3.11) с соотношением (3.5), следующим из распределения Больцмана, можно прийти к выражению для спектральной плотности излучения:

$$\rho_\nu = \frac{A_{21}}{B_{12} \exp(h\nu / kT) - B_{21}} \quad (3.12)$$

Соотношения между коэффициентами Эйнштейна можно определить из дополнительных соображений. Потребуем, чтобы, в соответствии с опытными данными, спектральная плотность неограниченно нарастала $\rho_\nu \rightarrow \infty$ при $T \rightarrow \infty$. Для этого необходимо, чтобы знаменатель в (3.12) обращался в 0 при $T \rightarrow \infty$. Отсюда получаем:

$$B_{12} = B_{21} \quad . \quad (3.13)$$

В том же пределе высоких температур (или в пределе низких частот) $h\nu \ll kT$ экспоненту в формуле (3.12) можно приближенно представить линейной функцией $\exp(h\nu / kT) \approx 1 + h\nu / (kT)$ и получить в этом пределе:

$$\rho_\nu = \frac{A_{21}}{B_{12}} \cdot \frac{kT}{h\nu} \quad (3.14)$$

Потребуем, чтобы это выражение соответствовало формуле Рэлея-Джинса (1.37):

$$\rho_\nu = kT \cdot \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

Это позволяет определить отношение коэффициентов Эйнштейна:

$$\frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \quad (3.15)$$

С учетом (3.13) и (3.15), формула (3.12) для произвольного соотношения температур и частот преобразуется к закону излучения Планка в окончательном виде (1.50):

$$\rho_\nu(\nu, T) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}$$

Это и являлось целью проведенного рассмотрения.

Отметим несколько обстоятельств, относящихся к обсуждаемой модели излучения.

- И спонтанные, и индуцированные переходы, приводящие к излучению фотона, являются недетерминированными. Однако между ними есть значительное различие. При спонтанном излучении направление испускания фотона случайно. При вынужденном излучении вектор импульса излученного фотона в точности равен вектору импульса вынуждающего. Мы не доказывали это свойство, но его нетрудно понять на качественном уровне, если считать поглощение и вынужденное излучение противоположными процессами. Можно ожидать, что изменение всех характеристик участвующих в процессах фотонов для них будет противоположным (исчезновение/появление фотона, идентичного исходному).
- Гипотеза Эйнштейна о спонтанных и вынужденных переходах указала направление решения проблемы описания интенсивности спектральных линий – они должны быть пропорциональны вероятностям переходов атомов между соответствующими энергетическими состояниями.

Грубый анализ относительного вклада рассмотренных процессов в тепловое излучение можно провести на основании промежуточной формулы (3.12):

$$\rho_v = \frac{A_{21}}{B_{12} \exp(h\nu / kT) - B_{21}}$$

Для коротковолновой части спектра ($h\nu \gg kT$), в области действия закона излучения Вина, второе слагаемое знаменателя, соответствующее вкладу вынужденного излучения, мало по сравнению с первым, описывающим вклад поглощения (с учетом соотношения $B_{12} = B_{21}$). Поглощение и спонтанное излучение (представляемое числителем) приблизительно уравнивают друг друга. Малость вынужденного излучения определяется малой заселенностью верхнего состояния – в соответствии с распределением Больцмана (3.5), она мала как раз в случае низкой температуры или для большой разности энергий состояний $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = h\nu \gg kT$. Это условие выполняется, например, для видимого излучения почти при любых достижимых температурах. Поэтому свет большинства привычных нам источников представляет собой преимущественно спонтанное излучение.

В длинноволновом пределе ($h\nu \ll kT$), где справедлива формула Рэлея-Джинса, экспонента в знаменателе (3.12) близка к единице. Следовательно, вклады поглощения (первый член знаменателя) и вынужденного излучения (второй член) близки по величине и противоположны по знаку. Эти противоположные процессы почти компенсируют друг друга. При этом малой является их разность, соответствующая числителю – вкладу спонтанного излучения. Близость скоростей поглощения и стимулированного излучения определяется близостью энергий состояний 1 и 2: в данном случае $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = h\nu \ll kT$. Следствием этого является почти равная их заселенность – опять же, в соответствии с распределением Больцмана (3.5). Тем не менее, в равновесии населенность состояния с меньшей энергией всегда превышает населенность состояния с большей энергией, хотя бы незначительно ($N_1 > N_2$). Поэтому, несмотря на равенство коэффициентов $B_{21} = B_{12}$, в равновесных условиях поглощение всегда превалирует над вынужденным излучением:

$$B_{12} \rho_v N_1 > B_{21} \rho_v N_2 \quad . \quad (3.16)$$

3.5. Лазеры

Лазеры (сокращение от «light amplification by stimulated emission of radiation») и мазеры («microwave...») – устройства, использующие предсказанное Эйнштейном явление вынужденного излучения для генерации когерентных потоков электромагнитного излучения.

В 1916 г. Эйнштейн ввел понятие вынужденного излучения. На возможность его использования для усиления света первым указал В.А. Фабрикант в 1939 г. Первый мазер был создан в 1954 г. Н.Г. Басовым и А.М. Прохоровым и практически одновременно – Ч. Таунсом.

В предыдущем разделе подход Эйнштейна к описанию взаимодействия вещества и излучения применялся к равновесной системе. Однако его можно использовать и для описания неравновесных ситуаций. Пусть, например, излучение вводится в систему извне. Рассмотрим задачу о поглощении в веществе введенного извне монохроматического параллельного пучка лучей со спектральной компонентой интенсивности (мощностью, переносимой через единицу площади)

$$I_\nu = c \rho_\nu \quad (3.17)$$

Эта формула отличается от написанной ранее формулы для изотропного излучения (1.8) отсутствием множителя 4π – здесь излучение предельно неизотропно.

В отличие от вынужденных процессов излучения и поглощения, число спонтанных переходов между энергетическими уровнями атомов, задаваемое эйнштейновской формулой (3.6), не зависит от интенсивности излучения. Будем считать интенсивность достаточно большой, чтобы спонтанным испусканием фотонов веществом можно было пренебречь. Тогда процесс поглощения излучения в веществе будет определяться только вынужденными переходами с излучением и поглощением фотонов. Согласно (3.13), коэффициенты Эйнштейна для этих процессов равны. Введем для них общее

обозначение $B=B_{21}=B_{12}$ и, используя его, перепишем формулы (3.8) и (3.9):

$$-dN_1 = B \rho_\nu N_1 dt \quad (3.18)$$

$$-dN_2 = B \rho_\nu N_2 dt \quad (3.19)$$

В результате каждого перехода между уровнями атомной системы число фотонов в потоке излучения изменяется на единицу в ту или другую сторону. Переносимая потоком излучения энергия меняется при этом на $h\nu$. Будем считать, что в (3.18) и (3.19) числа атомов в разных состояниях N_1 и N_2 отнесены к единице объема. В этом случае изменение интенсивности светового потока на длине пути dx выразится формулой:

$$-dI_\nu = (N_1 - N_2)B \rho_\nu h\nu dx \quad (3.20)$$

Используя (3.17), перейдем и в правой части к спектральной компоненте интенсивности. Получим дифференциальное уравнение:

$$-dI_\nu = (h\nu/c)B(N_1 - N_2) I_\nu dx \quad (3.21)$$

Его решение имеет вид

$$I_\nu(x) = I_{\nu 0} \exp(-k_\nu x) \quad , \quad (3.22)$$

где $I_{\nu 0}$ определяется граничным условием, а величина k_ν , имеющая смысл линейного коэффициента ослабления излучения на заданной частоте, задается формулой:

$$k_\nu = \frac{h\nu}{c} B N_1 \left(1 - \frac{N_2}{N_1} \right) \quad (3.23)$$

Если распределение атомов между состояниями 1 и 2 является бoльцмановским и описывается формулой (3.5)

$$\frac{N_1}{N_2} = \exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) \quad ,$$

выражение (3.23) для коэффициента поглощения можно переписать в виде:

$$k_\nu = \frac{h\nu}{c} B N_1 \left(1 - \exp\left(-\frac{h\nu}{kT}\right) \right) \quad (3.24)$$

Аргумент экспоненты отрицателен, следовательно, k_v здесь всегда положителен и излучение, в соответствии с (3.22), затухает при распространении в среде.

Однако если распределение атомов по состояниям отличается от больцмановского и окажется, что $N_2/N_1 > 1$ для состояний с энергиями $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ (такую ситуацию называют «инверсией населенности»), формула (3.23) дает нам отрицательное значение коэффициента ослабления излучения: $k_v < 0$. При распространении в такой среде (ее называют «активной») излучение не поглощается, а усиливается. Действие лазеров и мазеров основано именно на использовании активных сред для усиления или генерации излучения.

Активные среды лазеров разнообразны, это могут быть газы, твердые тела или жидкости. Отдельно можно выделить чрезвычайно широко используемые полупроводниковые лазеры, активной средой которых является область р-п перехода. Инверсная населенность создается введением в активную среду энергии. Этот процесс называется «накачкой». Энергия должна вводиться в такой (нетепловой) форме, чтобы удавалось обеспечить перевод атомов среды в состояния с энергией, превышающей энергию основного состояния на величину энергии кванта генерируемого излучения, или несколько выше.

Для того, чтобы спонтанное излучение не разрушало инверсной заселенности, используют так называемые «метастабильные» состояния, прямой переход из которых в основное состояние атома крайне маловероятен («оптически запрещен»). Осуществление вынужденных переходов из метастабильного состояния в основное происходит вопреки этому «запрету» и достигается созданием высокой плотности излучения.

Рассмотрим принцип работы лазера на примере первого лазера оптического диапазона, созданного Теодором Мейманом в 1960 г. Его активной средой выступал кристалл искусственного рубина. С точки зрения химии рубин – это корунд, кристаллический оксид алюминия Al_2O_3 , с небольшой примесью хрома. В кристалле атомы хрома присутствуют в виде

трехзарядных ионов Cr^{3+} , именно они придают кристаллу рубина красный цвет. Их же Мейман использовал для генерации излучения.

Упрощенная схема уровней ионов Cr^{3+} приведена на Рис. 3.16. Здесь m – основное состояние иона, T – широкая зона разрешенных уровней, n – метастабильное состояние.

Накачка среды производится оптическим способом – воздействием излучения мощной импульсной лампы-«вспышки» с широким спектром. Поглотив квант излучения, ионы хрома переходят в возбужденное состояние зоны T . Отсюда возможен их обратный переход в основное состояние со спонтанным излучением кванта, однако наиболее вероятен другой процесс – «безызлучательная релаксация» (переход без излучения фотона, с передачей энергии кристаллической решетке) на уровень n . Дальнейший их переход в основное состояние оптически запрещен,

иные механизмы релаксации также малоэффективны. Поэтому время жизни ионов хрома в метастабильном состоянии n очень велико – оно составляет около 3 мс.

Для сравнения, время их жизни в зоне T приблизительно равно 7 нс. Именно большое

время жизни в метастабильном состоянии позволяет добиться инверсии населенности между состояниями m и n – перевести в состояние n более 50% всех ионов при практически реализуемой мощности накачки.

Для достижения лазерной генерации активная среда помещается в «оптический резонатор» между двумя зеркалами (Рис. 3.17), одно из которых полностью отражающее, а другое – «полупрозрачное» – пропускает небольшую часть (~1%) падающего на него излучения. В рубиновом лазере зеркала наносятся непосредственно на полированные торцы кристалла.

После достижения инверсной населенности активная среда в оптическом резонаторе начинает генерировать излучение. На начальном этапе один из ионов спонтанно испускает фотон с энергией $h\nu = \varepsilon_n - \varepsilon_m$ в точности вдоль оси

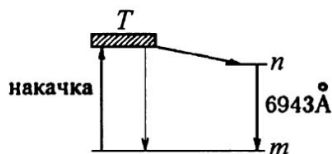


Рис. 3.16. Трехуровневая схема рубинового лазера

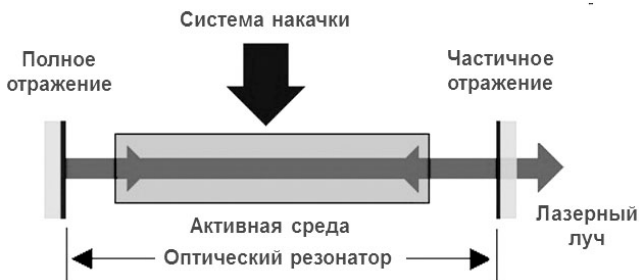


Рис. 3.17. Общая схема лазера

оптического резонатора. Сам этот первый случайный фотон и его «потомки», вынужденно испущенные другими ионами, многократно отражаются зеркалами. Это увеличивает плотность излучения в резонаторе и способствует вынужденному испусканию. Выходной лазерный луч покидает резонатор через «полупрозрачное» зеркало.

При этом фотоны, испущенные активной средой под углом к оси резонатора, быстро выходят из активной среды и не участвуют в генерации, поэтому угловая расходимость лазерного излучения чрезвычайно мала. Фактически она определяется только дифракцией на выходной апертуре – так называемой «фундаментальной расходимостью».

Другое уникальное свойство лазерного излучения состоит в практически полной когерентности. Она определяется использованием вынужденного излучения атомов, при котором испускаются точные копии исходного фотона по энергии, направлению распространения и фазе. В противоположность этому, излучение нагретых тел – преимущественно спонтанное из-за невозможности инверсии заселенности в системах, близких к равновесным. Как следствие, такое излучение некогерентно.

4 Рентгеновское излучение

4.1 Общие свойства рентгеновских лучей

Рентгеновские лучи были открыты Вильгельмом Рентгеном в 1895 году. В ходе эксперимента с пучками электронов (их тогда называли «катодными лучами») он заметил свечение кристаллов платиноцианистого бария вдали от экспериментального прибора. В ходе проведенных им же подробных исследований были определены основные свойства нового вида излучения. Рентгеновские лучи возникают в месте столкновения электронов с преградой (веществом, атомами). Они распространяются прямолинейно, не отклоняются полями. Их интенсивность квадратично убывает с расстоянием. Рентгеновские лучи могут обнаруживаться по физическому и химическому действию: они засвечивая фотоэмульсии, вызывают флуоресценцию (свечение) многих кристаллов и стекол, а также ионизацию газов.

Важное свойство рентгеновских лучей – высокая проникающая способность. Для них частично проникаемы человеческое тело и многие материалы, что определяет широчайшее практическое применение в медицине и технике.

По современному определению, рентгеновские лучи испускаются с участием электронов. В этом состоит их отличие от гамма-лучей, которые могут характеризоваться теми же свойствами и длинами волн, но имеют иное происхождение – являются результатом ядерных реакций. Используемым на практике источником рентгеновских лучей является рентгеновская трубка. Схематическое изображение ее типичной и все еще актуальной конструкции представлено на Рис. 4.1. Основные элементы трубки размещаются в стеклянном баллоне, где создается вакуум. Накаливаемый термоэмиссионный катод «К» служит источником электронов. Далее электроны разгоняются электрическим полем до энергии порядка нескольких десятков кэВ под действием приложенного напряжения U_a соответствующей величины. Ускоренные электроны бомбардируют анодный электрод «А», который в случае рентгеновской трубки принято называть «антикатодом». Материалом рабочей

части антикатада чаще всего служит вольфрам – именно с этим материалом удастся добиться наиболее эффективного преобразования энергии электронов в рентгеновское излучение. Однако иногда

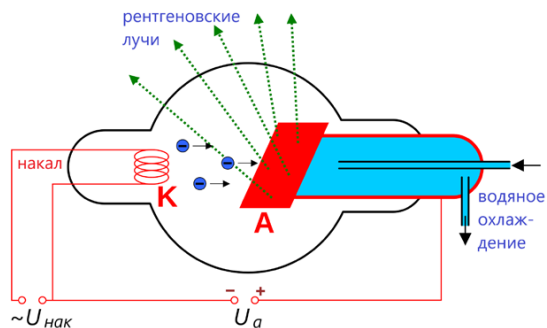


Рис. 4.1. Схема рентгеновской трубки

используются и другие материалы, например, молибден, медь или алюминий – когда для спектрометрических измерений требуется получить рентгеновское излучение с особым (монохроматическим и «мягким») спектром. Общим требованием к материалу антикатада является устойчивость к нагреву, поскольку из-за низкой эффективности преобразования энергии в рентгеновские лучи на антикатоде выделяется большое количество тепла. По этой же причине антикатоде рентгеновских трубок часто оснащают системами водяного охлаждения. Поток рентгеновских лучей, формирующийся при остановке ускоренных электронов антикатодом, выводится сквозь стенку вакуумной колбы в боковом направлении. Поэтому поверхность антикатада всегда наклонена по отношению к оси системы.

Физическая природа рентгеновских лучей («Икс-лучей») достаточно долго оставалась непонятной. Физиками высказывались самые различные предположения по этому вопросу. Сам Рентген посчитал Икс-лучи продольными колебаниями эфира, не описываемыми теорией Максвелла – поперечными колебаниями эфира считался свет. Уильям Брэгг утверждал, что они представляют собой поток нейтральных частиц. Это, как мы теперь понимаем, в итоге оказалось частично верным с поправкой на дуализм свойств частиц, описываемый квантовой механикой. Однако в конце концов были представлены доказательства того, что рентгеновские лучи представляют собой обычные поперечные электромагнитные волны очень малой длины –

порядка ангстрема или даже менее.

Наиболее убедительным подтверждением волновой природы рентгеновских физики стало наблюдение их дифракции – так как возможность дифракции частиц долгое время даже не рассматривалась. Первые попытки наблюдения дифракции рентгеновских лучей на щелях микронного размера и на оптических дифракционных решетках (до 1200 штрихов/мм) не дали результата. Проблема здесь состояла в малой длине волны рентгеновского излучения, а также в достаточно слабом взаимодействии рентгеновских лучей с веществом – сложно было создать тонкие «штрихи», заметно поглощающие или рассеивающие излучение. Выход был найден Максом Лауэ и состоял в наблюдении дифракции на атомных решетках кристаллов, имеющих пространственный период как раз порядка 1 \AA , что сопоставимо с типичной длиной волны рентгеновского излучения. Позднее Артур Комптон разработал и метод наблюдения дифракции рентгеновских лучей на «макроскопических» решетках с микронным периодом. Для этого оказалось необходимым направлять излучение на решетку под малым углом скольжения – менее одного градуса. Эта же идея лежит в основе одного из направлений современной рентгеновской оптики, в которой для транспортировки и фокусировки рентгеновского излучения используются специальные рентгеновские волноводы. В таких волноводах реализовано явление полного внутреннего отражения рентгеновских лучей от границы сред – что также является проявлением их волновых свойств.

Однако, как и в случае оптического излучения, постепенно накопились опытные данные, которые не получалось интерпретировать иначе, как проявлением дискретной (квантовой, фотонной) природы рентгеновского излучения. Эти факты относятся к процессам генерации, рассеяния и поглощения рентгеновских лучей, то есть процессам взаимодействия излучения с веществом – тогда как волновые свойства излучений (как рентгеновского, так и оптического) проявляются при их распространении в пространстве.

4.2. Тормозное излучение

Изобретение рентгеновского спектрометра с «качающимся кристаллом» (Уильям Брэгг, 1913 г.) позволило проводить измерения спектров рентгеновского излучения. Классическая физика позволяла сделать определенные предположения об их ожидаемом виде. Рентгеновские лучи образуются при торможении электронов в веществе антикатада в результате взаимодействия с его атомами. Заряд, движущийся с ускорением (а торможение – движение с ускорением), согласно теории Максвелла, излучает электромагнитные волны. Длительность импульса излучения и его спектр определяются временем, в течение которого электрон тормозится. Электроны будут замедляться с разной скоростью, в зависимости от взаимного расположения их траекторий и положения атомов. Некоторые из электронов остановятся в одном соударении, то есть почти мгновенно. Импульс электромагнитного излучения нулевой длительности характеризуется сплошным и бесконечно широким спектром. Следовательно, спектр излучения рентгеновской трубки должен быть непрерывным и почти бесконечно широким.

Эти естественные предположения оказались верны, но лишь частично. Спектр рентгеновской трубки действительно непрерывен. Если рассматривать его как зависимость спектральной компоненты интенсивности I_λ или потока излучения Φ_λ от длины волны λ , он имеет максимум, медленно спадая при $\lambda \rightarrow \infty$ (все спектры на Рис. 4.2). При этом спектр всегда строго ограничен со стороны малых длин волн. Это не противоречит изложенной выше модели, поскольку остановка электронов атомами происходит все же за конечное время. Коротковолновую границу спектра тормозного рентгеновского излучения λ_{min} назвали «пределом Дуана-Ханта» в честь обнаруживших ее в 1915 г. американских ученых. При этом были установлены следующие экспериментальные факты, которые сложно объяснить в рамках максвелловской модели излучения:

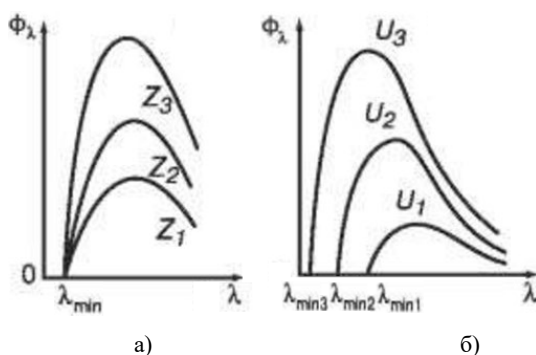


Рис. 4.2. (а) Спектры тормозного излучения рентгеновских трубок с антикатадами из разных материалов (их атомные номера $Z_3 > Z_2 > Z_1$) при одинаковом анодном напряжении; (б) Спектры тормозного излучения одной рентгеновской трубки для разных значений анодного напряжения $U_3 > U_2 > U_1$

- значение предела Дуана-Ханта и форма спектра тормозного излучения не зависят от материала антикатада – им определяется лишь абсолютная мощность излучения (Рис. 4.2а);
- значение предела Дуана-Ханта и положение максимума спектра зависят от анодного напряжения, то есть от энергии электронов, бомбардирующих антикатод (Рис. 4.2б).

Было установлено и количественное соотношение между минимальной длины волны излучения с величиной приложенного к трубке напряжения U . Зависимость оказалась обратно пропорциональной и одинаковой для любых условий эксперимента. Если выражать величину U в киловольтах, эта зависимость выражается формулой:

$$\lambda_{\min} = \frac{12.4}{U} \text{ \AA} \quad (4.1)$$

Универсальность стоящей в числителе константы, ее независимость от сорта атомов антикатада сложно объяснить в рамках классической модели, где положение предела Дуана-Ханта, как кажется, должно определяться максимальной напряженностью электрического поля атома данного сорта, его «жесткостью».

Простое и естественное объяснение этой закономерности получается, если считать тормозное рентгеновское излучение потоком фотонов. Каждый фотон образуется одновременно при передаче излучению некоторой случайной доли энергии электрона, взаимодействующего с веществом. Очевидно, что энергия фотона не может превышать полной энергии электрона eU – электрон не способен передать больше энергии, чем имеет. Поэтому максимальная частота фотона ν_{\max} может быть определена из соотношения

$$h\nu_{\max} = eU \quad . \quad (4.2)$$

Этой частоте соответствует минимальная длина волны $\lambda_{\min} = c / \nu_{\max}$:

$$\lambda_{\min} = \frac{hc}{eU} \quad (4.3)$$

Таким образом, присутствующая в (4.1) экспериментально найденная постоянная $12.4 \text{ \AA} \cdot \text{кВ}$ (сейчас чаще используют запись $1240 \text{ нм} \cdot \text{эВ}$) в действительности является комбинацией мировых констант hc/e – и совпадает с нею численно.

Квантовая теория предлагает также и описание конкретной формы спектров тормозного излучения. Относительно простое квантовомеханическое рассмотрение задачи о взаимодействии свободного электрона с атомом было проведено Хендриком Крамерсом в 1923 г. Для краткости мы его здесь не приводим. Формула, известная как «закон Крамерса», имеет наиболее простой вид в естественном для фотонной модели представлении $I_\nu(h\nu)$:

$$I_\nu(h\nu) = \frac{K}{2\pi c} (h\nu_{\max} - h\nu), \quad \nu \leq \nu_{\max}, \quad (4.4)$$

$$I_\nu(h\nu) = 0, \quad \nu \geq \nu_{\max}$$

Здесь K – постоянная, пропорциональная атомному номеру материала антикатада; граничная частота ν_{max} определяется соотношением (4.2). Формула задает просто-напросто линейный спад спектральной компоненты интенсивности тормозного излучения от нулевой частоты до частоты предела Дуана-Ханта и нулевое значение интенсивности выше этого предела. Экспериментальные зависимости, построенные в таких координатах, подтверждают точность закона Крамерса. Для иллюстрации этого, на Рис. 4.3 представлены реальные спектры тормозного излучения рентгеновской трубки при различных величинах напряжения между катодом и антикатодом.

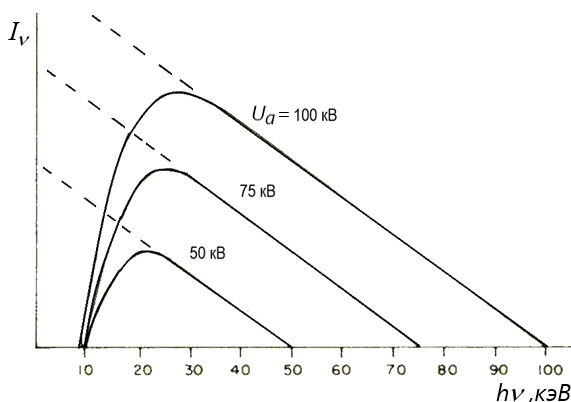


Рис. 4.3. Реальный спектр тормозного излучения рентгеновской трубки в координатах $I_v(h\nu)$ при разных U_a величинах напряжения питания. Пунктиром показана аппроксимация спектра по закону Крамерса

Отклонение от закона Крамерса в области низких частот объясняется поглощением излучения специальным фильтром – алюминиевой пластиной. Такие фильтры устанавливаются на большинстве трубок, используемых в медицине и технике, как раз для подавления «мягкой» части спектра. Излучение этого спектрального интервала бесполезно для практики из-за низкой проникающей способности (малой глубины поглощения в материалах и биологических тканях), но по этой же причине оно способно вызывать ожоги кожи у пациентов или персонала. В отсутствие фильтра или при проведении спектральных измерений непосредственно в вакууме оказывается, что закон

Крамерса остается точным вплоть до частот УФ диапазона.

4.3. Характеристическое излучение

Описанные выше свойства – непрерывный спектр с определенной коротковолновой границей – присущи тормозной составляющей рентгеновского излучения. Однако излучение бомбардируемого электронами антикатада рентгеновской трубки может включать в себя и другую составляющую, совершенно иного спектрального состава. Эта составляющая называется характеристической. Она же появляется и в другой ситуации – когда вещество подвергается действию рентгеновского излучения. Вещество (атомы) при этом могут испускать рентгеновские лучи на частотах, отличных от частот первичного излучения – такое явление называется рентгеновской флуоресценцией. Излучение, формируемое в результате рентгеновской флуоресценции – также характеристическое, его свойства (спектр) идентичны свойствам характеристической компоненты излучения вещества, бомбардируемого электронами.

На Рис. 4.4 показаны спектры излучения рентгеновских трубок с антикатадами из вольфрама и молибдена, измеренные при одинаковом анодном напряжении. Помимо амплитуды, их основное различие состоит в присутствии двух выраженных узких пиков в спектре излучения с молибденового антикатада. По аналогии с линиями оптических спектров атомов, их также называют «спектральными линиями». Именно наборы таких линий и составляют характеристическое излучение.

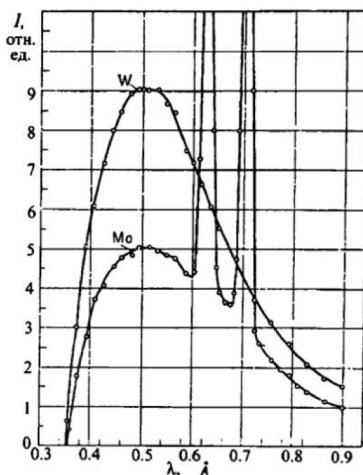


Рис. 4.4. Спектры рентгеновской трубки с антикатадами их вольфрама и молибдена при анодном напряжении 35 кВ

Пики характеристического излучения появляются в спектре рентгеновской трубки, лишь когда анодное напряжение оказывается выше некоторого порога. До этого момента наблюдается только спектр тормозного излучения (Рис. 4.5). При дальнейшем росте напряжения растут амплитуды пиков и их относительный вклад в полную мощность излучения. Положение линий при варьировании напряжения не меняется.

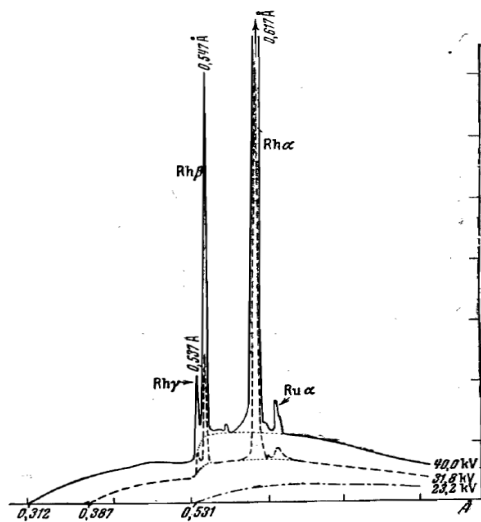


Рис. 4.5. Появление при росте анодного напряжения характеристических линий K -серии для антикатада из родия (Rh) с примесью рутения (Ru)

Каждому элементу соответствует свой набор характеристических линий. Если в составе антикатада присутствуют несколько элементов, в спектре появляются линии каждого из них (при напряжении выше порогового для этого конкретного элемента). В этом состоит сходство характеристического рентгеновского излучения с оптическим излучением атомов. Отличие состоит в том, что спектры рентгеновского излучения не зависят от фазового состояния вещества – линии спектров твердых тел и жидкостей остаются узкими. Благодаря этой особенности, метод рентгеновской флуоресценции (рентгеноспектрального анализа) широко применяется для определения элементного состава веществ – на практике, инициировать испускание веществом характеристических линий в рентгеновском диапазоне удобнее при помощи воздействия на вещество излучения рентгеновской трубки, чем используя для этого электроны.

Генри Мозли в 1913-1914 гг. провел систематическое измерение длин волн характеристических линий рентгеновских спектров разных элементов и установил следующее. Характеристические рентгеновские спектры всех

элементов похожи друг на друга и претерпевают закономерные изменения при переходе от элемента к элементу (Рис. 4.6). Характеристические линии образуют группы («серии»). Для разных элементов серии имеют сходную структуру и смещаются в сторону коротких волн при увеличении атомного номера Z (Рис. 4.7).

K -серия – группа линий с наименьшей длиной волны – имеет самую простую структуру. Наиболее яркой и длинноволновой из линий этой серии присвоили наименование K_α (на самом деле это дублет из близкорасположенных линий α_1 и α_2). Следующая по яркости и частоте в K -серии – линия K_β , и т.д. Серия

L объединяет линии с большей длиной волны, за ней для тяжелых элементов следуют серии M , N и O (Рис. 4.7).

Мозли обнаружил также, что значения обратного корня из длины волны любой линии (например, K_α) для элементов, взятых в порядке атомных номеров, образуют арифметическую прогрессию (Рис. 4.8). Это позволило уточнить

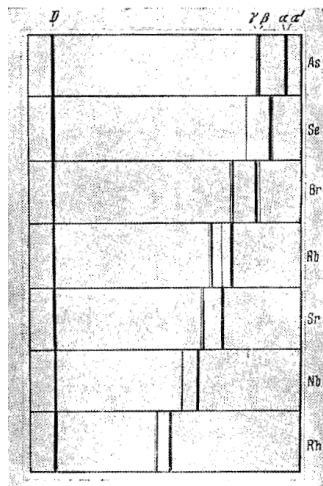


Рис. 4.6. K -серии спектров характеристического рентгеновского излучения атомов нескольких элементов, расположенные в порядке роста атомного номера

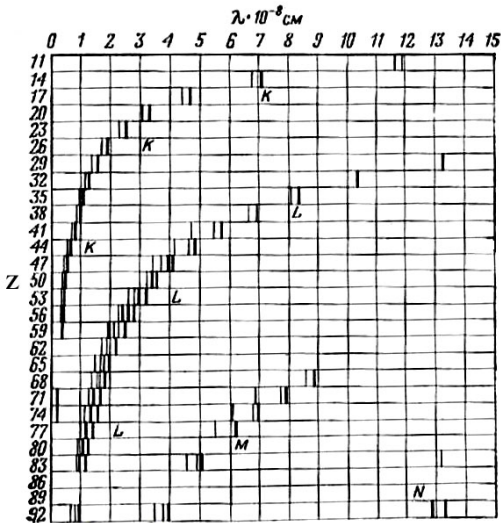


Рис. 4.7. Линии характеристических спектров в зависимости от атомного номера Z элемента с выделением спектральных серий (по Зигбану и Торесу, 1926)

порядок следования элементов в периодической системе и найти в ней все пропуски.

Количественное выражение закона Мозли:

$$\sqrt{\frac{1}{\lambda R}} = a(Z - s), \quad (4.5)$$

где Z – атомный номер элемента; R – постоянная Ридберга (та же, что для оптических спектров); a и s – величины, постоянные для линий одной серии; λ –

длина волны характеристической линии элемента. В частности, для линии K_α :

$$a = 0.86 \approx \sqrt{\frac{3}{4}} \quad \text{и} \quad s \approx 1$$

Поэтому для элемента Z обратная длина волны линии K_α равна

$$\frac{1}{\lambda_{K_\alpha}} = R \cdot \frac{3}{4} \cdot (Z - 1)^2 = R(Z - 1)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \quad (4.6)$$

Для линии K_β в последнем знаменателе « 2^2 » нужно заменить на « 3^2 », и т.д.

Формула (4.6) записана таким образом, чтобы подчеркнуть ее сходство с формулами Бальмера (2.2) и Ридберга (2.3) для оптических спектров атомарного водорода и щелочных металлов. Это сходство не случайно, оно естественно объясняется в свете квантовых представлений.

Согласно этим представлениям, характеристическое излучение возникает в результате релаксации возбужденных атомов. Возбуждение происходит в результате действия на атом электрона или фотона, обладающего достаточной энергией для перевода какого-то из электронов атома в незанятое состояние. Энергии внутренних электронных состояний в атомах дискретны, но

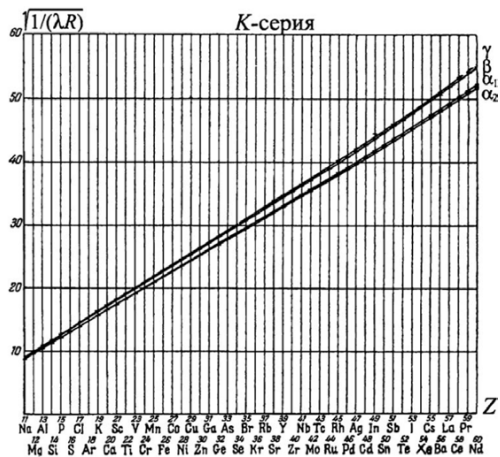


Рис. 4.8. Зависимость обратного корня из длины волны характеристических линий K -серии от атомного номера элемента

получивший энергию электрон может перейти и в состояние «континуума» – сплошного спектра состояний, занимая которые электрон может покинуть атом, вызвав его ионизацию. Излучение характеристического спектра появляется в ходе обратного процесса снятия возбуждения, когда вакансии глубоких электронных оболочек заполняются электронами с более высоких состояний. Такие переходы с одного внутреннего уровня на другой (их энергии дискретны) будут связаны с испусканием фотонов, спектр энергий (и длин волн) которых также дискретен.

Для многоэлектронных атомов отличие рентгеновского излучения от оптического состоит в том, что рентгеновские фотоны испускаются при переходе электронов на внутренние оболочки, где электрон сильно связан с ядром. Оптическое излучение испускается при переходах между внешними оболочками. Многие физические и химические свойства атомов определяются именно внешними оболочками (Рис. 4.9), параметры которых «периодически»

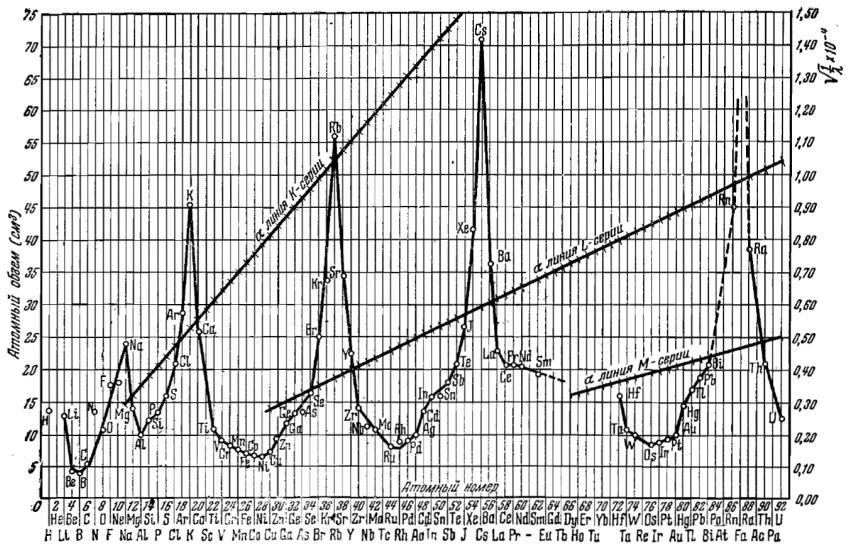


Рис. 4.9. Графики зависимостей от атомного номера для двух количественных характеристик атомов элементов. Прямые линии – длины волн спектральных линий серий K, L и M, отражающие свойства внутренних электронных оболочек атомов. Ломаная «периодическая» линия – атомарный объем, определяемый внешними оболочками

(по Д.И. Менделееву) зависят от атомного номера. Однако это не относится к энергии связи внутренних электронов с ядром. Воздействие на эту связь внешних электронов пренебрежимо мало, поэтому энергия этой связи меняется с атомным номером (зарядом ядра) монотонно.

Для атома водорода такое различие отсутствует, поскольку электрон в этом атоме всего один. Энергия его связи с ядром невелика из-за малого (в сравнении с другими атомами) заряда ядра. *K*-серия характеристического излучения водорода лежит не в рентгеновском, а в УФ диапазоне и называется серией Лаймана. *L*-серия – это серия Бальмера и т.д.

Отметим еще одно отличие рентгеновского излучения от оптического, которое также находит объяснение в рамках фотонной модели излучения и постулатов Бора. Рентгеновское излучение, в противоположность оптическому, почти невозможно получить путем нагрева вещества (за исключением случаев экстремальных температур звезд, плазмы токамаков и т.д.). Это объясняется опять же большой энергией связи электронов внутренних оболочек атомов, которая может достигать десятков кэВ. Для создания вакансии на такой оболочке требуется разово предать атому соответствующую порцию энергии – много больше kT , среднего кванта энергии теплового движения и теплового излучения. Такая порция энергии может быть получена немногими способами – в частности, от высокоэнергетичного электрона или от первичного рентгеновского кванта. Именно эти пути получения рентгеновского излучения и используются на практике.

4.4. Поглощение рентгеновского излучения в веществе

Вопрос о закономерностях ослабления рентгеновского излучения при его прохождении через вещества представляет научный интерес и важен для практики: для медицинских и технических применений рентгеновских лучей, а также для построения радиационной защиты.

Механизмы ослабления излучения подразделяют на поглощение (перевод

энергии излучения в тепловую энергию) и рассеяние. Одной из особенностей рентгеновских лучей по сравнению с оптическим излучением является более высокий относительный вклад рассеяния в полное ослабление. Рассеяние рентгеновских лучей может быть упругим и неупругим. Под неупругим понимается рассеяние с изменением частоты: рентгеновская флуоресценция может быть классифицирована как один из видов неупругого рассеяния.

Для рентгеновских лучей характерна сильная зависимость ослабления от частоты. Поэтому коэффициенты поглощения, рассеяния и ослабления измеряют или рассчитывают как функции частоты или длины волны.

Еще одной особенностью рентгеновского излучения (экспериментальным фактом) является то, что взаимодействие излучения с веществом происходит в виде его взаимодействия с каждым атомом в отдельности, локально. Это позволяет, несколько упрощенно, написать следующее.

Уменьшение интенсивности лучей $-dI$ при прохождении тонкого слоя вещества dx должно быть пропорциональным толщине слоя (то есть числу встреченных атомов) и самой интенсивности:

$$-dI = \mu I dx, \quad (4.7)$$

Коэффициент μ с размерностью $[m^{-1}]$ называют линейным коэффициентом ослабления. Решение уравнения (4.7) имеет вид

$$I(x) = I_0 \exp(-\mu x), \quad (4.8)$$

где I_0 – начальная интенсивность излучения на границе среды, при $x=0$.

Явления, вызывающие рассеяние и поглощение, независимы друг от друга, поэтому их вероятности складываются. Это позволяет ввести отдельные коэффициенты для рассеяния σ и для поглощения τ , причем

$$\mu = \tau + \sigma. \quad (4.9)$$

Помимо линейных, используются массовые коэффициенты. Например, массовый коэффициент ослабления:

$$\mu_m = \mu / \rho, \quad (4.10)$$

где ρ – массовая плотность. Размерность μ_m – $[m^2/kg]$. Излучение ослабится в e раз после прохождения слоя вещества массой $1/\mu_m$ (в kg/m^2).

Использование массовых коэффициентов на практике может быть удобно по нескольким причинам. Во-первых, при проектировании радиационной защиты может быть важна не толщина, а масса защитного экрана. Но главное удобство может быть связано с упрощением некоторых расчетных соотношений при использовании именно массовых коэффициентов.

Последнее замечание относится, в частности, к коэффициентам рассеяния – массовые коэффициенты рассеяния многих веществ близки или одинаковы, тогда как линейные коэффициенты могут существенно различаться из-за различной массовой плотности. Дело в том, что рентгеновское излучение рассеивается почти исключительно электронами атомов. А количества электронов в расчете на один килограмм массы для многих химических элементов близки – на каждый электрон приходится по одному протону и приблизительно по одному нейтрону в ядре. Исключение составляют водород, ядра которого редко содержат нейтроны, и тяжелые элементы, где соотношение между протонами и нейтронами смещено в пользу нейтронов. Помимо этого, электроны внутренних оболочек тяжелых элементов практически не участвуют в рассеянии рентгеновского излучения из-за эффекта экранирования и сильной связи с ядром.

Еще одной особенностью рассеяния является слабая зависимость его коэффициента от частоты излучения: теория Томсона, основанная на положениях классической механики и электродинамики, предсказывает просто отсутствие такой зависимости – и дает достаточно точное описание поведения коэффициента рассеяния.

Ситуация с поглощением сложнее: простое количественное теоретическое описание этого явления отсутствует, теория слишком сложна для изложения в данном курсе. Общие тенденции состоят в том, что рентгеновское излучение значительно сильнее поглощается тяжелыми элементами, нежели легкими – даже если говорить о массовом, а не о

линейном коэффициенте поглощения. При этом длинноволновое излучение поглощается сильнее коротковолнового.

Эмпирическая формула для массового коэффициента поглощения имеет вид:

$$\tau_m = c_i \lambda^3 Z^3, \quad (4.11)$$

где c_i – постоянная. При этом иногда используют и несколько иную приближенную формулу:

$$\tau_m = c_i \lambda^3 Z^4 \quad (4.12)$$

В любом случае, для тяжелых элементов этот закон выполняется только для отдельных интервалов длин волн, между которыми на графике зависимости коэффициента поглощения от длины волны излучения имеются скачки. Они наблюдаются при значениях длины волны несколько меньших, чем длины волн серий характеристического излучения (K, L, M) соответствующего элемента (Рис. 4.10).

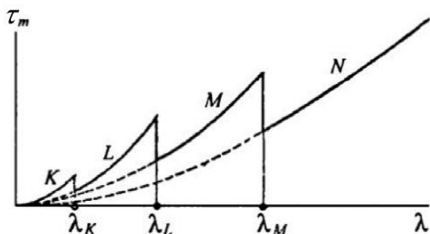


Рис. 4.10. Типичный вид спектральной зависимости коэффициента поглощения рентгеновского излучения для элемента с большим атомным номером

«Слева» от каждого такого порога (при меньших длинах волн) регистрируется и само вторичное характеристическое излучение соответствующей серии. Так проявляется описанное выше явление рентгеновской флуоресценции. Для разных элементов пороговые длины волн, естественно, различны. Из-за этого для некоторых интервалов значений длины волны может нарушаться общее правило, согласно которому коэффициент поглощения выше для элемента с большим атомным номером (Рис. 4.11).

Таким образом, характер спектров излучения и поглощения рентгеновских лучей свидетельствует о том, что атомам присущи

характеристические значения длин волн или частот – в соответствии с постулатом Бора. Каждому элементу соответствуют собственные наборы таких значений, изменяющиеся регулярным и монотонным образом с изменением атомного номера (заряда ядра) элемента.

Объяснить факт существования частотных порогов (а не, например, резонансных пиков) в рамках

классической физики не получается. В то же время, в рамках квантовой модели такое поведение легко объяснимо. Объяснение сходно с тем, которое использовал Эйнштейн для описания фотоэффекта. Энергия рентгеновского излучения переносится квантами (порциями) $h\nu = hc/\lambda$. Если этой порции достаточно для перевода атома в возбужденное (или сверхвозбужденное – с выбросом электрона из атома) состояние, такая порция может быть поглощена. С ростом частоты излучения (уменьшением λ) в процесс поглощения включаются электроны все более «глубоких» оболочек. При $h\nu$, равном энергии связи электрона очередной оболочки (точнее, энергии связи за вычетом энергии первого незанятого состояния), и наблюдаются скачки коэффициента поглощения.

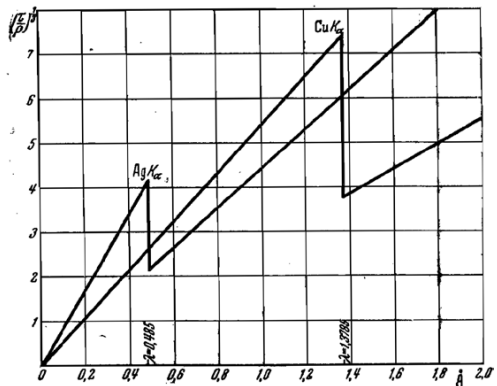


Рис. 4.11. Спектральные зависимости массового коэффициента поглощения для меди и серебра. Указаны длины волн K_{α} линий элементов. Ход зависимостей между порогами линейен, поскольку по вертикальной оси отложен кубический корень из коэффициента поглощения (см. ф-лу (4.11))

4.5. Эффект Комптона

Многие исследователи свойств рентгеновских лучей отмечали на качественном уровне изменение их состава при рассеянии – появление более «мягкой» составляющей, имеющей пониженную проникающую способность.

Одно из таких проявлений – рентгеновская флуоресценция с генерацией характеристического излучения (Ч. Баркла, 1906). После создания спектрометра «с качающимся кристаллом» (У. Брэгг, 1913) появилась возможность измерения рентгеновских спектров с достаточным разрешением. В 1922-1923 гг. подробные исследования спектров рассеянного излучения были проведены Артуром Комптоном.

Схема эксперимента Комптона представлена на Рис. 4.12. В качестве первичного излучения Комптон использовал излучение K_α линии молибдена с длиной волны 0.71 \AA . Это излучение попадало на рассеивающий материал (графит), и из рассеянного излучения системой диафрагм вырезался узкий луч,

направлявшийся на вход спектрометра. Рентгеновская трубка R и рассеиватель C могли вращаться как целое внутри свинцового экрана Pb , причем ось вращения проходила через рассеиватель. Таким

способом варьировался угол рассеяния ϑ – угол между направлением пада-

ющего на рассеиватель излучения и направлением рассеянного луча, выбранного для спектрального анализа.

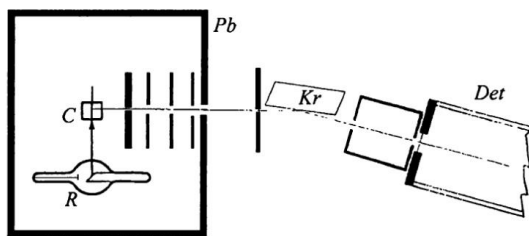


Рис. 4.12. Установка А. Комптона для измерения длин волн рассеянного рентгеновского излучения (1922 г.). R – рентгеновская трубка; C – рассеиватель из углерода; Kr – «качающийся кристалл» исландского шпата (основной элемент рентгеновского спектрометра); Det – ионизационный детектор излучения.

На графиках Рис 4.13 показаны результаты измерений: зависимости интенсивности от угла поворота кристалла спектрометра (соответствующего той или иной длине волны) для трех разных углов рассеяния ϑ . В спектре рассеянного излучения, помимо пика первичной частоты, присутствует еще один пик, сдвинутый в сторону меньших частот. При этом, что наиболее удивительно, его спектральное положение зависит от угла рассеяния ϑ – то есть фактически от направления наблюдения.

Максвелловская теория электромагнетизма и теория рассеяния Томсона не объясняют самого факта рассеяния на частоте, отличной от частоты первичного излучения, поскольку рассеянное излучение там создается электронами, осциллирующими в поле первичной волны. Частота их колебаний не может отличаться от частоты первичной волны, выступающей в роли вынуждающей силы.

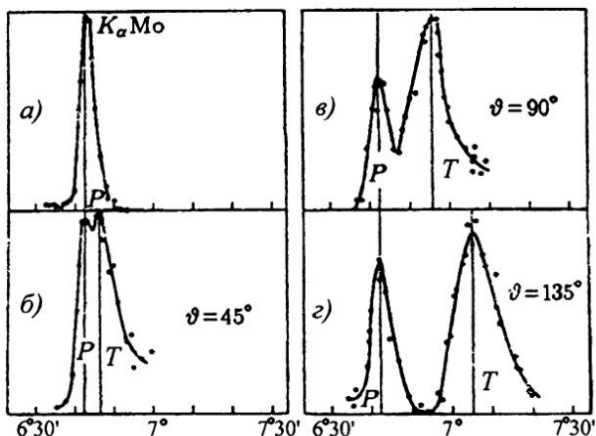


Рис. 4.13. Спектры первичного (а) и рассеянного излучения (б-д) для трех углов рассеяния ϑ (А. Комптон, 1923 г.). Линия Р находится на той же частоте, что и изначальное излучение, вызвана рассеянием на сильно связанных электронах. Линия Т отличается по частоте в силу передачи части энергии слабо связанным электронам при рассеянии

Дополнительный пик не может быть и пиком характеристического излучения рассеивателя, поскольку его частота зависит от угла рассеяния. Кроме того, опыт был повторен с разными материалами рассеивателя – ни частота дополнительного спектрального пика, ни вид ее зависимости от угла рассеяния ϑ не менялись.

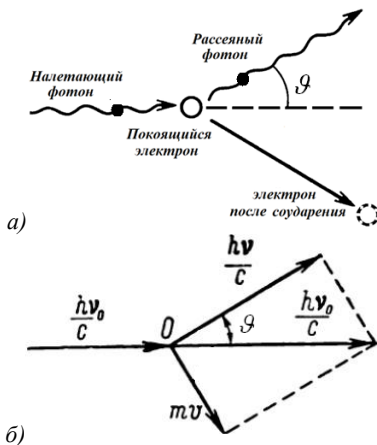
Комптон предложил объяснение полученному результату, основанное на фотонной модели электромагнитного излучения и базовых формулах специальной теории относительности. В его модели фотон и свободный, не взаимодействующий с ядром электрон рассматривались как частицы. Фотону энергии $\varepsilon_\phi = h\nu$ приписывался механический импульс, величина которого была получена простым, хотя и нестрогим, способом. Примем, что масса покоя фотона равна нулю. Однако его полная релятивистская масса m_ϕ должна удовлетворять соотношению Эйнштейна $\varepsilon_\phi = m_\phi c^2$. Поэтому

$$m_{\phi} = \epsilon_{\phi} / c^2 = h\nu / c^2 \quad . \quad (4.13)$$

Скорость движения фотона равна скорости света c . Поэтому его импульс:

$$p_{\phi} = m_{\phi} \cdot c = h\nu / c \quad (4.14)$$

Комптон рассмотрел задачу рассеяния фотона на свободном электроне как кинематическую задачу упругого взаимодействия частиц с выполнением законов сохранения энергии и импульса (Рис. 4.14а). Изначально электрон покоится, после взаимодействия приобретает скорость и кинетическую энергию (поэтому его называют «электроном отдачи»). Следовательно, энергия фотона должна уменьшиться. Вследствие связи между энергией и частотой, частота рассеянного излучения будет меньше частоты первичного – что соответствует результатам эксперимента. Для количественного рассмотрения обозначим (Рис. 4.14б):



ϑ – угол рассеяния (см. рисунок);

ν_0 и ν – частоты первичного (налетающего) и рассеянного фотонов; m_0 – масса покоя электрона;

v – скорость электрона после соударения;

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - (v^2 / c^2)}} \quad (4.15)$$

– релятивистская масса электрона после соударения.

Закон сохранения энергии запишется:

$$h\nu_0 + m_0c^2 = h\nu + mc^2 \quad (4.16)$$

Рис. 4.14. (а): схема комптоновского рассеяния фотона на свободном электроне; (б) соответствующая кинематическая диаграмма – к закону сохранения импульса

Кинетическая энергия электрона включена здесь в его релятивистскую массу.

Закон сохранения импульса требует, чтобы вектор импульса налетающего фотона был равен векторной сумме импульсов фотона и электрона после соударения. Это условие графически отображено на Рис. 4.14б. Из него по теореме косинусов следует условие для абсолютных величин импульсов (к сожалению, скорость и частота имеют близкое написание, различать их можно по присутствию постоянной Планка перед частотой):

$$m^2 v^2 = \left(\frac{h\nu_0}{c} \right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c} \right)^2 - 2 \frac{h^2}{c^2} \nu \nu_0 \cos \vartheta \quad (4.17)$$

Зададим начальные условия: частоту налетающего кванта ν_0 и угол рассеяния ϑ . Неизвестными переменными останутся три величины: скорость v и связанная с ней релятивистская масса m электрона после соударения, а также частота рассеянного фотона ν . Для их определения имеются три уравнения (4.15)-(4.17), что позволяет получить однозначное решение задачи.

После ряда преобразований можно исключить переменные, связанные с электроном отдачи и прийти к соотношению, связывающему частоту рассеянного фотона ν с его начальной частотой ν_0 и углом рассеяния ϑ :

$$\frac{c}{\nu} - \frac{c}{\nu_0} = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\vartheta}{2} \quad (4.18)$$

Переходим к длинам волн $\lambda_0 = c/\nu_0$ и $\lambda = c/\nu$ и получаем выражение для сдвига длины волны рассеянного излучения по Комптону:

$$\lambda - \lambda_0 = \Delta\lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\vartheta}{2}, \quad (4.19)$$

Здесь

$$\Lambda = \frac{h}{m_0 c} = 0.0242 \text{ \AA} \quad (4.20)$$

– комбинация мировых констант, называемая *комптоновской длиной волны*.

По результату приведенного рассмотрения, при рассеянии под углом $\vartheta = 90^\circ$ приращение длины волны рассеянного излучения $\Delta\lambda$ всегда должно

равняться Л. Комптон в опытах с рассеянием излучения K_α линии молибдена ($\lambda \approx 0.71 \text{ \AA}$, $h\nu \approx 17.5 \text{ кэВ}$) на графите для угла рассеяния 90° (Рис. 4.13е) получил $\Delta\lambda \approx 0.023 \text{ \AA}$, что можно считать великолепным совпадением с предсказанием его же теории. При этом не только величина $\Delta\lambda$, но и предсказываемая моделью ее угловая зависимость отлично соответствовала экспериментальным данным.

То же можно сказать о зависимости длины волны рассеянного излучения от материала рассеивателя. В модели рассеяние происходит на свободном (слабо связанном с атомом) электроны, поэтому зависимость от сорта атома отсутствует. Независимость величины сдвига дополнительной спектральной линии от материала рассеивателя Комптон подтвердил экспериментально (Рис. 4.15). Приведенные графики показывают также, что, помимо комптоновской линии, в спектре присутствует и составляющая на частоте первичного излучения. Ее амплитуда увеличивается с ростом атомной массы рассеивателя. То, почему эта составляющая вообще существует, требует объяснения.

В дальнейшем было показано, что эта несмещенная составляющая в спектре рассеянного излучения – результат рассеяния на связанном электроны, называемого «рэлеевским рассеянием». В тяжелых атомах некоторые из электронов сильнее взаимодействует с

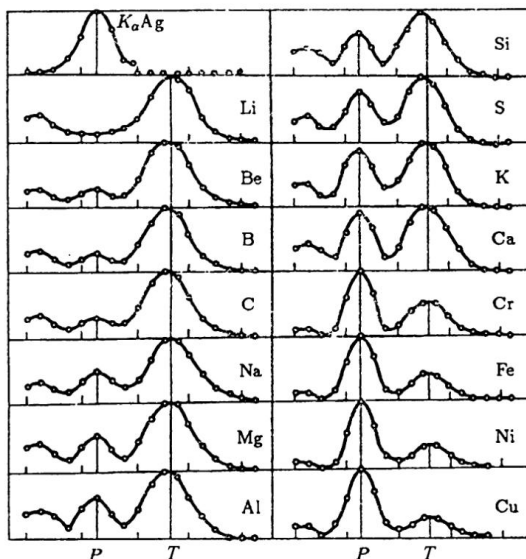


Рис. 4.15. Результаты опыта Комптона: спектры излучения, рассеянного мишенями из разных элементов (в порядке роста атомного номера) при фиксированном угле рассеяния. Первичное излучение (первый спектр) – K_α линия серебра, $\lambda=0.563 \text{ \AA}$, $h\nu=22.16 \text{ кэВ}$

ядром. Такой электрон несвободен – он не может покинуть атом в результате воздействия излучения, но может его рассеивать. Ни комптоновская, ни ранее упоминавшаяся томсоновская модели рассеяния, рассматривающие электрон как свободный, в данном случае неприменимы. В квантовом рассмотрении, импульс рассеиваемого фотона здесь предается не отдельному электрону, а атому в целом, то есть в основном ядру. А для ядра комптоновская длина волны $\Lambda = h/mc$ очень мала из-за большой массы, стоящей в знаменателе.

Тем самым, находит объяснение и невозможность наблюдения эффекта Комптона в оптическом диапазоне: по отношению к фотонам с энергиями порядка эВ все электроны являются сильносвязанными. Для оптического излучения характерно именно рэлеевское, то есть упругое рассеяние.

Результаты Комптона вызвали более чем оживленные дискуссии. В частности, отмечалось, что при демонстрации корпускулярных свойств рентгеновского излучения Комpton использовал явление дифракции на кристалле рентгеновского спектрометра (Рис. 4.12), имеющее однозначно волновой характер. То есть одно и то же излучение сначала при рассеянии проявляло себя как поток частиц, а затем в спектрометре – как электромагнитная волна.

Таким образом, в физическом описании свойств рентгеновского (и в целом электромагнитного) излучения явно имелись противоречия, для разрешения которых требовалась более общая теория, объединяющая волновую и корпускулярную модели как предельные случаи. Компромиссным и как бы временным решением стала концепция *корпускулярно-волнового* (квантово-волнового) *дуализма* электромагнитного излучения – признание его способности проявлять себя, в зависимости от условий, либо в виде классической волны, либо в виде потока фотонов, имеющих свойства классических частиц.

4.6. Эксперименты с рентгеновскими фотонами

Подтверждение комптоновской модели рассеяния в веществе и дискретной природы рентгеновского излучения было получено не только по спектрометрическим данным, но и более прямым образом – с помощью камеры Вильсона. В этом устройстве визуализируются треки заряженных элементарных частиц, оставляющих за собой цепочки капель тумана во влажном воздухе. Трек рентгеновского кванта не может быть зарегистрирован непосредственно, однако могут наблюдаться треки электронов, получающих энергию от фотонов рентгеновского излучения.

Одно из изображений таких треков, полученное самим Чарльзом Вильсоном в 1923 г., представлено на Рис. 4.16. Источником излучения служила рентгеновская трубка с $U_a = 45$ кВ. Узкий пучок излучения вводился в камеру Вильсона (это место показано стрелкой) и распространялся горизонтально. Длинные изогнутые треки на изображении соответствуют фотоэлектронам, выбитым из атомов при поглощении рентгеновских лучей (см. раздел 4.4). При фотопоглощении электрон получает большую энергию – всю энергию рентгеновского фотона (45 кэВ) за вычетом энергии связи электрона в атоме (для атмосферных газов – менее 1 кэВ). В воздухе такие электроны движутся по длинным изогнутым траекториям, взаимодействуя со многими атомами и постепенно теряя энергию. Наблюдение таких треков еще

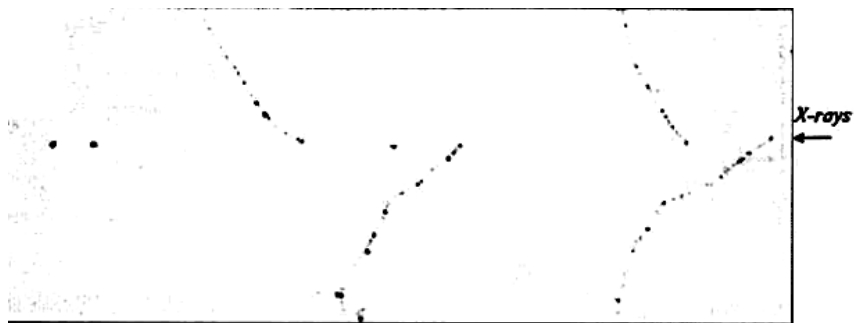


Рис. 4.16. Треки фотоэлектронов и комптоновских «электронов отдачи» в камере Вильсона (1923 г.) – негативное изображение. Можно выделить 4 длинных (фотоэлектроны) и три коротких, точечных трека (электроны отдачи при комптоновском рассеянии)

раз демонстрирует дискретный характер рентгеновского излучения и большую величину энергии его кванта.

Помимо длинных треков, на приведенной на Рис. 4.16 фотографии можно увидеть три жирные точки на горизонтальной линии прохождения рентгеновского луча. При большем увеличении (которого Вильсон добивался снижением давления воздуха) можно рассмотреть, что эти точки в действительности являются короткими треками электронов с низкой начальной энергией. Именно такой энергией должны обладать большинство «электронов отдачи», покидающих атомы при комптоновском рассеянии фотонов.

Комптон отметил, что соотношение количеств треков двух типов должно отражать соотношение коэффициентов рассеяния и поглощения рентгеновских лучей. Он провел дополнительные эксперименты с камерой Вильсона, где определял количество «длинных» и «коротких» электронных треков при различных напряжениях на рентгеновской трубке. Полученная статистика действительно хорошо соответствовала отношению коэффициентов поглощения и рассеяния рентгеновских лучей разных длин волн.

Таким образом, фотонная модель комптоновского рассеяния рентгеновского излучения получила независимое подтверждение на основании данных экспериментов с камерой Вильсона. Помимо этого, факт дискретности рентгеновского излучения был доказан и в экспериментах со счетчиками Гейгера.

Это счетчик изначально был изобретен Хансом Гейгером для работы с другим видом ионизирующего излучения – с альфа-частицами. Устройство счетчика и схема его подключения представлены на Рис. 4.17. Резерфорд и Гейгер направляли α -частицы от радиевого источника в специальную камеру, где между высоковольтным электродом (центральной нитью) и внешней стенкой было приложено напряжение, близкое к порогу пробоя. Ионизация газа альфа-частицей вызывала пробой, который быстро прекращался

благодаря разряду конденсатора «С» (на Рис. 4.17б), и предпробойное напряжение на счетчике восстанавливалось. Таким образом, число пробоев равнялось числу попавших в счетчик альфа-частиц. Позднее счетчик Гейгера стали использовать и для регистрации других видов излучений, которые также вызывают ионизацию газов, облегчая пробой газовых промежутков.

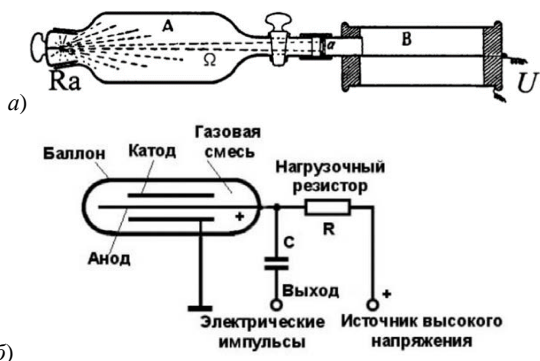


Рис. 4.17. (а) Схема опыта с альфа-частицами, где впервые использовался счетчик Гейгера, сам счетчик обозначен как «В»; (б) электрическая схема включения счетчика Гейгера

Когда после экспериментов Комптона возможность непосредственного обнаружения квантов излучения стала исследоваться многими учеными, немецкий физик Вальтер Боте провел два эксперимента с использованием счетчиков Гейгера, которые считаются классическими. Он разработал и использовал «метод совпадений», широко применявшийся впоследствии в физике элементарных частиц.

В первом из его опытов (Рис. 4.18) рентгеновское излучение небольшой интенсивности направлялось «с торца» на тонкую железную или медную фольгу, подвешенную между двумя счетчиками Гейгера. Первичное излучение в объем счетчиков не попадало и не вызывало их срабатывания. Но оно было достаточно жестким для возбуждения

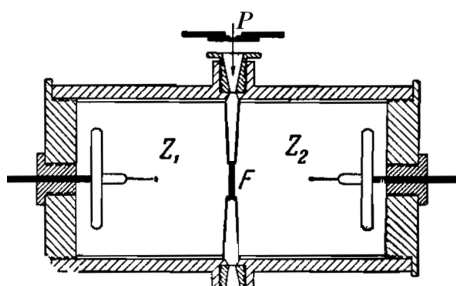


Рис. 4.18. Экспериментальный прибор Боте для опыта с симметрично расположенными счетчиками Гейгера. P – ввод первичного рентгеновского излучения; Z₁ и Z₂ – счетчики Гейгера; F – тонкая фольга (источник излучения рентгеновской флуоресценции)

характеристического излучения материала фольги, и уже это излучение попадало в счетчики Гейгера. Если бы оно распространялось в виде сферических электромагнитных волн, можно было бы ожидать всегда одновременного срабатывания счетчиков – в силу симметрии системы. В действительности же счетчики срабатывали независимо друг от друга. Число одновременных срабатываний не превышало ожидаемого числа случайных совпадений. По итогам опыта был сделан вывод, что характеристическое рентгеновское излучение распространяется в виде направленных фотонов, попадающих либо в один, либо в другой счетчик, но никогда не в оба сразу.

Второй опыт, в постановке которого принимал участие и сам Ханс Гейгер, иллюстрируется

Рис. 4.19. Он имел целью подтверждение факта одновременности появления фотона и электрона отдачи при комптоновском рассеянии. Узкий пучок рентгеновских лучей проходил в атмосфере водорода между двумя счетчиками Гейгера.

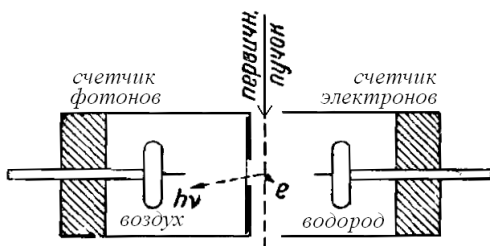


Рис. 4.19. Схема опыта Боте и Гейгера по проверке одновременности появления электрона отдачи и фотона при комптоновском рассеянии

Водород слабо поглощает рентгеновские лучи, но достаточно сильно их рассеивает. Поэтому заполненный водородом правый счетчик слабо реагировал на рентгеновские лучи, но эффективно регистрировал электроны отдачи. Второй, левый счетчик был заполнен более тяжелым газом (воздухом), а вход его был перекрыт тонкой платиновой фольгой, останавливавшей электроны отдачи. Он срабатывал (правда, не со 100% вероятностью) при попадании в него рассеянного фотона. В идеальных условиях (и при справедливости комптоновской модели) счетчики всегда должны были бы срабатывать одновременно. В реальности это было не совсем так. Однако число совпадений было слишком большим, чтобы их можно было считать

случайными – оценка такой вероятности авторами опыта равнялась 1/150 000. Комптоновская фотонная модель рассеяния рентгеновского излучения получила еще одно экспериментальное подтверждение.

Таким образом, по результатам этих и многих других экспериментов, в настоящее время справедливость фотонных представления о природе электромагнитного излучения не вызывает сомнений.

5. Фотоны, корпускулярно-волновой дуализм и квантовая электродинамика

5.1. Регистрация отдельных фотонов

Дискретная, квантовая природа электромагнитного излучения не только учитывается, но и используется на практике, в частности, при создании приемников оптического излучения. Важнейшими параметрами оптических систем обработки и передачи информации являются быстродействие и энергоэффективность. Комбинация малой мощности обрабатываемого сигнала и малого времени его обработки и передачи означает, что регистрироваться должны минимальные количества квантов излучения. В наиболее современных системах речь может идти и о единственном кванте. Для этого выработаны специальные подходы, основным из которых является отказ от измерения средней мощности излучения и переход к режиму счета отдельных фотонов.

Известно, что отдельные фотоны могут регистрироваться человеческим глазом. Но для технических применений разработаны специальные фотодетекторы, которые лучше справляются с этой задачей. Исторически первым таким детектором является фотоэлектронный умножитель (ФЭУ). Этот прибор был изобретен в начале 1930х гг. Леонидом Кубецким и широко применяется до настоящего времени.

ФЭУ – вакуумное устройство, принцип действия которого основан на использовании явления вторичной электронной эмиссии, то есть эмиссии твердым телом электронов при его электронной бомбардировке. Коэффициент

вторичной эмиссии – отношение числа эмитированных электронов к числу бомбардирующих. Он зависит от свойств материала, энергии бомбардирующих электронов и угла их падения. При оптимальных условиях он достигает нескольких единиц.

В ФЭУ световой квант поглощается фотокатодом, нанесенным на внутреннюю поверхность вакуумной колбы (Рис. 5.1). При этом в вакуум эмитируется электрон, который далее ускоряется напряжением величиной порядка 100 В и направляется на первый динод – специальный электрод с высоким значением коэффициента вторичной эмиссии. Как следствие, из первого динода вылетает уже несколько электронов. Они ускоряются и

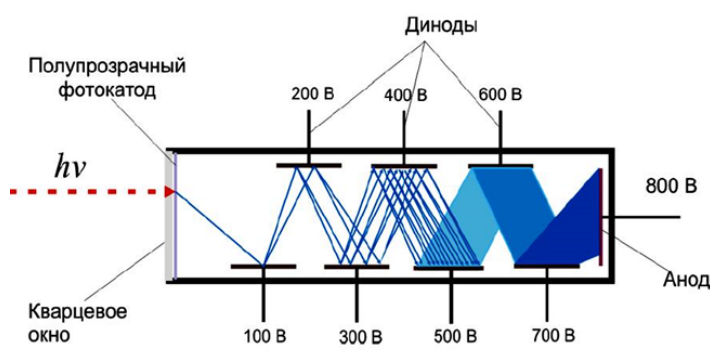


Рис. 5.1. Конструкция фотоэлектронного умножителя (ФЭУ)

направляются на второй динод, и т.д. На последний электрод (анод) приходит импульс тока, переносимый большим числом (10^6 - 10^8) электронов. Эти импульсы, каждый из которых был инициирован поглощением одного фотона, далее обрабатываются электронными схемами. При большом световом потоке измеряется средний ток анода, пропорциональный световому потоку. При малом световом потоке ФЭУ используют в режиме счета фотонов.

После изобретения ФЭУ они стали использоваться в качестве стандартных устройств для определения параметров различных излучений – не только оптического диапазона, но, при некоторой доработке, также и рентгеновского и гамма-диапазонов. Фотокатод ФЭУ слишком тонок, чтобы

полностью поглотить энергию рентгеновского излучения. Поэтому перед входом ФЭУ ставится слой сцинтиллятора (Рис. 5.2), который поглощает первичное жесткое излучение и превращает его в оптические фотоны. В качестве материала сцинтиллятора может быть использован, например, кристалл NaI или пластик. Часть оптических фотонов из сцинтиллятора попадает на фотокатод ФЭУ и преобразуется в импульс тока. Считая эти импульсы, определяют флюенс (количество за заданное время) фотонов ионизирующих излучений, попавших на детектор.

Однако оказалось, что комбинация ФЭУ и сцинтиллятора позволяет измерять не только флюенс, но и спектры рентгеновского и гамма-излучения.

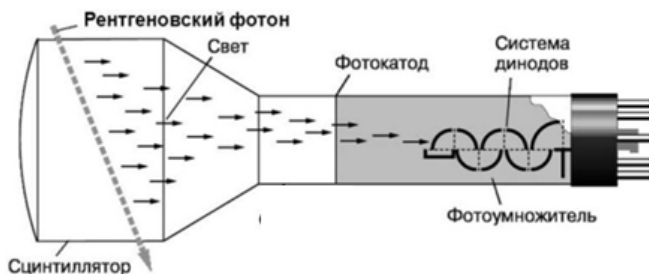


Рис. 5.2. Конструкция сцинтилляционного датчика энергодисперсионного спектрометра рентгеновского и гамма-диапазонов

Импульс тока ФЭУ в представленной на Рис. 5.2 системе вызывается приходом на фотокатод не одного, а сразу многих оптических фотонов-«потомков» одного рентгеновского. Их количество пропорционально энергии первичного рентгеновского кванта. Если поток первичных фотонов мал и создаваемые ими импульсы тока не перекрываются по времени, можно провести статистический анализ амплитуд импульсов и на его основе получить энергетический спектр потока первичного излучения. Таким образом, на основе ФЭУ и сцинтилляционного датчика можно построить спектрометр рентгеновского излучения. Эти спектрометры называют энергодисперсионными – в отличие от волнодисперсионных спектрометров,

использующих явление брэгговской дифракции.

ФЭУ и устройства на их основе по-прежнему широко используются в научном и специальном оборудовании, но с точки зрения современной техники их критическими недостатками являются большие размеры и потребность в высоких питающих напряжениях. Поэтому в последнее время они активно замещаются приборами, использующими полупроводниковые технологии. Для работы в режиме счета фотонов чаще всего используются лавинные фотодиоды. По принципу действия лавинный фотодиод сходен с ФЭУ и со счетчиком Гейгера – про них даже пишут, что они работают «в гейгеровском режиме». Такой фотодиод представляет собой многослойную полупроводниковую структуру, которая схематически показана на Рис. 5.3. Поглощаемый в одном из слоев фотон вызывает «внутренний фотоэффект» – создает пару подвижных носителей заряда. Один из них попадает в соседний слой – «слой умножения». Там он разгоняется приложенным напряжением до такой энергии, что оказывается способен породить еще одну пару носителей. Эти носители также ускоряются, и процесс их размножения приобретает лавинообразный характер. В результате, поглощение одного фотона вызывает протекание через фотодиод импульса тока, переносимого большим числом подвижных носителей заряда. Этот импульс далее обрабатывается электронными схемами.

На основе полупроводниковых структур изготавливают и компактные

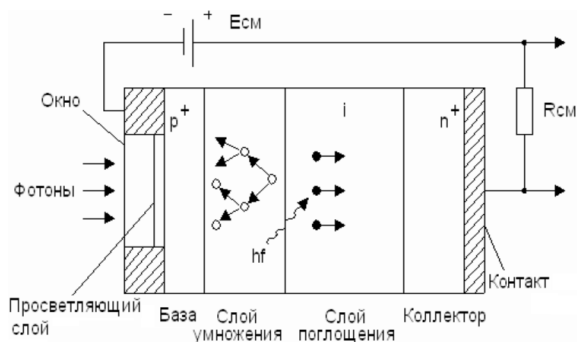


Рис. 5.3. Схема конструкции лавинного фотодиода

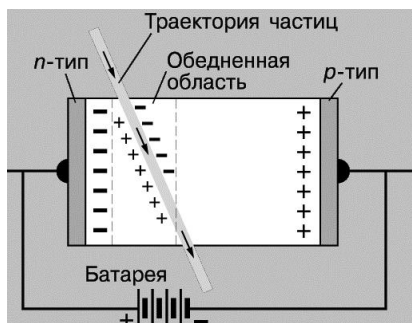


Рис. 5.4. Конструкция датчика энергодисперсионного рентгеновского спектрометра

энергодисперсионные спектрометры для рентгеновского диапазона (для гамма-диапазона сложно сделать детектор компактным из-за высокой проникающей способности гамма-лучей). Датчик такого спектрометра фактически представляет собой оптимизированный pin -диод (Рис. 5.4) – полупроводниковый диод с дополнительным обедненным носителями (слабо легированным) слоем в области p-n перехода. Рентгеновское излучение поглощается в этом обедненном слое и вызывает внутренний фотоэффект: генерирует электроны и дырки, которые дрейфуют в электрическом поле во встречных направлениях, создавая электрический ток. Их количество, а следовательно, и амплитуда импульса тока в цепи пропорциональны энергии поглощенного фотона. Далее, как и в случае скинтилляционных детекторов, проводят статистический анализ амплитуд импульсов, получая спектр излучения.

На рис. 5.5 для примера приведен измеренный таким спектрометром спектр характеристического излучения материала со сложным элементарным составом. По вертикальной оси здесь – число «отсчетов», то есть, импульсов тока заданной амплитуды, соответствующей фотонам той или иной энергии.

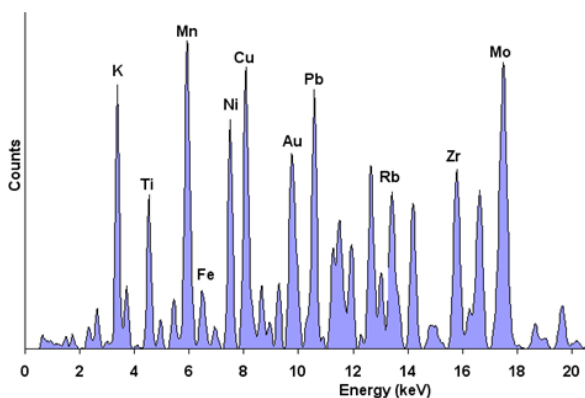


Рис. 5.5. Спектр рентгеновской флуоресценции сплава сложного состава, полученный с помощью энергодисперсионного спектрометра

5.2 Корпускулярно-волновой дуализм и квантовая электродинамика

Как уже говорилось, в настоящее время фотонные представления о природе электромагнитного излучения широко используются на практике, их справедливость не вызывает сомнений. Но то же самое можно сказать и о волновых представлениях. Они столь же справедливы. И эти не согласующиеся друг с другом представления могут проявляться в одном опыте, использоваться в одном устройстве. Примером может служить современный волнодисперсионный спектрометр, где интенсивность дифрагированных на кристалле лучей часто определяют методом счета фотонов.

Как же можно совместить квантовые и волновые представления в единой теории?

Наиболее общая (на данный момент) теория электромагнитного излучения называется квантовой электродинамикой. Можно называть ее и фотонной теорией, если принять, что свойства фотонов отличаются от свойств частиц в обычном понимании. Достоинства квантовой электродинамики – общность и соответствие всем имеющимся экспериментальным данным. Ее недостатки – неочевидность исходных постулатов и «противоречие здравому смыслу».

Согласно предложенному Нильсом Бором и никем не оспариваемому «принципу соответствия», каждая новая, более общая теория должна включать в себя старые теории в качестве предельных случаев. При этом, конечно же, имеются в виду только те старые теории, которые доказали свою полезность, то есть способность верно описывать и предсказывать результаты наблюдений для какого-то практически значимого диапазона условий. Волновую и корпускулярную модели электромагнитного излучения, его представление в виде волн или потоков частиц, можно считать предельными случаями фотонной модели, описываемой квантовой электродинамикой.

Качественная иллюстрация соотношения этих трех моделей может быть дана для простого примера – опыта по дифракции света на двух щелях, впервые проведенного Томасом Юнгом еще в 1802 году.

Итак, излучение от монохроматического светового источника S падает на две параллельные узкие щели 1 и 2 в непрозрачной преграде (Рис. 5.6). На экране на некотором расстоянии от преграды наблюдается дифракционная картина в виде набора полос – распределение интенсивности на рисунке представлено графиком I_{12} . Эти полосы пропадают и освещенность экрана становится равномерной, если перекрыть любую из щелей (I_1 и I_2). Перечисленные распределения интенсивности по экрану можно измерять, перемещая детектор, например, ФЭУ. При малой яркости источника света детектор покажет, что излучение на экран приходит в виде отдельных

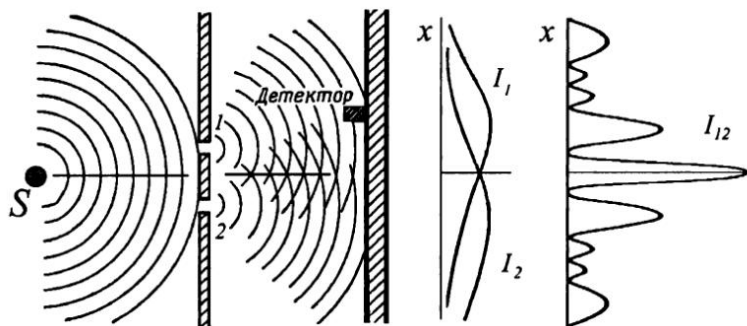


Рис. 5.6. Схема опыта Юнга по наблюдению дифракции света на двух щелях

одинаковых порций (квантов, фотонов), а значение интенсивности в каждой точке должно определяться как среднее число квантов, приходящих в единицу времени.

Волновая (максвелловская) модель дает корректное описание дифракционной картины. Но она не описывает дискретности излучения, наблюдаемой при помощи детектора при малой величине светового потока. Согласно волновой модели, в точку наблюдения (на детектор) приходят волны, прошедшие через каждое из двух отверстий. При их сложении может происходить как увеличение, так и уменьшение интенсивности в сравнении со случаем, когда одно из отверстий перекрыто. Это является результатом принципа суперпозиции полей: колебания напряженности поля двух волн складываются с учетом фазового сдвига. Фазовый сдвиг зависит от положения точки наблюдения (детектора) по отношению к отверстиям.

Корпускулярная модель естественно объясняет дискретность излучения, регистрируемую детектором. Однако она не описывает появления полос дифракционной картины. Согласно этой модели, частицы (фотоны) движутся по траекториям, проходящим либо через одно, либо через другое отверстие. На детекторе в точке наблюдения складываются количества частиц, независимо пришедших двумя разными путями. То есть складываются значения интенсивности излучения, пропорциональной числу квантов. Вследствие этого, ни для одной из точек наблюдения результат сложения не может уменьшиться в сравнении со случаем, когда одно из отверстий перекрыто. Это противоречит результатам наблюдения дифракции.

Чтобы построить модель, согласующуюся с результатом эксперимента, требуется каким-то образом ввести в дискретную корпускулярную модель понятие фазы.

В квантовой электродинамике это достигается постулированием необычных «с точки зрения здравого смысла» свойств фотона в сравнении с классической частицей. Приходится считать, что фотон – частица с недетерминированным поведением, характеризуемым понятием

вероятности – приблизительно как при эйнштейновском описании атомных переходов (см. Раздел 3.4). Законы поведения световых потоков, содержащих большие количества фотонов, будут результатом усреднения вероятностного поведения отдельных фотонов. К примеру, отдельный фотон может с некоторой вероятностью преодолеть или не преодолеть границу раздела двух сред. Измеряемые в эксперименте коэффициенты преломления и отражения определяются соответствующими значениями вероятности. Важно отметить, что вероятностный характер поведения – фундаментальное свойство фотона в данной модели, а не способ учета скрытых параметров задачи, например, шероховатости границы. Поведение отдельного фотона даже при полностью заданных условиях не может быть достоверно предсказано.

Вследствие этого, поведение фотона не может быть описано в терминах траектории. Траектория попадания фотона в точку наблюдения принципиально не может быть никак установлена, поскольку обнаружение фотона в промежуточной точке траектории означает его поглощение и непопадание в точку наблюдения.

Вместо этого, перемещение фотона в пространстве характеризуется плотностью вероятности $P(\mathbf{r})$ его попадания из начальной точки в окрестность конечной точки с радиус-вектором \mathbf{r} . Плотность вероятности – вероятность обнаружения фотона в расчете на единицу объема детектора. Для любой позиции детектора \mathbf{r} вероятность $P(\mathbf{r})$ больше нуля.

Плотность вероятности может быть выражена как квадрат модуля комплексной функции φ , называемой «амплитудой вероятности»:

$$P(\mathbf{r}) = |\varphi(\mathbf{r})|^2 \quad (5.1)$$

То, что функция амплитуды вероятности определена как комплексная, позволяет ввести понятие фазы.

Далее постулируется принцип суперпозиции: если фотон может попасть в точку \mathbf{r} двумя или несколькими взаимоисключающими способами, то амплитуда вероятности $\varphi(\mathbf{r})$ является

суммой амплитуд вероятности для всех возможных способов.

В опыте Юнга фотон может попасть на экран через любую из двух щелей, поэтому:

$$\varphi(\mathbf{r}) = \varphi_1(\mathbf{r}) + \varphi_2(\mathbf{r}) \quad (5.2)$$

Поскольку суммируются комплексные числа, возможно уменьшение квадрата модуля амплитуды вероятности суммы (т.е. плотности вероятности $P(\mathbf{r})$) в сравнении с аналогичными значениями для слагаемых. Именно это и определяет возможность наблюдения явлений интерференции и дифракции без отказа от дискретного характера излучения.

Важное отличие фотонной модели от волновой состоит в том, что интерференция происходит не между двумя фотонами, прошедшими через разные щели (то есть не вторичные волны, исходящие от двух частей волнового фронта) – интерферируют вероятности для одного фотона. Многочисленные эксперименты (начиная с опыта Г. Тэйлора 1909 года) показали возможность получения интерференционных и дифракционных картин при низкой интенсивности излучения, когда в каждый момент в системе существует не более одного фотона.

Место прихода каждого конкретного фотона на экран является случайным. К примеру, первый фотон, попавший на экран при очередном повторении опыта, каждый раз будет регистрироваться в новом его месте (за исключением маловероятных случайных совпадений). Относительные вероятности регистрации фотона в разных точках экрана описываются функцией $P(\mathbf{r})$. Но при большом потоке фотонов начинает работать закон больших чисел и оказывается, что интенсивность регистрируемого излучения $I(\mathbf{r}) \sim P(\mathbf{r})$. Таким образом, в пределе большого потока фотонов предсказания волновой модели оказываются справедливыми. В пределе малого потока фотонов существенной становится их дискретность.

На данный момент не существует более простой, чем фотонная модель квантовой электродинамики, модели электромагнитного излучения, которая

бы соответствовала требованиям «здравого смысла» и при этом была бы способна описать все имеющиеся экспериментальные факты. Однако при практическом использовании всегда есть выбор между сложной универсальной квантовой электродинамикой и более простыми и «естественными» моделями, области применения которых ограничены. Определение границ применимости волновой и корпускулярной моделей – также одно из достижений квантовой электродинамики.

Для достойного подытоживания этого раздела про корпускулярно-волновой дуализм, да и всего пособия в целом, обратимся к высказыванию выдающегося физика-теоретика Ричарда Фейнмана:

*«Физики ... поняли, что нравится им теория или нет – не важно. Важно другое – дает ли теория предсказания, которые согласуются с экспериментом. Тут не имеет значения, хороша ли теория с философской точки зрения, легка ли для понимания, безупречна ли с точки зрения здравого смысла. Квантовая электродинамика дает совершенно абсурдное с точки зрения здравого смысла описание Природы. И оно полностью соответствует эксперименту. Так что я надеюсь, что вы сможете **принять Природу такой, как Она есть – абсурдной.**»*

Мы призываем читателя отнестись к высказыванию Фейнмана творчески и взвешенно. С одной стороны, мы должны принимать природу такой, какая она есть, а она действительно существенно умнее нас, понять ее до конца, как нам кажется, невозможно. Но с другой стороны, надо делать скидку на то, что Р. Фейнман, А. Эйнштейн и другие выдающиеся люди, которым сколько-то удалось навести порядок в этой области, действовали под сильным давлением: нужны были количественные предсказания здесь и сейчас, независимо от того, можно ли понять явление или нет. Это сродни работе под дулом пистолета. Мы же надеемся, что с течением времени взаимодействие человека и природы сможет быть переведено в более цивилизованное русло, и что-то понять по существу будет все-таки можно.

Использованная литература

1. Матышев А.А. Атомная физика. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2012.
2. Фаддеев М.А., Чупрунов Е.В. Лекции по атомной физике – М: Физматлит, 2008.
3. Добрецов Л.Н. Атомная физика – М.: Физматгиз, 1960.
4. Шпольский Э.В. Атомная физика. Т.1. Введение в атомную физику – М.: Наука, 1974.

Помимо указанных учебников, использовался материал из открытых источников Интернета.

Учебное издание

АРХИПОВ А. В.
БУРКОВСКИЙ Р. Г.
ВИННИЧЕНКО М. Я.

ВВЕДЕНИЕ В ФОТОННУЮ ТЕОРИЮ

Подписано в печать 30.09.2025. Формат 60×84/16.
Печать цифровая. Усл. печ. л. 7,32. Тираж 100. Заказ 236.

Выпущено ООО «Медиапапир»
с готового оригинал-макета, предоставленного заказчиком
194021, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, д. 28, литера А,
помещ. 3-н, ком. 184, 185, 188, 192, 193, 194. Тел.: (812) 987-75-26
mediapapir@gmail.com www.mediapapir.com www.mediapapir.ru