

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ПЕТРА ВЕЛИКОГО

Инженерно-строительный институт  
Высшая школа дизайна и архитектуры

*Н. С. Иванова, И. С. Смирнова*

## **ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА**

### **ДОПОЛНИТЕЛЬНОЕ ОРТОГОНАЛЬНОЕ ПРОЕКЦИРОВАНИЕ**

Примеры решения типовых задач и варианты контрольной работы

Учебное пособие

Санкт-Петербург  
2026

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
1. Задания для подготовки по теме	5
2. Примеры решения типовых задач	6
Задача 1	6
Задача 2	7
Задача 3	8
Задача 4	9
Задача 5	10
Задача 6	11
3. Варианты контрольной работы	12
Библиографический список	27

## ВВЕДЕНИЕ

Классический метод ортогонального проецирования на две или три взаимно перпендикулярные плоскости позволяет однозначно определить форму и положение объекта. Зачастую, исходные проекции не дают возможности судить об истинных метрических характеристиках геометрических фигур (длинах отрезков, величинах углов) из-за искажений, вызванных невыгодным положением объекта относительно плоскостей проекций. Задача упрощается, если объекты расположить в частном положении относительно плоскостей проекций.

Одним из способов преобразования чертежа является метод дополнительного ортогонального проецирования (ДОП), который позволяет перейти к удобной для решения задачи новой системе плоскостей. Сущность метода заключается во введении дополнительных плоскостей проекций и центров проецирования. При этом положение геометрических объектов по отношению к исходным плоскостям проекций остается неизменным.

Из свойств параллельного проецирования известно, что плоская фигура или отрезок прямой проецируются в натуральную величину, если они расположены параллельно какой-либо плоскости проекций. Поэтому, используя метод замены плоскостей проекций, можно, например, преобразовать чертеж так, чтобы объект был расположен параллельно новой плоскости проекций и отображался в натуральную величину.

Главная цель метода ДОП: преобразование положения геометрического объекта из общего в частное в целях упрощения условия задачи и/или определения натуральных метрических характеристик объектов геометрическим способом.

С помощью метода ДОП можно определить:

- натуральную величину отрезка (расстояние между двумя точками);

- расстояния: от точки до прямой, от точки до плоскости, между параллельными прямыми, между скрещивающимися прямыми;

- величины углов: углы наклона прямой к плоскостям проекций, двугранные углы, углы между плоскостями.

Основные преобразования, выполняемые методом ДОП:

- преобразовать прямую общего положения в прямую уровня;
- преобразовать прямую уровня в проецирующую прямую;
- преобразовать плоскость общего положения в проецирующую;
- преобразовать проецирующую плоскость в плоскость уровня.

Данные преобразования подробно рассмотрены в пособии [1].

В инженерной практике (машиностроении, архитектуре, строительстве) этот метод используется для построения: сечений геометрических тел плоскостями (нахождение истинной формы сечения); разверток поверхностей, теней в ортогональных проекциях (определение контуров собственной и падающей тени).

Данное пособие содержит задания для подготовки по теме «Дополнительное ортогональное проецирование», примеры решения типовых задач и комплект вариантов контрольной работы. В контрольной работе — три задачи, охватывающие следующие темы:

- определение длины отрезка и углов его наклона к фронтальной и горизонтальной плоскостям проекций;
- определение натуральной величины плоской фигуры;
- определение натуральной величины сечения тела плоскостью.

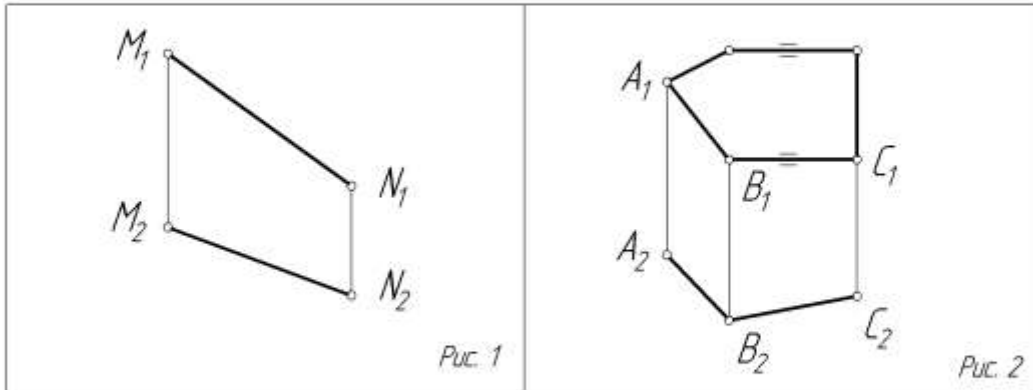
Перед выполнением заданий рекомендуется изучить пособия [1, 2, 3], приведённые в библиографическом списке. Они содержат основные положения курса «Инженерная графика» по разделу «Начертательная геометрия», а также решения задач с подробными текстовыми комментариями и графическими фрагментами последовательности построения.

Комплект вариантов контрольной работы может быть использован также и для самостоятельной работы студентов в качестве домашних заданий.

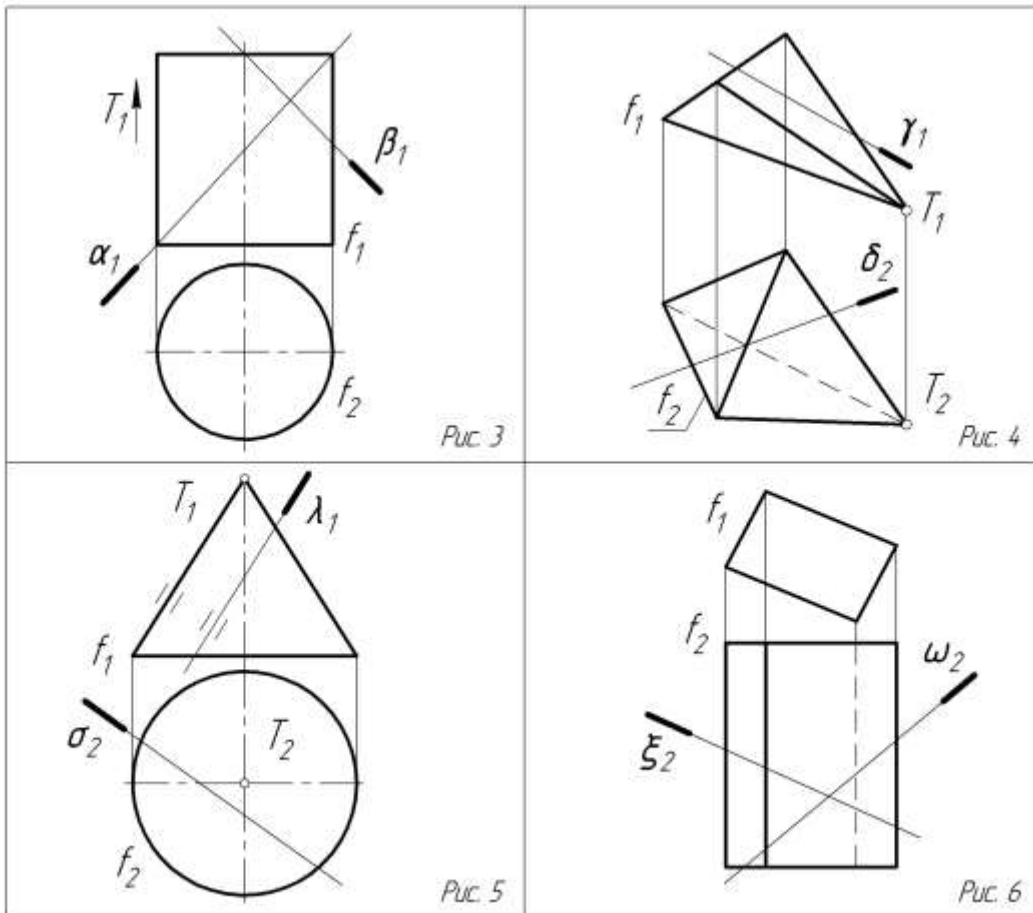
# 1. ЗАДАНИЯ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ

## Задания для подготовки по теме "Дополнительное ортогональное проецирование"

1. Определить длину отрезка  $MN$  и углы его наклона к плоскостям проекций  $\pi_1$  и  $\pi_2$  (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABC)$  (рис. 2).



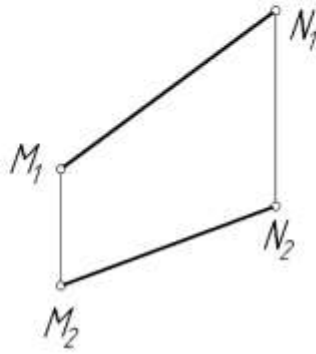
3. Определить натуральную величину сечений геометрических тел проецирующими плоскостями  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \lambda, \sigma, \xi, \omega$  (рис. 3, 4, 5, 6).



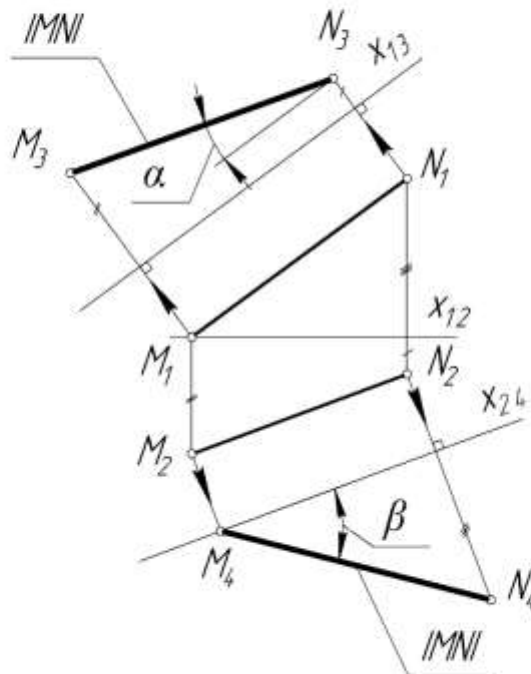
## 2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

### Задача 1

Определить длину отрезка  $MN$  и углы его наклона к фронтальной и горизонтальной плоскостям проекций.



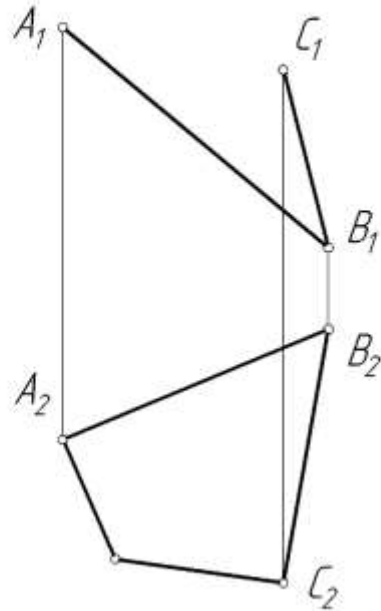
### Решение



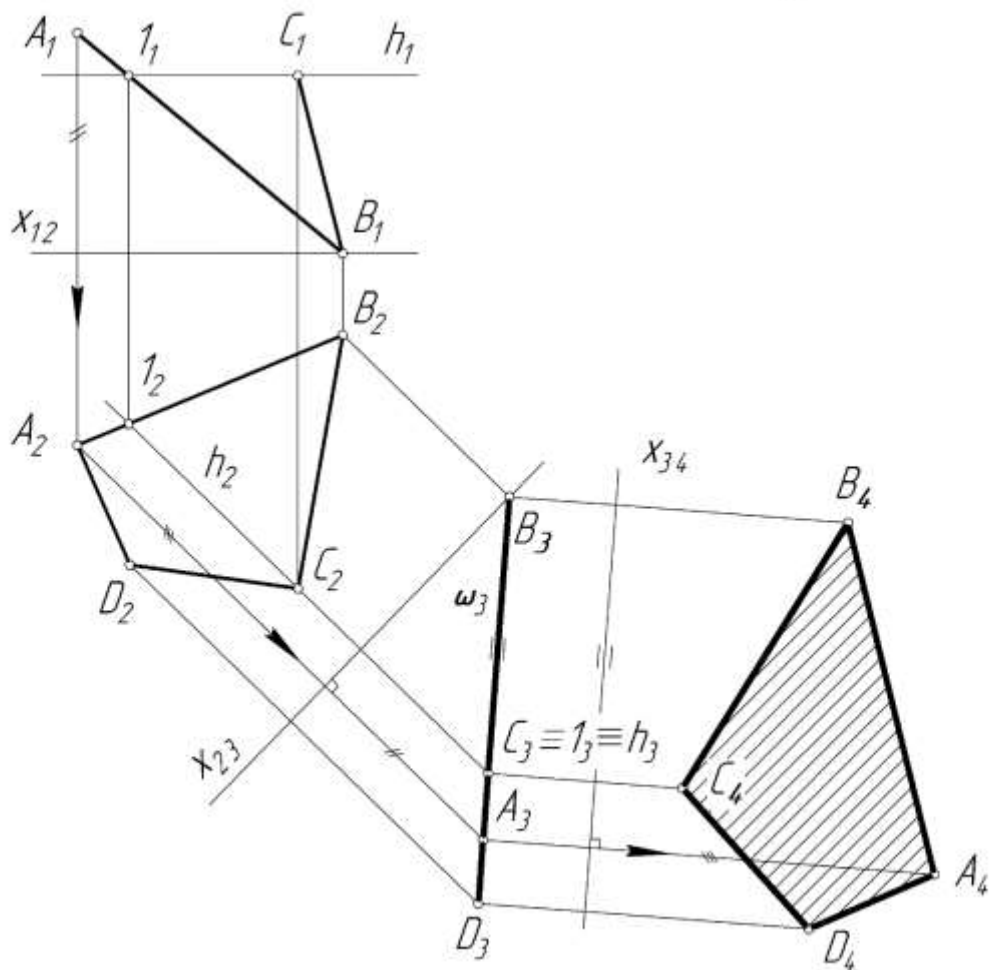
$$\alpha = [MN] \wedge \pi_1$$
$$\beta = [MN] \wedge \pi_2$$

## Задача 2

Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABC)$

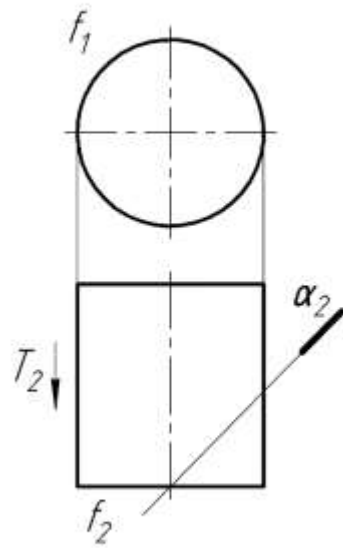


### Решение

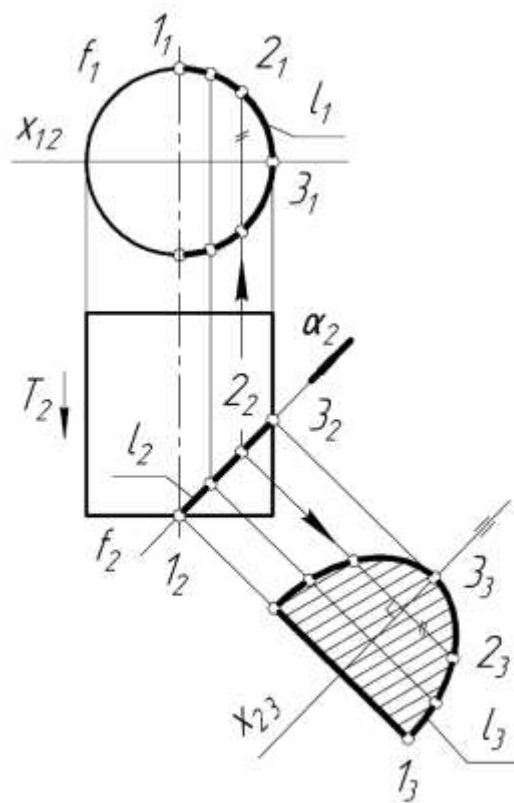


### Задача 3

Определить натуральную величину сечения цилиндра  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$ .

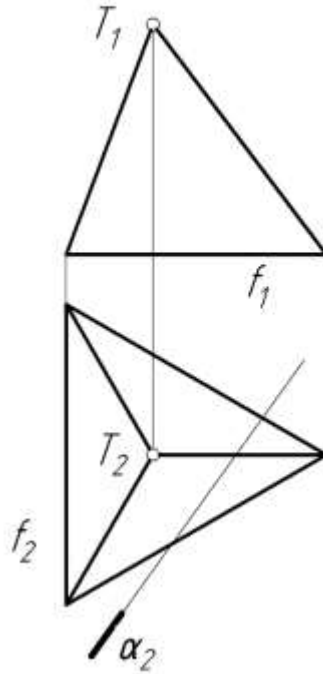


### Решение

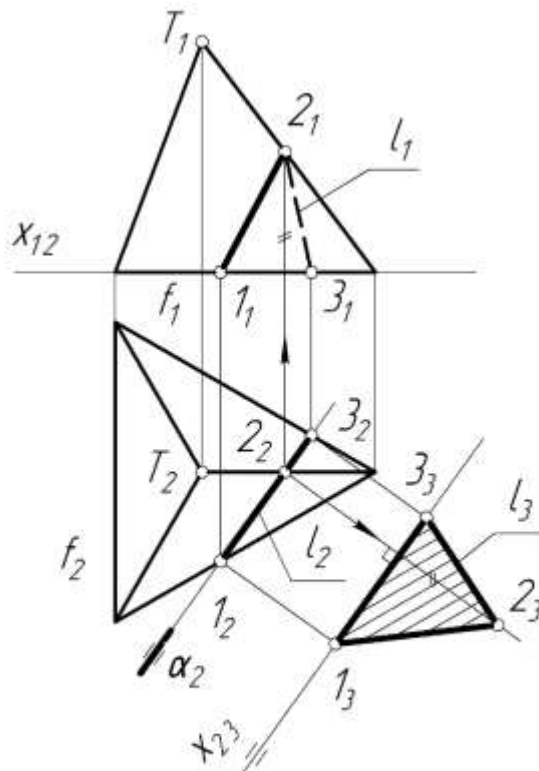


### Задача 4

Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$ .

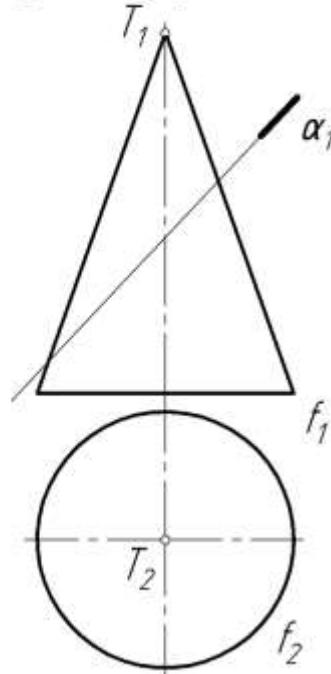


### Решение

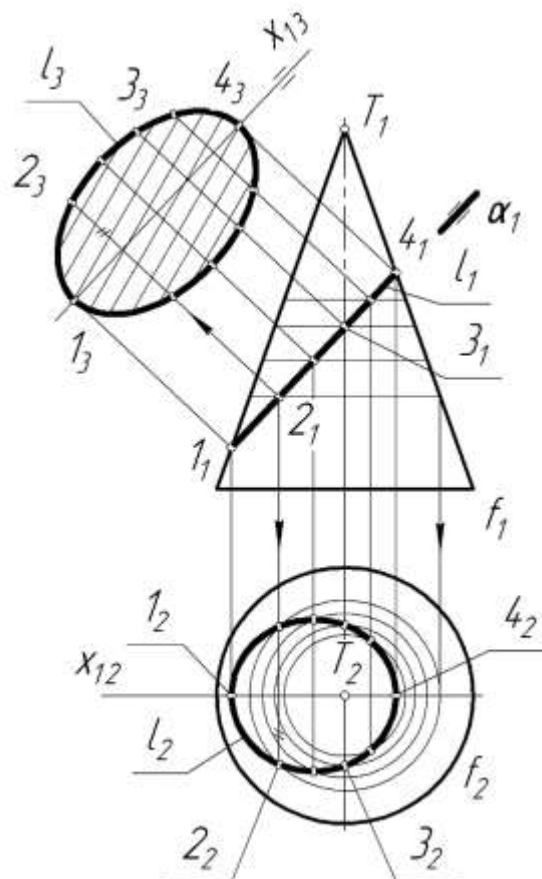


### Задача 5

Определить натуральную величину сечения конуса  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$ .

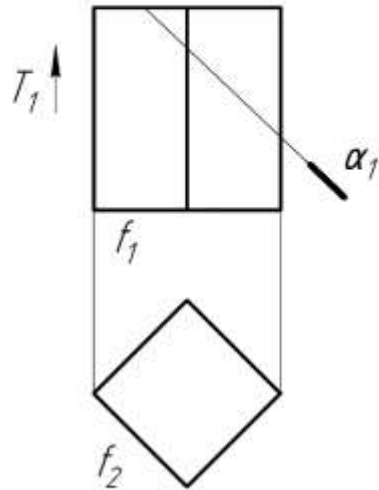


### Решение

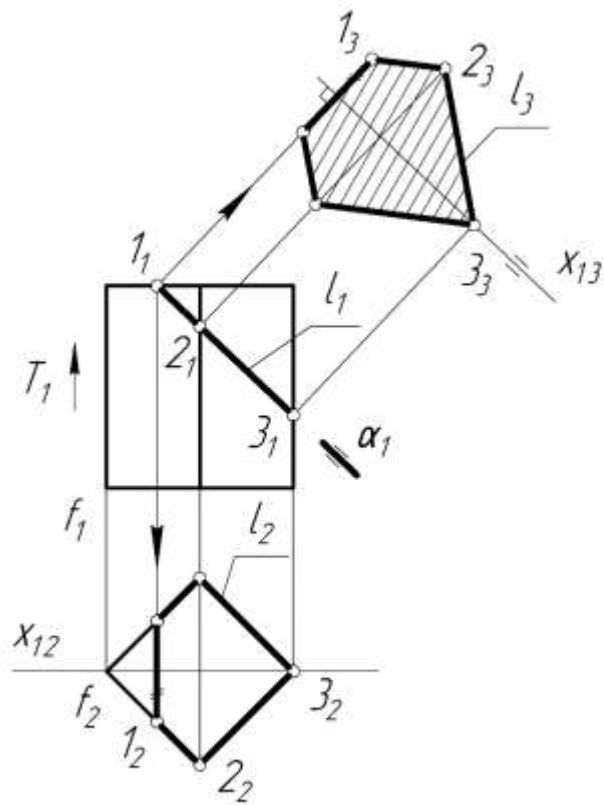


### Задача 6

Определить натуральную величину сечения призмы  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$ .



### Решение

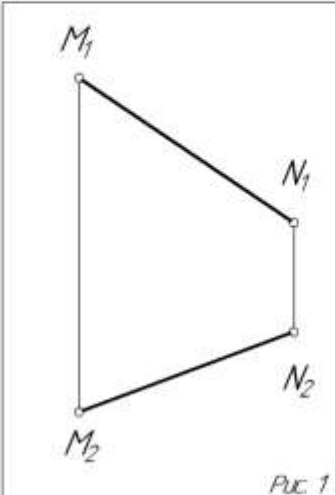
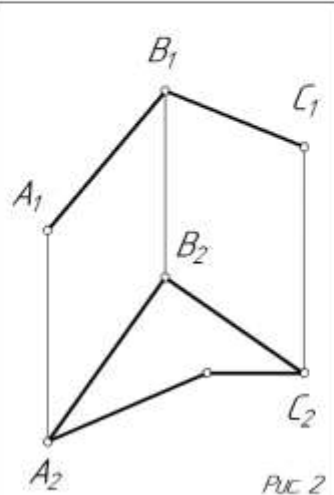
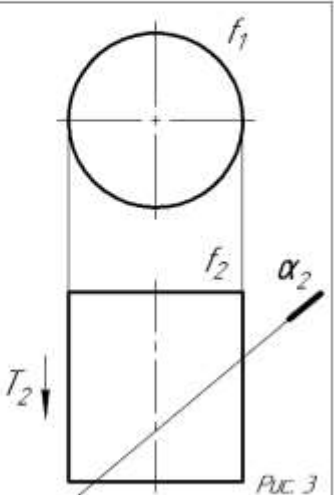


### 3. ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Вариант № 1

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

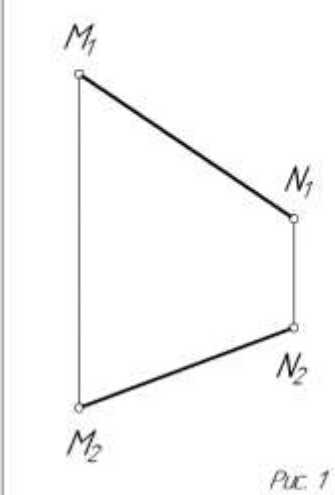
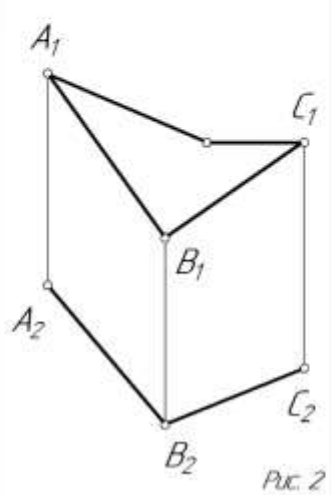
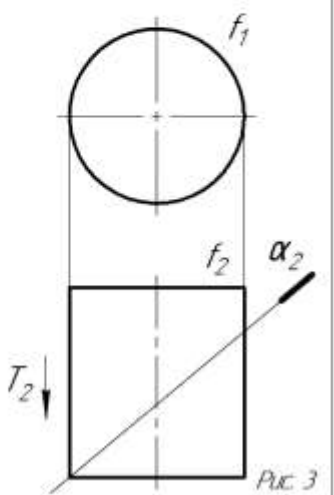
1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABC)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения цилиндра  $\Sigma(T, H)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).

 <p style="text-align: center;">Рис. 1</p>	 <p style="text-align: center;">Рис. 2</p>	 <p style="text-align: center;">Рис. 3</p>
--	--	---

Вариант № 2

**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

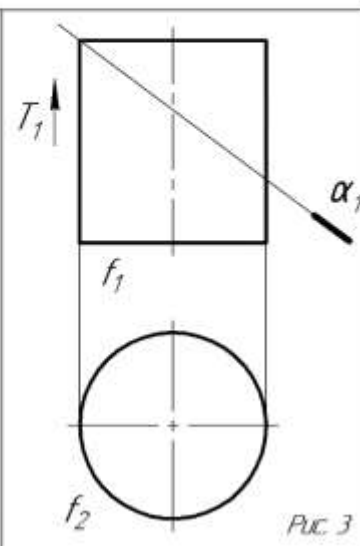
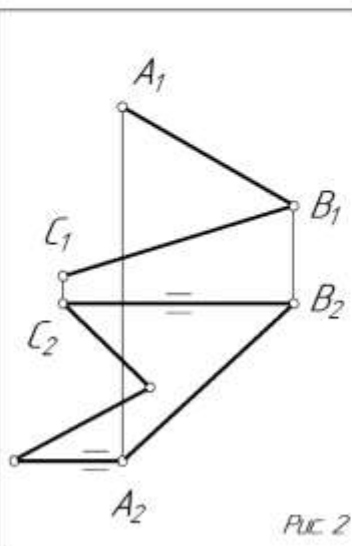
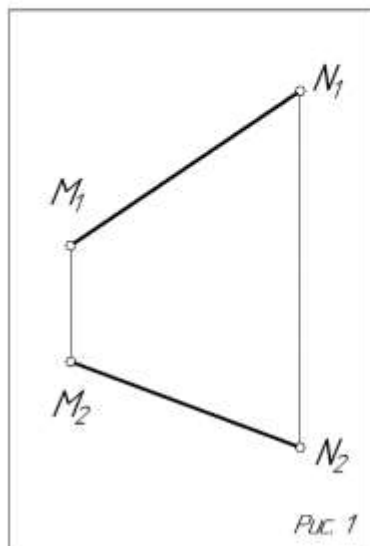
1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABC)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения цилиндра  $\Sigma(T, H)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).

 <p style="text-align: center;">Рис. 1</p>	 <p style="text-align: center;">Рис. 2</p>	 <p style="text-align: center;">Рис. 3</p>
---	---	--

Вариант № 3

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

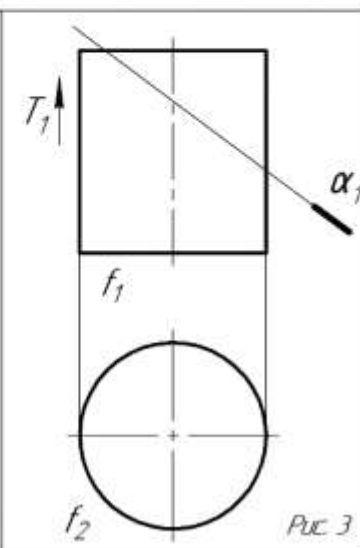
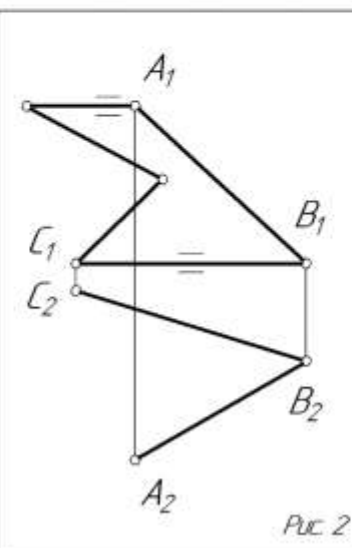
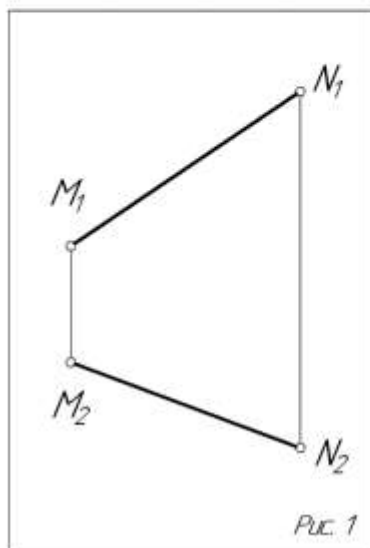
1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(A, B, C)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения цилиндра  $\Sigma(\Pi, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



Вариант № 4

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

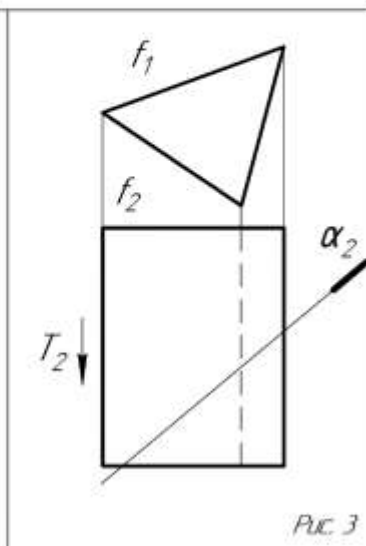
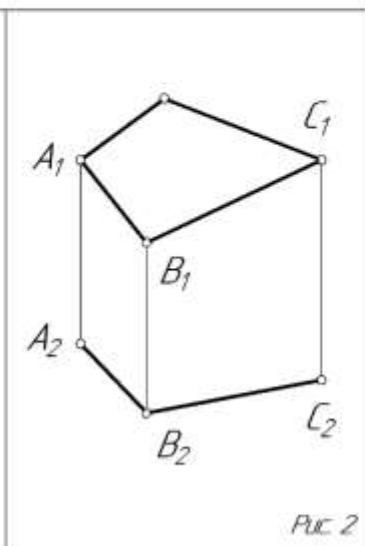
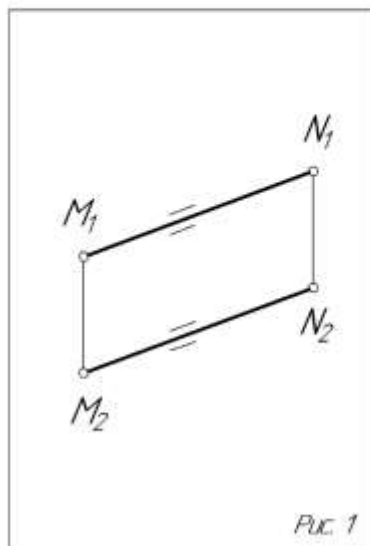
1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(A, B, C)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения цилиндра  $\Sigma(\Pi, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



Вариант № 5

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

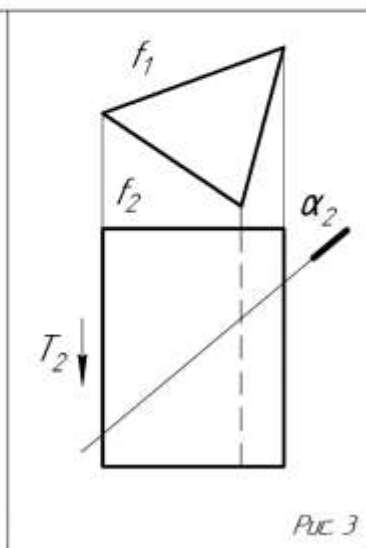
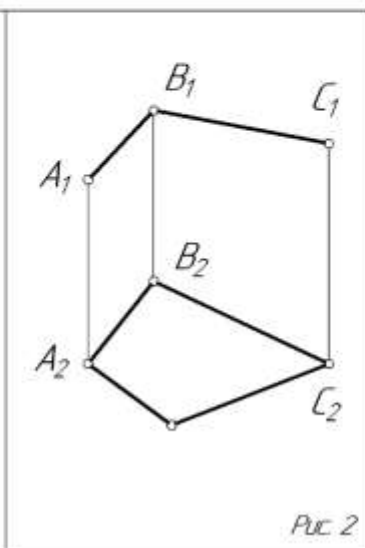
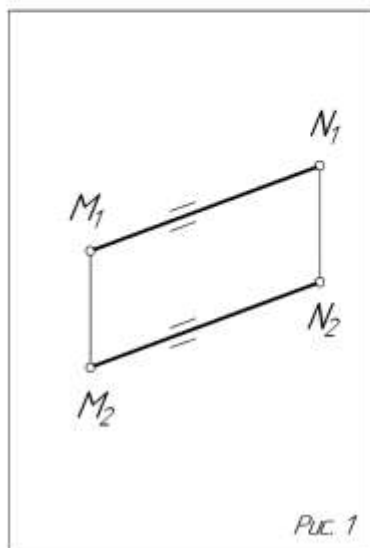
1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(A_1B_1C_1)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения призмы  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



Вариант № 6

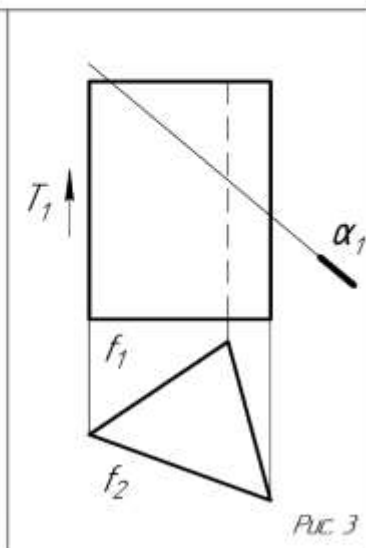
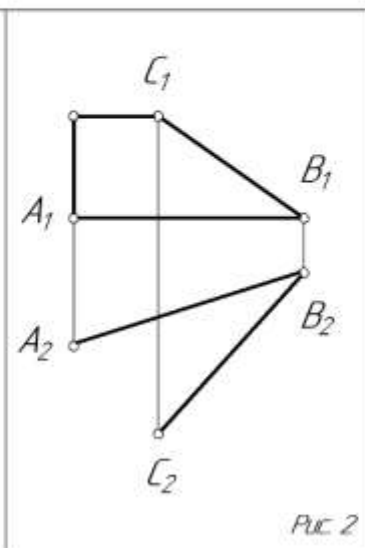
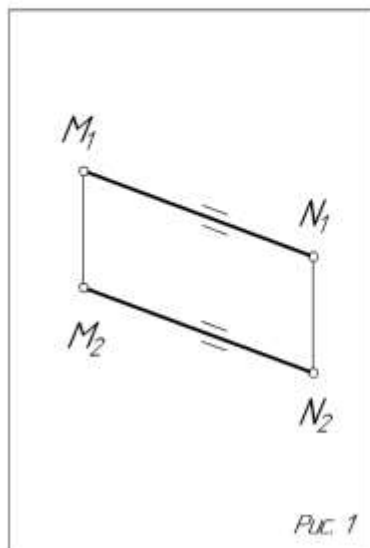
### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(A_1B_1C_1)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения призмы  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



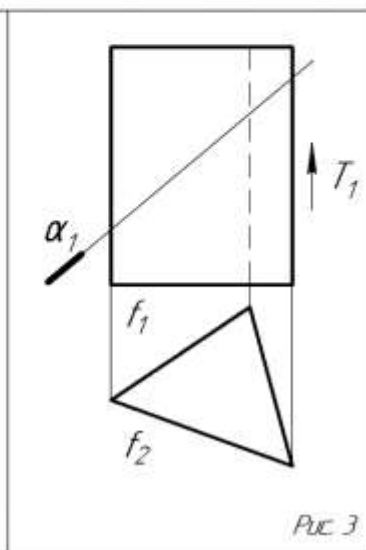
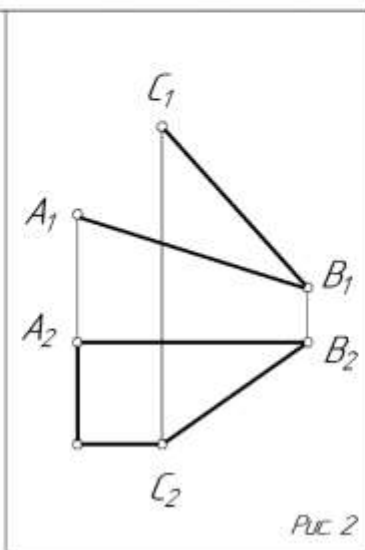
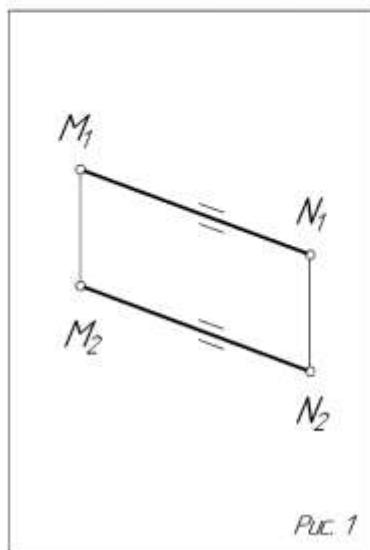
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABC)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения призмы  $\Sigma(T, \alpha)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



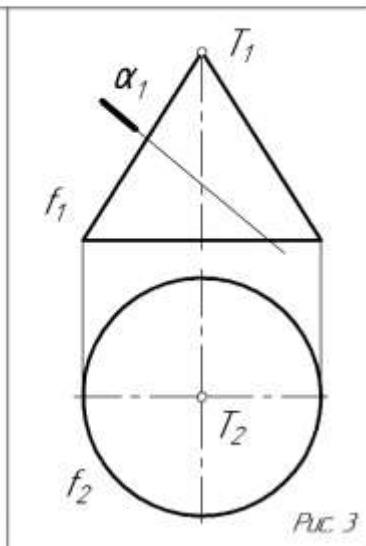
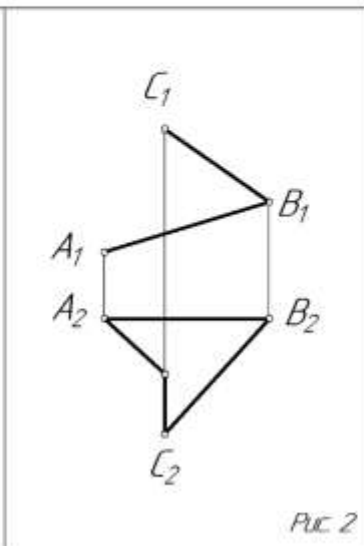
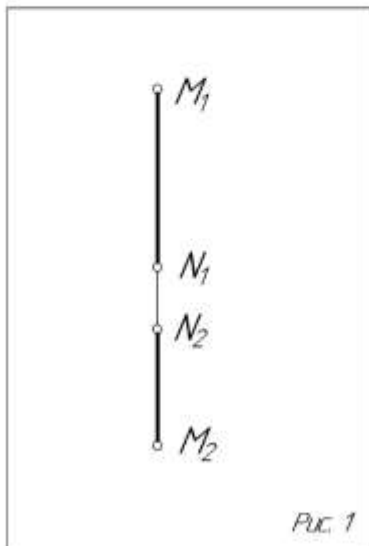
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABC)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения призмы  $\Sigma(T, \alpha)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



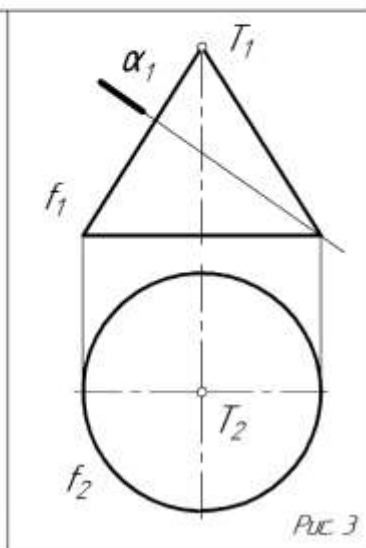
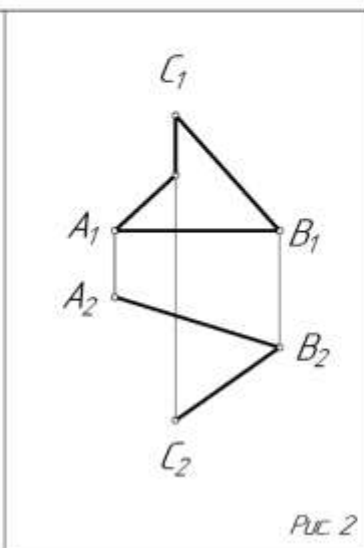
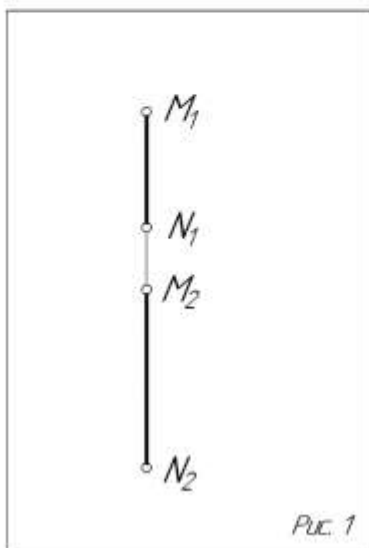
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и углы его наклона к плоскостям проекций  $\pi_1$  и  $\pi_2$  (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABO)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения конуса  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



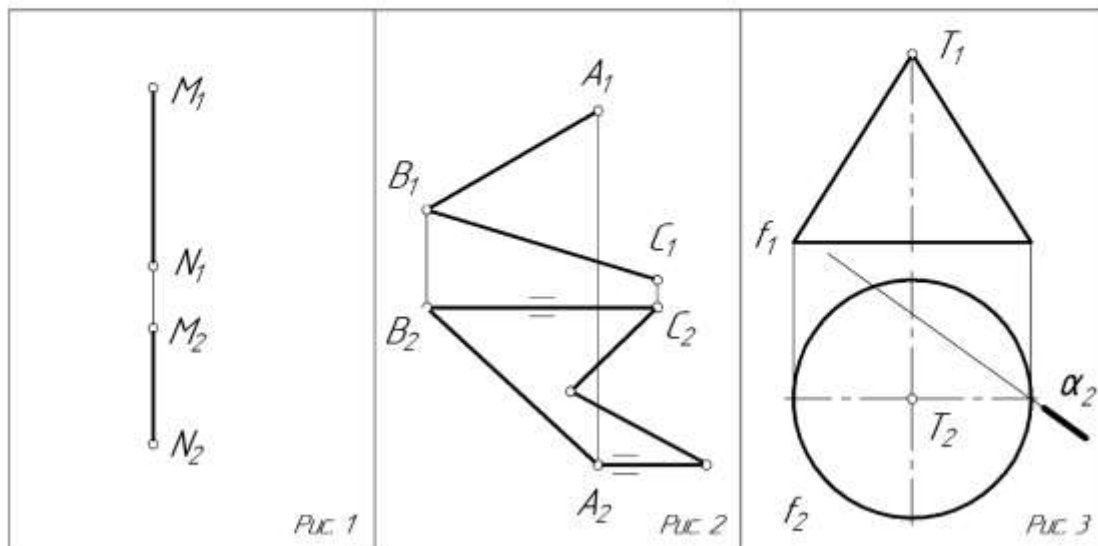
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и углы его наклона к плоскостям проекций  $\pi_1$  и  $\pi_2$  (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABO)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения конуса  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



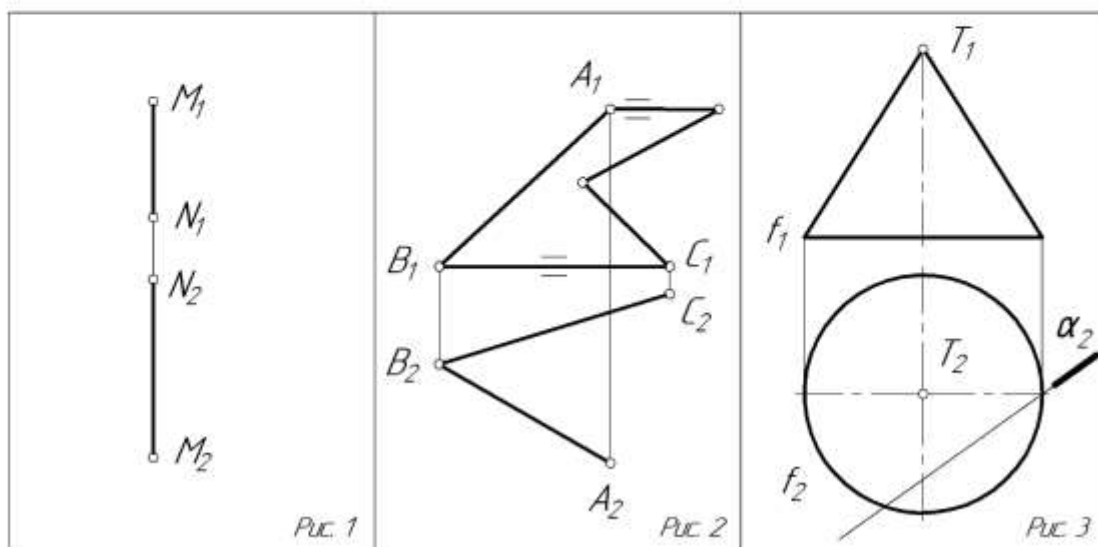
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и углы его наклона к плоскостям проекций  $\pi_1$  и  $\pi_2$  (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABD)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения конуса  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



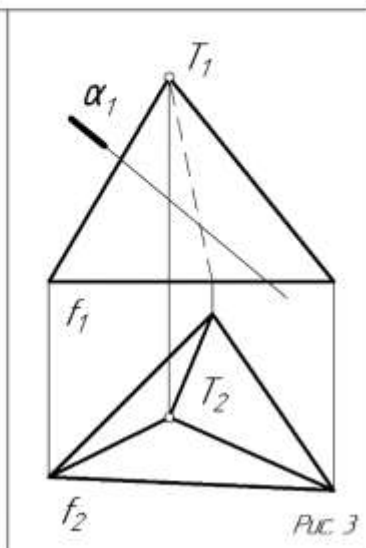
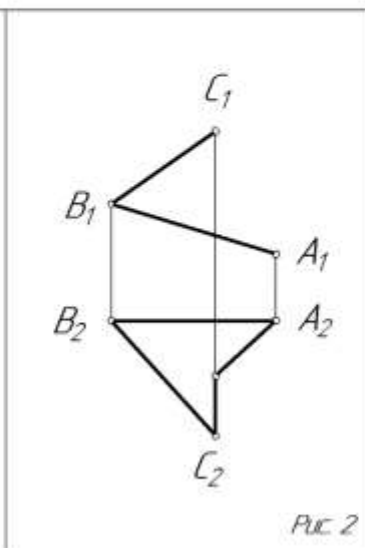
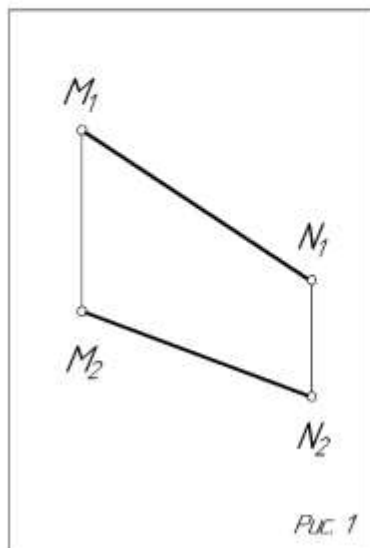
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и углы его наклона к плоскостям проекций  $\pi_1$  и  $\pi_2$  (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABD)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения конуса  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



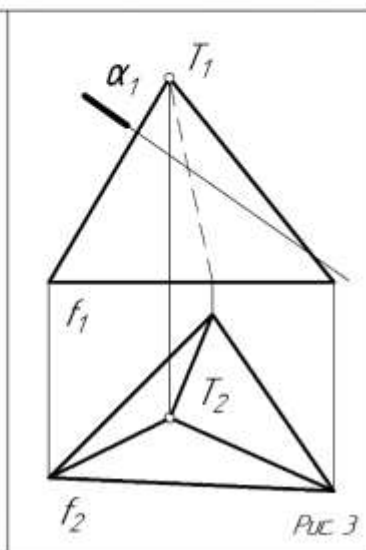
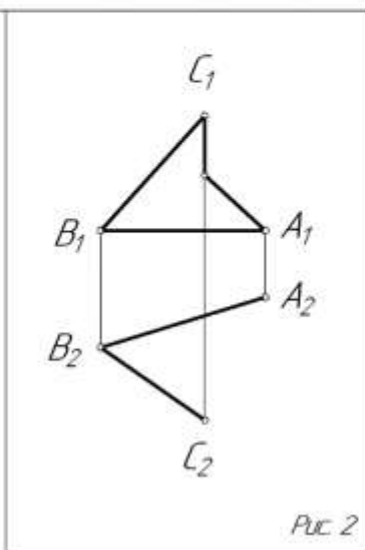
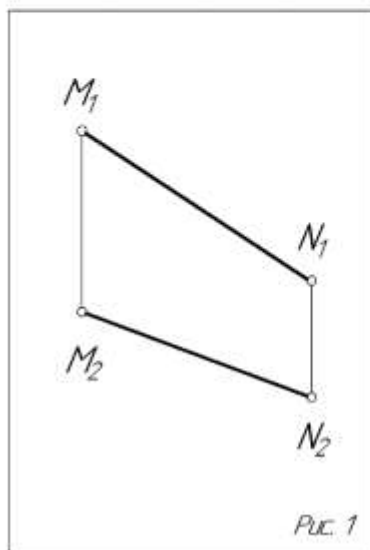
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABO)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, P)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



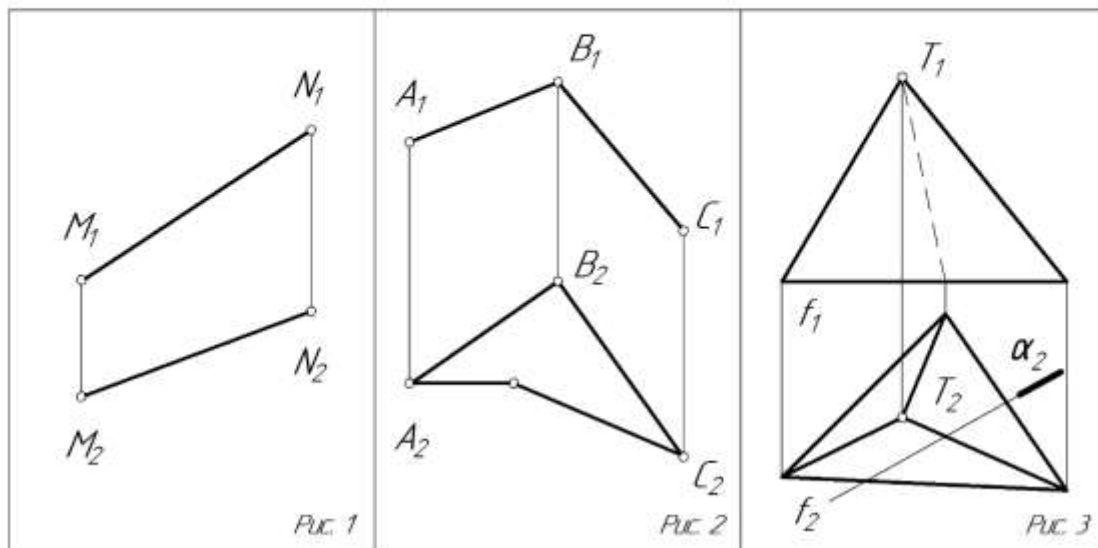
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABO)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, P)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



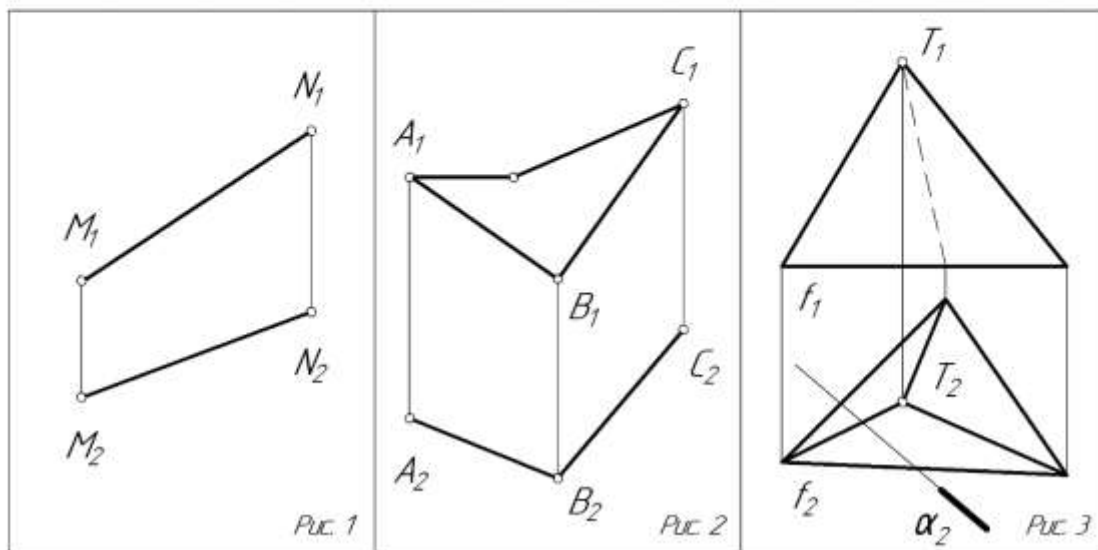
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABD)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, P)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



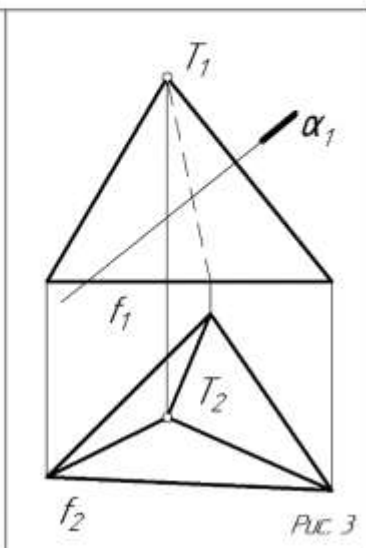
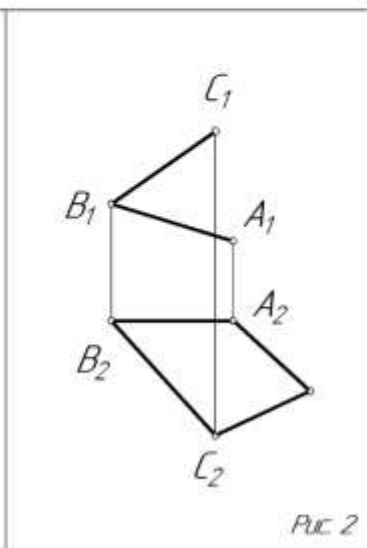
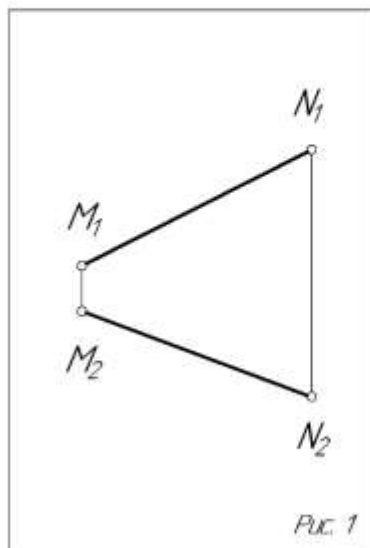
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABD)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, P)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



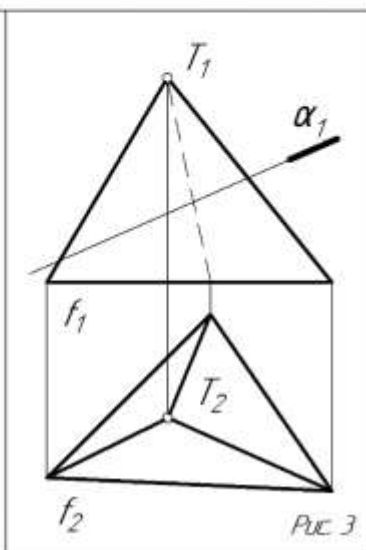
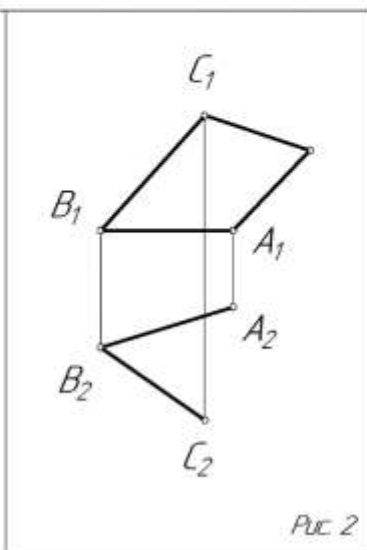
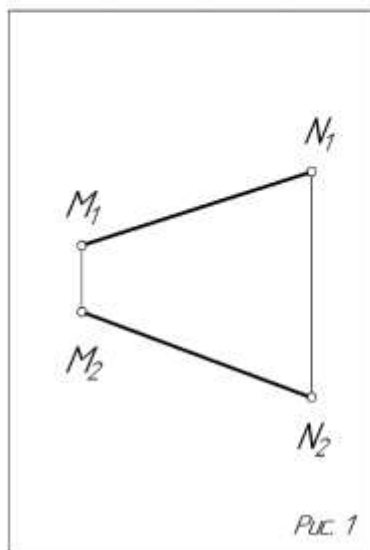
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABO)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, P)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



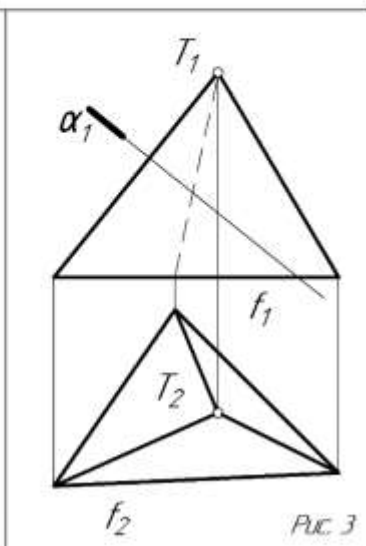
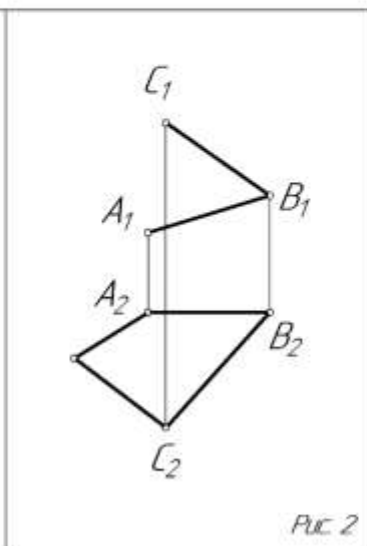
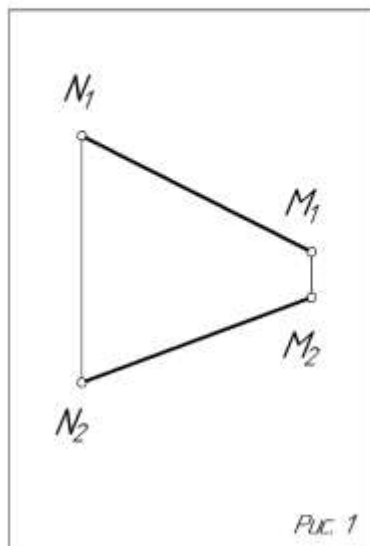
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABO)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, P)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



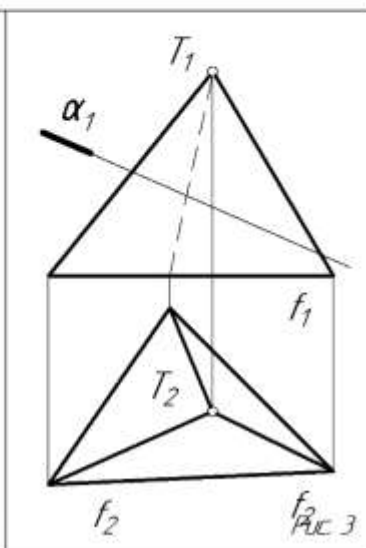
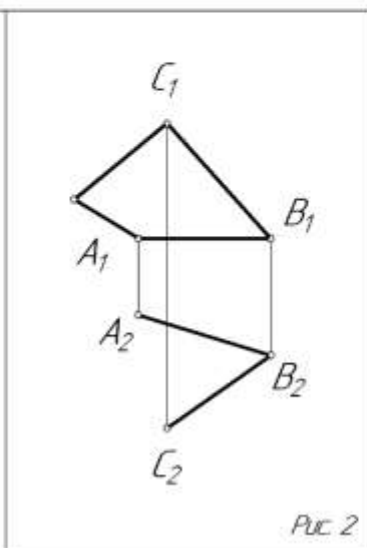
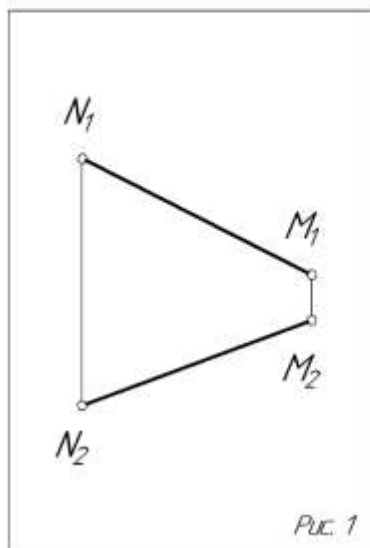
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABO)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, P)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



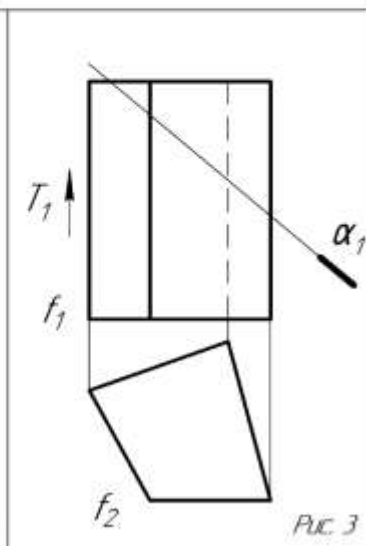
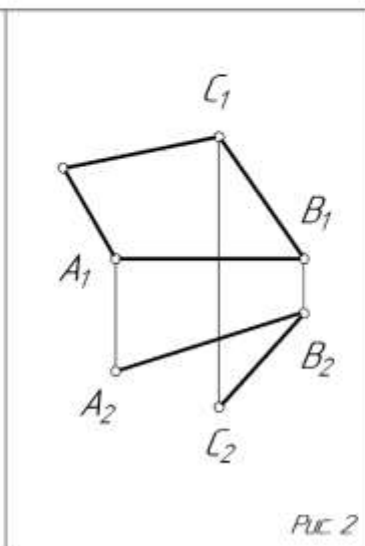
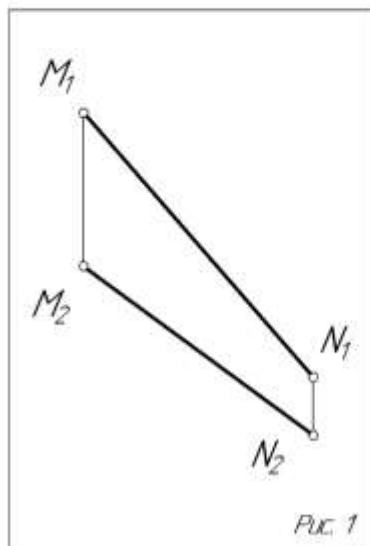
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABO)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, P)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



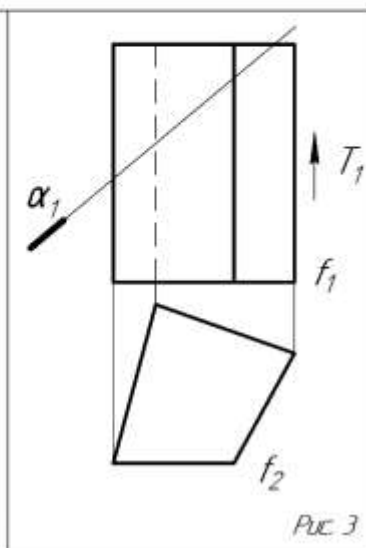
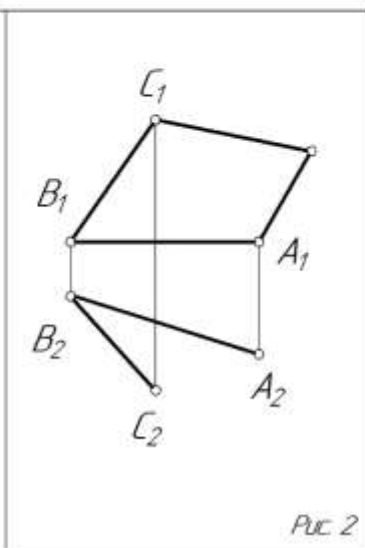
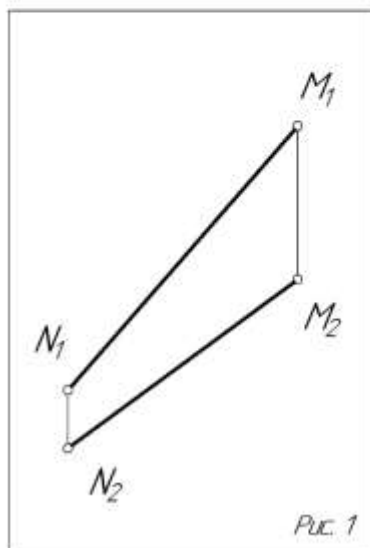
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABD)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения призмы  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



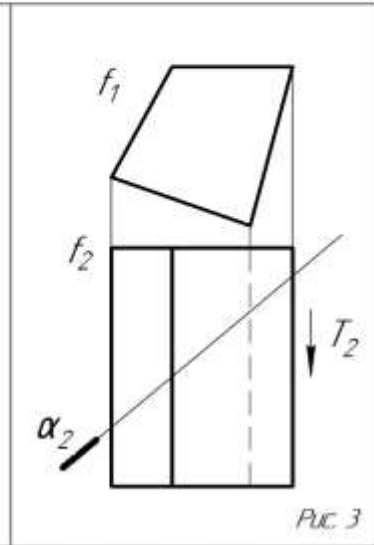
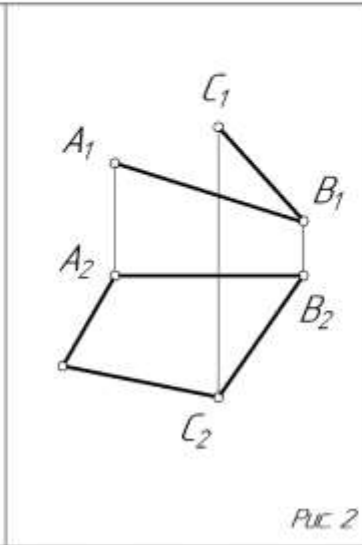
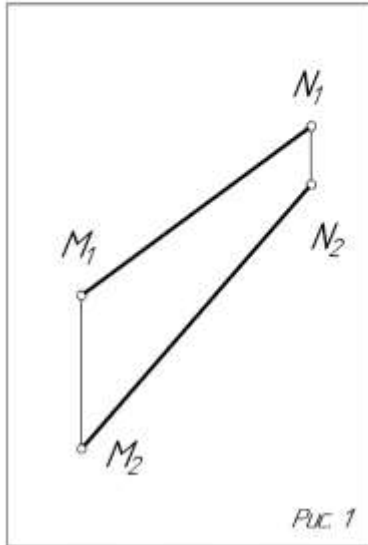
КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABD)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения призмы  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



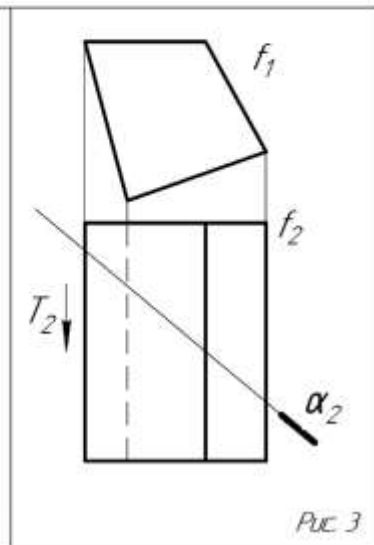
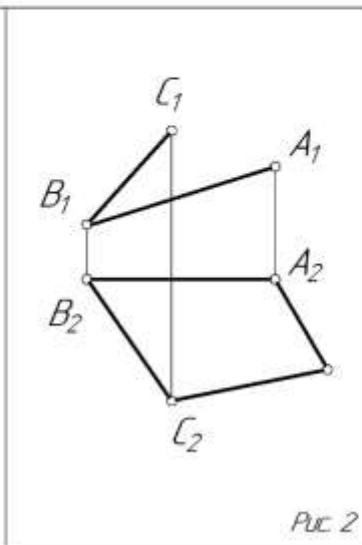
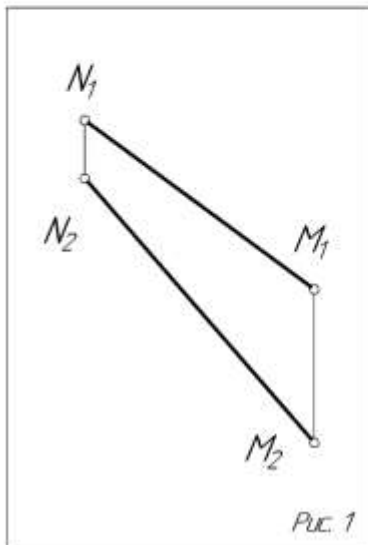
**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABC)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения призмы  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



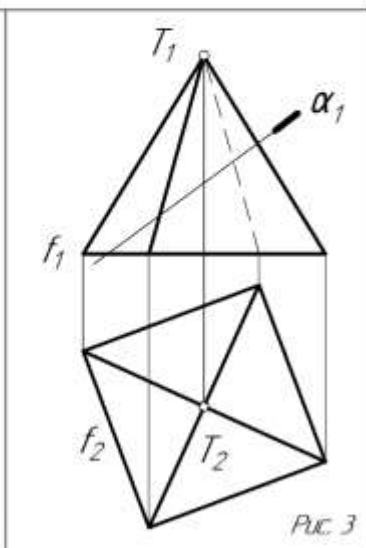
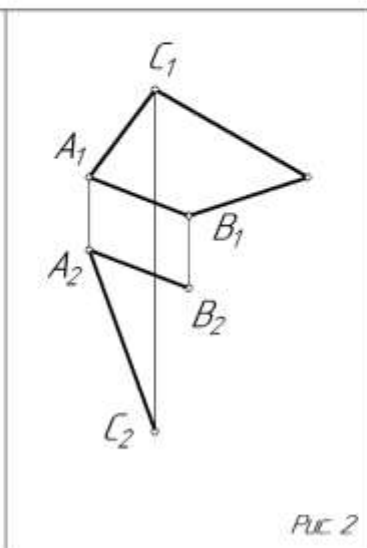
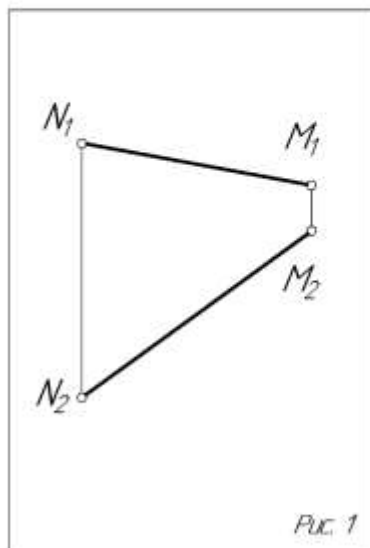
**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABC)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения призмы  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



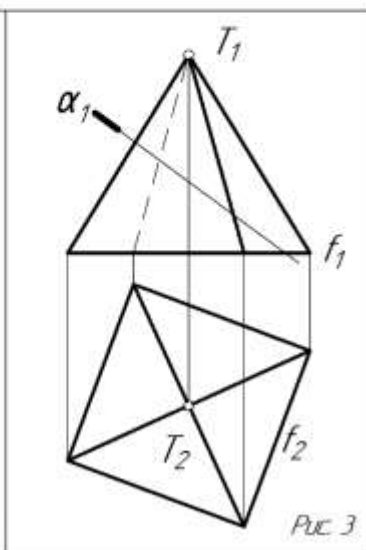
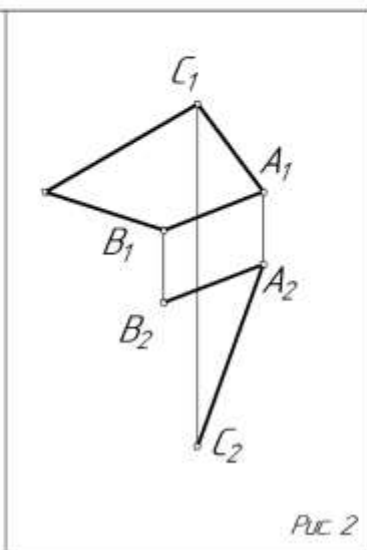
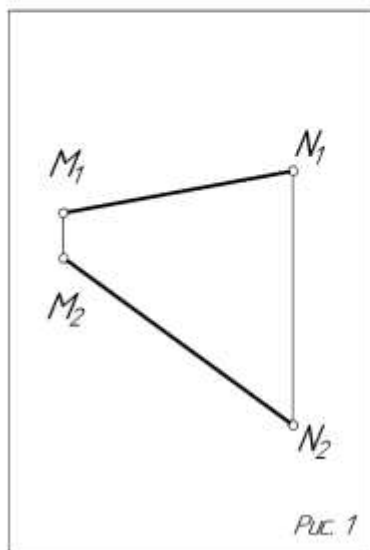
**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABC)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, P)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



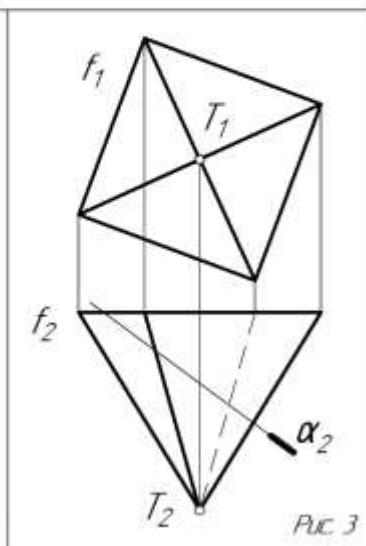
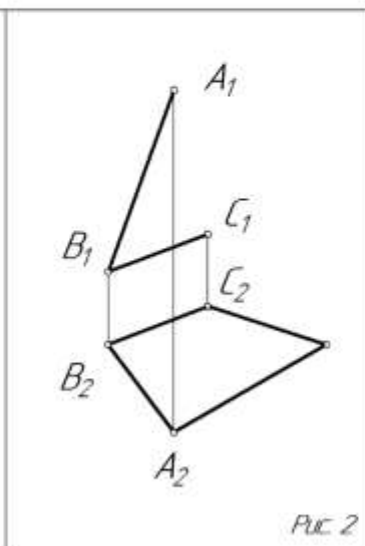
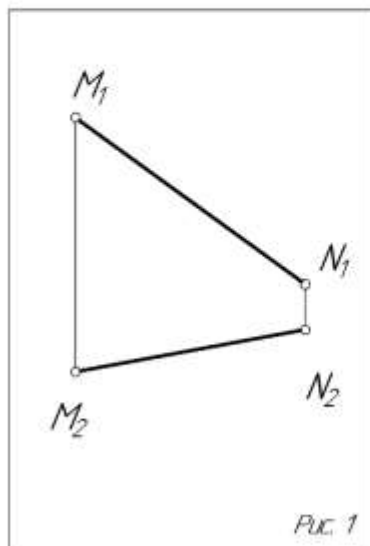
**КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА**

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABC)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, P)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



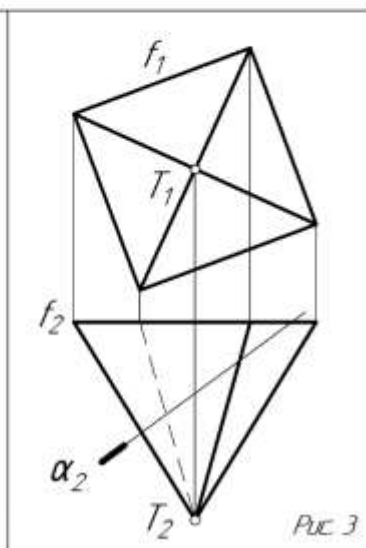
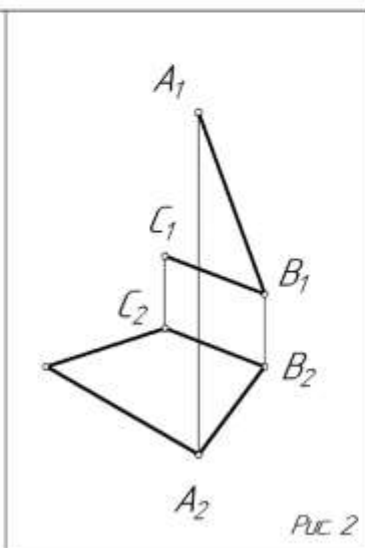
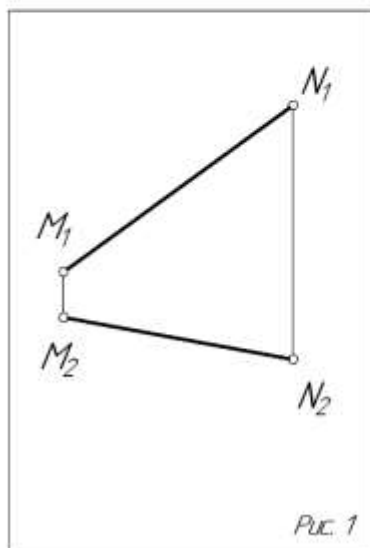
### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABD)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, P)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



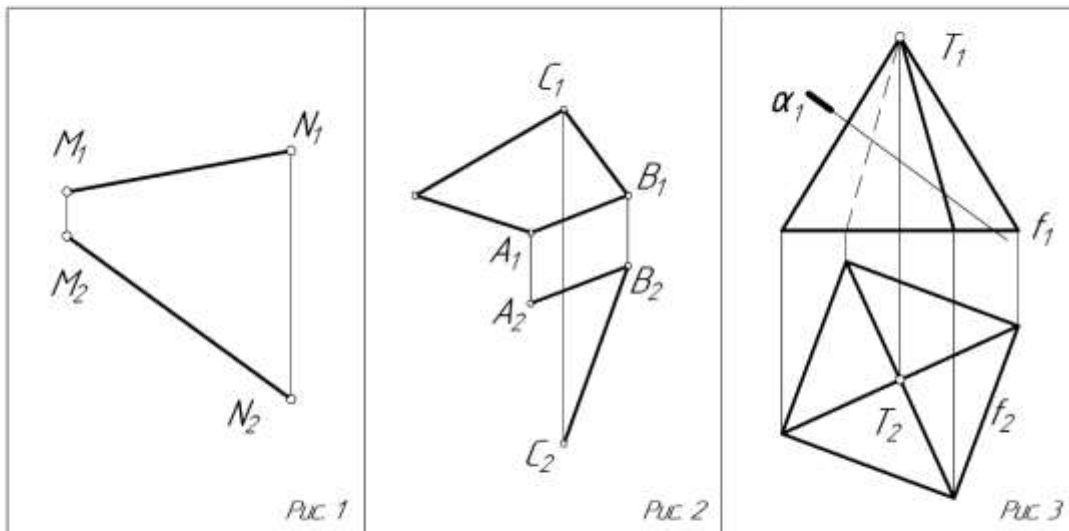
### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(ABD)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, P)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



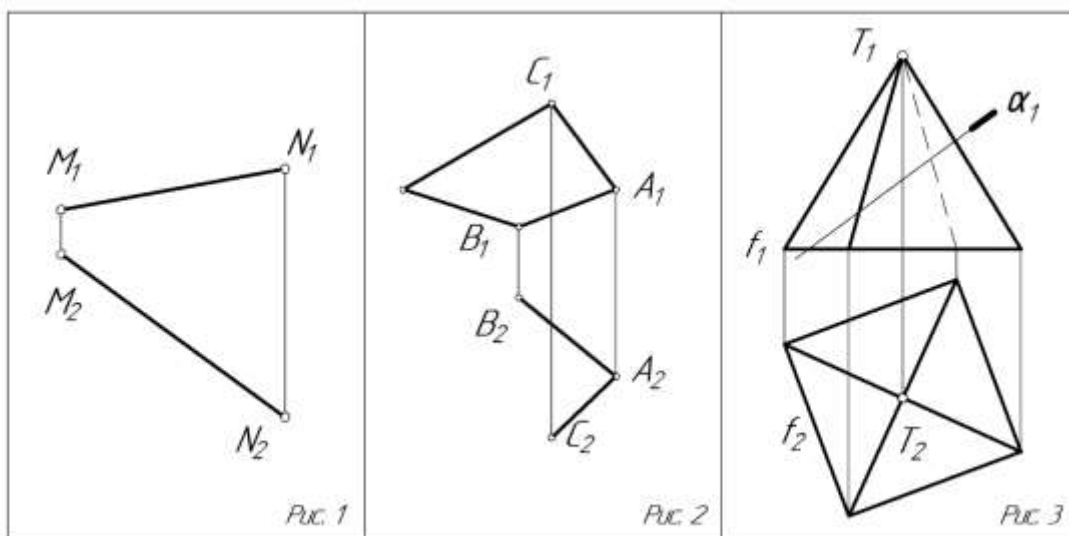
### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к фронтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(A, B, C)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

1. Определить длину отрезка  $MN$  и угол его наклона к горизонтальной плоскости проекций (рис. 1).
2. Определить натуральную величину фигуры, принадлежащей плоскости  $\omega(A, B, C)$  (рис. 2).
3. Определить натуральную величину сечения пирамиды  $\Sigma(T, f)$  плоскостью  $\alpha$  (рис. 3).



## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Красильникова Г. А.* Начертательная геометрия и инженерная графика. Краткий курс лекций по начертательной геометрии: учеб. пособие / Г. А. Красильникова, М. С. Кокорин. Н. С. Иванова. — СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2016. — 88 с.

2. Начертательная геометрия. Инженерная графика. Позиционные задачи. Ч. 1: учеб. пособие / Л. Б. Иванова [и др.] — СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2013. — 86 с.

3. *Иванова Н. С.* Начертательная геометрия. Инженерная графика. Позиционные задачи на инцидентность геометрических элементов: учеб. пособие / Н. С. Иванова. — СПб. : Изд-во Политехн. ун-та, 2003. — 78 с.