

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт электроники и телекоммуникаций
Высшая школа прикладной физики и космических технологий

На правах рукописи

Лавренюк Илья

**Алгоритмы с обратной связью по решению для приёма спектрально-
эффективных сигналов при скоростях передачи данных выше барьера Найк-
виста**

Направление подготовки 11.06.01 «Электроника, радиотехника и системы
связи»

Код и наименование

Направленность 11.06.01_01 «Радиотехника, в том числе системы и устрой-
ства телевидения»

Код и наименование

НАУЧНЫЙ ДОКЛАД

об основных результатах научно-квалификационной работы (диссертации)

Автор работы: Лавренюк Илья
Научный руководитель: д.т.н., профессор,
Макаров Сергей Борисович

Научно-квалификационная работа выполнена в ВШ Института электроники и телекоммуникаций федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Директор высшей школы: *Гельгор Александр Леонидович,
к. т. н., доцент*

Научный руководитель: *– Макаров Сергей Борисович,
д. т. н., профессор*

Рецензент: *– Шипицын Александр Александрович, к. т. н., ООО «Специальный Технологический Центр», ведущий инженер*

С научным докладом можно ознакомиться в библиотеке ФГАОУ ВО «Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого» и на сайте Электронной библиотеки СПбПУ по адресу: <http://elib.spbstu.ru>

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы

Одним из направлений развития современных сетей беспроводного широкополосного доступа является увеличение скорости передачи данных и повышения спектральной эффективности системы связи. Мысли о повышении спектральной эффективности постоянно занимали специалистов, и порой приводили к весьма экстравагантным методам передачи сигналов, которые, казалось, нарушали постулаты, определенные Шенноном. Как следует из анализа потенциальных возможностей непрерывных каналов, при условии ограничения полосы используемых частот даже в оптимальных (по Шеннону) системах достижение указанных значений спектральной эффективности сопряжено с резким ростом энергетических затрат. В существующих системах никогда не удастся обеспечить граничные значения эффективности, определяемые формулой Шеннона для пропускной способности канала. Приближение к этой границе связано с увеличением объема канального алфавита с применением методов помехоустойчивого кодирования. Помехоустойчивость приема дискретных сообщений в таких условиях достаточно хорошо изучена в основном применительно к классическим сигналам с прямоугольной формой огибающей. Важным резервом в повышении спектральных и энергетических показателей цифровых беспроводных телекоммуникационных систем является использование **спектрально-эффективных сигналов**, имеющих сглаженную форму огибающей и компактный энергетический спектр занимаемых частот. Разумеется, такое определение является весьма общим. Любые сигналы, которые имеют ограничение спектра можно трактовать, как спектрально-эффективные. Например, под это определение подпадают, например, сигналы, получаемые с помощью линейного фильтра, используемого для формирования требуемого спектра сигналов (например, фильтров с амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) вида приподнятого косинуса), что является первичным. Форма огибающей (квадратурных составляющих комплексной огибающей) получается, как вторичный результат преобразования полученного спектра. При использовании это-

го метода возможно получение форм спектрально-эффективных сигналов, в том числе и сигналов со сверхкомпактным спектром. Длительность таких сигналов зависит от полосы прозрачности фильтра и формы АЧХ. Варьировать изменение комплексной огибающей сигналов в определенных границах можно путем подбора вида линейного фильтра и формы их АЧХ, но не напрямую.

К спектрально-эффективным сигналам относятся и так называемые *FTN* сигналы (англ.- faster than Nyquist). Такие сигналы строятся на базе известных решений амплитудных импульсов, применяемых в системах связи с линейной модуляцией, а особенность заключается в дополнительном увеличении символьной скорости передачи информации, при которой нарушается принцип ортогональности в последовательности передаваемых сигналов, и тем самым, возникает дополнительное взаимное влияние сигналов друг на друга, которое называют межсимвольной интерференцией (МСИ). В результате, при приёме сигналов *FTN* возникает дополнительная помеха, с которой необходимо бороться с применением соответствующих алгоритмов. Использование методик приёма, оптимальных для традиционных ортогональных сигналов с линейной модуляцией, не является эффективным для приёма неортогональных *FTN* сигналов и демонстрируют проигрыш в помехоустойчивости, и, как следствие, в энергетической эффективности системы связи.

С точки зрения практического использования подобного подхода к повышению спектральной эффективности систем связи основным препятствием и ограничением является крайне высокая вычислительная сложность существующих алгоритмов приёма подобных *FTN* сигналов. Как следствие, существует необходимость в разработке и исследовании новых алгоритмов приёма, обеспечивающих компромисс между энергетической эффективностью подобной системы и вычислительной сложностью реализации приёма сигналов с искусственной интерференцией.

Цель и задачи исследования. Цель работы заключается в разработке методов и алгоритмов с обратной связью по решению для повышения помехоустойчивости когерентного и некогерентного приема спектрально-эффективных сигналов при скоростях передачи данных выше предела Найквиста в условиях существенной

межсимвольной интерференции. Для достижения указанной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Получить алгоритмы с обратной связью по решению для когерентного и некогерентного приема спектрально-эффективных сигналов при скоростях передачи данных выше барьера Найквиста и определить зависимости вероятности ошибок от интервалов наблюдения;
2. Оценить влияние эффекта группирования ошибок на помехоустойчивость приема при использовании алгоритмов с обратной связью по решению;
3. Провести имитационное моделирование системы передачи данных с помощью *FTN* сигналов в каналах с аддитивным шумом;
4. Получить оценки вычислительной сложности предложенных алгоритмов с обратной связью по решению для когерентного и некогерентного приема *FTN* сигналов;
5. Осуществить сравнение помехоустойчивости приема спектрально-эффективных сигналов при скоростях передачи данных выше барьера Найквиста при использовании алгоритмов приема «в целом» и алгоритмов с обратной связью по решению.

Научная новизна работы заключается в следующем:

В работе дана оценка помехоустойчивости приема последовательностей сигналов с искусственной интерференцией при использовании алгоритмов когерентной и некогерентной обработки с обратной связью по решению с выбором оптимальных значений интервала наблюдения при повышенных скоростях передачи сообщений $R > 1/T$.

Показано, что при использовании алгоритмов когерентной и некогерентной обработки с обратной связью по решению и оптимизацией интервала наблюдения удастся обеспечить устойчивый прием двоичных сигналов с искусственной интерференцией вплоть до символьных скоростей передачи, превосходящих предел Найквиста в несколько раз.

Оптимальные значения интервала наблюдения для широкого диапазона скоростей передачи зависят от длительности формирующих импульсов, но мало зависят

от скорости передачи, как в случае использования алгоритмов когерентного, так и некогерентного приема.

Для сигналов, полученных на основе импульсов вида корень квадратный из приподнятого косинуса показано, что эффект группирования ошибок, приводящий к резкому снижению помехоустойчивости приема, начинает сказываться при определенных скоростях передачи (в частности, выше $R=1.42/T$) в области малых значений отношений сигнал-шум и более явно выражен при использовании алгоритмов когерентной обработки.

При использовании алгоритмов обработки с обратной связью по решению наблюдается умеренный энергетический проигрыш по сравнению с алгоритмом приема сигнальных последовательностей «в целом», который можно значительно уменьшить, используя оптимальный интервал наблюдения.

При этом, с точки зрения вычислительной сложности алгоритм приема с обратной связью по решению и оптимизацией интервала наблюдением является значительно более эффективным и может быть реализован на базе существующих программируемых систем.

Апробация работы. Основные положения работы обсуждены на международных и всероссийских научно-практических конференциях:

- Международная конференция «*International Conference on Next Generation Teletraffic and Wired/Wireless Advanced Networks and Systems, NEW2AN*», 2018 г., 2019 г., 2020 г., 2021 г.;
- Международная конференция «*International Symposium on Consumer Technologies, ISCT*», 2018 г.;
- Международная конференция «*11th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops, ICUMT*», 2019 г.;
- Международная конференция «*IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics, EExPolytech*», 2019 г., 2021 г.;
- Международная конференция «*International Youth Conference on Electronics, Telecommunications, and Information Technologies, YETI*», 2021 г.;

Публикации. По теме диссертационного исследования опубликовано 20 работ, в том числе 3 статьи в изданиях, рекомендованных ВАК РФ; 17 статей в изданиях, входящих в базы данных Scopus и Web of Science.

Структура работы.

Работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка опубликованных работ, используемой литературы и приложений.

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и задачи исследования, описана научная новизна, показаны теоретическая и практическая значимость, изложены основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе рассмотрено представление последовательностей спектрально-эффективных сигналов с линейной модуляцией и управляемой межсимвольной интерференцией, а также их энергетические и спектральные характеристики.

Вторая глава посвящена выводу и анализу алгоритмов когерентного и некогерентного приёма сигналов при скоростях передачи выше предела Найквиста, а также исследованию применимости предложенных алгоритмов при использовании обратной связи по решению и наличии оптимизации интервала наблюдения для приёма сигналов с управляемой межсимвольной интерференцией. Особенностью предложенных алгоритмов является возможность значительного повышения помехоустойчивости приёма сигналов по сравнению с поэлементным приёмом при незначительном росте вычислительной сложности.

В третьей главе представлены результаты имитационного моделирования системы, построенной на основе сигналов с управляемой межсимвольной интерференцией при использовании предложенных алгоритмов приёма. Определено оптимальное по критерию минимизации средней вероятности символьной ошибки значение интервала наблюдения для различных форм сигналов при использовании приёма с обратной связью по решению для канала с аддитивным белым гауссовским шумом. Получены оценки помехоустойчивости приёма для FTN сигналов, построенных на основе формирующих фильтров вида корень квадратный из приподнятого косинуса, для различных параметров формирующих фильтров и символьных скоростей передачи.

Объектом исследования являются спектрально-эффективные *FTN* сигналы. **Предметом исследования** в работе являются помехоустойчивость приёма алгоритмов с обратной связью по решению применительно к сигналам с управляемой межсимвольной интерференцией.

Основные методы исследования, применяемые в работе:

1. методы теории вероятностей и математической статистики;
2. методы вычислительной математики и программирования;
3. имитационное моделирование проводилось в среде MATLAB.

Представление работы

1. Спектрально-эффективные сигналы и их характеристики.

Одним из путей повышения спектральных и энергетических показателей цифровых беспроводных телекоммуникационных систем является использование спектрально-эффективных сигналов, имеющих сглаженную форму огибающей и компактный энергетический спектр занимаемых частот. Такие сигналы могут иметь длительность как равную передаваемому биту сообщения, так и быть значительно больше. Очевидно, что с увеличением длительности сигналов происходит с одной стороны сужение спектра, а с другой - появляется межсимвольная интерференция (МСИ), вызванная увеличением длительности сигнала (управляемая интерференция). Случайные последовательности таких сигналов при скоростях передачи выше барьера Найквиста имеют значительную величину межсимвольной интерференции, что приводит к резкому снижению качества приема информации. Спектрально-эффективные сигналы могут формироваться несколькими способами. Наиболее известным является метод узкополосной фильтрации, заключающийся в том, что последовательность сигналов с традиционными видами модуляции, пропускается через узкополосный фильтр. Происходит ограничение спектра и рост длительности сигналов. В этом случае появляется неуправляемая межсимвольная интерференция. Этому недостатка лишен метод формирования финитных во времени сигналов различной длительности, позволяющий получить управляемую межсимвольную интерференцию. Этим же методом можно получить оптимальные сигналы с управляемой межсимвольной интерференцией.

1.1 Представление последовательности сигналов на выходе формирующего фильтра.

Рассмотрим комплексную огибающую $y(t)$ последовательности сигналов на выходе формирующего фильтра:

$$y(t) = \sum_n d_n a(t - nT_0),$$

где $d_n \in C$ соответствует n -ому комплекснозначному (в общем случае) модуляционному символу, выбираемому из алфавита C , а функция $a(t)$ (амплитудный импульс)

соответствует сигналу на выходе формирующего низкочастотного фильтра. Символьная скорость в таком случае равна $R = 1/T_0$. При использовании фильтра с идеальной прямоугольной формой амплитудно-частотной характеристики и с полосой прозрачности $\Delta F = 1/2T_0$ возможна передача двоичных сообщений без влияния межсимвольной интерференции в отсчетных точках $t_i = kT_0$. Это называется барьером Найквиста. При увеличении скорости передачи выше этого барьера межсимвольная интерференция появляется и существенно снижает помехоустойчивость приема.

Хотя применение фильтра с прямоугольной частотной характеристикой обеспечивает возможность передачи информации без межсимвольной интерференции с максимальной скоростью в ограниченной полосе частот (и, как следствие, с максимальной спектральной эффективностью), на практике реализация формирующего фильтра с идеальной нефинитной импульсной характеристикой вида $\sin(x)/x$ оказывается невозможна, а усечение характеристики во времени ведёт к росту внеполосных излучений в спектре. Поэтому зачастую в качестве формирующего фильтра используются фильтры (RC) с частотной характеристикой:

$$H_{RC}(f) = \begin{cases} T_0, & |f| \leq \frac{1-\beta}{2T_0} \\ 0, & |f| > \frac{1-\beta}{2T_0} \\ \frac{T_0}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{\pi T_0}{\beta} \left(|f| - \frac{1-\beta}{2T_0} \right) \right) \right), & \text{иначе} \end{cases}$$

Полоса пропускания такого формирующего фильтра определяется выражением $2(1+\beta)\Delta F$, где β соответствует коэффициенту скругления, который определяет избыточную полосу. RC-формирующий фильтр с коэффициентом $\beta = 0$ соответствует прямоугольному формирующему фильтру. Кроме того, для обеспечения возможности использования идентичных формирующего и согласованного фильтров в передатчике и приемнике, и при этом сохранения критерия Найквиста, обычно используется формирующий фильтр вида *корень квадратный* из приподнятого косинуса,

имеющий частотную характеристику $H_{RRC}(f) = \sqrt{H_{RC}(f)}$. Импульсная характеристика $s_{RRC}(t)$ такого формирующего фильтра описывается выражением:

$$s_{RRC}(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T_0}} \left(1 - \beta + \frac{4\beta}{\pi} \right), & \text{для } t = 0 \\ \frac{\beta}{\sqrt{2T_0}} \left[\left(1 + \frac{2}{\pi} \right) \sin \left(\frac{\pi}{4\beta} \right) + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \cos \left(\frac{\pi}{4\beta} \right) \right], & \text{для } t = \pm \frac{T_0}{4\beta} \\ \frac{\sin \left(\frac{t\pi}{T_0} (1 - \beta) \right) + \frac{4\beta t}{T_0} \cos \left(\frac{t\pi}{T_0} (1 + \beta) \right)}{\frac{t\pi}{\sqrt{T_0}} \left(1 - \left(\frac{4\beta t}{T_0} \right)^2 \right)}, & \text{иначе} \end{cases}$$

Заметим, что сам импульс $s_{RRC}(t)$ не удовлетворяет вышеобозначенному критерию, однако при использовании формирующего и согласованного фильтров в единой системе, общий отклик такой системы будет удовлетворять критерию Найквиста.

Рассмотренные последовательности сигналов с линейной модуляцией и формирующими RC/RRC фильтрами получили наиболее широкое распространение в современных одночастотных системах связи благодаря простоте формирования/обработки и удовлетворения требованиям ограниченных по полосе каналов связи, а также требованиям к отсутствию МСИ. Разумеется, помимо RC/RRC фильтров находят применение и ряд других формирующих фильтров (например, с импульсными характеристиками, соответствующими дуобинарному импульсу, или импульсам, полученным в ходе решения различных оптимизационных задач).

Передача данных со скоростью выше предела Найквиста (англ. – faster than Nyquist) при применении фильтра с прямоугольной частотной характеристикой происходит при уменьшенной длительности символьного интервала ξT_0 , где $0 < \xi < 1$. В таком случае комплексная огибающая последовательности таких сигналов представлена в виде:

$$y(t) = \sum_n d_n s(t - n\xi T_0),$$

Использование таких сигналов позволяет достигать большей спектральной эффективности системы передачи информации за счёт повышения скорости передачи данных. Однако, при передаче со скоростью, которая превышает барьер Найквиста, в последовательности сигналов неизбежно возникает межсимвольная интерференция. В ряде публикаций для различных форм импульсов было продемонстрировано, что существует предел увеличения символьной скорости, вплоть до которого минимальное евклидово расстояние в последовательности сигналов остаётся неизменным. Такой предел получил наименование предела Мазо, и для нефинитного импульса вида $\sin(x)/x$ он оказался равен $0.802 \cdot T_0$, рис. 1.

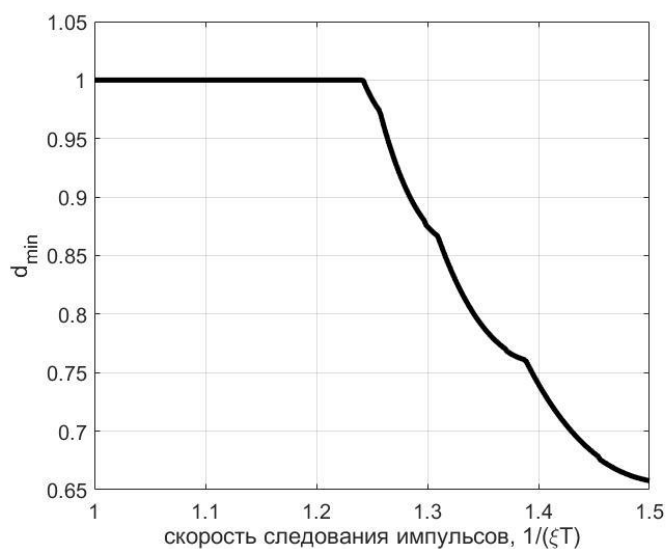


Рис.1 Зависимость минимального евклидова расстояния от скорости следования для импульсов вида $\sin(x)/x$

Фактически, это означает отсутствие деградации помехоустойчивости приёма из-за появления МСИ при использовании определённых алгоритмов приёма, учитывающих эту самую МСИ.

1.2 Последовательности сигналов на основе RRC импульсов с фазовой манипуляцией

Пусть сигнал $s_r(t)$ с произвольной формой амплитудного импульса $a(t)$, имеющий максимальное значение A_0 и несущую частоту f_0 , существует на временном интервале длительности $T_s = LT$ ($L > 1$) и описывается выражением:

$$s_r(t) = A_0 a(t) d_r^{(0)} \cos(2\pi f_0 t), \quad (1)$$

где $d_r^{(0)}$ – значение модуляционного символа на интервале времени от 0 до T передачи одного бита сообщения: для двоичной фазовой модуляции $d_r^{(0)} = \pm 1$, $r = 1, 2$.

Тогда случайную последовательность, состоящую из N сигналов (1), для произвольной скорости передачи сообщений запишем как:

$$y(t) = A_0 \sum_{n=0}^{N-1} a(t - \xi n T) d_r^{(n)} \cos(2\pi f_0 t). \quad (2)$$

Случайная последовательность (2) обеспечивает передачу двоичных данных со скоростью $R = \frac{1}{\xi T}$, $0 < \xi \leq 1$. Амплитудный импульс $a(t)$ определяет основные спектральные и корреляционные свойства, а также пик-фактор случайной последовательности (2).

Помехоустойчивость приёма сигналов (2) длительностью $T_s = LT$, $L > 1$ зависит как от их корреляционных свойств, так и от выбранного алгоритма обработки. Кроме того, при передаче сигналов со скоростью $R = \frac{1}{\xi T}$ ($0 < \xi \leq 1$) выше предела Найквиста в последовательности (2) возникает не только МСИ, но и с уменьшением параметра ξ изменяется пиковая мощность последовательности и, как следствие, пик-фактор колебаний. В частности, на рис. 2 а), б) приведены кривые зависимости вероятности превышения мгновенной мощности над средней мощностью для последовательностей вида (2) с использованием импульсов вида *корень квадратный из приподнятого косинуса* (root-raised cosine, RRC-импульсы). Такие сигналы получаются с помощью фильтра нижних частот с амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) с коэффициентом скругления β , который может принимать значения: $1 > \beta > 0$. Из рисунка видно, что значение пик-фактора зависит как от параметра ξ , соответствующего увеличению символьной скорости, так и от вида самого импуль-

са, и может как расти, так и уменьшаться в зависимости от комбинаций этих параметров.

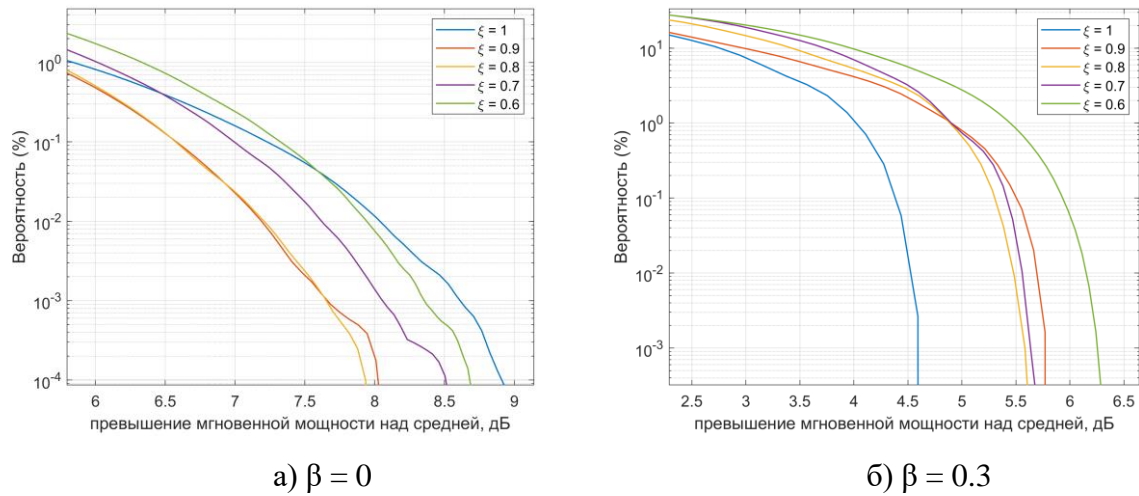


Рис.2 Зависимость вероятности превышения мгновенной мощности относительно средней мощности для последовательности сигналов с МСИ построенных на основе RRC фильтров для различных коэффициентов уплотнения ξ

На рис. 3 графически показаны нормированные формы RRC-импульса в виде функции $a(t)$ для различных значений параметра скругления β АЧХ фильтра $|H(f)|^2$ для длительности импульса $T_s = 4T$ (рис. 2,а) и $T_s = 8T$ (рис. 2,б).

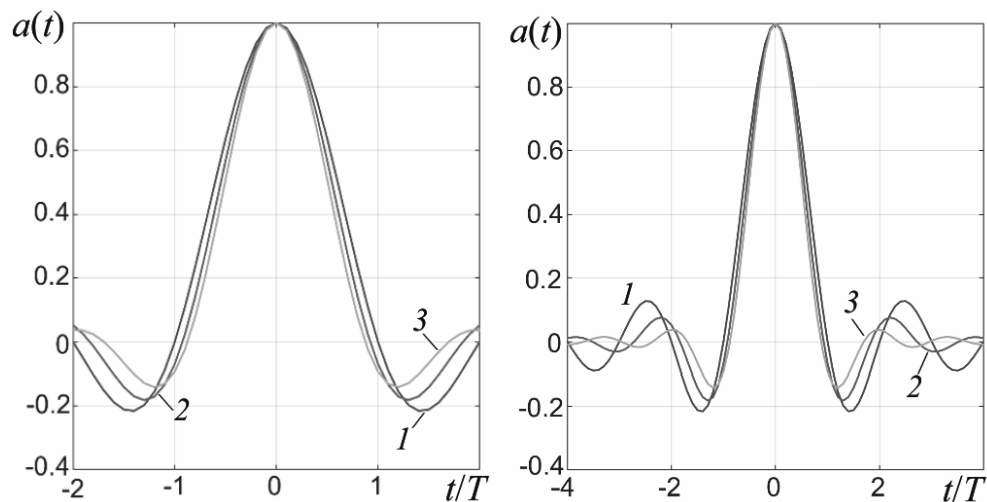


Рис.3 Нормированные формы RRC-импульса функции $a(t)$ для различных параметров скругления АЧХ для длительности импульса $T_s=4T$ (а) и $T_s=8T$ (б): 1 – $\beta = 0$; 2 – $\beta = 0.3$; 3 – $\beta = 0.5$

Отметим, что при $\beta = 0$ вид амплитудного импульса $a(t)$ совпадает с формой функции $\frac{\sin(x)}{x}$, имеет максимальные по амплитуде боковые лепестки и, соответственно, создает в последовательности (2) наибольший уровень МСИ.

На рис. 4, а) для длительности одиночного импульса $T_s = 12T$ и скорости передачи информации $R = \frac{1}{T}$ графически представлена последовательность двоичных сигналов, построенных на основе RRC-импульсов и соответствующих передаваемой последовательности информационных символов: 1,0,1,1, а также сам суммарный сигнал, соответствующий комплексной огибающей. На рис. 3, б) продемонстрирована та же последовательность сигналов, но при увеличенной скорости $R = \frac{1.25}{T}$.

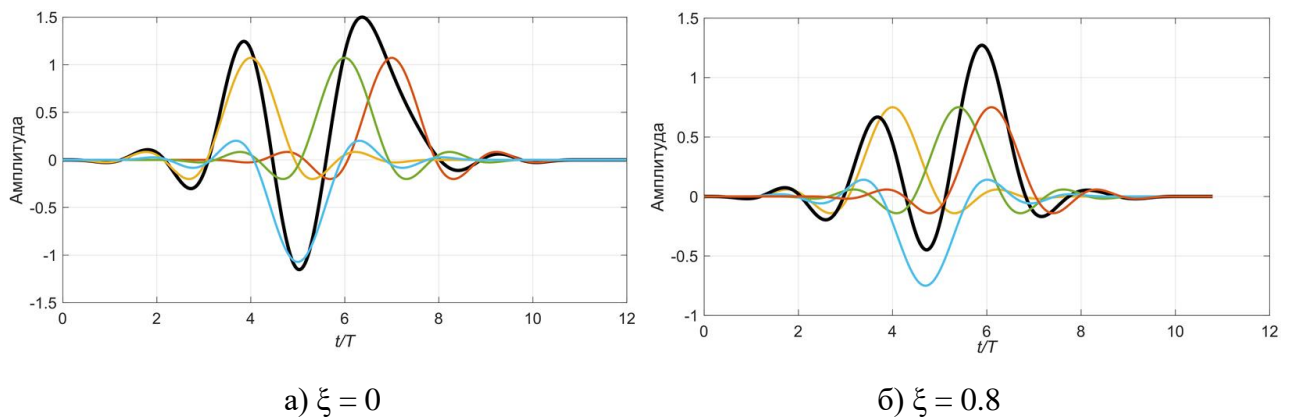


Рис.4 Графическое представление последовательности RRC-импульсов для различных коэффициентов уплотнения по времени ξ

В общем случае для двоичных сигналов межсимвольную помеху можно разделить на группу от предшествующих сигналов и от последующих сигналов, которые состоят из 2^L форм последовательностей, где L – глубина интерференции, которая зависит от параметра ξ и от длительности одиночного импульса T_s .

Также сигналы с управляемой интерференцией можно построить на *базе оптимальных амплитудных импульсов $a(t)$, полученных путем решения оптимизационной задачи*, сформулированной в зависимости от тех требований, которые накладываются на условия передачи сообщений по каналу связи.

Критерием оптимальности формы таких импульсов может служить, например, принцип выбора максимальной степени компактности энергетического спектра слу-

чайной последовательности сигналов или критерий максимальной концентрации энергии сигнала в занимаемой полосе частот ΔF , которая определяется по критерию концентрации 99% энергии сигнала. Хотя длительность таких сигналов, так же, как и при использовании найквистовских формирующих фильтров, превосходит интервал времени передачи T , МСИ в последовательности сигналов является не случайной, а управляемой. Управление уровнем этой интерференции происходит на этапе решения оптимизационной задачи путем введения ограничений на коэффициент взаимной корреляции.

На рис. 5 приведены в графическом виде результаты численного решения оптимизационной задачи поиска финитных во времени оптимальных импульсов с энергией E_s при использовании критерия концентрации 99% энергии сигнала в занимаемой полосе частот ΔF . На этом рисунке представлены формы функции $a(t)$ для коэффициента взаимной корреляции $K_0 = 0.1$ и $K_0 = 0.01$ для сигналов длительностью от $8T$ до $16T$. При решении оптимизационной задачи скорость передачи двоичных сообщений составляла $R = \frac{1}{T}$.

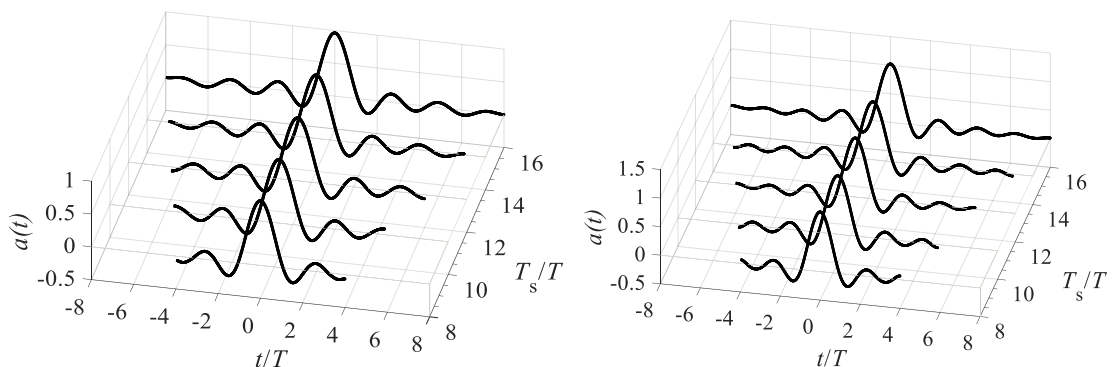


Рис. 5. Формы импульсов в виде функции $a(t)$ для коэффициента взаимной корреляции $K_0 = 0.1$ (а) и $K_0 = 0.01$ (б) для сигналов длительностью от $8T$ до $16T$

1.3 Спектральные характеристики

Энергетический спектр последовательности сигналов является основной спектральной характеристикой и определяется как:

$$G(\omega) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{NT_0} E \left\{ |S_N(\omega)|^2 \right\},$$

здесь $S_N(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} y_N(t) \exp(-j\omega t) dt$ - спектр усечённой N -элементной реализации,

а математическое ожидание $E\{|S_N(\omega)|^2\}$ определяется путём усреднения по всем возможным таким реализациям.

Получим выражение для энергетического спектра последовательности финитных импульсов длительности $T_s=LT$ с энергией E , следующих с символьной скоростью $1/\xi T$ Определим комплексную огибающую такой последовательности следующим образом:

$$y(t) = \sqrt{\xi E / T} \sum_{n=0}^{\infty} d_r^{(n)} a(t - n\xi T).$$

Множитель $\sqrt{\xi E / T}$ поддерживает постоянство средней мощности передачи случайной последовательности $y(t)$ при наличии межсимвольной интерференции (ISI) уровень которой возрастает при $\xi \rightarrow \infty$.

$$\begin{aligned} S_c(f) &= \int_{-T_s/2}^{N\xi T + T_s/2} y(t) \exp(-j2\pi ft) dt = \int_{-T_s/2}^{N\xi T + T_s/2} \sqrt{\xi E / T} \sum_{n=0}^N d_r^{(n)} a(t - n\xi T) \exp(-j2\pi ft) dt = \\ &= \sqrt{\xi E / T} \int_{-T_s/2}^{N\xi T + T_s/2} \sum_{n=0}^N d_r^{(n)} a(t - n\xi T) \exp(-j2\pi ft) dt. \end{aligned}$$

Изменим порядок интегрирования и суммирования (причём пределы интегрирования можно уточнить до интервала $[-T_s/2 + n\xi T, T_s/2 + n\xi T,]$):

$$S_c(f) = \sqrt{\xi E / T} \sum_{n=0}^N d_r^{(n)} \int_{-T_s/2 + n\xi T}^{T_s/2 + n\xi T} a(t - n\xi T) \exp(-j2\pi ft) dt.$$

Замена переменной $x=t - n\xi T$:

$$\begin{aligned} S_c(f) &= \sqrt{\xi E / T} \sum_{n=0}^N d_r^{(n)} \int_{-T_s/2}^{T_s/2} a(x) \exp(-j2\pi f(x + n\xi T)) dx = \\ &= F_a(f) \sqrt{\xi E / T} \sum_{n=0}^N d_r^{(n)} \exp(-j2\pi fn\xi T), \end{aligned}$$

где $F_a(f) = \int_{-T_s/2}^{T_s/2} a(x) \exp(-j2\pi fx) dx$ – спектр $a(t)$.

Энергетический спектр последовательности при стремлении N к бесконечности:

$$G(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N\xi T + T_s} m_1\{|S(f)|^2\},$$

где $S(f) = [S_c(f - f_0) + S_c^*(-f - f_0)]/2$ – спектр произвольной реализации конечной (состоящей из N членов) последовательности длительностью $N\xi T + T_s/2$ (4), а математическое ожидание $m_1\{|S(f)|^2\}$ определяется путём усреднения по всем возможным конечным последовательностям информационных символов.

С учётом относительной узкополосности рассматриваемых сигналов представим

$$G(f) = G_+(f) + G_-(f),$$

где

$$G_+(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{4(N\xi T + T_s)} m_1\{|S(f - f_0)|^2\},$$

$$G_-(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{4(N\xi T + T_s)} m_1\{|S(-f - f_0)|^2\},$$

Математическое ожидание:

$$m_1\{|S(f - f_0)|^2\} = |F_s(f)|^2 (\xi E / T_s) \sum_{n=0}^N \sum_{k=0}^N \exp(-j2\pi(f - f_0)(n - k)\xi T) m_1\{c_n c_k\}$$

Рассмотрим случай равновероятных и независимых информационных символов:

$$m_1\{c_n c_k\} = \begin{cases} 1, n = k \\ 0, n \neq k \end{cases}.$$

Таким образом энергетический спектр в области $f > 0$:

$$G(f) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{NT_s} m_1\{|S(f)|^2\} = \frac{\xi E}{T_s T} \left| \int_{-T_s/2}^{T_s/2} a(t) \exp(-j2\pi ft) dt \right|^2.$$

Таким образом, выражение для энергетического спектра сигнальной последовательности, передаваемой с увеличенной символьной скоростью отличается от энер-

гетического спектра сигнальной последовательности с ортогональной передачей нормировочным множителем ξ , который не влияет на ширину полосы занимаемых частот.

1.4 Оценка евклидова расстояния для последовательностей сигналов с управляемой интерференцией

Представленный в работе Мазо аналитический расчёт зависимости евклидова расстояния для последовательностей FTN от скорости передачи был произведён для формы $\sin(x)/x$ бесконечной длительности, т.е. для случая идеального прямоугольного спектра сигнала. В результате было продемонстрировано, что при передаче двоичных FTN сигналов, строящихся на базе идеального неусечённого импульса вида $\sin(x)/x$ способна достигать скоростей в ~ 1.25 раз выше по сравнению с классической схемой передачи ортогональных найквистовских сигналов без появления проигрыша в помехоустойчивости приёма. Разумеется, на практике реализация нефи- нитного сигнала $s(t)$ вида $\sin(x)/x$ кажется невозможной, и даже применение финит- ных сигналов, имеющих значительную протяжённость во времени может быть за- труднено в связи со сложностью в процедурах формирования таких сигналов и про- цессу их обработки. Большую распространённость в использовании нашли FTN сигналы, сформированные на основе вышеупомянутых импульсов вида корень квадратный из приподнятого косинуса (RRC), в частности, из-за того, что затухание таких сигналов во временной области происходит быстрее, чем у импульсов вида $\sin(x)/x$. При усечении во времени таких сигналов не происходит столь большого влияния на ВПИ спектра. В целом, можно осуществить оценку эффективности при- менения того или иного вида формирующих импульсов конечной длительности для формирования FTN сигналов путём анализа минимального евклидова расстояния.

Процедура получения зависимости евклидова расстояния от коэффициента сим- вольного уплотнения ξ выглядит следующим образом:

- 1) Генерируются последовательности символов c_n и w_n . Последовательности должны отличаться хотя бы в одной k -ой позиции;
- 2) для заданного значения параметра ξ происходит формирование сигналов, ко- торые соответствуют этим двум последовательностям символов:

$$y_c(t) = \sum_n c_n s(t - n\xi T) \text{ и } y_w(t) = \sum_n w_n s(t - n\xi T);$$

3) производится расчёт значения квадрата евклидова расстояния между двумя сигналами $y_c(t)$ и $y_w(t)$:

$$d_{c,w}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (y_w(t) - y_c(t))^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\sum_n w_n s(t - n\xi T) - \sum_n c_n s(t - n\xi T) \right)^2 dt;$$

Пусть $e_n = w_n - c_n$ будет соответствовать разностной последовательности между c_n

и w_n .

Тогда можно записать:

$$d_{w,n}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_n e_n s(t - n\xi T)^2 dt = \sum_n \sum_p e_n e_p \int s(t - n\xi T) s^*(t - p\xi T) dt = \sum_n \sum_p e_n e_p y((n - p)\xi T)$$

где $y((n - p)\xi T)$ – автокорреляционная функция импульса $s(t - n\xi T)$

4) В матричной форме полученное выражение имеет вид:

$$d_e^2 = e * Y * e^T$$

Y соответствует матрице, сформированной из значений автокорреляционной функции $Y = y((i - j)\xi T)$

5) Поиск минимального евклидова расстояния d_{min} сводится к перебору всех возможных реализаций разностных последовательностей. Из полученного множества значений евклидова расстояния находится наименьший элемент, который и будет являться значением минимального евклидова расстояния для заданного ξ .

Данная задача решается только численными методами, причём осуществить перебор всех разностных последовательностей не представляется возможным. Было показано, что в области больших значений ξ поиск d_{min} сводится к перебору периодических разностных последовательностей, в частности, было показано, что в области $0.5 < \xi < 1$ минимальное евклидово расстояние определяют периодические раз-

ностные последовательности различных длительностей. Таким образом, появляется возможность найти значения d_{min} для различных символьных скоростей, и в частности, определить предел Мазо для различных сигналов той или иной длительности.

На рис. 6 представлены зависимости квадрата минимального евклидова расстояния от символьной скорости для *FTN* сигналов вида корень из приподнятого косинуса с коэффициентами сглаживания $\beta = 0$ и $\beta = 0.3$.

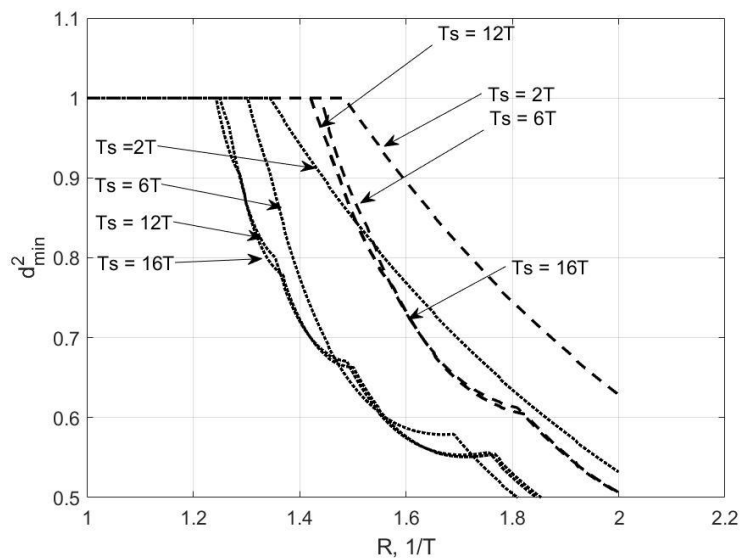


Рис. 6 Зависимость d_{min}^2 от скорости следования RRC импульсов с $\beta = 0$ (сплошная линия) и $\beta = 0.3$ (пунктирная линия)

1.5 Выводы. Из анализа свойств спектрально-эффективных сигналов можно сделать следующие выводы:

- При формировании спектрально-эффективных сигналов с помощью узкополосной фильтрации появляется межсимвольная интерференция, приводящая к возникновению случайной межсимвольной помехи.
- При использовании сигналов с увеличенной длительностью и известной формой амплитудного импульса появляется управляемая межсимвольная интерференция, которую можно учесть при выводе алгоритмов приема.
- Энергетический спектр случайной последовательности спектрально-эффективных сигналов произвольной длительности, определяется энергетическим спектром одиночных сигналов и не зависит от параметра увеличения символьной скорости ξ .

- При скоростях передачи сообщений выше барьера Найквиста появляющаяся межсимвольная интерференция приводит к деградации евклидова расстояния и снижению помехоустойчивости приема сообщений, но только при превышении определённого порога по символьной скорости, именуемого пределом Мазо.

Далее рассмотрим алгоритмы приема спектрально-эффективных сигналов.

2 Алгоритмы когерентного и некогерентного приёма с обратной связью по решению для сигналов с межсимвольной интерференцией

Среди множества оптимальных и подоптимальных алгоритмов приема для обработки спектрально-эффективных сигналов целесообразно использовать методы приема, позволяющие учесть знание формы амплитудных импульсов, которые определяют управляемую межсимвольную интерференцию. К таким алгоритмам в первую очередь относятся алгоритмы с обратной связью по решению.

Рассматривая алгоритмы демодуляции спектрально-эффективных сигналов основное внимание уделим методам когерентного и некогерентного приема. Использование методов когерентного приема в обычных условиях позволяют получить максимально возможную помехоустойчивость приема сообщений. В то же время при некогерентном приеме появляются определенные преимущества из-за отсутствия в демодуляторе системы фазовой автоподстройки.

2.1 Когерентный прием случайных последовательностей сигналов

Представим анализируемый процесс на входе приемного устройства в следующем виде:

$$r(t) = \mu s_r(t) + \mu y_-(t, i) + \mu y_+(t, q) + n(t), \quad (3)$$

где $n(t)$ – аддитивный белый гауссовский шум (АБГШ) со спектральной плотностью средней мощности $\frac{N_0}{2}$; μ – коэффициент передачи по каналу связи, который определяется уровнем замираний.

На интервале наблюдения T_A при приеме некоторого k -го по порядку следования сигнала вид двух последовательностей предшествующих $y_-(t, i)$ и последующих $y_+(t, q)$ сигналов зависит от скорости передачи $R = \frac{1}{\xi T}$ (параметра ξ). Индексы i и q обозначают номера конкретных комбинаций предшествующих I и последующих Q сигналов так, что, например, при использовании двоичного алфавита для $R = \frac{1}{T}$ имеем $i = 1, 2, \dots, 2^I$ и $q = 1, 2, \dots, 2^Q$.

Задавая значение $T = 1$ можно записать нормализованное значение скорости передачи как $R_H = \frac{1}{\xi}$ и выбрать в целочисленном виде число предшествующих $I = LR_H - 1$ и последующих $Q = LR_H - 1$ сигналов, попадающих в интервал наблюдения T_H . Тогда для $k = 0$ запишем выражения для последовательностей предшествующих $y_-(t, i)$ и последующих $y_+(t, q)$ сигналов в следующем виде:

$$y_-(t, i) = \sum_{p=-1}^{-(LR_H-1)} s_{ri}^{(p)}(t - p\xi T) = \sum_{p=-1}^{-(LR_H-1)} d_{ri}^{(p)} a(t - p\xi T) \cos(2\pi f_0 t), \quad (4)$$

$$y_+(t, q) = \sum_{p=1}^{LR_H-1} s_{rq}^{(p)}(t - p\xi T) = \sum_{p=1}^{LR_H-1} d_{rq}^{(p)} a(t - p\xi T) \cos(2\pi f_0 t), \quad (5)$$

где $d_{ri}^{(p)}$ и $d_{rq}^{(p)}$ – символы канального алфавита предшествующей i и последующей q комбинаций сигналов соответственно (при $Q = I = 1$ и $R = \frac{1}{T}$ эти символы можно записать как $d_i^{(p)}$ и $d_q^{(p)}$); индекс p – порядковый номер символа в передаваемой последовательности.

В выражении (5) записана комбинация сигналов, попадающая в интервал наблюдения T_H и являющаяся помехой при приеме. В условиях идеальной обратной связи, (т.е. когда произошла полная компенсация негативного влияния интерференции от всех предшествующих данному сигналов), можно уменьшить интервал $T_H < T_s$, сохранив начало интервала T_H , равным нулю. Таким образом появляется возможность уменьшить влияние (5) на прием сигналов при наличии МСИ.

Получим алгоритм поэлементного когерентного приема с обратной связью, предполагая, что все сигналы, следующие за анализируемым на текущем символьном интервале, являются дополнительной помехой и априорные сведения о форме реализации этой помехи не учитываются при обработке.

При записи функционала отношения правдоподобия учтем при принятии решения о номере k -ого по порядку следования символа решения о ранее переданных символах. При этом сохраним усреднение по последующим неизвестным символам. Тогда для M -ичного канального алфавита получим:

$$\begin{aligned} & \sum_{q=1}^{M^{L-1}} \exp \left(\frac{1}{N_0} \left(2\mu \int_0^{LT} r(t) (s_l(t) + y_-(t,i) + y_+(t,q)) dt - \mu^2 \int_0^{LT} (s_l(t) + y_-(t,i) + y_+(t,q))^2 dt \right) \right) > \\ & > \sum_{q=1}^{M^{L-1}} \exp \left(\frac{1}{N_0} \left(2\mu \int_0^{LT} r(t) (s_r(t) + y_-(t,i) + y_+(t,q)) dt - \mu^2 \int_0^{LT} (s_r(t) + y_-(t,i) + y_+(t,q))^2 dt \right) \right). \end{aligned}$$

Особенностью передаваемых сигналов является то, что временная характеристика импульса, в том числе и оптимального, имеет четко выраженный участок (равный, около $2T - 5T$ в зависимости от длительности T_s), на котором сосредоточена основная энергия сигнала, и достаточно протяженный участок с небольшой энергией на всей остальной длительности сигнала. Это дает возможность снизить влияние межсимвольной интерференции от сигналов, следующих после анализируемого, путем выбора интервала анализа меньше, чем T_s .

$$\begin{aligned} & \exp \left(\frac{1}{N_0} \left(2\mu \int_0^{T_n} r(t) (s_l(t) + y_-(t,i)) dt - \mu^2 \int_0^{T_n} (s_l(t) + y_-(t,i))^2 dt \right) \right) > \\ & > \exp \left(\frac{1}{N_0} \left(2\mu \int_0^{T_n} r(t) (s_r(t) + y_-(t,i)) dt - \mu^2 \int_0^{T_n} (s_r(t) + y_-(t,i))^2 dt \right) \right). \end{aligned}$$

Тогда раскладывая (6) в степенной ряд, ограничиваясь только первыми членами разложения, для сигналов с двоичной модуляцией, выберем интервал наблюдения $T_n < T_s$. Учитывая, что $s_1(t) = -s_2(t)$, получаем правило для принятия решения: l -й символ регистрируется, если выполняется неравенство

$$\int_0^{T_H} r(t)s_l(t)dt \underset{<}{>} \mu \int_0^{T_H} s_l(t)y_-(t,i)dt. \quad (6)$$

Как видно из выражения (6), значения корреляционного интеграла сравниваются с пороговым значением, зависящим от МСИ.

Этот же алгоритм (6) можно переписать в виде:

$$\int_0^{T_H} [r(t) - \mu y_-(t,i)]s_l(t)dt \underset{<}{>} 0. \quad (7)$$

В алгоритме (7) в подынтегральном выражении из принимаемого анализируемого процесса вычитается МСИ, вызванная сигналами, предшествующими данному. Если эту интерференцию не учитывать, то алгоритм (7) преобразуется в известный алгоритм поэлементного когерентного приема.

Полная компенсация указанной в алгоритме (7) МСИ возможна только при условии, что все символы канального алфавита, передаваемые предшествующими сигналами, приняты правильно. При ошибочно принятых символах МСИ будет усиливаться, что приведет к снижению помехоустойчивости приема. Однако, при больших отношениях сигнал/шум, указанный алгоритм приема с обратной связью по решению должен обеспечивать высокую достоверность обработки сигналов.

Рассмотрим представление (7) через низкочастотные квадратурные составляющие. Запишем $r(t)$ и $s_l(t)$ в виде:

$$r(t) = A_{rc}(t)\cos(2\pi f_0 t) - A_{rs}(t)\sin(2\pi f_0 t) \quad (8)$$

$$s_l(t) = A_{lc}(t)\cos(2\pi f_0 t) - A_{ls}(t)\sin(2\pi f_0 t) \quad (9)$$

С учетом (2) и (8) перепишем (7) в форме:

$$d_l^{(0)} \int_0^{T_n} A_{rc}(t)a(t)dt \underset{<}{>} \mu d_l^{(0)} \int_0^{T_n} a(t) \sum_{p=-1}^{-(LR_n-1)} d_{ri}^{(p)} a(t - p\xi T)dt. \quad (10)$$

Как видно из (10), алгоритм когерентного приема с обратной связью по решению предполагает сравнение результата корреляционной обработки сигнала на интервале его существования и сравнения этого результата с порогом, значение которого определяется величиной интерференции предыдущих комбинаций сигналов. Кроме того, уровень порога зависит от коэффициента μ передачи по каналу связи,

который определяется уровнем замираний. В алгоритме (10) предусмотрена обратная связь на глубину $(LR-1)$ символов. Разумеется, глубина обратной связи может изменяться и в зависимости от требований к аппаратной и программной реализации (10). Алгоритмы (7) и (10) могут быть выполнены на основе корреляторов или согласованных фильтров.

Рассмотрим структурную схему реализации на основе корреляторов, которая приведена на рис.7. Из анализируемого процесса $r(t)$ на входе приемного устройства с помощью фазовой (ФАПЧ) и символьной (СТС) тактовой синхронизации по преамбуле сообщения выделяется опорное колебание и тактовая частота синхронизации. Для реализации алгоритма (10) производится оценка коэффициента передачи канала μ в блоке «Оценка μ ». После переноса анализируемого процесса $r(t)$ на нулевую частоту и низкочастотной фильтрации от составляющих на удвоенной несущей частоте, происходит корреляционная обработка процесса $A_{rc}(t)$. На выходе решающего устройства «РУ» появляются оценки принятых символов $d_j^{(n)}$ канального алфавита. Эти оценки учитываются при выборе порога срабатывания решающего устройства по кольцу обратной связи. В это кольцо входят элементы задержки Z^{-k} ($k = 1, 2, \dots, L-1$) на время T для скорости передачи $R = 1/T$. При увеличении R число элементов задержки соответственно увеличивается. При построении кольца обратной связи необходимо иметь оценки коэффициентов взаимной корреляции передаваемых сигналов, входящие в (10). Для этого вычисляются коэффициенты $R_{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, L-1$). Они равны:

$$R_{(1)} = \int_0^{LT} a(t)a(t-T)dt; R_{(2)} = \int_0^{LT} a(t)a(t-2T)dt; \dots R_{(L-1)} = \int_0^{LT} a(t)a(t-(L-1)T)dt$$

Коэффициенты $R_{(i)}$ с учетом оценки μ добавляются в величину порога срабатывания решающего устройства. Это происходит с помощью коммутационных элементов K и сумматора.

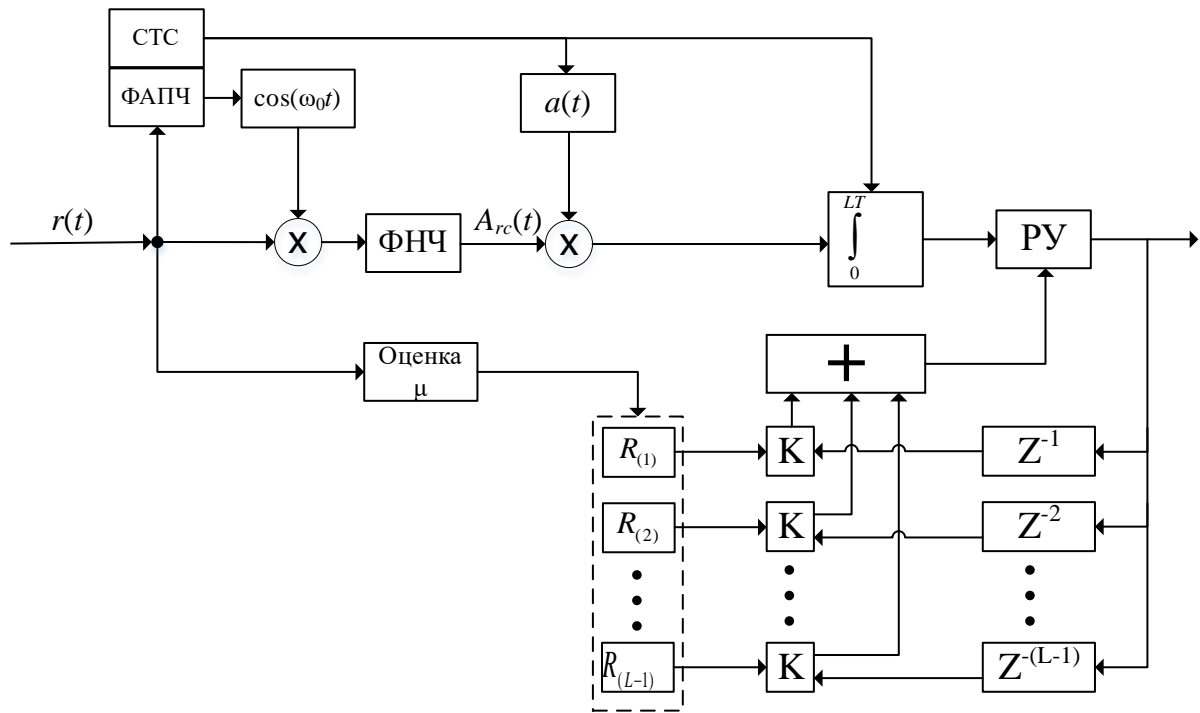


Рис.7 Структурная схема реализации алгоритма (10) приёма с обратной связью

Таким образом, в решающем устройстве (РУ) происходит сравнение результатов корреляционной обработки (см. (10)) с пороговым значением, величина которого меняется и зависит от принятых предыдущих символов. Разумеется, в интервал интегрирования будут попадать и части сигналов, следующих после анализируемого сигнала. Они будут являться помехой. Для уменьшения сложности реализации алгоритма приёма (10) можно регулировать глубину обратной связи по решению, учитывая не все предшествующие сигналы, оказывающие влияние на текущий анализируемый процесс, а только часть их. Блоки хранения коэффициентов $R_{(i)}$, коммутационные элементы К и элементы задержки Z^{-k} могут быть реализованы на основе цифрового устройства хранения данных, например на ПЛИС. Особое значение имеет вычисление параметра μ коэффициента передачи по каналу связи. Это особенно важно при приеме сигналов в условиях замираний. Простейшее устройство блока «Оценка μ » может быть выполнено на основе классической схемы автоматической регулировки усиления.

2.2 Некогерентный прием случайных последовательностей сигналов с дифференциальной фазовой модуляцией

При классическом определении сигналов с дифференциальной модуляцией (фазоразностной модуляцией; относительной фазовой модуляцией) значение передаваемого символа канального алфавита определяет не сам по себе элемент сигнала на интервале времени существования, а последовательность двух элементов на удвоенном интервале времени. Так, при $R=1/T$ для двоичного алфавита символ «1» соответствует передаче сигнала

$$s_1(t) = \left\{ \begin{array}{l} a(t) \cos(\omega_0 t); 0 < t < LT \\ a(t-T) \cos(\omega_0 t); T < t < LT + T \end{array} \right\}, a(t) \in [0; LT], \quad (11)$$

а символ «0»

$$s_2(t) = \left\{ \begin{array}{l} a(t) \cos(\omega_0 t); 0 < t < LT \\ -a(t-T) \cos(\omega_0 t); T < t < LT + T \end{array} \right\}, a(t) \in [0; LT]. \quad (12)$$

Амплитуда сигналов (11) и (12) определяется амплитудным импульсом $a(t)$. Метод дифференциальной модуляции можно рассматривать как обычную ФМ-2 со скачками фазы на 180 градусов, но при соответствующем предварительном кодировании последовательности символов канального алфавита. Действительно, если эту последовательность обозначить $b_r^{(1)}, b_r^{(2)}, b_r^{(3)}, \dots, b_r^{(k)}, \dots$, то после дифференциального кодирования имеем $c_r^{(1)}, c_r^{(2)}, c_r^{(3)}, \dots, c_r^{(k)}, \dots$, причем $c_r^{(k)} = c_r^{(k-1)} + b_r^{(k)} \pmod{2}$, где индекс r при двоичном алфавите равен 1 или 2 и для каждого символа является независимым. Тогда прием сигналов с дифференциальной модуляцией можно выполнить по тем же правилам, что и некогерентный прием сигналов с ФМ-2, но с соответствующим дифференциальным декодированием.

Алгоритмы некогерентного поэлементного приема, не учитывающие влияние межсимвольной интерференции (4) и (5) реализуют оптимальное некогерентное правило решения, при котором в моменты времени $t_j = n\xi T; j = n\xi$ принимается решение о приеме символа $d_r^{(n)}$ в последовательности сигналов (2). Рассмотрим

представление $x(t)$ и $s_l(t)$ в (4) через низкочастотные квадратурные составляющие.

Запишем $x(t)$ и $s_l(t)$ в виде:

$$x(t) = A_{xc}(t) \cos(\omega_0 t) - A_{xs}(t) \sin(\omega_0 t) \quad (13)$$

$$s_l(t) = A_{lc}(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) - A_{ls}(t) \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (14)$$

При приеме случайная начальная фаза колебания φ сохраняет свое значение на длительности двух элементов сигнала. Тогда можно показать, что при $R=1/T$, алгоритм некогерентного поэлементного приема при условии равномерного распределения случайной начальной фазы колебания φ в пределах от 0 до 180 градусов, будет иметь вид:

регистрируется символ «0» если выполняется неравенство:

$$\left[\int_0^{LT} x(t)a(t)\cos(\omega_0 t)dt + \int_T^{LT+T} x(t)a(t-T)\cos(\omega_0 t)dt \right]^2 + \left[\int_0^{LT} x(t)a(t)\sin(\omega_0 t)dt + \int_T^{LT+T} x(t)a(t-T)\sin(\omega_0 t)dt \right]^2 >$$

$$\left[\int_0^{LT} x(t)a(t)\cos(\omega_0 t)dt - \int_T^{LT+T} x(t)a(t-T)\cos(\omega_0 t)dt \right]^2 + \left[\int_0^{LT} x(t)a(t)\sin(\omega_0 t)dt - \int_T^{LT+T} x(t)a(t-T)\sin(\omega_0 t)dt \right]^2$$

Обозначим:

$$\int_0^{LT} x(t)a(t)\cos(\omega_0 t)dt = X_a,$$

$$\int_T^{LT+T} x(t)a(t-T)\cos(\omega_0 t)dt = X_b,$$

$$\int_0^{LT} x(t)a(t)\sin(\omega_0 t)dt = Y_a,$$

$$\int_T^{LT+T} x(t)a(t-T)\sin(\omega_0 t)dt = Y_b.$$

Тогда нетрудно получить следующее правило некогерентного приема:

$$X_a X_b + Y_a Y_b > 0 \quad (15)$$

Выражение (15) можно переписать иначе:

$$\frac{X_a}{Y_a} + \frac{Y_b}{X_b} > 0 \quad (16)$$

При использовании отношений функций в (16) для измерения фаз колебаний элементов сигнала, представим это правило в виде:

$$\arctg \frac{Y_a}{X_a} - \arctg \frac{Y_b}{X_b} < \pi \quad (17)$$

В принимаемом колебании $y_-(t, i)$ и $y_+(t, q)$, представляющие собой сигналы следующие до (4) и после (5) анализируемого, являются межсимвольной помехой и снижают общую эффективность приема сообщений. Алгоритм (17) по существу не предусматривает каких-либо мер борьбы с межсимвольной интерференцией. Качество приема можно улучшить, если при принятии решения о значении символа канального алфавита, учесть решения о принятых символах, передаваемых с помощью последовательности сигналов (4). Рассмотрим такой алгоритм с обратной связью по решению, считая, что (5) являются помехой. При таких условиях алгоритм приёма сигналов с фазоразностной модуляцией и управляемой МСИ переходит в следующую форму:

$$\int_0^{LT} [x(t) - y_-(t, i)]a(t)\cos(\omega_0 t)dt \int_T^{LT+T} [x(t) - y_-(t - T, i)]a(t - T)\cos(\omega_0 t)dt + \int_0^{LT} [x(t) - y_-(t, i)]a(t)\sin(\omega_0 t)dt \int_T^{LT+T} [x(t) - y_-(t - T, i)]a(t - T)\sin(\omega_0 t)dt > 0 \quad (18)$$

При получении этого алгоритма используется предположение, что все оценки $y_-(t, i)$ принятых до анализируемого сигналов правильные. Разумеется, при оценке помехоустойчивости приема эти оценки могут быть ошибочными, что будет приводить к увеличению вероятности ошибочного приема. Однако, при больших отношениях сигнал/шум, указанный алгоритм приема с обратной связью по решению должен обеспечивать высокую достоверность обработки сигналов. Заметим, что (18) может быть получена строго, если при выводе алгоритма поэлементного приема после усреднения по неизвестной начальной фазе колебания, учесть различие в энергиях последовательностей сигналов (4) и анализируемых сигналов.

В алгоритме (18) сигналы, следующие после анализируемого, $y_+(t, q)$ являются неустранимой межсимвольной помехой, вызванной наложением сигналов друг на

друга при длительности сигнала $T_s=LT$, и увеличенной скоростью передачи символов канального алфавита, определяемой как $R = 1/\xi T$ ($0 < \xi < 1$) в (2). Аналогично размышлениям для алгоритма когерентного приёма (7), снизить влияние $y_+(t, q)$ на помехоустойчивость приема анализируемого сигнала можно путем уменьшения интервала анализа $T_H < T_s$. Тогда можно частично скомпенсировать это влияние и выбрать оптимальное значение интервала анализа.

На рис. 8 показана обобщенная структурная схема устройства, реализующего некогерентный приём сигналов с обратной связью по решению. На вход демодулятора сигналов поступает анализируемый случайный процесс. На входе демодулятора происходит разделение $x(t)$ на две квадратурные составляющие в соответствии с (14). С выхода генератора (Γ) несущее колебание поступает на два перемножителя, причем на один – через фазовращатель на угол 90 градусов. На выходах перемножителей имеются фильтры нижних частот (ФНЧ), предназначенные для фильтрации колебаний с удвоенной частотой. Тактовая синхронизация и синхронизация времени прихода сигналов в устройстве некогерентного поэлементного приема с обратной связью по решению реализуется по преамбуле сообщения (на рисунке не показана).

С выходов ФНЧ квадратурные составляющие входного процесса поступают на входы согласованных фильтров через вычитающие устройства, к помощи которых выполняется операция вычитания из $x(t)$ межсимвольной помехи $y_-(t, i)$.

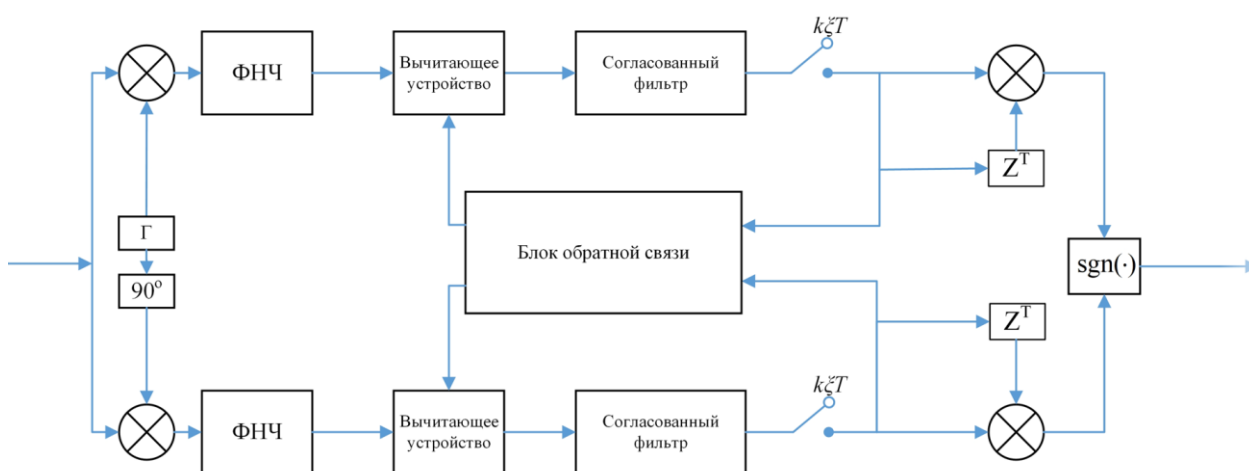


Рис.8 Обобщенная структурная схема устройства некогерентного приема с обратной связью по решению

Импульсный отклик $H(t)$ согласованного фильтра равен $H(t)=a(LT - t)$. С выходов согласованных фильтров через ключевые элементы отсчетные значения, соответствующие значениям интегралов в (18) поступают на блок обратной связи и на устройство сравнения результатов обработки элементов сигналов в соответствии с (18). На выходе решающего устройства, определяющего знак результата приема сигнала, появляется решение о передаваемом символе канального алфавита. В блоке обратной связи выполняется процедура вычисления функции $y_-(t,i)$ с учетом числа n в (4) предыдущих символов, попадающих в интервал анализа. При оптимизации (уменьшении) интервала анализа с целью снижения влияния $y_+(t,q)$ на качество приема сообщений, процедура вычисления $y_-(t,i)$.

2.3 Выводы.

Наличие межсимвольной интерференции требует значительного усложнения алгоритма приёма сигнала, поскольку при оценке каждого принимаемого символа необходимо учитывать влияние остальных символов в последовательности. Оптимальные алгоритмы приёма с точки зрения МП критерия, способные осуществлять демодуляцию в условиях МСИ, требуют большой производительности и используют большое количество памяти. В частности, алгоритм «приёма в целом» в общем случае требует хранить, а также осуществлять поиск по M^N последовательностей, где M – размер канального алфавита, а N – количество передаваемых символов в последовательности. Переход к эффективной реализации приёма в целом по алгоритму Витерби возможен, однако даже такой подход обладает ограниченностью в практическом применении из-за высокой вычислительной сложности.

С практической точки зрения использование алгоритмов приёма с обратной связью по решению кажутся перспективным подходом, особенно для решения задач приёма сигналов с управляемым и невысоким уровнем МСИ, так как, с одной стороны, обладают низкой сложностью реализации по сравнению с вышеописанными подходами «приёма в целом», и том числе могут быть реализованы на базе цифровых вычислителей, а с другой стороны, позволяют добиться значительного прироста

в помехоустойчивости приёма по сравнению с простым поэлементным приёмом сигналов с МСИ.

3. Имитационное моделирование системы связи на основе спектрально-эффективных сигналов и приёмом с обратной связью по решению

3.1 Структурная схема имитационной модели

Для верификации эффективности применения и оценки помехоустойчивости предлагаемых алгоритмов для приёма спектрально-эффективных сигналов было проведено имитационное моделирование в среде MATLAB. Структурная схема разработанной имитационной модели для проведения исследования приведена на рис.9.

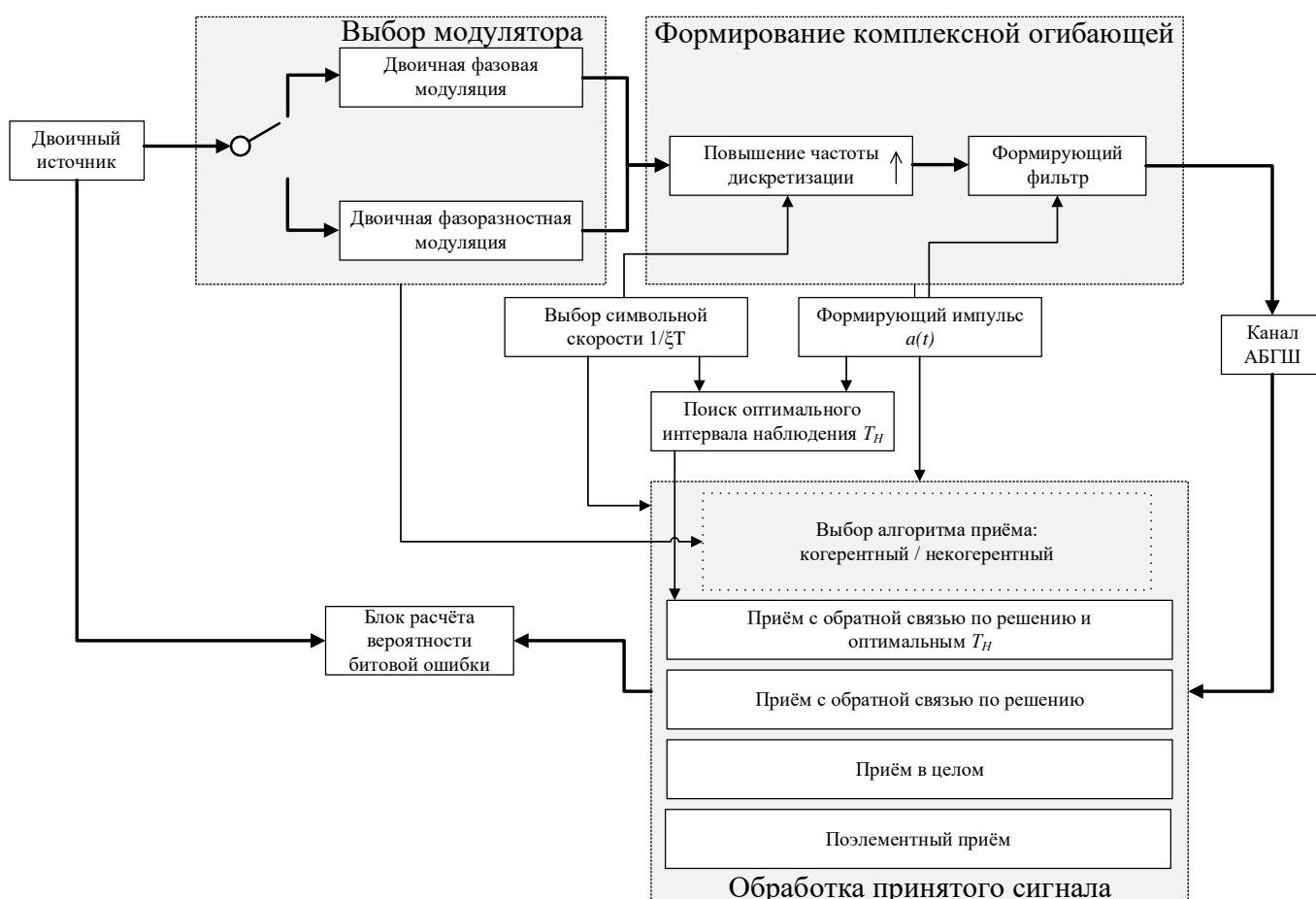


Рис.9 Структурная схема имитационной модели

В ходе моделирования источник информации порождает последовательность двоичных символов, которые поступают в блок модулятора. В зависимости от вида приёма (когерентного или некогерентного) двоичные данные проходят процедуру отображения либо на модуляционные ФМ-2 символы, либо поступают в блок дифференциальной (фазоразностной) ФМ-2 модуляции. После этого модуляционные

символы подаются на блок формирования комплексной огибающей последовательности сигналов в соответствие с выражением (2). В этом блоке осуществляется процесс повышения частоты дискретизации (для достижения заданной символьной скорости передачи) и процедура цифровой формирующей фильтрации с использованием импульса вида $a(t)$.

Форма импульса $a(t)$ и параметр символьной скорости $1/\xi T$ также используются в блоке «поиск оптимального интервала наблюдения», с помощью которого определяется значение такое значение T_H , которое минимизирует среднюю вероятность битовой ошибки при использовании алгоритма приёма с обратной связью по решению в канале с аддитивным белым гауссовским шумом.

Моделирование проводилось со следующими основными параметрами: размер последовательности сигналов $N=10^5$; количество дискретных цифровых отсчётов, приходящийся на один символьный интервал: 20; количество итераций работы модели для оценки одной точки битовой вероятности ошибки: не менее 10^2 . Значения остальных параметров варьировались и приведены в разделе 3.2.

3.2 Результаты моделирования

На рис.10 приведены зависимости вероятности ошибок (BER) от величины интервала наблюдения T_H при заданном отношении $h^2 = E_b / N_0 = 8 \text{ дБ}$. В качестве модуляционного RRC импульса взят импульс длительностью $T_s=4T$ при выборе параметра скругления амплитудно-частотной характеристики $|H(f)|^2$ фильтра $\beta=0$ (импульс вида $\sin(x)/x$); $\beta=0.3$ и $\beta=0.5$. Нормированная скорость передачи сообщений равна $R_H=1/\xi=1/0.8=1.25$. Как видно из этого рисунка, оптимальная величина интервала наблюдения равна $T_H = 2.3T$. Эта величина практически не зависит от параметров скругления амплитудно-частотной характеристики $|H(f)|^2$ фильтра, формирующего RRC импульс.

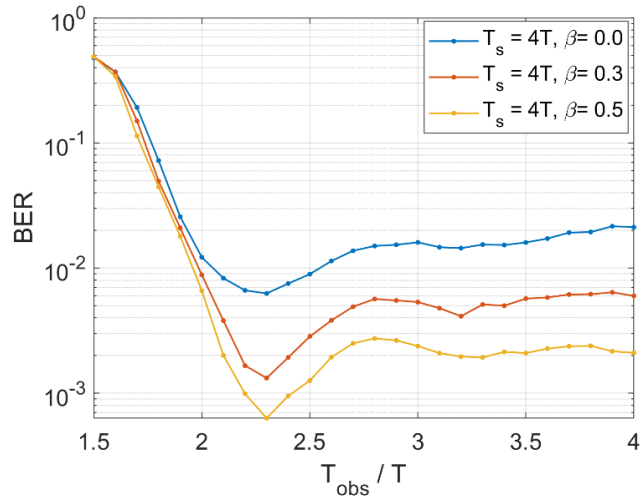


Рис.10 Зависимости вероятности битовых ошибок от размера интервала наблюдения для импульсов RRC с длительностью $T_s=4T$ и различными коэффициентами скругления β

Оценим величину интервала наблюдения при различных параметрах скорости передачи и скругления формы $|H(f)|^2$ формирующего фильтра. На рис.11 приведены зависимости BER от T_H/T для сигналов на основе RRC импульсов длительностью $T_s=8T$ при заданном отношении $E_b/N_0=8\text{дБ}$. На рис.11, а) приведены кривые для параметра скругления формы $|H(f)|^2$ $\beta=0.3$ при различных значениях нормированной скорости передачи сообщений равной $R_H=1/\xi=1/0.8=1.25$; 1.42 и 1.66. На рис. 11, б) приведены кривые для параметра скорости передачи $R_H=1/\xi=1/0.8=1.25$ при различных скруглениях формы $|H(f)|^2$ $\beta=0.0$; 0.3 и 0.5. Из анализа кривых на этих рисунках видно, что оптимальная величина интервала наблюдения равна $T_H=(4.2-4.3)T$. Она не зависит от скорости передачи сообщений и параметров скругления формы формирующего фильтра.

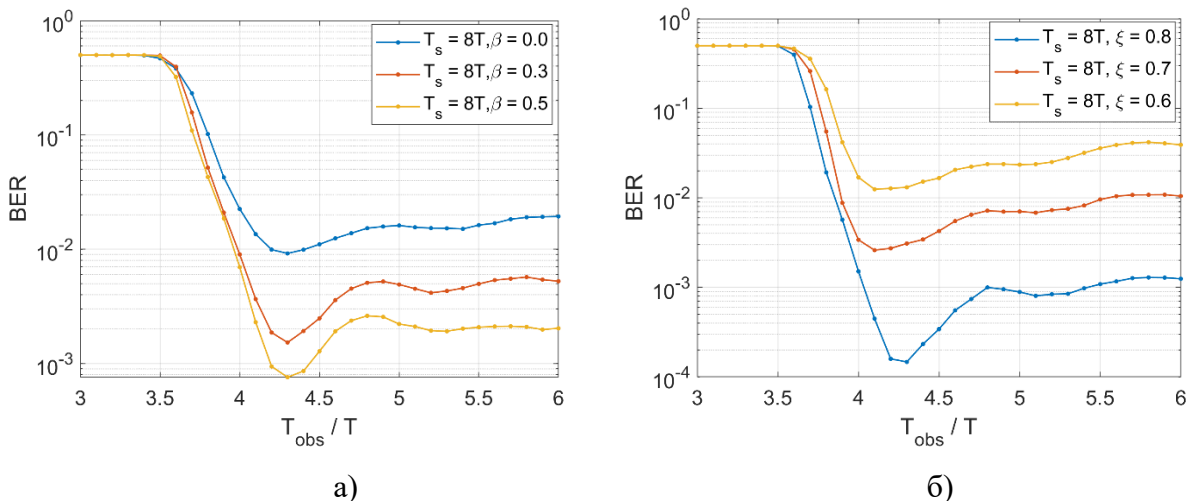


Рис.11 Зависимости вероятности ошибки от интервала наблюдения для различных параметров β и ξ для RRC импульсов длительности $8T$

Таким образом, на выходе блока «поиск оптимального интервала наблюдения» формируется значение оптимального интервала анализа для конкретного вида формирующего импульса и значений его длительности и символьной скорости передачи. Это значение интервала в дальнейшем подаётся в блок приёмника и используется в ходе демодуляции сигнала, прошедшего через блок «канала АБГШ» на рис.9.

В блоке «обработка принятого сигнала» в зависимости от вида модуляции и типа приёма осуществляется когерентная, либо некогерентная обработка, при этом для определения выигрыша предложенных в работе модификаций алгоритмов приёма производится моделирование ряда случаев: простого поэлементного приёма, приёма с обратной связью по решению, а также с обратной связью и выбором оптимального интервала анализа и, наконец, приёма последовательности «в целом». В случае выбора некогерентной обработки принимаемая последовательность сигналов моделируется со случайной начальной фазой, которая может принимать значения, равномерно распределённые в диапазоне $[0; 2\pi]$.

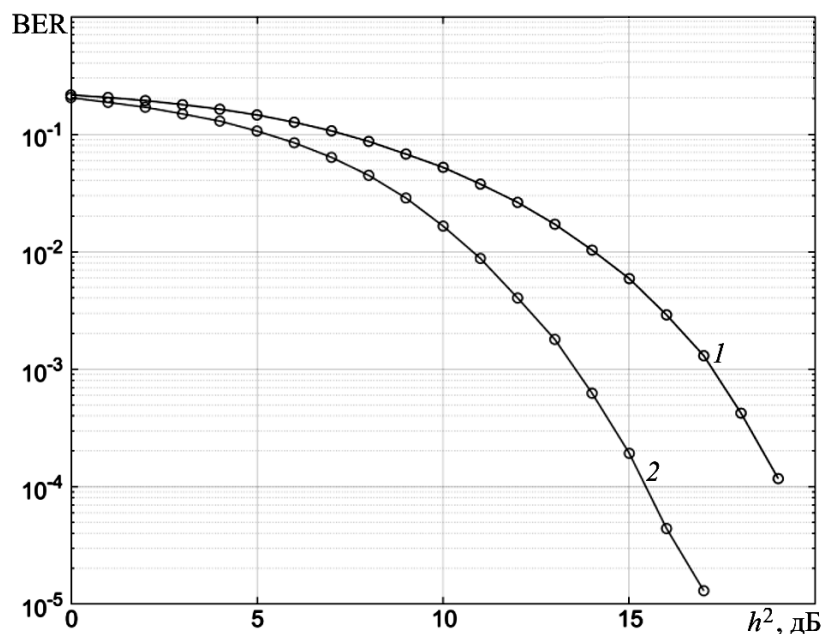


Рис. 12. Графики зависимости вероятности ошибок от отношения сигнал/шум для различных значений интервалов наблюдения при приеме с обратной связью по решению: 1 – $T_H = T_S = 8T$; 2 – оптимальный T_H

Проведем анализ влияния выбора интервала наблюдения на вероятность ошибочного приема. На рис. 12 приведены графики зависимости вероятности ошибок (bit-error rate, BER) от отношения сигнал/шум для скорости передачи $R = \frac{2}{T}$ и длительности сигнала $T_s = 8T$ для двух случаев:

- 1) с оптимальным интервалом наблюдения;
- 2) с интервалом наблюдения, равным длительности сигнала.

В качестве модуляционного RRC-импульса выбран импульс длительностью $T_s = 8T$ и параметром скругления АЧХ $|H(f)|^2$ формирующего фильтра $\beta = 0.5$. Как видно из представленных на рис. 12 графиков, энергетический выигрыш при использовании оптимального значения интервала наблюдения составляет около 4 дБ для вероятности битовой ошибки по уровню 10^{-4} .

На рис. 13 приведены графики зависимости вероятности ошибок от отношения сигнал/шум $\frac{E_b}{N_0}$ для длительности сигнала $T_s = 8T$, параметре скругления $|H(f)|^2$ $\beta = 0.5$ и различных скоростей передачи символов от $\frac{1,11}{T}$ до $\frac{2,85}{T}$. При этом для каждого значения скорости передачи выбиралось оптимальное значение интервала наблюдения T_A , при котором средняя вероятность ошибочного приема символа оказывалась минимальной.

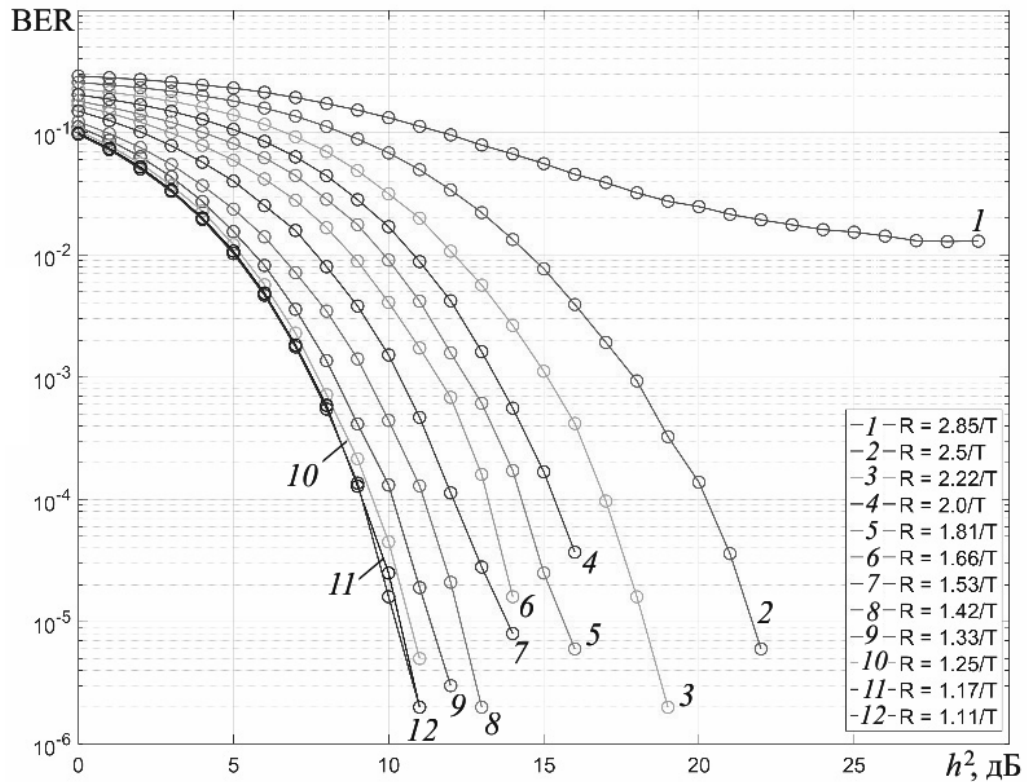


Рис. 13 Графики зависимости вероятности ошибок от отношения сигнал/шум для различных скоростей передачи символов при приеме с обратной связью по решению

Рассмотрим влияние эффекта группирования ошибочных решений в принятых символах при использовании алгоритмов с обратной связью по решению.

Графики зависимости вероятности битовой ошибки от отношения сигнал/шум при выборе оптимальных значений интервала наблюдения $\frac{T_H}{T}$ для сигналов, построенных на основе RRC-импульсов с параметром $\beta = 0.3$ длительностью $T_s = 8T$ при скорости передачи $R = \frac{1.25}{T}$ представлены на рис. 14.

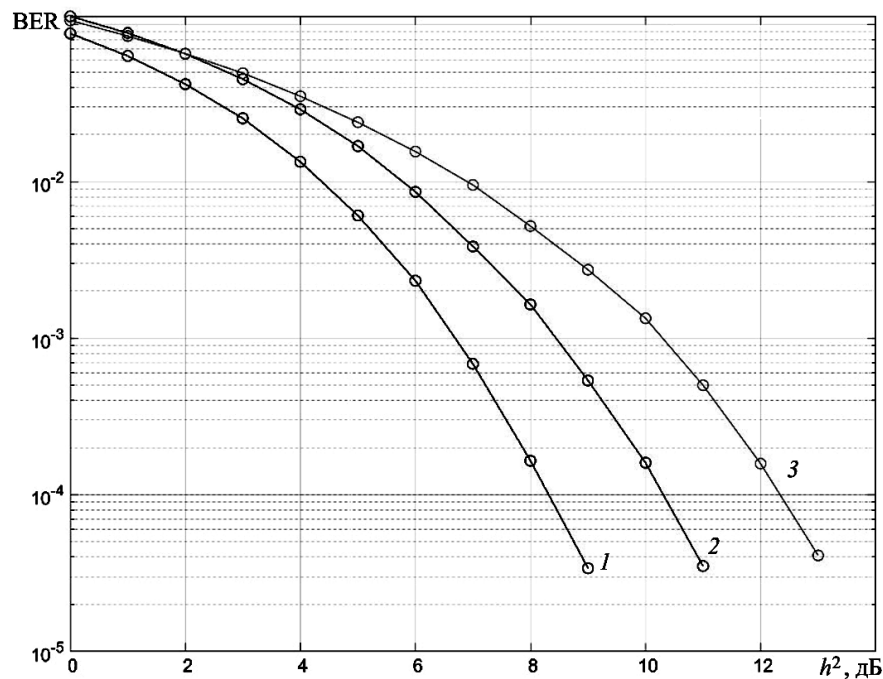


Рис. 14. Графики зависимости вероятности ошибок от отношения сигнал/шум для скорости передачи $R = 1.25/T$ при использовании алгоритмов приема «в целом» (1) и с обратной связью по решению (2-3)

На этом рисунке для сравнения даны графики зависимости вероятности ошибок от величины h^2 для случая использования алгоритма когерентного поэлементного приема с обратной связью по решению без изменения интервала наблюдения и алгоритма когерентного приема «в целом».

Из анализа представленных на рисунке зависимостей можно сделать следующие выводы:

1) энергетические потери при использовании алгоритма с обратной связью по решению по отношению к алгоритму приема «в целом» составляют лишь около 2 дБ при $BER = 10^{-4}$;

2) применение алгоритма с обратной связью с оптимизацией интервала наблюдения (при выборе его значения равным $T_H = (4.2 - 4.3)T$) позволяет получить энергетический выигрыш более 2 дБ в области вероятностей ошибок $BER = 10^{-4} \dots 10^{-5}$ при сравнении со случаем, когда отсутствует оптимизация интервала наблюдения;

3) присутствует связанное с группированием ошибок при использовании обратной связи по решению пороговое явление, которое особенно проявляется при использовании уменьшенного интервала наблюдения и малых значениях отношения сигнал/шум,

когда ошибочно принятые предыдущие символы оказывают эффект снижения помехоустойчивости приема (на рис. 14 оно наблюдается при $h^2 = \frac{E_b}{N_0} = 0 - 4$ дБ).

Рассмотрим результаты имитационного моделирования для случая использования фазоразностной модуляции и некогерентного приёма с обратной связью по решению.

На рис. 15 приведены полученные в результате моделирования графики зависимости вероятности ошибок (BER) от отношения сигнал/шум h^2 для длительности сигнала $T_s = 8T$ при выборе параметра скругления АЧХ $|H(f)|^2 \beta = 0.5$ для скоростей передачи символов от $R = \frac{1.11}{T}$ до $R = \frac{2.85}{T}$. При имитационном моделировании для каждого измерения проводился выбор оптимального значения интервала наблюдения T_A .

Как видно из графиков, представленных на рис. 15, при использовании алгоритма (12) некогерентной поэлементной обработки с оптимизацией интервала наблюдения удается обеспечить устойчивой прием сигналов вплоть до скоростей передачи, превосходящих предел Найквиста приблизительно в 2.22 раза.

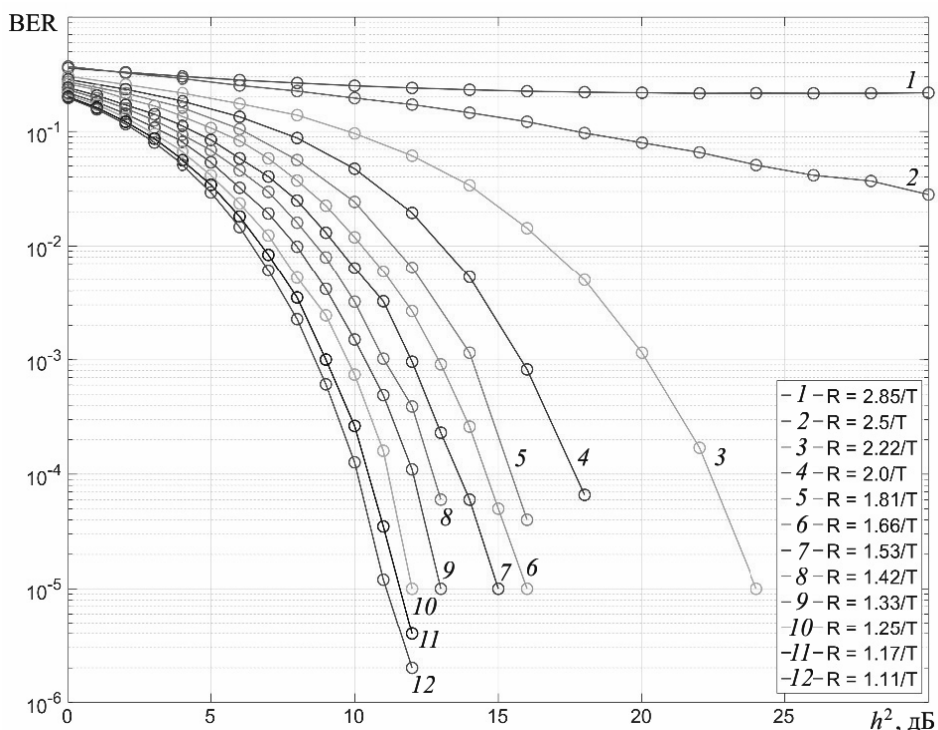


Рис. 15 Графики зависимости вероятности ошибок от отношения сигнал/шум для различных скоростей передачи символов при использовании некогерентного алгоритма приема с обратной связью по решению

Рассмотрим влияние выбора интервала наблюдения на вероятность ошибочного приема при использовании алгоритма некогерентной обработки с обратной связью по решению.

На рис. 16 графически представлены зависимости вероятности ошибок от отношения сигнал/шум для скорости передачи $R = \frac{2}{T}$ и длительности сигнала $T_s = 8T$ для случаев с оптимальным интервалом наблюдения (1) и с интервалом наблюдения, равным длительности сигнала (2). В качестве модуляционного RRC-импульса выбран импульс длительностью $T_s = 8T$ при параметре скругления АЧХ $|H(f)|^2$ формирующего фильтра $\beta = 0,5$.

Как следует из анализа приведенных на рис. 16 зависимостей, энергетический выигрыш при использовании оптимального значения интервала наблюдения составляет около 4.5 дБ при $\text{BER} = 10^{-4}$, что приблизительно равно выигрышу и при когерентном приеме (см. рис. 4).

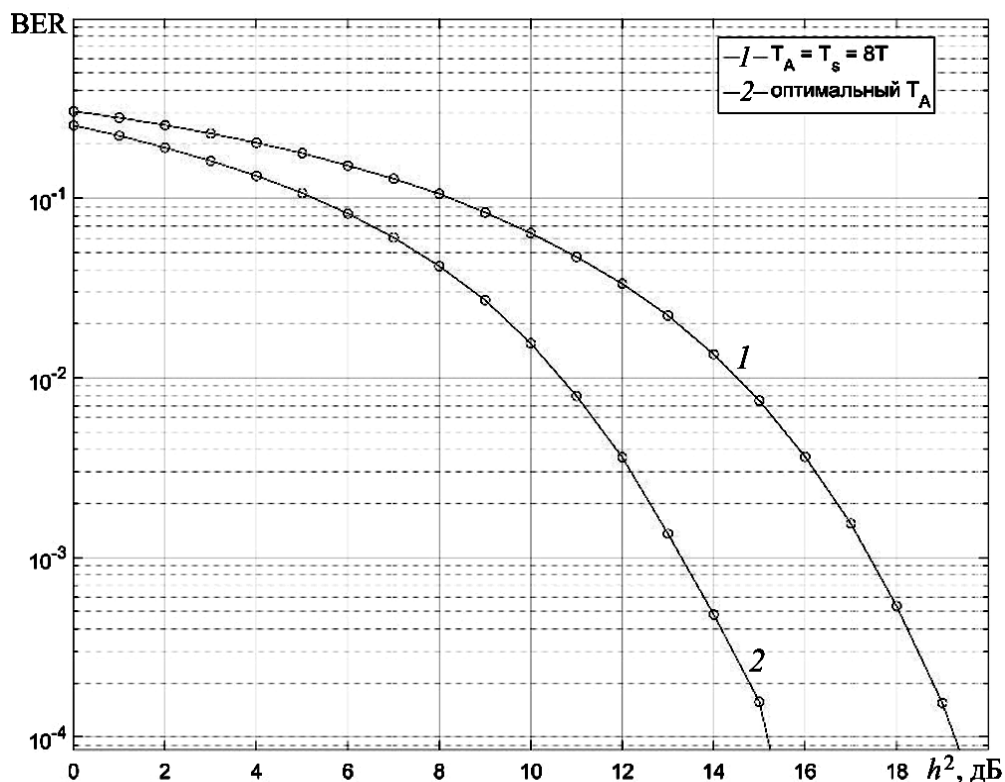


Рис. 16 Графики зависимости вероятности ошибок от отношения сигнал/шум для оптимального интервала наблюдения для алгоритма некогерентного приема

3.3 Выводы

В ходе имитационного моделирования удалось подтвердить возможность применения алгоритмов приёма с обратной связью по решению для демодуляции спектрально-эффективных сигналов с управляемой МСИ, причём, как и для когерентного приёма, так и для случая, когда начальная фаза принимаемого сигнала оказывается неизвестна. Эффективность использования алгоритмов значительно зависит от вида и параметров применяемых формирующих импульсов, а также от значения символьной скорости при превышении предела Найквиста, и оказывается наиболее высокой при небольшом уровне вводимой МСИ (небольшом превышении предела Найквиста, т.е. вплоть до символьных скоростей $\sim(2/T \dots 2.5/T)$). При больших уровнях МСИ требуется использование более производительных алгоритмов приёма, которые, однако, требуют значительных вычислительных ресурсов. Дополнительное использование оптимального значения интервала наблюдения в предлагаемых алгоритмах, с одной стороны позволяет дополнительно уменьшить влияние межсимвольной помехи, и как следствие, повысить энергетическую эффективность; а с другой стороны позволяет еще уменьшить вычислительную сложность алгоритма за счёт уменьшения интервала при расчёте аналога корреляционного интеграла в цифровом вычислителе.

Заключение

Основные результаты работы. В ходе исследований получены следующие результаты:

- Проведена оценка помехоустойчивости приема последовательностей сигналов с управляемой интерференцией при использовании алгоритмов когерентной и некогерентной обработки с обратной связью по решению с выбором оптимальных значений интервала наблюдения при повышенных скоростях передачи сообщений $R > \frac{1}{T}$.
- Показано, что при использовании алгоритмов когерентной и некогерентной обработки с обратной связью по решению удастся обеспечить устойчивый прием двоичных сигналов с управляемой МСИ вплоть до символьных скоро-

стей передачи, превосходящих предел Найквиста в несколько раз (вплоть до $\sim(2/T \dots 2.5/T)$).

- Применение алгоритма приёма с обратной связью по решению и оптимальным интервалом наблюдения позволяет получить дополнительный энергетический выигрыш с точки зрения помехоустойчивости приёма по сравнению с использованием того же алгоритма, но с фиксированным интервалом наблюдения при скоростях передачи данных выше барьера Найквиста на (20 - 40) %. Выигрыш зависит от вида используемых формирующих импульсов и может составлять порядка (2-4) дБ в диапазоне вероятностей ошибок $10^{-4} \dots 10^{-5}$.
- Чувствительность алгоритма с обратной связью по решению и оптимальным интервалом наблюдения к точности выбора значения этого интервала оказывается достаточно малой. В частности, выбор интервала наблюдения практически не зависит от скорости передачи сообщений, параметров коэффициента спада частотной характеристики формирующего фильтра и определяется только длительностью импульса.
- Помехоустойчивость приёма предлагаемого алгоритма незначительно уступает подходу с применением «приёма в целом» и проигрыш составляет не более 2 дБ для уровня вероятности битовой ошибки $10^{-4} \dots 10^{-5}$, а то же время вычислительная сложность предложенных алгоритмов значительно ниже, что позволяет рекомендовать вышеупомянутые алгоритмы для практической реализации.

Список работ, опубликованных по теме научно-квалификационной работы (диссертации)

Публикации в изданиях, рецензируемых ВАК

1. Лавренюк И.И., Овсянникова А.С., Сиверс М.А., Блинов А.В. Статистические характеристики случайной последовательности оптимальных FTN-сигналов//Радиотехника. 2018. №12, С. 78-84. DOI: [10.18127/j00338486-201812-10](https://doi.org/10.18127/j00338486-201812-10)
2. Лавренюк И.И., Макаров С.Б., Завьялов С.В. Помехоустойчивость приема сигналов с управляемой межсимвольной интерференцией при использова-

нии алгоритмов поэлементной обработки с обратной связью по решению//Радиотехника. 2021. №11, С. 146-162. DOI: [10.18127/j00338486-202111-19](https://doi.org/10.18127/j00338486-202111-19)

3. Suhotskiy S.A., Zavjalov S.V., Ovsyannikova A.S., Lavrenyuk I.I. Symmetrical iterative algorithm for cancelling inter-channel interference for SEFDM signals//Информатика, телекоммуникации и управление. 2022. Т. 15, №1, С. 19-28. DOI: [10.18721/JCSTCS.15102](https://doi.org/10.18721/JCSTCS.15102)

Публикации в изданиях, индексируемых в Scopus и Web of Science

1. Zavjalov, S.V., Ovsyannikova, A.S., Lavrenyuk, I.I., Volvenko, S.V., Makarov, S.B. Application of Optimal Finite-Length Signals for Overcoming “Nyquist Limit”// In: Galinina, O., Andreev, S., Balandin, S., Koucheryavy, Y. (eds) Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. NEW2AN ruSMART 2018 2018. Lecture Notes in Computer Science(), vol 11118. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-01168-0_16
2. S. B. Makarov, A. S. Ovsyannikova, I. I. Lavrenyuk, S. V. Zavjalov and S. V. Volvenko. Distributions of probability of power values for random sequences of optimal FTN signals// 2018 International Symposium on Consumer Technologies (ISCT), 2018, pp. 57-59, doi: 10.1109/ISCT.2018.8408919
3. Zavjalov, S.V., Ovsyannikova, A.S., Lavrenyuk, I.I., Volvenko, S.V. The Efficiency of Detection Algorithms for Optimal FTN Signals// In: Galinina, O., Andreev, S., Balandin, S., Koucheryavy, Y. (eds) Internet of Things, Smart Spaces, and Next Generation Networks and Systems. NEW2AN ruSMART 2019 2019. Lecture Notes in Computer Science(), vol 11660. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-30859-9_58
4. Lavrenyuk I.I., Ovsyannikova A. S., Zavjalov S. V., Volvenko S. V. and Makarov S. B. Improving Energy Efficiency of Finite Time FTN Pulses Detection by Choosing Optimal Envelope Shape// 2019 26th International Conference on Telecommunications (ICT), 2019, pp. 289-294, doi: 10.1109/ICT.2019.8798830
5. Lavrenyuk I.I., Ovsyannikova, A.S., Makarov, S.B., Wei, X. Error estimation of discrete formation method for optimal FTN signals// IOP Conf. Series: Journal of

Physics: Conf. Series 1236 (2019) 012083 DOI:10.1088/1742-6596/1236/1/012083

6. Makarov S., Zavjalov S., Ovsyannikova A., Lavrenyuk I. and Xue W. Comparison of the Spectral and Energy Efficiency of FTN Signals Based on RRC Pulses and Obtained by the Optimization Method// 2019 IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech), 2019, pp. 177-180, doi: 10.1109/EExPolytech.2019.8906866
7. Lavrenyuk I.I., Ovsyannikova A. S., Zavjalov S. V., Makarov S. B. and Solomitckii D. Approaching the Shannon Limit by Means of Optimal FTN Signals with Increased Size of PAM Signal Constellation// 2019 IEEE International Conference on Electrical Engineering and Photonics (EExPolytech), 2019, pp. 132-135, doi: 10.1109/EExPolytech.2019.8906814
8. Ovsyannikova A. S., Lavrenyuk I.I. and Zavjalov S. V. Estimation of Peak-to-Average Power Ratio of Optimal FTN Signals// 2019 11th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems and Workshops (ICUMT), 2019, pp. 1-4, doi: 10.1109/ICUMT48472.2019.8970701
9. Makarov S.B., Liu M., Ovsyannikova A.S, Zavjalov S.V., Lavrenyuk I.I., Xue W., Qi J. Optimizing the Shape of Faster-Than-Nyquist (FTN) Signals With the Constraint on Energy Concentration in the Occupied Frequency Bandwidth// IEEE Access, vol. 8, pp. 130082-130093, 2020, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3009213
10. Makarov S.B., Lavrenyuk I.I., Ovsyannikova A.S., Zavjalov S.V. BER performance of finite in time optimal FTN signals for the Viterbi algorithm// IEEE Access, 2020, vol. 8, pp. 130082-130093, doi: 10.1109/ACCESS.2020.300921
11. Makarov S.B., Ishkaev I.R., Lavrenyuk I.I., Ovsyannikova A.S., Zavjalov S.V. Noncoherent detection of optimal FTN signals with differential encoding// Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 2020, vol. 12526, pp. 162-173
12. Lavrenyuk, I., Makarov, S.B., Hu, B., Dong, G., Kudryashova, T. Probability distributions of instantaneous amplitude values of random optimal FTN signal sequences with controlled ISI// (2020) Lecture Notes in Computer Science (includ-

- ing subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 12526 LNCS, pp. 122-132
13. Ovsyannikova A.S., Zavjalov S.V., Makarov S.B., Lavrenyuk I.I. Sensitivity of energy spectrum shape and BER to variation of parameters used in constraint on correlation coefficient during FTN pulse optimization// Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 2020, vol. 12525, pp. 440-448
 14. Lavrenyuk I., Makarov S., Polozhintsev B., Ge D. Noncoherent Detection of Faster-Than-Nyquist Signal with Decision Feedback// Proceedings of the 2021 International Conference on Electrical Engineering and Photonics EExPolytech 2021, pp. 42 - 46, DOI: 10.1109/EExPolytech53083.2021.9614881
 15. Makarov S.B., Liu M., Ovsyannikova A.S., Zavjalov S.V., Lavrenyuk I., Xue W., Xu Y. A reduction of peak-to-average power ratio based faster-than-nyquist quadrature signals for satellite communication// (2021) Symmetry, 13 (2), art. no. 346, pp. 1 - 19, DOI: 10.3390/sym13020346
 16. Lavrenyuk I., Makarov S., Xue W. Application of Nonlinear Algorithms with Decision Feedback for FTN Signals Coherent Detection// (2022) Springer Proceedings in Physics, 268, pp. 527 - 538, DOI: 10.1007/978-3-030-81119-8_58
 17. Lavrenyuk I., Makarov S., Xue W. Observation Interval Analysis for Faster-Than-Nyquist Signals Coherent Detection with Decision Feedback// (2022) Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics), 13158 LNCS, pp. 427 - 437, DOI: 10.1007/978-3-030-97777-1_36