

Министерство образования и науки Российской Федерации

---

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

---

*С.А. Важнов А.Г. Калимов*

## **Силовые взаимодействия в магнитном поле.**

Лабораторный практикум.

Учебное пособие.

Санкт-Петербург

2025

## АННОТАЦИЯ

Пособие соответствует государственному образовательному стандарту дисциплины «Теоретические основы электротехники» и ориентирован на студентов электротехнических специальностей по профилям подготовки:

13.03.02\_01 «Электроэнергетические системы и сети», 13.03.02\_03 «Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем», 13.03.02\_07 «Высоковольтные электроэнергетика и электротехника»

В пособии рассмотрены вопросы анализа силовых взаимодействий ферромагнитных объектов с токонесущими системами. Основные теоретические выводы сформулированы применительно к практической работе студентов в лаборатории электромагнитного поля Высшей школы высоковольтной энергетики.

Пособие предназначено для студентов третьего и курса Института энергетики, изучающих соответствующие дисциплины в рамках подготовки бакалавров, а также первого курса магистратуры Института энергетики. Представленный материал может быть также использован студентами других институтов, изучающих соответствующие разделы электротехники.

## **Оглавление**

Краткое описание лабораторной работы. ....	4
Силовые взаимодействия в магнитном поле.....	5
Особенности работы на лабораторной установке. ....	7
Исследование силы, действующей на исследуемый образец.....	9
Программа лабораторной работы.....	10
Обработка результатов исследования.....	12
Литература: .....	15
Приложения .....	16
Приложение 1.....	16
Приложение 2.....	19
Приложение 3.....	21

## Исследование силового воздействия магнитного поля на намагниченные объекты.

### Краткое описание лабораторной работы.

Одним из наиболее важных физических эффектов, характеризующих свойства магнитного поля, является его силовое воздействие на намагниченные объекты. Это свойство широко используется на практике при разработке и создании электрических машин, различного рода исполнительных устройств – реле, электромагнитных замков, подвесов и т. д.

Исследование механического воздействия на намагниченные объекты проводится на лабораторной установке, представленной на Рис. 1.



Рис. 1. Общий вид экспериментальной установки.

Магнитное поле на установке создается током, протекающим в цилиндрической катушке с прямоугольным поперечным сечением. На оси катушки размещается прозрачный цилиндрический контейнер с различными объектами. Часть из них представляет собой сферические и цилиндрические магниты, часть – стальные образцы такой же формы. Положение всех испытуемых предметов контролируется с помощью лазерного измерителя расстояния или по линейке, расположенной на стенде.

Сила воздействия магнитного поля на намагниченный объект регулируется за счет изменения величины тока в катушке и положения исследуемого образца на оси катушки. Экспериментально сила определяется в момент, когда она равна весу исследуемого объекта. В этих условиях образец сначала втягивается в катушку, а затем занимает положение устойчивого равновесия в магнитном поле. Соответствующие координаты фиксируются исследователем, и затем производится их сравнение с предсказаниями теории электромагнитного поля.

### **Силовые взаимодействия в магнитном поле.**

Теория воздействия магнитного поля на намагниченный объект основана на свойствах точечного магнитного диполя. Точечным магнитным диполем называют бесконечно малый по размерам объект, создающий магнитное поле. Существуют два типа магнитных диполей, большинство свойств которых идентичны. Во-первых, свойствами диполя обладает контур с током  $i$ , площадью  $\vec{S}$ . Его магнитный момент  $\vec{m}$  равен:

$$\vec{m} = i \cdot \vec{S}$$

Свойствами диполя обладает, также объект с постоянной по объему намагниченностью  $\vec{M}$ :

$$\vec{m} = \vec{M} \cdot V,$$

где  $V$  – объем тела

Если точечный диполь поместить во внешнее магнитное поле с индукцией  $\vec{B}$ , то сила, действующая на этот диполь, определяется формулой:

$$\vec{F} = (\vec{m} \cdot \nabla) \cdot \vec{B}$$

Обращает на себя внимание следующие специфические свойства силового воздействия на точечный диполь:

1. Сила направлена в направлении вектора магнитной индукции независимо от ориентации самого диполя.
2. Сила зависит не от величины вектора магнитной индукции, а от скорости ее изменения. В однородном магнитном поле сила, приложенная к диполю, равна нулю.

Намагниченность объекта может возникнуть по разным причинам. Постоянные магниты приобретают намагниченность в процессе их производства. Наибольшее распространение в технике в наше время нашли постоянные магниты, в состав которых входят редкоземельные элементы, такие как самарий, неодим. Особенностью таких магнитов является высокий уровень остаточной намагниченности – до 1000 кА/м и слабая зависимость намагниченности от внешнего магнитного поля в широком диапазоне изменения его напряженности. Другой причиной возникновения намагниченности объекта является воздействие внешнего магнитного поля, что характерно для большинства окружающих нас веществ. Напряженность магнитного поля и намагниченность для большинства из них связана соотношением

$$\vec{M} = (\mu_r - 1)\vec{H}$$

Особенно сильно намагничиваются во внешнем поле ферромагнетики, для которых относительная магнитная проницаемость  $\mu_r$  значительно превышает единицу.

В общем случае расчет силовых воздействий на намагниченный объект представляет собой сложную задачу, включающий расчет магнитного поля с учетом влияния намагниченного объекта, последующий расчет распределения плотности силы по его объему и (или) поверхности, определение равнодействующей силы. В тех случаях, когда возможно разделить полное магнитное поле на внешнее и поле, создаваемое намагниченным объектом, задача расчета силовых взаимодействий существенно упрощается. В этом случае сила может быть определена через интегральное соотношение:

$$\vec{F} = \int_V (\vec{M} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}_{\text{внешн.}} \cdot dV$$

В лабораторной работе предлагается исследовать силы, действующие на намагниченные объекты со стороны магнитного поля, индуцируемого системой цилиндрических катушек прямоугольного сечения.

В качестве намагниченных объектов в лабораторной работе используются:

- а) постоянные магниты цилиндрической и сферической формы. Важным свойством этих объектов является их постоянная намагниченность, практически не зависящая от интенсивности внешнего магнитного поля;
- б) ферромагнитные объекты сферической формы. Они приобретают намагниченность только под действием внешнего магнитного поля. Если радиус шара намного меньше, чем размеры катушки, то в первом приближении можно считать, что он намагничивается практически однородно. Намагниченность сферического объекта во внешнем однородном магнитном поле с напряженностью  $H_0$  определяется соотношением [1]:

$$M = H_0 \frac{\mu_r - 1}{1 + N(\mu_r - 1)} \quad (1)$$

где  $N$  – коэффициент размагничивания. Для сферического объекта  $N = 1/3$ , соответственно

$$M = 3H_0 \frac{\mu_r - 1}{\mu_r + 2} \quad (2)$$

При условии  $\mu_r \gg 1$ , что соответствует реальным значениям магнитной проницаемости ферромагнитных материалов допустимо использовать приближение

$$M = 3H_0$$

### **Особенности работы на лабораторной установке.**

1. Основная катушка установки, индуцирующая магнитное поле состоит из 4 секций. Каждая из секций может быть выключена путем переключения соответствующего тумблера на панели управления (Рис. 2). Горящий рядом с тумблером индикатор свидетельствует о том, что соответствующая секция включена в токовую цепь. Отключение секций производится путем их шунтирования. Включение тока в катушке производится переключением тумблера “ток” на панели управления. При этом загорается индикатор “ток”. Полное выключение катушки производится путем ее шунтирования.
2. Исследование силовых взаимодействий производится при значительной токовой нагрузке на основную катушку, в результате чего она может значительно разогреваться в процессе экспериментов. По возможности этого следует избегать, не оставляя включенным ток в катушке без необходимости. В частности, при изменении уровня тока в катушке до нового заданного уровня, при замене образца, при любых перерывах в экспериментальных работах тумблер “ток” целесообразно выключить. Панель управления позволяет контролировать температуру обмотки и, тем самым, корректировать график выполнения экспериментальных исследований. При срабатывании индикаторов “повышенная температура” и, тем более, “критическая температура” необходимо скорректировать график выполнения работ таким образом, чтобы минимизировать нагрузку на катушку. Перегрев катушки при выполнении лабораторной работы является следствием **непродуманного отношения** пользователя к эксперименту. При достижении температуры катушки в 150° С установка автоматически выключается. Ее новое включение возможно только после восстановления рабочего температурного режима.
3. Измерение расстояний. Положение исследуемого объекта может фиксироваться двумя способами:
  - а) Указатель на перемещаемом предметном столике с показывает расстояние между его поверхностью и плоскостью симметрии катушки. Используя дополнительную информацию о расстоянии между этой поверхностью и центром исследуемого образца можно определить положение центра образца в исходной системе координат.

- b) Для измерения положения исследуемого объекта может быть использован лазерный дальномер. Для активации дальномера, прежде всего, его нужно включить на панели управления. После этого двойное нажатие кнопки “пуск” запускает процедуру измерения расстояния от дальномера до верхней точки исследуемого образца. Для определения расстояния от центра образца до центра катушки необходимо принять во внимание вертикальный размер образца, а также расстояние центра катушки от дальномера, которая равна:

$$Z_0 = 530 \text{ мм}$$

Длительное (более 3 секунд) повторное нажатие кнопки “пуск” переводит дальномер в режим непрерывного измерения расстояний, который отключается автоматически через 1 минуту измерений.

Обратите внимание, что лазерный дальномер фиксирует положение верхней точки исследуемого образца. Для определения координаты центра к показаниям дальномера необходимо добавить величину, равную половине длины цилиндра или радиусу сферического объекта.

4. Вертикальное перемещение предметного столика может производиться вручную или с помощью сервопривода.
- a) Вручную перемещение предметного столика производится путем вращения медной трубки с зафиксированной на ней пластиковой цилиндрической ручкой. Этот тип перемещения столика целесообразен при малом изменении вертикальной координаты исследуемого образца, при точной настройке этой характеристики.
- b) Использование сервопривода при перемещении предметного столика целесообразно при существенном изменении его положения, например при смене контейнера с исследуемым образцом. Для использования сервопривода необходимо, во-первых, выбрать направление перемещения путем переключения соответствующего тумблера на панели управления. Скорость вращения сервомотора и последующего вертикального перемещения предметного столика регулируется ручкой “скорость” на панели управления. Вертикальное поступательное движение предметного столика начнется только после фиксации пластиковой ручки на медной трубке. При использовании сервопривода следите за тем, чтобы предметный столик не упирался бы в ограничители движения.



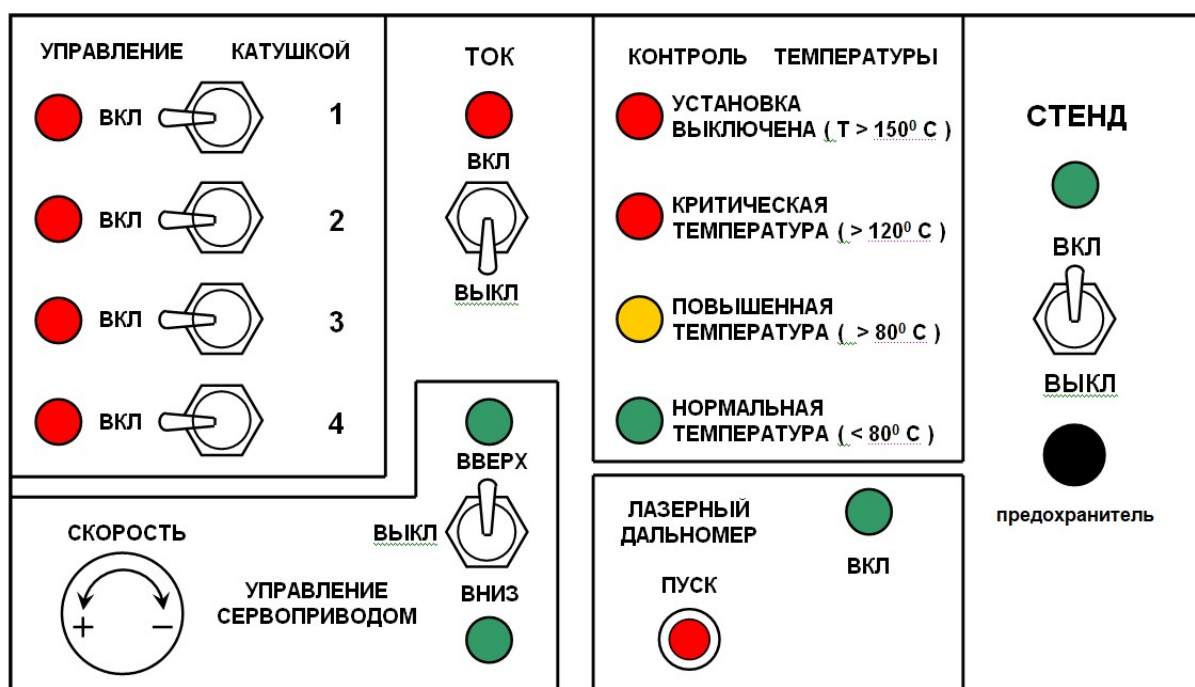


Рис.2. Панель управления.

### Исследование силы, действующей на исследуемый образец.

В качестве объекта исследования выбираем постоянный магнит сферической формы. Все исследуемые в этой лабораторной работе магниты, так называемые неодимовые магниты, сделаны из сплава Nd – Fe - В (неодим – железо бор). Магниты производятся путем прессования порошкообразной смеси компонентов при высокой температуре во внешнем магнитном поле, индукция которого превышает 1 Т. После остывания неодимовые магниты сохраняют высокую остаточную намагниченность. Конкретная величина этой намагниченности зависит от технологических особенностей производства и обычно варьируется в пределах  $M_0 = 5 \div 10$  кА/м. Конкретное значение намагниченности каждого лабораторного образца указана на контейнере, в котором он заключен.

Задачей экспериментального исследования является определение зависимости силы, действующей на исследуемый объект от его положения и от тока в катушке. Особенностью исследования является то обстоятельство, что в эксперименте фиксируются точки устойчивого и неустойчивого равновесия исследуемого образца в магнитном поле. При равновесии электромагнитная сила в точности равна весу образца, который, в свою очередь, легко определяется по его известным физическим и геометрическим характеристикам.

Неустойчивое равновесие рассматриваемой магнитной системы возникает, когда полная сила, приложенная к рассматриваемому объекту равна нулю, то есть втягивающая образец в катушку сила, равна весу образца, однако малейшее изменение тока в катушке приводит к нарушению равновесия и резкому изменению положения исследуемого объекта. В состоянии устойчивого равновесия небольшое изменение тока в катушке

приводит к малому изменению вертикальной координаты, характеризующей положение образа. Состояние равновесия при этом сохраняется.

## **Программа лабораторной работы.**

1. Исследование объектов с постоянной намагниченностью (постоянных магнитов)
  - 1.1. Все секции катушки соединяются последовательно. Для этого тумблеры 1- 4 на панели управления (Рис. 2) переводятся в состояние «вкл».
  - 1.2. Контейнер (трубка) с неодимовым сферическим магнитом устанавливается на предметный столик. Для этого предметный столик переводится в крайнее нижнее положение.
  - 1.3. Устанавливается рабочий ток в катушке. Настройка проводится при выключенном положении тумблера “ток” на панели управления.
  - 1.4. Включается ток. Путем вертикального перемещения предметного столика определяется положение исследуемого образца, при котором он втягивается в катушку. Если необходимо уточнить значение соответствующей координаты, сначала выключается ток в катушке, затем образец опускается вниз на небольшое расстояние. После этого включается ток в катушке и путем аккуратного плавного перемещения вверх исследуемого образца определяется точка неустойчивого равновесия.
  - 1.5. При включенном токе определяется координата точки устойчивого равновесия, при котором исследуемый объект свободно висит в магнитном поле. Соответствующая точка находится внутри катушки и ее определение возможно только с помощью лазерного дальномера.
  - 1.6. Изменяется величина тока в катушке (при выключенном тумблере “ток”) и измерение координат точек равновесия продолжается. Рекомендуется начинать измерения с максимального тока  $I = 4 \div 4.5 \text{ A}$ . и затем уменьшать его с постоянным шагом до минимального уровня. Рекомендуемый шаг изменения тока в катушке  $\Delta I = 0.25 \text{ A}$ .
  - 1.7. Определение критического тока. Критическим является минимально возможный ток, удерживающий исследуемый объект в подвешенном состоянии. Для его определения устанавливается ток в катушке, заведомо превышающий критический уровень. Затем ток плавно снижается (при включенном тумблере “ток”) до тех пор, пока образец не упадет вниз. В этом состоянии положения точек устойчивого и неустойчивого равновесия совпадают.
2. Аналогичная серия экспериментов проводится с постоянными магнитами цилиндрической формы.
3. Исследование ферромагнитного объекта сферической формы. Проводится серия экспериментов, аналогичная той, что подробно описана в пунктах 1.1 – 1.7.
4. Производится серия экспериментов с ферромагнитным цилиндром.

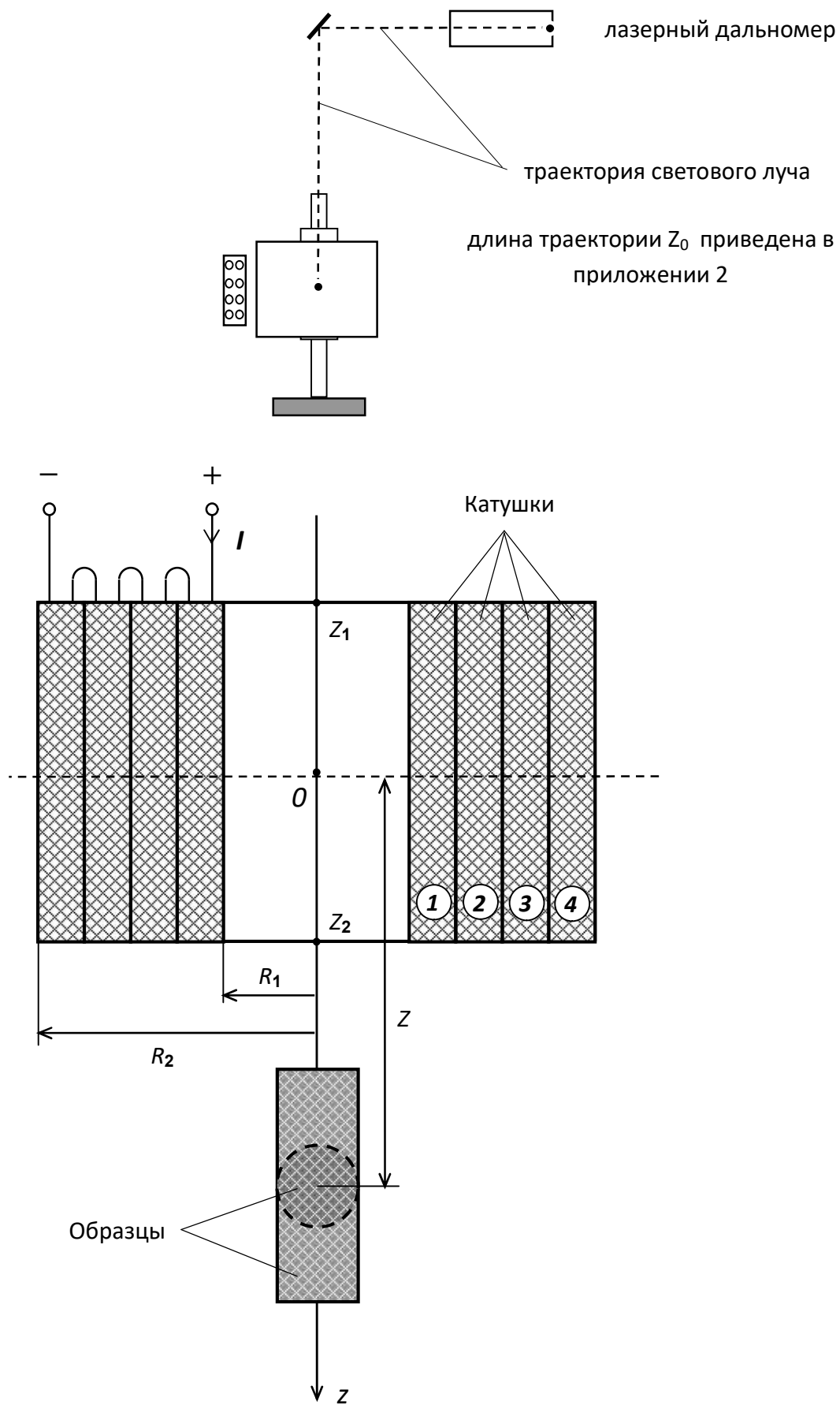


Рис.3. Принципиальная схема лабораторной установки

## Обработка результатов исследования.

Напряженность магнитного поля, индуцируемого цилиндрической катушкой прямоугольного сечения с плотностью тока

$$J = \frac{W \cdot i}{(R_2 - R_1)(z_2 - z_1)}$$

(где  $W$  – количество витков катушки) на оси магнитной системы может быть рассчитана аналитически с использованием закона Био-Савара:

$$H_0(z) = \frac{J}{2} \cdot \sum_{n=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{n+k} (z - z_n) \cdot \ln \left( R_k + \sqrt{R_k^2 + (z - z_n)^2} \right) \quad (3)$$

или:

$$H_0(z) = \frac{J}{2} \cdot \left[ (z - z_1) \cdot \ln \left( \frac{R_1 + \sqrt{R_1^2 + (z - z_1)^2}}{R_2 + \sqrt{R_2^2 + (z - z_1)^2}} \right) - (z - z_2) \cdot \ln \left( \frac{R_1 + \sqrt{R_1^2 + (z - z_2)^2}}{R_2 + \sqrt{R_2^2 + (z - z_2)^2}} \right) \right]$$

Аксиальная производная напряженности магнитного поля может быть вычислена путем численного или графического дифференцирования приведенной выше зависимости. Эта зависимость, также, может быть рассчитана аналитически

$$\frac{dH_0(z)}{dz} = \frac{J}{2} \cdot \sum_{n=1}^2 \sum_{k=1}^2 (-1)^{n+k} \left[ \ln \left( R_k + \sqrt{R_k^2 + (z - z_n)^2} \right) - \frac{R_k}{\sqrt{R_k^2 + (z - z_n)^2}} \right] \quad (4)$$

Параметры  $z_1$  и  $z_2$  зависят от выбора системы координат. Если начало системы совместить с центром катушки, то  $z_1 = -\Delta z/2$ ;  $z_2 = \Delta z/2$ , где  $\Delta z$  – длина катушки.

Сила, действующая на ферромагнитный шар в этих условиях, равна:

$$F(z) = 3H_0(z) \cdot \mu_0 \frac{dH_0(z)}{dz} \cdot V, \quad (5)$$

и направлена вдоль оси рассматриваемой магнитной системы.

Расчет зависимостей напряженности магнитного поля и ее производной от координаты  $z$  может быть проведен с использованием соответствующей программы, установленной на компьютере в лаборатории теории электромагнитного поля.

Полученные экспериментально зависимости координат точек устойчивого и неустойчивого равновесия от тока в катушке для всех исследованных объектов оформляются в виде графиков.

Здесь же приводятся теоретические зависимости, полученные на основе различных физических моделей. Для сферических объектов используется модель, в рамках которой используется их представление в виде точечного диполя, расположенного в центре шара.

Для цилиндрических объектов используются две модели. Первая из них представляет собой точечный диполь, расположенный в центре тяжести исследуемого объекта. Для определения намагниченности цилиндра целесообразно применить модель, которая описывает состояние эллипсоида во внешнем однородном магнитном поле. Так же, как и в случае исследования ферромагнитного сферического объекта, намагниченность эллипсоида вращения вычисляется по формуле:

$$M = H_0 \frac{\mu_r - 1}{1 + N(\mu_r - 1)}$$

коэффициент размагничивания  $N$  равен [1]:

$$N = \frac{\frac{\lambda}{\sqrt{\lambda^2 - 1}} \ln(\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) - 1}{\sqrt{\lambda^2 - 1}}$$

Параметр  $\lambda$  зависит от размеров исследуемого образца:

$$\lambda = \frac{h}{d},$$

где  $h$  – длина цилиндрического образца, а  $d$  – его диаметр.

Сила, действующая на ферромагнитный цилиндр, будет равна:

$$F(z) = H_0(z) \cdot \frac{\mu_0}{N} \cdot \frac{dH_0(z)}{dz} \cdot V$$

Вторая модель представляет собой упрощенную форму метода моментов. Для ее реализации исследуемый объект предварительно разбивается на несколько элементарных цилиндров. Разбиение производится таким образом, чтобы диаметр получающегося элемента приблизительно равнялся бы его высоте. После этого производится расчет и последующее суммирование сил, приложенных к каждому элементарному объему.

В отчете нужно привести следующие результаты:

1. График расчетной зависимости напряженности магнитного поля на оси катушки при фиксированном значении тока  $I_l = I \text{ A}$ ;

$$H_1(z)$$

2. График расчетной зависимости аксиальной производной напряженности магнитного поля на оси катушки при фиксированном значении тока  $I_1 = I$  А;

$$\frac{dH_1(z)}{dz}$$

3. График расчетной зависимости тока в катушке от координат точек равновесия между весом ферромагнитного объекта (шара) и силой воздействия со стороны магнитного поля.

$$I = I_1 \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot g}{3\mu_0 H_1(z) \cdot \frac{dH_1(z)}{dz}}} \quad (6)$$

Значения напряженности магнитного поля и ее аксиальной производной должны соответствовать точке, совпадающей с центром шара. В этой и последующих формулах  $\rho$  – плотность (удельный вес) материала образца,  $g$  – ускорение свободного падения.

4. График расчетной зависимости тока в катушке от координат точек равновесия между весом ферромагнитного цилиндра и силой воздействия со стороны магнитного поля.

$$I = I_1 \cdot \sqrt{\frac{N \cdot \rho \cdot g}{H_1(z) \cdot \mu_0 \cdot \frac{dH_1(z)}{dz}}} \quad (6)$$

Значения напряженности магнитного поля и ее аксиальной производной должны соответствовать точке, совпадающей с центром цилиндра.

5. График расчетной зависимости тока в катушке от координат точек равновесия между весом постоянного магнита и силой воздействия со стороны магнитного поля при использовании модели точечного диполя.

$$I = I_1 \cdot \frac{\rho \cdot g}{\mu_0 \cdot M_0 \cdot \frac{dH_1(z)}{dz}} \quad (7)$$

Значения напряженности магнитного поля и ее аксиальной производной должны соответствовать точке, совпадающей с центром шара.  $M_0$  здесь – намагниченность постоянного магнита, ее величина приведена в приложении «Характеристики исследуемых объектов».

6. На последние зависимости необходимо нанести точки, соответствующие полученным экспериментальным результатам

7. Аналогичные зависимости необходимо построить и для цилиндрических магнитов

В этом случае значение производной напряженности магнитного поля необходимо усреднить по длине магнита. Для этого осевая линия магнита разбивается на равные промежутки (минимум 2), в их центральных точках рассчитываются значения производной магнитного поля, затем вычисляется ее среднее значение. Расчеты тока равновесия проводятся по формуле (6).

### **Литература:**

1. Теоретические основы электротехники: В 3-х т. Учебник для вузов. Том 3.- 4-е изд./ К.С. Демирчян, Н.В. Коровкин, В.Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 200. – 377 с.
2. Тамм И. Е. Основы теории электричества: Учеб, пособие для вузов.— 10-е изд., испр.— М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989.— 504 с.

#### Применение метода пространственных интегральных уравнений (метода моментов) для расчета сил, действующих на ферромагнитные объекты.

Этот метод в настоящей лабораторной работе применяется *только* для расчета силы, действующей на ферромагнитный цилиндр.

Метод пространственных интегральных уравнений (метод моментов) используется для расчета напряженности магнитного поля и намагниченности ферромагнитных объектов, помещенных во внешнее магнитное поле. Этот метод основан на возможности применения принципа суперпозиции при моделировании характеристик магнитного поля, в частности:

$$\vec{H} = \vec{H}_0 + \vec{H}_M \quad (7)$$

В этом соотношении первое слагаемое в правой части представляет собой напряженность магнитного поля, создаваемого источниками с известным распределением токов по их объему, которое может быть рассчитана на основе, например, закона Био-Савара. Второе слагаемое соответствует напряженности магнитного поля, индуцируемого намагниченными объектами.

В рассматриваемой в этой лабораторной работе магнитной системе напряженность  $\vec{H}_0$  создается цилиндрической и на ее оси имеет только одну компоненту, которая может быть вычислено с использованием формулы (2).

Для вычисления магнитного поля, создаваемого цилиндрическим ферромагнитным объектом, проведем следующие действия:

1. Разобьем ферромагнитный цилиндр на отдельные элементы одинаковой длины, как это показано на Рис. 4. Число элементов разбиения влияет на последующую точность решения рассматриваемой задачи. Выбирая это число, желательно руководствоваться принципом, в соответствии с которым, диаметр (радиус) каждого элемента не должен очень сильно отличаться от его длины.



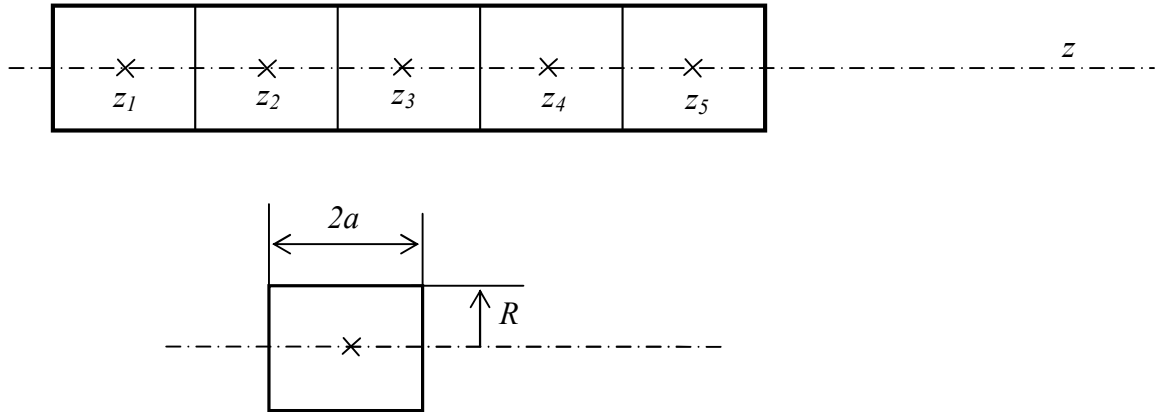


Рис.4. Пример разбиения цилиндрического объекта на отдельные элементы.

1. Будем считать, что каждый элемент намагничен однородно вдоль осевого направления.
2. Рассмотрим отдельный элемент с номером  $n$  и вычислим напряженность создаваемого им магнитного поля в предположении, что осевая компонента его намагниченности равна  $M_n$ . За пределами элемента напряженность равна:

$$H_n(z) = \frac{M_n}{2} \left[ \frac{z+a}{\sqrt{R^2 + (z+a)^2}} - \frac{z-a}{\sqrt{R^2 + (z-a)^2}} \right]$$

В центре элемента напряженность может быть найдена по формуле:

$$H_n(z=0) = M_n \left( \frac{a}{\sqrt{R^2 + a^2}} - 1 \right)$$

Интересно отметить, что внутри элемента и за его пределами напряженности магнитного поля имеют противоположные знаки.

3. В любой точке пространства компонента магнитного поля  $H_M(z)$  может быть представлена в виде суммы:

$$\vec{H}_M = \sum_{n=1}^N \vec{H}_{Mn}$$

В частности, в центре  $k$ -ого элемента напряженность магнитного поля равна:

$$H_k = H_0(z = z_k) + \sum_{n=1}^N A_{kn} \cdot M_n \quad (8)$$

Причем

$$A_{kn} = \begin{cases} \frac{(k-n)+0.5}{\sqrt{\left(\frac{R}{a}\right)^2 + (2(k-n)+1)^2}} - \frac{(k-n)-0.5}{\sqrt{\left(\frac{R}{a}\right)^2 + (2(k-n)-1)^2}}, & k \neq n \\ \frac{1}{\sqrt{(R/a)^2 + 1}} - 1, & k = n \end{cases}$$

4. Напряженность магнитного поля и намагниченность связаны между собой соотношением:

$$H = \frac{M}{\mu_r - 1}$$

С учетом этого равенство (8) преобразуется в систему из  $N$  уравнений с неизвестными намагниченностями  $M_n$ :

$$\frac{M_k}{\mu_r - 1} - \sum_{n=1}^N A_{kn} \cdot M_n = H_0(z_k), \quad n = 1, \dots, N$$

Магнитная проницаемость материала ферромагнетика в первом приближении может считаться постоянной

$$\mu_r = 800$$

Решение приведенной системы уравнений позволяет установить значения намагниченности всех элементов. После этого сила, действующая на ферромагнитный цилиндр, может быть вычислена путем суммирования:

$$f(z) = \sum_{n=1}^N M_n \cdot V \cdot \mu_0 \frac{dH_0}{dz}$$

**Характеристики исследуемых объектов.**

1. Ферромагнитная сфера.

Диаметр ферромагнитной сферы	$d=10.0$ мм
Плотность материала равна	$\rho=7.8$ г/см <sup>3</sup> .
Расстояние от нижней поверхности контейнера до центра образца	13 мм

2. Ферромагнитный цилиндр.

Диаметр ферромагнитного цилиндра	$d=11.8$ мм
Длина ферромагнитного цилиндра	$d=40.0$ мм
Плотность материала равна	$\rho=7.8$ г/см <sup>3</sup> .
Расстояние от нижней поверхности контейнера до центра образца	27 мм

3. Сферический магнит.

Диаметр сферы	$d=10$ мм
Плотность материала равна	$\rho=7.5$ г/см <sup>3</sup> .
Намагниченность	$\mu_0 \cdot M_0 = 1.20$ Т
Расстояние от нижней поверхности контейнера до центра образца	14 мм

4. Цилиндрический магнит 1.

Диаметр цилиндра	$d=11.5$ мм
Длина цилиндра	$l = 10$ мм
Плотность материала равна	$\rho=7.5$ г/см <sup>3</sup> .
Намагниченность	$\mu_0 \cdot M_0 = 1.20$ Т
Расстояние от нижней поверхности контейнера до центра образца	13мм

5. Цилиндрический магнит 2.

Диаметр цилиндра	$d=11.5 \text{ мм}$
Длина цилиндра	$l = 24 \text{ мм}$
Плотность материала равна	$\rho = 7.5 \text{ г/см}^3$ .
Намагниченность	$\mu_0 \cdot M_0 = 1.20 \text{ Т}$
Расстояние от нижней поверхности контейнера до центра образца	18 мм

6. Цилиндрический магнит 3.

Диаметр цилиндра	$10.0 \text{ мм}$
Длина цилиндра	$40 \text{ мм}$
Плотность материала равна	$\rho = 7.4 \text{ г/см}^3$ .
Намагниченность	$\mu_0 \cdot M_0 = 1.20 \text{ Т}$
Расстояние от нижней поверхности контейнера до центра образца	27 мм

### Параметры катушки.

В каждом слое 45 витков.

Длина катушки 50 мм

1 секция	16 слоев
----------	----------

внутренний радиус	11 мм
-------------------	-------

внешний радиус	27 мм
----------------	-------

2 секция	8 слоев
----------	---------

внутренний радиус	27 мм
-------------------	-------

внешний радиус	35 мм
----------------	-------

3 секция	6 слоев
----------	---------

внутренний радиус	35 мм
-------------------	-------

внешний радиус	41 мм
----------------	-------

4 секция	6 слоев
----------	---------

внутренний радиус	41 мм
-------------------	-------

внешний радиус	47мм
----------------	------

Характеристики катушки при включении всех секций катушки последовательно:

Длина катушки	50 мм
---------------	-------

внутренний радиус	11 мм
-------------------	-------

внешний радиус	47 мм
----------------	-------

число витков	1620
--------------	------