

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

На правах рукописи

ФЕШИН Александр Олегович

**Математическое моделирование многофазных вращающихся машин в  
фазных координатах и исследование процессов в электроэнергетических  
системах с их применением**

Направление подготовки 13.06.01 – Электро- и теплотехника

---

*Код и наименование*

Направленность 13.06.01\_06 – Электрические станции и электроэнергетические системы

---

*Код и наименование*

Научный доклад

об основных результатах научно-квалификационной работы (диссертации)

Автор работы: аспирант

Фешин Александр Олегович

Научный руководитель:

доктор технических наук, профессор

Попков Евгений Николаевич

Санкт-Петербург – 2021

## Оглавление

Введение .....	3
1. Вопросы математического моделирования шестифазной синхронной машины.....	9
1.1. Математическое моделирование объектов электроэнергетических систем .....	9
1.2. Обзор научных публикаций .....	11
1.3. Выводы по главе.....	18
2. Математическая модель шестифазной синхронной машины с неявным учетом контуров ротора.....	19
2.1. Принимаемые допущения и обозначения.....	20
2.2. Уравнения процессов в шестифазной синхронной машине .....	24
2.3. Эквивалент электрической подсистемы шестифазной синхронной машины.....	29
2.4. Определение индуктивных коэффициентов эквивалента электрической подсистемы машины .....	41
2.5. Эквивалент механической подсистемы шестифазной синхронной машины.....	47
2.6. Выводы по главе.....	50
3. Токи шестифазного турбогенератора при симметричных коротких замыканиях.....	51
3.1. Общие замечания .....	51
3.2. Результаты имитационного моделирования .....	54
3.3. Выводы по главе.....	61
Заключение .....	63
Список литературы .....	64

## Введение

Актуальность темы исследования.

В современной электроэнергетике многофазные (с числом фаз больше трех) электрические вращающиеся машины получили широкое распространение, которое наиболее заметно проявляется в сфере потребления электрической энергии, и менее заметно – в сфере ее производства. Помимо этого, такие машины нашли применение в энергетических установках судов, локомотивов и других мощных транспортных средств [1,2].

Растущему применению многофазных машин способствует ряд преимуществ, которыми они обладают перед трехфазными машинами [1,3]. Во-первых, магнитное поле многофазной машины с синусоидальным распределением обмоток содержит меньшее число пространственных гармоник, что позволяет снизить добавочные потери и пульсации момента, а также повысить КПД машины. Во-вторых, наличие большего числа фаз приводит к снижению токовых и электродинамических нагрузок, оказываемых на элементы машины и другого оборудования. В-третьих, увеличение числа фаз машины позволяет повысить надежность ее работы при отключении одной или нескольких фаз. Однако при этом необходимо ограничить параметры режима машины для обеспечения допустимого уровня токов и добавочных потерь. К недостаткам многофазных машин можно отнести сложность их производства и необходимость в разнесении увеличенного числа внешних выводов статорных обмоток [3].

Шестифазные турбогенераторы предельной мощности [4] содержат две трехфазные в общем случае несинфазные обмотки статора. Генераторы такой конструкции установлены и предполагаются к установке на ряде атомных электростанций. В большинстве вычислительных комплексов математическая модель такой машины отсутствует, и широко применяемым способом является представление шестифазного генератора двумя независимыми трехфазными синхронными машинами, моделирование которых выполнено в системе координат  $d, q, 0$  [5].

В ветроэнергетике нашли применение многофазные асинхронные генераторы [6-8] и многофазные синхронные генераторы с возбуждением от постоянных магнитов [9-11]. Также проводятся исследования, посвященные применению многофазных синхронных генераторов с комбинированным (гибридным) возбуждением [12]. Такие машины имеют на роторе как обмотку возбуждения, так и блок постоянных магнитов.

Вопросы применения многофазных двигателей в составе электропривода промышленного оборудования и систем электродвижения транспортных средств рассматриваются во многих научных публикациях, среди которых можно указать обзор [1], а также работы [13-18]. Основными видами используемых машин являются асинхронные и синхронные с возбуждением от постоянных магнитов.

Многофазные машины представляют большой класс электротехнического оборудования. С учетом развития ветроэнергетики и электротранспорта, а также увеличивающегося стремления к энергоэффективности стоит полагать, что конструкции многофазных машин будут совершенствоваться и развиваться, а сами машины получат более широкое применение. Таким образом, возникающая сейчас необходимость в выполнении исследований, направленных на изучение надежности работы машин в совокупности с другим оборудованием и в составе энергосистемы, в будущем усилится. Такие исследования должны быть наименее трудоемкими, поэтому их следует выполнять с помощью имитационного моделирования, что требует наличия соответствующих математических моделей и их программной реализации. Поскольку исследования процессов проводятся в произвольных схемах, то математические модели всего оборудования, в том числе многофазных машин, целесообразно представить в естественной (фазной) системе координат [19]. Такой выбор системы координат позволяет выполнить программную реализацию модели в современных вычислительных комплексах, одним из которых является комплекс «РИТМ» [20], используемый в настоящей работе при выполнении исследований.

Степень разработанности.

Математическое моделирование многофазных электрических вращающихся машин различных конструкций представлено в научных публикациях отечественных и зарубежных исследователей [4,5,21-36]. Значительное число работ посвящено моделированию машины в искусственных системах координат (например,  $d, q, 0$ ), однако использование таких систем при моделировании процессов в произвольных схемах не является целесообразным. Работы, в которых описаны модели в фазной системе координат, весьма малочисленны, а математическая проработка представленных в них моделей выполнена не полностью.

Цель и задачи.

Цель работы состоит в разработке в фазной системе координат математических моделей некоторых многофазных электрических вращающихся машин, применение которых в составе энергосистем в настоящее время наиболее актуально, и исследовании процессов в энергосистемах с такими машинами.

Задачи работы:

1. Получить математическое описание процессов в исследуемой многофазной машине в фазной системе координат.
2. Выполнить преобразование полученного математического описания и получить математическую модель исследуемой машины.
3. Определить выражения для расчета постоянных коэффициентов и параметров схем замещения исследуемой машины.
4. Выполнить программную реализацию математической модели исследуемой машины в вычислительном комплексе «РИТМ».
5. Определить особенности и эффективность применения исследуемой машины в составе энергосистемы с помощью имитационного моделирования.

Научная новизна.

1. Выполнены в фазной системе координат разработка и программная реализация математических моделей многофазных машин, применение которых в составе энергосистем наиболее актуально.

2. Получено выражение для определения продольного сверхпереходного сопротивления шестифазной синхронной машины, имеющей неидентичные трехфазные обмотки, при отсутствии допущения о едином магнитном потоке взаимоиндукции по продольной оси.

3. Предложена не основанная на матричных преобразованиях методика перехода от схемы замещения, содержащей элементы с взаимной индукцией, к схеме без таких элементов.

4. Представлены результаты имитационного моделирования процессов в энергосистемах, в состав которых входят многофазные машины.

Теоретическая и практическая значимость.

1. Разработаны в фазной системе координат математические модели многофазных электрических вращающихся машин.

2. Выполнена программная реализация полученных моделей в вычислительном комплексе «РИТМ», что позволяет исследовать процессы в энергосистемах произвольной конфигурации с такими машинами.

3. Предложена методика замены схемы замещения, содержащей ветви с взаимной индукцией, эквивалентной без таких ветвей.

4. Выполнены исследования переходных процессов шестифазного турбогенератора, вызванных симметричными короткими замыканиями.

Методы исследования.

Вопросы математического моделирования многофазных машин решены с использованием положений теории электрических машин, теории электрических цепей, теорий матриц и тригонометрических функций. Программная реализация моделей осуществлена в вычислительном комплексе «РИТМ» на языке

программирования Fortran. Исследование процессов в энергосистемах выполнено с помощью имитационного моделирования.

Положения, выносимые на защиту.

1. Методика получения в фазной системе координат математических моделей многофазных электрических вращающихся машин, не требующая численного расчета элементов матрицы узловых проводимостей.

2. Результаты расчетов симметричных и несимметричных коротких замыканий шестифазного синхронного турбогенератора.

Степень достоверности.

Достоверность научных положений и результатов подтверждается корректным использованием математического аппарата при выполнении теоретических разработок, а также совпадением полученных уравнений и результатов расчета с известными уравнениями и результатами.

Апробация результатов.

Результаты работы докладывались и обсуждались на конференциях:

1. Неделя науки СПбПУ, Санкт-Петербург, 2018.
2. 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus), Санкт-Петербург, 2019.
3. 2020 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus), Санкт-Петербург, 2020.
4. 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (ElConRus), Санкт-Петербург, 2021.
5. International Scientific Electric Power Conference ISEPC-2021, Санкт-Петербург, 2021.

Публикации.

По теме исследования опубликовано шесть работ, в том числе три работы в рецензируемом научном издании из перечня ВАК:

1. Меньшиков, Н. Н. Windows-версия вычислительного комплекса «РИТМ» / Н. Н. Меньшиков, Е. Н. Попков, А. О. Фешин // Неделя науки СПбПУ : материалы научной конференции с международным участием. Институт энергетики и транспортных систем. Часть 2. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2019. – С. 59-62.

2. The Rectifier of the Generator with Excitation from Permanent Magnets of the Wind-Driven Power Plant / M. A. Mustonen, V. G. Kuchinskiy, A. S. Adalev [et al.] // 2019 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus). – 2019. – pp. 1016-1020.

3. Кощеев, Л. А. Разработка математических моделей регуляторов активной мощности и напряжения ветроэнергетической установки / Л. А. Кощеев, Е. Н. Попков, А. О. Фешин // Известия НТЦ Единой энергетической системы. – 2019. – № 2 (81). – С. 60-69.

4. Попков, Е. Н. Макромодель шестифазной синхронной машины в фазных координатах для исследования процессов в электроэнергетических системах / Е. Н. Попков, А. О. Фешин // Известия НТЦ Единой энергетической системы. – 2020. – № 2 (83). – С. 64-73.

5. The Macromodel of a Six-Phase Synchronous Machine with Combined Excitation for Electric Power Systems Processes Study / A. O. Feshin, E. N. Popkov, A. S. Adalev [et al.] // 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering (EIConRus). – 2021. – pp. 1409-1414.

6. Математическая модель двенадцатифазной вентильной машины с возбуждением от постоянных магнитов / А. С. Адалев, В. Г. Кучинский, Г. А. Першиков [и др.] // Известия НТЦ Единой энергетической системы. – 2021. – № 1 (84). – С. 40-52.

## **1. Вопросы математического моделирования шестифазной синхронной машины**

В главе обоснован выбор естественной (фазной) системы координат при разработке математической модели шестифазной синхронной машины, а также приведены критерии, которым должна соответствовать математическая модель. Представлен обзор отечественных и зарубежных научных публикаций, посвященных математическому моделированию многофазных электрических вращающихся машин. Показано, что весьма малое число работ предлагают модели машин в естественной системе координат. При этом выявлено отсутствие какой-либо программной реализации модели шестифазной машины в распространенных вычислительных комплексах, что не позволяет выполнять исследования процессов в электроэнергетических системах с такими машинами.

### **1.1. Математическое моделирование объектов электроэнергетических систем**

Исследование переходных процессов в электроэнергетической системе (ЭЭС) с помощью имитационного моделирования требует разработки математических моделей объектов, входящих в ее состав. Одним из распространенных объектов ЭЭС являются электрические вращающиеся машины. Традиционно применяемые в электроэнергетике машины являются трехфазными, то есть имеют на статоре одну трехфазную обмотку. Однако уже в начале XX века проводились теоретические и опытные исследования, посвященные шестифазным машинам, имеющим на статоре две трехфазные обмотки, которые в общем случае могут быть несинфазными. В настоящее время турбогенераторы такой конструкции находят все большее применение в ЭЭС, что вызывает необходимость разработки соответствующей математической модели.

Математическое описание процессов в объекте может быть представлено несколькими способами. Как правило, решение уравнений, образующих это описание, зависит от решения уравнений, описывающих процессы в других объектах. Следовательно, возникает задача такого сопряжения описаний, которое бы позволяло определить порядок решения уравнений, образующих его. Удобное сопряжение математических описаний между собой может быть получено при математическом моделировании объектов ЭЭС электрическими схемами замещения, построенными в естественном базисе. Эти схемы, соединенные между собой, образуют расчетную схему исследуемой ЭЭС, для которой формирование уравнений может быть выполнено, например, по алгоритмам, изложенным в [19].

Учитывая изложенное, представим определение, которому должна соответствовать искомая математическая модель. Под математической моделью (или эквивалентом) объекта будем понимать такое его математическое описание, которое полностью или частично содержит следующие составные части [19, 37]:

- уравнения, в соответствие которым может быть поставлена электрическая схема (или схемы) замещения объекта, сохраняющая полюсы для подключения к внешней по отношению к объекту электрической схеме,
- уравнения, способ решения которых известен и не зависит от вида внешней по отношению к объекту электрической схемы,
- необходимые алгоритмы.

Уравнения расчетной схемы ЭЭС совместно с двумя последними составляющими, представленными в определении и приведенными для всех объектов, образуют полное описание переходных процессов в исследуемой ЭЭС.

В предложенном определении математической модели электрические схемы замещения строятся в естественном базисе (системе координат). Это означает, что схема замещения эквивалентировывает объект относительно существующих в действительности узлов присоединения внешних объектов. Например, для синхронной машины такими узлами будут выводы фазных обмоток, выводы обмотки возбуждения, а также фланцы вала.

Математическое моделирование электрических вращающихся машин традиционно выполняется в системе координат  $d, q, 0$ , удобной для описания процессов в машине и решения ряда задач [38]. Однако из изложенного выше следует, что математические модели машин предпочтительно разрабатывать в естественной системе координат [37]. Поскольку в этом случае в схеме замещения сохраняются выводы фазных обмоток, то такую систему координат также будем называть фазной.

Стоит отметить немаловажное обстоятельство: использование в математических моделях естественной системы координат позволяет легко воспроизводить любые режимные и аварийные процессы в исследуемой ЭЭС, а также определять значения переменных процесса непосредственно в их физической размерности.

Учитывая изложенное, математическое описание процессов в шестифазной синхронной машине будем выполнять в естественной системе координат. Подробное получение математической модели машины представлено в следующей главе работы. Программная реализация модели выполнена в вычислительном комплексе «РИТМ», предназначенном для имитационного моделирования процессов в ЭЭС [20].

## **1.2. Обзор научных публикаций**

Интерес к исследованию и применению многофазных электрических вращающихся машин возник давно [39-41]. Вероятно, работа [41], изданная в 1930 г., является одной из первых публикаций, посвященных этой теме. В этой работе представлены теория и конструктивные особенности синхронной машины с двумя трехфазными обмотками на статоре, а также описаны способы применения этих машин в схемах соединения сборных шин генераторного напряжения, актуальными в то время. Из [41] известно, что в 1929 г. такие

машины мощностью 83,3 МВА и 160 МВА были установлены на ряде электрических станций в США.

Стоит отметить, что работы, посвященные шестифазным синхронным машинам с электромагнитным возбуждением, представлены большей частью в отечественной литературе. Такой интерес, видимо, связан с разработкой шестифазных турбогенераторов, которая проводилась в СССР (ТВВ-1200-2УЗ, установленный на Костромской ГРЭС) и проводится в России (ТЗВ-1200-2АУЗ, устанавливаемый на ряде АЭС) [42].

Обзор значительного числа отечественных работ, посвященных шестифазным турбогенераторам, подробно изложен в [42]. В заключении к обзору указано, что в рассмотренных работах представлены расчеты частных случаев переходных процессов обособленных генераторов. Применяемые в работах подходы не позволяют использовать полученные результаты для моделирования произвольных переходных процессов.

Рассмотрим еще несколько отечественных работ, посвященных математическому моделированию многофазных машин и не указанных в [42].

В работе [33] представлены уравнения и схемы замещения обобщенной многофазной машины, полученные в фазной системе координат. Рассматриваемая машина имеет произвольное число трехфазных обмоток на статоре, расположенных относительно друг друга под любым углом, продольных и поперечных контуров на роторе. Из обобщенной модели могут быть получены модели машин с конкретным числом обмоток и контуров. Схема замещения эквивалентизирует машину только относительно выводов фазных обмоток. Этот недостаток устраняется в работе [34], в которой представлены схемы замещения механической части, а также схема замещения электрической части, построенная относительно выводов фазных обмоток и контуров ротора. Математические модели машин в [33, 34] хорошо проработаны, однако их основной недостаток состоит в наличии сложной схемы замещения электрической части. Во-первых, расчет значений параметров схемы требует выполнения значительного числа математических операций. Во-вторых, численные значения некоторых

индуктивностей схемы могут изменяться в бесконечных пределах, что требует особой программной реализации. В-третьих, в работах не указан способ расчета начального токораспределения в схеме.

Стоит отметить, что в основе данной работы лежат идеи, представленные в [33, 34], поэтому указанный выше недостаток к ней также относится. Этот недостаток можно устранить, изменив схему замещения. К сожалению, в рамках данной работы осуществить такое изменение не представляется возможным.

Идеи, изложенные в [33, 34], нашли применение в работе [35]. В этой работе представлена математическая модель шестифазной машины с возбуждением от постоянных магнитов. Машина имеет две трехфазные обмотки, смещенные относительно друг друга на  $30^\circ$  эл. Действие магнитов учтено посредством введения в рассмотрение виртуальной обмотки возбуждения, что позволяет представить машину в виде совокупности электрических контуров. Схема замещения электрической части имеет указанный выше недостаток.

В работе [4] представлены уравнения шестифазного турбогенератора, имеющего две трехфазные обмотки, смещенные относительно друг друга на  $30^\circ$  эл. Уравнения получены в относительных единицах и аналогичны уравнениям Парка–Горева для трехфазных машин. Выбранная система относительных единиц позволяет сопоставлять значения параметров машины с параметрами трехфазных машин. Далее в работе [36] на основе полученных в [4] уравнений предложены схемы замещения машины для анализа установившихся режимов и переходных процессов.

В работе [5] предложены уравнения шестифазной машины, которые аналогичны представленным в [4]. Отмечено, что в большинстве распространенных расчетных комплексов модель такой машины отсутствует, поэтому обычным расчетным приемом является моделирование шестифазного турбогенератора двумя независимыми трехфазными машинами. Выполненное исследование показало недопустимость такой замены, а также подтвердило актуальность разработки и внедрения в вычислительные комплексы модели шестифазной машины.

В зарубежной литературе математическое моделирование многофазных электрических вращающихся машин в фазной системе координат представлено, видимо, только в работе [21]. В других работах описание процессов в фазной системе координат преобразуется к некоторому иному описанию. Такое моделирование многофазных машин представлено в основном двумя подходами [22]. Первый подход основан на выделении в многофазной обмотке машины трехфазных обмоток и преобразовании каждой такой трехфазной обмотки к системе координат  $d, q, 0$ . Второй подход имеет название декомпозиция векторного пространства (vector space decomposition или VSD). Этот подход основан на преобразовании исходного многофазного описания машины к набору несвязанных между собой описаний (подпространств), каждое из которых представлено в двумерной ортогональной системе координат [23].

В работе [24] представлена аналитическая модель синхронной машины с электромагнитным возбуждением, которая имеет на статоре произвольное число  $N$  трехфазных обмоток, сдвинутых относительно друг друга на электрический угол  $60/N$ . Модель такой машины получена в системе координат  $d, q, 0$ . В работе [25], являющейся продолжением [24], представлены эквивалентные схемы замещения машины по продольной и поперечной осям, а также нулевой последовательности. В указанных работах выявлено, что при числе трехфазных обмоток  $N > 2$  индуктивности схемы замещения машины по продольной оси связаны взаимной индукцией с индуктивностями схемы замещения по поперечной оси.

В работе [26] представлена полученная в системе координат  $d, q, 0$  аналитическая модель шестифазной синхронной машины с возбуждением от постоянных магнитов. Машина имеет на статоре две трехфазные обмотки, которые смещены относительно друг друга на  $30^\circ$  эл. Стоит отметить, что ряд принятых в указанной работе допущений сомнителен (равномерный воздушный зазор, в воздушном зазоре учитывается только основная пространственная гармоника МДС). Видимо, такой выбор обусловлен тем, что предлагаемая модель

предназначена для разработки и исследования системы управления преобразователем частоты, который подключен к фазным обмоткам машины.

В работе [27] представлена имитационная модель двенадцатифазной синхронной машины с электромагнитным возбуждением, полученная в системе координат  $d, q, 0$ . Машина имеет четыре трехфазных обмотки, которые смещены относительно друг друга на  $15^\circ$  эл. При этом важно отметить, что предлагаемая модель машины реализована только для случая, в котором фазы каждой трехфазной обмотки соединены по схеме «звезда».

В работе [28] представлена полученная в системе координат  $d, q, 0$  математическая модель шестифазного асинхронного генератора с короткозамкнутым ротором. Машина имеет на статоре две трехфазные обмотки, у которых магнитные оси одноименных фаз расположены ортогонально.

В работе [23] представлена математическая модель асинхронной машины с двумя трехфазными обмотками, смещенными относительно друг друга на  $30^\circ$  эл. Математическая модель получена с использованием метода декомпозиции векторного пространства и описана с помощью трех двумерных ортогональных систем координат. Таким образом, описание процессов в статорных обмотках машины образовано совокупностью из шести уравнений – одно уравнение по каждой оси новой системы отсчета.

В работе [29] представлена математическая модель асинхронной машины с двумя трехфазными обмотками, у каждой из которых одна фаза разомкнута. Трехфазные обмотки смещены относительно друг друга на  $30^\circ$  эл. Математическая модель машины получена с помощью декомпозиции векторного пространства. В этом случае описание модели представлено только двумя ортогональными системами координат, а описание процессов в статорных обмотках – четырьмя уравнениями.

В работе [30] представлена математическая модель асинхронной машины, имеющей на статоре три трехфазных обмотки, которые соединены таким образом, что число внешних выводов машины равно шести. Трехфазные обмотки смещены относительно друг друга на  $20^\circ$  эл. Математическое моделирование машины

основано на подходе декомпозиции векторного пространства и выполнено таким образом, что математически она рассматривается как эквивалентная шестифазная.

В работе [31] представлены две математические модели шестифазной асинхронной машины с короткозамкнутым ротором, у которой одна из фазных обмоток разомкнута. Первая модель получена в предположении, что эквивалентом короткозамкнутой обмотки ротора является шестифазная обмотка; для второй модели – пятифазная обмотка. Сопоставление результатов моделирования и эксперимента показало, что вторая модель является более достоверной. Математическое моделирование машины основано на подходе декомпозиции векторного пространства.

В работе [32] представлена математическая модель шестифазной синхронной машины с возбуждением от постоянных магнитов. Машина имеет на статоре две трехфазные обмотки, которые смещены относительно друг друга на  $30^\circ$  эл. Математическое моделирование машины основано на подходе декомпозиции векторного пространства. В работе установлено, что модель машины может содержать взаимные связи между различными подпространствами, если трехфазные обмотки не являются идентичными.

В работе [21] представлена аналитическая модель шестифазной синхронной машины с электромагнитным возбуждением, у которой угловое смещение между трехфазными обмотками может быть произвольным. Модель машины получена как в фазной системе координат, так и в системе координат  $d, q, 0$ . Стоит отметить, что представленное в фазных координатах описание не является удовлетворительным. Во-первых, не определены выражения для расчета производных индуктивностей. Во-вторых, определение значений неизвестных основано на предположении об известных напряжениях фазных обмоток, что справедливо в редких случаях. В-третьих, не указан способ сопряжения представленного описания машины с описанием других элементов расчетной схемы, что затрудняет использование модели и определение, например, производных токов.

Представленные на рассмотрение работы не охватывают все многообразие возможных конструкций и способов моделирования многофазных машин. Однако они позволяют сделать важные выводы.

Во-первых, подходы к моделированию многофазных машин отличаются и зависят от специфики решаемых задач. Подавляющее большинство исследователей использует либо моделирование в системе координат  $d, q, 0$ , либо метод VSD. Одна из причин такого использования заключается в организации управления машиной, работающей в составе с преобразователем частоты, – если выполнен переход к искусственным переменным, не связанным между собой, то имеется возможность их независимого изменения. Другая причина указывалась ранее – моделирование электрических вращающихся машин традиционно осуществляется в системе координат  $d, q, 0$ .

Во-вторых, исследователи разрабатывают индивидуальные модели как для каждого взаимного расположения фазных обмоток машины, так и для их гальванического состояния по отношению к внешней схеме присоединения. Такой подход является недостатком, поскольку не позволяет использовать одну модель машины для исследования всех задач.

В-третьих, большинство представленных моделей предназначено для исследования процессов в частных схемах ЭЭС. Другими словами, разработанные математические модели машин не позволяют выполнять исследования в ЭЭС, произвольных по топологии схем и составу оборудования, поскольку программная реализация этих моделей в вычислительных комплексах для расчета процессов в ЭЭС отсутствует.

Таким образом, подтверждено, что разработка и программная реализация математической модели шестифазной синхронной машины с электромагнитным возбуждением в фазной системе координат является актуальной задачей. Такая модель должна в наибольшей степени быть обобщенной, а также оставаться справедливой при любом гальваническом соединении внешних выводов фазных обмоток.

### 1.3. Выводы по главе

1. Разработку математических моделей электроэнергетических объектов целесообразно проводить в естественной системе координат. Такой выбор обеспечивает возможность совместного моделирования процессов, протекающих в силовой электрической и механической подсистемах, а также в системах автоматики и регулирования.

2. Математическая модель шестифазной синхронной машины в фазных координатах предназначена для исследования процессов в ЭЭС с помощью имитационного моделирования. Выполнение аналитических исследований должно проводиться с использованием других моделей машины, например, разработанных в системе координат  $d, q, 0$ .

3. Рассмотренные научные публикации подтверждают, что разработка и программная реализация математической модели шестифазной синхронной машины являются актуальными задачами.

4. Число научных публикаций, посвященных математическому моделированию в фазных координатах многофазных машин различного исполнения, весьма незначительно. Это обстоятельство может быть использовано для разработки и программной реализации таких математических моделей, что позволит проводить более широкие и полные исследования процессов в ЭЭС.

## **2. Математическая модель шестифазной синхронной машины с неявным учетом контуров ротора**

В главе представлено выполненное в фазной системе координат математическое описание процессов в шестифазной синхронной машине. Это описание преобразуется к виду, который позволяет получить математическую модель (эквивалент) машины при сохранении системы координат и физической размерности переменных исходного математического описания.

В математической модели машины контуры ротора учтены неявно. Это означает, что схема замещения модели не содержит внешних выводов контуров ротора, но при этом параметры схемы замещения определены с учетом наличия этих контуров. Иными словами, выполнено эквивалентирование электрических цепей машины относительно внешних выводов фазных обмоток, и получены эквивалентные параметры схемы замещения. В таком эквиваленте токи контуров ротора могут быть определены только из уравнений, полученных на этапе преобразования исходного математического описания процессов в машине. При этом предполагается, что математическая модель системы возбуждения машины не содержит схем замещения и представлена только в виде системы уравнений.

Математическую модель шестифазной синхронной машины образует система уравнений, которая может быть представлена в виде совокупности трех частей. Первая часть уравнений эквивалентировует машину относительно внешних выводов фазных обмоток, и этим уравнениям может быть поставлена в соответствие схема замещения электрической подсистемы машины. Вторая часть включает в себя только дифференциальные уравнения, которые описывают процессы в роторных контурах и вращательное движение ротора. Третья часть включает в себя одно уравнение, которое эквивалентировует машину относительно внешних фланцев вала, и этому уравнению может быть поставлена в соответствие схема замещения механической подсистемы машины.

Эквивалентные параметры схемы замещения электрической подсистемы машины сложным образом зависят от параметров исходного математического

описания. В главе представлены соотношения, которые могут быть использованы как для расчета параметров исходного математического описания, так и для расчета параметров эквивалентной схемы замещения. Исходными данными для расчетов служат индуктивные сопротивления машины, заданные в относительных единицах в системе координат  $d, q, 0$ .

## 2.1. Принимаемые допущения и обозначения

В работе рассматривается синхронная машина, имеющая на статоре шестифазную обмотку, образованную из двух трехфазных обмоток, которые в общем случае являются несинфазными. Поскольку схема соединения фазных обмоток может быть произвольной, то при получении математической модели машины предполагается, что фазы имеют только электромагнитную связь. Необходимая гальваническая связь между фазами осуществляется путем соединения соответствующих выводов схемы замещения математической модели машины. Рассматриваемая машина имеет в общем случае явнополюсный ротор, на котором расположены обмотка возбуждения и два ортогональных короткозамкнутых контура, которые эквивалентируют демпферную систему.

Разработка для шестифазной синхронной машины подробной математической модели, которая позволяет исследовать произвольные процессы при произвольных значениях параметров, является сложной задачей. Достаточно простая математическая модель может быть получена только при ограничении круга решаемых задач и введении определенных допущений. К таким задачам будем относить исследование электромагнитных процессов промышленной частоты и электромеханических процессов. В качестве же допущений примем известные из теории трехфазных электрических машин [43,44]:

- магнитная проницаемость сердечников машины равна бесконечности,
- распределение полей самоиндукции трехфазных обмоток и полей взаимной индукции фазных обмоток и контуров ротора в воздушном зазоре

машины является синусоидальным, причем учитывается только основная гармоника указанных полей,

- обмотки и магнитопровод машины расположены симметрично относительно соответствующих осей; каждая трехфазная обмотка является симметричной, но в общем случае трехфазные обмотки не идентичны,

- не учитываются емкости и активные проводимости обмоток,

- ротор машины идеально жесткий.

Условимся обозначать принадлежность любой величины к фазной обмотке буквенным индексом  $k$ :  $k = a, b, c$ . Индексами  $k + 1$  и  $k - 1$  будем обозначать соответственно следующую и предыдущую фазы (в прямом порядке следования) относительно рассматриваемой фазы  $k$ . Дополнительным цифровым индексом  $i, j \in \{1, 2\}$  будем указывать принадлежность величины к одной из трехфазных обмоток. Например, если рассматривается некоторая переменная в фазе  $b$  второй трехфазной системы, то получим:  $k_i = b_2$ ,  $(k + 1)_i = c_2$ ,  $(k - 1)_i = a_2$ .

Буквенными индексами  $rd$  и  $rq$  будем обозначать принадлежность величины к продольному и поперечному контуру ротора соответственно. Поскольку в продольной оси расположены контур возбуждения и демпферный контур, то введем в рассмотрение дополнительные цифровые индексы  $n, l \in \{1, 2\}$ . При этом будем полагать, что обмотка возбуждения имеет цифровой индекс 1, продольный демпферный контур – цифровой индекс 2.

Магнитные оси фазных обмоток каждой из трехфазных систем сдвинуты относительно друг друга на  $120^\circ$  эл. Геометрическое положение каждой трехфазной обмотки будем определять, задавая угловое смещение  $\Delta\gamma_i$  магнитной оси фазы  $a_i$  относительно принятой произвольной оси отсчета. Положение ротора в пространстве будем определять электрическим углом  $\gamma$  между осью отсчета и продольной осью ротора  $d$ . При этом будем полагать, что положительное вращение ротора происходит против часовой стрелки, и поперечная ось ротора  $q$  отстает от продольной оси  $d$  на  $90^\circ$  эл. Приведенное описание иллюстрируется диаграммой, представленной на рисунке 2.1.

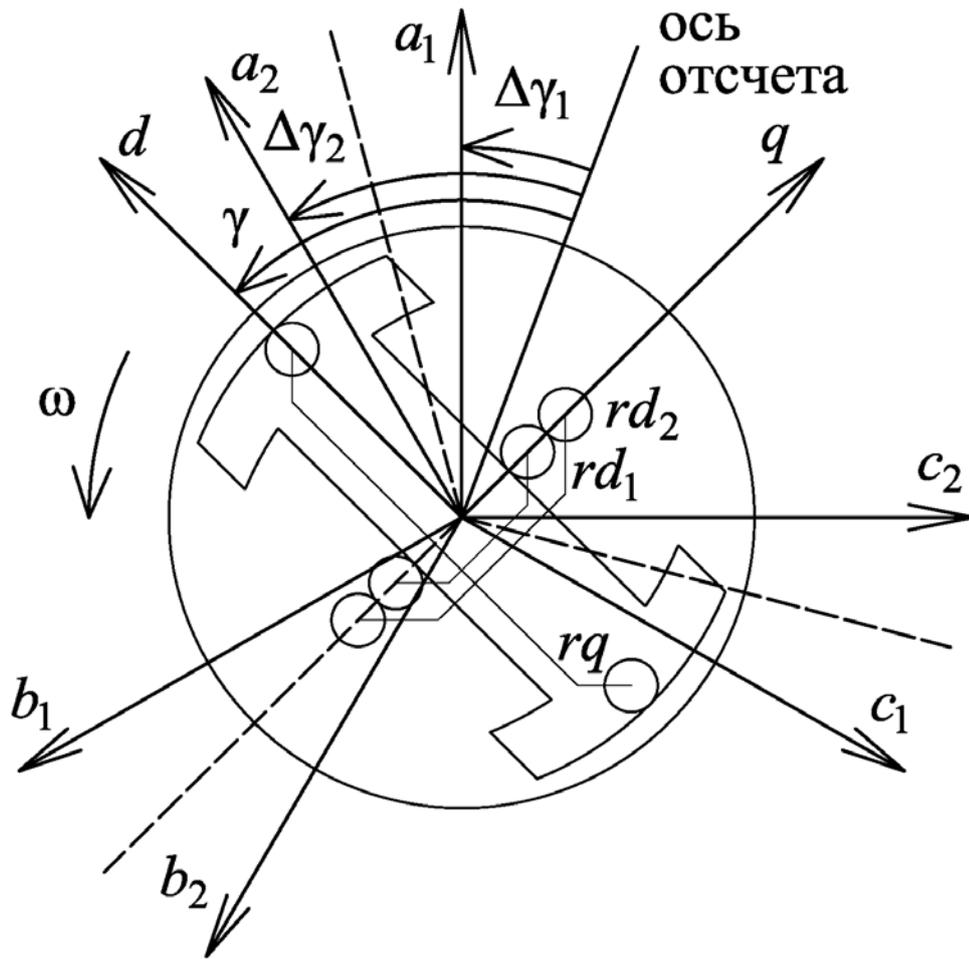


Рисунок 2.1 – Геометрическое положение обмоток статора и ротора

Определим характер изменения собственных и взаимных индуктивностей обмоток машины. Из теории трехфазных электрических машин известны положения, описывающие этот характер для идеализированной машины [43]. Опираясь на эти положения, а также учитывая симметрию обмоток и принятую идеализацию в распределении магнитных полей, будем полагать [33,43]:

– собственные индуктивности фазных обмоток содержат постоянную составляющую и вторую гармоническую составляющую угла между магнитной осью рассматриваемой фазы и продольной осью ротора,

– взаимные индуктивности между фазными обмотками содержат постоянную составляющую и вторую гармоническую составляющую угла между биссектрисой угла, образованного магнитными осями рассматриваемых фаз, и продольной осью ротора,

– амплитуды вторых гармонических составляющих собственных и взаимных индуктивностей трехфазных обмоток равны,

– амплитуды вторых гармонических составляющих взаимных индуктивностей между фазными обмотками разных трехфазных систем равны,

– взаимные индуктивности между фазными обмотками и контурами ротора содержат первую гармоническую составляющую угла между магнитной осью рассматриваемой фазы и продольной осью ротора,

– собственные индуктивности контуров ротора и взаимная индуктивность между продольными контурами ротора являются постоянными величинами.

Положение ротора в пространстве относительно принятой оси отсчета определяется углом  $\gamma$ , однако в представленном описании изменения индуктивностей этот угол отсутствует. Следовательно, необходимо определить соотношения, устанавливающие связь между углами в принятом описании и углом  $\gamma$ . Эти соотношения будут иметь следующий вид:

$$\alpha_{kij} = \begin{cases} \alpha_{a_{ij}} = \gamma - \frac{1}{2} \cdot (\Delta\gamma_i + \Delta\gamma_j), \\ \alpha_{b_{ij}} = \gamma - \frac{1}{2} \cdot (\Delta\gamma_i + \Delta\gamma_j) - \frac{2\pi}{3}, \\ \alpha_{c_{ij}} = \gamma - \frac{1}{2} \cdot (\Delta\gamma_i + \Delta\gamma_j) + \frac{2\pi}{3}. \end{cases} \quad (2.1)$$

Формулы в выражении (2.1) при  $i = j$  позволяют определить положение ротора относительно магнитных осей фаз. В случае  $i \neq j$  формулы определяют положение ротора относительно биссектрис углов, образованных одноименными магнитными осями фаз. Указанные биссектрисы представлены на рисунке 2.1 и выделены пунктиром.

Определение собственных индуктивностей фазных обмоток, взаимных индуктивностей между фазными обмотками и контурами ротора, а также взаимных индуктивностей между фазными обмотками одной трехфазной системы осуществляется с использованием углов, получаемых из (2.1) при  $i = j$ . Наличие в перечислении первых двух групп очевидно в силу принятого характера изменения индуктивностей. Поясним наличие третьей группы. Биссектрисы углов,

образованных магнитными осями двух фаз одной трехфазной обмотки, совпадают с противоположным направлением магнитной оси третьей фазы этой трехфазной обмотки. Например, биссектриса угла между осями  $a_1$  и  $b_1$  совпадает с противоположным направлением оси  $c_1$ . В этом случае для определения гармонической составляющей взаимной индуктивности будет использоваться угол  $2 \cdot (-\pi + \alpha_{c_{11}}) = 2\alpha_{c_{11}}$ , или угол, определяемый из (2.1) при  $i = j$ . Аналогичные соотношения могут быть получены и для других фаз одной трехфазной обмотки.

Определение взаимных индуктивностей между фазными обмотками разных трехфазных систем осуществляется с использованием углов, получаемых из (2.1) при  $i \neq j$ . Рассмотрим, например, взаимную индуктивность между обмотками  $a_1$  и  $b_2$ . Биссектриса угла между магнитными осями этих обмоток совпадает с противоположным направлением биссектрисы угла между осями  $c_1$  и  $c_2$ . В этом случае для определения гармонической составляющей взаимной индуктивности будет использоваться угол  $2 \cdot (-\pi + \alpha_{c_{12}}) = 2\alpha_{c_{12}}$ , или угол, определяемый из (2.1) при  $i \neq j$ . Аналогичные соотношения могут быть получены и для других фаз.

Итак, в разделе определены допущения, которые позволяют заменить реальную шестифазную синхронную машину ее идеализированным вариантом. Принятые допущения аналогичны таковым для трехфазной синхронной машины, поэтому математическая модель шестифазной машины будет в такой же мере строгой, как и математическая модель трехфазной машины. Также важными результатами являются определение характера изменения собственных и взаимных индуктивностей обмоток машины и получение соотношения (2.1).

## 2.2. Уравнения процессов в шестифазной синхронной машине

Разработка математической модели шестифазной синхронной машины требует наличия исходного математического описания электромагнитных и электромеханических процессов, протекающих в машине. Будем получать такое

описание в фазной системе координат, полагая, что используемые переменные и коэффициенты представлены в их физической размерности.

Рассмотрим в первую очередь процессы в электрических контурах. Машина имеет девять обмоток, связанных взаимной индукцией. Уравнение напряжений для каждой обмотки представим в виде, который принят для аналогичного уравнения трехфазной синхронной машины [43]. Учитывая сказанное и введенные в разделе 2.1 индексы, запишем уравнения, связывающие мгновенные напряжения  $u$ , токи  $i$  и потокосцепления  $\psi$  обмоток машины:

$$\begin{aligned} -u_{k_i} &= p\psi_{k_i} + r_i \cdot i_{k_i}, \\ u_{rd_n} &= p\psi_{rd_n} + r_{rd_n} \cdot i_{rd_n}, \\ 0 &= p\psi_{rq} + r_{rq} \cdot i_{rq}, \end{aligned} \quad (2.2)$$

где  $p$  – символ дифференцирования,

$r$  – активное сопротивление обмотки.

Отметим, что в (2.2) активные сопротивления фазных обмоток, которые относятся к одной трехфазной системе, приняты одинаковыми в соответствии с допущением о симметричности трехфазной обмотки.

Выражения для потокосцеплений определим, применяя принцип наложения: будем считать, что результирующее потокосцепление обмотки является суммой потокосцеплений самоиндукции и взаимной индукции с другими обмотками. Учитывая сказанное, получим:

$$\begin{aligned} \psi_{k_i} &= \sum_{j=1}^2 \left[ \sum_{m=-1}^1 \left( M_{k_i(k+m)_j} \cdot i_{(k+m)_j} \right) \right] + \sum_{n=1}^2 \left( M_{k_i rd_n} \cdot i_{rd_n} \right) + M_{k_i rq} \cdot i_{rq}, \\ \psi_{rd_n} &= \sum_{j=1}^2 \left[ \sum_{m=-1}^1 \left( M_{rd_n(k+m)_j} \cdot i_{(k+m)_j} \right) \right] + \sum_{l=1}^2 \left( M_{rd_n rd_l} \cdot i_{rd_l} \right), \\ \psi_{rq} &= \sum_{j=1}^2 \left[ \sum_{m=-1}^1 \left( M_{rq(k+m)_j} \cdot i_{(k+m)_j} \right) \right] + L_{rq} \cdot i_{rq}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Коэффициенты перед токами в (2.3) являются собственными и взаимными индуктивностями обмоток машины. Как указывалось ранее, часть этих индуктивностей является постоянной величиной, а другая часть является функцией угла  $\gamma$ , определяющего положение ротора.

Сделаем два замечания относительно используемой в (2.3) и далее формы записи коэффициентов индукции. Во-первых, согласно принципу взаимности коэффициенты взаимной индукции с переставленными индексами будут равны, например,  $M_{k_i(k+1)_j} = M_{(k+1)_j k_i}$ ,  $M_{k_i r d_n} = M_{r d_n k_i}$ . Во-вторых, коэффициенты взаимоиндукции с совпадающими индексами соответствуют собственным индуктивностям обмоток, то есть  $M_{k_i k_i} = L_{k_i}$ ,  $M_{r d_n r d_n} = L_{r d_n}$ .

Запишем выражения для определения переменных коэффициентов собственной и взаимной индукции обмоток. Согласно принятому характеру изменения индуктивностей и выражению (2.1) будем иметь [33]:

$$\left. \begin{aligned} L_{k_i} &= m_{ii}^{(0)} + m'_{ii} + m''_{ii} \cdot \cos(2\alpha_{k_{ii}}), \\ M_{k_i(k+1)_i} &= m_{ii}^{(0)} + m'_{ii} \cdot \cos(2\pi/3) + m''_{ii} \cdot \cos(2\alpha_{(k-1)_{ii}}), \\ M_{k_1 k_2} &= m_{12}^{(0)} + m'_{12} \cdot \cos(\Delta\gamma_2 - \Delta\gamma_1) + m''_{12} \cdot \cos(2\alpha_{k_{12}}), \\ M_{k_1(k+1)_2} &= m_{12}^{(0)} + m'_{12} \cdot \cos(\Delta\gamma_2 - \Delta\gamma_1 + 2\pi/3) + m''_{12} \cdot \cos(2\alpha_{(k-1)_{12}}), \\ M_{k_1(k-1)_2} &= m_{12}^{(0)} + m'_{12} \cdot \cos(\Delta\gamma_2 - \Delta\gamma_1 - 2\pi/3) + m''_{12} \cdot \cos(2\alpha_{(k+1)_{12}}), \end{aligned} \right\} \quad (2.4)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{k_i r d_n} &= m_{a_i r d_n} \cdot \cos(\alpha_{k_{ii}}), \\ M_{k_i r q} &= m_{a_i r q} \cdot \sin(\alpha_{k_{ii}}), \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

где  $m_{ii}^{(0)}$  – постоянная составляющая собственной индуктивности фазной обмотки и взаимной индуктивности между фазами одной трехфазной обмотки, обусловленная полем токов нулевой последовательности,

$m'_{ii}$  – индуктивная часть постоянной составляющей собственной индуктивности фазной обмотки и взаимной индуктивности между фазами одной трехфазной обмотки, обусловленная полем токов прямой последовательности,

$m''_{ii}$  – амплитуда второй гармонической составляющей собственной индуктивности фазной обмотки и взаимной индуктивности между фазами одной трехфазной обмотки,

$m_{12}^{(0)}$  – постоянная составляющая взаимной индуктивности между фазами трехфазных обмоток, обусловленная полем токов нулевой последовательности,

$m'_{12}$  – индуктивная часть постоянной составляющей взаимной индуктивности между фазами разных трехфазных обмоток, обусловленная полем токов прямой последовательности,

$m''_{12}$  – амплитуда второй гармонической составляющей взаимной индуктивности между фазами разных трехфазных обмоток,

$m_{a_1rd_n}$  – амплитуда первой гармонической составляющей взаимной индуктивности между фазной обмоткой  $i$  и продольным контуром ротора  $n$ ,

$m_{a_1rq}$  – амплитуда первой гармонической составляющей взаимной индуктивности между фазной обмоткой  $i$  и поперечным контуром ротора.

Первая формула в (2.4) определяет собственную индуктивность фазной обмотки, вторая – взаимную индуктивность между фазами одной трехфазной обмотки, остальные – взаимную индуктивность между фазами разных трехфазных обмоток. Функция косинуса во втором слагаемом формул (2.4) определяет геометрическое положение рассматриваемых обмоток относительно друг друга. Следовательно, коэффициент, указанный перед этой функцией, определяет величину взаимной индуктивности между обмотками при совпадении их магнитных осей. Формулы (2.5) определяют взаимные индуктивности между фазной обмоткой и роторными контурами.

Отметим, что для машины с неявнополюсным ротором амплитуды второй гармонической составляющей индуктивностей равны нулю.

Выражения (2.2) – (2.5) с учетом (2.1) описывают процессы в электрической подсистеме синхронной машины. Это описание необходимо дополнить выражениями, которые учитывают процессы в механической подсистеме машины. Форма записи уравнений вращательного движения ротора для шестифазной синхронной машины не отличается от таковой для трехфазной синхронной машины, поскольку наличие дополнительной трехфазной обмотки будет учтено в выражении для определения электромагнитного момента машины. Таким образом, запишем уравнения движения относительно угловой частоты вращения ротора  $\Omega$  и геометрического угла поворота ротора  $\gamma_r$ :

$$p\Omega = (M_B - M_{\Theta} - M_T) / J, \quad (2.6)$$

$$p\gamma_{\Gamma} = \Omega, \quad (2.7)$$

где  $M_B$  – момент сил, приложенных со стороны вала,

$M_{\Theta}$  – электромагнитный момент,

$M_T$  – момент сил трения,

$J$  – момент инерции ротора.

Выражение для электромагнитного момента шестифазной машины определим, применяя принцип наложения: будем считать, что результирующий электромагнитный момент  $M_{\Theta}$  является суммой электромагнитных моментов от каждой трехфазной обмотки [35]. Учитывая сказанное, получим:

$$M_{\Theta} = \frac{p_n \sqrt{3}}{3} \cdot \sum_{i=1}^2 [(\psi_{b_i} - \psi_{c_i}) \cdot i_{a_i} + (\psi_{c_i} - \psi_{a_i}) \cdot i_{b_i} + (\psi_{a_i} - \psi_{b_i}) \cdot i_{c_i}], \quad (2.8)$$

где  $p_n$  – число пар полюсов машины.

Значение электрического угла  $\gamma$ , которое необходимо при определении индуктивностей в (2.4) и (2.5), может быть получено через число пар полюсов машины  $p_n$  и значение геометрического угла  $\gamma_{\Gamma}$ . При этом производная угла  $\gamma$  с учетом (2.7) определится следующим образом:

$$p\gamma = p_n \cdot p\gamma_{\Gamma} = p_n \cdot \Omega = \omega, \quad (2.9)$$

где  $\omega$  – электрическая угловая частота вращения ротора.

Уравнения (2.2) – (2.5) с учетом (2.1) и (2.6), (2.7) с учетом (2.8) описывают электромагнитные и электромеханические процессы в шестифазной синхронной машине. Однако представленное описание не является математической моделью машины, поскольку оно не удовлетворяет критериям, указанным в главе 1. В связи с этим полученное математическое описание процессов в машине следует преобразовать к требуемому виду.

### 2.3. Эквивалент электрической подсистемы шестифазной синхронной машины

Целью настоящего раздела является получение эквивалента электрической подсистемы шестифазной синхронной машины с неявным учетом контуров ротора. Такой эквивалент должен содержать схему замещения электрических цепей машины, построенную относительно внешних выводов фазных обмоток, а также систему дифференциальных уравнений, описывающих процессы в контурах ротора. При получении такого эквивалента предполагается, что напряжения роторных цепей известны: для демпферных контуров они равны нулю, для обмотки возбуждения – напряжению возбуждения.

Уравнения электрических цепей машины, записанные ранее, целесообразно представить в матричном виде, что упростит приводимые математические преобразования. С учетом сказанного выражения (2.2) и (2.3) примут вид:

$$-\mathbf{U} = p\mathbf{\Psi} + \mathbf{R} \times \mathbf{I}, \quad (2.10)$$

$$\mathbf{U}_{rd} = p\mathbf{\Psi}_{rd} + \mathbf{R}_{rd} \times \mathbf{I}_{rd}, \quad (2.11)$$

$$0 = p\psi_{rq} + r_{rq} \cdot i_{rq}, \quad (2.12)$$

$$\mathbf{\Psi} = \mathbf{M} \times \mathbf{I} + \mathbf{M}_{rd} \times \mathbf{I}_{rd} + \mathbf{M}_{rq} \cdot i_{rq}, \quad (2.13)$$

$$\mathbf{\Psi}_{rd} = \mathbf{M}_{rd}^T \times \mathbf{I} + \tilde{\mathbf{M}}_{rd} \times \mathbf{I}_{rd}, \quad (2.14)$$

$$\psi_{rq} = \mathbf{M}_{rq}^T \times \mathbf{I} + L_{rq} \cdot i_{rq}. \quad (2.15)$$

В выражениях (2.10) – (2.15) матрицы имеют вид:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{a_1} \\ u_{b_1} \\ u_{c_1} \\ u_{a_2} \\ u_{b_2} \\ u_{c_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Psi} = \begin{bmatrix} \Psi_{a_1} \\ \Psi_{b_1} \\ \Psi_{c_1} \\ \Psi_{a_2} \\ \Psi_{b_2} \\ \Psi_{c_2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & r_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & r_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} i_{a_1} \\ i_{b_1} \\ i_{c_1} \\ i_{a_2} \\ i_{b_2} \\ i_{c_2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{U}_{rd} = \begin{bmatrix} u_{rd1} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Psi}_{rd} = \begin{bmatrix} \Psi_{rd1} \\ \Psi_{rd2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R}_{rd} = \begin{bmatrix} r_{rd1} & 0 \\ 0 & r_{rd2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I}_{rd} = \begin{bmatrix} i_{rd1} \\ i_{rd2} \end{bmatrix}, \quad \tilde{\mathbf{M}}_{rd} = \begin{bmatrix} L_{rd1} & M_{rd1rd2} \\ M_{rd2rd1} & L_{rd2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} L_{a1} & M_{a1b1} & M_{a1c1} & M_{a1a2} & M_{a1b2} & M_{a1c2} \\ M_{b1a1} & L_{b1} & M_{b1c1} & M_{b1a2} & M_{b1b2} & M_{b1c2} \\ M_{c1a1} & M_{c1b1} & L_{c1} & M_{c1a2} & M_{c1b2} & M_{c1c2} \\ M_{a2a1} & M_{a2b1} & M_{a2c1} & L_{a2} & M_{a2b2} & M_{a2c2} \\ M_{b2a1} & M_{b2b1} & M_{b2c1} & M_{b2a2} & L_{b2} & M_{b2c2} \\ M_{c2a1} & M_{c2b1} & M_{c2c1} & M_{c2a2} & M_{c2b2} & L_{c2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{rd} = \begin{bmatrix} M_{a1rd1} & M_{a1rd2} \\ M_{b1rd1} & M_{b1rd2} \\ M_{c1rd1} & M_{c1rd2} \\ M_{a2rd1} & M_{a2rd2} \\ M_{b2rd1} & M_{b2rd2} \\ M_{c2rd1} & M_{c2rd2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{M}_{rq} = \begin{bmatrix} M_{a1rq} \\ M_{b1rq} \\ M_{c1rq} \\ M_{a2rq} \\ M_{b2rq} \\ M_{c2rq} \end{bmatrix}.$$

Матрицы  $\mathbf{M}_{rd}$  и  $\mathbf{M}_{rq}$  содержат взаимные индуктивности между фазными обмотками и контурами ротора, значения которых зависят от величины угла  $\gamma$ , определяющего положение ротора. Элементами матрицы  $\tilde{\mathbf{M}}_{rd}$  являются индуктивности продольных контуров ротора, значения которых не зависят от положения ротора. Матрица  $\mathbf{M}$  содержит собственные и взаимные индуктивности фазных обмоток, которые в общем случае являются функциями угла  $\gamma$ .

Приступим к выполнению преобразований исходного математического описания процессов в машине. Поскольку уравнение (2.10) записано для напряжений статорных обмоток, то это уравнение необходимо преобразовать к виду, который позволяет построить эквивалентную схему замещения статорных цепей машины. Такому виду будет соответствовать уравнение, которое не содержит производных потокосцеплений и производных токов контуров ротора. Отсюда следует, что для получения требуемого уравнения необходимо выполнить исключение указанных переменных из (2.10), используя (2.11) – (2.15).

Все выполняемые преобразования можно разделить на три этапа. Первый этап состоит в определении производных потокосцеплений (2.13) – (2.15). Учитывая (2.4), (2.5) и (2.9), получим:

$$p\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{M} \times p\mathbf{I} + \mathbf{M}_{rd} \times p\mathbf{I}_{rd} + \mathbf{M}_{rq} \cdot pi_{rq} - \omega \cdot (\mathbf{N} \times \mathbf{I} + \mathbf{N}_{rd} \times \mathbf{I}_{rd} - \mathbf{N}_{rq} \cdot i_{rq}), \quad (2.16)$$

$$\left. \begin{aligned} p\boldsymbol{\Psi}_{rd} &= \mathbf{M}_{rd}^T \times p\mathbf{I} + \tilde{\mathbf{M}}_{rd} \times p\mathbf{I}_{rd} - \omega \cdot \mathbf{N}_{rd}^T \times \mathbf{I}, \\ p\boldsymbol{\Psi}_{rq} &= \mathbf{M}_{rq}^T \times p\mathbf{I} + L_{rq} \cdot pi_{rq} + \omega \cdot \mathbf{N}_{rq}^T \times \mathbf{I}, \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

где  $\mathbf{N}$  – матрица индуктивностей, полученная в результате определения производной матрицы  $\mathbf{M}$ :  $p\mathbf{M} = -\omega \cdot \mathbf{N}$ ; порядок матрицы  $\mathbf{N}$  такой же, как у матрицы  $\mathbf{M}$ ,

$\mathbf{N}_{rd}$  – матрица индуктивностей, полученная в результате определения производной матрицы  $\mathbf{M}_{rd}$ :  $p\mathbf{M}_{rd} = -\omega \cdot \mathbf{N}_{rd}$ ; число строк и столбцов матрицы  $\mathbf{N}_{rd}$  такое же, как у матрицы  $\mathbf{M}_{rd}$ ,

$\mathbf{N}_{rq}$  – матрица индуктивностей, полученная в результате определения производной матрицы  $\mathbf{M}_{rq}$ :  $p\mathbf{M}_{rq} = \omega \cdot \mathbf{N}_{rq}$ ; число строк и столбцов матрицы  $\mathbf{N}_{rq}$  такое же, как у матрицы  $\mathbf{M}_{rq}$ .

Отметим, что в (2.17) отсутствуют слагаемые от производных индуктивностей контуров ротора, поскольку  $p\tilde{\mathbf{M}}_{rd} = \mathbf{0}$  и  $pL_{rq} = 0$ .

Элементы матриц  $\mathbf{N}$ ,  $\mathbf{N}_{rd}$  и  $\mathbf{N}_{rq}$  определяются по выражениям:

$$\left. \begin{aligned} N_{k_i} &= 2m''_{ii} \cdot \sin(2\alpha_{k_{ii}}), \\ N_{k_i(k+1)_i} &= 2m''_{ii} \cdot \sin(2\alpha_{(k-1)_{ii}}), \\ N_{k_1k_2} &= 2m''_{12} \cdot \sin(2\alpha_{k_{12}}), \\ N_{k_1(k+1)_2} &= 2m''_{12} \cdot \sin(2\alpha_{(k-1)_{12}}), \\ N_{k_1(k-1)_2} &= 2m''_{12} \cdot \sin(2\alpha_{(k+1)_{12}}), \end{aligned} \right\} \quad (2.18)$$

$$\left. \begin{aligned} N_{kird_n} &= m_{aird_n} \cdot \sin(\alpha_{k_{ii}}), \\ N_{kirq} &= m_{airq} \cdot \cos(\alpha_{k_{ii}}). \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

Второй этап преобразований состоит в получении дифференциальных уравнений, из которых могут быть определены токи роторных контуров. Подставив выражения (2.17) в (2.11), (2.12) и разрешив полученные уравнения относительно производных токов роторных контуров, будем иметь:

$$\begin{aligned} p\mathbf{I}_{rd} &= \tilde{\mathbf{M}}_{rd}^{-1} \times (\mathbf{U}_{rd} - \mathbf{R}_{rd} \times \mathbf{I}_{rd}) - \mathbf{M}'_{rd} \times p\mathbf{I} + \omega \cdot \mathbf{N}'_{rd} \times \mathbf{I}, \\ pi_{rq} &= L_{rq}^{-1} \cdot (-r_{rq} \cdot i_{rq}) - \mathbf{M}'_{rq} \times p\mathbf{I} - \omega \cdot \mathbf{N}'_{rq} \times \mathbf{I}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

Матрицы  $\mathbf{M}'_{rd}$ ,  $\mathbf{N}'_{rd}$ ,  $\mathbf{M}'_{rq}$ ,  $\mathbf{N}'_{rq}$  в (2.20) определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}'_{rd} &= \tilde{\mathbf{M}}_{rd}^{-1} \times \mathbf{M}_{rd}^T, & \mathbf{N}'_{rd} &= \tilde{\mathbf{M}}_{rd}^{-1} \times \mathbf{N}_{rd}^T, \\ \mathbf{M}'_{rq} &= L_{rq}^{-1} \cdot \mathbf{M}_{rq}^T, & \mathbf{N}'_{rq} &= L_{rq}^{-1} \cdot \mathbf{N}_{rq}^T. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Число строк и столбцов матриц в левой части соотношений (2.21) такое же, как у матриц, расположенных на месте второго множителя в правой части соответствующего равенства.

Получим выражения для определения значений элементов матриц (2.21). Предварительно сделаем это для элементов матрицы  $\tilde{\mathbf{M}}_{rd}^{-1}$ :

$$\tilde{D}_{n,l} = \frac{(-1)^{n+l} \cdot M_{rd(3-l)rd(3-n)}}{L_{rd_1} \cdot L_{rd_2} - M_{rd_1rd_2}^2}. \quad (2.22)$$

Ранее были получены выражения (2.5) и (2.19) для расчета элементов матриц  $\mathbf{M}_{rd}$ ,  $\mathbf{M}_{rq}$ ,  $\mathbf{N}_{rd}$ ,  $\mathbf{N}_{rq}$ . Сопоставление выражений с одинаковыми подстрочными индексами показывает, что они имеют равные коэффициенты и отличаются только видом гармонической функции. Поскольку коэффициенты  $\tilde{D}_{n,l}$  из (2.22) и  $L_{rq}^{-1}$  не зависят от угла  $\gamma$ , то элементы матриц с одинаковыми подстрочными индексами в левой части (2.21) будут иметь одинаковые постоянные коэффициенты. Учитывая сказанное, получим:

$$\begin{aligned} M'_{rd_nk_i} &= n'_{rd_n a_i} \cdot \cos(\alpha_{k_{ii}}), & N'_{rd_nk_i} &= n'_{rd_n a_i} \cdot \sin(\alpha_{k_{ii}}), \\ M'_{rqk_i} &= n'_{rq a_i} \cdot \sin(\alpha_{k_{ii}}), & N'_{rqk_i} &= n'_{rq a_i} \cdot \cos(\alpha_{k_{ii}}). \end{aligned} \quad (2.23)$$

В (2.23) обозначено:

$$n'_{rd_n a_i} = \sum_{l=1}^2 (\tilde{D}_{n,l} \cdot m_{rd_l a_i}), \quad n'_{rq a_i} = L_{rq}^{-1} \cdot m_{rq a_i}. \quad (2.24)$$

Третий этап преобразований состоит в получении уравнений, которым может быть поставлена в соответствие схема замещения электрических цепей машины, построенная относительно внешних выводов фазных обмоток. Исключим производные токов контуров ротора в (2.16) с помощью (2.20) и подставим полученное выражение в (2.10). Выполнив преобразования, получим:

$$-\mathbf{U} = \tilde{\mathbf{M}} \times p\mathbf{I} - \mathbf{E}, \quad (2.25)$$

где  $\tilde{\mathbf{M}}$  – эквивалентная матрица собственных и взаимных индуктивностей фазных обмоток машины,

$\mathbf{E}$  – эквивалентный вектор источников ЭДС фазных обмоток машины.

Матрицы, входящие в (2.25), определяются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{M}} &= \mathbf{M} - \mathbf{M}_{rd} \times \mathbf{M}'_{rd} - \mathbf{M}_{rq} \times \mathbf{M}'_{rq}, \\ \tilde{\mathbf{N}} &= \mathbf{N} - \mathbf{M}_{rd} \times \mathbf{N}'_{rd} + \mathbf{M}_{rq} \times \mathbf{N}'_{rq}, \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \mathbf{E}_B - \mathbf{E}_T - \mathbf{R} \times \mathbf{I}, \\ \mathbf{E}_B &= \omega \cdot \left( \tilde{\mathbf{N}} \times \mathbf{I} + \mathbf{N}_{rd} \times \mathbf{I}_{rd} - \mathbf{N}_{rq} \cdot i_{rq} \right), \\ \mathbf{E}_T &= \mathbf{M}'_{rd}{}^T \times (\mathbf{U}_{rd} - \mathbf{R}_{rd} \times \mathbf{I}_{rd}) + \mathbf{M}'_{rq}{}^T \cdot (-r_{rq} \cdot i_{rq}). \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

Порядок матриц в (2.26) соответствует порядку матриц  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{N}$ . Вектор фазных источников ЭДС в (2.27) содержит как ЭДС вращения ( $\mathbf{E}_B$ ), так и ЭДС трансформации ( $\mathbf{E}_T$ ). Также в векторе  $\mathbf{E}$  учтено падение напряжения на активном сопротивлении фазной обмотки.

Определим формулы для расчета элементов матриц (2.26). Выполнив умножение матриц в (2.26), получим некоторые промежуточные матрицы:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}^{rd} &= \mathbf{M}_{rd} \times \mathbf{M}'_{rd}, \quad \mathbf{N}^{rd} = \mathbf{M}_{rd} \times \mathbf{N}'_{rd}, \\ \mathbf{M}^{rq} &= \mathbf{M}_{rq} \times \mathbf{M}'_{rq}, \quad \mathbf{N}^{rq} = \mathbf{M}_{rq} \times \mathbf{N}'_{rq}. \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Учитывая (2.5) и (2.23), а также применяя формулы преобразования произведения гармонических функций, получим выражения для определения элементов матриц (2.28):

$$\left. \begin{aligned} M_{k_i(k+m)_j}^{rd} &= \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=1}^2 \left( m_{a_i r d_n} \cdot n'_{r d_n a_j} \right) \cdot \left[ \cos \left( \Delta \gamma_j - \Delta \gamma_i + m \cdot \frac{2\pi}{3} \right) + \cos \left( 2\alpha_{(k-m)ij} \right) \right], \\ M_{k_i(k+m)_j}^{rq} &= \frac{1}{2} \cdot m_{a_i r q} \cdot n'_{r q a_j} \cdot \left[ \cos \left( \Delta \gamma_j - \Delta \gamma_i + m \cdot \frac{2\pi}{3} \right) - \cos \left( 2\alpha_{(k-m)ij} \right) \right], \\ N_{k_i(k+m)_j}^{rd} &= \frac{1}{2} \cdot \sum_{n=1}^2 \left( m_{a_i r d_n} \cdot n'_{r d_n a_j} \right) \cdot \left[ -\sin \left( \Delta \gamma_j - \Delta \gamma_i + m \cdot \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left( 2\alpha_{(k-m)ij} \right) \right], \\ N_{k_i(k+m)_j}^{rq} &= \frac{1}{2} \cdot m_{a_i r q} \cdot n'_{r q a_j} \cdot \left[ \sin \left( \Delta \gamma_j - \Delta \gamma_i + m \cdot \frac{2\pi}{3} \right) + \sin \left( 2\alpha_{(k-m)ij} \right) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (2.29)$$

В формулах (2.29) переменная  $m$  может принимать значения -1, 0, 1. Выбор значения определяется интересующим индексом второй фазы. Например, если необходимо получить выражение для элемента  $a_{2c_1}$  (элемент четвертой строки и третьего столбца матрицы), то  $m = -1$ , поскольку при прямом следовании фаза  $c$  является предыдущей относительно фазы  $a$ .

Каждая формула в (2.29) позволяет рассчитать значение любого элемента соответствующей матрицы в (2.28). Формулы (2.4) и (2.18), которые используются для определения элементов матриц  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{N}$ , не обладают этим свойством. Поскольку в (2.26) выполняются операции матричного сложения и вычитания, то для элементов матриц  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{N}$  необходимо иметь общие формы записи. Получить общее выражение для определения элементов матрицы  $\mathbf{M}$  возможно, если в (2.4) использовать индексы по аналогии с (2.29):

$$M_{k_i(k+m)_j} = m_{ij}^{(0)} + m'_{ij} \cdot \cos\left(\Delta\gamma_j - \Delta\gamma_i + m \cdot \frac{2\pi}{3}\right) + m''_{ij} \cdot \cos\left(2\alpha_{(k-m)ij}\right). \quad (2.30)$$

Общее выражение для определения элементов матрицы  $\mathbf{N}$  будет иметь вид:

$$N_{k_i(k+m)_j} = 2m''_{ij} \cdot \sin\left(2\alpha_{(k-m)ij}\right). \quad (2.31)$$

Прежде чем получить формулы для расчета элементов матриц (2.26), введем следующие обозначения:

$$l'_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \sum_{n=1}^2 \left( m_{a_i r d_n} \cdot n'_{r d_n a_j} \right) + m_{a_i r q} \cdot n'_{r q a_j} \right], \quad (2.32)$$

$$l''_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \sum_{n=1}^2 \left( m_{a_i r d_n} \cdot n'_{r d_n a_j} \right) - m_{a_i r q} \cdot n'_{r q a_j} \right].$$

С учетом (2.29) – (2.32) общие выражения для определения элементов матриц  $\tilde{\mathbf{M}}$  и  $\tilde{\mathbf{N}}$  будут иметь вид:

$$\tilde{M}_{k_i(k+m)_j} = \tilde{m}_{ij}^{(0)} + \tilde{m}'_{ij} \cdot \cos\left(\Delta\gamma_j - \Delta\gamma_i + m \cdot \frac{2\pi}{3}\right) + \tilde{m}''_{ij} \cdot \cos\left(2\alpha_{(k-m)ij}\right),$$

$$\tilde{N}_{k_i(k+m)_j} = \tilde{n}'_{ij} \cdot \sin\left(\Delta\gamma_j - \Delta\gamma_i + m \cdot \frac{2\pi}{3}\right) + \tilde{n}''_{ij} \cdot \sin\left(2\alpha_{(k-m)ij}\right), \quad (2.33)$$

$$\tilde{m}_{ij}^{(0)} = m_{ij}^{(0)}, \quad \tilde{m}'_{ij} = m'_{ij} - l'_{ij}, \quad \tilde{m}''_{ij} = m''_{ij} - l''_{ij}, \quad \tilde{n}'_{ij} = l'_{ij}, \quad \tilde{n}''_{ij} = 2m''_{ij} - l''_{ij}.$$

Все выражения, необходимые для расчета элементов матриц, содержащих коэффициенты собственной и взаимной индукции, а также их комбинации, определены. Это позволяет записать уравнения (2.20) и (2.25) в развернутой форме. Так, используя (2.22) – (2.24) получим для производных токов контуров ротора следующие уравнения:

$$\begin{aligned} pi_{rd_n} &= \sum_{l=1}^2 \left[ \tilde{D}_{n,l} \cdot (u_{rd_l} - r_{rd_l} \cdot i_{rd_l}) \right] - \frac{3}{2} \cdot \sum_{i=1}^2 (n'_{rd_n a_i} \cdot pi_{d_i}), \\ pi_{rq} &= L_{rq}^{-1} \cdot (-r_{rq} \cdot i_{rq}) - \frac{3}{2} \cdot \sum_{i=1}^2 (n'_{rq a_i} \cdot pi_{q_i}), \end{aligned} \quad (2.34)$$

где  $i_{d_i}$  – ток трехфазной обмотки статора  $i$  по продольной оси  $d$ ,

$i_{q_i}$  – ток трехфазной обмотки статора  $i$  по поперечной оси  $q$ .

Расчет токов трехфазных обмоток по продольной и поперечной осям и производных этих токов осуществляется по формулам, аналогичным для трехфазных машин [43]:

$$\begin{aligned} i_{d_i} &= \frac{2}{3} \cdot \sum_k \left[ i_{k_i} \cdot \cos(\alpha_{k_{ii}}) \right], & i_{q_i} &= \frac{2}{3} \cdot \sum_k \left[ i_{k_i} \cdot \sin(\alpha_{k_{ii}}) \right], \\ pi_{d_i} &= \frac{2}{3} \cdot \sum_k \left[ pi_{k_i} \cdot \cos(\alpha_{k_{ii}}) \right] - \omega \cdot i_{q_i}, & pi_{q_i} &= \frac{2}{3} \cdot \sum_k \left[ pi_{k_i} \cdot \sin(\alpha_{k_{ii}}) \right] + \omega \cdot i_{d_i}. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Уравнения напряжений фазных обмоток будут иметь вид:

$$-u_{k_i} = \sum_{j=1}^2 \left[ \sum_{m=-1}^1 \left( \tilde{M}_{k_i(k+m)_j} \cdot pi_{(k+m)_j} \right) \right] - e_{k_i}. \quad (2.36)$$

Перегруппируем слагаемые в (2.27) и получим выражение для расчета фазной ЭДС с учетом падения напряжения на активном сопротивлении обмотки:

$$\begin{aligned} e_{k_i} &= \omega \cdot \sum_{j=1}^2 \left[ \sum_{m=-1}^1 \left( \tilde{N}_{k_i(k+m)_j} \cdot i_{(k+m)_j} \right) \right] + S_i \cdot \sin(\alpha_{k_{ii}}) - C_i \cdot \cos(\alpha_{k_{ii}}) - r_i \cdot i_{k_i}, \\ S_i &= \omega \cdot \sum_{n=1}^2 \left( m_{a_i r d_n} \cdot i_{rd_n} \right) - n'_{a_i r q} \cdot (-r_{rq} \cdot i_{rq}), \\ C_i &= \omega \cdot m_{a_i r q} \cdot i_{rq} + \sum_{n=1}^2 \left[ n'_{a_i r d_n} \cdot (u_{rd_n} - r_{rd_n} \cdot i_{rd_n}) \right]. \end{aligned} \quad (2.37)$$

Полученные уравнения (2.34) и (2.36) описывают электромагнитные процессы в шестифазной синхронной машине с неявным учетом контуров ротора. Уравнению (2.36) может быть поставлена в соответствие схема замещения,

построенная относительно внешних выводов фазных обмоток. Такая схема замещения, представленная на рисунке 2.2, содержит шесть индуктивностей, связанных взаимной индукцией (указаны пунктирными линиями со стрелками), и шесть источников ЭДС. Также на схеме указаны узлы  $0_{k_i}$ , от которых отсчитываются мгновенные значения напряжений  $u_{k_i}$ , и узлы  $k_i^*$ , разделяющие индуктивные ветви и ветви с источниками ЭДС.

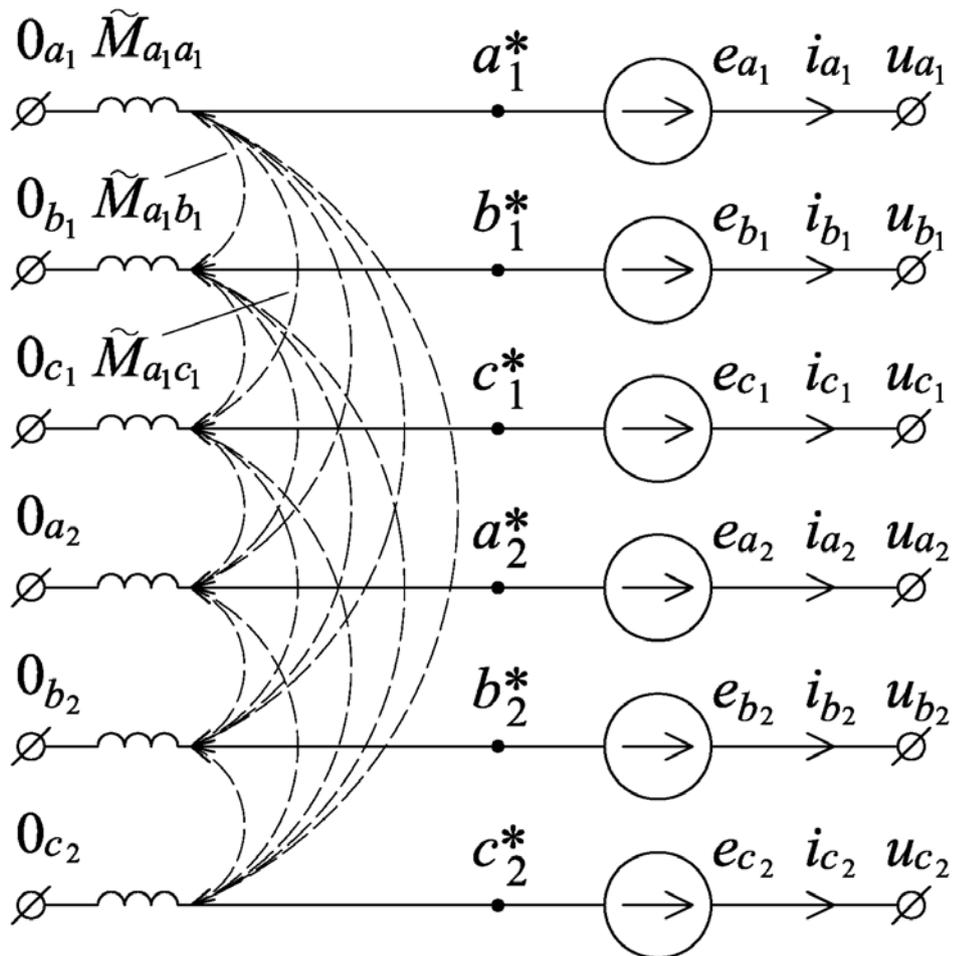


Рисунок 2.2 – Эквивалентная схема замещения статорных цепей шестифазной синхронной машины с неявным учетом контуров ротора и при наличии взаимной индукции между фазами

Использование схем замещения, содержащих ветви с взаимной индукцией, требует реализации более сложных алгоритмов формирования уравнений, описывающих процессы в расчетной схеме [45]. По этой причине целесообразно

использовать методику [46,47] для перехода к схеме замещения, которая не содержит таких ветвей. Согласно ей необходимо по матрице инциденции  $\mathbf{W}$  [48] и матрице сопротивлений ветвей  $\tilde{\mathbf{Z}}$  получить матрицу узловых проводимостей для части расчетной схемы, образованной ветвями с взаимной индукцией:

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{W} \times \tilde{\mathbf{Z}}^{-1} \times \mathbf{W}^T. \quad (2.38)$$

Далее по матрице  $\tilde{\mathbf{Y}}$  строят схему замещения, которая уже не содержит ветвей с взаимной индукцией. Такая схема имеет один общий (нулевой) узел и столько других узлов, сколько строк в матрице  $\tilde{\mathbf{Y}}$ . Между каждой парой узлов включают ветвь с некоторой проводимостью. Если один из узлов является общим, то проводимость равна сумме элементов строки матрицы  $\tilde{\mathbf{Y}}$ , соответствующей ненулевому узлу. Если ни один из узлов не является общим, то проводимость равна взятому со знаком «минус» значению элемента матрицы  $\tilde{\mathbf{Y}}$ , который расположен на пересечении строки и столбца, соответствующих паре узлов.

Применим эту методику к части схемы рисунка 2.2, образованной ветвями с взаимной индукцией. Матрица инциденции в этом случае будет единичной матрицей шестого порядка. Элементы матрицы  $\tilde{\mathbf{Z}}$  определим, умножив элементы матрицы  $\tilde{\mathbf{M}}$  на некоторую ненулевую угловую частоту  $\tilde{\omega}$ . С учетом сказанного получим из (2.38) матрицу узловых проводимостей:  $\tilde{\mathbf{Y}} = \tilde{\omega}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{M}}^{-1} = \tilde{\omega}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{W}}$ .

Матрице  $\tilde{\mathbf{Y}}$  соответствует схема замещения, представленная на рисунке 2.3. Схема имеет один общий узел 0 и шесть узлов  $k_i^*$  для сопряжения полученной схемы с частью схемы рисунка 2.2, которая образована источниками ЭДС. Между каждой парой узлов 0 –  $k_i^*$  и  $k_i^* - (k+m)_j^*$  ( $k_i^* \neq (k+m)_j^*$ ) включены ветви с индуктивностями (на рисунке 2.3 отмечены пунктирными линиями), численные значения которых определяются по формулам:

$$L_{0k_i^*} = \frac{1}{\sum_{j=1}^2 \left( \sum_{m=-1}^1 \tilde{W}_{k_i^*, (k+m)_j^*} \right)}, \quad L_{k_i^* (k+m)_j^*} = -\frac{1}{\tilde{W}_{k_i^*, (k+m)_j^*}}. \quad (2.39)$$

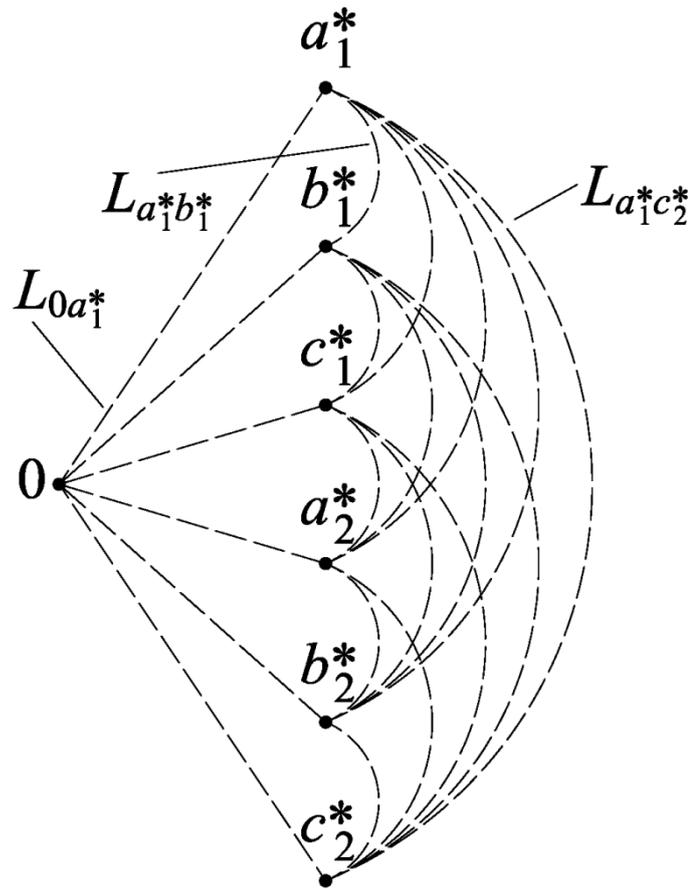


Рисунок 2.3 – Индуктивная схема замещения, соответствующая матрице  $\tilde{Y}$

Обратим внимание на следующее. Элементами матрицы  $\tilde{M}$  являются индуктивности, которые в общем случае зависят от значения угла  $\gamma$ , определяющего положение ротора. Это означает, что элементы матриц  $\tilde{Y}$  и  $\tilde{W}$  также будут являться функциями угла  $\gamma$ . Следовательно, для расчета значений индуктивностей в (2.39) требуется выполнять обращение матрицы  $\tilde{M}$  на каждом шаге моделирования процесса. Такая процедура с учетом современного уровня развития вычислительной техники, возможно, не окажет значительного влияния на быстродействие при моделировании. Тем не менее, известен метод расчета значений индуктивностей в (2.39), который не требует постоянного обращения матрицы  $\tilde{M}$  и, следовательно, приводит к сокращению вычислительных затрат [49]. Этот метод основан на свойстве структурного соответствия элементов матриц и гласит, что элементы матрицы  $\tilde{Y}$  (или  $\tilde{W}$ ) имеют такую же структуру, как элементы матрицы  $\tilde{Z}$  (или  $\tilde{M}$ ), отличаясь только постоянными

коэффициентами. Иными словами, для элементов матрицы  $\tilde{W}$  по аналогии с (2.33) можно записать [49]:

$$\tilde{W}_{k_i(k+m)_j} = \tilde{w}_{ij}^{(0)} + \tilde{w}'_{ij} \cdot \cos\left(\Delta\gamma_j - \Delta\gamma_i + m \cdot \frac{2\pi}{3}\right) + \tilde{w}''_{ij} \cdot \cos\left(2\alpha_{(k-m)ij}\right), \quad (2.40)$$

где  $\tilde{w}_{ij}^{(0)}$ ,  $\tilde{w}'_{ij}$ ,  $\tilde{w}''_{ij}$  – некоторые постоянные коэффициенты.

Выполнив сопряжение схемы, представленной на рисунке 2.3, с частью схемы рисунка 2.2, которая образована источниками ЭДС, получим некоторую схему замещения электрической подсистемы машины. Эта схема замещения не является эквивалентной к исходной схеме рисунка 2.2, поскольку не соответствует ей по числу внешних выводов и содержит гальванические связи между фазными обмотками. Эквивалентность полученной схемы может быть достигнута, если использовать разделительные идеальные трансформаторы с единичным коэффициентом трансформации [19]. Учитывая сказанное, получим искомую схему замещения электрической подсистемы шестифазной синхронной машины, которая представлена на рисунке 2.4.

Таким образом, получен эквивалент электрической подсистемы шестифазной синхронной машины с неявным учетом контуров ротора. Эквивалент образуют схема замещения статорных цепей, представленная на рисунке 2.4, и система дифференциальных уравнений (2.34) для определения токов в контурах ротора. Значения индуктивностей схемы замещения определяются с помощью выражений (2.39) с учетом (2.24), (2.30), (2.32), (2.33) и при необходимости (2.40); мгновенные значения напряжений источников ЭДС определяются с помощью выражений (2.37) с учетом (2.24), (2.31) – (2.33). Коэффициенты и переменные в уравнениях (2.34) определяются с помощью выражений (2.22), (2.24), (2.35).

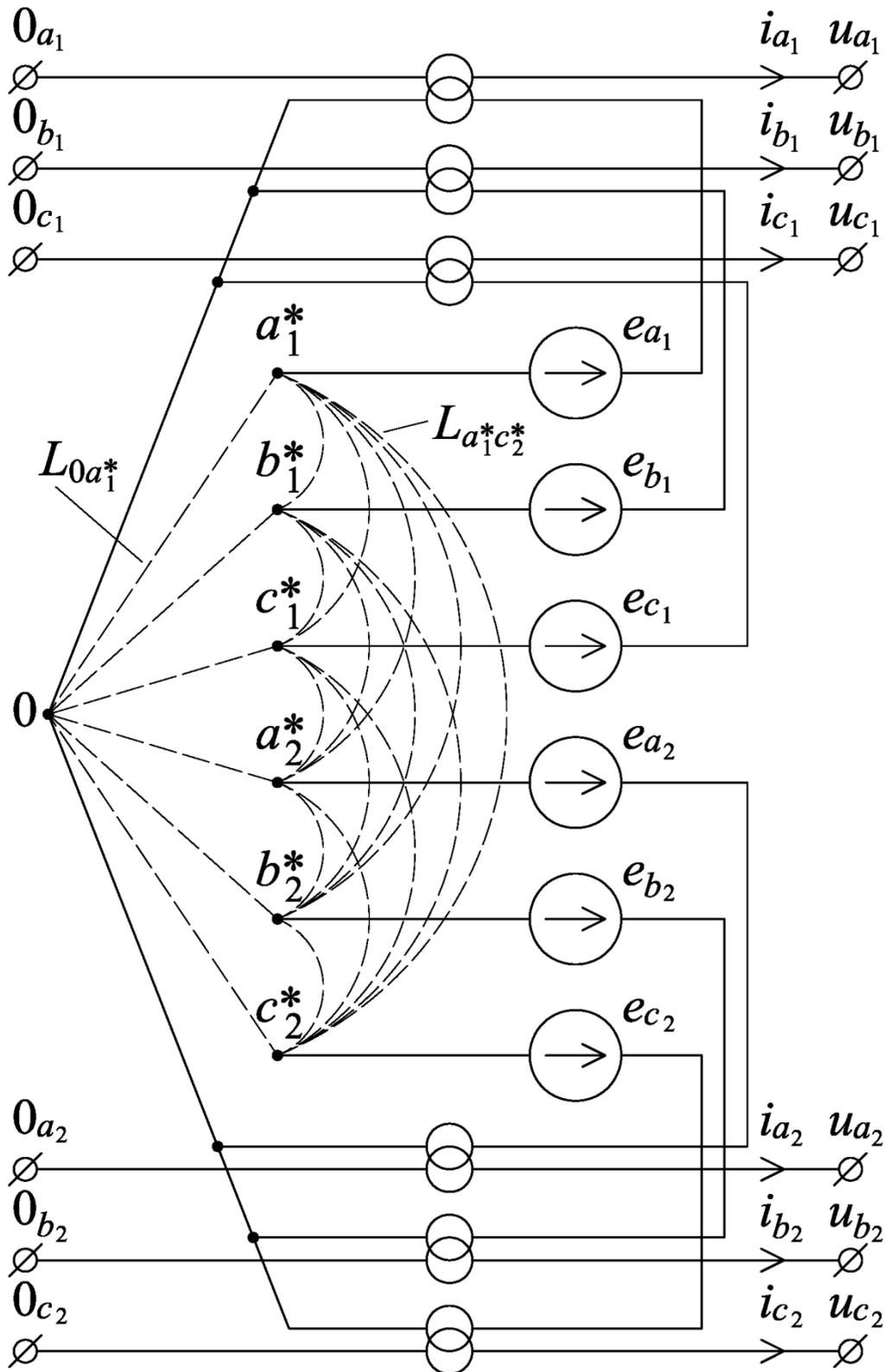


Рисунок 2.4 – Эквивалентная схема замещения статорных цепей шестифазной синхронной машины с неявным учетом контуров ротора и без наличия взаимной индукции между фазами

## 2.4. Определение индуктивных коэффициентов эквивалента электрической подсистемы машины

Представленные ранее уравнения записаны в фазной системе координат и используют коэффициенты и переменные в их физической размерности. Параметры электрических вращающихся машин, как правило, задаются в системе координат  $d, q, 0$  в относительных единицах. Таким образом, необходимо установить соотношения, связывающие фазные параметры машины в физических единицах с ее параметрами в координатах  $d, q, 0$ .

Переход величин от относительных единиц к их физической размерности возможен, если определены соответствующие базисные величины. В теории трехфазных электрических машин часть этих величин, которая относится к статорным цепям, является общепринятой [43]. Сохраняя аналогию с трехфазной машиной, такой же набор базисных величин примем для шестифазной машины. Поскольку рассматриваемая машина имеет две статорные обмотки, то одну из этих обмоток примем за базисную и для нее будем определять базисные величины. Например, для базисных значений тока и индуктивности будем иметь:

$$I_{\sigma} = \sqrt{2}I_{\text{ном}}, \quad L_{\sigma} = \frac{U_{\text{ном}}^2}{S_{\text{ном}} \cdot \omega_0}, \quad (2.41)$$

где  $I_{\text{ном}}, U_{\text{ном}}, S_{\text{ном}}$  – номинальные значения фазного тока, линейного напряжения и полной мощности трехфазной обмотки, принятой за базисную,

$\omega_0$  – синхронная электрическая угловая частота вращения ротора.

В дальнейшем изложении будем полагать, что индуктивные сопротивления машины, обозначенные символом  $x$ , заданы в относительных единицах. Другие коэффициенты и переменные по-прежнему будем использовать в их физической размерности. Отступление от этих условий будем специально оговаривать.

Если индуктивные сопротивления шестифазной машины известны, то для расчета ее индуктивных параметров могут быть использованы выражения [34]:

$$\begin{aligned}
m_{ij}^{(0)} &= \frac{L_{\delta} \cdot x_{0ij}}{3k_i^s \cdot k_j^s}, & m'_{ij} &= \frac{L_{\delta} \cdot (x_{dij} + x_{qij})}{3k_i^s \cdot k_j^s}, & m''_{ij} &= \frac{L_{\delta} \cdot (x_{dij} - x_{qij})}{3k_i^s \cdot k_j^s}, \\
m_{a_i rd_n} &= \frac{2L_{\delta} \cdot x_{a_i rd_n}}{3k_i^s \cdot k_n^{rd}}, & m_{a_i rq} &= \frac{2L_{\delta} \cdot x_{a_i rq}}{3k_i^s \cdot k^{rq}}, & & \\
M_{rd_n rd_l} &= \frac{2L_{\delta} \cdot x_{rd_n rd_l}}{3k_n^{rd} \cdot k_l^{rd}}, & L_{rq} &= \frac{2L_{\delta} \cdot x_{rq}}{3k^{rq} \cdot k^{rq}}.
\end{aligned} \tag{2.42}$$

где  $x_{0ij}$  – собственные (при  $i = j$ ) и взаимные (при  $i \neq j$ ) индуктивные сопротивления нулевой последовательности трехфазных обмоток,

$x_{dij}$  и  $x_{qij}$  – собственные и взаимные синхронные индуктивные сопротивления трехфазных обмоток по продольной и поперечной осям,

$x_{a_i rd_n}$  и  $x_{a_i rq}$  – взаимные индуктивные сопротивления между трехфазными обмотками и контурами ротора по продольной и поперечной осям,

$x_{rd_n rd_l}$  – собственные и взаимные индуктивные сопротивления продольных контуров ротора,

$x_{rq}$  – собственное индуктивное сопротивление поперечного контура ротора,

$k_i^s$ ,  $k_n^{rd}$ ,  $k^{rq}$  – коэффициенты приведения трехфазных обмоток и соответствующих контуров ротора к базисной обмотке.

Точное определение коэффициентов приведения затруднено в силу сложного геометрического распределения обмоток машины. По этой причине представим приближенные формулы для расчета коэффициентов приведения для системы относительных единиц  $x_{ad}$  [34]:

$$k_i^s \approx \frac{W_{\delta}}{W_i}, \quad k_n^{rd} \approx \frac{2W_f \cdot i_{fxx} \cdot x_{ad}}{3W_n^{rd} \cdot I_{\delta}}, \quad k^{rq} \approx \frac{2W_f \cdot i_{fxx} \cdot x_{ad}}{3W^{rq} \cdot I_{\delta}}, \tag{2.43}$$

где  $W_{\delta}$ ,  $W_i$ ,  $W_f$ ,  $W_n^{rd}$ ,  $W^{rq}$  – число витков базисной обмотки, трехфазной обмотки  $i$ , обмотки возбуждения, продольного контура ротора  $n$  и поперечного контура ротора соответственно,

$i_{fxx}$  – ток возбуждения холостого хода машины,

$x_{ad}$  – сопротивление взаимной индукции между обмоткой возбуждения и базисной обмоткой (в (2.42) под этим сопротивлением понимается сопротивление  $x_{a_i rd_n}$  при соответствующем значении  $i$  и  $n = 1$ ).

Таким образом, индуктивные параметры шестифазной синхронной машины могут быть рассчитаны через ее известные индуктивные сопротивления по формулам (2.42) с учетом (2.41) и (2.43). Полученные параметры используются в расчете индуктивных коэффициентов эквивалента электрической подсистемы машины. Формулы (2.42) также могут быть использованы для вывода общих выражений, связывающих индуктивные коэффициенты в уравнениях полученного эквивалента с сопротивлениями машины.

Выполним действия, необходимые для получения таких выражений. Используя (2.42), получим следующие соотношения для (2.22) и (2.24):

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{n,l} &= \frac{(-1)^{n+l} \cdot 3(k_1^{rd} \cdot k_2^{rd})^2 \cdot x_{rd(3-l)rd(3-n)}}{2L_6 \cdot k_{(3-l)}^{rd} \cdot k_{(3-n)}^{rd} \cdot (x_{rd_1} \cdot x_{rd_2} - x_{rd_1 rd_2}^2)}, & L_{rq}^{-1} &= \frac{3(k^{rq})^2}{2L_6 \cdot x_{rq}}, \\ n'_{rd_n a_i} &= \frac{k_1^{rd} \cdot k_2^{rd} \cdot \left[ (-1)^{n+1} \cdot x_{rd(3-n)rd_2} \cdot x_{a_i rd_1} + (-1)^{n+2} \cdot x_{rd(3-n)rd_1} \cdot x_{a_i rd_2} \right]}{k_i^s \cdot k_{(3-n)}^{rd} \cdot (x_{rd_1} \cdot x_{rd_2} - x_{rd_1 rd_2}^2)}, & (2.44) \\ n'_{rq a_i} &= \frac{k^{rq} \cdot x_{a_i rq}}{k_i^s \cdot x_{rq}}, & m_{a_i rd_n} &= \frac{2L_6 \cdot x_{a_i rd_n}}{3k_i^s \cdot k_n^{rd}}, & m_{a_i rq} &= \frac{2L_6 \cdot x_{a_i rq}}{3k_i^s \cdot k^{rq}}. \end{aligned}$$

Отметим, что при перестановке подстрочных индексов в (2.44) значения этих выражений не изменятся. Далее, используя (2.42) и (2.44), получим выражения для (2.32):

$$\begin{aligned} l'_{ij} &= \frac{L_6}{3k_i^s \cdot k_j^s} \cdot (x_{d_{ij}} - x''_{d_{ij}} + x_{q_{ij}} - x''_{q_{ij}}), \\ l''_{ij} &= \frac{L_6}{3k_i^s \cdot k_j^s} \cdot (x_{d_{ij}} - x''_{d_{ij}} - x_{q_{ij}} + x''_{q_{ij}}), \end{aligned} \quad (2.45)$$

где  $x''_{d_{ij}}$  и  $x''_{q_{ij}}$  – собственные и взаимные сверхпереходные индуктивные сопротивления трехфазных обмоток по продольной и поперечной осям, значения которых определяются следующим образом:

$$x_{dij}'' = x_{dij} - \frac{x_{aird_1} \left( x_{rd_2} \cdot x_{ajrd_1} - x_{rd_1rd_2} \cdot x_{ajrd_2} \right) + x_{aird_2} \left( x_{rd_1} \cdot x_{ajrd_2} - x_{rd_1rd_2} \cdot x_{ajrd_1} \right)}{x_{rd_1} \cdot x_{rd_2} - x_{rd_1rd_2}^2}, \quad (2.46)$$

$$x_{qij}'' = x_{qij} - \frac{x_{airq} \cdot x_{ajrq}}{x_{rq}}.$$

В итоге, используя (2.33), (2.42) и (2.45), получим соотношения между индуктивными коэффициентами матриц  $\tilde{\mathbf{M}}$ ,  $\tilde{\mathbf{N}}$  и сопротивлениями машины:

$$\tilde{m}_{ij}^{(0)} = \frac{L_6 \cdot x_{0ij}}{3k_i^s \cdot k_j^s}, \quad \tilde{m}'_{ij} = \frac{L_6 \cdot (x_{dij}'' + x_{qij}'')}{3k_i^s \cdot k_j^s}, \quad \tilde{m}''_{ij} = \frac{L_6 \cdot (x_{dij}'' - x_{qij}'')}{3k_i^s \cdot k_j^s}, \quad (2.47)$$

$$\tilde{n}'_{ij} = \frac{L_6}{3k_i^s \cdot k_j^s} \cdot (x_{dij} - x_{dij}'' + x_{qij} - x_{qij}''), \quad \tilde{n}''_{ij} = \frac{L_6}{3k_i^s \cdot k_j^s} \cdot (x_{dij} + x_{dij}'' - x_{qij} - x_{qij}'').$$

Анализ выражений (2.47) совместно с (2.33) позволяет заключить следующее. Постоянная составляющая эквивалентных индуктивностей фазных обмоток машины состоит из двух компонент. Одна компонента обусловлена полем токов нулевой последовательности, и ее величина определяется собственными и взаимными значениями сопротивлений этой последовательности. Другая компонента обусловлена полем токов прямой последовательности, и величина ее индуктивной части определяется суммой  $x_{dij}'' + x_{qij}''$ . Амплитуда второй гармонической составляющей эквивалентных индуктивностей фазных обмоток машины определяется разностью  $x_{dij}'' - x_{qij}''$ , откуда следует, что эквивалентные индуктивности будут постоянными величинами, если машина обладает магнитной и электрической симметрией по каждой оси, то есть в случае  $x_{dij}'' = x_{qij}''$ .

Ранее была предложена формула (2.40), позволяющая определить значения элементов матрицы  $\tilde{\mathbf{W}}$  без обращения матрицы  $\tilde{\mathbf{M}}$ , по которым далее рассчитываются значения индуктивностей в схеме замещения рисунка 2.4. Определим выражения для расчета постоянных коэффициентов в (2.40), пользуясь методикой, предложенной в [49]. Предварительно введем в рассмотрение следующие коэффициенты:

$$\begin{aligned}
h_1 &= \tilde{m}'_{11}{}^2 - \tilde{m}''_{11}{}^2, & h_2 &= \tilde{m}'_{22}{}^2 - \tilde{m}''_{22}{}^2, & h'_{12} &= \tilde{m}'_{12}{}^2 - \tilde{m}''_{12}{}^2, & h''_{12} &= \tilde{m}'_{12}{}^2 + \tilde{m}''_{12}{}^2, \\
h' &= \tilde{m}'_{11} \cdot \tilde{m}'_{22} + \tilde{m}''_{11} \cdot \tilde{m}''_{22}, & h'' &= \tilde{m}'_{11} \cdot \tilde{m}''_{22} + \tilde{m}''_{11} \cdot \tilde{m}'_{22}, & h_{12} &= \tilde{m}'_{12} \cdot \tilde{m}''_{12}, \\
h^{(0)} &= \tilde{m}_{11}^{(0)} \cdot \tilde{m}_{22}^{(0)} - \left( \tilde{m}_{12}^{(0)} \right)^2, & h &= h_2 \cdot h_1 - 2h' \cdot h''_{12} + 4h_{12} \cdot h'' + h_{12}^2.
\end{aligned} \tag{2.48}$$

В коэффициентах (2.48) учтено, что в общем случае трехфазные обмотки машины не являются идентичными друг другу. Используя (2.48) и методику [49], получим следующие выражения:

$$\begin{aligned}
\tilde{w}'_{11}{}^{(0)} &= \frac{1}{9} \frac{\tilde{m}_{22}^{(0)}}{h^{(0)}}, & \tilde{w}'_{22}{}^{(0)} &= \frac{1}{9} \frac{\tilde{m}_{11}^{(0)}}{h^{(0)}}, & \tilde{w}'_{12}{}^{(0)} &= -\frac{1}{9} \frac{\tilde{m}_{12}^{(0)}}{h^{(0)}}, \\
\tilde{w}'_{11} &= \frac{4 \tilde{m}'_{11} \cdot h_2 - \tilde{m}'_{22} \cdot h'_{12} + 2 \tilde{m}''_{22} \cdot h_{12}}{9h}, & \tilde{w}''_{11} &= \frac{4 - \tilde{m}''_{11} \cdot h_2 - \tilde{m}''_{22} \cdot h'_{12} + 2 \tilde{m}'_{22} \cdot h_{12}}{9h}, \\
\tilde{w}'_{22} &= \frac{4 \tilde{m}'_{22} \cdot h_1 - \tilde{m}'_{11} \cdot h'_{12} + 2 \tilde{m}''_{11} \cdot h_{12}}{9h}, & \tilde{w}''_{22} &= \frac{4 - \tilde{m}''_{22} \cdot h_1 - \tilde{m}''_{11} \cdot h'_{12} + 2 \tilde{m}'_{11} \cdot h_{12}}{9h}, \\
\tilde{w}'_{12} &= -\frac{4 \tilde{m}'_{12} \cdot (h' - h'_{12}) - \tilde{m}''_{12} \cdot h''}{9h}, & \tilde{w}''_{12} &= -\frac{4 \tilde{m}''_{12} \cdot (h' + h'_{12}) - \tilde{m}'_{12} \cdot h''}{9h}.
\end{aligned} \tag{2.49}$$

Рассмотрим машину с идентичными трехфазными обмотками, то есть будем полагать, что  $x_{011} = x_{022} = x_0$ ,  $x''_{d11} = x''_{d22} = x''_d$ ,  $x''_{q11} = x''_{q22} = x''_q$  и  $k_1^s = k_2^s = 1$ . Формулы (2.49) в этом случае упрощаются и с учетом (2.47) принимают вид:

$$\begin{aligned}
h_0 &= x_0^2 - x_{012}^2, & h_d &= x_d''^2 - x_{d12}''^2, & h_q &= x_q''^2 - x_{q12}''^2, \\
\tilde{w}'_{11}{}^{(0)} &= \tilde{w}'_{22}{}^{(0)} = \frac{1}{3L_6} \cdot \frac{x_0}{h_0}, & \tilde{w}'_{12}{}^{(0)} &= -\frac{1}{3L_6} \cdot \frac{x_{012}}{h_0}, \\
\tilde{w}'_{11} &= \tilde{w}'_{22} = \frac{1}{3L_6} \cdot \left( \frac{x_d''}{h_d} + \frac{x_q''}{h_q} \right), & \tilde{w}'_{12} &= -\frac{1}{3L_6} \cdot \left( \frac{x_{d12}''}{h_d} + \frac{x_{q12}''}{h_q} \right), \\
\tilde{w}''_{11} &= \tilde{w}''_{22} = \frac{1}{3L_6} \cdot \left( \frac{x_d''}{h_d} - \frac{x_q''}{h_q} \right), & \tilde{w}''_{12} &= -\frac{1}{3L_6} \cdot \left( \frac{x_{d12}''}{h_d} - \frac{x_{q12}''}{h_q} \right).
\end{aligned} \tag{2.50}$$

Поясним некоторые вопросы, касающиеся сверхпереходных сопротивлений машины (2.46). В теории трехфазных электрических машин для сверхпереходного сопротивления по продольной оси принята известная формула, которая не совпадает с (2.46) при  $i = j = 1$  [43]:

$$x''_{dij} = x_{sij} + \frac{x_{ad} \cdot x_{srd1} \cdot x_{srd2}}{x_{ad} \cdot (x_{srd1} + x_{srd2}) + x_{srd1} \cdot x_{srd2}} = x_{dij} - \frac{x_{ad}^2 \cdot (x_{rd1} + x_{rd2} - 2x_{ad})}{x_{rd1} \cdot x_{rd2} - x_{ad}^2}, \tag{2.51}$$

где  $x_{sj}$ ,  $x_{srd_1}$ ,  $x_{srd_2}$  – индуктивные сопротивления рассеяния трехфазной обмотки, обмотки возбуждения и продольного демпферного контура.

Формула (2.51) получена при допущении, что существует единый магнитный поток взаимной индукции по продольной оси, или, другими словами, предполагается, что сопротивления взаимной индукции по продольной оси между контурами статора и ротора одинаковы и равны  $x_{ad}$  [50]. В действительности величины этих сопротивлений незначительно отличаются от  $x_{ad}$ . Если учитывать это отличие, то формула для сверхпереходного сопротивления по продольной оси трехфазной машины примет вид (2.46), где необходимо полагать  $i = j = 1$ .

Вторая формула в (2.46) при  $i = j = 1$  и обозначении  $x_{a_{rq}} = x_{aq}$  даст формулу для расчета сверхпереходного сопротивления по поперечной оси, известную из теории трехфазных электрических машин. В этом случае не используется предположение о равенстве сопротивлений взаимной индукции, поскольку ротор по поперечной оси имеет один контур, и сопротивление взаимной индукции между этим контуром и контуром статора будет единственным.

Учитывая сказанное, для шестифазной синхронной машины по выражениям (2.46) можно заключить следующее. Первая формула в (2.46) получена при условии, что сопротивления взаимной индукции между всеми контурами статора и ротора по продольной оси различны, поэтому эта формула носит общий характер. Если пренебречь отличием этих сопротивлений друг от друга и предположить, что трехфазные обмотки машины идентичны, то первая формула в (2.46) примет вид (2.51). Вторая формула в (2.46) отличается от формулы, известной из теории электрических машин, только наличием индексов статорных обмоток. Если трехфазные обмотки машины идентичны, то  $x_{a_{rq}} = x_{aq}$ .

Таким образом, по известным индуктивным сопротивлениям шестифазной синхронной машины, которые заданы в системе координат  $d, q, 0$  в относительных единицах, с помощью выражений (2.42) могут быть определены значения индуктивностей машины в их физической размерности. Полученные значения индуктивностей используются в предложенном эквиваленте

электрической подсистемы машины с последовательным определением всех требуемых коэффициентов. Также эти коэффициенты могут быть определены с помощью явных зависимостей (2.44) и (2.47) от сопротивлений машины. Применение любого из этих способов позволяет с помощью численных методов обращения матриц или выражений (2.49), (2.50) определить значения индуктивностей в схеме замещения электрической подсистемы машины.

## **2.5. Эквивалент механической подсистемы шестифазной синхронной машины**

Исследование процессов в электроэнергетических системах, содержащих в своем составе электрические вращающиеся машины, необходимо выполнять с учетом механических характеристик вала и энергетического оборудования, присоединенного к ротору машины. Отсюда следует, что математическая модель шестифазной машины должна содержать эквивалент механической подсистемы, который позволяет учесть указанное взаимодействие между объектами.

Рассмотрим использование в качестве такого эквивалента уравнений (2.6) и (2.7). Уравнение (2.6) содержит момент сил, приложенных со стороны вала, который является результирующим моментом относительно рассматриваемой машины. Очевидно, что состав оборудования, который определяет этот момент, может различаться для каждой исследуемой задачи. По этой причине непосредственное использование уравнения (2.6) в качестве составной части эквивалента механической подсистемы шестифазной машины затруднено. Уравнение (2.7) содержит переменные, которые являются характеристикой только рассматриваемой машины, поэтому его использование в составе эквивалента механической подсистемы не представляет трудностей.

Таким образом, уравнение (2.6) необходимо заменить описанием, которое учитывает взаимодействие ротора машины с оборудованием, расположенным на одном валу с ним, но при этом не содержит внешних по отношению к машине

переменных. Такое описание может быть получено, если механическую подсистему каждого объекта представить в виде электрической схемы замещения, внешним выводам которой соответствуют внешние фланцы объекта.

Параметрам, характеризующим вращательное движение ротора, могут быть поставлены в соответствие электрические параметры, полученные на основе электромеханической аналогии [51]. В этой аналогии сопоставимыми величинами являются момент сил  $M$  и ток  $i$  (или ток источника тока  $J$ ), угловая частота вращения  $\Omega$  и напряжение  $u$ , момент инерции  $J$  и емкость  $C$ . Выполнив преобразование уравнения (2.6) согласно предложенной аналогии, получим:

$$pu = (J_B - J_{\text{Э}} - J_T) / C. \quad (2.52)$$

Уравнению (2.52) может быть поставлена в соответствие схема замещения, представленная на рисунке 2.5. Токи и напряжение в этой схеме замещения численно равны моментам сил и угловой частоте вращения ротора при условии, что емкость конденсатора численно равна моменту инерции ротора.

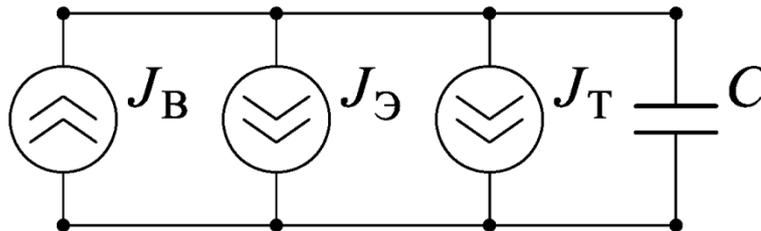


Рисунок 2.5 – Схема замещения, соответствующая уравнению (2.52)

Отметим, что подобным образом можно получить электрическое уравнение и электрическую схему замещения для уравнения (2.5), однако, как отмечалось, это уравнение содержит только внутренние переменные машины, поэтому необходимость в таком представлении (2.5) отсутствует.

Схема замещения, представленная на рисунке 2.5, не является итоговой. Во-первых, как уже отмечалось, момент сил, приложенных со стороны вала, является внешней по отношению к машине переменной. Следовательно, соответствующий этому моменту источник тока  $J_B$  не относится к электрической схеме замещения

механической подсистемы шестифазной машины, и поэтому должен быть из нее исключен. Во-вторых, поскольку момент сил трения отражает соответствующие потери мощности, то заменим источник тока  $J_T$  на резистор  $R_T$ . В этом случае значение тока, протекающего через резистор, (момент сил трения) определяется приложенным напряжением (угловой частотой вращения ротора) и величиной сопротивления резистора (инверсным сопротивлением). В общем случае значение сопротивления не является постоянной величиной; в частном случае постоянной величины значение сопротивления рассчитывается по формуле:

$$R_T = \frac{\pi^2 \cdot n_{\text{НОМ}}^2}{900 \cdot P_T}, \quad (2.53)$$

где  $n_{\text{НОМ}}$  – номинальная частота вращения ротора в об/мин,

$P_T$  – потери мощности на трение при  $n_{\text{НОМ}}$  в Вт.

С учетом сделанных замечаний получим итоговую схему замещения механической подсистемы шестифазной синхронной машины, представленную на рисунке 2.6. Эта схема в отличие от схемы рисунка 2.5 содержит внешние выводы, к которым осуществляется подключение электрических схем замещения механического оборудования, присоединенного к ротору машины.

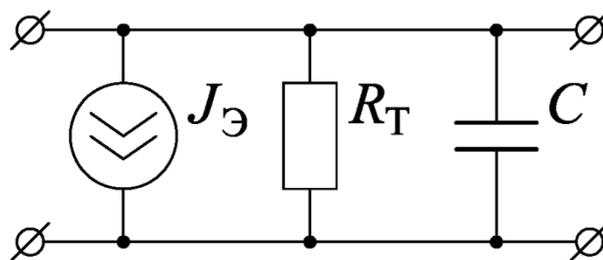


Рисунок 2.6 – Электрическая схема замещения механической подсистемы шестифазной синхронной машины

Таким образом, получен эквивалент механической подсистемы шестифазной синхронной машины, который образуют электрическая схема замещения, представленная на рисунке 2.6, и уравнение (2.7). Параметры схемы замещения определяются на основе электромеханической аналогии и выражений (2.8), (2.53).

## 2.6. Выводы по главе

1. Представлено выполненное в фазной системе координат математическое описание электромагнитных и электромеханических процессов идеализированной шестифазной синхронной машины. Допущения, принятые при получении описания, идентичны обычно принимаемым допущениям для трехфазных машин.

2. Из представленного математического описания получена в фазной системе координат математическая модель шестифазной синхронной машины с неявным учетом контуров ротора. Модель образуют:

- эквивалентная схема замещения электрических цепей машины, построенная относительно внешних выводов фазных обмоток,
- электрическая схема замещения, которая эквивалентизирует механическую подсистему машины относительно фланцев ротора,
- дифференциальные уравнения, описывающие процессы в контурах ротора и движение ротора,
- выражения для расчета параметров схем замещения и постоянных коэффициентов.

Представленные уравнения математической модели шестифазной машины с незначительными изменениями могут быть использованы для получения математических моделей многофазных машин, имеющих на роторе обмотку возбуждения и два эквивалентных ортогональных демпферных контура.

3. Представлены соотношения, связывающие фазные параметры машины в физических единицах с ее параметрами в координатах  $d, q, 0$ . Также получены выражения для определения индуктивных коэффициентов математической модели через известные сопротивления машины, заданные в координатах  $d, q, 0$ .

### **3. Токи шестифазного турбогенератора при симметричных коротких замыканиях**

В главе представлены результаты имитационного моделирования процессов при симметричных коротких замыканиях (КЗ) в ЭЭС, в состав которой входит шестифазный турбогенератор. Полученные результаты в значительной степени носят теоретический характер, поскольку, во-первых, вероятность возникновения рассматриваемых КЗ мала, а, во-вторых, исследуемая ЭЭС не моделируется подробным образом и не имеет существующего в действительности аналога. Тем не менее на основе этих результатов можно определить как особенности протекания переходных процессов в шестифазной машине, так и направления, в которых следует продолжать выполнение исследований.

#### **3.1. Общие замечания**

Выполним имитационное моделирование процессов при симметричных КЗ в расчетной схеме, которая содержит предложенную математическую модель шестифазной синхронной машины. Основное внимание при исследовании направим на определение характера изменения фазных токов машины в зависимости от исходного режима ее работы и точки КЗ. Принципиальная схема для исследования процессов с указанием точек, в которых происходят трехфазные КЗ, представлена на рисунке 3.1.

В качестве электрической машины рассматривается шестифазный турбогенератор, у которого угол между магнитными осями одноименных фаз составляет  $30^\circ$  эл. Параметры генератора, взятые из работы [5] с учетом рекомендаций авторов, представлены в таблице 3.1. Параметры трехфазной группы однофазных трансформаторов с расщепленной обмоткой низшего напряжения представлены в таблице 3.2.

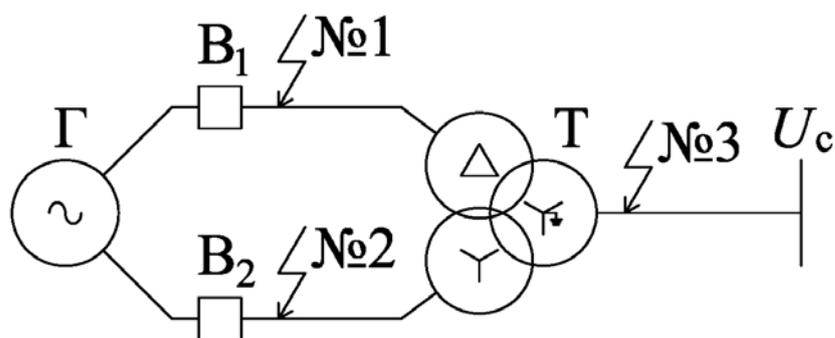


Рисунок 3.1 – Принципиальная схема для исследования процессов

Таблица 3.1 – Параметры турбогенератора

Наименование параметра	Значение
Номинальная полная мощность одной трехфазной обмотки, МВА	666,67
Номинальное напряжение, кВ	24
Индуктивное сопротивление взаимоиндукции между трехфазными обмотками по продольной оси, о.е.	2,146
Индуктивное сопротивление взаимоиндукции между трехфазными обмотками по поперечной оси, о.е.	2,146
Активное сопротивление фазной обмотки, о.е.	0,00179
Синхронное индуктивное сопротивление по продольной оси, о.е.	2,32
Синхронное индуктивное сопротивление по поперечной оси, о.е.	2,32
Сопротивление взаимоиндукции по продольной оси, о.е.	2,092
Сопротивление взаимоиндукции по поперечной оси, о.е.	2,092
Индуктивное сопротивление нулевой последовательности, о.е.	0,13
Активное сопротивление обмотки возбуждения, о.е.	0,000792
Активное сопротивление продольного демпферного контура, о.е.	0,0105
Активное сопротивление поперечного демпферного контура, о.е.	0,0185
Индуктивное сопротивление обмотки возбуждения, о.е.	2,232
Индуктивное сопротивление продольного демпферного контура, о.е.	2,133
Индуктивное сопротивление поперечного демпферного контура, о.е.	2,133

Таблица 3.2 – Параметры трехфазной группы однофазных трансформаторов

Наименование параметра	Значение
Номинальная полная мощность группы, МВА	1600
Номинальное линейное напряжение обмотки высшего напряжения, кВ	347
Номинальное линейное напряжение обмоток низшего напряжения, кВ	24
Потери активной мощности в опыте КЗ, кВт	3780
Напряжение КЗ между обмотками высшего и низшего напряжений, %	13,5
Напряжение КЗ между обмотками низшего напряжения, %	44

Момент возникновения КЗ подобран таким образом, чтобы обеспечить ударное значение тока в фазе  $a_1$ . Рассматривается длительное КЗ, токи которого не отключаются выключателями. В каждом опыте напряжение возбуждения генератора в момент возникновения КЗ увеличивается до двукратного номинального значения и остается неизменным. Частота вращения вала агрегата в переходном процессе не изменяется и равна номинальному значению. Регулирование возбуждения и частоты вращения может быть учтено при более подробном моделировании процессов.

Исходный режим работы шестифазной машины может характеризоваться как одинаковой, так и отличающейся загрузкой трехфазных обмоток. Поскольку трехфазные обмотки идентичны и соединены параллельно (рисунок 3.1), то режим их работы может отличаться только в случае, если отключен выключатель  $B_1$  или  $B_2$ . С целью упрощения дальнейшего изложения для обозначения режима работы трехфазной обмотки введем следующие сокращения:

- НР – номинальный режим работы,
- ПР – «половинный» режим работы:  $P = P_{\text{ном}}$ ,  $Q = 0,5 \cdot Q_{\text{ном}}$ ,
- ОР – «нулевой» режим работы:  $P = P_{\text{ном}}$ ,  $Q = 0,1 \cdot Q_{\text{ном}}$ ,
- СР – «средний» режим работы:  $P = 0,5 \cdot P_{\text{ном}}$ ,  $Q = 0,5 \cdot Q_{\text{ном}}$ ,
- ХХ – холостой ход.

Дополнительный цифровой индекс у принятых сокращений указывает номер трехфазной обмотки, которая работает в представленном режиме. Если обмотки загружены одинаково, то цифровой индекс отсутствует. Во всех режимах работы напряжение на выводах трехфазной обмотки равно номинальному значению. Исключением будут режимы, в которых загрузка трехфазных обмоток отличается – в этом случае номинальное напряжение будет на выводах той обмотки, которая работает в режиме, отличном от ХХ.

Известно, что в процессе КЗ в фазных токах электрических вращающихся машин может наблюдаться длительное отсутствие их переходов через нулевое значение [5,52,53]. Другими словами, в процессе КЗ в одной или нескольких фазах машины может протекать ток постоянного направления. Наличие такой

особенности может привести к длительному дуговому воздействию на контакты выключателя при отключении токов КЗ. Определение длительности протекания тока постоянного направления составляет одну из целей данного исследования.

В связи с выполнением анализа токов постоянного направления необходимо пояснить следующее. Поскольку рассматривается мощный турбогенератор, то очевидно, что соединение выводов его фазных обмоток с выводами обмоток трансформатора будет выполнено пофазно экранированным токопроводом. Отсюда следует, что любое КЗ на стороне генераторного напряжения весьма маловероятно, однако в случае его возникновения повторное включение генератора на параллельную работу с ЭЭС будет невозможно выполнить. Таким образом, в указанных случаях учет форсировки возбуждения как средства повышения устойчивости работы генератора не является обязательным. Тем не менее форсировка возбуждения введена в работе, поскольку она позволяет увеличить периодическую составляющую тока КЗ, что способствует более быстрому переходу фазного тока через нулевое значение.

Стоит отметить, что в работе [5] выполнялись исследования переходных процессов шестифазного турбогенератора. Сопоставление результатов из этой работы с результатами аналогичных исследований, выполненных с применением предложенной математической модели, показало их незначительное отличие (0,3%). Таким образом, подтверждена достоверность разработанной модели.

### **3.2. Результаты имитационного моделирования**

В таблицах 3.3 – 3.5 приведены ударные значения токов в фазе  $a_1$  ( $i_{уд}$ ) и длительности протекания тока постоянного направления в этой фазе ( $\tau$ ) в зависимости от исходного режима работы машины. В каждой таблице режимы с одинаковым гальваническим состоянием трехфазных обмоток объединены в группы, в каждой из которых полужирным шрифтом выделены максимальные достигнутые значения  $i_{уд}$  и  $\tau$ .

Таблица 3.3 – Результаты расчета трехфазного КЗ в точке №1

№ группы	Исходный режим	$i_{вд}$ , кА	$\tau$ , с
1	НР	<b>187,7</b>	–
	ПР	181,1	0,118
	ОР	175,7	<b>0,177</b>
	СР	181,9	0,097
2	НР <sub>1</sub> и ХХ <sub>2</sub>	<b>176,7</b>	0,116
	ПР <sub>1</sub> и ХХ <sub>2</sub>	171,1	0,176
	ОР <sub>1</sub> и ХХ <sub>2</sub>	165,3	<b>0,235</b>
	СР <sub>1</sub> и ХХ <sub>2</sub>	172,2	0,137
3	НР <sub>2</sub> и ХХ <sub>1</sub>	<b>197,3</b>	0,118
	ПР <sub>2</sub> и ХХ <sub>1</sub>	190,0	0,138
	ОР <sub>2</sub> и ХХ <sub>1</sub>	183,0	<b>0,158</b>
	СР <sub>2</sub> и ХХ <sub>1</sub>	190,5	0,099

Таблица 3.4 – Результаты расчета трехфазного КЗ в точке №3

№ группы	Исходный режим	$i_{вд}$ , кА	$\tau$ , с
1	НР	<b>99,8</b>	–
	ПР	96,1	0,155
	ОР	92,9	<b>0,214</b>
	СР	95,9	0,136
2	НР <sub>1</sub> и ХХ <sub>2</sub>	<b>125,6</b>	–
	ПР <sub>1</sub> и ХХ <sub>2</sub>	123,0	0,096
	ОР <sub>1</sub> и ХХ <sub>2</sub>	120,2	<b>0,155</b>
	СР <sub>1</sub> и ХХ <sub>2</sub>	123,2	0,038

Таблица 3.5 – Результаты расчета шестифазного КЗ (точки №1 и №2)

№ группы	Исходный режим	$i_{вд}$ , кА	$\tau$ , с
1	НР	<b>133,4</b>	0,196
	ПР	126,5	0,295
	ОР	120,7	<b>0,374</b>
	СР	127,1	0,276
2	НР <sub>1</sub> и ХХ <sub>2</sub>	<b>129,4</b>	0,235
	ПР <sub>1</sub> и ХХ <sub>2</sub>	126,1	0,296
	ОР <sub>1</sub> и ХХ <sub>2</sub>	122,5	<b>0,355</b>
	СР <sub>1</sub> и ХХ <sub>2</sub>	126,8	0,240
3	НР <sub>2</sub> и ХХ <sub>1</sub>	<b>138,2</b>	0,297
	ПР <sub>2</sub> и ХХ <sub>1</sub>	130,0	0,337
	ОР <sub>2</sub> и ХХ <sub>1</sub>	122,4	<b>0,376</b>
	СР <sub>2</sub> и ХХ <sub>1</sub>	131,0	0,297

Укажем основные особенности, полученные из анализа представленных таблиц. При этом анализ результатов будем проводить для идентичных режимов: будем сравнивать между собой режимы с одинаковой загрузкой трехфазных обмоток; также будем сравнивать между собой режимы, в которых одна из трехфазных обмоток работает в режиме ХХ. Такое положение принято в связи с тем, что без детального исследования сравнение «шестифазного» и «трехфазного» режимов машины выполнить весьма сложно.

Во-первых, наибольшее значение ударного тока в каждой группе наблюдается в случае, в котором одна или обе трехфазные обмотки работают в режиме НР. Такое положение объясняется большей величиной ЭДС трехфазной обмотки в указанном режиме.

Во-вторых, наибольшая длительность протекания тока постоянного направления в каждой группе наблюдается в случае, в котором одна или обе трехфазные обмотки работают в режиме ОР. Такое положение объясняется тем, что режим ОР весьма близок к емкостному режиму работы машины. В таких режимах токи КЗ могут содержать апериодическую составляющую, начальное значение которой превышает амплитуду периодической составляющей.

В-третьих, наибольшие значения ударных токов наблюдаются в таблице 3.3, поскольку в других случаях снижению этих значений способствует либо дополнительное сопротивление в цепи КЗ (таблица 3.4), либо значительное влияние размагничивающей реакции якоря (таблица 3.5).

В-четвертых, наибольшие длительности протекания тока постоянного направления наблюдаются в таблице 3.5, что, видимо, вызвано следующим. В электрических машинах на появление тока постоянного направления влияет не только режим ее работы, но и величины амплитуды и затухания сверхпереходного и переходного токов. При значительных величинах указанных параметров периодическая составляющая тока КЗ уменьшается быстрее, чем апериодическая, что приводит к смещению кривой тока относительно нулевого значения. В рассматриваемой машине при шестифазном КЗ отношение амплитуды сверхпереходного (переходного) тока к амплитуде установившегося тока КЗ

больше такого же отношения при трехфазном КЗ на 90% (30%). Изложенное показывает, что в случае шестифазного КЗ стоит ожидать более длительного протекания токов постоянного направления.

Результаты имитационного моделирования также представлены на рисунках 3.2 – 3.9. Эти рисунки содержат осциллограммы фазных токов первой системы машины для случаев, в которых достигаются наибольшие значения ударного тока и длительности протекания тока постоянного направления при каждом рассмотренном КЗ. Помимо этого, на рисунках 3.6 и 3.9 представлены осциллограммы фазных токов второй системы машины, из которых видно, что токи постоянного направления могут протекать в двух фазах одновременно. Также на рисунке 3.2 проиллюстрировано определение длительности протекания тока постоянного направления ( $\tau$ ).

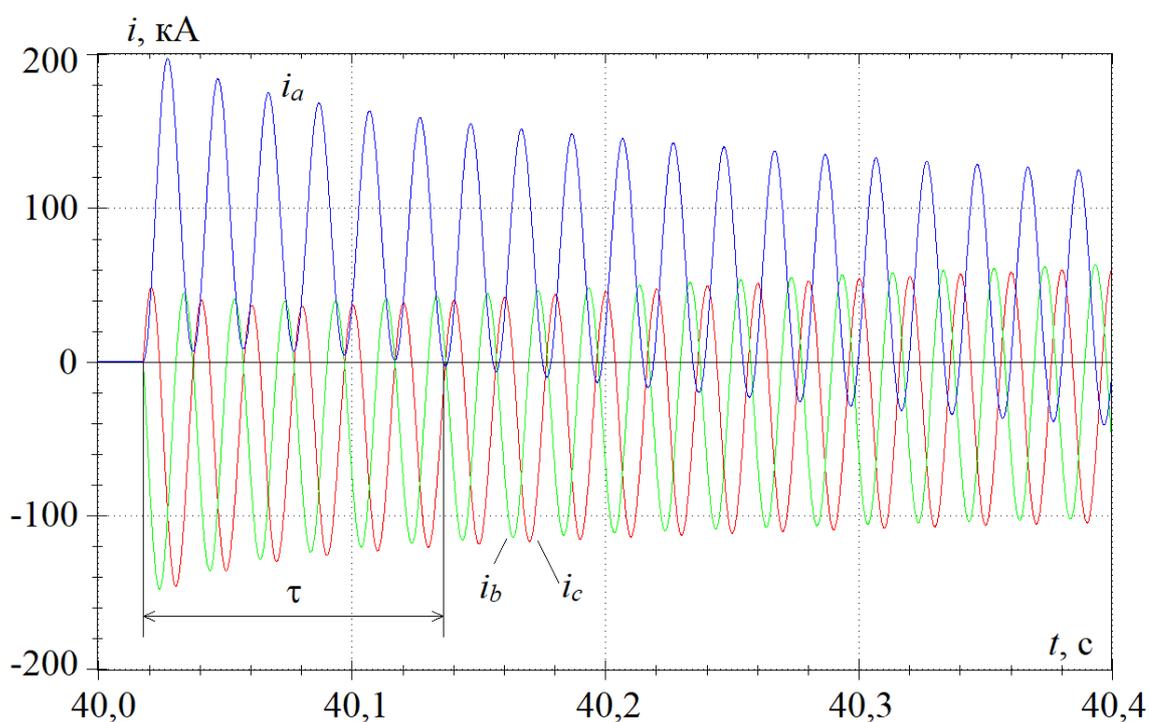


Рисунок 3.2 – Осциллограммы фазных токов первой системы в режиме  $HP_2$  и  $XX_1$  при трехфазном КЗ в точке №1

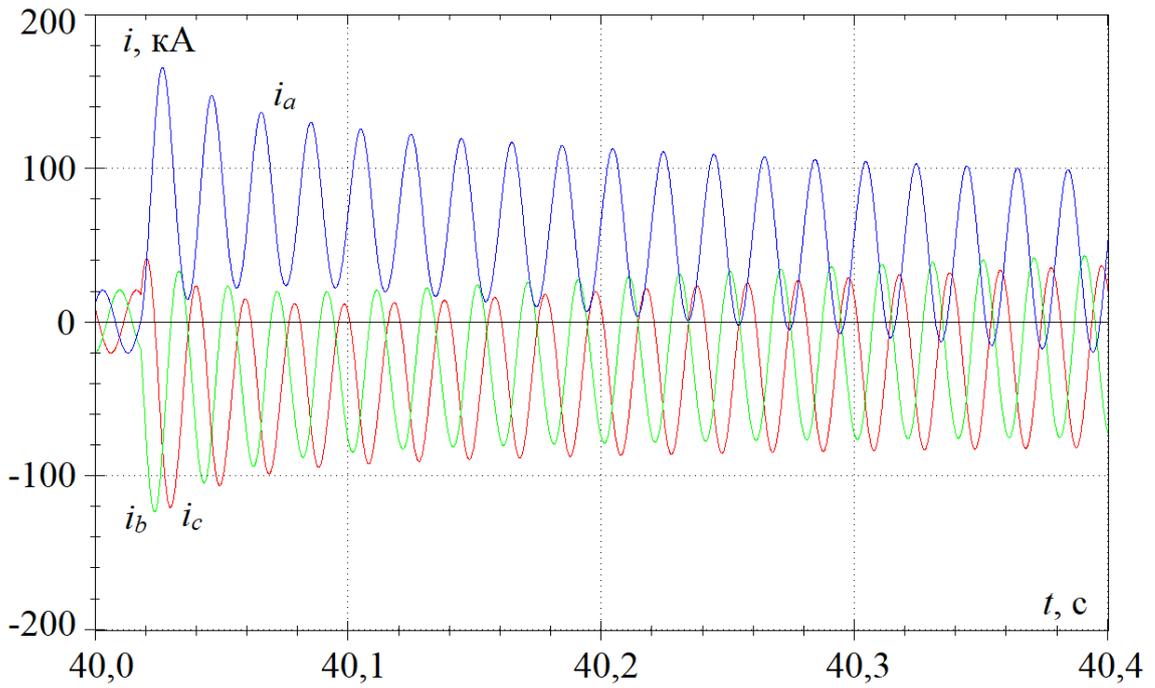


Рисунок 3.3 – Осциллограммы фазных токов первой системы  
в режиме  $OP_1$  и  $XX_2$  при трехфазном КЗ в точке №1

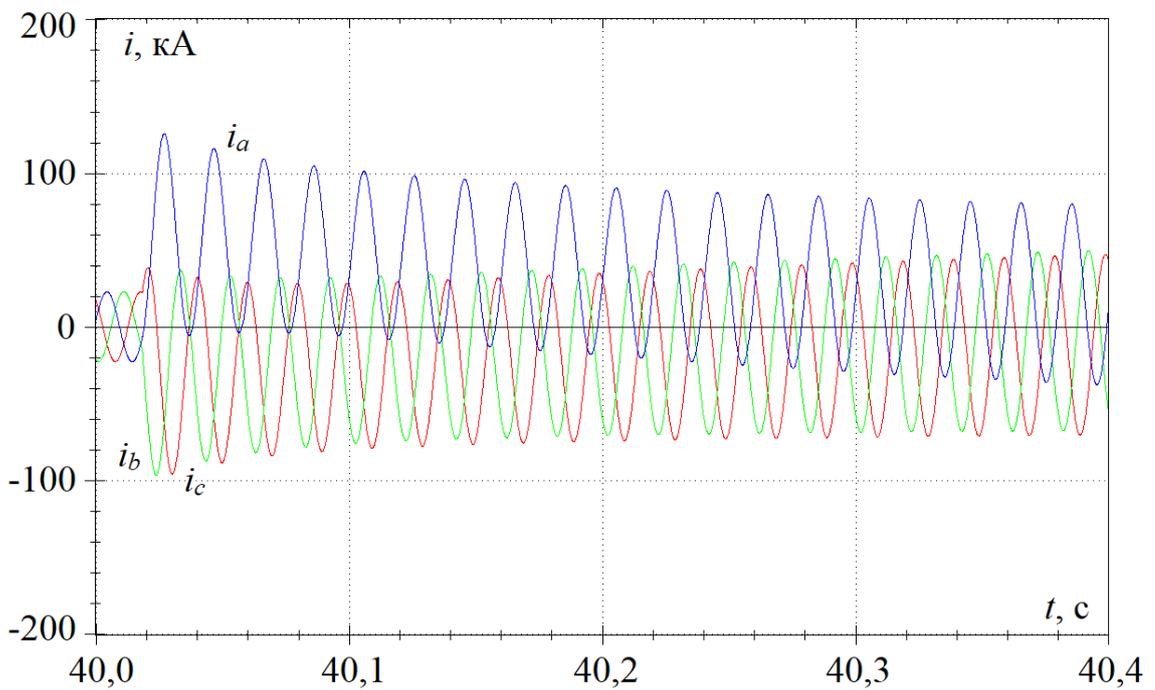


Рисунок 3.4 – Осциллограммы фазных токов первой системы  
в режиме  $НР_1$  и  $XX_2$  при трехфазном КЗ в точке №3

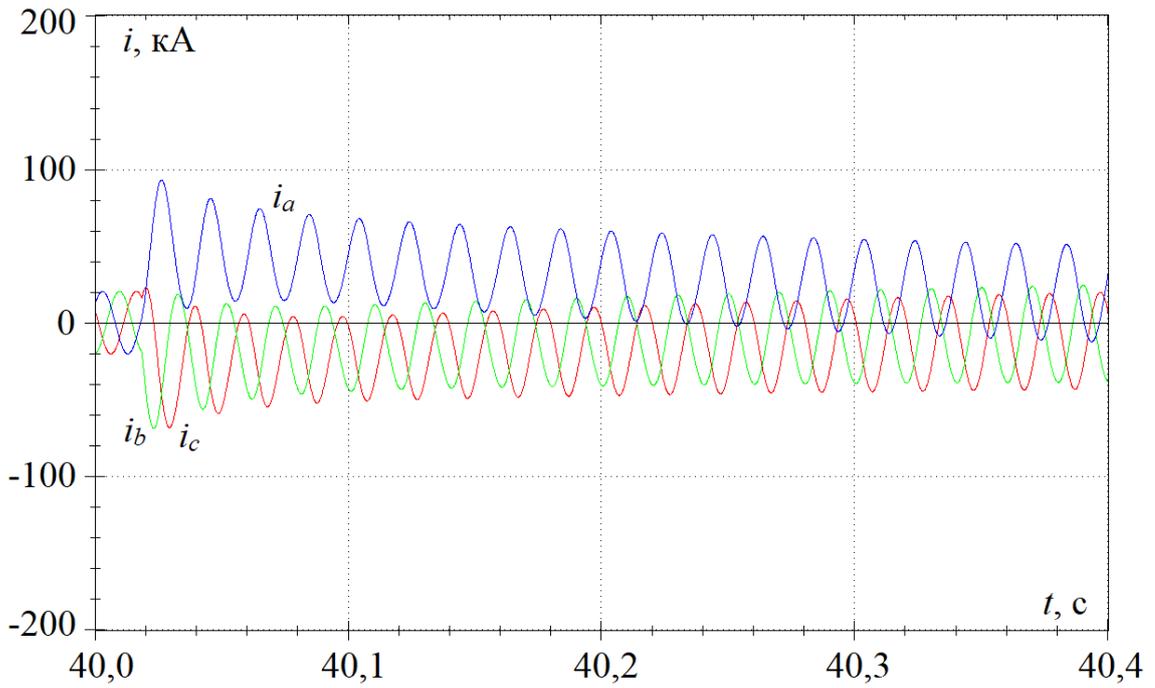


Рисунок 3.5 – Осциллограммы фазных токов первой системы  
в режиме 0P при трехфазном КЗ в точке №3

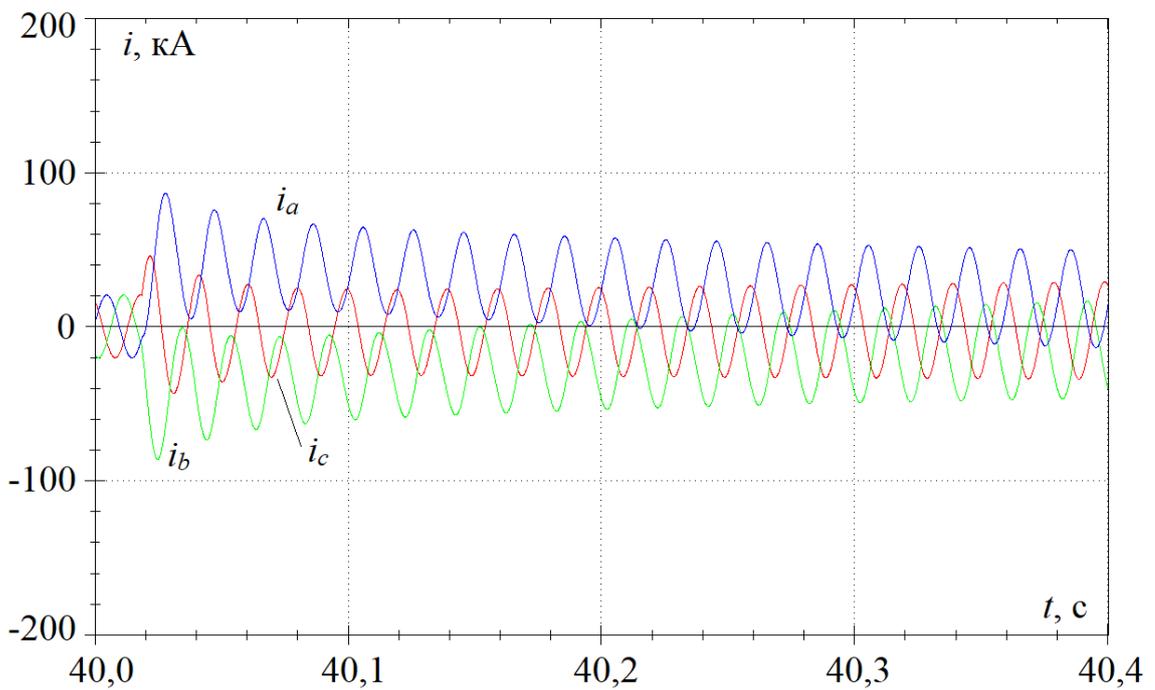


Рисунок 3.6 – Осциллограммы фазных токов второй системы  
в режиме 0P при трехфазном КЗ в точке №3

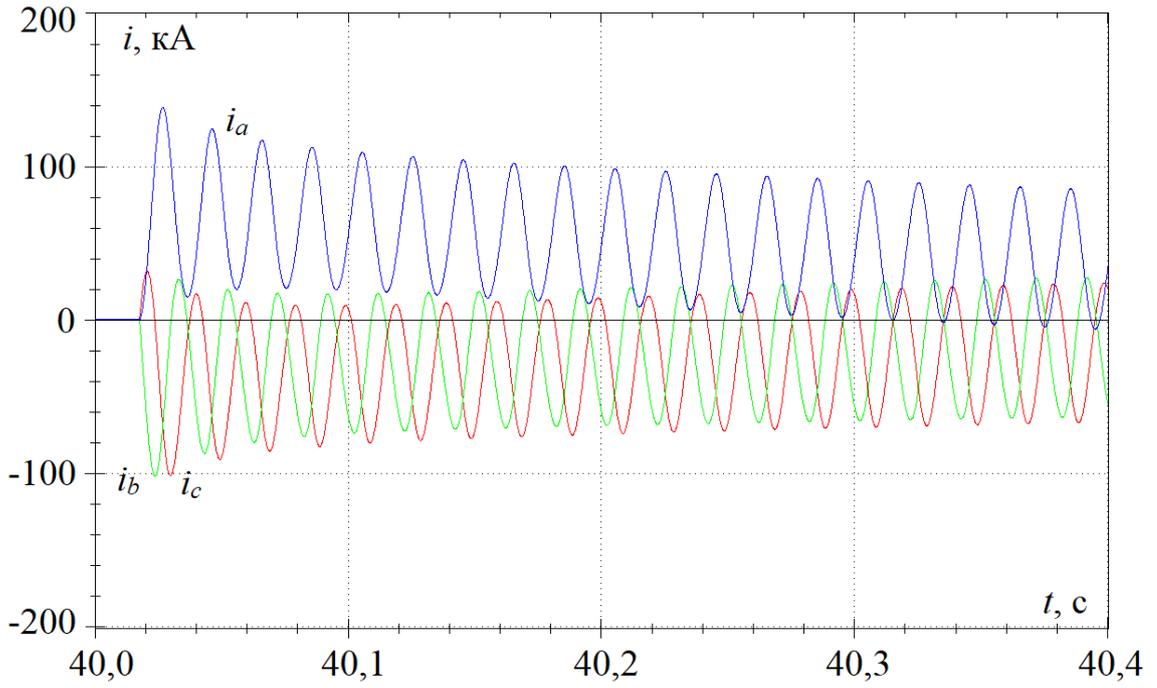


Рисунок 3.7 – Осциллограммы фазных токов первой системы  
в режиме  $НР_2$  и  $ХХ_1$  при шестифазном КЗ

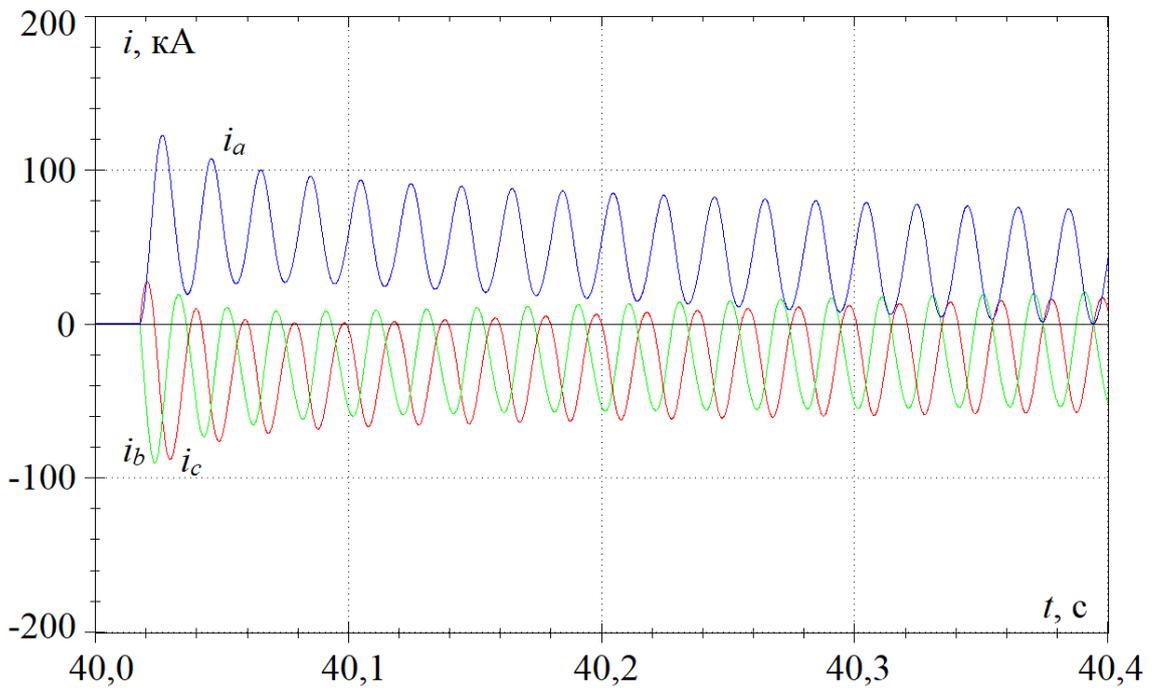


Рисунок 3.8 – Осциллограммы фазных токов первой системы  
в режиме  $0P_2$  и  $ХХ_1$  при шестифазном КЗ

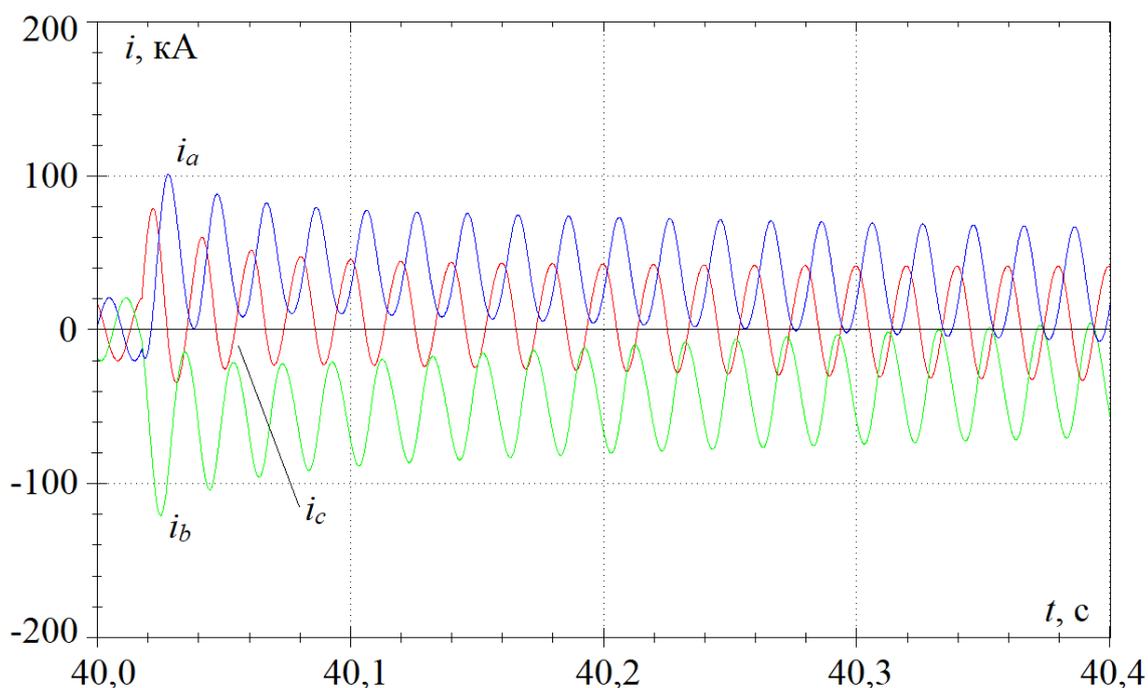


Рисунок 3.9 – Осциллограммы фазных токов второй системы в режиме  $0P_2$  и  $XX_1$  при шестифазном КЗ

Таким образом, в результате выполнения имитационного моделирования определены особенности протекания переходных процессов, вызванных симметричными КЗ, в рассматриваемой машине. Установлены исходные режимы работы машины, из которых возникающие КЗ приводят к наибольшим значениям ударного тока и длительности протекания тока постоянного направления.

### 3.3. Выводы по главе

1. Выполнена программная реализация разработанной математической модели шестифазной синхронной машины в вычислительном комплексе «РИТМ». Достоверность модели подтверждена сопоставлением полученных результатов моделирования с результатами, известными из работы [5].

2. Наибольшее значение ударного тока в шестифазном турбогенераторе достигается в случае трехфазного КЗ на выводах обмотки, работающей в режиме холостого хода, в то время как вторая работает в нормальном режиме.

3. Наибольшая длительность протекания тока постоянного направления достигается в случае шестифазного КЗ из исходного режима работы, который характеризуется малой выработкой реактивной мощности.

4. Наиболее возможным из рассмотренных вариантов КЗ является трехфазное КЗ на стороне высшего напряжения трансформатора. Полученные результаты показывают, что в этом случае ударные токи существенно меньше наибольшего значения, однако при этом длительность протекания токов постоянного направления в обеих трехфазных обмотках машины весьма значительна.

5. Результаты выполненного исследования необходимо дополнить результатами других исследований, к которым относятся:

- исследование переходных процессов, вызванных несимметричными КЗ,
- исследование переходных процессов при отключении токов симметричных и несимметричных КЗ,
- исследование переходных процессов при переходе от одного вида КЗ к другому.

## Заключение

1. Получена в фазной системе координат математическая модель шестифазной синхронной машины с неявным учетом контуров ротора. Допущения, принятые при получении модели, аналогичны таковым для моделей трехфазных машин. Модель образуют схемы замещения электрической и механической подсистем машины и дифференциальные уравнения, описывающие движение ротора и процессы в электрических контурах ротора.

2. Выполнена программная реализация модели в вычислительном комплексе «РИТМ», что расширяет библиотеку типовых блоков комплекса и позволяет исследовать процессы в энергосистемах, произвольных по топологии схем и составу оборудования.

3. Достоверность разработанной модели подтверждена сопоставлением полученных результатов моделирования процессов с результатами, известными из научных публикаций.

4. Выявлены особенности протекания переходных процессов при симметричных коротких замыканиях шестифазного турбогенератора. Ключевой особенностью является длительное отсутствие перехода фазного тока через нулевое значение, что может быть вызвано как определенными соотношениями между параметрами машины, так и исходным режимом работы машины.

## Список литературы

1. Levi, E. Multiphase Electric Machines for Variable-Speed Applications / E. Levi // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2008. – vol. 55, no. 5. – pp. 1893-1909.
2. Levi, E. Multiphase machines and drives – Revisited / E. Levi, F. Barrero, M. J. Duran // *IEEE Transactions on Industrial Electronics*. – 2016. – vol. 63, no. 1. – pp. 429-432.
3. Сидельников, Б. В. Особенности режимов работы турбогенератора с шестифазной обмоткой статора / Б. В. Сидельников, Е. Ф. Кади-Оглы // *Проблемы создания и эксплуатации новых типов электроэнергетического оборудования*. – 2004. – Выпуск 6. – С. 33-45.
4. Гришин, Н. В. Уравнения режимных задач шестифазных турбогенераторов предельной мощности / Н. В. Гришин // *Научно-технические ведомости СПбГПУ*. – 2016. – № 2 (243). – С. 16-23.
5. Лямов, А. С. Исследование токов короткого замыкания турбогенератора с расщепленной обмоткой статора / А. С. Лямов, С. В. Смоловик, А. Л. Тупицина // *Известия НТЦ Единой энергетической системы*. – 2019. – № 2 (81). – С. 101-106.
6. Kalaivani, C. Six Phase Wind Power Generation / C. Kalaivani, K. Rajambal // *2018 4th International Conference on Electrical Energy Systems (ICEES)*. – 2018. – pp. 731-736.
7. Hassan Zamani, M. Rotor-Speed Stability Improvement of Dual Stator-Winding Induction Generator-Based Wind Farms By Control-Windings Voltage Oriented Control / M. Hassan Zamani, G. Hossein Riahy, M. Abedi // *IEEE Transactions on Power Electronics*. – 2016. – vol. 31, no. 8. – pp. 5538-5546.
8. Murali, C. Direct Torque Control for Five-Phase Squirrel Cage Induction Generator In wind energy conversion systems based on Slip Angle / C. Murali, C. Chengaiah // *2021 6th International Conference on Communication and Electronics Systems (ICES)*. – 2021. – pp. 107-110.

9. Research on Maximum Power Tracking Strategy of 10MW Medium Voltage Six Phase Permanent Magnet Wind Turbine / W. Dou, Y. Tong, X. Deng [et al.] // 2020 IEEE International Conference on Applied Superconductivity and Electromagnetic Devices (ASEMD). – 2020. – pp. 1-2.

10. Rhaili, S. Vector control of five-phase Permanent Magnet Synchronous Generator based variable-speed wind turbine / S. Rhaili, A. Abbou, S. Marhraoui, N. El Hichami // 2017 International Conference on Wireless Technologies, Embedded and Intelligent Systems (WITS). – 2017. – pp. 1-6.

11. Кощев, Л. А. Разработка математических моделей регуляторов активной мощности и напряжения ветроэнергетической установки / Л. А. Кощев, Е. Н. Попков, А. О. Фешин // Известия НТЦ Единой энергетической системы. – 2019. – № 2 (81). – С. 60-69.

12. Beik, O. Parallel Nine-Phase Generator Control in a Medium-Voltage DC Wind System / O. Beik, A. S. Al-Adsani // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2020. – vol. 67, no. 10. – pp. 8112-8122.

13. Zhang, J. Modeling and Simulation for Fifteen-phase Asynchronous Motor of Ship Electric Propulsion / J. Zhang, J. Han, N. Li // 2018 IEEE International Conference on Mechatronics and Automation (ICMA). – 2018. – pp. 2180-2184.

14. Choi, H. Design of multi-phase permanent magnet motor for ship propulsion / H. Choi, S. J. Park, Y. K. Kong, J. G. Bin // 2009 International Conference on Electrical Machines and Systems. – 2009. – pp. 1-4.

15. Onsal, M. A New Nine-Phase Permanent Magnet Synchronous Motor With Consequent Pole Rotor for High-Power Traction Applications / M. Onsal, Y. Demir, M. Aydin // IEEE Transactions on Magnetics. – 2017. – vol. 53, no. 11. – pp. 1-6.

16. 12-pulse LCI synchronous drive for a 20 MW compressor modeling, simulation and measurements / J.-J. Simond, A. Sapin, T. Xuan [et al.] // Fourtieth IAS Annual Meeting. Conference Record of the 2005 Industry Applications Conference. – 2005. – vol. 4. – pp. 2302-2308.

17. Elserougi, A. A. A nine-arm modular multilevel converter (9A-MMC) for six-phase medium voltage motor drives / A. A. Elserougi, A. S. Abdel-Khalik, A. M.

Massoud, S. Ahmed // IECON 2015 – 41st Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society. – 2015. – pp. 129-134.

18. Babu, S. S. Current Programmed Controlled DC-DC Converter for Emulating the Road Load in Six Phase Induction Motor Drive in Electric Vehicle / S. S. Babu, A. Sukesh // 2020 International Conference on Power Electronics and Renewable Energy Applications (PEREA). – 2020. – pp. 1-6.

19. Коротков, Б. А. Алгоритмы имитационного моделирования переходных процессов в электрических системах : учебное пособие / Б. А. Коротков, Е. Н. Попков ; под редакцией И. А. Груздева. – Ленинград : Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. – 280 с.

20. Меньшиков, Н. Н. Windows-версия вычислительного комплекса «РИТМ» / Н. Н. Меньшиков, Е. Н. Попков, А. О. Фешин // Неделя науки СПбПУ : материалы научной конференции с международным участием. Институт энергетики и транспортных систем. Часть 2. – СПб. : ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2019. – С. 59-62.

21. Amy, J. Six Phase Synchronous Machine Model in Machine Variables and “dq” Variables / J. Amy // 2019 IEEE Electric Ship Technologies Symposium (ESTS). – 2019. – pp. 421-429.

22. Zabaleta, M. Modelling approaches for triple three-phase permanent magnet machines / M. Zabaleta, E. Levi, M. Jones // 2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM). – 2016. – pp. 466-472.

23. Yifan Zhao. Space vector PWM control of dual three-phase induction machine using vector space decomposition / Yifan Zhao, T. A. Lipo // IEEE Transactions on Industry Applications. – 1995. – vol. 31, no. 5. – pp. 1100-1109.

24. Tassarolo, A. Modeling of split-phase machines in Park's coordinates. Part I: Theoretical foundations / A. Tassarolo, M. Bortolozzi, A. Contin // Eurocon 2013. – 2013. – pp. 1308-1313.

25. Tassarolo, A. Modeling of split-phase machines in Park's coordinates. Part II: Equivalent circuit representation / A. Tassarolo, M. Bortolozzi, A. Contin // Eurocon 2013. – 2013. – pp. 1314-1319.

26. Analytical model of multiphase permanent magnet synchronous machines for energy and transportation applications / H. Kim, K. Shin, S. Englebretson [et al.] // 2013 International Electric Machines & Drives Conference. – 2013. – pp. 172-179.

27. Sheng, L. Modeling of a twelve-phase synchronous machine using Matlab/SimPowerSystems / L. Sheng, C. Yinzhong // 2011 International Conference on Electronics, Communications and Control (ICECC). – 2011. – pp. 2131-2134.

28. Boraci, R. Mathematical model of the two orthogonal three-phase windings stator generator / R. Boraci, M. Babescu, N. Budisan, A. R. Boraci // 2009 5th International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics. – 2009. – pp. 447-452.

29. Tian, D. Modeling and simulation of dual-three-phase induction machine with two opened phases / D. Tian, L. Chen, L. Hou, J. Pan // 2008 IEEE International Conference on Industrial Technology. – 2008. – pp. 1-5.

30. Abdel-Khalik, A. S. Nine-Phase Six-Terminal Induction Machine Modeling Using Vector Space Decomposition / A. S. Abdel-Khalik, A. M. Massoud, S. Ahmed // IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2019. – vol. 66, no. 2. – pp. 988-1000.

31. Fnaiech, M. A. A  $5 \times 5$  model of the six phase squirrel cage induction machine (6PIM) in faulted condition / M. A. Fnaiech, F. Betin, G. A. Capolino // 2010 IEEE International Symposium on Industrial Electronics. – 2010. – pp. 2129-2134.

32. Modeling and Control of a Dual Three-Phase Permanent Magnet Machine Accounting for Asymmetry between Two Winding Sets / M. Hu, W. Hua, H. Zhang [et al.] // 2020 International Conference on Electrical Machines (ICEM). – 2020. – pp. 2111-2117.

33. Ерохин, А. М. Уравнения и схемы замещения многообмоточной электрической машины в фазных координатах / А. М. Ерохин, Б. А. Коротков, Е. Н. Попков // Труды ЛПИ Установившиеся режимы и переходные процессы в электрических системах. – 1986. – С. 67-76.

34. Ерохин, А. М. Математическое моделирование электромагнитных и электромеханических переходных процессов в многообмоточных машинах переменного тока с использованием схем замещения / А. М. Ерохин, Б. А.

Коротков, Е. Н. Попков // Труды ЛПИ Установившиеся и переходные процессы в электрических системах. – 1988. – С. 25-31.

35. Имитационная модель шестифазной вентильной машины с возбуждением от постоянных магнитов / А. С. Адалев, В. Г. Кучинский, Е. Н. Попков [и др.] // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2012. – № 2-1 (147). – С. 283-291.

36. Гришин, Н. В. Схемы замещения для решения режимных задач шестифазных турбогенераторов предельной мощности / Н. В. Гришин // Научно-технические ведомости СПбГПУ. – 2016. – № 2 (243). – С. 62-71.

37. Евдокунин, Г. А. Принципы имитационного моделирования процессов в электроэнергетических системах / Г. А. Евдокунин, Е. Н. Попков // Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Сер.: Информатика. Телекоммуникации. Управление. – 2013. – № 5 (181). – С. 46-49.

38. Бобров, А. Э. Математическое моделирование переходных процессов синхронных машин : учебное пособие / А. Э. Бобров, С. Е. Герасимов, С. В. Смолвик. – Красноярск : КрПИ, 1987. – 104 с.

39. Бергер, А. Я. Эквивалентная схема турбогенератора с двумя обмотками на статоре / А. Я. Бергер // Труды Ленинградского индустриального института. – 1938. – № 7, вып. 2. – С. 3-13.

40. Бергер, А. Я. Неодинаковая нагрузка обеих обмоток двухобмоточного турбогенератора / А. Я. Бергер // Труды Ленинградского индустриального института. – 1939. – № 5, вып. 1. – С. 52-63.

41. Alger, P. L. Double Windings for Turbine Alternators / P. L. Alger, E. H. Freiburghouse, D. D. Chase // Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. – 1930. – vol. 49, no. 1. – pp. 226-244.

42. Гришин, Н. В. Расчетное и экспериментальное определение индуктивных сопротивлений шестифазных турбогенераторов для анализа переходных процессов: специальность 05.09.01 "Электромеханика и электрические аппараты": диссертация на соискание ученой степени кандидата

технических наук / Гришин Николай Васильевич; Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого. – Санкт-Петербург, 2019. – 207 с.

43. Важнов, А. И. Переходные процессы в машинах переменного тока / А. И. Важнов. – Л. : Энергия, 1980. – 256 с.

44. Бернас, С. Математические модели элементов электро-энергетических систем / С. Бернас, З. Цёк. – М. : Энергоиздат, 1982. – 313 с.

45. Альбертинский, А. Б. Применение структурных ориентированных чисел для анализа переходных процессов в электрических сетях / А. Б. Альбертинский, Б. А. Коротков, Е. Н. Попков // Труды ЛПИ Режимы и оборудование электрических систем. – 1980. – С. 32-36.

46. Мельников, Н. А. Матричный метод анализа электрических цепей / Н. А. Мельников. – М. : Энергия, 1972. – 232 с.

47. Вайнштейн, Л. М. О возможности замены схем с взаимной индукцией эквивалентными без взаимной индукции / Л. М. Вайнштейн, Н. А. Мельников // Электричество. – 1965. – № 5. – С. 16-18.

48. Сигорский, В. П. Алгоритмы анализа электронных схем / В. П. Сигорский, А. И. Петренко. – М. : Советское радио, 1976. – 608 с.

49. Ерохин, А. М. Повышение эффективности вычислительных процедур при математическом моделировании многообмоточных вращающихся электрических машин / А. М. Ерохин // Труды ЛПИ Установившиеся и переходные процессы в электрических системах. – 1988. – С. 39-45.

50. Электромагнитные переходные процессы в электроэнергетических системах : учебное пособие / А. Н. Беляев, Г. А. Першиков, Е. Н. Попков [и др.]. – Санкт-Петербург : Изд-во Политехн. ун-та, 2012. – 149 с.

51. Сигорский, В. П. Математический аппарат инженера / В. П. Сигорский. – Киев : Техніка, 1977. – 768 с.

52. Urbanek, H. High Current Vacuum Interrupters – The Future of Generator Switching Up to 450 MVA Pump Storage – a Case Study / H. Urbanek, K. R. Venna, R. Nayar, P. Leufkens // 2018 IEEE/PES Transmission and Distribution Conference and Exposition (T&D). – 2018. – pp. 1-5.

53. IEC/IEEE 62271-37-013. IEEE/IEC International Standard for High-voltage switchgear and controlgear – Part 37-013: Alternating-current generator circuit-breakers : Date of Publication 30 Oct. 2015. – 2015. – pp. 1-226.