#### САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ На правах рукописи

СМОРОДОВ Андрей Владимирович

# АНАЛИЗ И СИНТЕЗ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ РОБОТОВ С МЕХАНИЗМАМИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

Специальность 05.02.05 – Роботы, мехатроника и робототехнические системы

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель: к.т.н., доц., Волков А.Н.

Санкт-Петербург 2004

1. МЕХАНИЗМЫ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ И ИХ ОПИСАНИЕ. 10 1.1. Принцип построения механизмов параллельной структуры...... 10 1.2. Применение в технике механизмов параллельной структуры ...... 11 1.4. Задачи исследования в диссертации ...... 32 2. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ПОЛОЖЕНИЯХ МЕХАНИЗМОВ С 2.1. Использование линеаризации для решения прямой задачи о положениях механизмов параллельной структуры...... 34 2.2 Использование алгебры винтов (моторов) для решения прямой 2.3. Выводы по главе 2 ...... 43 3. МЕХАНИЗМЫ МАНИПУЛЯТОРОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С РАЗЛИЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ ПОДВИЖНОСТИ ...... 44 3.1. Трехстепенные манипуляторы...... 45 3.2. Четырехстепенные манипуляторы ...... 68 3.3. Пятистепенные манипуляторы...... 70 3.5. Шестистепенные манипуляторы с вращательными приводами...... 76 

### 

4.1. Методика расчета параметров углового положения платформы 89				
4.2. Методика расчета реакций, возникающих в приводах манипулятора при приложении нагрузки к рабочему звену				
4.3. Уравнения для расчета динамических характеристик манипуляторов параллельной структуры				
4.4. Исследование трехстепенного и пятистепенного манипуляторо	ов 100			
4.5. Исследование шестистепенного манипулятора при различных алгоритмах работы приводов	x 106			
4.5.1. <i>l</i> - координаты изменяются равномерно с разными скоростями достигают заданных значений одновременно	и и 107 :ными			
скоростями и достигают заданных значений одна за другой	111 116			
4.6. Выводы по главе 4	120			
5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МАКЕТА МАНИПУЛЯТОРА	122			
5.1. Разработка конструкции макета манипулятора	122			
5.2. Схема управления манипулятором	124			
5.5. Выводы по главе 5	127			
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	128			
ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ	131			
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	131			

#### Введение

#### Актуальность темы

К настоящему времени разнообразие роботов, классифицируемых по назначению, характерным признакам принципиального, схемного и конструктивного решений, чрезвычайно широко, что лишь отчасти отражено в монографической и учебной литературе [3], [4], [5], [7], [8], [9], [13], [14], [15], [18], [19], [20], [21], [27], [28], [29], [31], [32]... и в стандартах [25]. В большинстве случаев манипуляторы роботов имеют незамкнутые кинематические цепи, т.е. они имеют механизмы последовательной структуры.

Механизмы с параллельными кинематическими цепями (механизмы параллельной структуры) обладают рядом важных достоинств, таких как высокая жесткость, точность, надежность, компактность. Известны примеры удачных конструкций станков, стендов и другого оборудования различного назначения, построенных на механизмах параллельной структуры. Но приходится констатировать, что в настоящее время, ввиду некоторых причин, они пока мало используются в робототехнике. Среди этих причин сложность управления данными манипуляторами и недостаточная проработанность методик, которые позволяли бы получать как оптимальные варианты конструкций, так и наиболее подходящие для выбранной конструкции алгоритмы автоматического или автоматизированного управления приводами.

Недостаточная глубина исследования механики манипуляторов с параллельными кинематическими цепями объясняется высокой сложностью и, в общем случае, неоднозначностью аналитического решения обратной задачи геометрии и кинематики. Однако, уровень развития компьютерных технологий на сегодняшний день, позволяет применять эффективные численные методы, для решения многих задач расчета и оптимизации при проектировании манипуляторов данного типа.

В связи с этим особую актуальность приобретает задача исследования возможности оптимизации геометрических, кинематических, силовых и динамических параметров роботов, имеющих манипуляторы с механизмами параллельной структуры, и разработать научные основы методик их расчета и проектирования.

Целью работы является многоаспектный анализ на математических моделях и обоснование путей расширения геометрических и динамических возможностей многостепенных многоцелевых роботов, имеющих механизмы параллельной структуры, для использования в манипуляторах различного назначения.

Для достижения указанной цели в диссертации ставятся и решаются следующие основные задачи.

- Определение конфигураций и значений параметров рабочих зон при разном размещении рабочих органов на многостепенной подвижной платформе при ограничениях по ходам приводов при различном числе степеней подвижности.
- Для типовых схем с различным числом степеней подвижности геометрический синтез схем манипуляторов, включая решение прямой и обратной задач геометрического анализа манипуляторов.
- 3. Исследование распределений нагрузок на звенья механизмов манипуляторов параллельной структуры для статических режимов.
- Постановка, формализация и решение ряда задач динамики манипуляторов с жесткими и с упругими звеньями.

- 5. Структурная и параметрическая оптимизация механизмов манипуляторов параллельной структуры, разработка рекомендаций по выбору оптимальных значений параметров системы управления манипулятором.
- Проверка на макете новых схемных решений механизмов манипуляторов параллельной структуры с вращательными кинематическими парами.

#### Основные положения, выносимые на защиту.

- Систематизацию типов кинематических схем многостепенных механизмов параллельной структуры для пространственных перемещений подвижных платформ с учетом свойств кинематических пар целесообразно производить на основе структурной формулы (1.2).
- Определены возможности механизмов параллельной структуры последовательно с тремя, четырьмя, пятью и шестью степенями подвижности, для них проведен анализ рабочих зон, диапазонов линейных перемещений и углов поворота рабочих органов.
- Исследовано влияние на рабочие зоны манипуляторов с механизмами параллельной структуры ограничений на хода приводов, на непересечение элементов, на обход особых положений.
- 4. Рассмотрено и систематизировано многообразие возможностей по выбору мест расположения кинематических пар, по объединению шарниров и ориентации осей приводов; сформулированы и обоснованы предложения по выбору вариантов схем.
- 5. Разработаны основы методик силовых расчетов механизмов параллельной структуры для статических и динамических режимов работы.
- Обоснован выбор критериев параметрической оптимизации конструкций манипуляторов рассматриваемого типа и сформулированы конкретные предложения по численному решению этих задач.

#### Методы исследования.

Геометрические, кинематические, силовые и динамические характеристики манипуляторов исследовались с использованием методов аналитической геометрии, теории механизмов и машин, теоретической и аналитической механики [1], [2], [4], [12], [13], [14], [16], [21], [23], [24], [28], [30], [32], [35], [40], [42], [43], [44], [45], [46], [47], [48], [49], [50] и др.. При решении задач динамики на ЭВМ, использовались стандартные численные методы решения дифференциальных уравнений, а также языки программирования «*Borland* C++ *Builder»*, «*Assembler»* при составлении программ были использованы пакеты математических вычислений «*Maple»* и «*MathCad»*. Для разработки электронных схем сопряжения макета манипулятора с ЭВМ был использован пакет «*Proteus Lite»*.

#### Апробация работы.

Основные положения диссертационной работы докладывались на научных конференциях кафедры «Автоматы» СПбГПУ и в ЦНИИ РТК (С-Петербург), а также на международной научно-технической конференции МТ'04 в Варне (Болгария). По результатам диссертационной работы опубликовано 5 печатных работ.

#### Практическая ценность работы.

- Разработана инженерная методика расчета и компьютерная программа для определения рабочей зоны манипуляторов с параллельными кинематическими цепями.
- Разработана методика и программа для определения точности отработки программных траекторий для манипуляторов с жесткими и с упругими звеньями.

- Разработана классификация основных компонентов манипуляторов данного типа, которая может быть положена в основу специализированных баз данных.
- 4. Предложена новая схема манипулятора вращательными приводами. Разработан действующий макет манипулятора в котором реализована рычажная схема с вращательными приводами и система ручного управления состоящая из компьютерной программы и модуля сопряжения манипулятора с компьютером.

#### Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из пяти глав, Заключения и списка литературы.

Первая глава содержит описание основных принципов построения, примеры реализации механизмов с параллельными кинематическими цепями, историю их развития и современные разработки передовых европейских фирм, структурный анализ механизмов с параллельными кинематическими цепями, приводится классификация схем механизмов данного типа. Схемы классифицированы на основе следующих признаков: число степеней свободы механизма, число соединительных цепей, общее число степеней свободы и число пар разных классов в каждой соединительной цепи (табл. 1.2).

Существенным признаком, значительно расширяющим классификацию, является количество приводов в каждой соединительной кинематической цепи. Результаты классификации с учетом этого признака сведены в (табл. 1.3) В конце главы формулируются основные задачи исследования в диссертации.

**Во второй главе** приводятся различные методики решения задачи о положении рабочего органа. Рассматривается решение путем линеаризации задачи и решение с применением алгебры винтов.

**В третьей главе** рассматриваются схемы трех-, четырех- и пяти- и шестистепенных манипуляторов с параллельными кинематическими цепями,

их особенности, формы и габаритные параметры рабочих зон, сферы возможного применения, указаны достоинства и недостатки каждой из схем.

Также приводится описание нескольких оригинальных вариантов схем исполнения одиночных и сдвоенных двух- и трехстепенных шарниров с пересекающимися в одной точке осями сопрягаемых звеньев.

В четвертой главе дорабатываются стандартные методики численных методов расчета геометрии манипуляторов, приводятся описание методики расчета динамики, проводится исследование движения для наиболее часто встречающихся схем манипулятора с параллельными кинематическими цепями – платформы Стюарта при использовании различных алгоритмов управления приводами и исследовано влияние выбранного алгоритма управления и его параметров (количество заданных промежуточных точек траектории) на точность соблюдения манипулятором заданной траектории при контурном управлении.

Также исследован характер отклонений от траектории для различных алгоритмов работы приводов манипулятора.

Приведены зависимости ошибки от количества опорных точек траектории.

**Пятая глава** посвящена проектированию макета параллельного манипулятора с вращательными приводами. Разработана кинематическая схема, электрическая принципиальная схема устройства сопряжения с компьютером, и программное обеспечение для управления движением макета. Произведена проверка работоспособности макета манипулятора.

#### 1. МЕХАНИЗМЫ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ И ИХ ОПИСАНИЕ

#### 1.1. Принцип построения механизмов параллельной структуры

Механизмом параллельной структуры называется такой механизм, основание которого связано с рабочим звеном несколькими приводными или жесткими кинематическими цепями, причем каждая цепь соединяется только с рабочим звеном и с основанием.

Механизм строится на основе групп Ассура рис.1.1. – рис.1.3. путем замены жестких звеньев  $A_iB_i$  последовательными кинематическими цепями. Это могут быть как линейные приводные звенья так и более сложные цепи.

При этом количество степеней подвижности проектируемого манипулятора будет определяться общим количеством приводных пар во всех цепях манипулятора. Следует отметить, что каждая из соединительных цепей может содержать несколько приводных пар.



Рис.1.1. Рис.1.2. Рис.1.3.

Группа Ассура рис.1.1. может быть использована для синтеза одно- и двухстепенных манипуляторов параллельной структуры, такие манипуляторы достаточно хорошо исследованы, и в данной работе не рассматриваются. Группа Ассура рис.1.2. может быть использована для синтеза механизмов с одной, двумя и тремя степенями подвижности.

Группа Ассура рис.1.3. может быть использована для синтеза механизмов с количеством степеней подвижности от одной до шести.

## 1.2. Применение в технике механизмов параллельной структуры

Первые образцы промышленных роботов параллельной структуры

Робот Полларда (рис.1.4.) (запатентован в США в 1942 году) известен как первый промышленный робот имеющий параллельную структуру. Этот робот представляет собой пятистепенной манипулятор с тремя параллельными кинематическими цепями и двумя избыточными степенями подвижности для управления схватом. В данном манипуляторе три приводных звена 6, 7 и 8, приводимые в движение вращательными приводами 10, 11, 12, соединены со звеньями 13, 14, 15 кардановыми шарнирами. Две цепи 6-13 и 8-15 присоединяются к третьей 7-14 сферическими шарнирами 18. Инструментальная головка 1 присоединена к звену 14 кардановым шарниром. Таким образом тремя параллельными кинематическими цепями, имеющими по одному приводу, определяется положение инструментальной головки, а ориентация головки задается, еще двумя приводами установленными на основании манипулятора движение от которых передается головке при помощи торсионов 35. Данный робот был спроектирован для распыления краски но так и не был реализован из–за недостатка финансирования. [99]



Рис.1.4.

На рис.1.5. представлен первый промышленный робот, построенный Ериком Го (Eric Gough), который имел ставшую теперь классической схему, этот робот был построен в 1954 году и был предназначен для испытания колес самолетов.[90]



Рис.1.5.

Однако сама схема с параллельными кинематическими цепями была известна и ранее, но привода в ней располагались ортогонально (рис.1.6.), чем существенно упрощалось управление манипулятором. Такие манипуляторы называют «многоосевой симуляционный стол» («Multi-Axis Simulation Table»).



Рис.1.6.

Робот изображенный на рис.1.5. часто называют платформой Стюарта, хотя это и не совсем так. Стюарт предложил другую схему (рис.1.7.) на осно-

ве которой он планировал создать симулятор полета для тренировки пилотов. [100]



Рис.1.7.

Манипулятор Данилевского (рис.1.8.) [23] является типичным примером параллельно последовательного манипулятора с «лишней» степенью подвижности.



Рис.1.8.

В данном манипуляторе может быть несколько дополнительных степеней подвижности: линейная, связанная с выдвижением схвата, вращательная

позволяющая вращать схват вокруг оси руки и управление сжатиемраскрытием схвата.

Манипулятор состоит из основания, на котором при помощи сферических шарниров крепятся шесть поступательных приводов. Штоки приводов сферическими шарнирами присоединены к крестовине, которая, в свою очередь, является базой для установки линейного привода схвата.

Достоинствами данной схемы являются: увеличенный, в сравнении со стандартной схемой платформы Стюарта, рабочий объем, за счет введения избыточной (-ых) степени (-ей) подвижности (поворот или (и) выдвижение схвата) увеличилась маневренность манипулятора. Недостатками данной схемы можно считать все типичные недостатки, присущие стандартной схеме платформы Стюарта, а также наличие консольного выходного звена, что уменьшает жесткость манипулятора, так как выходное звено - рука со схватом, работает на изгиб.

На сегодняшний день параллельные схемы манипуляторов приобретают все большую популярность во многих областях деятельности человека от машиностроения до индустрии развлечений ввиду их высоких эксплуатационных качеств. Описание современных образцов таких машин приводится ниже.

#### Обрабатывающие и измерительные машины фирмы «ЛАПИК»

Шестистепенная платформа с механизмом параллельного типа является основой специализированного оборудования одной из известных российских фирм. Выпускаются две различные серии машин «ЛАПИК»: «КИМ» и «ТМ». «КИМ» обеспечивают контроль, а «ТМ» обработку изделий с высокой точностью. На данных машинах возможно выполнение работ с особо сложными поверхностями, доступными только станкам с шестью степенями свободы. Шестистержневые координатно-измерительные машины («КИМ»), предназначены для измерения параметров формы изделий, как в цеховых, так и лабораторных условиях. Машины производят измерения и расчет геометрических параметров изделий следующей номенклатуры: корпусных деталей, включая штампы и пресс-формы; турбинных лопаток и других деталей сложной пространственной конфигурации; наклонных и спиральных отверстий; криволинейных каналов и карманов, а также полузамкнутых полостей; гладких и резьбовых калибров; зубчатых колёс и зубообрабатывающего инструмента; концевых мер.

На сегодняшний день выпускается несколько моделей измерительных машин «КИМ-500», «КИМ-750», «КИМ- 1000», «КИМ-1400» базового исполнения с различными точностными характеристиками, а также машины моделей «КИМ-750/2000», «КИМ-1000/2500», «КИМ-1400/3000» с расширенной зоной контроля. Последние позволяют измерять крупногабаритные детали, обеспечивают вертикальную загрузку и последующую подачу детали в рабочую зону машины.

Шестистержневая схема построения машин существенно снижает воздействия внешней среды на точность измерений и обработки. Наличие математического базирования объектов исключает необходимость ориентации объекта относительно базовых поверхностей машины. В станках предусмотрена возможность сочетать в едином технологическом цикле обработку и аналитический контроль, что важно при обработке деформируемых изделий.

#### Схема машины

Схема силовой части машины представлена на рис.1.9. Базой машины служит основание 1. Рабочий орган 10 располагается на подвижной платформе 3, которая при помощи сферических шарниров 9 соединяется со штоками 5 линейных приводных звеньев 4. Приводные звенья 4 крепятся к раме 2 при помощи двухстепенных шарниров 6, и могут вращаться относительно двух осей подшипников 7 и 8.





Передние стойки рамы 2 поставлены вертикально для расширения доступа в рабочую область. Двухстепенные шарниры 6 реализованы в виде вилок, что позволяет упростить конструкцию и увеличить диапазон углов поворотов приводных звеньев 4.

Измерение длин приводных звеньев осуществляется при помощи лазерных интерферометров, установленных параллельно приводным звеньям.

Схема установки интерферометров представлена на рис.1.10. Интерферометры 10 и приводные звенья 4 устанавливаются на независимых друг от друга шарнирных креплениях, что обеспечивает повышенную точность измерений.



Рис.1.10.

Из приведенной схемы видно, что крепление каждого интерферометра 10 требует введения для него дополнительной степени подвижности, (рамка 11) для обеспечения независимого от привода крепления, подробно схема крепления приводного звена и интерферометра показана на рис.1.11.



Рис.1.11.

Рис. 1.11. показывает способ совместной установки приводного звена 4 и звена с интерферометром 10 на раме 1. Приведенная схема крепления позволяет звену с интерферометром 10 поворачиваться относительно приводного звена 4 вокруг оси 14, что необходимо для обеспечения хорошей собираемости и работоспособности конструкции.

Приводные звенья, связывающие платформу с основанием, работают исключительно на сжатие и растяжение, что обеспечивает высокую жесткость.

#### Описание конструкции



Рис.1.12.

Общий вид конструкции приведен на рис.1.12. Базой конструкции является двухступенчатая система защиты от вибраций. Она выполнена в двух сварных корпусах. На второй ступени установлена жесткая чугунная электромагнитная плита, обладающая высокой жесткостью. На плите базируются шесть стоек рамы (профиль - стальная труба), на которых, в свою очередь, установлены три кронштейна (литье), жестко соединяющих элементы станины в единую раму.

На кронштейнах рамы, посредством двухстепенных шарниров, установлены приводные звенья. В приводных звеньях использованы электромеханические линейные приводы с реечной парой, параллельно которым установлены лазерные интерферометры с дискретностью отсчета перемещения в 0.05 мкм.

Штоки приводных звеньев и интерферометров безлюфтовыми сферическими шарнирами соединяются с рабочей платформой, на которой при помощи унифицированного механизма крепления устанавливается рабочий орган.

Требования к базовой поверхности рабочей платформы достаточно высоки, так как на ней устанавливается рабочий орган машины (при измерениях - измерительный щуп, при обработке - фреза, и т.п.). Над рамой станины в сварном корпусе установлен модуль с электроникой.

Прецизионную работу оборудования обеспечивает обработка управляющим компьютером сигналов лазерных интерферометров с поправками на деформации и температурные изменения.

Для новой кинематической схемы разработана система калибровки.

Перемещения щупа производится по специально задаваемым программным траекториям с учетом износа частей машины и влияния внешних факторов. Паспортная точность обеспечивается после калибровки машины на реальную температуру в помещении в диапазоне 12-32 °C.

Шесть степеней свободы исполнительного органа обеспечивают наклонные перемещения щупа на угол 45°-60° относительно всех трех осей. Линейные и наклонные перемещения осуществляются одновременно и согласовано. Это расширяет возможности машины и позволяет контролировать внутренние полости в деталях, имеющие входные отверстия малых диаметров, детали имеющие наклонные и спиральные каналы. Если необходимо, задаваемые наклоны щупа обеспечивают подход по нормали к измеряемой поверхности.

В режиме токового касания щуповой головки, измерительное усилие очень мало и не превышает 0,0003 Н. Это исключает деформации даже мягких материалов, изгиб и проскальзывание щупа при контроле наклонных, сферических и криволинейных поверхностей. Высокая чувствительность позволяет работать со щупами радиусом до 0.03 мм, обеспечивая контроль мелкоструктурных и легко деформируемых элементов деталей. Важным обстоятельством является возможность контроля изделий сложной формы одним щупом без замены, за одну установку.

Шесть лазерных интерферометров напрямую связаны с подвижной кареткой, на которой располагается измерительная головка со щупом. Лучи лазеров направлены в сторону щупа. Малая масса подвижной платформы создает минимум инерционных усилий при быстрых измерениях на больших скоростях.

Эти обстоятельства в дополнении к выделенным выше особенностям обеспечивают высокую стабильность и объективность получения результатов измерений и повторяемость при многократном контроле в пределах 0,2 - 0,5 мкм.

#### Программное обеспечение

Координатно-измерительные машины серии «КИМ» и технологические модули серии «ТМ» оснащены современным программным обеспечением, работающим под управлением операционной системы *Windows NT*.

В состав программного обеспечения, комплектно поставляемого с «КИМ» и «ТМ», входят следующие системы и модули: система управления «SAM/ISO», автоматизированная система измерений «AMS», библиотека из-

мерительных и расчетных программ «Лапик GEO», CAD/CAM система «ГеММа-3D», модуль трехмерной визуализации результатов измерения, модуль редактора щупов и пакет программного обеспечения для контроля зубчатых колес «Т-Инспект».

Система «SAM/ISO» предназначена для управления станком и отображения текущего состояния его механизмов и подсистем. Из системы «SAM/ISO» осуществляется доступ к остальным подсистемам ПО: системе «AMS», к модулю визуализации результатов и к редактору щупов. Система имеет встроенный язык управляющих программ – «SAM», основанный на языке «Бейсик».

Автоматизированная система измерений «AMS» предназначена для ручного и автоматизированного измерения деталей на станках серии «КИМ». Система также применяется для определения положения заготовки на столе и осуществления контроля на станках серии «TM». «AMS» осуществляет измерение параметров формы и положения поверхностей детали, расчет их параметров, отклонений и определение их взаимного расположения. В качестве типовых форм измеряемых элементов выступают такие геометрические объекты как плоскости, цилиндры, конусы, сферы и торы, их сечения, а также прямые, окружности и эллипсы. В процессе измерения на дисплее отображается трехмерный вид измеряемых элементов и собранных точек. Для измерения могут использоваться как простые щупы, так и щупы с несколькими наконечниками.

Библиотека измерительных и расчётных программ «ЛАПИК GEO» это набор библиотечных «SAM» и «EXE» - программ для автоматического подбора точек поверхностей стандартных тел, расчета измеренных параметров этих тел и вывода результатов в виде таблиц и графиков отклонений точек.

САD/САМ система «ГеММа-3D» это система, предназначенная для создания и редактирования двух- и трехмерных математических моделей деталей. По имеющемуся набору проходов инструмента строится управляющая

программа в стандартном «АРТ»-формате. «ГеММа-3D» позволяет строить траектории для двух-, трех- и пятимерной фрезерной обработки.

Модуль трехмерной визуализации результатов измерения служит для удобного графического представления пользователю информации об измерении. Модуль отображает набор измеряемых тел, измеренные точки и их отклонения. Кроме этого возможен вывод рассчитанных параметров поверхности, построение диаграмм отклонений точек от тела, разрезов тела плоскостью перпендикулярной его оси, фильтрация и редактирование набора исходных точек.

#### Системы «HEXaDRIVE» фирмы «Simtec»

Еще одной известной европейской фирмой специализирующейся на выпуске многостепенных платформ с параллельными кинематическими связями является немецкая фирма «Simtec». Она выпускает продукцию для различных областей человеческой деятельности, таких как испытательные стенды, симуляторы различных транспортных средств, тренажеров для обучения пилотов гражданской авиации.

#### Системы движения с цифровым управлением.

Сегодня управление движением - главная задача во многих приложениях. В качестве примера использования этого оборудования можно привести различные сферы, такие как: симуляторы полета, симуляторы для индустрии развлечений, стенды для испытаний компонентов в автомобильной промышленности, и для тренировки по стрельбе из огнестрельного оружия.

#### Шестиосевой испытательный стенд.

В автомобильной промышленности стендовые испытания общепринятая процедура, необходимая для достижения высокого качества продукции, кроме того, стендовые испытания дорогостоящая процедура и не могут быть точно повторены.

Гидравлические платформы «Simtec» имеют шесть степеней подвижности и наилучшим образом приспособлены для проведения стендовых испытаний в испытательных лабораториях предприятий. Все что для этого требуется — воспроизвести заданную программу движения на системе «HEXaDRIVE» (рис.1.13.), программы получают путем съема данных с реального автомобиля, при помощи входящего в комплект набора датчиков.



Рис.1.13.

Характеристики «HEXaDRIVE»

- Шестистепенная гидравлическая платформа.
- Широкий спектр обеспечиваемых нагрузок, скоростей, ускорений, и частот.
- Большой размер рабочей зоны: вертикальный ход -240 +220, поперечный ход ±300, продольный ход -370° +300°. Угол тангажа ±24°, угол крена ±25°, угол курса ±32°.

- Собственные частоты системы больше 50 герц.
- Мощная цифровая система управления.
- Точное соблюдение траектории.
- Возможна поставка модификации с «нулевым трением» для частот выше 10 герц.
- Возможна синхронизация движения с видео и звуковой системой.
- Возможна поставка специального мобильного комплекта датчиков для снятия данных о линейных ускорениях и частотах вращения для последующего их воспроизведения на испытательном стенде.
- Возможно автоматическое получение программы для конкретных испытаний например на диапазон допустимых частот, на упругие деформации.

Таблица 1.1.

Название Применение		Нагрузки до (кгс)	Ускоре- ния до (м/с <sup>2</sup> )	Частоты до (Гц)
HEXaDRIVE 5	Симуляция движения кораб- ля	500	10	5
HEXaDRIVE 5 DT Тренажер для космонавтов и пилотов		500	10	5
HEXaDRIVE 10	Тестирование топливных ба- ков	300	40	10
HEXaDRIVE 10 EX	Тестирование топливных ба- ков заполненных бензином (взрывоустойчивое исполне- ние)	300	40	10
HEXaDRIVE 10 EP	Тестирование топливных ба- ков	700	40	10
HEXaDRIVE 10 EP EX	Тестирование топливных ба- ков заполненных бензином (взрывоустойчивое исполне- ние)	700	40	10
HEXaDRIVE 10 WT	Позиционирование и пере- мещение моделей в аэроди- намической трубе	150	20	10
HEXaDRIVE 20	Тестирование автомобиль- ных сидений на усталостную прочность	350	40	10
HEXaDRIVE 40	Для исследований вибрации на человеческий организм	200	40	20

HEXaDRIVE Sp Специальные модели	150 - 20000		40
---------------------------------	----------------	--	----

#### Система «FUNRIDE»

Система «FUNRIDE» (рис.1.14., рис.1.15.) предназначена для перемещения зрителей, предлагаются системы движения для всех видов развлекательных симуляторов, а также полные симуляторы «под ключ». Возможна настройка симуляторов под индивидуальную программу. Популярными изделиями фирмы «Simtec» являются развлекательные симуляторы для всей семьи.

Технологии используемые в этих системах пришли из систем симуляции полета для летчиков. Это дает гарантии качества предлагаемого оборудования.



Рис.1.14.



Рис.1.15.

Характеристики системы «FUNRIDE»

- Шестистепенная гидравлическая платформа.
- Высокодинамичные гидроприводы.
- Точное следование траектории
- Встроенная цифровая система управления
- Продуманная система безопасности
- Различные исполнения для нагрузок от 300 кг до нескольких тонн
- Мощная компьютеризированная система управления.
- Экономически выгодное модульное исполнение.
- Надежная элементная база лучших мировых производителей гидрооборудования.
- Стандартный интерфейс через последовательный порт компьютера с библиотекой исходных кодов.
- Встроенная система очистки фильтров.
- Режим управления приводами
- Режим управления по координатам
- Режим управления ускорением
- Гарантии от протечки масла из гидросистемы
- Соответствует европейским стандартам качества.

#### 1.3. Структурный анализ механизмов параллельной структуры

В данном разделе автором на основе общих положений структурной теории механизмов [4], [42], [52] предлагается системный подход к структурному синтезу механизмов параллельной структуры. Этот подход основан на формализованном описании и представлении общих свойств кинематических параллельных кинематических цепей механизма.

Рассмотрим сначала одну цепь. Пусть твердое тело – выходное звено манипулятора соединено с основанием некоторой кинематической цепью, у которой общее число звеньев не больше шести. Такая кинематическая цепь при отсутствии локальной внутренней подвижности и линейной зависимости между кинематическими винтами пар, налагает *D* связей на движение выходного звена:

$$D = -6n + 5p_5 + 4p_4 + 3p_3 + 2p_2 + p_1 \tag{1.1}$$

где n – количество промежуточных звеньев цепи;  $p_5$ ,  $p_4$ ...,  $p_1$  – количество одно-, двух-, ..., пятистепенных пар (подсчет  $p_5$ ,  $p_4$ ...,  $p_1$  ведется после замены кинематических соединений эквивалентными кинематическими парами). Если D = 0, то присоединяемая цепь не налагает связей на движение выходного звена; при D < 0 в присоединяемой цепи имеется подвижность, не связанная с перемещением выходного звена; если D > 0, то присоединение цепи приводит к уменьшению числа степеней свободы на D.

Далее будут рассматриваться структуры, у которых *D*≥0. При этом структурная формула имеет вид

$$W = 6 - \sum_{i=1}^{k} D_i = 6 + \sum_{i=1}^{k} (6n_i - 5p_{5,i} - \dots - p_{1,i})$$
(1.2)

где W – число степеней свободы механизма;  $n_i$  – количество промежуточных звеньев *i*-й соединительной цепи;  $p_{5,i}$ ,  $p_{4,i}$ ...,  $p_{1,i}$  – количество одно-, двух-, ..., пятистепенных пар *i*-й цепи; *i*, k – соответственно номер и число присоединяемых кинематических цепей.

Наряду с подсчетом числа *W* по структурной формуле (1.2) при синтезе механизмов должны быть учтены геометрические условия, влияющие на число степеней свободы и выражающие взаимное расположение и параметры звеньев.

Для каждой кинематической цепи нужно соблюсти следующие условия. Количество поступательных пар составляет не более трех, количество вращательных пар с параллельными осями – не более трех, количество вращательных пар с пересекающимися в одной точке осями не более трех, количество компланарно расположенных поступательных пар не более двух. На основе формулы (1.2) был проведен синтез всевозможных схем механизмов параллельной структуры при W = 1...6, k = 2...6.

Эти базовые схемы отличаются набором  $D_i$  в соединительных кинематических цепях. Схемы синтезированы из условия, что каждая соединительная цепь либо должна содержать приводную пару, либо налагать некоторое число связей на движение выходного звена. При этом, количество соединительных цепей с  $D_i = 0$  не превышает число степеней свободы механизма.

Синтезированные схемы (табл. 1.2) классифицированы на основе следующих признаков: число степеней свободы механизма W, число соединительных цепей k, общее число степеней свободы и число пар разных классов в каждой соединительной цепи.

При учете лишь первых двух признаков будут иметь место 30 вариантов, которые можно обозначить P3.5, P4.6 и т.д. Здесь первая буква означает параллельность структуры, а цифры – соответственно число степеней свободы и количество соединительных цепей, далее прибавляется еще четыре цифры, показывающие соответственно количество кинематических цепей, налагающих одну, две, три и четыре связи. Этих четырех цифр достаточно, поскольку цепь, налагающая пять связей, соответствует одной кинематической паре пятого класса (такой вариант имеет место в правой нижней части табл. 1.2).

Таблица	1	.2.
	_	

W	k					
	6	5	4	3	2	
6	P6.6.0.0.0.0	P6.5.0.0.0.0	P6.4.0.0.0.0	P6.3.0.0.0	P6.2.0.0.0.0	
5	P5.6.1.0.0.0	P5.5.1.0.0.0	P5.4.1.0.0.0	P5.3.1.0.0.0	P5.2.1.0.0.0	
4	P4.6.2.0.0.0	P4.5.2.0.0.0	P4.4.2.0.0.0	P4.3.2.0.0.0	P4.2.0.1.0.0	
		0.1.0.0	0.1.0.0	0.1.0.0	2.0.0.0	
	P3.6.3.0.0.0	P3.5.3.0.0.0	P3.4.3.0.0.0	P3.3.1.1.0.0	P3.2.0.0.1.0	
3		1.1.0.0	1.1.0.0	0.0.1.0	1.1.0.0	
			0.0.1.0	3.0.0.0		
	P2.6.4.0.0.0	P2.5.4.0.0.0	P2.4.2.1.0.0	P2.3.1.0.1.0	P2.2.0.0.0.1	
2		2.1.0.0	1.0.1.0	0.2.0.0	1.0.1.0	
			0.2.0.0	0.0.0.1	0.2.0.0	
			4.0.0.0	2.1.0.0		
1	P1.6.5.0.0.0	P1.5.3.1.0.0	P1.4.1.2.0.0	P1.3.1.0.0.1	P1.2.0.0.0.0	
		5.0.0.0	2.0.1.0	0.1.1.0	1.0.0.1	
			3.1.0.0	1.2.0.0	0.1.1.0	
				2.0.1.0		

Следующим существенным признаком, значительно расширяющим классификацию, является количество приводов в каждой соединительной кинематической цепи. Результаты классификации с учетом этого признака сведены в табл. 1.3, где структурные признаки механизмов представлены в несколько ином виде.

## <u>Таблица 1</u>.3

W	k				
,,	6	5	4	3	2
	P6.6.6.6.6	P6.6.6.6	P6.6.6.6	P6.6.6	P6.6
6	1.1.1.1.1.1	1.1.1.1.1	2.1.1.1	2.2.2	3.3
			3.1.1.1	3.2.1	2.4
	P666665	P66665	P6665	4.1.1 P6.6.5	P6 5
	111110	21110	3110	410	5.0
		1.1.1.1.1	2.2.1.0	3.2.0	4.1
5			2.1.1.1	2.2.1	3.2
			1.1.1.2	3.1.1	2.3
				2.1.2	1.4
		2666	<b>D</b> ( ( <b>7 7</b>	1.1.3	
	P6.6.6.5.5	P6.6.6.5.5	P6.6.5.5	P6.5.5	P6.4
	1.1.1.1.0.0	2.1.1.0.0	2 2 0 0	4.0.0	4.0
		P66664	2.2.0.0	2 2 0	2.2
		1.1.1.1.0	1.1.2.0	1.3.0	1.3
4			1.1.1.1	2.1.1	P5.5
4			P6.6.6.4	1.2.1	4.0
			2.1.1.0	P6.6.4	3.1
			1.1.1.1	2.2.0	2.2
				3.1.0	
				2.1.1	
	D666555	D66555	D6 5 5 5	1.1.2 D6.5.4	D6 2
	1 1 1 0 0 0	21000	3000	P0.3.4 3.0.0	P0.5 3.0
	1.1.1.0.0.0	1.1.1.0.0	2.1.0.0	2.1.0	2.1
		P6.6.6.5.4	1.2.0.0	1.2.0	1.2
		1.1.1.0.0	1.1.1.0	2.0.1	P5.4
			P6.6.5.4	1.0.2	3.0
3			2.1.0.0	1.0.1	2.1
5			1.1.1.0	P6.6.3	1.2
			1.1.0.1	2.1.0	0.3
			P0.0.0.3	1.1.1 D5 5 5	
			1.1.1.0	210	
				1.1.1	
				3.0.0	
	P6.6.5.5.5.5	P6.5.5.5.5	P6.5.5.4	P6.5.3	P6.2
	1.1.0.0.0.0	2.0.0.0.0	2.0.0.0	2.0.0	2.0
		1.1.0.0.0	1.1.0.0	1.1.0	1.1
		P6.6.5.5.4	1.0.0.1	1.0.1 DC 4.4	P5.3
		1.1.0.0.0	1100	200	2.0 0.2
			P6 6 4 4	110	11
2			1.1.0.0	P6.6.2	P4.4
			P5.5.5.5	1.1.0	2.0
			2.0.0.0	P5.5.4	1.1
			1.1.0.0	2.0.0	
				1.1.0	
				1.0.1	
	D65555	D65554	D6 5 4 4	0.0.2 D6 5 2	D6 1
	10.5.5.5.5.5	10.5.5.5.4	10.3.4.4	100	10
	1.0.0.0.0.0	P5.5.5.5.5	P6.5.5.3	P6.4.3	P5.2
		1.0.0.0.0	1.0.0.0	1.0.0	1.0
1			P5.5.5.4	P5.4.4	0.1
1			1.0.0.0	1.0.0	P4.3
			0.0.0.1	0.1.0	1.0
				P5.5.3	0.1
				1.0.0	
	1			0.0.1	l

После буквы Р следует от двух до шести цифр, которые характеризуют общее число степеней свободы в каждой подцепи. При этом количество подцепей k равно количеству цифр, а число степеней свободы можно найти по формуле (1.3)

$$W = 6 - \sum_{i=1}^{k} (6 - W_i), \qquad (1.3)$$

где  $W_i$  – общее число степеней свободы кинематических пар *i* - й подцепи.

Под каждой базовой структурой расположены наборы цифр, характеризующих число приводных пар каждой кинематической соединительной цепи.

Как видно из табл. 1.3, количество базовых схем, отличающихся друг от друга по перечисленным признакам, а также расположению приводов равно 132.

Следует отметить, что каждой из представленных схем соответствует обширное множество механизмов.[23]

#### 1.4. Задачи исследования в диссертации

В соответствии с результатами предварительного рассмотрения и выявления наиболее актуальной проблематики в качестве основных в диссертации намечены следующие задачи.

1. Определение конфигураций и значений параметров рабочих зон при разном размещении рабочих органов на многостепенной подвижной платформе при ограничениях по ходам приводов при различном числе степеней подвижности механизма параллельной структуры.

2. Геометрический синтез схем манипуляторов, включая решение прямой и обратной задач геометрического анализа манипуляторов для типовых схем с различным числом степеней подвижности.

3. Постановка, формализация и решение ряда задач динамики манипуляторов с жесткими и с упругими звеньями.

4. Структурная и параметрическая оптимизация механизмов манипуляторов параллельной структуры, разработка рекомендаций по выбору оптимальных значений параметров системы управления манипулятором.

5. Проверка на макете правильности новых схемных решений механизмов манипуляторов параллельной структуры с вращательными приводами и шарнирно-рычажными механизмами параллельных кинематических цепей.

#### 1.5. Выводы по главе 1

1. Отличительной особенностью механизмов параллельной структуры является то, что выходное звено связано с неподвижным основанием несколькими кинематическими цепями.

 Многостепенные механизмы параллельной структуры с приводными звеньями, работающими только на растяжение-сжатие, находят достаточно широкое применение как комбинированные пространственные приводы в металлорежущих станках, в координатно-измерительных машинах, в тренажерах, в испытательных стендах, в технологических промышленных роботах.
 Предложенный системный подход к структурному синтезу механизмов параллельной структуры, основанный на формализованном описании и представлении общих свойств кинематических цепей механизма, позволил построить классификацию механизмов параллельной структуры.

4. Развернуто сформулированные основные задачи данной диссертации относятся к разработке научных основ инженерных методик расчета характеристик механизмов параллельной структуры, определяющих области и условия их применения.

## 2. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ О ПОЛОЖЕНИЯХ МЕХАНИЗМОВ С ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ КИНЕМАТИЧЕСКИМИ ЦЕПЯМИ

Данная глава посвящена описанию математического аппарата, который по мнению крупнейших специалистов, в наибольшей степени приспособлен для формализованного описания и практического решения задач геометрии, статики, кинематики и динамики рассматриваемых механизмов параллельной структуры.

Аналитическое решение прямой задачи о положениях механизмов состоит в решении нелинейных систем тригонометрических уравнений, примеры которых будут приводиться далее. Решение в аналитическом виде данных систем уравнений, как правило, представляет значительные трудности и сопряжено с немалыми вычислительными затратами. Однако, существуют частные случаи, когда такое решение возможно и является предпочтительным.

## 2.1. Использование линеаризации для решения прямой задачи о положениях механизмов параллельной структуры

Для шестистепенного механизма манипулятора параллельной структуры (рис.3.39.) исходная система геометрических соотношений имеет вид (2.1)

$$\begin{cases} (x_{B1} - x_{A1})^{2} + (y_{B1} - y_{A1})^{2} + (z_{B1} - z_{A1})^{2} = l_{6}^{2} \\ (x_{B1} - x_{A2})^{2} + (y_{B1} - y_{A2})^{2} + (z_{B1} - z_{A2})^{2} = l_{1}^{2} \\ (x_{B2} - x_{A2})^{2} + (y_{B2} - y_{A2})^{2} + (z_{B2} - z_{A2})^{2} = l_{2}^{2} \\ (x_{B2} - x_{A3})^{2} + (y_{B2} - y_{A3})^{2} + (z_{B2} - z_{A3})^{2} = l_{3}^{2} \\ (x_{B3} - x_{A3})^{2} + (y_{B3} - y_{A3})^{2} + (z_{B3} - z_{A3})^{2} = l_{4}^{2} \\ (x_{B3} - x_{A1})^{2} + (y_{B3} - y_{A1})^{2} + (z_{B3} - z_{A1})^{2} = l_{5}^{2} \\ (x_{B1} - x_{B3})^{2} + (y_{B1} - y_{B3})^{2} + (z_{B1} - z_{B3})^{2} = l^{2} \\ (x_{B1} - x_{B2})^{2} + (y_{B1} - y_{B2})^{2} + (z_{B1} - z_{B3})^{2} = l^{2} \\ (x_{B2} - x_{B3})^{2} + (y_{B2} - y_{B3})^{2} + (z_{B2} - z_{B3})^{2} = l^{2} \end{cases}$$

При расчете сложных схем манипуляторов ввиду чрезвычайно растущего для малых перемещений объема вычислений, предпочтительно иметь дело с линеаризованной задачей. Общий подход заключается в следующем. Задается некоторая номинальная (в некотором смысле «средняя» для области возможных движений) конфигурация механизма в целом. Для этой конфигурации известны номинальные значения координат  $x_{Ai}$ ,  $y_{Ai}$ ,  $z_{Ai}$ ,  $x_{Bi}$ ,  $y_{Bi}$ ,  $z_{Bi}$ всех шарниров как на неподвижном основании, так и на платформе, а также известны номинальные значения  $l_i$  длин всех звеньев. Относительно номинального положения задаются малые перемещения. Система линейных уравнений с постоянными коэффициентами формируется по правилам линеаризации (2.2).

$$\begin{aligned} (x_{B1} - x_{A1}) \cdot \Delta x_{B1} + (y_{B1} - y_{A1}) \cdot \Delta y_{B1} + (z_{B1} - z_{A1}) \cdot \Delta z_{B1} = l_1 \cdot \Delta l_1 \\ (x_{B2} - x_{A2}) \cdot \Delta x_{B2} + (y_{B2} - y_{A2}) \cdot \Delta y_{B2} + (z_{B2} - z_{A2}) \cdot \Delta z_{B2} = l_2 \cdot \Delta l_2 \\ \dots \\ (x_{Bn} - x_{An}) \cdot \Delta x_{Bn} + (y_{Bn} - y_{An}) \cdot \Delta y_{Bn} + (z_{Bn} - z_{An}) \cdot \Delta z_{Bn} = l_n \cdot \Delta l_n \\ (x_{B1} - x_{B2}) \cdot \Delta x_{B1} + (y_{B1} - y_{B2}) \cdot \Delta y_{B1} + (z_{B1} - z_{B2}) \cdot \Delta z_{B1} = 0 \\ (x_{B2} - x_{B3}) \cdot \Delta x_{B2} + (y_{B2} - y_{B3}) \cdot \Delta y_{B2} + (z_{B2} - z_{B3}) \cdot \Delta z_{B2} = 0 \\ \dots \\ (x_{B3\cdot N-n} - x_{B1}) \cdot \Delta x_{B3\cdot N-n} + (y_{B3\cdot N-n} - y_{B1}) \cdot \Delta y_{B3\cdot N-n} + (z_{B3\cdot N-n} - z_{B1}) \cdot \Delta z_{B3\cdot N-n} = 0 \end{aligned}$$

где *n* – количество приводных звеньев, *N* – количество точек платформы, к которым крепятся приводные звенья,  $B_1, ..., B_n$  – точки крепления штоков приводных звеньев,  $A_1, ..., A_n$  – точки крепления оснований приводных звеньев,  $l_1, ..., l_n$ – длины приводных звеньев до приращения,  $\Delta l_1, ..., \Delta l_n$  – приращения длин приводных звеньев,  $\Delta x_{B1}, ..., \Delta z_{Bn}$  - искомые приращения координат точек платформы  $B_1, ..., B_n$ .

Систему (2.2) можно записать в матрично-векторном представлении (2.3).

$$M \cdot \Delta X = V \tag{2.3}$$

где *M* - матрица постоянных коэффициентов, Δ*X* - *n*-мерный вектор приращений координат шести шарниров, принадлежащих выходному звену, *V* – *n*-мерный вектор воздействий (приращений длин приводных звеньев).

Вектор X, характеризующий значения координат выходного звена (координат шести его шарниров), может быть вычислен с учетом начального значения  $X_0$  по формуле (2.4).

$$X = X_0 + \Delta X = X_0 + M^{-1} \cdot V$$
(2.4)

где  $M^{-1}$ - матрица, обратная матрице M. С использованием линеаризованных уравнений автором решена большая серия задач для типовых движений шестистепенных платформ Стюарта. Оценивание точности решений, полученных по линеаризованным уравнениям, представляет достаточно сложную задачу, выходящую за рамки темы данной диссертации.

## 2.2 Использование алгебры винтов (мо́торов) для решения прямой задачи о положениях механизмов параллельной структуры

Винт [23] представляет собой комплекс, состоящий из векторной и моментной частей  $\Phi \equiv (r, r^o) \equiv (x, y, z, x^o, y^o, z^o)$ . Причем  $\Phi$  является винтом только в случае коллинеарности r и  $r^o$ , иначе, в общем случае,  $\Phi$  является
мо́тором, таким образом винт - частный случай мотора. Механическое значение винта двоякое: кинематическое и силовое.

Во-первых, наиболее общий случай конечного перемещения твердого тела в пространстве реализуется при винтовом движении, которое характеризуется осью, углом поворота вокруг этой оси и поступательным перемещением параллельно этой оси. Если перемещения — бесконечно малые, то соответствующий винт называется кинематическим винтом.

Если перемещение — бесконечно малое, то, отнеся его к бесконечно малому промежутку времени, получается мгновенный винт скоростей, которого вектор - угловая скорость, а момент — поступательная скорость тела. Скорость любой точки тела есть момент винта относительно этой точки.

Мгновенный винт скоростей также называется кинематическим винтом.

Возможны и «конечные» (т. е. большие) винтовые движения тела, но изображающие их винты нельзя складывать и вычитать, если они совершаются относительно различных осей.

Во-вторых, наиболее общая система сил, действующих на тело, может быть приведена к силовому винту по правилам приведения системы несвободных векторов, если векторы изображают силы. Сумма всех сил есть вектор винта, а момент системы сил относительно какой-нибудь точки пространства есть момент эквивалентного винта относительно этой точки.

Существует еще и винт количеств движения (кинетический винт), однако он получается путем преобразования кинематического винта. Алгебра винтов изложена в [23].

Рассмотрим возможности приложения алгебры винтов к теории рассматриваемых механизмов.

Пусть для механизма с несколькими соединительными кинематическими цепями (см. рис. 2.1.) нужно решить прямую задачу о положениях.

Сначала нужно задать некоторое начальное положение механизма, при

37

котором известны как обобщенные координаты выходного звена, так и абсолютные координаты шарниров. Затем, давая малые конечные приращения обобщенным координатам, необходимо найти малые конечные перемещения выходного звена. Новое положение принимается за начальное, и относительно него даются новые приращения, после чего расчет повторяется. Расчет ведется до тех пор, пока обобщенные координаты не достигнут заданных значений.

Данный алгоритм сходится к точному решению, так как возникающее в ходе итераций виртуальное "движение" можно рассматривать как ломанную Эйлера для соответствующих систем дифференциальных уравнений.

Для примера можно обратиться к *l*-координатным механизмам, имеющим шесть соединительных цепей с одной поступательной приводной парой и двумя сферическими неприводными парами (рис.2.1., рис.3.39.).

Требуется решить две задачи: определить малое пространственное перемещение твердого тела (выходного звена) из некоторого начального положения по малым приращениям *l*-координат и построить итерационную процедуру решения.

Считая известным начальное положение тела в неподвижной базовой системе координат и начальные значения *l*-координат, определим кинематический винт  $\Phi = \varphi + kS$ , характеризующий элементарное перемещение тела при заданных элементарных приращениях  $dl_1,..., dl_6$  *l*-координат.



Рис.2.1.

Здесь ф и S - вектор и момент винта, выражающие поворот и линейное перемещение; *k* - множитель Клиффорда.

Пусть  $E_1,...,E_6$  - единичные орты, направленные по звеньям, соединяющим точки  $A_1,...,A_6$  базы с точками  $B_1,...,B_6$  тела (рис. 2.1).

Проекция момента искомого винта  $\Phi$ , приведенного к точке  $B_i$  (i = 1 ...6), на орт  $E_i$ - будет равна относительному моменту  $E_i$  и  $\Phi$ . Перемещение точки  $B_i$ , соответствующее винту  $\Phi$ , характеризуется моментом винта  $\Phi$ , приведенным к точке  $B_i$ . Следовательно, приращение  $dl_i$  равно относительному моменту  $E_i$  - и  $\Phi$ , и можно составить систему уравнений (2.5), коэффициентами которой являются плюккеровы координаты  $x_i, y_i, z_i, x_i^o, y_i^o, z_i^o$  ортов  $E_i$ - (i = 1...6) [23]:

$$\begin{cases} x_1^o x + y_1^o y + z_1^o z + x_1 x^o + y_1 y^o + z_1 z^o = dl_1 \\ \dots \\ x_6^o x + y_6^o y + z_6^o z + x_6 x^o + y_6 y^o + z_6 z^o = dl_6 \end{cases}$$
(2.5)

где  $x, y, z, x^{o}, y^{o}, z^{o}$  - плюккеровы координаты искомого винта  $\Phi$ .

Из системы (2.5) получаем решение первой части задачи.

Остановимся на второй части задачи. Даны значения *l*-координат  $l_i$  (*i* = 1 ...6). Требуется найти положение тела в пространстве.

Для ряда структурных схем эта задача решается аналитически. В общем случае требуется решение нелинейной системы уравнений. Далее приводится итерационный способ («шаг за шагом»), требующий на каждом шаге рассмотрения линейной системы.

Зададим некоторое начальное положение тела и определим для него значения *l*-координат  $l_1^{\mu},...,l_6^{\mu}$ . Далее организуем виртуальное "движение" тела, состоящее из *N* малых шагов, каждый из которых соответствует малым приращениям *l*-координат  $\Delta l_i$ , - (*i* = 1...6). На каждом шаге определяем малый конечный кинематический винт  $\Delta \Phi$ . При этом используем системы уравнений (2.5), заменив в ней правые части на  $\Delta l_i$ , (*i* = 1...6).

Зная  $\Delta \Phi$ , можно найти приращения декартовых координат точек  $B_1,...,B_6$ . Указанные приращения равны моментам винта  $\Delta \Phi$  относительно этих точек. Таким образом, в конце каждого шага становится известным новое положение тела.

Применив рассмотренную процедуру необходимое число раз, можно утверждать, что решена вторая часть поставленной задачи, причем для уменьшения ошибок вычислений требуется увеличение числа шагов.

Отметим, что может быть выбрана любая траектория "движения" тела из их бесконечного множества, соответствующего различным законам изменения *l*-координат.

На определенном шаге может встретиться особое положение, при котором главный определитель системы уравнений (2.5) равен нулю. В качестве простейшего способа решения задачи в этом случае предлагается использовать алгоритм "движение по инерции", заключающийся в следующем.

При подходе к особому положению, когда определитель системы (2.5) становится меньше наперед заданного числа  $\varepsilon$ , даем телу "перемещения" по винту, соответствующему последнему шагу выполняемой процедуры. Опре-

деляя новое положение тела, находим определитель, составленный из плюккеровых координат ортов  $E_1$ ,...,  $E_6$ , и делаем это до тех пор, пока определитель не станет больше  $\varepsilon$ . При этом констатируется, что в виртуальном движении тело "пришло" в новое положение, и уже из него, задавая соответствующие приращения *l*-координат, следует искать требуемое решение.

## Пример использования итерационной процедуры

Рассмотрим пример (рис.2.2.) - решение прямой задачи для тела-сферы радиусом 1 м, положение в пространстве для которого определяется шестью расстояниями между точками  $A_1, ..., A_6$  и  $B_1, ..., B_6$ , причем точки  $B_1$  и  $B_4, B_2$  и  $B_5, B_3$  и  $B_6$  попарно совпадают. (Здесь не показаны точки  $B_4, B_5, B_6$ .)



Рис.2.2.

В качестве начального принято положение, изображенное на рис. 2.2, при котором  $l_i = 1$  м ( $i = 1 \dots 6$ ), а плюккеровы координаты ортов  $E_1, \dots, E_6$  образуют матрицу

0	0	1	0	1	0
0	0	1	-1	0	0
0	0	1	0	-1	0
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	-1	0	0	0	-1

Зададим конкретные численные данные. Пусть требуется найти положение тела при приращении  $l_1$  и  $l_4$  на 0,1 м. Используем лишь одну итерацию.

Из системы (2.5), полагая  $\Delta l_1 = \Delta l_4 = 0,1$  м,  $\Delta l_2 = \Delta l_3 = \Delta l_5 = \Delta l_6 = 0$  находим плюккеровы координаты  $\Delta \Phi$ : x = 0,05 рад, y = 0,05 рад, z = 0;  $x^\circ = 0,1$  м,  $y^\circ = 0, z^\circ = 0,05$  м.

Орт оси вращения определяется первыми тремя координатами винта и равен  $\left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}, \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}\right)$ , а угол на который следует

повернуть тело определяется модулем вектора с координатами (x, y, z) и равен  $\phi = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ . При этом линейное смещение будет определяться последними тремя координатами винта  $\Phi$ , таким образом точка O переместится на 0,1 м по оси x и на 0,05 м по оси z, а тело повернется вокруг оси с направляющим вектором (0,707; 0,707; 0) на угол 0,0707 рад.

Такое описание поворота является удобным при использовании в дальнейших расчетах кватернионов [19].

Приведя найденный винт  $\Delta \Phi$  к точкам  $B_1,...,B_6$ , находим их перемещения: точки  $B_1$  и  $B_4$  переместятся по осям x и z на 0,1 м, а точки  $B_2,B_3,B_5,B_6$  - по оси x на 0,1 м.

Приведение осуществляется по формуле (2.7).

$$r_{M'}^{o} = r_{M}^{o} + MM' \times r \tag{2.7}$$

где  $\Phi = (r, r^o), r$  – векторная часть винта  $\Phi$ , а  $r_M^o$  – моментная часть винта  $\Phi$  приведенная к точке M, M и M' - начальная и конечная точка приведения.

Вследствие малого, но конечного размера шага, имеет место невязка: по выполнении процедуры значения *l*-координат будут отличаться от заданных.

Невязки  $l_1$  и  $l_4$  равны 0,0045 м, а для  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $l_5$   $l_6$  они составляют 0,005 м. таким образом, невязка составляет примерно 5% от величины шага.

Для механизма с параллельной структурой, отличной от lкоординатной, приведенный алгоритм работоспособен, но должен быть дополнен определением силовых взаимных винтов вместо  $E_1$ ;...,  $E_6$ .[23]

## 2.3. Выводы по главе 2

1. При постановке и решении задач механики параллельной структуры целесообразно использовать математический аппарат теории винтов и кватернионов, который до сих пор недостаточно применялся в робототехнике.

2. Аппарат теории винтов позволяет единообразно описывать как силовые, так и кинематические характеристики механизмов параллельной структуры.

3. Аппарат кватернионов приспособлен для описания геометрии углового ориентирования, причем при нескольких поворотах он позволяет непосредственно определять результирующие повороты по дугам кратчайших расстояний.

4. Вычислительные задачи при использовании кватернионов оказываются достаточно громоздкими и включают различные операции над тригонометрическими функциями.

# 3. МЕХАНИЗМЫ МАНИПУЛЯТОРОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С РАЗЛИЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ ПОДВИЖНОСТИ

Для механизмов параллельной структуры, используемых в робототехнике, важнейшим показателем является число степеней свободы (или число приводных звеньев). Из всего многообразия механизмов параллельной структуры особый интерес представляет класс механизмов, в которых все звенья работают только на растяжение-сжатие. В него входят механизмы, все приводы которых линейные, а оси сопряженных звеньев должны пересекаться в одной точке. Данные механизмы наиболее подробно рассматриваются в данной диссертационной работе. В дальнейшем изложении количество степеней подвижности кинематической цепи и количество приводов в ней представлено в виде цифры и индекса при ней, соответственно.

При рассмотрении свойств различных схем обращается особое внимание на те характеристики, которые широко используются в робототехнике, но которые не были исследованы для механизмов манипуляторов параллельной структуры.

Во-первых, известно, что рабочая зона является важнейшей характеристикой любого робота. Для типовых механизмов манипуляторов последовательной структуры рабочие зоны представляют собой простые трехмерные тела, ограниченные плоскостями, цилиндрическими и сферическими поверхностями; их описание приводится во многих литературных источниках [39], [61],[63],[71], [81] и др.. В то же время для механизмов параллельной структуры можно найти только немногие примеры определения рабочих зон, к тому же без всякого анализа особенностей конфигураций этих зон и параметров [23], [24]. Для восполнения указанного пробела в этой главе для схем механизмов параллельной структуры по разработанной методике исследуются сечения рабочих зон и определяются зависимости их параметров от ограничений по ходам приводов.

Во всех случаях обращается особое внимание на влияние расположения шарниров на подвижной платформе.

Во-вторых, обращается внимание на свойства парциальных движений, т.е. тех движений, которые получаются при работе только одного привода (при изменении длины одного приводного звена).

В-третьих, устанавливается, каким образом должны координировано изменяться длины приводных звеньев для того, чтобы воспроизводить определенные типовые движения.

Представление результатов проведенных автором расчетов по всем перечисленным пунктам дает достаточно полное представление о свойствах всех рассматриваемых схем.

## 3.1. Трехстепенные манипуляторы

Трехстепенные (или трехкоординатные) манипуляторы являются наиболее простым типом пространственных манипуляторов с параллельными кинематическими цепями (параллельной структуры). По приведенной классификации (гл. 1) рассмотренная схема имеет тип  $P5_15_15_1$ . Имея три линейные степени подвижности, такой манипулятор позволяет позиционировать рабочий орган в пространстве по трем координатам. Данный тип манипулятора широко используется в качестве подъемных механизмов со свободным подвешиванием груза M. Угловая ориентация груза по двум углам обеспечивается силой тяжести по третьему - свободная. Кинематическая схема манипулятора представлена ниже (рис. 3.1). Манипулятор построен на треугольном основании  $A_1A_2A_3$ , к которому посредством двухстепенных шарниров крепятся приводные звенья  $A_1B_1$ ,  $A_2B_1$  и  $A_3B_1$ , которые, в свою очередь, соединены с подвесом для груза M при помощи строенного двухстепенного шарнира.

Варианты кинематических схем производных от схемы рис.3.1. таких манипуляторов представлены на рис.3.23 и рис.3.25. Различие этих схем заключается в исполнении строенного трехстепенного шарнира.



Рис.3.1.

Выражения связи между длинами приводных звеньев  $A_1B_1$ ,  $A_2B_1$  и  $A_3B_1$  и координатами шарнира  $B_1$ , приводятся ниже.

$$l_{1} = \sqrt{(x_{A1} - x_{B1})^{2} + (y_{A1} - y_{B1})^{2} + z_{B1}^{2}}$$

$$l_{2} = \sqrt{(x_{A2} - x_{B1})^{2} + (y_{A2} - y_{B1})^{2} + z_{B1}^{2}}$$

$$l_{3} = \sqrt{(x_{A3} - x_{B1})^{2} + (y_{A3} - y_{B1})^{2} + z_{B1}^{2}}$$
(3.1)

где:  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$  - длины приводных звеньев  $A_1B_1$ ,  $A_2B_1$  и  $A_3B_1$  соответственно;  $(x_{A1}, y_{A1}, 0)$  – координаты точки основания  $A_1$ ;  $(x_{A2}, y_{A2}, 0)$  – координаты точки основания  $A_2$ ;  $(x_{A3}, y_{A3}, 0)$  – координаты точки основания  $A_3$ ;  $(x_{B1}, y_{B1}, z_{B1})$  – координаты шарнира  $B_1$  в неподвижной системе координат.

Для симметричной схемы, где основанием является равносторонний треугольник  $A_1A_2A_3$ , координаты точек крепления приводных звеньев представлены выражениями (3.2).

$$x_{A1} = -a \qquad x_{A2} = 0 \qquad x_{A3} = a$$
  
$$y_{A1} = -\frac{\sqrt{3} \cdot a}{3} \qquad y_{A2} = \frac{2 \cdot \sqrt{3} \cdot a}{3} \qquad y_{A3} = -\frac{\sqrt{3} \cdot a}{3} \qquad (3.2)$$

где *а* – масштабный фактор, равный половине длины стороны основания, аппликаты всех точек основания равны нулю. Координаты точки *B*<sub>1</sub> через длины приводов могут быть найдены по формулам (3.3).

$$x_{B1} = \frac{a}{4} \cdot \left(\lambda_{1}^{2} - \lambda_{3}^{2}\right)$$

$$y_{B1} = \frac{a \cdot \sqrt{3}}{12} \cdot \left(\lambda_{1}^{2} + \lambda_{3}^{2} - 2 \cdot \lambda_{2}^{2}\right)$$

$$z_{B1} = \frac{a}{6} \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\lambda_{1}^{2} \cdot \lambda_{2}^{2} + \lambda_{2}^{2} \cdot \lambda_{3}^{2} + \lambda_{3}^{2} \cdot \lambda_{1}^{2} - \lambda_{1}^{4} - \lambda_{2}^{4} - \lambda_{3}^{4}\right) + 12 \cdot \left(\lambda_{1}^{2} + \lambda_{2}^{2} + \lambda_{3}^{2}\right) - 48$$
(3.3)

Длины звеньев в данных выражениях выражаются через безразмерные величины  $\lambda_1 = \frac{l_1}{a}, \lambda_2 = \frac{l_2}{a}, \lambda_3 = \frac{l_3}{a}$ . По этим формулам определяются координаты шарнира  $B_1$ .

Характерными движениями манипулятора, построенного по схеме (рис. 3.1.), являются перемещение вверх-вниз (рис.3.2), а также перемещение в вертикальной плоскости по окружности (рис.3.3), осью которой является сторона основания, это перемещение осуществляется изменением длины одного из приводных звеньев из номинального положения, когда  $l_1 = l_2 = l_3 = l_0$ .

Перемещение вверх-вниз осуществляется одинаковым изменением всех трех длин  $l_1, l_2$  и  $l_3$  на одинаковую величину  $b; l_1' = l_0 + b, l_2' = l_0 + b, l_3' = l_0 + b$ .

При изменении длины одного звена радиусом окружности является высота треугольника построенного из двух оставшихся приводных звеньев и стороны основания между ними.



С учетом того, что базой является треугольник  $A_1A_2A_3$ , нужно различать два случая работы манипулятора: когда груз M находится в объеме треугольной призмы, основанием которой служит треугольник  $A_1A_2A_3$ , и когда груз выходит за её границу. В первом случае все приводные звенья работают только на сжатие, и при этом не мешают перемещениям груза. Во втором случае один или два приводных звена будут работать на растяжение. При возможности выхода груза за пределы указанной треугольной призмы должно быть такое крепление шарниров основания, которое работает на отрыв.

На некоторых направлениях движения траектория движения груза может пересекать одно из звеньев механизма, что недопустимо. Условие непересечения звеньев следует учитывать при расчете рабочей зоны манипулятора.

Ниже приводится методика построения сечений рабочей зоны и представляются результаты расчетов .

Ограничения на длины приводных звеньев относительно номинальных значений имеют вид

$$L_{\max} = L_0 \cdot (1 + k_{\max}); L_{\min} = L_0 \cdot (1 - k_{\min})$$
(3.4)

48

где  $k_{min}$ ,  $k_{max}$ - коэффициенты, определяющие во сколько раз минимальная или максимальная граница положения привода больше, чем для манипулятора в номинальной конфигурации.







Рис.3.5.



Рис.3.6.

При этом выражения для радиусов границ имеют вид:

$$\begin{aligned} r_{3\max} &= \sqrt{\left(L_0 \cdot (1+k_{\max})\right)^2 - H^2} , \ r_{3\min} = \sqrt{\left(L_0 \cdot (1-k_{\min})\right)^2 - H^2} , \\ r_{\min} &= \frac{\left(1-k_{\min}\right)}{3 \cdot (1+k_{\max})} \sqrt{9 \cdot (1-k_{\max})^2 \cdot L_0^2 - 3} , \\ r_{1\min} &= \sqrt{\left(1-k_{\min}\right)^2 \cdot L_0^2 - 1} , \\ r_{1\max} &= \sqrt{\left(1-k_{\max}\right)^2 \cdot L_0^2 - 1} , \\ r_{1\max} &= \sqrt{\left(1+k_{\max}\right)^2 \cdot L_0^2 - 1} , \\ r_{2\max} &= L_0 \cdot (1+k_{\max}) . \end{aligned}$$

Учитывая то, что построения производятся для шарнира  $B_1$ , для получения рабочей области груза *m* необходимо принимать во внимание длину подвеса *n*, в связи с чем, рабочая область сместится вниз на длину подвеса относительно верхнего шарнира. На рис.3.4. – 3.6 изображены сечения рабочей зоны при  $k_{max} = k_{min} = 0.2$  для точки  $B_1$  (заштриховано) и для рабочего органа (границы показаны штриховой линией).

Сечение рабочей зоны для других  $k_{min}$ ,  $k_{max}$  показаны на рис.3.7 - 3.15.





Рис.3.7. ( $k_{max} = 0.2$ ,  $k_{min} = 0.4$ )

Рис.3.8.  $(k_{max} = 0.2, k_{min} = 0.4)$ 



Рис.3.9.  $(k_{max} = 0.2, k_{min} = 0.4)$ 





Рис.3.10. ( $k_{max} = 0.4$ ,  $k_{min} = 0.2$ )

Рис.3.11. ( $k_{max} = 0.4$ ,  $k_{min} = 0.2$ )



Рис.3.12. ( $k_{max} = 0.4$ ,  $k_{min} = 0.2$ )

При увеличении хода приводных звеньев сечение рабочей зоны изменится с учетом положения звеньев механизма, как показано на рис.3.13 – рис.3.15.





Рис.3.13.  $(k_{max} = k_{min} = 0.3)$ 

Рис.3.14.  $(k_{max} = k_{min} = 0.3)$ 



Рис.3.15.  $(k_{max} = k_{min} = 0.3)$ 

Сечение рабочей зоны характеризуется вырезами, необходимыми для предотвращения столкновений рабочего органа и груза с приводными звень-ями.

Вырезы имеют форму овалов, центры которых совпадают с точками крепления приводных звеньев к основанию, а большие оси направлены вдоль проекций соответствующих приводных звеньев на плоскость основания.

Размеры вырезов зависят от диаметра сечений звеньев *d* длины подвеса *h* и габаритов переносимого груза *D*. Схема построения вырезов показана на рис.3.16.



Рис.3.16.

где 
$$\varphi = \arcsin\left(\frac{d+D}{2\cdot h}\right), l = \frac{H}{\cos\left(\arcsin\left(\varphi\right)\right)}, L_{np} = \frac{d+D}{h} \cdot l.$$

Для манипуляторов, сконструированных по схеме рис.3.1 с точками основания с координатами (3.2) габаритные параметры  $H_{p3}$ ,  $W_{p3}$  и *B* (см. рис.3.17 – рис.3.19) рабочей зоны определяются зависимостями (3.5) - (3.10) где  $\lambda_0 = \frac{L_0}{a}$ ,  $L_0$  - номинальная длина приводных звеньев *a* – масштабный ко-эффициент, равный половине длины стороны основания,  $H_{p3}$ ,  $W_{p3}$  – линейные размеры, которые имеют размерность коэффициента *a*.

$$H_{p_{3}} = a \cdot \left( \sqrt{\frac{9 \cdot (1 + k_{\max})^{2} \cdot \lambda_{0}^{2} - 12}{3}} - \sqrt{\frac{9 \cdot (1 - k_{\min})^{2} \cdot \lambda_{0}^{2} - 12}{3}} \right)$$
(3.5)  
$$W_{p_{3}} = a \cdot \left( 3 \cdot \lambda_{0}^{2} \left( (1 + k_{\max})^{2} - (1 - k_{\min})^{2} \right) + \frac{(1 - k_{\min})^{2}}{(1 + k_{\max})^{2}} - 1 \right)$$
(3.6)

при

$$\frac{k_{\max} + k_{\min}}{3 \cdot (1 + k_{\max})} \cdot \left(\sqrt{9 \cdot \lambda_0^2 \cdot (1 + k_{\max})^2 - 3}\right) < 2$$

$$\frac{\mu}{3 \cdot (1 + k_{\max})} \cdot \left(\sqrt{9 \cdot \lambda_0^2 \cdot (1 + k_{\max})^2 - 3}\right) > 1$$

(приведенные условия обеспечивают отсутствие пересечений рабочей зоны с плоскостью основания манипулятора)

и зависимостями (3.7) и (3.8)

$$H_{p_3} = a \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \sqrt{9 \cdot (1 + k_{\max})^2 \cdot \lambda_0^2 - 12}\right)$$
(3.7)

$$W_{p_3} = a \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \sqrt{9 \cdot (1 + k_{\max})^2 \cdot \lambda_0^2 - 3} - 2\right)$$
(3.8)

в другом случае.



Рис.3.17. Сечение плоскостью хz при

$$\frac{k_{\max} + k_{\min}}{3 \cdot (1 + k_{\max})} \cdot \left(\sqrt{9 \cdot \lambda_0^2 \cdot (1 + k_{\max})^2 - 3}\right) < 2 \quad \text{M}$$
$$\frac{(1 - k_{\min})}{3 \cdot (1 + k_{\max})} \cdot \left(\sqrt{9 \cdot \lambda_0^2 \cdot (1 + k_{\max})^2 - 3}\right) > 1$$
$$(k_{\min} = 0.2, k_{\max} = 0.2)$$





$$\frac{k_{\max} + k_{\min}}{3 \cdot (1 + k_{\max})} \cdot \left(\sqrt{9 \cdot \lambda_0^2 \cdot (1 + k_{\max})^2 - 3}\right) > 2 \quad \text{M}$$

$$\frac{(1 - k_{\min})}{3 \cdot (1 + k_{\max})} \cdot \left(\sqrt{9 \cdot \lambda_0^2 \cdot (1 + k_{\max})^2 - 3}\right) < 1$$

$$(k_{\min} = 0.7, k_{\max} = 0.4)$$



Рис. 3.19. Сечение плоскостью zy.

Габаритный параметр рабочей зоны В определяется выражениями

$$B = \frac{a \cdot \sqrt{3} \cdot \lambda_0^2}{3} \cdot \left( (1 + k_{\max})^2 - (1 - k_{\min})^2 \right)$$
(3.9)

при

$$\frac{\sqrt{(1+k_{\max})^2 \cdot \lambda_0^2 - 1} - (1-k_{\min}) \cdot \lambda_0 < \sqrt{3}}{3 \cdot (1+k_{\max})} \cdot \left(\sqrt{9 \cdot \lambda_0^2 \cdot (1+k_{\max})^2 - 3}\right) < 1$$

И

$$B = \sqrt{(1 + k_{\max})^2 \cdot \lambda_0^2 - 1} + (1 + k_{\max}) \cdot \lambda_0 - \sqrt{3}$$
(3.10)

в других случаях.

Графики зависимостей геометрических параметров  $\frac{H_{p3}}{a}, \frac{W_{p3}}{a}, \frac{B}{a}$  от  $k_{min}$  и  $k_{max}$  приведены на рис.3.20, рис.3.21, рис.3.22, соответственно.



Рис.3.20.

Приведенная зависимость показывает, что зависимость величины  $H_{p_3}$  от значений  $k_{max}$  и  $k_{min}$ ,  $H_{p_3}$  близка к линейной.  $H_{p_3}$  монотонно возрастает при увеличении  $k_{max}$  и монотонно убывает при увеличении  $k_{min}$ .

Линейная аппроксимация  $H_{p_3}$ , рассчитанная методом наименьших квадратов, от значений  $k_{max}$  и  $k_{min}$  имеет вид (3.11).

$$H_{p_3} = a \cdot \left(\frac{\sqrt{81 \cdot \lambda_0^2 - 48}}{3} - \frac{2\sqrt{9 \cdot \lambda_0^2 - 12}}{3}\right) \cdot (k_{\text{max}} + k_{\text{min}})$$
(3.11)



Рис.3.21.

Видно, что величина  $W_{p3}$  имеет зависимость от значений  $k_{max}$  и  $k_{min}$ , близкую к линейной,  $W_{p3}$  монотонно возрастает при увеличении  $k_{max}$  и монотонно убывает при увеличении  $k_{min}$ .

Построенная линейная аппроксимация  $H_{p3}$  от значений  $k_{max}$  и  $k_{min}$  имеет вид (3.12).

$$W_{p_3} = a \cdot \left(\frac{5 \cdot \lambda_0^2}{4} - \frac{5}{27}\right) \cdot (k_{\max} + k_{\min})$$
(3.12)



Рис.3.22.

Величина *В* имеет зависимость от значений  $k_{max}$  и  $k_{min}$ , близкую к линейной (рис. 3.22). *В* монотонно возрастает при увеличении  $k_{max}$  и монотонно убывает при увеличении  $k_{min}$ .

Линейная аппроксимация  $H_{p_3}$  от значений  $k_{max}$  и  $k_{min}$  имеет вид (3.13).

$$B = a \cdot \left(\frac{5}{6} \cdot \lambda_0^2 \cdot \sqrt{3}\right) \cdot (k_{\max} + k_{\min})$$
(3.13)

Широко используются также и другие варианты схем трехстепенного манипулятора – варианты с разнесенными шарнирами. Существует ряд вари-

антов разнесения шарниров, некоторые из них изображены на рис.3.23., рис.3.24..



Рис. 3.24.

Разнесение шарниров звеньев значительно повышает технологичность конструкции, но уменьшает ее жесткость, так как участок звена между шарнирами начинает работать на изгиб. Также следует отметить, что предложен-

ная схема не является манипулятором чисто параллельной структуры, так как есть две предварительно соединенные кинематические цепи, исходящие из точек  $A_1$  и  $A_2$  которые потом присоединены к рабочему органу. Таким образом, строго говоря, получается манипулятор с параллельнопоследовательной топологией кинематических цепей.

Связь между координатами точки  $B_1$  и длинами приводных звеньев для схемы с двумя разнесенными шарнирами определяется системой уравнений (3.14).

ſ

$$\begin{cases} (x_{A1} - x_{B1})^{2} + (y_{A1} - y_{B1})^{2} + z_{B1}^{2} = l_{1}^{2} \\ (x_{A2} - x_{B1})^{2} + (y_{A2} - y_{B1})^{2} + z_{B1}^{2} = l_{2}^{2} \\ \left(x_{A3} - \left[\frac{(x_{B1} - x_{A2}) \cdot (l_{2} - b)}{l_{2}} + x_{A2}\right]\right)^{2} + \left(y_{A3} - \left[\frac{(y_{B1} - y_{A2}) \cdot (l_{2} - b)}{l_{2}} + y_{A2}\right]\right)^{2} + \left(\frac{z_{B1} \cdot (l_{2} - b)}{l_{2}}\right)^{2} = l_{3}^{2} \end{cases}$$
(3.14)

где: *b* – расстояние между точками *B*<sub>1</sub> и *B*<sub>2</sub>. Решение приведенной системы громоздко, поэтому в данной работе не приводится.

Построение рабочей области данного манипулятора производится по приведенной выше методике, и при небольших расстояниях между разнесенными шарнирами, геометрические параметры отличаются незначительно.

Существует еще одна возможность разнести строенный шарнир по трем кинематическим цепям. Кинематическая схема такого манипулятора приведена на рис. 3.25. По приведенной классификации рассмотренные схемы имеют тип P5<sub>1</sub>6<sub>1</sub>6<sub>1</sub>, и имеет две пассивные ориентирующие степени свободы, управляемые силой тяжести.



Рис.3.25.

Данный вариант схемы манипулятора имеет треугольное основание, к вершинам которого, посредством двухстепенных шарниров, крепятся три линейных приводных звена. Штоки приводных звеньев посредством двухстепенных и трехстепенных шарниров соединяются с малой платформой  $B_1$  $B_2$   $B_3$ . Стабилизация углового положения платформы производится за счет силы тяжести. Построение рабочей области данного манипулятора производится путем приведения его к схеме изображенной на рис 3.1.

Существует еще одно множество качественно иных схем трехстепенного манипулятора с механизмом параллельной структуры, они синтезируются путем замены некоторых приводных звеньев жесткими звеньями фиксированной длины в схеме шестистепенного манипулятора (рис.3.39.).

Единство принципа схемного построения механизмов подвижных платформ независимо от числа степеней свободы позволяет в перспективе ориентироваться на модульный принцип построения. Достоинством таких схем является то, что все звенья механизма, сконструированного по такой схеме, работают только на растяжение-сжатие, но не на изгиб. Пример схемы такого манипулятора представлен на рис 3.26.



Рис.3.26.

Представленный манипулятор ( $P6_16_16_16_06_06_0$ ) состоит из двух треугольных платформ, ( $A_1 A_2 A_3$ и  $B_1 B_2 B_3$ ) соединенных тремя приводами и тремя стержнями постоянной длины.

Три шарнира на данной схеме должны быть сдвоенные трехстепенные, а другие три - сдвоенными двухстепенными. На такой схеме целесообразно точку крепления рабочего органа выносить за пределы конструкции платформы, при этом достигается увеличение двух размеров рабочей зоны. Звенья платформы с последующей стрелой образуют жесткую ферму. Стрела выноса построена так, что все её элементы работают только на растяжениесжатие.

Следует отметить, что в литературе, посвященной механизмам параллельной структуры [23], [30] ,[47], [48], [81], [82], [83], [88], [100]... вопросы о роли расположения рабочего органа относительно кинематических пар (шарниров) подвижной платформы не ставятся и не обсуждаются. Однако фактор значительного смещения рабочего органа очень сильно влияет на манипуляционные возможности, что и показано на результатах анализа рассматриваемой здесь схемы. Рабочая зона данного манипулятора представляет собой сферический сегмент, ограниченный поверхностями сложной формы, сечения которой плоскостями XY,YZ и XZ представлены на рис. 3.27. – рис. 3.29. соответственно ( $L_{cmp} = 4 \cdot a$ ,  $L_{min} = L_0 - 0, 5 \cdot a$ ,  $L_{max} = L_0 + 0, 5 \cdot a$ , где a – половина стороны основания). Как и ожидалось, рабочая зона имеет значительно большие размеры по сферической поверхности с центром в центре механизма и меньшие – в радиальном направлении.



Рис.3.27.



Рис.3.28.



Рис.3.29.

Связь координат угловых точек платформы и длин приводных звеньев определяется системой уравнений (2.1).

где  $l_1, ..., l_6$  – длины звеньев механизма, причем  $l_1, l_3, l_5$  – константы, так как замещены звеньями постоянной длины, а  $l_2, l_4, l_6$  – переменные.

Выше было приведено аналитическое решение задач определения координат для трехстепенного симметричного манипулятора (рис.3.1.) с параллельными кинематическими цепями. Для манипулятора построенного по схеме (рис.3.26.) решение задач геометрии и кинематики (система уравнений (2.1)) сопряжено с определенными трудностями.

Характерным движением манипулятора с тремя приводными звеньями (рис.3.26.) является движение по винтовой (вдоль продольной оси) траектории (рис.3.30., рис.3.31.) Это определяет перспективы применения при аналитическом исследовании винтового исчисления.



# Рис.3.30.

Рис.3.31.

Винтовое движение показанное на рис.3.30.,рис.3.31. характеризуется зависимостями угла поворота от длин приводных  $l_6$ ,  $l_4$ ,  $l_2$  и длин жестких  $l_5$ ,  $l_3$ ,  $l_1$  звеньев (3.15) и (3.16). Расчет угла поворота проведен для прямой, соединяющей центр платформы и точку платформы  $B_3$ . Основание представляет собой равносторонний треугольник с координатами вершин (3.2), платформа представляет собой треугольник, равный треугольнику основания, повернутый на 60° относительно вертикальной оси. Зависимость приращения высоты платформы от приращения длины приводного звена представлена на рис.3.33, а зависимость угла поворота платформы от приращения длины приводного звена на рис.3.32..

$$\phi = \frac{\pi}{2} - arctg\left(-\frac{3 \cdot (\lambda_6^2 - \lambda_5^2)}{\sqrt{192 - 9 \cdot (\lambda_6^2 - \lambda_5^2)^2}}\right)$$
(3.15)

$$z = \frac{1}{6}\sqrt{-96 + 2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{192 - 9 \cdot (\lambda_6^2 - \lambda_5^2)^2} + 18 \cdot (\lambda_6^2 + \lambda_5^2)}$$
(3.16)

$$\Delta \phi = arctg \left( -\frac{3 \cdot (\lambda_6'^2 - \lambda_5^2)}{\sqrt{192 - 9 \cdot (\lambda_6'^2 - \lambda_5^2)^2}} \right) - arctg \left( -\frac{3 \cdot (\lambda_6''^2 - \lambda_5^2)}{\sqrt{192 - 9 \cdot (\lambda_6''^2 - \lambda_5^2)^2}} \right) (3.17)$$

 $\lambda_6 = \frac{l_6}{a}$  и  $\lambda_5 = \frac{l_5}{a}$  – безразмерные величины, *a* – половина длины стороны основания,  $\varphi$  - угол поворота платформы относительно начального положения, *z* - аппликата платформы,  $\Delta \varphi$ - максимальная амплитуда углового перемещения,  $\lambda'_6$ - максимальная длина приводного звена,  $\lambda''_6$ - минимальная длина приводного звена.

$$b = R_{cmp} \cdot \sqrt{2 \cdot (1 - \cos(\Delta \phi))} \tag{3.18}$$

*R<sub>cmp</sub>* – расстояние от центра платформы до конца стрелы, *b* – ширина рабочей области.





Перемещение платформы в горизонтальной плоскости с сохранением ориентации платформы в данном случае невозможно. При изменении длины одного из приводов платформа совершает сложное поворотно-переносное движение ( $L_1 = a, L'_1 = 3 \cdot a$ ) (рис.3.34.). -0.1



Рис. 3.34. -0.5 -1 -0.75 -0.5 -0.25

### 3.2. Четырехстепенные манипуляторы

Четырехстепенные схемы механизмов параллельной структуры могут быть получены из универсальной схемы шестистепенного манипулятора (Р6<sub>1</sub>6<sub>1</sub>6<sub>1</sub>6<sub>0</sub>6<sub>0</sub>) путем замены двух приводных звеньев жесткими звеньями фиксированной длины. Примеры схем таких устройств приведены ниже. На рис.3.35. и рис.3.36. изображены схемы подвижных платформ, на которых строятся тренажеры-симуляторы; их основным назначением является имитация перемещений кабин различных транспортных средств. Объектом манипулирования в данном случае является оператор, сидящий в кабине за пультом управления. Окружающая ситуация отображается на экране монитора или при помощи виртуального шлема.

Характерными движениями данного манипулятора являются повороты вокруг двух осей:  $B_1B_2$  – достигается одновременным изменением длин приводных звеньев  $A_1B_3$  и  $A_3B_3$  на одну и ту же величину, а также вокруг  $A_1A_3$  достигается одновременным изменением длин приводных звеньев  $A_2B_1$  и  $A_2B_2$ . Также при одинаковой длине жестких звеньев, при одновременной работе всех приводов совершается переносное движение по окружности с осью  $A_1A_3$  и радиусом равным длине звеньев с  $A_1B_1$  и  $A_3B_2$ . При работе одного из приводов платформа совершает сложное поступательно-вращательное движение.

Одной из особенностей является также возможность существенно разгрузить приводные звенья, при вертикальном положении жестких звеньев  $A_1B_1$  и  $A_3B_2$ . Данный манипулятор по набору движений больше подходит для автомобильных симуляторов, а приведенный на рис. 1.9, отличающийся порядковым расположением приводных звеньев, - для авиасимуляторов.





Рис.3.36.

Отличие схемы (рис.3.36.) состоит в наборе характерных перемещений.

Повороты вокруг двух осей достигается различными средствами, а именно, вокруг оси  $B_1B_2$  –одновременным изменением длин приводных звеньев  $A_1B_3$  и  $A_3B_3$ , а вокруг оси перпендикулярной к стороне  $B_1B_2$ , лежащей в плоскости платформы  $B_1B_2B_3$ , - достигается одновременным изменением длин приводных звеньев  $A_1B_1$  и  $A_3B_2$ , причем штоки приводов должны перемещаться в противоположных направлениях. При этом повороте, одновременно совершается переносное движение по окружности вокруг оси  $A_1A_3$  с радиусом, равным длине проекции длин звеньев  $A_1B_3$  и  $A_3B_3$  на плоскость, перпендикулярную плоскости платформы и стороне  $B_1B_2$ . При работе одного из приводов платформа совершает сложное поступательно-вращательное движение.

Анализ движений, получающихся при изменениях длин приводных звеньев по отдельности, производится таким же образом, как и в п. 3.1.

69

### 3.3. Пятистепенные манипуляторы

Пятистепенные манипуляторы ( $P6_16_16_16_15_1$ ) рекомендуется использовать в тех случаях, когда нужно задавать требуемое произвольное (в определенных пределах) положение оси и рабочей точки оси  $B_1B_2$  инструмента (для чего достаточно как раз пяти задаваемых параметров), но не требуется определенным образом ориентировать рабочий орган по углу относительно этой оси. Одна из возможных схем такого манипулятора представлена на рис. 3.37. Здесь в качестве рабочего органа изображена силовая головка, а в качестве инструмента – сверло или пальцевая фреза.



Рис.3.37.

Манипулятор состоит из треугольного основания  $A_1A_2A_3$ , раздвижных приводных звеньев  $A_1B_1$ ,  $A_2B_1$ ,  $A_3B_1$ ,  $A_2B_2$ ,  $A_3B_2$ , и рабочего звена  $B_1B_2$ . Подобные схемы применимы в качестве многостепенных устройств перемещения инструментов, не требующих с углового ориентирования вокруг оси  $B_1B_2$ неограниченного вращения. Такими инструментами являются в могут быть облучающие и диагностические устройства (лазерный, рентгеновский, ультразвуковой или иные излучатели), краскораспылители, а также различные инструментальные головки. Особенность схемы заключается то, что выходное звено работает на изгиб, что является некоторым отступлением от одной из основных идей построения механизмов параллельной структуры. Однако следует отметить, что в большинстве случаев рассматриваемые рабочие органы все равно являются консольными.

Длины приводных звеньев и координаты точек выходного звена связаны зависимостями (3.19).

$$\begin{cases} (x_{A1} - x_{B1})^{2} + (y_{A1} - y_{B1})^{2} + z_{B1}^{2} = l_{1}^{2} \\ (x_{A2} - x_{B1})^{2} + (y_{A2} - y_{B1})^{2} + z_{B1}^{2} = l_{2}^{2} \\ (x_{A3} - x_{B1})^{2} + (y_{A3} - y_{B1})^{2} + z_{B1}^{2} = l_{3}^{2} \\ (x_{p1} - x_{B1})^{2} + (y_{p1} - y_{B1})^{2} + (z_{B2} - z_{B1})^{2} = L^{2} \\ (x_{A3} - x_{B2})^{2} + (y_{A3} - y_{B2})^{2} + z_{B2}^{2} = l_{5}^{2} \\ (x_{A1} - x_{B2})^{2} + (y_{A1} - y_{B2})^{2} + z_{B2}^{2} = l_{4}^{2} \end{cases}$$
(3.19)

где  $l_1$  - длина приводного звена  $A_1 B_1$ ;  $l_2$  - длина приводного звена  $A_2 B_1$ ;  $l_3$  - длина приводного звена  $A_3 B_1$ ;  $l_4$  – длина приводного звена  $A_1 B_2$ ;  $l_5$  – длина приводного звена  $A_2 B_2$ ; L – постоянное расстояние между точками  $B_1$  и  $B_2$  выходного звена манипулятора;  $x_{B1}$  – абсцисса точки  $B_1$ ;  $y_{B1}$  – ордината точки  $B_1$ ;  $z_{B1}$  – аппликата точки  $B_1$ ;  $x_{B2}$  – абсцисса точки  $B_2$ ;  $y_{B2}$  – ордината точки  $B_2$ ;  $z_{B2}$  – аппликата точки  $B_2$ ; a – половина длины стороны основания. Решение системы дает координаты точек  $B_1$  и  $B_2$ .

Имеет место декомпозиция общей системы уравнений (3.19). Решение данной системы сводится к решению двух систем уравнений для двух трехстепенных манипуляторов: сначала решается задача для звеньев  $A_1B_1$ ,  $A_2B_1$ ,  $A_3B_1$  и определяются координаты точки  $B_1$ , а затем для звеньев  $A_2B_2$ ,  $A_3B_2$ ,  $B_1B_2$  и определяются координаты точки  $B_2$ . Шестью координатами точек  $B_1$  и  $B_2$  полностью определяется положение выходного звена.

Кроме схемы, представленной выше, возможны варианты, полученные из схемы шестистепенного манипулятора (Р6<sub>1</sub>6<sub>1</sub>6<sub>1</sub>6<sub>1</sub>6<sub>6</sub>) путем замены одного приводного звена переменной длины жестким звеном фиксированной длины. Достоинством таких схем является то, что все звенья сконструированного по такой схеме механизма (включая выходное звено, выполненное по схеме жесткого тетраэдра) работают на растяжение-сжатие но не на изгиб.

Пример схемы такого манипулятора приведен ниже.



Рис.3.38.

Такой манипулятор состоит из платформы и основания, соединенных между собой пятью приводными звеньями и одним жестким звеном постоянной длины.

## 3.4. Классические шестистепенные манипуляторы

Шестистепенные манипуляторы являются наиболее универсальными представителями класса манипуляторов с параллельными кинематическими цепями. Они позволяют задавать произвольные (в пределах определенных диапазонов) значения линейных координат и углов ориентации. Наиболее распространенной схемой является осесимметричная схема платформы Стюарта (рис.3.39.). По приведенной выше классификации обозначение приве-
денной схемы P6<sub>1</sub>6<sub>1</sub>6<sub>1</sub>6<sub>1</sub>6<sub>1</sub>6<sub>1</sub>. Кинематическая схема данного манипулятора представлена на (рис.3.39.).

Исследованию таких манипуляторов посвящена обширная литература [83], [96], [2], [81], [23], [91], [101] и т.д.



Рис.3.39.

Решению ряда новых специальных задач, особо важных для такого рода механизма, посвящена глава 4. Здесь же приводятся только результаты исследований по той же методике, что и в предыдущих разделах, где рассматривались схемы с меньшим числом степеней подвижности.

Построение рабочей зоны для центра платформы при поступательных перемещениях (при сохранении номинальной угловой ориентации) при ограничениях на хода приводов приводится на рис.3.40. - рис.3.42..



Рис.3.40.  $(k_{max} = k_{min} = 0.2)$ 

Рис.3.41.  $(k_{max} = k_{min} = 0.2)$ 



Рис.3.42.  $(k_{max} = k_{min} = 0.2)$ 

В подавляющем большинстве случаев в публикациях, посвященных шестистепенным механизмам параллельного типа рассматривается только схема (рис.3.39.) с совмещенными шарнирами. Однако возможны различные варианты группировки приводных звеньев платформы Стюарта, автором предлагаются новые схемы и дается краткий анализ их особенностей. Кинематические схемы таких манипуляторов представлены на рис.3.43 и рис.3.44..

Первая схема (рис.3.43.), отличающаяся порядком присоединения приводных звеньев к платформе, состоит из треугольного основания и треугольной платформы, соединенных между собой шестью приводными звеньями сгруппированными следующим образом: к точке  $B_1$  платформы присоединены три приводных звена, к точке  $B_2$  одно и к точке  $B_3$  два приводных звена.

Имеет место декомпозиция. Процедура решения системы геометрических уравнений разбивается на три этапа, на каждом этапе решается подсистема аналогичная той, что используется для трехстепенного манипулятора. Каждая из этих подсистем имеет точное аналитическое решение. Система уравнений обратной задачи геометрии решается по следующему алгоритму: находятся координаты точки  $B_1$  по длинам трех приводных звеньев, затем координаты точки  $B_3$  по двум приводным звеньям и ребру  $B_1 B_3$  и, наконец, координаты точки  $B_2$  по одному приводному звену и двум ребрам  $B_1 B_2$  и  $B_3 B_2$ .



Рис.3.43.

Во второй схеме (рис.3.44.) шарниры приводных звеньев не группируются, они разнесены, каждое звено соединено только с платформой и основанием.



Рис.3.44.

# 3.5. Шестистепенные манипуляторы с вращательными приводами

Существует класс схем механизмов параллельной структуры только с вращательными приводами. Пример такой схемы, предложенной и проанализированной автором, показан на рис.3.45..



Рис.3.45.

Валы шести вращательных двигателей, установленных на неподвижном основании, имеют кривошипы, перемещающие нижние концы рычагов. Рычаги попарно соединены друг с другом шарнирами. Для такого шестистепенного манипулятора с вращательными приводами геометрическая модель манипулятора несколько иная, чем для манипулятора с поступательными приводами (рис.3.46., рис.3.47.).



Рис.3.46.



Рис.3.47.

Для составления системы уравнений, описывающей геометрию схемы с вращательными приводами, требуется разбить приведенную ранее математическую модель манипулятора на три части, как показано на рис.3.48. - рис.3.50..



Рис.3.49.

 $A'_3$ 

Рис.3.48.



Рис.3.50.

На первом этапе расчета (для первой части схемы), рассчитываются координаты точек *А* '<sub>1</sub>, ..., *А* '<sub>6</sub> (3.20).

$$\begin{cases} x_{A'i} = A'_i A_i \cdot \cos(6) \cdot \sin(\mathbf{u}) + x_{Ai} \\ y_{A'i} = A'_i A_i \cdot \cos(6) \cdot \cos(\mathbf{u}) + y_{Ai} \\ z_{A'i} = A'_i A_i \cdot \sin(6) + z_{Ai} \end{cases}$$
(3.20)  
 $i \in 1...6$ 

где  $x_{Ai'}$ ,  $y_{Ai'}$ ,  $z_{Ai'}$  – координаты искомой точки  $A'_i$ ;  $\alpha$  – угол поворота ротора привода;  $\theta$  – угол поворота рычага  $A_i'A_i$  вокруг оси Z относительно оси X.

Во второй части расчета находится преобразование пары звеньев со смещенным шарниром к паре, где звенья сходятся в одной точке. Искомая зависимость представлена ниже.

$$A_{3}'B_{3} = \sqrt{\begin{array}{l} A_{3}'A_{4}'^{2} + B_{3}A_{3}'^{2} - \\ -2 \cdot A_{3}'A_{4}' \cdot B_{3}A_{3}' \cdot cos\left(2 \cdot arctan\left(\sqrt{\frac{(p - B_{3}'A_{3}') \cdot (p - A_{3}'A_{2}')}{p \cdot (p - B_{3}'A_{3}')}}\right)\right)\right)$$
(3.21)  

$$\Gamma de \ p = \frac{B_{3}'A_{3}' + B_{3}'A_{2}' + A_{3}'A_{2}'}{2}$$

Система уравнений для третьего этапа расчета приведена ниже.

$$\begin{cases} (x_{B1} - x_{A'1})^{2} + (y_{B1} - y_{A'1})^{2} + (z_{B1} - z_{A'1})^{2} = l_{1}^{2} \\ (x_{B1} - x_{A'6})^{2} + (y_{B1} - y_{A'6})^{2} + (z_{B1} - z_{A'6})^{2} = l_{2}^{2} \\ (x_{B2} - x_{A'5})^{2} + (y_{B2} - y_{A'5})^{2} + (z_{B2} - z_{A'5})^{2} = l_{3}^{2} \\ (x_{B2} - x_{A'4})^{2} + (y_{B2} - y_{A'4})^{2} + (z_{B2} - z_{A'4})^{2} = l_{4}^{2} \\ (x_{B3} - x_{A'3})^{2} + (y_{B3} - y_{A'3})^{2} + (z_{B3} - z_{A'3})^{2} = l_{5}^{2} \\ (x_{B3} - x_{A'2})^{2} + (y_{B3} - y_{A'2})^{2} + (z_{B3} - z_{A'2})^{2} = l_{6}^{2} \\ (x_{B1} - x_{B3})^{2} + (y_{B1} - y_{B3})^{2} + (z_{B1} - z_{B3})^{2} = B_{1}B_{3}^{2} \\ (x_{B1} - x_{B2})^{2} + (y_{B1} - y_{B2})^{2} + (z_{B1} - z_{B2})^{2} = B_{1}B_{2}^{2} \\ (x_{B2} - x_{B3})^{2} + (y_{B2} - y_{B3})^{2} + (z_{B2} - z_{B3})^{2} = B_{3}B_{2}^{2} \end{cases}$$

В данном случае положение платформы изменяется не за счет изменения длин звеньев, а за счет изменения координат точек  $A'_1, ..., A'_6$ .

Такие манипуляторы имеют меньшую рабочую область, чем классический вариант платформы Стюарта (рис.3.39.) с приводными звеньями, изменяющими свою длину. Но при этом они обладают рядом преимуществ, связанных с использованием более дешевых и проще управляемых вращательных электроприводов.

## 3.6. Шестистепенные манипуляторы для малых перемещений

Часто требуется, чтобы объект совершал только малые колебания по всем степеням подвижности. При этом желательно, чтобы имела место автономность, по крайней мере, групповая, т.е. для задания малых перемещений только по одной координате, что часто и требуется, было бы достаточно задавать перемещения или только одним приводом, или максимум двумя приводами при простых законах управления ими. При задании и измерении малых колебаний принято линейные перемещения и малые углы поворота относить к осям ортогональной системы координат *XYZ*. При этом линейные перемещения условного центра определяются тремя проекциями x(t), y(t), z(t), а угловые перемещения (приближенно) – проекциями  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$  вектора малого угла поворота  $\theta$ . Чтобы получить ортогональность выбранных таким образом обобщенных координат, необходимо ориентировать оси приводов по осям введенной ортогональной системы координат *XYZ*. Два варианта такого построения шестистепенного механизма из большого числа возможных представлены на рис.3.51 и 3.52.



Рис.3.51.



Рис.3.52.

В обоих случаях платформа строится на основе прямоугольного треугольника (не обязательно равнобедренного), контур платформы может быть дополнен до прямоугольника, но при этом четвертая вершина может использоваться или не использоваться. Важно, что неподвижные шарниры расположены на разной высоте и не находятся в пределах плоской фигуры. Поэтому неподвижное основание должно представлять собой не плоскую, а пространственную конструкцию.

Характерной особенностью схемы рис.3.51. а является то, что в шарнирах в вершинах треугольника подвижной платформы сходится различное число выходных звеньев приводов: соответственно три, два и одно. В случае необходимости шарниры могут быть разнесены.

При малых линейных и угловых перемещениях геометрически для схемы рис. а осуществляется декомпозиция следующим образом:

- для задания поступательного перемещения по оси *X* должны быть заданы одинаковые приращения приводных звеньев *A*<sub>1</sub> и *A*<sub>4</sub>;
- задание поступательного перемещения по оси *Y* осуществляется только изменением длины приводного звена *A*<sub>2</sub>;
- для задания поступательного перемещения по оси Z должны быть заданы одинаковые приращения приводных звеньев A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub> и A<sub>5</sub>;
- задание малого угла поворота вокруг оси Х осуществляется изменением длины приводного звена A<sub>5</sub>;
- задание малого угла поворота вокруг оси У осуществляется приводом  $A_2$ ;
- задание малого угла поворота вокруг оси Z осуществляется приводом  $A_4$ .

При необходимости задания произвольных движений при условии малости амплитудных значений линейных и угловых перемещений является приближенно справедливым закон суперпозиции, т.е. комбинациями перечисленных перемещений можно получать суммированием.

Дополнительно более широкие возможности открываются, если вместо плоской платформы использовать объемную конструкцию и допускать раз-

несение шарниров по вертикали на этой конструкции. Простейший пример показан на рис.3.53. Подвижная платформа представляет собой прямоугольный параллелепипед.

Места закрепления шарниров располагаются не в вершинах, а по серединам ребер. Оси приводов попарно параллельны осям прямоугольной системы координат. Чтобы обеспечить управляемость по всем обобщенным координатам (линейным перемещениям по осям и углам поворота вокруг осей), необходимо, чтобы осевые линии на гранях, соединяющие шарниры, были не параллельны друг другу, а были бы параллельны соответственно осям ортогональной системы координат.



Рис.3.53.

Ортогонализированные схемы используются в испытательных многокомпонентных вибростендах (рис.1.6.) и в ответственных системах пространственной виброамортизации.

#### 3.7. Конструкции шарниров

Одной из особенностей манипуляторов с параллельными кинематическими цепями является наличие в них сложных (многостепенных и совмещенных) шарниров. В этой главе описывается ряд вариантов схем исполнения шарниров. Классической схемой реализации трехстепенного шарнира является шаровой шарнир (рис.3.54.), но такая схема имеет несколько существенных недостатков – трудности изготовления и регулировки, малый диапазон относительных углов поворота звеньев. К достоинствам данного шарнира следует отнести его высокую жесткость.



Рис.3.54.

В качестве альтернативных вариантов ниже приводится несколько других схем трехстепенного шарнира (рис.3.55., рис.3.56. и рис.3.57.). Широко распространен карданов шарнир (рис.3.55. - 3.57.).



Рис.3.55.



θ

Рис.3.56.



Рис.3.57.

Приведенные шарниры состоят из трех вращательных шарниров 1 2 и 3. Все три оси вращения пересекаются в одной точке.

В сравнении с шаровым шарниром эти варианты обладают более широкими диапазонами углов поворота, конструкции хорошо отработаны, но имеют особые положения в случаях, когда оси вращательных пар колинеарны.

Более сложным в реализации является сдвоенный трехстепенной шарнир, представленный на рис. 3.58. может быть реализован по сферической схеме, но при этом диапазон углов поворота будет мал. В этом шарнире звенья 2 и 3 имеют четыре степени подвижности относительно звена 1, и по две степени подвижности друг относительно друга, этого достаточно, для обеспечения работоспособности шарнира.



Рис 3.58.

Схемы шарниров большей кратности намного сложнее приведенных и в данной работе не рассматриваются.

При создании микроманипуляторов применяются шарниры с упругими парами. У сопряжений с упругими парами отсутствует такой недостаток, присущий традиционным шарнирам, как перекладка зазоров. Вследствие чего, они обладают повышенной точностью.

#### 3.8 Выводы по главе 3

1. Разнообразие схем, геометрические характеристики и возможности манипуляторов параллельной структуры определяются в первую очередь числом степеней подвижности.

2. Рабочие области и их двумерные сечения, которые строятся с учетом ограничений по ходам приводов и непересечения элементов, имеют сложную

форму; разработанная методика позволяет достаточно просто определять участки их границ.

3. Для представления о возможностях различных схем целесообразно рассматривать парциальные движения, получающиеся при задании перемещений приводных звеньев поодиночке.

4. Для трехстепенных схем наиболее важной является тетраидальная схема с тремя линейными приводными звеньями и ориентацией груза под действием сил тяжести.

5. Один из перспективных путей построения схем с числом степеней подвижности меньше шести заключается в том, что определенное число приводных звеньев заменяется на звенья постоянной длины.

6. Предложенная схема шестистепенного манипулятора с вращательными приводами является образцом самостоятельной группы механизмов параллельной структуры; разработанная методика позволяет проводить геометрический анализ подобных схем.

7. Для манипуляторов, предназначенных для воспроизведения малых перемещений и углов поворота значительные преимущества имеют ортогонализированные схемы; в этих случаях значительно упрощается управление движениями.

8. В кинематических парах механизмов параллельной структуры необходимо использовать многостепенные шарниры, причем наибольшие трудности возникают при создании совмещенных шарниров. Предлагаемая конструкция совмещенного трехстепенного карданова шарнира решает эту задачу.

#### 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЙ ШЕСТИСТЕПЕННЫХ МЕХАНИЗМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ

Эта глава посвящена разработке методики исследования характеристик манипуляторов с механизмами параллельной структуры, построению необходимых математических моделей и представление результатов расчетов траекторий при различных типах законов управления. Целью является разработка методики анализа и обоснованного выбора программ движения и оптимальных режимов управления приводами манипуляторов. В данном случае в программу исследования входит определение действительных траекторий и погрешностей отработки траекторий по осям координат в зависимости от параметров манипулятора.

Для решения поставленной задачи, ввиду громоздкости аналитического решения, наиболее подходящим методом является имитационное моделирование. Предварительно для построения математической модели необходимо доработать теорию механических систем, к которым относятся рассматриваемые манипуляторы, подробно рассмотреть динамические и кинематические характеристики манипуляторов.

## 4.1. Методика расчета параметров углового положения платформы

При расчете координат рабочего органа шестистепенного манипулятора возникает проблема определения углов поворота. Далее приводится методика расчета параметров углового положения платформы. Используются результаты теоретических исследований, проведенных в главе 2. Расчет осуществляется на основе метода последовательных приближений. Расчетная схема рис.4.1., рис.4.2. и алгоритм работы программы представлены ниже.



Рис. 4.1.



Рис. 4.2.

- 1. Задать текущие координаты трех точек платформы.
- 2. Задать текущие координаты центра платформы.

- Вычесть текущие координаты центра платформы из текущих координате е точек. (исключение переноса).
- 4. Присвоить  $\phi_x=0$ ,  $\phi_y=0$ ,  $\phi_z=0$ .
- 5. Вычислить вектор нормали к платформе.
- 6. Вычислить модуль вектора нормали к платформе и модуль проекции нормали на плоскость XZ.
- 7. Найти угол между нормалью и ее проекцией
- Рассчитать элементы матрицы поворота вокруг оси X на найденный в п.7. угол с противоположным знаком.
- 9. Умножить координаты точек платформы на матрицу поворота.
- 10. Добавить к  $\phi_x$  угол поворота вокруг оси Х угол найденный в п.7.
- 11. Вычислить вектор нормали к платформе.
- 12. Вычислить модуль вектора нормали к платформе и модуль проекции нормали на плоскость YZ.
- 13. Найти угол между нормалью и ее проекцией
- Рассчитать элементы матрицы поворота вокруг оси Y на найденный в п.13. угол с противоположным знаком.
- 15. Умножить координаты точек платформы на матрицу поворота.
- 16. Добавить к фу угол поворота вокруг оси У угол найденный в п.13.
- 17. Найти вектор, соединяющий одну из точек платформы (текущее положение платформы) с нулем системы координат.
- 18. Найти вектор, соединяющий одну из точек платформы (исходное положение платформы) с нулем системы координат.
- 19. Найти угол между этими векторами
- Рассчитать элементы матрицы поворота вокруг оси Y на найденный в п.19. угол с противоположным знаком.
- 21. Умножить координаты точек платформы на матрицу поворота.
- 22. Добавить к  $\phi_z$  угол поворота вокруг оси Z угол найденный в п.19.
- 23. Вычислить вектор нормали к платформе.

- 24. Сравнить полученный вектор нормали с направлением оси Z.
- Если совпадает, тогда φ<sub>x</sub>, φ<sub>y</sub> и φ<sub>z</sub> содержат значения углов поворота платформы. Если нет, то переход на п.6.

## 4.2. Методика расчета реакций, возникающих в приводах манипулятора при приложении нагрузки к рабочему звену

Определение реакций возникающих в приводах манипулятора целесообразно проводить методом возможных перемещений.

$$\sum_{i} F_{i} \cdot \Delta S_{i} \cdot \cos(\alpha_{i}) = 0$$
(4.1)

где  $F_i$  - силы,  $\Delta S_i$  – перемещение под действием этих сил  $\alpha_i$  – угол между вектором силы и вектором перемещения.

Так как данный метод более всего подходит для программ имитационного моделирования, ввиду простоты его перестраивания под разные типы манипуляторов. Так как расчет положения манипулятора ведется при помощи линеаризованных зависимостей, то не составит труда, зная векторы нагрузок рассчитать статические усилия в приводах. Делается это согласно следующему алгоритму.

- 1. Определить нагрузку на рабочее звено.
- Дать малое приращение приводному звену, для которого нужно узнать реакцию.
- 3. Рассчитать смещение рабочего органа.
- 4. Рассчитать работу сил по перемещению рабочего звена.

5. Рассчитать усилие в приводном звене разделив работу сил по перемещению рабочего звена на величину малого приращения приводного звена.

Формула для расчета усилия в приводном звене приведена ниже.

$$F_{npuboda} = \frac{\Delta_{pab.3beha} \cdot F_{harpy3ku} + \Delta \phi \cdot M_{harpy3ku}}{\Delta_{npuboda}}$$
(4.2)

где  $F_{привода}$  – искомое усилие в приводном звене,  $\Delta_{привода}$  – малое приращение приводного звена,  $\Delta_{pa6,3BeHa}$  – перемещение рабочего звена, вызванное приращением приводного звена,  $F_{Harpy3Ku}$  – сила действующая на рабочее звено,  $\Delta \phi$  – угол поворота рабочего звена, вызванный приращением приводного звена,  $M_{Harpy3Ku}$  – момент, приложенный к рабочему звену.

### 4.3. Уравнения для расчета динамических характеристик манипуляторов параллельной структуры

В данном разделе приведены уравнения динамики твердого тела, оперирующие с величинами линейной размерности. Эти уравнения получены преобразованием динамических уравнений Ньютона-Эйлера, содержащих величины как линейной, так и угловой размерности. Разная размерность может затруднить интегрирование, кроме того, возможно вырождение координат Эйлера. В связи с этим здесь в качестве обобщенных координат выбраны декартовы координаты трех точек твердого тела.





Рис. 4.3.

Зададимся (рис. 4.3.) неподвижной системой координат *OXYZ* и подвижной системой координат *O'X'Y'Z'*, связанной с телом, оси которой, целесообразно расположить по главным центральным осям инерции. Положение тела может характеризоваться шестью числами *l*-координатами, выражающими расстояние между фиксированными точками тела ( $B_1, \ldots, B_6$ ) и основания ( $A_1, \ldots, A_6$ ).

Выберем систему *l*-координат, жестко связанную с телом (рис. 4.3). Эти координаты суть длины отрезков между фиксированными точками  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ , а также точками тела  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ , отстоящими от точек  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  на расстояние  $L_1$ ,...,  $L_6$ . Последние величины являются связанными с телом *l* - координатами. Расположим указанные точки и отрезки таким образом, чтобы в точках  $A_1$  и  $B_1$  сходились по три отрезка, а в точках  $A_2$  и  $B_2$  — по два отрезка. Пусть на тело действует некоторая нагрузка, которую представляем как совокупность сил, расположенных вдоль прямых, на которых расположены отрезки. Указанная нагрузка известна в любой момент времени.

В начальный момент времени считаем известными декартовы координаты точек  $A_1 A_2 A_3$  и  $B_1 B_2 B_3$ , выраженные в абсолютной системе координат *Охуг* (см. рис. 4.3). Считаем также известными координаты этих точек в подвижной системе *O'X'Y'Z'*, связанной с телом. Мгновенная скорость тела в системе координат, совпадающей с системой *O'X'Y'Z'*, выражается через скорости изменения  $L_1, ..., L_6$  (если точки  $A_1 A_2 A_3$  мгновенно неподвижны) следующим образом:

$$\begin{cases} V_{x} \cdot x_{1} + V_{y} \cdot y_{1} + V_{z} \cdot z_{1} + \omega_{x} \cdot x_{1}^{\circ} + \omega_{y} \cdot y_{1}^{\circ} + \omega_{z} \cdot z_{1}^{\circ} = \dot{L}_{1} \\ \dots \\ V_{x} \cdot x_{6} + V_{y} \cdot y_{6} + V_{z} \cdot z_{6} + \omega_{x} \cdot x_{6}^{\circ} + \omega_{y} \cdot y_{6}^{\circ} + \omega_{z} \cdot z_{6}^{\circ} = \dot{L}_{6} \end{cases}$$

$$(4.3)$$

где –  $x_i$ , ...  $z_i^o$  (*i*=1...6) плюккеровы координаты единичных векторов, расположенных вдоль *l*-координат, выраженные в системе  $O'x'y'z' - V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  - координаты скорости точки O` в системе O'x'y'z';  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ ,  $\omega_z$  - координаты угловой скорости в той же системе.

Из системы (4.3) выражаем производные  $\dot{L}_1,...\dot{L}_6$ :

$$\begin{pmatrix}
\dot{L}_{1} \cdot \xi_{1}^{o} + ... + \dot{L}_{6} \cdot \xi_{6}^{o} = V_{x} \\
\dot{L}_{1} \cdot \eta_{1}^{o} + ... + \dot{L}_{6} \cdot \eta_{6}^{o} = V_{y} \\
\dot{L}_{1} \cdot \zeta_{1}^{o} + ... + \dot{L}_{6} \cdot \zeta_{6}^{o} = V_{z} \\
\dot{L}_{1} \cdot \xi_{1} + ... + \dot{L}_{6} \cdot \xi_{6} = \omega_{x} \\
\dot{L}_{1} \cdot \eta_{1} + ... + \dot{L}_{6} \cdot \eta_{6} = \omega_{y} \\
\dot{L}_{1} \cdot \zeta_{1} + ... + \dot{L}_{6} \cdot \zeta_{6} = \omega_{z}
\end{cases}$$
(4.4)

Коэффициенты систем (4.3) и (4.4) входят в матрицы A и  $B = A^{-1}$ , обратные друг другу.

Запишем шесть уравнений Ньютона— Эйлера в системе координат

*O'X'Y'Z'*:

$$\begin{cases} F_{1} \cdot x_{1} + \dots + F_{6} \cdot x_{6} = m \cdot \dot{V}_{x} \\ F_{1} \cdot y_{1} + \dots + F_{6} \cdot y_{6} = m \cdot \dot{V}_{y} \\ F_{1} \cdot z_{1} + \dots + F_{6} \cdot z_{6} = m \cdot \dot{V}_{z} \\ F_{1} \cdot x_{1}^{o} + \dots + F_{6} \cdot x_{6}^{o} = J_{x} \cdot \dot{\omega}_{x} + \omega_{y} \cdot \omega_{z} \cdot (J_{z} - J_{y}) \\ F_{1} \cdot y_{1}^{o} + \dots + F_{6} \cdot y_{6}^{o} = J_{y} \cdot \dot{\omega}_{y} + \omega_{x} \cdot \omega_{z} \cdot (J_{x} - J_{z}) \\ F_{1} \cdot z_{1}^{o} + \dots + F_{6} \cdot z_{6}^{o} = J_{z} \cdot \dot{\omega}_{z} + \omega_{y} \cdot \omega_{x} \cdot (J_{y} - J_{x}) \end{cases}$$

$$(4.5)$$

Здесь  $F_1$ , . . .,  $F_6$  — силы, действующие вдоль отрезков  $A_i, B_i$ ; m - масса тела;  $J_x, J_y, J_z$  — главные центральные моменты инерции;  $x_1, ..., x_6, ..., z^{\circ}_1, ..., z^{\circ}_6$  - элементы матрицы A системы (4.3).

Выразим  $V_x, \ldots, \omega_z$  через производные от *l*-координат. Рассматривая ускорение точек твердого тела, можно записать

$$\begin{cases} \dot{V}_{x} \cdot x_{1} + \dot{V}_{y} \cdot y_{1} + \dot{V}_{z} \cdot z_{1} + \dot{\omega}_{x} \cdot x_{1}^{o} + \dot{\omega}_{y} \cdot y_{1}^{o} + \dot{\omega}_{z} \cdot z_{1}^{o} + (\omega \times V_{1}) \cdot e_{1} = \ddot{L}_{1} - \frac{V_{1}^{2}}{L_{1}} \\ \dots \\ \dot{V}_{x} \cdot x_{6} + \dot{V}_{y} \cdot y_{6} + \dot{V}_{z} \cdot z_{6} + \dot{\omega}_{x} \cdot x_{6}^{o} + \dot{\omega}_{y} \cdot y_{6}^{o} + \dot{\omega}_{z} \cdot z_{6}^{o} + (\omega \times V_{6}) \cdot e_{6} = \ddot{L}_{6} - \frac{V_{6}^{2}}{L_{6}} \end{cases}$$
(4.6)

Здесь  $V_1$ , ...,  $V_6$  — скорости точек тела  $B_1$ ,  $B_2$  ...  $B_6$ .

На рис. 4.3 на теле есть лишь три точки, так что  $V_1 = V_2 = V_3$ ,  $V_4 = V_5$ ;  $e_i$ - единичные векторы, расположенные вдоль *l*-координат. Последние члены в правой части выражают центростремительное ускорение. Задаем  $L_l,...,L_6$  достаточно большими и отбрасываем  $\frac{V_i^2}{L_i}$ . Преобразуя систему (4.6), получаем

$$\begin{cases} F_{1} \cdot x_{1} + \ldots + F_{6} \cdot x_{6} = m \cdot \left[ \xi_{1}^{o} \cdot \left( \ddot{L}_{1} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} N_{1ij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) + \ldots + \xi_{6}^{o} \cdot \left( \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} N_{6ij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) \right] \\ F_{1} \cdot y_{1} + \ldots + F_{6} \cdot y_{6} = m \cdot \left[ \eta_{1}^{o} \cdot \left( \ddot{L}_{1} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} N_{1ij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) + \ldots + \eta_{6}^{o} \cdot \left( \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} N_{6ij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) \right] \\ F_{1} \cdot y_{1} + \ldots + F_{6} \cdot z_{6} = m \cdot \left[ \zeta_{1}^{o} \cdot \left( \ddot{L}_{1} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} N_{1ij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) + \ldots + \zeta_{6}^{o} \cdot \left( \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} N_{6ij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) \right] \\ F_{1} \cdot x_{1}^{o} + \ldots + F_{6} \cdot x_{6}^{o} = J_{x} \cdot \left[ \xi_{1} \cdot \left( \ddot{L}_{1} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} N_{1ij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) + \ldots + \xi_{6}^{o} \cdot \left( \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} N_{6ij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) - (J_{z} - J_{y}) \cdot \left( \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} \eta_{i} \cdot \zeta_{j} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) \right] \\ F_{1} \cdot y_{1}^{o} + \ldots + F_{6} \cdot y_{6}^{o} = J_{x} \cdot \left[ \xi_{1} \cdot \left( \ddot{L}_{1} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} N_{1ij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) + \ldots + \eta_{6} \cdot \left( \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} N_{6ij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) - (J_{z} - J_{z}) \cdot \left( \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} \eta_{i} \cdot \zeta_{j} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) \right] \\ F_{1} \cdot y_{1}^{o} + \ldots + F_{6} \cdot y_{6}^{o} = J_{z} \cdot \left[ \zeta_{1} \cdot \left( \ddot{L}_{1} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} N_{1ij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) + \ldots + \eta_{6} \cdot \left( \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} N_{6ij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) - (J_{z} - J_{z}) \cdot \left( \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} \xi_{i} \cdot \zeta_{j} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \right) \right]$$

Здесь *j* изменяется от 1 до 6;  $\xi^{o}_{l}$ , . . .,  $\zeta_{6}$  - элементы матрицы *B*;  $N_{lij}$ , . . .,  $N_{6ij}$  подчинены соотношениям.

$$N_{1ij/i=j} = x_{1} \cdot \left[ \eta_{i} \cdot \zeta_{i}^{o} - \zeta_{i} \cdot \eta_{i}^{o} + \rho_{y1} \cdot \xi_{i} \cdot \eta_{i} - \rho_{x1} \cdot (\eta_{i}^{2} + \zeta_{i}^{2}) + \rho_{z1} \cdot \zeta_{i} \cdot \xi_{i} \right] + y_{1} \cdot \left[ \zeta_{i} \cdot \xi_{i}^{o} - \xi_{i} \cdot \zeta_{i}^{o} + \rho_{z1} \cdot \zeta_{i} \cdot \eta_{i} - \rho_{y1} \cdot (\zeta_{i}^{2} + \xi_{i}^{2}) + \rho_{x1} \cdot \xi_{i} \cdot \eta_{i} \right] + z_{1} \cdot \left[ \xi_{i} \cdot \eta_{i}^{o} - \eta_{i} \cdot \xi_{i}^{o} + \rho_{x1} \cdot \xi_{i} \cdot \zeta_{i} - \rho_{z1} \cdot (\xi_{i}^{2} + \eta_{i}^{2}) + \rho_{y1} \cdot \eta_{i} \cdot \zeta_{i} \right]$$

$$(4.8)$$

Аналогичные соотношения имеют место для  $N_{2ij},...N_{6ij}$  при i=j:

$$N_{ij/i\neq j} = x_{1} \cdot \begin{bmatrix} \eta_{i} \cdot \zeta_{j}^{o} + \zeta_{i}^{o} \cdot \eta_{j} - \zeta_{i} \cdot \eta_{j}^{o} - \zeta_{j} \cdot \eta_{i}^{o} + \rho_{y1} \cdot (\xi_{i} \cdot \eta_{j} + \eta_{i} \cdot \xi_{j}) - \\ -2 \cdot \rho_{x1} \cdot (\eta_{i} \cdot \eta_{j} + \zeta_{i} \cdot \zeta_{j}) + \rho_{z1} \cdot (\zeta_{i} \cdot \xi_{j} + \zeta_{j} \cdot \xi_{i}) \end{bmatrix} + y_{1} \cdot \begin{bmatrix} \zeta_{i} \cdot \xi_{j}^{o} + \xi_{i}^{o} \cdot \zeta_{j} - \xi_{i} \cdot \zeta_{j}^{o} - \xi_{j} \cdot \zeta_{i}^{o} + \rho_{z1} \cdot (\zeta_{i} \cdot \eta_{j} + \eta_{i} \cdot \zeta_{j}) - \\ -2 \cdot \rho_{y1} \cdot (\zeta_{i} \cdot \zeta_{j} + \xi_{i} \cdot \xi_{j}) + \rho_{x1} \cdot (\xi_{i} \cdot \eta_{j} + \xi_{j} \cdot \eta_{i}) \end{bmatrix} + (4.9) + z_{1} \cdot \begin{bmatrix} \xi_{i} \cdot \eta_{j}^{o} + \eta_{i}^{o} \cdot \xi_{j} - \eta_{i} \cdot \xi_{j}^{o} - \eta_{j} \cdot \xi_{i}^{o} + \rho_{x1} \cdot (\xi_{i} \cdot \zeta_{j} + \zeta_{i} \cdot \xi_{j}) - \\ -2 \cdot \rho_{z1} \cdot (\xi_{i} \cdot \xi_{j} + \eta_{i} \cdot \eta_{j}) + \rho_{y1} \cdot (\eta_{i} \cdot \zeta_{j} + \eta_{j} \cdot \zeta_{i}) \end{bmatrix}$$

Аналогичные соотношения существуют для  $N_{2ij},...N_{6ij}$  ( $i \neq j$ ). Здесь  $\rho_{xl}, \rho_{yl}, \rho_{zl}$  - проекции радиуса-вектора, проведенного из точки 0 до точки  $B_l$ .

Преобразуя систему (4.7), окончательно получим

$$\begin{cases} F_{1} \cdot x_{1} + \ldots + F_{6} \cdot x_{6} = K_{x1} \cdot \ddot{L}_{1} + \ldots + K_{x6} \cdot \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} P_{xij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \\ F_{1} \cdot y_{1} + \ldots + F_{6} \cdot y_{6} = K_{y1} \cdot \ddot{L}_{1} + \ldots + K_{y6} \cdot \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} P_{yij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \\ F_{1} \cdot z_{1} + \ldots + F_{6} \cdot z_{6} = K_{z1} \cdot \ddot{L}_{1} + \ldots + K_{z6} \cdot \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} P_{zij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \\ F_{1} \cdot x_{1}^{o} + \ldots + F_{6} \cdot x_{6}^{o} = K_{x1}^{o} \cdot \ddot{L}_{1} + \ldots + K_{x6}^{o} \cdot \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} P_{xij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \\ F_{1} \cdot y_{1}^{o} + \ldots + F_{6} \cdot y_{6}^{o} = K_{y1}^{o} \cdot \ddot{L}_{1} + \ldots + K_{y6}^{o} \cdot \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} P_{yij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \\ F_{1} \cdot y_{1}^{o} + \ldots + F_{6} \cdot y_{6}^{o} = K_{y1}^{o} \cdot \ddot{L}_{1} + \ldots + K_{y6}^{o} \cdot \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} P_{yij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \\ F_{1} \cdot z_{1}^{o} + \ldots + F_{6} \cdot z_{6}^{o} = K_{z1}^{o} \cdot \ddot{L}_{1} + \ldots + K_{z6}^{o} \cdot \ddot{L}_{6} - \sum_{\substack{i=1 \ j=1}}^{6} P_{zij} \cdot \dot{L}_{i} \cdot \dot{L}_{j} \end{cases}$$

Где  $K_{xi} = m \cdot \xi_i^o, K_{yi} = m \cdot \eta_i^o, K_{zi} = \zeta_i^o, K_{xi}^o = J \cdot \xi_i, K_{yi}^o = J \cdot \eta_i, K_{zi}^o = J \cdot \zeta_i$ (i=1...6)

$$P_{xij} = m \cdot \sum_{n=1}^{6} \xi_{n}^{o} \cdot N_{ij}, P_{yij} = m \cdot \sum_{n=1}^{6} \eta_{n}^{o} \cdot N_{ij}, P_{xij} = m \cdot \sum_{n=1}^{6} \zeta_{n}^{o} \cdot N_{ij}$$

$$P_{xij/i=j}^{o} = J_{x} \cdot \sum_{n=1}^{6} (\xi_{n} \cdot N_{nij}) - (J_{z} - J_{y}) \cdot \eta_{i} \cdot \zeta_{i}$$

$$P_{xij/i=j}^{o} = J_{x} \cdot \sum_{n=1}^{6} (\xi_{n} \cdot N_{nij}) - (J_{z} - J_{y}) \cdot (\eta_{i} \cdot \zeta_{j} + \eta_{j} \cdot \zeta_{i})$$

$$P_{yij/i=j}^{o} = J_{y} \cdot \sum_{n=1}^{6} (\eta_{n} \cdot N_{nij}) - (J_{x} - J_{z}) \cdot \xi_{i} \cdot \zeta_{i}$$

$$P_{yij/i=j}^{o} = J_{z} \cdot \sum_{n=1}^{6} (\zeta_{n} \cdot N_{nij}) - (J_{y} - J_{x}) \cdot \xi_{i} \cdot \eta_{i}$$

$$P_{zij/i=j}^{o} = J_{z} \cdot \sum_{n=1}^{6} (\zeta_{n} \cdot N_{nij}) - (J_{y} - J_{x}) \cdot (\xi_{i} \cdot \eta_{j} + \xi_{j} \cdot \eta_{i})$$

$$P_{zij/i=j}^{o} = J_{z} \cdot \sum_{n=1}^{6} (\zeta_{n} \cdot N_{nij}) - (J_{y} - J_{x}) \cdot (\xi_{i} \cdot \eta_{j} + \xi_{j} \cdot \eta_{i})$$

Таким образом, получена система, в которой дифференциальные уравнения динамики содержат лишь величины линейной размерности. Коэффициенты системы постоянны.

Для интегрирования полученной системы уравнений применяется прием, приведенный ниже. В начальный момент движения известны положения точек  $A_1A_2A_3$  и  $B_1B_2B_3$ , а также начальные скорости изменения *l*-координат:  $\dot{L}_1^o \dots \dot{L}_6^o$ . На первом шаге интегрирования  $\Delta t_1$  считаем постоянными  $\dot{L}_i^o$  и  $\ddot{L}_i^o$ (*i* = 1...6). Находим приращения  $\Delta L_1^1 \dots \Delta L_6^1$  на первом шаге интегрирования:

$$\Delta L_i^1 = \dot{L}_i^o \cdot \Delta t_1 + \ddot{L}_i^o \frac{(\Delta t_1)^2}{2} \quad (i=1...6).$$

Далее находим значения *l*-координат  $L_i = L_i + \Delta L_i^1$ , а затем определяем новые координаты точек  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$  из системы уравнений:

$$\begin{cases} L_{1}^{2} = (x_{A1}^{1} - x_{B1}^{o})^{2} + (y_{A1}^{1} - y_{B1}^{o})^{2} + (z_{A1}^{1} - z_{B1}^{o})^{2} \\ L_{2}^{2} = (x_{A1}^{1} - x_{B2}^{o})^{2} + (y_{A1}^{1} - y_{B2}^{o})^{2} + (z_{A1}^{1} - z_{B2}^{o})^{2} \\ L_{3}^{2} = (x_{A1}^{1} - x_{B3}^{o})^{2} + (y_{A1}^{1} - y_{B3}^{o})^{2} + (z_{A1}^{1} - z_{B3}^{o})^{2} \\ L_{4}^{2} = (x_{A2}^{1} - x_{B1}^{o})^{2} + (y_{A2}^{1} - y_{B1}^{o})^{2} + (z_{A2}^{1} - z_{B1}^{o})^{2} \\ L_{5}^{2} = (x_{A2}^{1} - x_{B2}^{o})^{2} + (y_{A2}^{1} - y_{B2}^{o})^{2} + (z_{A2}^{1} - z_{B2}^{o})^{2} \\ L_{6}^{2} = (x_{A3}^{1} - x_{B1}^{o})^{2} + (y_{A3}^{1} - y_{B1}^{o})^{2} + (z_{A3}^{1} - z_{B1}^{o})^{2} \end{cases}$$

Здесь  $x_{A1}^1$  - искомая координата в конце первого шага интегрирования, а  $x_{B1}^o$  - координата в начале этого шага интегрирования.

Решение системы осуществляется следующим образом. Вначале из первого уравнения вычитаем второе и третье. Получаем два линейных уравнения с тремя неизвестными, из которых выражаем две координаты  $y_{A1}$  и  $z_{A1}$  через координату  $x_{A1}$ . Затем подставляем полученные выражения в третье уравнение и получаем квадратное уравнение, из которого находим  $x_{A1}^1$ :

$$A \cdot (x_{A1}^{1})^{2} + B \cdot (x_{A1}^{1}) + c = 0$$
$$x_{A1}^{1} = \frac{\left(-B \pm \sqrt{B^{2} - 4 \cdot A \cdot C}\right)}{2 \cdot A}$$

В данном уравнении знак можно считать определенным, поскольку приращения *L* небольшие.

Далее находим координаты точки  $B_2$ , используя четвертое и пятое уравнения системы, а также известное расстояние между точками  $B_2$  и  $B_1$ . Затем определяем координаты точки  $B_3$ , считая известными расстояния от точки  $B_3$  до точек  $B_1$  и  $B_2$ .

После решения данной системы записываем подобную ей, подставляя в нее вместо  $L_i$  новые значения  $L_i$ , и считая заданными координаты  $x_{A1}^1, ..., z_{A3}^1$ , а искомыми – координаты  $x_{B1}^1, ..., z_{B3}^1$ . На следующем шаге процедуру повторяем.

Таким образом, можно найти закон изменения координат точек  $B_1, ..., B_3$ , а следовательно, закон движения тела.

Приведенный алгоритм особенно удобен, если направления действия сил фиксированы относительно тела, однако он сохраняет достоинства и при переменной ориентации и сил и моментов, так как эта нагрузка сводится к шести силам, расположенным вдоль прямых [23].

## 4.4. Исследование трехстепенного и пятистепенного манипуляторов

Примеры динамического и силового исследования манипуляторов данного типа приводятся ниже, методика их проведения аналогична методике, приведенной в данном разделе. Укрупненная блок – схема имитационной модели представлена на рис.4.4..



Рис.4.4.

Рассмотрим трехстепенной манипулятор. Для исследования требований к дискретности задания желаемой траектории была разработана следующая методика:

Первым шагом является аналитическое задание требуемой траектории движения рабочей точки. Затем, рассчитываются зависимости длин приводов для большого (значительно больше, чем планируемая степень дискретизации) количества точек.

После этого, требуется уменьшить точность следования траектории для каждого привода (уменьшив тем самым количество опорных точек (рис.4.5.)), после чего, рассчитать траекторию движения рабочей точки. Затем результат расчета сравнивается с желаемой траекторией путем вычитания. Результатом выполнения этих действий, является методическая погрешность движения рабочей точки манипулятора. Для визуальной проверки результатов расчетов создается анимация геометрической модели манипулятора, в качестве данных для её построения используется массив значений, полученный при расчетах. Некоторые результаты расчетов приведены на графике (рис.4.5.) ( $l_i$  – длины приводов после уменьшения количества опорных точек,  $l_{iu}$  –исходные зависимости длин приводов).





Программа проведения расчетов представлена ниже.

Определение исходных данных.

Для упрощения расчетов, целесообразно представить все линейные размеры модели через длину стороны основания манипулятора, причем принять равным единице масштабный фактор (a = 1). Зависимости для расчета геометрии манипулятора приведены в третьей главе (3.1), (3.2) и (3.3).

Определение желаемого закона движения.

Желаемую траекторию удобно задать в параметрическом виде. В случае сложной пространственной траектории можно воспользоваться разложением в ряд Фурье.

Для поиска идеальных зависимостей длин приводов от времени применяются выражения (3.1), (3.2) и (3.3). Для прямолинейной траектории вдоль оси ординат (-1,0,0 ; 1,0,0) получены зависимости длин приводов от времени представленные на рис. 4.7..



На приведенных зависимостях *S* – является параметром траектории и, в данном случае принята равной абсциссе точки координаты рабочего звена *B*<sub>1</sub>.

Далее следует преобразовать эти зависимости в форму удобную для цифрового управления манипулятором. Существует множество алгоритмов такого преобразования, их основными параметрами являются следующие: количество опорных точек траектории, количество уровней управляющего сигнала («вкл.» - «выкл.» или с регулировкой скорости привода, дискретность регулирования скорости), последовательность включения приводов (определяет быстродействие, точность и мощность потребляемую манипулятором из питающей сети). Зависимости приведенные в данной работе были построены при помощи созданной автором программы.

После обработки полученные зависимости выглядят, как показано на рис.4.8.



Затем, по линеаризованным зависимостям строится траектория движения рабочей точки  $B_l$ . Для этого используется решение системы в l - координатах (3.1). После решения для прямолинейной траектории вдоль оси ординат (-1,0,0 ; 1,0,0) получена траектория движения рабочей точки (рис. 4.9.).



0.2Рис. 4.9.

Методическая погрешность движения манипулятора оценивается по расстоянию точек полученной траектории движения до желаемой.

Рассмотрим теперь пятистепенной механизм манипулятора рис.3.37.

Алгоритм исследования и Расчета аналогичны приведенным выше, но отличаются количеством параметров, так как добавляются ещё две вращательные степени подвизород ти рабочего органа. Однако следует заметить, что данная задача требует вдвое больше вычислительных ресурсов, чем предыдущая.

Линейные координаты рабочего органа для трехстепенного и для пятистепенного манипуляторов будут совпадать, следовательно, дополнительные исследования нужно проводи**∓9**т**8**лько для угловых координат платформы.

-1 -0.8 -0.6 -0.4 -0.2

0

-1

### 4.5. Исследование шестистепенного манипулятора при различных алгоритмах работы приводов

Рассмотрим теперь шестистепенную платформу Стюарта (рис.3.39).

Целью исследования является разработка алгоритмов, позволяющих выбирать оптимальную степень дискретизации траектории движения шестистепенного манипулятора выполненного по схеме (рис.3.39), а также выработать рекомендации по снижению методической погрешности манипулятора и определить области применения различных алгоритмов управления приводами.

Исследование проводится для прямолинейного перемещения платформы при фиксированном угловом положении.

Для данной задачи рассматриваются три варианта работы приводов:

- *l* координаты изменяются равномерно с разными скоростями и достигают заданных значений одновременно;
- *l* координаты изменяются равномерно с максимально возможными скоростями и достигают заданных значений одна за другой;
- *l* координаты изменяются по очереди применяется при ограничении мощности питающей сети;

Для упрощения расчетов будет исследоваться точность движения манипулятора по координатным осям и окружности. Исследование будет проводиться следующим образом:

- Задается траектория движения;
- Задается величина перемещения;
- Задаются алгоритм работы приводов и геометрические параметры механизма;
- Запускается программа имитационного моделирования;

По полученным данным (отклонение координат центра платформы от заданного значения) делаются выводы и формулируются рекомендации по

использованию различных механизмов и алгоритмом управления их приводами.

## 4.5.1. *l* - координаты изменяются равномерно с разными скоростями и достигают заданных значений одновременно

В данном случае приводы работают с различными скоростями и рабочий орган приходит в опорную точку одновременно. Ввиду дискретности задания траектории, движение платформы будет происходить, как показано на рис.4.10..



Рис. 4.10. Характер движения платформы через несколько опорных точек

Для исследования точности отработки манипулятором заданной траектории требуется обеспечить заданный алгоритм работы приводов. Алгоритм работы программы приведен на рис.4.11..



108
В результате работы программы для прямолинейной траектории вдоль оси ординат (-1,0,0 ; 1,0,0) с тремя опорными точками была сформирована таблица длин приводов от параметра траектории S/a где S ,в данном случае, соответствует абсциссе центральной точки платформы.

Зависимости длин приводных звеньев от параметра *S/a* приведены на (рис. 4.12.)



Рис. 4.12.

Для вычисления погрешности требуется найти разность между желае-0.5 мой и полученной траекторией. В качестве исследуемой погрешности принята погрешность положения центра платформы. Полученные зависимости приведены на рис.4.13.. 0.4

Исходя из полученных результатов, можно найти точку, где погрешность максимальна. Далее это зна**нен**ие погрешности будет принято мерой точности при определении зависимости точности следования заданной траектории от количества опорных точек (рис.4.14.).

0.1



Рис. 1.13.

\_ \_ \_ \_



Рис.4.14.

Анализ зависимости приведенной на рис.4.14. показывает что уменьшение погрешности при увеличении количества опорных точек траектории происходит по закону, близкому к (4.11) (аппроксимация показана штриховой линией).

$$\Delta(N) = \frac{A}{N-B} + C \tag{4.11}$$

где коэффициенты A и B определяются путем решения системы уравнений (4.12), в которой  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  и  $\Delta_3$  – значения погрешности при количестве опорных точек N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub> и N<sub>3</sub> соответственно.

$$\begin{cases} \Delta(N_1) = \Delta_1 \\ \Delta(N_2) = \Delta_2 \\ \Delta(N_3) = \Delta_3 \end{cases}$$
(4.12)

## 4.5.2. *l* - координаты изменяются равномерно с максимально возможными скоростями и достигают заданных значений одна за другой

В данном случае выходные звенья приводов идут с максимально возможной скоростью, останавливаясь по мере прихода в заданные конечные положения. Для данного алгоритма характерны простота управления (не требуется динамически регулировать скорости приводов) и невысокая точность соблюдения желаемой траектории движения. Методика расчета аналогична изложенной в п.4.5.1. Исследования отличаются лишь программой, генерирующей алгоритм работы приводов.

Алгоритм работы программы приведен на рис.4.15..



112



В результате работы по программе формируется таблица длин приводных звеньев для моментов времени идущих с частотой, определяемой скоростью движения платформы.

Ниже приведен пример расчета для следующих исходных данных: a = 1 м – половина стороны основания, k = 1 – коэффициент пропорциональности длин приводов в начальный момент времени, N = 3 – количество опорных точек,  $\Delta = [2a,0,0]$  требуемое смещение в формате [ $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ ],  $\Delta \phi = [0,0,0]$ требуемое смещение в формате [ $\Delta \phi_x$ ,  $\Delta \phi_y$ ,  $\Delta \phi_z$ ]

С помощью программы генерирующей управляющие воздействия были сформированы зависимости длин приводных звеньев от пройденного рабочим звеном пути (рис.4.16.)



После вычисления траектории точек *B*<sub>1</sub>, *B*<sub>2</sub> и *B*<sub>3</sub> платформы по сгенерированным зависимостям, была рассчитана траектория движения центра платформы.

Зная траекторию движения центра платформы, можно рассчитать отклонение от заданной траектории (в данном случае прямая ((0;0) ;(0;2))). Для этого нужно вычесть из координат точек координаты заданной траектории.

После проведения вычислений была получена зависимость изображенная на рис. 4.17..



При исследовании зависимости точности движения центра платформы от степени дискретизации (количества опорных точек) требуется повторить расчет для каждого значения количества опорных точек. Зависимость погрешности от числа точек приведена на (рис.4.18.).



Данная кривая менее ровная чем представленная на рис.4.14. и не монотонная, вследствие чего, аппроксимация её гладкой кривой (4.11) даст существенную погрешность. Из рис.4.18. видно, что большое значение имеет местонахождение опорных точек (погрешности примерно равны при N=3 и при N=6). Исходя из изложенного выше, можно сказать что аппроксимация в данном случае не имеет смысла, так как заранее невозможно знать какие точки нужно брать для аппроксимации.

#### 4.5.3. *l* – координаты изменяются по очереди

Для третьего алгоритма управления характерно уменьшение потребляемой мощности, поскольку в этом случае приводы работают один за другим, т.е. в каждый момент времени работает только один цилиндр. Алгоритм расчетов аналогичен двум предыдущим случаям. Отличие состоит лишь в программе, формирующей зависимости длин приводных звеньев от пройденного рабочим органом пути. Алгоритм работы программы приведен на рис.4.19..

В результате работы программы формируется таблица длин приводных звеньев для моментов времени идущих с частотой, определяемой скоростью движения платформы.

Ниже приведен пример расчета для следующих исходных данных: l = 1 м – половина стороны основания, k = 1 – коэффициент пропорциональности длин приводов в начальный момент времени, N = 3 – количество опорных точек, для прямолинейной траектории вдоль оси ординат (-1,0,0 ; 1,0,0) при горизонтальном положении платформы.

С помощью программы генерирующей управляющие воздействия были сформированы зависимости длин приводных звеньев от пройденного рабочим органом пути (рис.4.20.).



Рис. 4.19.



Как видно из этих зависимостей, данный способ управления является наименее быстродействующим из трех предложенных.

Далее следует определить координаты точек  $B_1, B_2$  и  $B_3$  платформы. Это делается путем решения системы уравнений в l – координатах (2.1).

Зная траектории этих точек можно построить отклонения центра платформы от заданной (прямолинейной траектории) (рис.4.21.). Делается это как в предыдущих двух случаях.



Для построения зависимости показателя точности движения платформы от количества опорных точек траектории приведенный выше расчет нужно повторить для различных значений количества опорных точек (рис.4.22.).





В данном случае зависимость достаточно гладкая и монотонная, что дает возможность аппроксимировать ее зависимостями (4.11). Аппроксимация показана штриховой линией.

#### 4.6. Выводы по главе 4

- 1. Зависимость методической точности отработки траектории от количества опорных точек имеет экспоненциальный вид.
- Величина отклонения от траектории существенно зависит от порядка включения приводов.
- Скорость отработки траектории существенно зависит от порядка включения приводов.
- 4. Для приводов с низкой жесткостью существенное значение имеет условие достижения опорной точки.

- Обход особых положений при управлении шестистепенным манипулятором, построенным по схеме с вращательными приводами, осуществляется путем поворота привода вокруг оси, перпендикулярной оси привода.
- Для разгрузки консольных рычагов шестистепенного манипулятора с вращательными приводами рекомендуется устанавливать приводы так, чтобы рычаги вращались в горизонтальной плоскости. Шарниры этих рычагов рекомендуется установить на сферические ролики.

# 5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МАКЕТА МАНИПУЛЯТОРА

Целью экспериментального исследования является подтверждение работоспособности предложенной автором схемы шестистепенного манипулятора с параллельными кинематическими цепями.

Для проведения исследования был разработан макет манипулятора устройство сопряжения с компьютером и программа для управления манипулятором в соответствии с заданными траекториями движения и алгоритмами управления приводами.

#### 5.1. Разработка конструкции макета манипулятора

Вследствие сложности изготовления манипулятора с поступательными приводами было решено взять за основу схему с вращательными приводами и разнесенными шарнирами. Шарниры, используемые в макете, представляют собой три концентрических кольца, зафиксированных установочными винтами. Каркас модели построен из стального прутка диаметром 4 мм.

Приводы представляют собой шаговые двигатели, используемые в пятидюймовых дисководах. Для обеспечения достаточного момента и уменьшения шага привода использованы редукторы с передаточным числом 50.

Графическое изображение внешнего вида макета представлено на фото (рис.5.1.,рис.5.2.).



Рис.5.1.



Рис.5.2.

Конструкция манипулятора представлена на схеме рис.5.3. На основании 1, на установлены двигатели 6 с редукторами 7. Входной вал редуктора соединяется с валом двигателя посредством компенсирующей муфты 8. На выходных валах редукторов закреплены рычаги 10, к которым посредством шарниров Гука 4 прикрепляются рычаги 9, соединяющиеся между собой вращательными шарнирами 5. На вершинах рычагов 9 установлены сферические шарниры 4 к которым присоединяются штанги 2, жестко скрепленные между собой при помощи шестигранной призмы 3 вместе образующие рабочее звено.



Рис.5.3.

#### 5.2. Схема управления манипулятором

Использование шаговых двигателей для макета является оптимальным, так как не требуется использования тормоза и датчиков, но при этом возникает проблема квантования зависимости длины привода от времени. С учетом этих особенностей предлагается следующий алгоритм работы системы управления.



Рис.5.4.

Для непосредственного управления приводами была разработана логическая схема.

Фактически, она представляет собой совокупность шести одинаковых блоков. Схема такого блока (логической схемы) представлена на рисунке.



Рис.5.5.

Каждый из этих блоков, представляет собой двухразрядный двоичнодесятичный дешифратор, от классического дешифратора данную схему отличает отсутствие нулевого состояния на выходе.

Таблица состояний для данной схемы представлена ниже.

Входы		Выходы			
1	2	1	2	3	4
0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
0	1	0	0	1	0
1	1	0	0	0	1

Таблица 5.1.

Для подключения к порту компьютера предусмотрены буферные элементы (1533 ЛН1), а для подключения шаговых двигателей, двухкаскадные транзисторные ключи.

## 5.5. Выводы по главе 5

- 1. При конструировании макета наиболее оправданным является применение вращательных шаговых приводов.
- 2. Устройство управления таким макетом должно состоять из ЭВМ и устройства сопряжения, так как это является наиболее простым и гибким способом моделирования системы управления.
- 3. Макет манипулятора успешно прошел испытания на работоспособность.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты, полученные в диссертации, формулируются следующим образом.

- Собраны и проанализированы материалы, из которых следует, что многостепенные механизмы параллельной структуры с линейными приводными звеньями находят широкое применение в комбинированных многостепенных пространственных приводах технологических промышленных роботов, демонстрационных роботов, металлорежущих станков, координатно-измерительных машин, тренажерах, испытательных стендов.
- 2. При постановке и решении задач механики механизмов параллельной структуры помимо обычных методов общей механики целесообразно использовать математический аппарат теории винтов, который позволяет единообразно описывать как силовые, так и кинематические характеристики, и аппарат кватернионов, который приспособлен для описания геометрии углового пространственного ориентирования.
- На основе предложенного системного подхода к структурному синтезу механизмов параллельной структуры, основанного на формализованном описании и представлении общих свойств кинематических цепей механизма, построена классификация механизмов параллельной структуры.
- Показано, что разнообразие схем, геометрические характеристики и возможности манипуляторов параллельной структуры определяются не только числом степеней подвижности, но и способами установки и размещением шарниров.
- 5. Показано, что рабочие области и их двумерные сечения, которые строятся с учетом ограничений по ходам приводов и непересечения элемен-

тов, имеют сложную форму; разработанная методика позволяет определять их границы.

- Установлено, что один из перспективных путей построения схем с числом степеней подвижности меньше шести заключается в том, что определенное число приводных звеньев заменяется на звенья постоянной длины.
- 7. Предложена и проанализирована схема шестистепенного манипулятора с вращательными приводами, который является новым образцом самостоятельной группы механизмов параллельной структуры; разработанная методика позволяет проводить геометрический анализ подобных схем.
- Рассмотрены различные варианты ортогонализированных схем параллельной структуры, приспособленных для воспроизведения малых перемещений и углов поворота и допускающих упрощение управление систем управления.
- Предложены схемные и конструктивные решения некоторых ответственных элементов конструкций, в частности, совмещенного трехстепенного карданова шарнира.
- Разработана методика расчета линейных перемещений и параметры углового положения шестистепенной платформы по значениям lкоординат.
- 11. Разработанные программы численного решения задач расчета последовательностей значений l-координат по законам перемещения центра платформы и параметров ее угловой ориентации опробованы на примерах трехстепенных и пятистепенных механизмов.
- 12. Исследованы движения платформы шестистепенного манипулятора при таких способах управления приводами, при которых в заданные моменты времени осуществляются включение или отключение, но во время движения скорости остаются постоянными.

- Исследована схема шестистепенного манипулятора с вращательными приводами, сформулированы конструктивные предложения по его совершенствованию.
- 14. Показано, каким образом необходимо строить устройство автоматизированного управления шестистепенного манипулятора с вращательными приводами с тем, чтобы облегчить работу оператора при наладке регулировке и при программировании движений.
- 15. Спроектированный, изготовленный и отлаженный макет шестистепенного манипулятора успешно прошел испытания на работоспособность.

#### Публикации автора по теме диссертации

1А. Смородов А.В., Волков А.Н. Автоматизация проектирования передаточных механизмов цикловых электромагнитных приводов // Сборник докладов 29 недели науки. СПбГПУ Часть 2. ММФ и ФТИМ., СПб: изд. СПбГПУ, 2000г.

2А. Смородов А.В., Волков А.Н. Выбор оптимальной элементной базы для манипуляторов, построенных по схеме с замкнутыми кинематическими цепями. // Сборник докладов 31 недели науки. СПбГПУ Часть 2. ММФ и ФТИМ., СПб: изд. СПбГПУ, 2002г.

3А. Смородов А.В., Волков А.Н. Рациональный выбор передаточных механизмов цикловых пневмоприводов // Сборник докладов 28 недели науки.

СПбГПУ Часть 2. ММФ и ФТИМ., СПб: изд. СПбГПУ, 1999г.

4А. Смородов А.В. Новые кинематические схемы механизмов мани-

пуляторов параллельной структуры // Сборник докладов 32 недели науки.

СПбГПУ Часть 2. ММФ и ФТИМ., СПб: изд. СПбГПУ, 2003г.

5А. Волков А.Н., Смородов А.В., Челпанов И.Б. Построение сечений рабочей области платформы Стюарта //Сборник докладов международной конференции МТ'04 Варна, Болгария 2004г.

### Список использованной литературы

1. Альван Х. М. Динамика и управление движением робототехнических систем с избыточными входами». Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук. СПбГПУ, 2003.

2. Альван Х.М., Слоущ А.В. Об управлении движением пространственной платформы с несколькими степенями подвижности. // Сб. «Теория механизмов и машин», СПб: изд. СПбГПУ, 2003, № 1. Андре П., Кофман Ж-М., Лот Ф., Тайар Ж-П. Конструирование роботов.
М.: Мир, 1986.

4. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1975.

5. Артоболевский. И.И. Механизмы в современной технике. Справочное пособие для инженеров, конструкторов, изобретателей. В 7-ми томах. М.: Наука, 1979.

6. Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1968.

7. Белянин П.Н. Кинематические схемы, системы и элементы промышленных роботов. М.: Машиностроение, 1992.

8. Белянин П.Н. Робототехнические системы для машиностроения. М.: Машиностроение, 1986.

9. Белянин П.Н. Состояние и развитие техники роботов. // Проблемы машиностроения и надежность машин. РАН, 2000, № 2, с. 85 - 96.

10. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1980.

11. Бруевич Н.Г., Сергеев В.И. Основы нелинейной теории точности и надежности устройств. М.: Наука, 1976.

12. Бурдаков С.Ф., Первозванский А.А. Динамический расчет электромеханических следящих приводов промышленных роботов. Учебное пособие. -Л.: изд. ЛПИ.1982.

13. Бурдаков С.Ф. Элементы теории роботов /механика и управление. Учебное пособие. -Л.: изд. ЛПИ, Ленинград, 1985.

14. Бурдаков С.Ф., Дьяченко В.А., Тимофеев А.Н. Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизированных комплексов. М.: Высш. шк., 1986.

15. Великович В.Б., Жаппаров Н.Ш., Кагановский И.П. Робототехника в России. М.; 1992.

16. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов. Л.: Машиностроение, 1969.

17. Вейц В.Л., Коловский М.З., Кочура А.Е. Динамика управляемых машинных агрегатов. – М.: Наука, 1984. – 351с.

18. Волков А.Н., Гончаров Б.Н., Дьяченко В.А., Клюкин В.Ю. Целевые механизмы автоматов. Учебн. пособие. - Л.:ЛПИ, 1988.

19. Воробьев Е.И. Диментберг Ф.М. «Пространственные шарнирные механизмы» М:. «Наука» главная редакция физ.-мат. Литературы 1991 г,264 с.

Вульфсон И.И. Колебания машин с механизмами циклового действия.
Л.: Машиностроение, 1990.

21. Галиуллин А. С. Методы решения обратных задач динамики: М.: Наука, 1986.

22. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. 4 – е изд. М. : Наука. Гл. Ред. Физ.– мат. лит., 1988.

23. Глазунов В.А., Колискор А.Ш., Крайнев А.Ф. Пространственные механизмы параллельной структуры. М.: Наука, 1991.

24. Глазунов В.А., Крайнев А.Ф., Рашоян Г.В., Трифонова А.Н., Есина М.Г. Моделирование зон особых положений механизмов параллельной структуры. // Сб. Проблемы машиностроения и надежности машин. 2000, № 2.

25. ГОСТ 25686-85 Манипуляторы, автооператоры и промышленные роботы. Термины и определения.

26. Дарков А.В., Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. Изд. М. Высшая школа, 1969.

27. Динамика машин и управление машинами.// Под ред. Г. В. Крейнина.М.: Машиностроение, 1988.

28. Динамика и управления роботами./ Под ред. Е.И. Юревича. М.: Наука. 1984.

29. Довбня Н.М., Кондратьев А.Н., Юревич Е.И. Роботизированные технологические комплексы в ГПС. Л.: Машиностроение, 1990. 30. Евграфов А.Н., Евграфова Е.А., Слоущ А.В. Управление движением плоской платформы с избыточными входами. Конференция по машинам и аппаратам текстильной и легкой промышленности, посвященная 60 – летию механико-машиностроительного факультета СПбГТУ, СПб, 1998.

31. Жавнер В.Л., Крамской Э.И. Погрузочные манипуляторы. М.: Машиностроение, Ленинградское отделение, 1975.

32. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами : Учеб. пос. для вузов – М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2000.

33. Иванов А.А. Гибкие производственные системы в приборостроении.М.: Машиностроение, 1988.

34. Игнатьев М.Б., Кулаков Ф.М., Покровский А.М. Алгоритмы управления роботами-манипуляторами. Л.: Машиностроение, 1977.

35. Кинематика, динамика и точность механизмов. Справочник. Под ред. Крейнина Г.В. - М.: Машиностроение, 1984.

36. Кожевников С.Н. Динамика машин с упругими звеньями. – Киев : Изд. АН УССР, 1961.

37. Козлов В.В., Макарычев В.П., Тимофеев А.В., Юревич Е.И. Динамика управления роботами. М.: Наука, 1984.

38. Колесников Д.Н., Душутина Е.В., Пахомова В.И. Введение в МАТLАВ с примерами решения задач оптимизации и моделирования: Учеб. пособие. СПб: СПбГТУ. 1995.

39. Коловский М.З., Маслов В.И. Элементы теории роботов и манипуляторов. Учеб. пос. Л.: ЛПИ, 1981.

40. Коловский М.З., Слоущ А.В. Основы динамики промышленных роботов. М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1988.

41. Коловский М.З. О структуре механизмов и алгоритмах их кинематического и силового анализа. //Проблемы машиностроения и надежности машин. 1992. №.4. 42. Коловский М.З. Теория механизмов и машин /Структура машин и механизмов. Геометрический и кинематический анализ. СПб: СПбГТУ, 1993.

43. Коловский М.З. Теория механизмов и машин /Силовой расчет. Динамические характеристики механизмов. СПбГТУ: СПб, 1994.

44. Коловский М.З. О методах кинематического и параметрического исследования механизма с помощью уравнений равновесия. //Проблемы машиностроения и надежности машин. 1994. №4.

45. Коловский М.З. Теория механизмов и машин /Динамика машин. СПб: СПбГТУ:, 1995.

46. Коловский М.З. Автоматизация и управление в машиностроении, механотроника. Проблемы машиностроения и надежности машин. 1997. № 2.

47. Коловский М.З., Слоущ А.В. Об управлении движением замкнутых рычажных механизмов с избыточными входами. //Труды 2 летней школы «Нелинейные колебания – 97». Институт проблем машиноведения РАН, 1998.

48. Коловский М.З., Петров Г. Н., Слоущ А.В. Об определении собственных частот позиционирующей платформы с упругими приводами. // Проблемы машиностроения и надежности машин. 1999, №5.

49. Коловский М.З., Петров Г.Н., Слоущ А.В. Об управлении движением замкнутых рычажных механизмов с несколькими степенями свободы. //Проблемы машиностроения и надежности машин. 2000, № 4.

50. Крайнев А.Ф., Глазунов В.А. Новые механизмы относительного манипулирования.// Проблемы машиностроения и надежности машин. 1994, № 5.

51. Крайнев А.Ф. Словарь-справочник по механизмам. М.: Машиностроение, 1981.

52. Курс теоретической механики. //Под ред. К.С.Колесникова. М.: изд. МГУ им. Н.Э.Баумана, 2000.

53. Ларин В.Б. Управление шагающими аппаратами. Киев: Наукова думка, 1980.

54. Левитский Н.И. Теория механизмов и машин. М.; Наука, 1979.

55. Лурье А.И. Аналитическая механика. – М.: Физматгиз. 1961.

56. Макаров И.М., Топчеев Ю.И. Робототехника: история и перспективы.М.: Наука, Изд. МАИ, 2003.

57. Манипуляционные системы роботов/ Под ред. А.И.Корендясева. М.: Машиностроение, 1989.

58. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М. «ЧеРо», 1999.

59. Механика машин.// Под ред. Г.А.Смирнова. М.: Высшая школа, 1996.

60. Механика промышленных роботов. В трех книгах./ Под ред.

К.В.Фролова и Е.И.Воробьева. М.: Высшая школа, 1988.

61. От махин до роботов.// Ред.-сост. М. Н. Ишков. М.: Современник, 1990.

62. Пеньков В.Б. Механика манипуляционных систем. Тула: изд. ТПИ, 1990.

63. Петров Б.А. Манипуляторы. М.: Машиностроение, 1984.

64. Петров Г.Н., Хлебосолов И.О. Теория механизмов и машин. Расчет машинного агрегата. СПб: СПбГТУ, 1997.

65. Поздеев Д.А. Динамика приводов промышленных роботов – манипуляторов. Учеб. пособие. Чебоксары , 1990.

66. Попов Е. П., Зенкевич С.Л., Верещагин А.Ф. Манипуляционные роботы: динамика и алгоритмы. М.: Гл. ред. физ.– мат. лит. изд. Наука, 1978.

67. Попов Е.П. Робототехника и гибкие производственные системы. М.: Наука, 1987.

68. Попов Е.П., Письменный Г.В. Основы робототехники: введение в специальность. Учебник для вузов. М.: ВШ. 1990.

69. Попов Е.П., Юревич Е.И. Робототехника. М.: Машиностроение, 1984.

70. Проектирование и разработка промышленных роботов./.Под ред. П. Н. Белянина и Я.А.Шифрина. М.: Машиностроение, 1989.

71. Рыбак Л.А., Синев А.В., Пашков А.И.. Синтез активных систем виброизоляции на космических объектах. М. : Янус – К , 1997.

72. Семенов Ю.А. Применение машин и механизмов с внутренними входами. // Сб. «Теория механизмов и машин», СПб: изд. СПбГПУ, 2003, № 1.

73. Слюсарев А.Н., Малахов М.В., Нейбергер Н.А. Механические системы промышленных роботов. М.: Машиностроение, 1992.

74. Смольников Б.А. Проблемы механики и оптимизации роботов. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991.

75. Топчеев Ю.И., Макаров И.М. Люди и роботы. М.: Изд. МАИ, 1999.

76. Цывильский В.Л. Теоретическая механика. М.: Высшая школа, 2001.

77. Челпанов И.Б. Устройство промышленных роботов. СПб: «Политехника», 2001.

78. Челпанов И.Б., Бржозовский Б.М., Кочетков А.В., Колпашников С.Н. Стандартизация и испытание промышленных роботов. Изд. СГТУ, Саратов, 1998.

79. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы: динамика, управление, оптимизация. М.: Гл. ред. физ. – мат. лит., Наука, 1989.

80. Янг Д.С., Ли Т.У. Исследование кинематики манипуляторов платформенного типа. Конструирование. 1984.№.2.

81. Atul Bajpai, Bernard Roth. Workspace and mobility of a closed loop manipulator. Int. J. Robotics res. 1986. V. 5.No.2. p. 131-142.

82. Dietmair P. The Stewart – Gough platform of general geometry can have 40 real postures. Advance in robot kinematics : Analysis and control, 1998, pp. 7-16.

83. Doik Kim and Wankyun Chung. Analytic singularity equation and analysis of six \_ DOF parallel manipulators using local structurization method. IEEE, Transaction on Robotics and Automation, August 1999.vol.15, No.4, c.612-621.

84. Dong Soo Kwon, Se Kyong Song . A microsurgical telerobot system with a 6 \_ DOF haptic master device. Pro. Of the 2000 int. Symposium on mechatronics and intelligent mechanical systems for 21 century, Korea ,2000, pp. 65 – 71.

85. Drof Richard C., Robotics and automated manufacturing, Reston, Virginia, 1983. 190 p.

86. Edward Kafrissen, Mark Stephans. Industrial robots and robotics, Reston, Virginia, 1984. 396 p.

87. Fichter E.F. A Stewart platform \_ based manipulator; general theory and practical construction. Int. J. Robotics res. 1986. V. 5.No.2. p. 157-182.

88. Fu K.S., Gonzalez R.C., Lee C. S. Robotics, control, sensing, vision, and intelligence. McGraw – Hill . 1987. 580 pp .

89. Huang Yuzhen, Fu Guangwei, Jiang Xueqian, Wu Wenda. Forward displacement analysis of a special Stewart – Gough platform. Int. J. Robotics res. 1986. V. 5.No.2. p. 121-132.

90. Gough, V.E. and Whitehall, S.G., "Universal tyre test machine," Proceedings of the FISITA Ninth International Technical Congress, pp. 117-137, May, 1962.

91. Kolovsky M.Z., Evgrafov A.N., Semenov Y.A., Sloush A.V. Advanced theory of mechanisms and machines. Translated by Lilov L., Springer, 2000.

92. Litvin F. L., Zhang Yi., Parenti Castelli V., Innocenti C. Singularities, configurations, and displacement functions for manipulators. Int. J. Robotics res. 1986.V. 5. No.2. p. 52-65.

93. Luc Baron, and Jorge Angeles . The direct kinematics of parallel manipulators under joint \_ sensor redundancy. IEEE, Transaction on Robotics and Automation, February 2000.vol.16, No.1, p.12-19.

94. McCarthy J. M. Dual orthogonal matrices in manipulator kinematics. Int. J. Robotics res. 1986. V. 5.No.2. p. 45-51.

95. Min \_ Jie Liu, Cong \_ Xin Li, and Chong \_Ni Li. Dynamics analysis of the Gough \_Stewart platform manipulators. IEEE, Transaction on Robotics and Automation, February 2000.vol.16, No.1, c.94-98.

96. Miomir Vukobratovic, Veljko Potkonjak. Dynamics of manipulation robots theory and application, Springer – Verlag Berlin, Heidelberg. 1982. 303p.

97. Nair R. Maddocks J.H. On the forward kinematics of the parallel manipulators. The International Journal of Robotics Research, Vol 13, No.2, April 1994, pp. 171 – 188.

98. Paul B., Rosa J. Kinematics simulation of serial manipulators. Int. J. Robotics res. 1986. V. 5. No.2. p. 14-31.

99. Pollard, W.L.G., "Spray painting machine," US Patent No. 2,213,108, August 26, 1940.

100. Stewart, D., "A platform with six degrees of freedom," Proceedings of the IMechE, Vol. 180, Pt. 1, No. 15, pp. 371-385, 1965-66.

101. Tain Huang, Jinsong Wang, Clement M. Gosselin, and David Whitehouse. Determination of closed form solution to the 2\_D\_Orientation workspace of Gough\_Stewart parallel manipulators. IEEE, Transaction on Robotics and Automation, December 1999.vol.15, No.6, p.1121-1125.

102. Wesley E. Snyder, Industrial robots computer interfacing and control, Englewood Cliffs, New Jersey, 1985. 324p.

103. Yang D.C.H., Lai Z.C. A new method for the singularity analysis of simple six \_ link manipulators. Int. J. Robotics res. 1986. V. 5. No.2. p. 66-74.