

**Санкт-Петербургский политехнический университет
Петра Великого
Физико-механический институт**

На правах рукописи

Дубов Александр Викторович

**Спонтанное тормозное излучение электрона на атомном ядре
во внешнем электромагнитном поле.**

Шифр научной специальности: 1.3.3. Теоретическая физика

Код и наименование

НАУЧНЫЙ ДОКЛАД

об основных результатах научно-квалификационной работы (диссертации)

Автор работы: Дубов А.В.

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., профессор Рощупкин Сергей
Павлович

Санкт-Петербург – 2022

Научно-квалификационная работа выполнена в высшей школе «Фундаментальных физических исследований» Физико-механического института федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого».

Научный руководитель:

Рощупкин Сергей Павлович

д.ф.-м.н., профессор

Рецензент:

Бердников Ярослав Александрович

д.ф.-м.н., профессор

С научным докладом можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» и на сайте Электронной библиотеки СПбПУ по адресу: <http://elib.spbstu.ru>

Актуальность поставленной проблемы

Изучение процессов, происходящих в присутствии внешнего электромагнитного поля, является одной из перспективных областей развития современной науки. В данном труде обзревается проделанная работа по исследованию эффекта спонтанного тормозного излучения (СТИ) электрона на ядре во внешнем электромагнитном поле. Детально разбирается резонансный эффект, при котором электрон сначала рассеивается на ядре, а затем излучает спонтанный гамма-квант. Этот процесс не рассматривался ранее, а также он принципиально отличается от уже изученного эффекта, в котором электрон сначала излучает спонтанный фотон, а после этого рассеивается на ядре. В ходе работы было обнаружено небольшое новое физическое явление, а именно расщепление частоты испускаемого гамма-кванта на три дискретных значения в определённой области излучения. Данный эффект проявляется при различных конфигурациях окружающей плазмы. В ходе проведённого исследования были получены выкладки для расчёта значения дифференциального сечения рассеяния процесса СТИ, а также было проведено компьютерное моделирование протекания взаимодействия частиц. Результаты показали, что резонансные сечения рассеяния существенно превышают соответствующие сечения рассеяния процессов, происходящих вне внешнего электромагнитного поля.

Объект и методы исследования

Объектом исследования является резонансный эффект во внешнем световом поле – спонтанное тормозное излучение (СТИ) электрона на ядре. Основными методами исследования были прикладные знания в области квантовой электродинамики и высшей математики. После построения аналитической модели совместно с моим научным руководителем в научно-квалификационной работе использовались методы математического моделирования в специализированных программах. Выражаю благодарность всем своим учителям-преподавателям, что учили меня различным наукам. Безусловно, в первую очередь выражаю благодарность своему научному руководителю проф. д.ф.-м. наук Рощупкину Сергею Павловичу.

Целью исследования

является построение действующей модели описания процесса СТИ электрона на ядре, при котором электрон сначала рассеивается на ядре, а затем спонтанно излучает гамма-квант. Нахождение резонансного дифференциального сечения процесса. Математическое моделирование рассматриваемого эффекта, а также предложения по приложению теоретической модели в эксперименте.

Для достижения реализации указанной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Построить математическую модель рассматриваемого процесса.
2. Получить аналитические выражения для зависимости резонансной частоты спонтанного фотона.
3. Вывести аналитические уравнения для резонансного дифференциального сечения и провести вычислительный эксперимент.
4. Сравнить полученные результаты с результатами аналогичных процессов, происходящих вне электромагнитного поля.
5. Провести аналогичную схему исследования для различных конфигураций внешней плазмы.

Практическая значимость работы

Результаты вычислений данного проекта работы могут быть экспериментально проверены в лабораториях импульсного лазерного излучения (SLAC, FAIR, XFEL, ELI, XCELS).

Продланная работа может быть полезна в промышленности, в частности в построении приборов по нахождению интенсивности в пике излучения. Также работа может быть полезна в космическом кораблестроении.

Степень достоверности результатов исследования

Достоверность результатов тезиса подтверждается апробацией работы на международных конференциях, рассмотрением результатов учёными из данной и смежных областей. Построенная математическая модель была принята в различных востребованных журналах и издательствах.

Апробация работы

Результаты исследований были доложены и впоследствии обсуждены на различных международных и межрегиональных конференциях:

межрегиональная конференция «Неделя науки» (Санкт-Петербург, Россия, 2018); международная конференция «International Conference Laser Optics (ICLO)» (Санкт-Петербург, Россия, 2018); международная конференция «Emerging Trends in Applied and Computational Physics 2019 (ETACP-2019)» (Санкт-Петербург, Россия, 2019); международная конференция «Photonics & Electromagnetics Research Symposium-Spring (PIERS-Spring)» (Рим, Италия, 2019); международная конференция «IEEE 8th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL)» (Созополь, Болгария, 2019); международная конференция «Friedmann.10 — Tenth Alexander Friedmann International Seminar on Gravitation and Cosmology and Fourth Symposium on the Casimir Effect» (Санкт-Петербург, Россия, 2019); международная конференция «Advances and Applications in Plasma Physics (AAP 2019)» (Санкт-Петербург, Россия, 2019); международная конференция «International conference on gravitation, cosmology and astrophysics (RUSGRAV-17)» (Санкт-Петербург, Россия, 2020); международная конференция «SPIE Optics + Optoelectronics» (Прага, Чехия, 2021); межрегиональная конференция «Неделя науки» (Санкт-Петербург, Россия, 2022);

Личный вклад

В общем случае автору диссертационной работы была отведена роль помощника научного руководителя проф. д.ф.-м. наук Рошупкина Сергея Павловича. Автор данной диссертации помогал с построением математической модели исследуемого процесса, участвовал в обсуждении научной проблемы. Автор тезиса занимался выполнением компьютерных вычислений на основе выведенных законов движения частиц. Написание необходимых научных статей и выступления на конференциях выполнялось с помощью и под постоянным надзором научного руководителя.

Благодарность

Хочу поблагодарить своего научного руководителя, учителя и преподавателя, заслуженного работника науки Украины и России, доктора физико-математических наук, профессора Рощупкина Сергея Павловича. Спасибо Вам огромное, всё положительное, что происходит – целиком и полностью благодаря Вам.

Выражаю благодарность профессору Вадиму Васильевичу Кораблёву, Танье Пелконен и Николаю Юрьевичу Овчаренко и многим другим за предоставление возможности для работы над статьями, спасибо вам большое за возможность заниматься наукой.

Основное содержание работы

Во **введении** даётся краткий обзор литературы и описывается общий характер работы. Многофотонные процессы встречающиеся при изучении квантовоэлектродинамических процессов в присутствии интенсивного внешнего поля, генерируемого высокоэнергетичными лазерами, уже долго представляют интерес. Есть основные атомные процессы возможные при отсутствии внешнего поля, которые могут быть сильно подвержены его влиянию. Рассеяние электрона на атоме наиболее изученный процесс из этой категории. Анализ спонтанного тормозного излучения (СТИ) электрона обеспечивает полезную методику при исследовании динамики процесса рассеяния.

Число экспериментальных и теоретических работ по влиянию внешнего электромагнитного поля на квантовоэлектродинамические процессы постоянно возрастает. В виду использования в современных прикладных и фундаментальных исследованиях мощных источников импульсного лазерного излучения изучение процессов в импульсных световых полях представляется одним из наиболее приоритетных направлений дальнейшего развития теории квантовой электродинамики в силовых полях. Стали доступны различные типы источников когерентного излучения, интенсивности которых в последние годы возросли к $10^{20} \text{ W} / \text{cm}^2$. Новые экспериментальные условия требуют постоянного улучшения в вычислениях. Необходимо более реалистичное описание электромагнитного поля для получения удовлетворительных результатов.

В данной работе развивается теория СТИ релятивистского электрона при рассеянии в кулоновском поле ядра в присутствии внешнего импульсного электромагнитного поля в борновском приближении ($v/c \gg Z/137$, v - скорость электрона, c - скорость света в вакууме, Z - заряд ядра). Следует отметить, что в задаче СТИ электрона на ядре в поле плоской монохроматической волны имеются два характерные параметра. Классический релятивистски-инвариантный параметр

$$\eta = \frac{eF\lambda}{mc^2}, \quad (1)$$

численно равный отношению работы поля на длине волны к энергии покоя электрона (e и m - заряд и масса электрона, F и $\lambda = c/\omega$ - напряженность электрического поля и длина волны, ω - частота волны). Квантовый параметр (параметр Бункина-Федорова)

$$\gamma_i = \eta \frac{mv_i c}{\hbar \omega} \quad (2)$$

В области оптических частот ($\omega \sim 10^{15} \text{ s}^{-1}$) классический параметр $\eta \sim 1$ для полей $F \sim 10^{10} \div 10^{11} \text{ V/cm}$, а квантовый параметр $\gamma_i \sim 1$ для полей $F \sim (10^5 \div 10^6)(c/v) \text{ V/cm}$. Поэтому здесь $\gamma_i \gg \eta$. Вследствие этого, для исследуемого процесса СТИ электрона на ядре основным параметром, определяющим многофотонные процессы является квантовый параметр Бункина-Федорова. В силу этого, обычно задача изучается в области интенсивностей умеренно сильных полей, в которой данные параметры удовлетворяют следующим условиям:

$$\eta \ll 1, \gamma_i \gg 1 \quad (3)$$

В дальнейшем будем использовать релятивистскую систему единиц: $\hbar = c = 1$.

В первой главе выводится амплитуда СТИ электрона на ядре в световом поле.

Выберем 4-потенциал внешней эллиптически поляризованной световой волны, распространяющейся вдоль оси z в следующем виде:

$$A(\phi) = (F/\omega) \cdot (e_x \cos \phi + \delta \cdot e_y \sin \phi), \quad \phi = kx = \omega(t - z), \quad (4)$$

Здесь δ - параметр эллиптичности волны ($\delta = 0$ - линейная поляризация, $\delta = \pm 1$ - циркулярная поляризация), $e_{x,y} = (0, e_{x,y})$ и $k = \omega n = \omega(1, \mathbf{n})$ - 4-векторы поляризации и импульса фотона внешнего поля, причем: $k^2 = 0$, $e_{x,y}^2 = -1$, $e_{x,y} k = 0$.

Будем изучать задачу СТИ электронов на ядре в поле плоской электромагнитной волны в борновском приближении по взаимодействию электронов с полем ядра. Это процесс второго порядка по постоянной тонкой структуры и описывается двумя диаграммами Фейнмана (см. рис. 1). Амплитуда такого процесса после простых выкладок может быть представлена в следующем виде:

$$S_{fi} = \sum_{l=-\infty}^{\infty} S_l, \quad (5)$$

где парциальная амплитуда с излучением и поглощением l - фотонов волны имеет следующий вид:

$$S_l = -i \cdot \frac{8\pi^{5/2} \cdot Ze^3}{\sqrt{2\omega' \tilde{E}_i \tilde{E}_f}} \cdot \exp(i\varphi_{fi}) \cdot [\bar{u}_f M_l u_i] \cdot \frac{\delta(q_0)}{\mathbf{q}^3}, \quad (6)$$

$$M_l = \sum_{r=-\infty}^{\infty} \left[M_{r+l}(p_f, q_i) \cdot \left(\frac{\hat{q}_i + m_*}{q_i^2 - m_*^2} \right) \cdot F_{-r}(q_i, p_i) + F_{-r}(p_f, q_f) \cdot \left(\frac{\hat{q}_f + m_*}{q_f^2 - m_*^2} \right) \cdot M_{r+l}(q_f, p_i) \right] \quad (7)$$

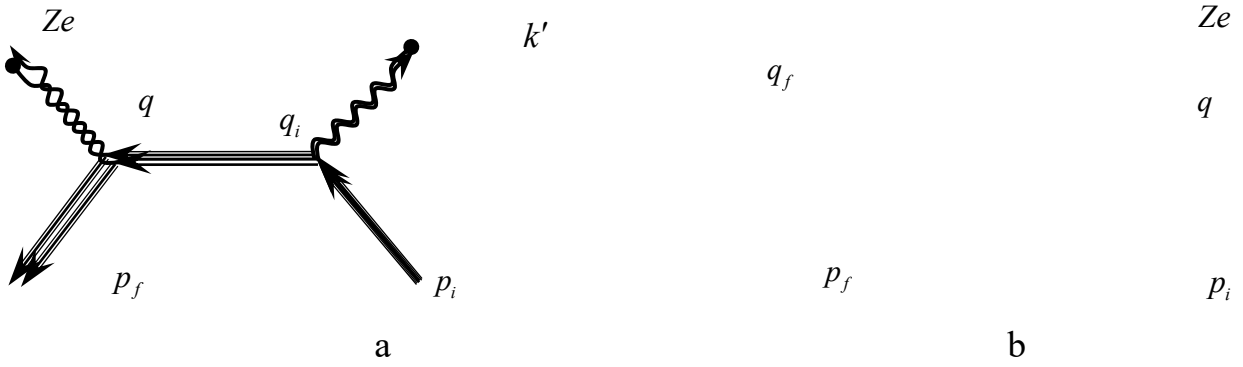


Рис.1. Диаграммы Фейнмана процесса СТИ электрона на ядре в поле плоской электромагнитной волны. Двойные входящие и выходящие линии отвечают функциям Волкова электрона в начальном и конечном состояниях, внутренняя линия соответствует функции Грина электрона в поле плоской волны (4). Волнистые линии отвечают 4-импульсам спонтанного фотона и «псевдофотона» отдачи ядра.

В выражениях (6)-(7) φ_{fi} - фаза, не зависящая от индексов суммирования, u_i , \bar{u}_f и $p_{i,f} = (E_{i,f}, \mathbf{p}_{i,f})$ - биспиноры Дирака и 4-импульс начального и конечного электронов. 4-импульсы промежуточных электронов $q_{i,f}$ и переданного 4-импульса q определяются выражениями:

$$q_i = \tilde{p}_i - k' + rk, \quad q_f = \tilde{p}_f + k' - rk. \quad (8)$$

$$q = \tilde{p}_f - \tilde{p}_i + k' + lk. \quad (9)$$

Здесь $k' = \omega'(1, \mathbf{n}')$ - 4-импульс спонтанного фотона, $\tilde{p}_{i,f}$ - 4-квазиимпульсы, m_* - эффективная масса электрона в поле плоской волны:

$$\tilde{p}_{i,f} = p_{i,f} + (1 + \delta^2) \eta^2 \frac{m^2}{4(kp_{i,f})} k, \quad (10)$$

$$\tilde{p}_{i,f}^2 = m_*^2, \quad m_* = m \sqrt{1 + \frac{1}{2}(1 + \delta^2) \eta^2} \quad (11)$$

Выражения со шляпкой в соотношении (7) и далее означают скалярное произведение соответствующего 4-вектора с гамма-матрицами Дирака: $\tilde{\gamma}^\mu = (\tilde{\gamma}^0, \tilde{\boldsymbol{\gamma}})$, $\mu = 0, 1, 2, 3$. Например, $\hat{q}_i = q_{i\mu} \tilde{\gamma}^\mu = q_{i0} \tilde{\gamma}^0 - \mathbf{q}_i \tilde{\boldsymbol{\gamma}}$. Амплитуды M_{r+l} и F_r (см. рис.1) в соотношении (7) имеют вид:

$$M_{r+l}(p_2, p_1) = a^0 \cdot L_{r+l}(p_2, p_1) + b_-^0 \cdot L_{r+l-1} + b_+^0 \cdot L_{r+l+1} + c^0 \cdot (L_{r+l-2} + L_{r+l+2}), \quad (12)$$

$$F_{-r}(p_2, p_1) = (a\varepsilon^*) \cdot L_{-r}(p_2, p_1) + (b_- \varepsilon^*) \cdot L_{-r-1} + (b_+ \varepsilon^*) \cdot L_{-r+1} + (c\varepsilon^*) \cdot (L_{-r-2} + L_{-r+2}) \quad (13)$$

В данных выражениях ε_μ^* - 4-вектор поляризации спонтанного фотона, а матрицы a^μ, b_\pm^μ, c^μ определяются соотношениями

$$a^\mu = \tilde{\gamma}^\mu + (1 + \delta^2) \cdot \eta^2 \frac{m^2}{4(kp_1)(kp_2)} k^\mu \hat{k}, \quad (14)$$

$$b_\pm^\mu = \frac{1}{4} \eta m \cdot \left[\frac{\hat{\varepsilon}_\pm \hat{k} \tilde{\gamma}^\mu}{(kp_2)} + \frac{\tilde{\gamma}^\mu \hat{k} \hat{\varepsilon}_\pm}{(kp_1)} \right], \quad \hat{\varepsilon}_\pm = \hat{e}_x \pm i\delta \cdot \hat{e}_y, \quad (15)$$

$$c^\mu = -(1 - \delta^2) \cdot \eta^2 \frac{m^2}{8(kp_1)(kp_2)} \cdot k^\mu \hat{k}. \quad (16)$$

Специальные функции L_{r+l} и L_{-r} и их аргументы даются выражениями:

$$L_{r'}(p_2, p_1) = \exp(-ir'\chi) \cdot \sum_{s=-\infty}^{\infty} \exp(2is\chi) \cdot J_{r'-2s}(\gamma) \cdot J_s(\beta), \quad (17)$$

$$\text{tg } \chi = \delta \cdot \frac{(e_y Q)}{(e_x Q)}, \quad Q = \frac{p_2}{(kp_2)} - \frac{p_1}{(kp_1)}, \quad (18)$$

$$\gamma = \eta m \sqrt{(e_x Q)^2 + \delta^2 \cdot (e_y Q)^2}, \quad (19)$$

$$\beta = \frac{1}{8} (1 - \delta^2) \eta^2 m^2 \cdot \left[\frac{1}{(kp_2)} - \frac{1}{(kp_1)} \right]. \quad (20)$$

При этом, в случае амплитуд $M_{r+l}(p_f, q_i)$ и $M_{r+l}(q_f, p_i)$ в выражениях (12), (14)-(20) необходимо положить $p_1 \rightarrow q_i, p_2 \rightarrow p_f$ и $p_1 \rightarrow p_i, p_2 \rightarrow q_f$, а для амплитуд $F_r(q_i, p_i)$ и $F_r(p_f, q_f)$ в выражениях (13), (14)-(20) следует выполнить замены $p_1 \rightarrow p_i, p_2 \rightarrow q_i$ и $p_1 \rightarrow q_f, p_2 \rightarrow p_f$.

Во **второй** главе исследуются полюса амплитуды процесса СТИ. Резонансное поведение амплитуды, как отмечалось ранее, обусловлено квазидискретной структурой системы: электрон + плоская электромагнитная волна, в результате чего 4-импульс промежуточного электрона вследствие выполнения законов сохранения энергии-импульса в составляющих процесса лежит на массовой поверхности.

В дальнейшем будем изучать резонансы в области умеренно-сильных полей (3). Здесь можно пренебречь в 4-квазиимпульсах (10) слагаемыми пропорциональными параметру $\eta^2 \ll 1$. В этом случае, в условиях резонанса для первого или второго слагаемых в амплитуде (6)-(7) выполняются следующие условия (см. рис.2):

$$q_i^2 = m^2, \quad (21)$$

$$q_f^2 = m^2 \quad (22)$$

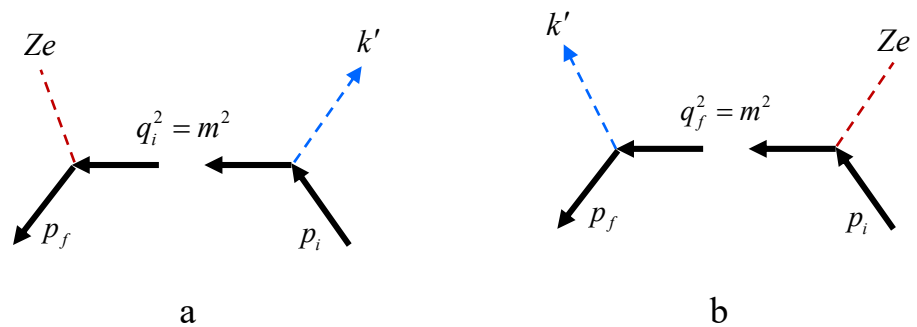


Рис. 2 Резонансное спонтанное излучение электрона в поле ядра и плоской электромагнитной волны.

Как уже отмечалось, резонансы (21) для первого слагаемого амплитуды (6)-(7) (см. рис.2, диаграмма а), когда вначале электрон излучает спонтанный фотон, а затем рассеивается на ядре, были детально изучены для различных энергий электронов, за исключением случая, когда спонтанный фотон излучается в узком конусе вдоль импульса начального электрона очень больших ультррелятивистских энергий $E_i \approx m^2/\omega \sim 10^5 \div 10^6$ MeV. При этом, резонансы (22) для второго слагаемого амплитуды (6)-(7) (см. рис.2, диаграмма б), когда электрон вначале рассеивается на ядре на большие углы, а затем излучает спонтанный фотон (см. рис.2) не изучались. Выражения, определяющие 4-импульсы промежуточных электронов q_i и q_f (8), а также переданный 4-импульс q (9), для диаграмм а и б (см. рис.2) в резонансе удобно записать в виде:

$$p_i + rk = q_i + k' \quad (23)$$

$$q = p_f - q_i + (l+r)k. \quad (24)$$

и

$$q_f + rk = p_f + k', \quad (25)$$

$$q = q_f - p_i + (r+l)k \quad (26)$$

Поскольку $p_i^2 = q_i^2 = m^2$ и $p_f^2 = q_f^2 = m^2$, а $k^2 = k'^2 = 0$, то равенства (23) и (25) выполняются только для $r \geq 1$. Отсюда и из вида амплитуды (6)-(7) следует (см. также рис. 2) что F_r (13) с учетом законов сохранения 4-импульса (23) или (25) в резонансе представляют собой амплитуду процесса излучения фотона с 4-импульсом k' электроном за счет поглощения r - фотонов волны. Величина M_{r+l} (12) с учетом величины переданного 4-импульса q (24) или (26) есть амплитуда рассеяния электрона на ядре в поле волны с поглощением или излучением $|r+l|$ - фотонов волны. Следовательно, в отсутствие интерференции амплитуд а и б (см. рис.2), процесс резонансного СТИ электрона на ядре в поле волны, эффективно сводится к двум последовательным процессам первого порядка по постоянной тонкой структуры: рассеяние электрона на ядре в поле волны и излучение электроном фотона с 4-импульсом k' в поле волны и (см. рис. 2). Легко проверить,

что при совпадении направлений движения фотонов (спонтанного и внешнего поля) одновременное выполнение резонансных условий (21) или (22) с законами сохранения 4-импульса (23) или (25) невозможно. Поэтому резонансы могут возникать только при непараллельном движении данных фотонов. Отметим также, что для процесса излучения спонтанного фотона электроном в поле волны параметром многофотонности является классический параметр η . Поэтому для полей (3) электрон будет поглощать из внешней волны, в основном, $r=1$ фотонов. В тоже время для процесса рассеяния электрона на ядре на большие углы в поле волны параметром многофотонности является квантовый параметр Бункина-Федорова $\gamma_i \ll 1$. В силу этого, для полей (3) электрон может излучать и поглощать большое число фотонов волны. Однако, если электрон рассеивается на малые углы, то параметром многофотонности для процесса рассеяния электрона на ядре становится классический параметр η .

В третьей главе находится частота спонтанного фотона. Учитывая выражения (21), (23) и (22), (25) нетрудно получить соотношения для частоты спонтанного фотона в резонансе для диаграмм а и б (см. рис.2):

$$\omega'_{(a)} = r\omega \frac{\kappa_i}{\kappa'_i + 2r\omega \sin^2(\theta'/2)}, \quad (27)$$

$$\omega'_{(b)} = r\omega \frac{\kappa_f(\omega')}{\kappa'_f(\omega') - 2r\omega \sin^2(\theta'/2)}. \quad (28)$$

Здесь обозначено:

$$\kappa_i = E_i - |\mathbf{p}_i| \cos \theta_i, \quad \kappa'_i = E_i - |\mathbf{p}_i| \cos \theta'_i, \quad (29)$$

$$\kappa_f(\omega') = E_f - |\mathbf{p}_f| \cos \theta_f, \quad \kappa'_f(\omega') = E_f - |\mathbf{p}_f| \cos \theta'_f, \quad (30)$$

$$\theta_j = \angle(\mathbf{k}, \mathbf{p}_j), \quad \theta'_j = \angle(\mathbf{k}', \mathbf{p}_j), \quad j = i, f; \quad \theta' = \angle(\mathbf{k}', \mathbf{k}) \quad (31)$$

Отметим, что для диаграммы а на рис.2 резонансная частота (27) однозначно определяется энергией начального электрона, а также соответствующими углами начального электрона и спонтанного фотона. Данные резонансы были детально изучены в работах []. В тоже время для диаграммы б на рис.2 резонансная частота спонтанного фотона (28) определяется неоднозначно. В силу закона сохранения энергии в данном процессе

$$E_f = E_i - \omega' + l\omega \approx E_i - \omega', \quad (32)$$

видно, что энергия и импульс конечного электрона зависят от частоты спонтанного фотона. Поэтому в выражении (28) правая часть также зависит от резонансной частоты спонтанного фотона. Отметим, что в уравнении (32) можно пренебречь числом излученных или поглощенных фотонов волны, так как $l\omega/E_i \in \gamma_i \omega/E_i \approx \eta m/E_i \ll 1$.

В области оптических частот второе слагаемое в знаменателе выражения (28) значительно меньше, чем первое слагаемое для нерелятивистских и релятивистских энергий электронов. Так, для нерелятивистских электронов выражение (28) принимает вид:

$$\omega'_{res} \approx r\omega, \quad (33)$$

а для релятивистских энергий электронов из (28) получим:

$$\omega' = r\omega \frac{(1 - v_f \cos \theta_f)}{(1 - v_f \cos \theta'_f)} \sim r\omega \quad (34)$$

Здесь $v_f = |\mathbf{p}_f|/E_f$. Таким образом, резонанс для нерелятивистских электронов имеет место на частоте кратной частоте лазерной волны, а для релятивистских энергий электронов – на частоте кратной величине порядка частоты лазера.

В дальнейшем будем изучать наиболее интересный случай ультрарелятивистских энергий электронов, когда спонтанный фотон и конечный электрон вылетают в узком конусе вдоль импульса начального электрона.

$$E_{i,f} \gg m, \quad (35)$$

$$\theta'_{i,f} \ll 1, \quad \theta_{if} = \angle(\mathbf{p}_i, \mathbf{p}_f) \ll 1, \quad \theta' \sim 1, \quad (36)$$

В условиях (35), (36) справедливы соотношения

$$\kappa_i \approx 2E_i \sin^2 \frac{\theta_i}{2}, \quad \kappa'_i \approx \frac{m^2}{2E_i} (1 + \delta_i'^2), \quad (37)$$

$$\kappa_f \approx 2E_i \left(1 - \frac{\omega'}{E_i}\right) \sin^2 \frac{\theta_f}{2}, \quad \kappa'_f \approx \frac{m^2}{2E_i (1 - \omega'/E_i)} \left[1 + \delta_f'^2 \left(1 - \frac{\omega'}{E_i}\right)^2\right], \quad (38)$$

Здесь обозначено:

$$\delta'_i = \frac{E_i \theta'_i}{m}, \quad \delta'_f = \frac{E_i \theta'_f}{m} \quad (39)$$

Учитывая выражения (27), (37) после простых выкладок получим резонансную частоту спонтанного фотона для диаграммы а на рис. 2:

$$x'_{(a)res} = \frac{\varepsilon_i}{1 + \varepsilon_i + \delta_i'^2}, \quad x'_{(a)res} = \frac{\omega'_{(a)res}}{E_i} \quad (40)$$

$$\varepsilon_i = \frac{E_i}{E_*}, \quad E_* = \frac{m^2}{4\omega \sin^2(\theta'/2)} \quad (41)$$

Здесь ε_i - характерный параметр процесса, равный отношению начальной энергии электрона к характерной энергии процесса E_* . Данная энергия определяется энергией покоя электрона, частотой волны, а также углом вылета спонтанного фотона относительно направления распространения волны. В области оптических частот характерная энергия процесса имеет порядок величины $E_* \approx 10^5 \div 10^6$ MeV. Отметим, что в работах [] был изучен случай, когда $\varepsilon_i \ll 1$ ($E_i \ll E_*$), т.е. энергии начальных ультрарелятивистских электронов были не очень большими и резонансная частота спонтанного фотона $\omega'_{(a)res} \sim \varepsilon_i E_i \ll E_i$. Здесь же мы будем рассматривать случай, когда $\varepsilon_i \approx 1$ ($E_i \approx E_*$), т.е. для больших энергий начальных электронов. Из выражения (40) видно, что если спонтанный фотон вылетает вдоль импульса начального электрона ($\delta_f'^2 = 0$), тогда резонансная частота принимает максимальное значение, равное

$$x'_{\max} = \frac{\varepsilon_i}{1 + \varepsilon_i} \quad (42)$$

С увеличением угла вылета спонтанного фотона резонансная частота (40) убывает и при $\delta_f'^2 \rightarrow \infty$ стремится к нулю.

Учитывая (28), (32), (38) для резонансной частоты диаграммы b на рис. 2 получим кубическое уравнение, которое после простых выкладок можно привести к виду:

$$\delta_f'^2 x_{(b)}'^3 - 2\delta_f'^2 x_{(b)}'^2 + (1 + \delta_f'^2 + \varepsilon_i) x_{(b)}' - \varepsilon_i = 0, \quad x_{(b)}' = \frac{\omega'_{(b)}}{E_i} \quad (43)$$

Нас будут интересовать действительные корни уравнения (43) в интервале $0 < x_{(b)}' < 1$.

Как будет показано дальше, решения уравнения (43) существенно зависят от значений параметров ε_i и $\delta_f'^2$. При этом резонансная частота и угол вылета спонтанного фотона будут определяются величиной характерного параметра ε_i . Легко видеть, что уравнение (43) имеет один действительный корень, когда параметр $\delta_f'^2 = 0$, т.е. спонтанный фотон вылетает вдоль направления импульса конечного электрона. В этом случае резонансная частота спонтанного фотона принимает максимальное значение $x_{(b)}' = x'_{\max}$ (см. (42)).

Для дальнейшего анализа уравнения (43) положим $\delta_f'^2 \neq 0$. В этом случае можно разделить каждое слагаемое уравнения (43) на $\delta_f'^2$. Учитывая это, а также вводя замену переменной

$$x'_{(b)} = y + \frac{2}{3} \quad (44)$$

получим следующее уравнения для переменной y

$$y^3 + ay + b = 0, \quad (45)$$

$$a = \frac{1}{3\delta_f'^2} [3(1 + \varepsilon_i) - \delta_f'^2], \quad b = \frac{1}{27\delta_f'^2} [2(9 + \delta_f'^2) - 9\varepsilon_i] \quad (46)$$

Решение уравнения (45) с учетом (44) имеют вид:

$$x'_{1(b)} = y_1 + \frac{2}{3}, \quad x'_{2(b),3(b)} = y_{2,3} + \frac{2}{3}, \quad (47)$$

$$y_1 = \alpha_+ + \alpha_-, \quad y_{2,3} = -\frac{1}{2}(\alpha_+ + \alpha_-) \pm i \frac{\sqrt{3}}{2}(\alpha_+ - \alpha_-), \quad (48)$$

$$\alpha_{\pm} = \left[-\frac{b}{2} \pm \sqrt{Q} \right]^{1/3}, \quad Q = \left(\frac{a}{3} \right)^3 + \left(\frac{b}{2} \right)^2 \quad (49)$$

Если детерминант $Q \geq 0$, то имеем одно действительное решение, а для $Q < 0$ - три действительных решения. Детально проанализируем эти случаи. Рассмотрим случай, когда

$$Q < 0 \quad (50)$$

Этот вариант может реализоваться, когда параметр $a < 0$. Отсюда можно положить

$$\delta_f'^2 = 3(1 + \varepsilon_i) + d, \quad d > 0 \quad (51)$$

Подставляя (51) в выражение (50), получим следующее квадратное неравенство для параметра d :

$$(d - d_-)(d - d_+) < 0, \quad (52)$$

где

$$d_{\pm} = \frac{(\varepsilon_i - 8)}{8} \left[(\varepsilon_i + 4) \pm \sqrt{\varepsilon_i(\varepsilon_i - 8)} \right] \quad (53)$$

Отсюда следует, что $\varepsilon_i > 8$ и $d_- < d < d_+$. Учитывая это, после простых преобразований соотношений (47)-(49) получим три возможных значения резонансной частоты спонтанного фотона ($x'_{(b)res} = \omega'_{(b)res} / E_i$):

$$x'_{1(b)res} = \frac{2}{3} + d' \cos\left(\frac{\varphi'}{3}\right), \quad x'_{2(b)res} = \frac{2}{3} + d' \cos\left(\frac{\varphi'}{3} + \frac{2\pi}{3}\right), \quad x'_{3(b)res} = \frac{2}{3} + d' \cos\left(\frac{\varphi'}{3} + \frac{4\pi}{3}\right), \quad (54)$$

$$d' = \frac{2}{3\delta'_{fres}} \sqrt{\delta'^2_{fres} - 3(1 + \varepsilon_i)}, \quad \cos \varphi' = \frac{\delta'_{fres} [9\varepsilon_i - 2(9 + \delta'^2_{fres})]}{2[\delta'^2_{fres} - 3(1 + \varepsilon_i)]^{3/2}}, \quad 0 \leq \varphi' \leq \pi \quad (55)$$

Здесь резонансный угол вылета спонтанного фотона заключен в интервале:

$$\delta'^2_- < \delta'^2_{fres} < \delta'^2_+, \quad (56)$$

$$\delta_{\pm}'^2 = 3(1 + \varepsilon_i) + \frac{1}{8}(\varepsilon_i - 8) \left[(\varepsilon_i + 4) \pm \sqrt{\varepsilon_i(\varepsilon_i - 8)} \right], \quad \varepsilon_i > 8, \quad (57)$$

где

$$\delta'_{fres} = \frac{E_i \theta'_{fres}}{m}, \quad \theta'_{fres} = \square(\mathbf{k}', \mathbf{p}_f) \quad (58)$$

Теперь рассмотрим случай

$$Q \geq 0 \quad (59)$$

В данной области имеется одно решение для резонансной частоты спонтанного фотона

$$x'_{(b)res} = \frac{2}{3} + (\alpha_+ + \alpha_-) \quad (60)$$

Здесь α_{\pm} определяются выражениями (49), (46), в которых необходимо положить $\delta_f'^2 = \delta_{fres}'^2$. При этом, следует учитывать, что интервал возможных значений резонансных углов вылета спонтанного фотона ($\delta_{fres}'^2$) существенно зависит от значений параметра ε_i :

$$0 < \delta_{fres}'^2 \leq 3(1 + \varepsilon_i), \quad \text{if } 0 < \varepsilon_i \leq 8 \quad (61)$$

$$0 < \delta_{fres}'^2 \leq \delta_-'^2, \quad \delta_+'^2 \leq \delta_{fres}'^2 < \infty, \quad \text{if } \varepsilon_i > 8 \quad (62)$$

На рис.3 представлены области возможных значений резонансных углов вылета спонтанного фотона в зависимости от значений характерного параметра ε_i (41), при которых реализуются одно ($Q > 0$) или три ($Q < 0$) возможных значения резонансной частоты.

Важно подчеркнуть, что имеется два интервала значений характерного параметра ε_i , в которых качественно меняется характер резонансных частот и углов вылета спонтанного фотона. Так, в интервале значений $\varepsilon_i \leq 8$ (61) резонансная частота спонтанного фотона однозначно определяется его углом вылета относительно импульса конечного электрона. В этом случае резонансная частота спонтанного фотона меняется от максимальной величины x'_{\max} (42) при $\delta'_{fres} = 0$ до минимального значения, равного

$$x'_{\min} = \frac{1}{3} \left[2 - \left(\frac{8 - \varepsilon_i}{1 + \varepsilon_i} \right)^{1/3} \right] \quad (63)$$

при максимальном значении угла вылета $\delta_{fres}'^2 = \delta_{\max}'^2 = 3(1 + \varepsilon_i)$. Для углов вылета $\delta_{fres}'^2 > \delta_{\max}'^2$ резонанс для диаграммы b не имеет места (см. рис.4).

В области значений характерного параметра $\varepsilon_i > 8$ поведение резонансной частоты спонтанного фотона в зависимости от его угла вылета существенно меняется (см. рис. 5). Так, для углов вылета в интервале

$$0 \leq \delta_{fres}'^2 \leq \delta_-'^2 \quad (64)$$

резонансная частота спонтанного фотона однозначно определяется углом вылета и меняется от максимальной величины x'_{max} (42) до значения x'_- . В интервале углов вылета

$$\delta_-'^2 < \delta_{fres}'^2 < \delta_+'^2 \quad (65)$$

резонансная частота меняется от x'_- до x'_+ принимая для каждого значения параметра $\delta_{fres}'^2$ три значения. И, наконец, в интервале

$$\delta_{fres}'^2 > \delta_+'^2 \quad (66)$$

резонансная частота, как и в интервале (64) однозначно определяется углом вылета спонтанного фотона, уменьшаясь от значения x'_+ до малых величин $x'_{(b)res} \ll 1$. Здесь резонансные частоты x'_\pm получаются, если подставить значения $\delta_{fres}'^2 = \delta_\pm'^2$ в решение (60), (49).

Как показывает анализ резонансных частот для амплитуд a и b (см., также рис. 4 и рис. 5) данные частоты совпадают только в случае, когда спонтанный фотон вылетает вдоль импульсов начального и конечного электронов, т.е. при рассеянии электрона на ядре на нулевой угол ($\delta_{fres}'^2 = \delta_{ires}'^2 = 0$). В этом случае спонтанный фотон излучается на максимальной частоте (42). Если исключить данный случай из рассмотрения, то для ненулевых углов рассеяния электронов ($\delta_{fres}'^2 \neq 0, \delta_{ires}'^2 \neq 0$) интерференция резонансных амплитуд a и b не будет иметь места. Рассмотрим в дальнейшем именно этот случай.

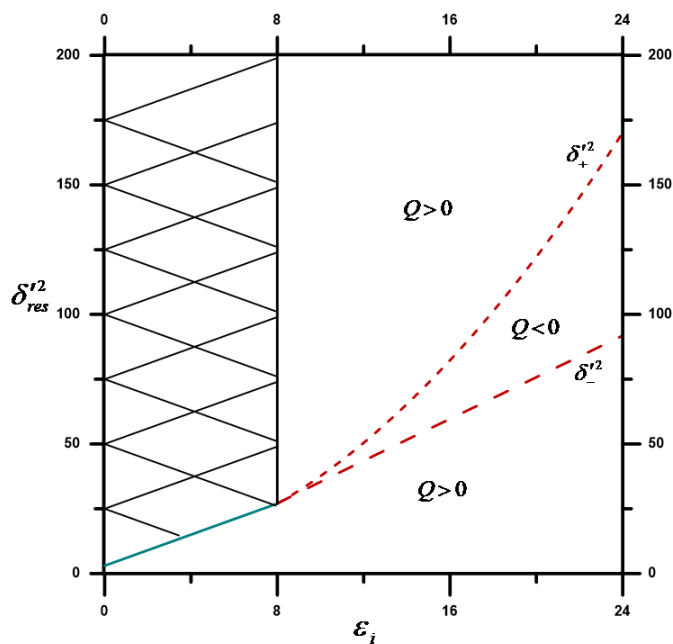


Рис. 3 Зависимость резонансного угла вылета спонтанного фотона (параметра $\delta_{res}'^2$) (56), (61) от параметра ϵ_i (43) для всех возможных значений резонансной частоты спонтанного фотона. Интервалы значений параметров $\delta_{res}'^2$ и ϵ_i , в которых детерминант $Q \geq 0$ отвечают одному возможному значению резонансной частоты (60). Области значений параметров $\delta_{res}'^2$ и ϵ_i , в которых детерминант $Q < 0$ соответствуют трем возможным значениям резонансной частоты спонтанного фотона (54), (55). Для заштрихованной области значений параметров $\delta_{res}'^2$ и ϵ_i электрон не излучает.

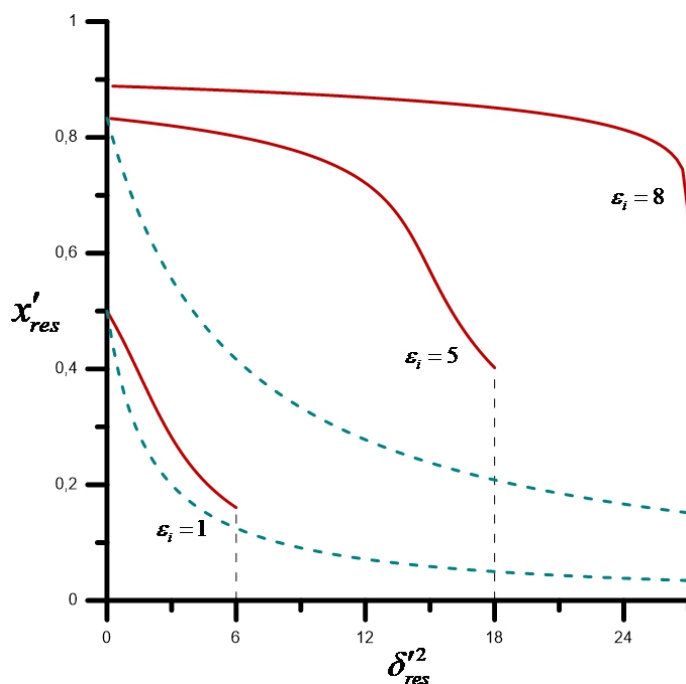


Рис.4. Зависимость резонансной частоты спонтанного фотона от его угла вылета в области значений параметра $\varepsilon_i \leq 8$. Сплошные кривые отвечают резонансу амплитуды b (60), (61) ($x'_{res} = x'_{(b)res}$, $\delta'^2_{res} = \delta'^2_{fres}$). Пунктирные линии отвечают резонансу амплитуды a (40) ($x'_{res} = x'_{(a)res}$, $\delta'^2_{res} = \delta'^2_{ires}$).

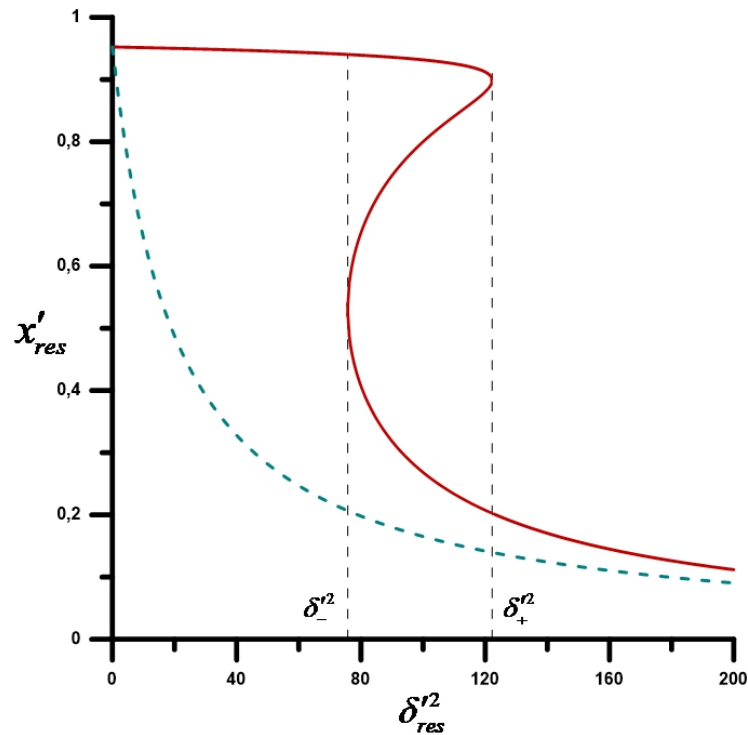


Рис. 5 Зависимость резонансной частоты спонтанного фотона от его угла вылета (параметра δ'^2_{res}) в области значений параметра $\varepsilon_i > 8$. Кривые приведены для $\varepsilon_i = 20$. Сплошная кривая отвечает резонансу амплитуды b (54) ($x'_{res} = x'_{(b)res}$, $\delta'^2_{res} = \delta'^2_{fres}$). Пунктирные кривые отвечают резонансу амплитуды a (40) ($x'_{res} = x'_{(a)res}$, $\delta'^2_{res} = \delta'^2_{ires}$)

Выводы

Изучена резонансная кинематика, стимулированного лазерным полем процесса спонтанного тормозного излучения ультрарелятивистского электрона на ядре, когда электрон вначале рассеивается на ядре, а затем излучает спонтанный фотон. Показано, что имеются области, в которых для данного угла вылета спонтанного фотона существует три возможных значения его частоты. Это имеет как и фундаментальное, так и прикладное значение.

Публикации по теме научно-квалификационной работы

1. Roshchupkin S. P. Resonant high-energy bremsstrahlung of ultrarelativistic electrons in the field of a nucleus and a weak electromagnetic wave / Dubov A., Dubov V.V., Roshchupkin S.P. // Laser Physics Letters, 045301 — 2020. — V. 17, — № 4.
2. Roshchupkin S.P. Resonant effects in the spontaneous bremsstrahlung process of ultrarelativistic electrons in the fields of a nucleus and a pulsed light wave / Dubov A., Dubov V.V., Roshchupkin S.P. // Laser Physics Letters, 045301 — 2021. V. 18, № 4.
3. Berdnikov A. Ya. An analysis of ϕ meson production in the collisions of proton beams with aluminum and gold nuclei at energies of 200 GeV, St / Mitrankova M.M., Bannikov E.V., Berdnikov A.Ya., Berdnikov Ya.A., Dubov A.V., Kotov D.O., Mitrankov M.Iu. // Petersburg Polytechnical State University Journal. Physics and Mathematics — 2021. V. 14, № 3 — P. 150 - 159.
4. Roshchupkin S.P. The Resonant Bremsstrahlung of Ultrarelativistic Electrons on a Nucleus with Radiation of Hard Gamma-Quanta in the Presence of a Pulsed Field of the X-ray Pulsar / Dubov A., Dubov V.V., Roshchupkin S.P. // Universe — 2020. V. 6, № 9 — P. 143.
5. Roshchupkin S.P. Resonant emission of hard gamma-quanta at scattering of ultrarelativistic electrons on a nucleus within the external light field / Dubov A., Dubov V.V., Roshchupkin S.P. // Modern Physics Letters A, 2040024 — 2020. — V. 35, — № 03.
6. Roshchupkin S.P. Spontaneous bremsstrahlung of ultrarelativistic electrons within the resonant conditions in the field of a nucleus and external electromagnetic field / Dubov A., Dubov V.V., Roshchupkin S.P. // 2019 IEEE 8th International Conference on Advanced Optoelectronics and Lasers (CAOL) — 2019. — P. 207 - 211.
7. Roshchupkin S.P. The appearances of the resonant spontaneous emission of ultrarelativistic electrons in the field of a nucleus and a laser / Dubov A., Dubov V.V., Roshchupkin S.P. // Journal of Physics: Conference Series, 012073 — 2019.

V. 1236, — № 1.

8. Roshchupkin S.P. Resonant Parametric Interference Effect at Quantum Electrodynamics Processes in the Field of Two Pulsed Laser Waves / Dubov A., Dubov V.V., Roshchupkin S.P. // International Conference Laser Optics (ICLO) — 2018, — P. 243 - 243.
9. Roshchupkin S.P. Fundamental physical features of resonant spontaneous bremsstrahlung radiation of ultrarelativistic electrons on nuclei in strong laser fields / Roshchupkin S.P., Dubov A.V., Dubov V.V., Starodub S.S. // New Journal of Physics, 013020 — 2022, — V. 24, — № 1.
10. Roshchupkin S.P. Resonant production of high-energy electron-positron pairs and gamma quanta in the quantum electrodynamics processes in strong laser fields / Roshchupkin S.P., Dubov V.V., Dubov A., Doroshenko D.V., Larin N.R., Sizykh G.K., Serov V.D. // High Power Lasers and Applications 11777, — 2021, — P. 40 - 55.
11. Roshchupkin S.P. Resonant Laser-Assisted Process of Ultrarelativistic Electrons Bremsstrahlung in the Field of a Nucleus / Dubov A., Dubov V.V., Roshchupkin S.P. // Plasma Physics Reports — 2020, — V. 46, — № 3, — P. 252-258.
12. Roshchupkin S.P. Resonant Spontaneous Bremsstrahlung of Ultrarelativistic Electrons in the Field of a Nucleus and a Laser Wave / Dubov A., Roshchupkin S.P. // Photonics & Electromagnetics Research Symposium-Spring (PIERS-Spring) — 2019, — P. 4226 - 4232.
13. Рошчупкин С.П. Влияние квантового транспорта неупруго рассеянных электронов в легированных материалах на электрофизические свойства / ВВ Дубов, ВВ Кораблев, АВ Дубов, СП Рошчупкин // Современные материалы и передовые производственные технологии (СМПТТ-2019) — 2019, — P. 127.
14. Starodub S. S. Fundamental physical features of resonant spontaneous bremsstrahlung radiation of ultrarelativistic electrons on nuclei in strong laser fields / Dubov A., Dubov V.V., Roshchupkin S.P., Starodub S.S. // New Journal of Physics, 013020 — 2022. V. 24, № 1.
15. Starodub S. S. Radiation of High-Energy Gamma Quanta by Ultrarelativistic

Electrons on Nuclei in Strong X-ray Fields / Dubov A., Dubov V.V., Roshchupkin S.P., Starodub S.S. // Universe — 2022. V. 8, № 4. P. 218.

16. Roshchupkin S. P. Resonant spontaneous bremsstrahlung in the scattering of ultrarelativistic electrons on nuclei in a strong light field / Dubov A., Dubov V.V., Roshchupkin S.P., Starodub S.S. // Journal of Physics: Conference Series, 012003 — 2022, V. 2249, № 1.
17. Starodub S. S. The possibility of creating narrow beams of high-energy gamma quanta in the process of resonant spontaneous bremsstrahlung radiation of ultrarelativistic electrons on nuclei in strong electromagnetic fields / Dubov A., Dubov V.V., Roshchupkin S.P., Starodub S.S. // Physica Scripta, 105302 — 2022. V. 97, № 10.