

**Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого
Институт инженерно-строительного**

На правах рукописи

ФАМ НГОК ТХИНЬ

Тема научно-квалификационной работы (диссертации)
**«Оценка несущей способности нескальных оснований
массивных гидротехнических сооружений»**

Направление подготовки 08.06.01 – Техника и технологии строительства

Направленность 05.23.07 – гидротехническое строительство

НАУЧНЫЙ ДОКЛАД

об основных результатах научно-квалификационной работы (диссертации)

Автор работы: Фам Нгок Тхинь

Научный руководитель: доктор
технических наук, профессор
Бухарцев Владимир Николаевич

Санкт Петербург – 2018

Научно-квалификационная работа выполнена в ВШ/на кафедре Института инженерно-строительного федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Директор ВШ/зав. кафедрой:

Исса Того,
Кандидат технических наук

Научный руководитель:

Бухарцев Владимир Николаевич,
Доктор технических наук,
профессор

Рецензент:

Гапеев Анатолий Михайлович,
Доктор технических наук,
профессор кафедры
гидротехнических сооружений,
конструкций и гидравлики
ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова

С научным докладом можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» и на сайте Электронной библиотеки СПбПУ по адресу: <http://elib.spbstu.ru>

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы

Тема актуально, т.к. используется при решении многих инженерных задач связанных с обеспечением несущей способности оснований.

Цель и задачи исследования

Цель исследования – разработать методику применения к оценке несущей способности нескальных оснований гидротехнических сооружений расчетного метода, в котором полностью соблюдаются законы механики.

Используя разработанную методику как инструмент, решить ряд задач, направленных на выявление влияния на несущую способность оснований гидротехнических сооружений основных факторов:

• граничных условий по напряжениям и ориентации площадок сдвигов в крайних точках профиля поверхности сдвигов, а также в сопряжениях участков тела обрушения при использовании традиционной расчетной схемы;

- формы поверхности обрушения;
- удельного веса и параметров прочности грунта основания;
- фильтрационных и сейсмических сил.

Научная новизна

Разработана методика оценки несущей способности оснований, использующая расчетный метод, в котором полностью соблюдаются условия равновесия и граничные условия.

Теоретическая и практическая значимость

Заключается в разработке методики оценки несущей способности нескальных оснований, которая позволяет повысить проектную надежность сооружений за счет применения более совершенного расчетного метода, в котором соблюдаются условия равновесия и граничные условия.

Апробация работы

Работа докладывалась и положительно оценена на кафедре «Водохозяйственное и гидротехническое строительство» Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого и в ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева, а также на Научных студенческих конференциях с международным участием в рамках Недели науки СПбПУ в 2015 – 2017 годах.

Принятая в диссертации концепция оценки запаса устойчивости массивных сооружений по схеме глубинного сдвига, выражающейся соотношением расчетных и критических значений параметров прочности грунта основания, учитывает специфику воздействий на гидротехнические

сооружения. В нагрузки включены фильтрационные силы, действующие на напорные гидротехнические сооружения и их основания.

Публикации

По теме диссертации опубликовано девять печатных работ, пять из которых входят в перечень изданий, рекомендованных ВАК РФ.

Представление научного доклада: основные положения

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованной литературы. Текст диссертации, изложенный на 127 страницах (кегель 14 Nimes Word), включает 43 рисунка и две таблицы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении представлены: обзор литературных источников, анализ состояния вопроса, обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, упомянутые в общей характеристике работы.

Отмечено, что одним из основных и важных вопросов, с которым приходится сталкиваться при проектировании бетонных сооружений, расположенных на нескальном основании, является обеспечение устойчивости грунтового массива снования, определяющей его несущую способность. От правильного решения этого вопроса в значительной мере зависит эксплуатационная надежность сооружений и их долговечность.

Особое значение эта проблема приобретает для гидротехнического строительства, поскольку гидротехнические сооружения обладают повышенной опасностью и, следовательно, несут большую социальную и экономическую ответственность. К таким сооружениям относятся, например, низконапорные водоподпорные плотины, русловые здания ГЭС и т.д.

В первой главе выполнены краткий обзор и анализ наиболее распространенных расчетных методов оценки несущей способности нескальных оснований, а также обзор и анализ распространенных концепций коэффициента запаса несущей способности.

Констатируется, что рассмотренные трактовки коэффициента запаса дают, по существу, лишь относительную оценку несущей способности основания, выявляя меру запаса в рамках расчетных предпосылок применяемого метода. Поэтому разработка универсального метода для количественной оценки меры запаса несущей способности основания остается пока не решенной проблемой. В противном случае для каждой трактовки коэффициента запаса и даже для каждого расчетного метода должны регламентироваться свои нормативные значения коэффициента запаса.

В результате анализа расчетных методов установлено, что в большинстве из них не соблюдаются условия равновесия даже в интегральной форме и игнорируются граничные условия.

Во второй главе изложены расчетные предпосылки расчетного метода, используемого для выполнения исследований оценки несущей способности оснований. В этом методе соблюдаются все условия равновесия в дифференциальной и интегральной форме, а также выполняются граничные условия. Изложена концепция оценки запаса несущей способности нескальных снований, учитывающая специфику гидротехнических сооружений, и схема аналитического решения вариационной задачи по поиску наиболее опасной формы поверхности выпора.

Выбранный для исследования расчетный метод оценки несущей способности в условиях плоской задачи основывается на использовании всех трех уравнений предельного равновесия элемента гипотетического тела обрушения, которые можно представить в виде (рисунки 1 и 2):

$$\sum X = 0: \quad q_x dx - dE + z' \sigma dx - \tau_k dx = 0, \quad (1)$$

$$\sum Z = 0: \quad q_z dx - dT - \sigma dx - z' \tau_k dx = 0, \quad (2)$$

$$\sum M = 0: \quad m dx - dM + z' E dx - T dx = 0, \quad (3)$$

где $q_x dx$, $q_z dx$ – компоненты равнодействующей поверхностной и объемной нагрузок; $m = q_x b$ – момент горизонтальной нагрузки интенсивностью q_x относительно середины подошвы элемента; E , T – компоненты сил взаимодействия между элементами, являющиеся равнодействующими соответственно нормальных и касательных напряжений, действующих на вертикальных гранях элемента; $M = E a$ – момент силы E относительно подошвы элемента; $\tau_k = f_k \sigma + c_k$, σ – компоненты напряжения на поверхности обрушения, соответствующие предельному равновесию; $z = z(x)$ – функция, описывающая профиль гипотетической поверхности обрушения; z' – производная от $z(x)$ по x на интервале $[x_0; x_n]$.

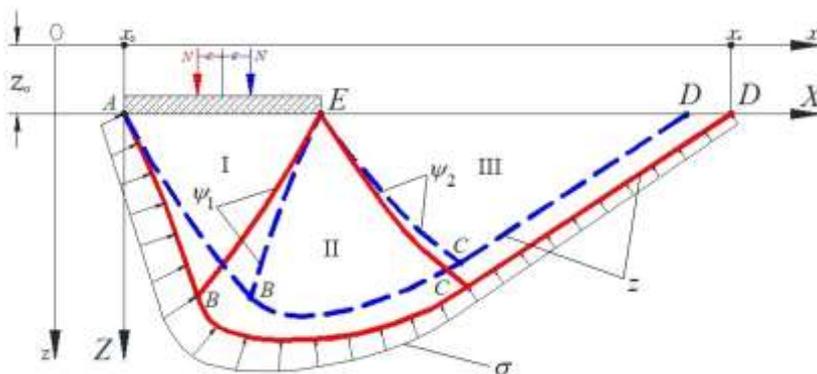


Рисунок 1 Расчетная схема призмы выпора

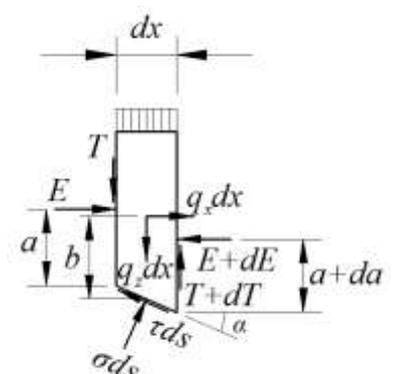


Рисунок 2 Схема сил, действующих на элемент призмы выпора

После интегрирования уравнений (1), (2), (3) в пределах от x_0 до x_n и соответствующего преобразования получается система алгебраических уравнений равновесия тела обрушения в целом или отдельного его участка

$$F_1 - F_2 = 0, \quad (4)$$

$$F_3 - F_4 = 0, \quad (5)$$

$$F_5 - F_6 = 0, \quad (6)$$

где $F_1 = \int_0^1 \tau_k dX$; $F_2 = \int_0^1 (q_x - \frac{E_n - E_0}{x_n - x_0} + Z'\sigma) dX$; $F_3 = \int_0^1 \tau_k Z' dX$; $F_4 = \int_0^1 (q_z - \frac{T_n - T_0}{x_n - x_0} - \sigma) dX$;

$$F_5 = \int_0^1 \tau_k (XZ' - Z) dX ; F_6 = \int_0^1 \left[Z_n E_n - T_n - \frac{M_n - M_0}{x_n - x_0} + \frac{m}{x_n - x_0} - Zq_x + Xq_z - \sigma(ZZ' + X) \right] dX ;$$

$$X = \frac{x - x_0}{x_n - x_0}, Z = \frac{z - z_0}{x_n - x_0}, Z' = \frac{dZ}{dX}.$$

Индексы при E, T, M означают принадлежность к начальному или конечному сечению. Значения: $E_0 = E(x_0)$, $T_0 = T(x_0)$, $M_0 = M(x_0)$, $E_n = E(x_n)$, $T_n = T(x_n)$, $M_n = M(x_n)$ определяются граничными условиями. Очевидно, для рассматриваемой задачи $E_0 = E_n = T_0 = T_n = 0$, $M_0 = M_n = 0$. Функции σ, z, ψ_I и ψ_{II} для выполнения условий равновесия и граничных условий должны содержать достаточное число параметров.

В эту систему уравнений предельного равновесия входят пять неизвестных функций: E, T, M, σ, z , что делает задачу статически неопределимой. В используемом методе для раскрытия статической неопределимости задачи профиль поверхности обрушения задается функцией, удовлетворяющей граничным условиям:

$$Z = X \left[Z'_0 + (3Z'_n - 2Z'_0 - Z'_n)X - (2Z'_n - Z'_0 - Z'_n)X^2 \right] \quad (7)$$

Задается также функция распределения нормального напряжения по поверхности сдвигов, которая с учетом граничных условий может быть определена выражением:

$$\sigma = \sigma_0 + (\sigma_n - \sigma_0)X - A_2 X(1 - X) - A_3 X(1 - X^3) \quad (8)$$

где A_2 и A_3 – числовые коэффициенты, значения которых определяются в результате решения системы двух уравнений равновесия, например, (1) и (2). Из третьего уравнения определяется запас несущей способности основания.

Ранг статической неопределенности задачи можно понизить, используя вариационный принцип поиска функции z . При этом, в зависимости от решаемой задачи в качестве функционала выступает либо параметр c_k , либо параметр Z^* , учитывающие заглубление фундамента и пригрузку на поверхности грунтового основания. Аргументом функционала является функция z .

Для решения вариационной задачи составляется линейная комбинация уравнений предельного равновесия

$$F_5 - F_6 + \lambda_1(F_1 - F_2) + \lambda_2(F_3 - F_4) = 0, \quad (9)$$

где λ_1, λ_2 – числовые коэффициенты.

Из этого уравнения, в зависимости от решаемой задачи, явно выражается параметр прочности грунта c_k или требуемое заглубление фундамента с учетом поверхностной нагрузки Z^* :

1) параметр прочности грунта c_k принимается за функционал $c_k(f_k, Z^*, Z)$ при заданных геометрических размерах фундамента, нагрузки на фундамент, заглубления фундамента и поверхностной нагрузки;

2) заглубление фундамента с учетом поверхностной нагрузки Z^* принимается за функционал $Z^*(f_k, c_k, Z)$ при заданных геометрических размерах фундамента, нагрузки на фундамент и значениях параметров прочности грунта f_k и c_k .

Для каждой задачи составляется дифференциальное уравнение Эйлера – Лагранжа

$$\frac{\partial F}{\partial Z} - \frac{d}{dX} \left(\frac{\partial F}{\partial Z'} \right) = 0 \quad (10)$$

где F – подынтегральное выражение.

Это уравнение дополняется граничными условиями для функций Z и σ , входящих в уравнение (9).

В зависимости от расчетной схемы призмы выпора граничные условия формулируются по-разному. Так при использовании традиционной схемы разбиения призмы выпора на три фрагмента (рисунок 1) граничные условия должны быть сформулированы не только для гипотетической поверхности выпора, но и по границам, разделяющим упомянутые фрагменты.

В общем случае профили пограничных поверхностей, описываемые функциями ψ_I и ψ_{II} , должны иметь криволинейное очертание, чтобы выполнялись граничные условия в точке их пересечения (тока E на рисунке 1). По условию прочности Кулона-Мора угол пересечения профилей пограничных поверхностей в этой точке должен составлять $\pi/2 - \varphi_k$.

Функция, описывающая профиль поверхности выпора на участке II (логарифмическая спираль), и ее производная по X должны удовлетворять граничным условиям в точках B и C .

В используемом расчетном методе запас устойчивости трактуется как мере удаления расчетной схемы грунтового массива от схемы предельного равновесия. Это удаление определяется сопоставлением расчетных значений параметров f , c и их критических значений f_k и c_k , соответствующих предельному равновесию призмы выпора.

Для вычисления расчетных значений f и c использовано U-

распределение случайной величины: нормативной регрессии $\tau = f_n \sigma + c_n$. Доверительная область для нормативной регрессии представлена на рисунке 3 кругом в системе координат (f, t) , где $t = (c + f \bar{\sigma}) / \sqrt{\Delta}$, $\bar{\sigma} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i$, $\Delta = \overline{\sigma^2} - \bar{\sigma}^2$, $\overline{\sigma^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \sigma_i^2$. Радиус круга β_u (квантиль U-распределения соответствующей доверительной вероятности) характеризует разброс опытных данных.

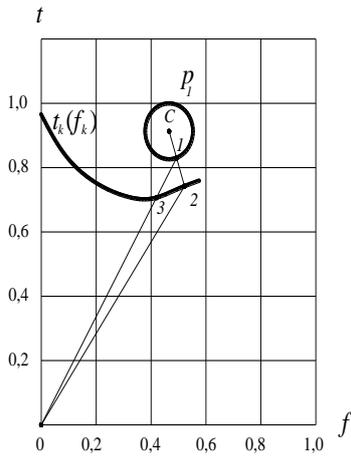


Рисунок 3 Доверительная область расчетных значений f и t и линия критических значений f_k, t_k

В этой системе координат, представленной на рисунке 3, коэффициент запаса устойчивости определяется как частное от деления длин двух отрезков, ограниченных тремя точками $0(0; 0)$, $1(f_1; t_1)$, $2(f_2; t_2)$:

$$k_3 = \sqrt{f_1^2 + t_1^2} / \sqrt{f_2^2 + t_2^2} \quad (11)$$

В третьей главе представлены результаты исследования по выявлению влияния различных факторов на оценку несущей способности оснований. Результаты этих исследований представлены в графической форме. Выполнен анализ влияния на оценку несущей способности заглубления фундамента и пригрузки, исключаящие выпор грунта основания; формы поверхности выпора; разбивки тела обрушения на участки; ширины подошвы сооружения; удельного веса грунта основания.

Условия формирования, так называемого, упругого клина под фундаментом характеризуются отсутствием возможности выпора грунта, что обеспечивается либо соответствующим заглублением фундамента, либо поверхностной нагрузкой с обеих сторон фундамента. В этих условиях по достижении вертикальной нагрузкой определенного уровня (предельной нагрузки) в массиве основания происходит разрушение структуры грунта, что приводит к возникновению поверхностей сдвигов, профили которых образуют упругий клин.

Установлены две не противоречащие теории прочности Мора формы упругого клина: традиционно прямолинейная и криволинейная. При аппроксимации криволинейной формы параболой ордината вершины упругого клина для обеих форм определяется выражением:

$$Z_B = \frac{1}{4} \left[Z'_A + \eta f_k + \sqrt{(Z'_A + \eta f_k)^2 + 4X_B(1-X_B)(1-2\eta f_k Z'_A - Z'^2_A)} \right] \quad (12)$$

Значение $\eta=1$ соответствует прямолинейной форме клина, при которой несущая способность основания минимальная. Криволинейная форма при $\eta=-1$, имеющая более высокое заложение вершины клина, может реализоваться в условиях наличия в основании более прочного слоя грунта.

Заглубление фундамента и создание пригрузки, исключаящие выпор грунта основания, определяются в результате решения системы уравнений (4), (5), (6) с соблюдением граничных условий. Рассматриваются условия предельного равновесия призмы отпора (участки II и III). При этом, к границе между участками I и II прикладываются напряжения σ и τ_k , соответствующие предельной нагрузке.

Выполнен анализ влияния формы поверхности выпора на несущую способность нескального основания. Для получения эталонного решения использован вариационный метод поиска поверхности выпора, профиль которой описывается экстремалью функционала, выражение для которого получается из уравнения (9).

Рассмотрены четыре профиля поверхности выпора на участке II: 1 – логарифмическая спираль, 2 – парабола, 3 – полином третьей степени, 4 – экстремаль функционала. Результаты расчетов, представленные на рисунке 4, позволяют констатировать, что наилучшей аппроксимацией является полином третьей степени.

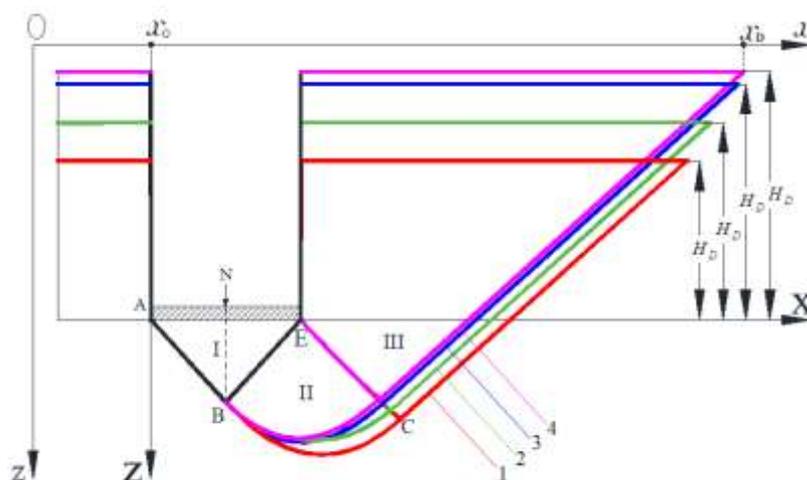


Рисунок 4 Формы профилей поверхности выпора для заглубленного фундамента

На оценку несущей способности основания влияет также разбивка тела обрушения на участки. Исследованы три схемы разбивки призмы выпора: 1 – на три участка (традиционная), 2 – на два участка (участки II и III рассматриваются как один), 3 – без разбивки на участки. Результаты сопоставительных расчетов, представленные на рисунке 5, свидетельствуют о том, что схема без разбивки призмы выпора требует большего заглубления фундамента. Это хорошо согласуется с результатами экспериментальных исследований В. И. Курдюмова.

Установлено, что при традиционной разбивке тела обрушения на три участка возникает погрешность в сторону риска в среднем для рассмотренного примера 12%.

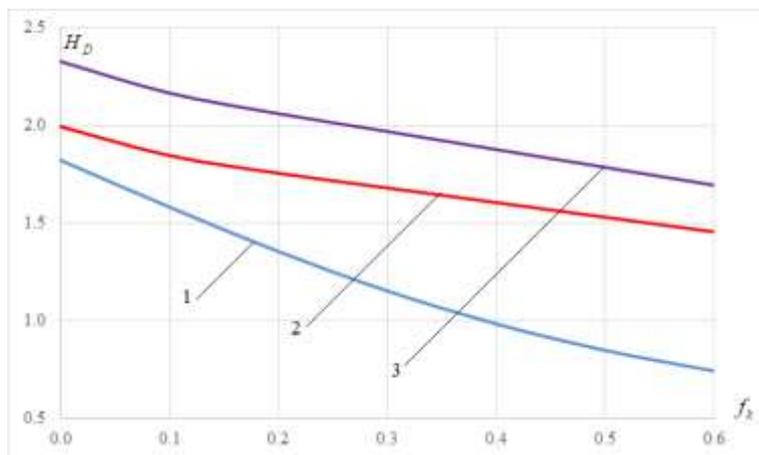


Рисунок 5 Графики зависимости требуемого заглубления фундамента при различных схемах разбивки призмы выпора на участки

Выполненные исследования позволили, в частности, установить зависимость требуемого заглубления фундамента от параметров прочности грунта основания при фиксированной нагрузке на фундамент. Такая зависимость при действии на фундамент вертикальной нагрузки N представлена на рисунке 6. Критические значения параметров прочности грунта можно определить, по крайней мере, в первом приближении, делением расчетных значений на коэффициент надежности.

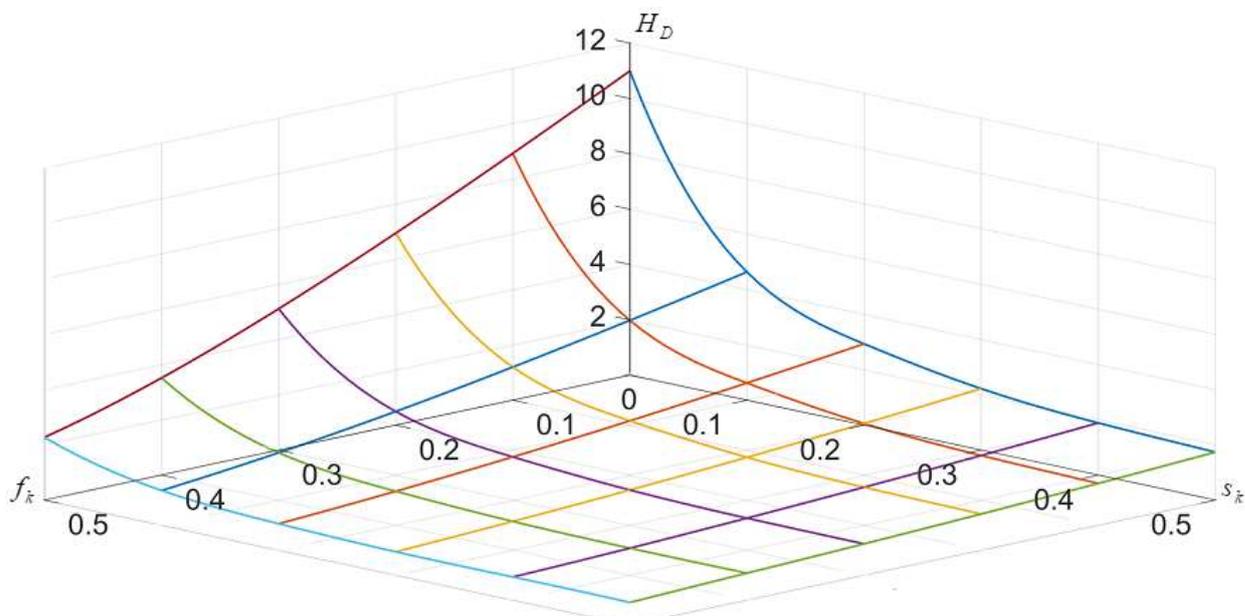


Рисунок 6 График зависимости требуемого заглубления фундамента от критических значений параметров прочности грунта основания

Исследовано также влияние ширины подошвы сооружения и удельного веса грунта основания на оценку несущей способности основания. Зависимости требуемого заглубления фундамента от упомянутых факторов представлены на рисунках 7 и 8.

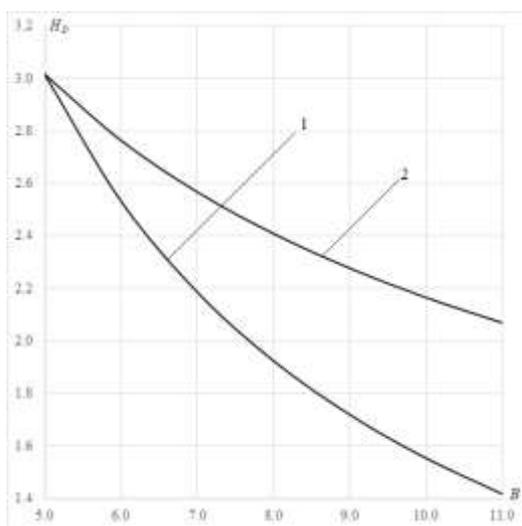


Рисунок 7 Зависимости требуемого заглубления фундамента от ширины подошвы

1 – при $N = const$, 2 – $N/B = const$

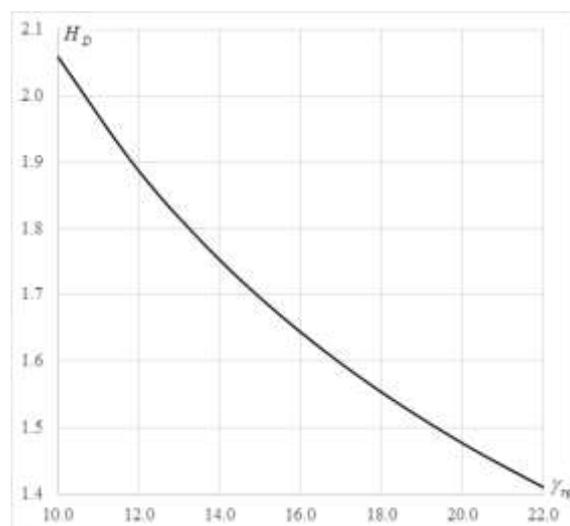


Рисунок 8 Зависимость требуемого заглубления фундамента от удельного веса грунта основания

В четвертой главе продемонстрировано применение разработанной методики оценки несущей способности оснований к наиболее распространенным типам некоторых гидротехнических сооружений при

действию на них вертикальных и горизонтальных сил: фильтрационных и сейсмических.

Установлены четкие границы существования расчетных схем при оценке несущей способности основания между сдвигом по плоскости подошвы сооружения, глубинным сдвигом и смешанным сдвигом. Очевидно, глубинный и смешанный сдвиг могут произойти при условии: $Q_x < f_k N + c_k B$. При этом, рассматриваются только относительно небольшие значения Q_x , соответствующие условию: $Q_x < f_k N(1 - 6\tilde{e}) + c_k B$. Смешанный сдвиг может реализоваться при условиях:

$$1 - 6\tilde{e} < \frac{Q_x - c_k B}{f_k N} < 1, \quad (12)$$

где $\tilde{e} = e/B$; $0 < \tilde{e} < \frac{1}{6}$; $f_k > 0$

Критериальные зависимости, описывающие упомянутые границы, включают в себя нагрузку на сооружение, размеры сооружения, а также механические свойства грунта основания.

Применение разработанной методики проиллюстрировано на примере оценки несущей способности нескального основания, воспринимающего нагрузку от водосливной плотины низконапорного гидроузла (рисунок 9). Характеристики грунта основания: удельный вес скелета грунта $\gamma_{гр} = 18 \text{ кН/м}^3$; параметры прочности – $f = 0,4$; $c = 46 \text{ кН/м}^2$,

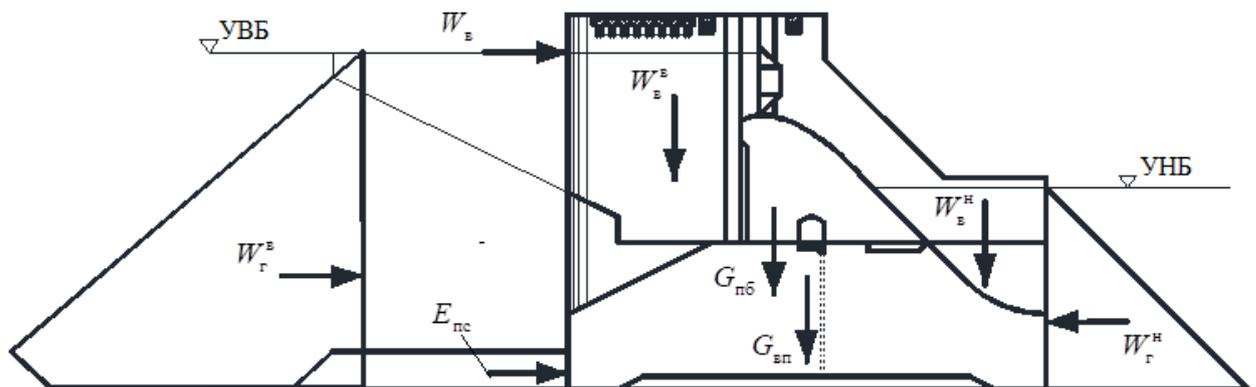


Рисунок 9 Схема нагрузок, действующих на секцию плотины.

Равнодействующая вертикальных сил $N = 217730,2 \text{ кН}$; равнодействующая горизонтальных сил с учетом сейсма $Q_x = 93783,3 \text{ кН}$; относительный эксцентриситет равнодействующей вертикальных сил $\tilde{e} = -0,03$.

Полученные значения коэффициента запаса устойчивости в распространенной концепции В. Феллениуса:

плоский сдвиг по подошве $k_3 = 1,211$,

глубинный сдвиг по предложенной методике $k_3 = 1,258$,
глубинный сдвиг по традиционной методике $k_3 = 1,396$.

Сопоставляя результаты расчета, следует констатировать, что наибольшую опасность для представленной водосливной плотины представляет сдвиг по плоскости подошвы. Традиционная методика оценки несущей способности основания по схеме глубинного сдвига дает завышенные результаты, что создает погрешность в сторону риска 11%.

Объекты, (предмет) и методы исследования

Методология состоит в использовании проверенных практикой научных методов теоретической механики деформируемого твердого тела и теории фильтрации. В методах исследования используются гипотезы, не противоречащие законам механики.

Результаты и их обсуждение

В результате выполненного исследования разработана расчетная методика оценки несущей способности оснований, позволяющая получать более обоснованные технические решения при проектировании массивных гидротехнических сооружений. Эта методика может послужить основой для совершенствования нормативного документа СП 23.13330.2011 Основания гидротехнических сооружений.

Заключение

1. Разработана методика применения к оценке несущей способности нескальных оснований гидротехнических сооружений расчетного метода, в котором полностью соблюдаются законы механики: условия равновесия и граничные условия.

2. На основе разработанной методики выполнены исследования влияния основных факторов на оценку несущей способности основания:

- граничных условий в крайних точках профиля поверхности сдвигов по напряжениям и ориентации площадок сдвигов;
- граничных условий в сопряжениях участков при использовании традиционной расчетной схемы;
- формы поверхности выпора для различных схем разбивки призмы выпора на участки;
- фильтрационных и сейсмических сил.

3. Разработана методика определения запаса несущей способности основания, основанная на применении общепринятой схемы предельного равновесия и вероятностного подхода к определению расчетных значений параметров прочности грунтов. Эта методика позволяет учитывать специфику загрузки гидротехнических сооружений.

4. На основе решения вариационной задачи выявлена наиболее опасная форма поверхности выпора, являющаяся эталоном для оценки аппроксимаций.

5. Обосновано применение типа наиболее опасной поверхности выпора, профиль которой описывается полиномом третьей степени.

6. Установлены четкие границы существования расчетных схем нарушения несущей способности основания: между сдвигом по плоскости подошвы сооружения, глубинном сдвиге и смешанном сдвиге. Критериальные зависимости, описывающие упомянутые границы, включают в себя нагрузку на сооружение, размеры сооружения, а также механические свойства грунта основания.

7. Разработан алгоритм решения системы нелинейных уравнений равновесия и дифференциальных уравнений Эйлера-Лагранжа вариационной задачи.

**Список работ, опубликованных по теме научно-квалификационной
работы (диссертации)
Публикации в изданиях, рецензируемых ВАК**

1. Фам Н. Т. Определение предельной вертикальной нагрузки на нескальное основание массивного сооружения // Известия ВНИИГ им. Б.Е. Веденеева, 2017, том 283, С. 11 – 18. Соавтор Бухарцев В.Н.
2. Фам Н. Т. Определение заглубления фундамента для исключения выпора грунта основания под действием вертикальной нагрузки// Приволжский научный журнал /Нижегор. гос. архитектур. строит. ун-т., Нижний Новгород, 2018, № 1, С. 78–86. Соавтор Бухарцев В. Н.
3. Фам Н. Т. Влияние формы поверхности выпора на несущую способность нескального основания при действии вертикальной нагрузки//Приволжский научный журнал /Нижегор. гос. архитектур. строит. ун-т., Нижний Новгород, 2018, № 1, С. 87–95. Соавтор Бухарцев В. Н.
4. Фам Н. Т. Влияние расчетной схемы на оценку несущей способности нескального основания // Гидротехническое строительство. 2018. № 5. С. 36 – 44. Соавтор Бухарцев В. Н.
5. Фам Н. Т. Оценка несущей способности оснований при действии на сооружение горизонтальных сил// Гидротехническое строительство. 2018. № 6. С. XX–XX. Соавтор Бухарцев В. Н.

Публикации в других изданиях

1. Фам Н.Т. Влияние эксцентричного приложения вертикальной нагрузки на несущую способность нескального основания массивного сооружения// Неделя науки СПбПУ, СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2015, С. 102 – 103. Соавтор Бухарцев В. Н.
2. Фам Н.Т. Влияние фрагментации тела обрушения на несущую способность нескального основания// Неделя науки СПбПУ, СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2016, С. 119 – 121. Соавтор Бухарцев В. Н.
3. Фам Н.Т. Сравнение результатов определения несущей способности нескального основания разных методов// Неделя науки СПбПУ, СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017, С. 117 – 119. Соавторы Лыу Б.Т., Бухарцев В. Н.
4. Фам Н.Т. Определение поверхности обрушения в задаче несущей способности нескального основания// Неделя науки СПбПУ, СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017, С. 18 – 20. Соавтор Бухарцев В. Н.

Аспирант _____ ФИО Фам Нгок Тхинь

(подпись)