

На правах рукописи

**Гаранин Дмитрий Анатольевич**

**ИНФОРМАЦИОННО-СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И  
МОДЕЛИ УПРАВЛЕНИЯ ТОВАРНЫМ АССОРТИМЕНТОМ  
ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ**

Специальность 08.00.13 – Математические и инструментальные методы  
экономики

**А В Т О Р Е Ф Е Р А Т**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата экономических наук

Санкт-Петербург  
2005

Работа выполнена на кафедре «Предпринимательство и коммерция» в Государственном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет»

Научный руководитель: доктор экономических наук, профессор  
Дуболазов Виктор Андреевич

Официальные оппоненты: доктор экономических наук, профессор  
Юрьев Владимир Николаевич

кандидат экономических наук, доцент  
Козлов Андрей Владимирович

Ведущая организация: ГОУ ВПО «Санкт-Петербургский  
государственный университет»

Защита состоится «10» марта 2005 г. в 14.00 часов на заседании Диссертационного Совета Д 212.229.23 при ГОУ ВПО «Санкт-Петербургский государственный политехнический университет» по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29, III учебный корпус, ауд. 506.

С диссертацией можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке ГОУ «СПбГПУ» по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29.

Отзывы в 2-х экземплярах направлять по адресу: 195251, Санкт-Петербург, ул. Политехническая, 29.

Автореферат разослан «10» февраля 2005 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета,  
кандидат экономических наук,  
доцент

Сулоева С.Б.

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования. Управление товарным ассортиментом (ТА) промышленных предприятий (ПП) базируется на принятой товарной политике и предполагает координацию взаимосвязанных решений в различных сферах деятельности на предприятии (научно-технической, технико-экономической, маркетинговой, сбытовой и др.). Трудность решения данной задачи состоит в сложности объединения всех этих элементов для достижения конечной цели – оптимизации ТА с учетом поставленных стратегических целей предприятия.

Обзор методологических вопросов теории выбора и принятия решений в области управления ТА приводит к заключению, что методологические проблемы становятся ключевыми. Анализ особенностей процесса принятия решений при управлении ТА выявил необходимость учета фактора неопределенности. С учетом сказанного актуальной является задача совершенствования и разработки научно-методологического обеспечения принятия решений по управлению ТА на основе системно-информационного анализа проблем управления. Реализация такого подхода позволит придать выявленным закономерностям количественно-качественное содержание и обеспечить их статистическую (вероятностную) интерпретацию.

Цель диссертационной работы – формирование на основе информационно-статистических методов математических моделей и методик решения комплекса основных задач управления ТА ПП.

В соответствии с этой целью в диссертации поставлены и решены следующие задачи, определяющие научную новизну работы:

- на основе анализа содержательной специфики задач управления ТА ПП сформирована маркетинговая концепция применения программно-целевых методов и информационно-статистического подхода к формированию рекомендаций по управлению ТА, разработаны математические модели жизненных циклов товаров (ЖЦТ) и информационно-статистические методы определения их структуры и параметров, позволяющие осуществлять дискриминацию моделей и цензурирование исходных данных;

- определены основные направления и методы прогнозирования, ориентированные на маркетинговые исследования динамики ТА, предложена методика верификации прогнозов, полученных в результате применения различных методов прогнозирования, поставлена и решена задача оптимизации глубины ретроспекции при применении статистических методов прогнозирования в управлении ТА;

- получена аналитическая зависимость для определения момента целесообразного обновления продукции;

- предложена, на основе модификации метода парных сравнений и информационно-статистического подхода, методика определения степени новизны товаров, позволяющая снизить уровень субъективности при принятии управленческих решений по управлению ТА;

- разработана процедура решения задачи позиционирования нового товара в среде аналогов-конкурентов, позволяющая получить количественно-качественную оценку конкурентоспособности товара с оценкой надежности полученного результата;

- произведена и предложена модификация производственных функций типа Кобба-Дугласа, позволяющих оптимизировать структуру ТА;

- выполнена математическая постановка задачи оптимизации параметрических рядов ТА на основе информационно-статистического подхода и динамического программирования, область применения которых определяется содержательной спецификой задач управления ТА.

Предметом исследования процесс управления ТА ПП.

Объектом исследования является ТА ПП.

Теоретическая значимость результатов исследования заключается в том, что основные положения в работе являются дальнейшим развитием прикладных методов экономико-математического моделирования и методов анализа процессов управления сложными экономическими процессами.

Практическая значимость результатов исследования состоит в том, что они позволяют повысить объем и обоснованность информации, необходимой для принятия решений в процессе управления ТА ПП, что позволит, в свою очередь, повысить достоверность и оперативность результатов анализа принимаемых решений.

Уровень обоснованности и достоверности полученных результатов подтверждается: использованием фундаментальных положений и закономерностей экономической теории, маркетинга, теории информации и математической статистики, теории оптимизации и системотехники; использованием математического аппарата, адекватного исследуемым процессам; непротиворечивостью полученных научных результатов и рекомендаций практике и научным данным.

Внедрение и апробация работы. Основные положения диссертации были представлены и опубликованы в материалах ежегодных Международных научно-практических конференций молодых ученых, студентов и аспирантов: «Анализ и прогнозирование систем управления» (Санкт-Петербург, СЗГЗТУ, 2003 и 2004 гг.), а также на семинарах аспирантов и заседаниях кафедры «Предпринимательство и коммерция» (Санкт-Петербург, СПбГПУ, 2004 г.)

Материалы диссертационного исследования используются в курсах «Маркетинговые исследования» и «Теория и методы принятия управленческих решений в маркетинге» (СПбГПУ).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 8 работ (в соавторстве 5) общим объемом 2,1 печатных листов.

Структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка литературы, включающего 112 наименований. Диссертация содержит 149 страниц текста, 3 рисунка и 11 таблиц.

Во введении показана актуальность темы, определены объект, предмет, цель и основные задачи исследования. Приведены сведения о реализации работы, ее научной новизне и практической значимости, о публикациях и структуре работы.

В первой главе сформулированы методологические принципы выбора средств и методов решения научной задачи управления ТА ПП. Выполнен анализ задач управления ТА предприятия. Показано, что постановка и решение задач управления ТА должны базироваться на системном подходе. Организационной формой, реализующей такой подход, является программно-целевой метод планирования, обуславливающий разработку математических моделей ЖЦТ (показатели адекватности, устойчивости, точности и эффективности). Показано, что для преодоления трудностей, связанных с фактором неопределенности, старением ретроспективной информации и цензурированием исходных данных, целесообразно строить математические модели ЖЦТ на основе информационно-статистических методов формирования их структуры и параметров модели. Проведен анализ методов прогнозирования в маркетинговых исследованиях ТА ПП. Предложена методика верификации прогнозов, полученных с использованием различной глубины ретроспекции.

Во второй главе рассмотрены информационно-статистические методы структуризации функции потребительского спроса. Даны аналитические зависимости и методы определения параметров моделей оценки динамики изменения предельной полезности товаров. Произведен подробный анализ постановки задачи выбора оптимального параметрического ряда товаров. Учитывая специфику ТА ПП, этапы ЖЦТ и информационную ситуацию, получены аналитические методы решения одномерной задачи на теоретико-вероятностной основе.

В третьей главе разработаны предложения по управлению ТА ПП. Рассмотрены вопросы прогнозирования и оптимизации темпов обновления продукции на основе анализа модели ЖЦТ. Оптимизация распределения ресурсов при формировании ТА в работе осуществлена с помощью дискретного аналога принципа максимума. Предложена на основе информационно-статистического подхода модификация метода парных сравнений, позволяющего определять степень новизны товара по совокупности сравниваемых количественных и качественных показателей.

Задача позиционирования товара на рынке также рассмотрена в многокритериальной постановке, в качестве методологической основы которой

были использованы идеи морфологического анализа. Оптимизацию структуры ТА предложено производить с помощью производственных функций типа Кобба-Дугласа с учетом информационно-статистического подхода к формированию целевой функции и принципа синтеза безальтернативных статистических гипотез.

В заключении приводятся основные результаты диссертационного исследования, а также делаются выводы по работе.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Маркетинговая концепция применения программно-целевых методов и информационно-статистического подхода к формированию рекомендаций по управлению ТА ПП, заключающаяся в разработке математических моделей ЖЦТ и методов оценивания их параметров по ограниченной информации (малым объемам наблюдений), старением ретроспективной информации и соответственно цензурированием исходных данных. На основе анализа специфики рассматриваемой задачи сделан вывод о необходимости применения следующих принципов системного подхода к решению задачи управления ТА: принципа целостности; принципа многомерности; принципа неопределенности и стохастичности; принципа целевого планирования; принципа комплексного планирования; принципа сквозного планирования; принципа долгосрочного планирования; принципа оптимального планирования; принципа скользящего планирования.

Определены основные направления и методы прогнозирования, ориентированные на маркетинговые исследования динамики ТА (табл. 1).

Таблица 1

Направление и методы прогнозирования в маркетинговых исследованиях ТА

<i>Методы</i>	<i>Прогнозирование</i>		
	<i>краткосрочное</i>	<i>среднесрочное</i>	<i>долгосрочное</i>
Метод статистического анализа временных тенденций на основе экстремальных распределений	++	+	+
Корреляционно-регрессионный анализ временных тенденций**	+	++	+
Анкетные опросы экспертов (эвристические методы)*	+	++	-
Выработка коллективного мнения экспертов*	+	+	-

Здесь «-» – применение метода прогнозирования невозможного или нецелесообразно;

«+» – применение метода прогнозирования целесообразно и обосновано;

«+ ++» – метод может найти преимущественное применение при прогнозировании;

\* – метод прогнозирования требует периодического учета фактора старения информации;

\*\* – устаревшая исходная информация может оказать существенное влияние на конечный результат (фактор старения информации требует постоянного учета в реальном масштабе времени).

Наиболее общая постановка задачи (верификации) сравнения результатов прогнозных расчетов, полученных с использованием различной глубины ретроспекции, заключается в следующем. С целью выявления периода старения информации определяется  $k$  значений глубины ретроспекции ( $T_2, T_3, \dots, T_{k+1}$ ). Значение  $T_1=0$  целесообразно принять за контрольную точку, так как вполне очевидно, что в этой точке информация еще не устарела и ее можно считать наиболее ценной и достоверной. В ходе прогнозных исследований определяется  $k$  значений точечных оценок прогноза  $X_j(T_j)$ . Если ввести в рассмотрение разность точечных оценок

$$\begin{aligned} Z_1 &= X_2(T_2) - X_1(T_1), & Z_2 &= X_3(T_3) - X_2(T_2), \dots, \\ Z_j &= X_{j+1}(T_{j+1}) - X_j(T_j), \dots, & Z_k &= X_{k+1}(T_{k+1}) - X_k(T_k), \end{aligned} \quad (1)$$

то значения  $Z_j$  ( $j=1, \dots, k$ ) можно считать независимыми, случайными величинами, поведение которых описывается некоторым неизвестным законом распределения  $F(Z)$ .

Ограниченный объем используемой информации не позволяет достаточно надежно его определить методами математической статистики. Поэтому в работе предложен метод решения задачи сравнения результатов прогнозов по ограниченному набору ретроспекций.

Используя аппарат характеристических функций и последовательно от этапа к этапу анализируя ретроспективную информацию, получено семейство плотностей распределения  $f(Z_j)$  ( $j=k, k-1, \dots$ ) случайных величин  $Z_j$ . Задача отбраковки устаревшей информации в этом случае сводится к решению последовательного ряда задач проверки статистических гипотез о принадлежности контрольного значения  $Z_0$  генеральной совокупности. При этом следует учесть, что в силу проведенной схематизации процесса  $Z_0=0$ . Тогда, задаваясь уровнем значимости  $\alpha$  и учитывая симметричный характер закона распределения  $f(Z_j)$ , можно найти такое значение индекса  $j$ , при котором выполнялось бы одно из следующих неравенств:

$$\begin{aligned} \frac{\alpha}{2} &\geq \sum_{n=0}^{\infty} \frac{v_j^n e^{-v_j}}{n!} \Phi\left(\frac{m_j \sqrt{n}}{\sigma_j}\right), \\ 1 - \frac{\alpha}{2} &\leq \sum_{n=0}^{\infty} \frac{v_j^n e^{-v_j}}{n!} \Phi\left(\frac{m_j \sqrt{n}}{\sigma_j}\right), \quad j = k, k-1, \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Phi\left(\frac{m_j \sqrt{n}}{\sigma_j}\right)$  – функция Лапласа;  $m, \sigma, v, n$  – параметры закона распределения  $f(Z_j)$ .

Справедливость соотношений (2) вытекает из очевидной процедуры вычисления функции распределения через плотность распределения пуассоновского числа нормальных случайных величин

$$\frac{\alpha}{2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{v_j^n e^{-v_j}}{n!} \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi n}\sigma} e^{-\frac{(mn-Z)}{2\sigma^2 n}} dZ. \quad (3)$$

Таким образом, задача определения глубины предпрогнозной ретроспекции с учетом старения информации может быть достаточно надежно решена традиционными методами математической статистики с помощью математической модели (распределения сумм пуассоновского числа нормально распределенных случайных величин).

В качестве примера проанализируем предпрогнозную ретроспективную информацию об удельной прибыли при продаже сотового телефона Nokia 3310 с января по май 2003 года (по данным отчета продаж ООО «Грегор» за 2002-2003 гг.). В соответствии с введенными обозначениями система исходных данных в виде спейсингов будет иметь вид:  $Z_1(\text{май})=-25$  руб.;  $Z_2(\text{апрель})=-48$  руб.;  $Z_3(\text{март})=-42$  руб.;  $Z_4(\text{февраль})=99$  руб.;  $Z_5(\text{январь})=366$  руб. Статистические расчеты по определению дисперсии, асимметрии закона распределения позволяют определить по полученной зависимости (2) критические значения левой и правой границы  $Z^l$  и  $Z^{np}$  при уровне значимости  $\alpha=0,2$  (в условиях малой выборки) (табл.2).

Таблица 2

Критические значения величины  $Z$ 

	$n=3$	$n=4$	$n=5$
$Z^l$	-32,86	-0,28	-8,07
$Z^{np}$	56,1	0,29	9,08

Анализ данных (см. табл. 2) показывает, что глубина ретроспекции для прогноза прибыли  $(-32,86 < -25 < 56,1)$ , определяемая с учетом старения информации не должна превышать 3 месяца.

## 2. Разработка и исследование моделей ЖЦТ и информационно-статистические методы определения их структуры и параметров.

*Дискретно-непрерывные модели ЖЦТ.* В общем случае ЖЦТ представляет собой процесс, подверженный воздействию множества случайных факторов. Наглядное представление о ЖЦТ дает так называемая матрица Бостонской Консалтинговой Группы (БКГ). В соответствии с матрицей БКГ рассматриваемому случайному процессу можно поставить в соответствие дискретные состояния  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$  ( $S_5$  – состояние «небытия» или товар вытеснен с рынка) (рис. 1).

Для адекватного описания исследуемого процесса, с учетом реально существующей информации об интенсивностях перехода системы из одного состояния в другое  $\lambda_{ij}$  и переходных вероятностях  $q_i$  ( $i=1, \dots, 4$ ) используем аппарат дискретных Марковских цепей с нечетко определенными матрицами,



случайным числом переходов и математические модели стохастических систем с дискретными состояниями и непуассоновскими переходами.

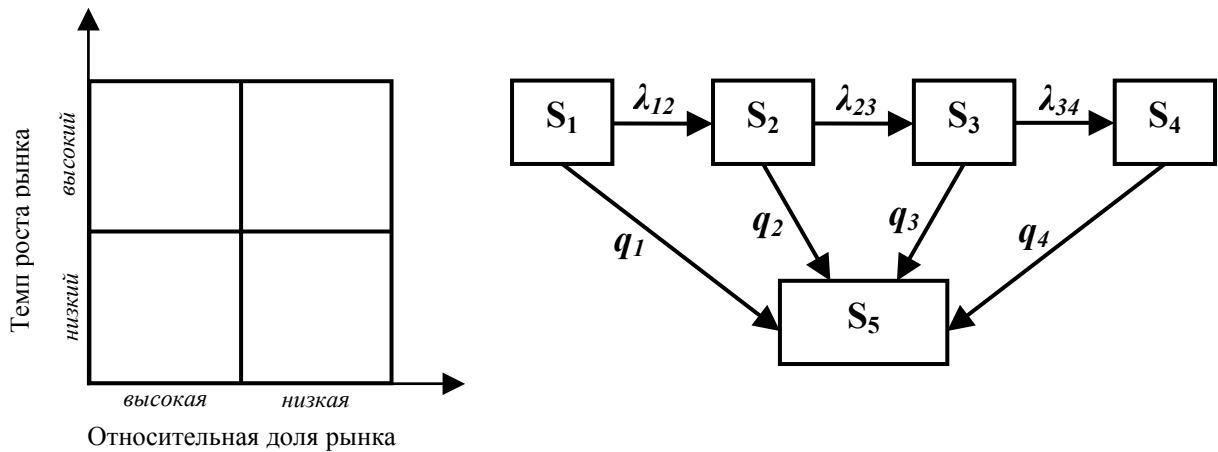


Рис. 1. Матрица БКГ и соответствующий ей граф состояний товара

При моделировании с помощью цепей Маркова в качестве исходной информации могут выступать теоретические представления и экспериментальные сведения об объекте моделирования. В тех случаях, когда отсутствует количественная информация о значениях элементов матрицы, представляется целесообразным использование так называемых оценок Фишборна или их модификаций. Так, например, если рассматриваемая система может находиться в одном из возможных состояний  $S_1, \dots, S_4$ , то для этих состояний может быть дано отношение порядка «предпочтения»

$$S_4 > S_3 > S_2 > S_1. \quad (4)$$

Это отношение означает, что переход системы из состояния  $S_4$  после очередного шага перехода в состояние  $S_5$  наиболее вероятно, чем переход из состояния  $S_3$  в состояние  $S_5$  и т.д. Отношению порядка «предпочтения» соответствует оценки Фишборна

$$q_i = \frac{2(k-i+1)}{k(k+1)}, \quad i=1,2,\dots,k \quad (5)$$

(для рассматриваемого случая (рис. 1)  $q_4=0,4$ ;  $q_3=0,3$ ;  $q_2=0,2$ ;  $q_1=0,1$ ).

Вероятности пребывания товара в состояниях графа (рис. 1) можно описать следующей системой дифференциальных уравнений Колмогорова

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{p}_1 = -\lambda_{12}(p_1 - q_1), \\ \dot{p}_2 = \lambda_{12}(p_1 - q_1) - \lambda_{23}(p_2 - q_2), \\ \dot{p}_3 = \lambda_{23}(p_2 - q_2) - \lambda_{34}(p_3 - q_3), \\ \dot{p}_4 = \lambda_{34}(p_3 - q_3), \\ p_5 = p_4 + q_4, \end{array} \right. \quad (6)$$

удовлетворяющей начальным условиям  $p_1(0)=1$ ,  $p_2=p_3=p_4=p_5=0$  и условиям нормировки  $\sum_{i=1}^5 p_i = 1$ .

Наибольший интерес с точки зрения управления ТА представляет вероятность нахождения товара в состоянии  $S_3$ . Решая дифференциальные уравнения (6), можно найти искомую вероятность  $p_3$ :

$$p_3 = q_3 + \frac{\lambda_{23}}{\lambda_{34}} \left\{ \left( e^{-\lambda_{12}t} - e^{-\lambda_{23}t} \right) \left[ \frac{\lambda_{12}(1-q_1)}{\lambda_{23} - \lambda_{12}} + q_2 \right] - q_2 \right\}. \quad (7)$$

Однако следует заметить, что интенсивности  $\lambda_{i,i+1}$  являются интегральными характеристиками воздействия рынка на товар и не могут быть достаточно надежно определены на начальных этапах ЖЦТ. Поэтому в работе предложен метод, базирующийся на рандомизации интенсивностей перехода  $\lambda_{i,i+1}$  и последующем осреднении вероятностей состояний  $S_i$  с учетом маргинального (частного распределения) параметров  $\lambda_{i,i+1}$ .

Полученные результаты позволяют обосновано разрабатывать управленческие решения, прогнозировать длительность ЖЦТ и уход его с рынка, и на этой основе принимать оптимальные решения на разработки новых изделий.

В качестве примера рассмотрим приложение введенных в рассмотрение моделей для оценки вероятности перехода товара из состояния  $S_3$  в состояние  $S_4$ , определяющего необходимость обновления товарного ассортимента. С этой целью рассмотрим динамику продаж телефонов Nokia 3310 в течение года (табл. 3).

Таблица 3

Динамика продаж телефонов Nokia 3310 (по данным отчета продаж ООО «Грегор» за 2002-2003 гг.)

Год	2002							2003				
Месяц	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	I	II	III	IV	V
Кол-во продаж, шт.	5	6	9	5	2	5	5	5	3	10	2	8

В таблице 4 представлены результаты расчетов по полученной зависимости квантилей  $t_p$ , соответствующие вероятности  $p_3$  нахождения системы в состоянии  $S_3$ .

Таблица 4

Результаты расчетов по полученной зависимости квантилей  $t_p$ , соответствующие вероятности  $p_3$  нахождения системы в состоянии  $S_3$

$p_3$	0,5	0,1	0,05	0,01	0,001
$t_p$ , мес.	1,35	3,37	3,91	4,74	5,29

Таким образом, можно утверждать, что через 4,7...5,3 месяцев с достаточно большой вероятностью 0,99...0,999 система переходит в состояние

$S_d$ , которое характеризуется незначительными финансовыми поступлениями, незначительными затратами и отрицательным денежным потоком.

*Статистические модели ЖЦТ.* Анализ стадий ЖЦТ показал, что его математическую модель можно интерпретировать как плотность унимодального распределения случайной величины  $T_{жцт}$ . В качестве таких моделей функции  $f(T_{жцт})$  в зависимости от информационной ситуацией целесообразно рассматривать:

- гамма-распределение

$$f(t) = \frac{\lambda(\lambda t)^{n-1} e^{-\lambda t}}{(n-1)!}; \quad (8)$$

- распределение Вейбулла

$$f(t) = \frac{1}{t_0} m \left( \frac{t}{t_0} \right)^{m-1} e^{-\left(\frac{t}{t_0}\right)^m}, \quad (9)$$

где  $m$  и  $n$  – параметры формы;  $\lambda$  и  $t_0$  – параметры масштаба.

Для оценки параметров законов распределений, обладающих наибольшей адаптивностью ( $m$ ,  $n$ ,  $\lambda$  и  $t_0$ ), можно использовать уравнения правдоподобия. Для дискриминации математических моделей ЖЦТ предложено использовать принцип максимума неопределенности (упорядочение альтернативных законов распределения по энтропии).

### 3. Разработка методики и аналитического аппарата обеспечения управлением ГА.

Прогнозирование темпов обновления продукции на основе анализа модели ЖЦТ заключается в выборе оптимальной политики замены существующего товара новым, минимизирующей суммарные затраты (включающие затраты на производство и эксплуатационные расходы) в заданном периоде  $T$ , при условии обеспечения в любой момент заданных потребностей в данной номенклатуре товаров. Под «политикой замены» в рассматриваемой задаче понимается время, при котором фаза насыщения переходит в фазу спада. Математически этому соответствует равенство нулю второй производной плотности распределения ЖЦТ.

Модель ЖЦТ вида (8) и соответствующая ей кривая прибыли  $f(C)$ , позволяют ввести в рассмотрение закон распределения прибыли в виде усечённой плотности распределения

$$f(C) = \frac{\lambda(\lambda C)^{n-1} e^{-\lambda C}}{\Gamma(n)} k, \quad (10)$$

где  $C = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{C}{\Delta t}$  – прибыль от реализации товара на временном интервале  $\Delta t$ ;

$$k = \left[ \int_0^{C_k} f(C) dC \right]^{-1} \quad \text{– нормирующий коэффициент.}$$

Параметры модели (10) могут быть определены методом моментов в результате статистического анализа усечённого вариационного ряда

$$C_1 \leq C_2 \leq \dots \leq C_k.$$

Дифференцируя плотность распределения (10), найдём стационарную точку  $C_0$ , соответствующую максимуму плотности

$$C_0 = \frac{n-1}{\lambda} = \bar{C} \frac{n-1}{n}. \quad (11)$$

Нетрудно заметить, что максимум плотности распределения находится при  $k > 1$  левее математического ожидания прибыли и, естественно, левее крайнего члена вариационного ряда

$$C_0 < \bar{C} < C_k.$$

Анализируя вторую производную зависимости (10), можно найти вторую стационарную точку  $C_n$  (точку максимального интенсивного спада прибыли)

$$C_n = \bar{C} \left( \frac{n-1}{n} + \frac{\sqrt{n-1}}{n} \right), \quad (12)$$

позволяющую прогнозировать потребное время обновления ТА.

Оптимизация распределения ресурсов при формировании ТА выполнена с помощью дискретного аналога принципа максимума Понтрягина.

4. Методика определения степени новизны товаров на основе модификации метода парных сравнений и информационно-статистического подхода, позволяющая снизить уровень субъективности при принятии решений по управлению ТА и решить задачу позиционирования нового товара.

Существующие методологические подходы к определению степени новизны товаров (методика ВНИИТЭ, метод парных сравнений и др.) в значительной степени базируются на субъективные оценки экспертов.

Сущность метода парных сравнений заключается, в наиболее общей постановке, в нахождении результирующего критерия выбора по оценкам, даваемым экспертами, и по показателям, полученным в результате информационно-статистического анализа исследуемой системы. Статистические методы обработки исходной информации основаны на предположении, что полученные оценки в силу ряда причин являются случайными, законы распределения которых в общем случае неизвестны. Задача метода парных сравнений заключается в том, чтобы внести меньшую погрешность (минимум недостающей информации) при идентификации законов распределения, вводимых в рассмотрение оценок, сформировать

модель расчета весовых коэффициентов этих оценок, определить и рассчитать обобщенный критерий сравнения исследуемых объектов (товаров).

Выбор предпочтительного закона распределения в работе представляется целесообразным производить на основе принципа стохастического доминирования (введением  $H_c$  – упорядочения рассматриваемых законов распределений).

Дальнейшим развитием идеи стохастического доминирования может служить использование экстремальных распределений экстремальных величин. Так, например, если один показатель конъюнктуры  $x_1$  превосходит другой  $x_2$ , то при рейтинговании рассматриваемой ситуации в соответствии с введённым в рассмотрение законом распределения  $G_n(x)$  вероятностная мера рейтинга  $p_1$  может быть определена из следующего соотношения

$$\frac{x_1}{x_1 + x_2} = \int_0^{p_1} \frac{dp}{1 - \sqrt{p}}. \quad (13)$$

Из приведённой зависимости после определения интеграла (13) следует, что вероятностная мера  $p_1$  может быть определена из уравнения

$$\sqrt{p_1} - \ln(1 - \sqrt{p_1}) + \frac{x_1}{x_1 + x_2} = 0. \quad (14)$$

Если при парном сравнении имеют место ряд качественных показателей (строгое ранжирование), допустим, что объект  $A$  превосходит объект  $B$  по  $k$  качественным показателям

$$A_k \succ B_k \quad k = 1, \dots, k$$

и наоборот, объект  $B$  превосходит объект  $A$  по  $l$  показателям

$$B_l \succ A_l,$$

то используя принцип максимума неопределённости и меру

$$H_2 = p_1^{k(2-1+1)} p_2^{l(2-2+1)}$$

можно показать, что вероятностные меры по этим показателям имеют вид

$$p_1 = \frac{2}{2k+1} \quad \text{и} \quad p_2 = \frac{1}{2k+1}.$$

Для этого достаточно решить следующую экстремальную задачу

$$H_2 = p_1^{2k} p_2^l \rightarrow \max_{p_1, p_2},$$

$$kp_1 + lp_2 = 1.$$

В качестве модели расчёта весовых коэффициентов  $r_i$  вводимых в рассмотрение показателей конъюнктуры рынка представляется целесообразным использовать энтропийную меру  $\Delta H_i = n \ln 2 + \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i$  и зависимость

$$r_i = \frac{\Delta H_i}{\sum_{i=1}^{m+n+2} \Delta H_i}, \quad (15)$$

где  $(m+n)$  – общее число показателей ( $m$  – число показателей, доминирующих для исследуемой системы,  $n$  – число показателей, доминируемых для этой же системы).

Тогда обобщённые показатели сравнения можно определить следующим образом

$$W_A = \frac{\sum_{i=1}^m p_i r_i + \frac{\Delta H_1}{\sum_{i=1}^{m+n+2} \Delta H_i} \cdot \frac{2}{2k+l}}{\sum_{i=1}^{m+n} p_i r_i + \frac{\Delta H_1}{\sum_{i=1}^{m+n+2} \Delta H_i} \cdot \frac{2}{2k+l} + \frac{\Delta H_2}{\sum_{i=1}^{m+n+2} \Delta H_i} \cdot \frac{2}{2k+l}}; \quad (16)$$

$$W_B = 1 - W_A,$$

где  $\Delta H_1 = \ln 2 + \frac{2}{2k+l} \ln \frac{2}{2k+l}$ ,  $\Delta H_2 = \ln 2 + \frac{1}{2k+l} \ln \frac{1}{2k+l}$ .

Согласно введённым обобщённым оценочным показателям  $W_A$  и  $W_B$  оптимальным решением в методе парных сравнений систем  $A$  и  $B$  является выполнение критериального условия  $W_A > W_B$  (или  $W_B > W_A$ ).

Таким образом, методика сравнения двух объектов включает:

1. Формирование матрицы исходных данных, характеризующих возможные варианты новых товаров из ТА.

2. Определение (идентификацию) законов распределения количественных показателей сравнения (например, мощность, вес, энергопотреблении и т.д.).

3. Определение вероятностных мер для тех показателей, для которых критическая область не определена, по зависимости (14).

4. Определение вероятностных мер для показателей, не содержащих количественной информации (например, дизайн товара, полезность и др.).

5. Определение весовых коэффициентов.

6. Расчёт обобщённого показателя (для данной задачи – показателя новизны товаров) по зависимости (16) и интерпретация полученных результатов.

Для решения задачи позиционирования новых товаров в работе предложено использование формально логических методов, применение идей морфологического анализа, теории принятия решений в условиях неопределенности и непараметрических методов математической статистики.

Сущность предлагаемого подхода заключается в следующем. Имеется  $m$  сравниваемых между собой товаров  $T_i (i=1, \dots, m)$ . Каждый вариант может быть охарактеризован определёнными параметрами (характеристиками или показателями качества). Очевидно, что каждому товару на основе анализа его достоинств и недостатков может быть поставлена в соответствие (на основе эвристических методов) определённая, в достаточной степени детализированная система предпочтений.

Система предпочтений может быть оценена по совокупности факторов, определяющих значимость того или иного показателя. Предпочтительность  $i$ -го товара с позиций учёта одного параметра может быть определена рангом  $R_{ij}$  – порядковым номером, который получает каждый товар при расстановке их в порядке предпочтения, с позиций оценки данного параметра и другими характеристиками (количественными, например). В целом при таком системном анализе не может быть надёжных способов контроля полноты учёта параметров, определяющих «вес» или предпочтительность каждого товара. Однако, если ввести в рассмотрение большое количество параметров, то достаточно надёжными статистическими методами можно будет отделить закономерную составляющую, определяющую предпочтительность того или иного товара от случайной.

Пусть таких ранговых последовательностей, соответствующих числу рассматриваемых параметров, будет  $n$ . Тогда «морфологический ящик» может быть представлен в виде следующей матрицы (табл. 5).

Таблица 5

Морфологическая матрица

	$T_1$	...	$T_i$	...	$T_m$	$P_j$
$R_1$	$R_{11}$	...	$R_{i1}$	...	$R_{m1}$	$P_1$
...	...	...	...	...	...	...
$R_j$	$R_{1j}$	...	$R_{ij}$	...	$R_{mj}$	$P_j$
...	...	...	...	...	...	...
$R_n$	$R_{1n}$	...	$R_{in}$	...	$R_{mn}$	$P_n$

Вес ( $P_j$ )  $j$ -й характеристики (ранговой последовательности, характеризующей определённый параметр) в общем случае неизвестен. В условиях неопределённости необходимо произвести ранжирование введённых в рассмотрение вариантов. Определение весовых коэффициентов ранговых последовательностей является сложным моментом и требует рассмотрения соответствующих рабочих гипотез, на основе которых методами теории принятия решений в условиях неопределённости могут быть построены модели расчёта весовых коэффициентов. В работе введены в рассмотрение некоторые модели расчёта весовых коэффициентов (например, модель с использованием модифицированных оценок Фишборна) и примеры их реализации. Если считать, что проблема оценки весов более или менее удовлетворительно

преодолена, то вполне естественным является введение в качестве обобщённого показателя (оценочного функционала), позволяющего произвести ранжирование товаров, критерий Байеса

$$W_i = \sum_{j=1}^n p_j R_{ij}.$$

### 5. Аналитические и численные методы решения задачи оптимизации параметрических рядов ТА ПП.

Математическая постановка задачи в общем виде заключается в следующем. Дана функция потребности  $F(x)$  от некоторого аргумента (например, мощности, грузоподъемности, ресурса и др.). Дана также функция стоимости производства одного изделия  $C(x)$ , стоимость разработки  $C'(x)$  и стоимость эксплуатации  $C''(x)$  (хранения, технического обслуживания, транспортировки и др.) в единицу времени. Требуется определить оптимальное количество  $n$  типов изделий и значения их аргументов  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , при которых суммарные затраты на планируемый период  $T$  минимизируются.

Если считать, что каждый образец  $i$ -го типа определенного товара применяется в диапазоне аргумента от  $x_{i-1}$  до  $x_i$ , то суммарные затраты на разработку, маркетинг, производство, сбыт и эксплуатацию  $N$  изделий (целевая функция) определяются следующим образом:

$$S_N = \sum_{i=0}^{n-1} [F(x_{i+1}) - F(x_i)]C(x_{i+1}) + \sum_{i=0}^{n-1} C'(x_{i+1}) + \int_0^T C''(x_{i+1})[F(x_{i+1}) - F(x_i)]Ndt \rightarrow \min_{n, x_i} \quad (17)$$

Целевая функция (17) относится к одномерной задаче оптимизации параметрического ряда, так как в ней учитывается только один аргумент. Возможны и другие разновидности (обобщения) задачи (17), отличающиеся, прежде всего, числом аргументов. В этом случае сталкиваются с многомерной задачей. Задачи выбора оптимального параметрического ряда могут быть не только статическими, но и динамическими, когда рассматривается целесообразное изменение параметров ряда во времени. В некоторых случаях оптимальные параметрические ряды необходимо находить одновременно для двух изделий, связанных дополнительными условиями совместимости. Одно из них является основным, второе, входящее в него, – комплектующим. Задачи такого типа принято называть многоуровневыми. При увеличении количества как основных, так и комплектующих изделий быстро возрастает размерность задачи выбора и многие традиционные методы решения подобной задачи оптимизации (например, динамическое программирование) становятся практически неприемлемыми.



Следует заметить, что задача выбора оптимального параметрического ряда определяется этапом ЖЦТ. На ранних этапах ЖЦТ целесообразно рассмотреть в зависимости от информационной ситуации более широкий спектр задач этого класса. На этапе модернизации изделий, управления ТА класс задач оптимизации параметрического ряда сужается, однако сложность решения этих задач возрастает.

Методы решения задач выбора оптимального параметрического ряда зависят от вида функций  $F(x)$ ,  $C(x)$  и др., влияющих на поиск экстремума целевой функции (17). В некоторых случаях можно получить аналитические зависимости для выбора оптимального параметрического ряда. В более сложных случаях целесообразно применять численные методы поиска экстремума.

Наиболее распространенной и практически важной является одномерная задача выбора параметрического ряда. Анализ затрат при управлении ТА показывает, что определяющим фактором являются затраты, связанные с производством товара. Затратами на разработку (модернизацию) и эксплуатацию по сравнению с затратами на производство можно пренебречь или их отнести к производственным затратам, к функции  $C(x)$ .

Если предположить, что функция  $F(x)$  и  $C(x)$  являются непрерывными и дифференцируемыми по крайней мере один раз, то решение минимизации целевой функции (17) может быть сведено в общем случае к решению системы нелинейных уравнений

$$F(x_i) - F(x_{i-1}) = f(x) \frac{C(x_{i+1}) - C(x_i)}{\frac{dC(x_i)}{dx_i}}, \quad i = 1, \dots, n-1, \quad (18)$$

где  $f(x) = \frac{dF(x)}{dx}$  – плотность распределения функции потребности.

В общем случае функция потребности может быть определена методами математической статистики на основе маркетинговых исследований рынка спроса на данный товар. Учитывая высокую адаптивность закона распределения Вейбулла, представляется целесообразным функцию потребности аппроксимировать следующим образом

$$F(x_i) = 1 - e^{-\left(\frac{x_i}{x_0}\right)^m}, \quad (19)$$

где  $x_0$  и  $m$  – параметры масштаба и формы закона распределения Вейбулла.

Характер изменения стоимости изделия  $C(x)$  как функции базисного параметра  $x_i$ , определяющего потребительские свойства данного товара (ресурс, грузоподъемность, дальность полета и др.) в экономических исследованиях обычно представляют в форме

$$C(x_i) = C_0 x_i^\alpha, \quad (20)$$

где  $C_0$ ,  $\alpha$  – статические коэффициенты, определяемые методами корреляционного анализа. Заметим, что коэффициент эластичности  $\alpha$  не зависит от коэффициента масштаба затрат  $C_0$  и, что является важным для дальнейших рассуждений, является случайной величиной в силу ограниченного объема статической информации. Минимум целевой функции (17) не может реализоваться на границах области ее определения. Поэтому следует ожидать минимум целевой функции внутри замкнутой области  $0 < x_i < x_n$  в стационарных точках, определяемых системой уравнений (18).

Эта система нелинейных уравнений может быть представлена в виде

$$C(x_{i+1}) = C(x_i) + \frac{dC(x_i)}{dx_i} \frac{F(x_i) - F(x_{i-1})}{f(x_i)}, \quad (21)$$

обеспечивающем последовательную вычислительную процедуру. С учетом зависимостей (19) и (20) соотношение (21) имеет вид

$$C(x_{i+1}) = C_0 x_i^\alpha + C_0 \alpha x_i^{\alpha-1} \frac{e^{-\left(\frac{x_{i+1}}{x_0}\right)^m} - e^{-\left(\frac{x_i}{x_0}\right)^m}}{m \left(\frac{x_i}{x_0}\right)^{m-1} e^{-\left(\frac{x_i}{x_0}\right)^m}}. \quad (22)$$

Если ввести безразмерный параметр  $\xi_i = \frac{x_i}{x_0}$ , тогда после очевидных алгебраических преобразований система (22) приобретет форму

$$\xi_{i+1} = \xi_i \left[ 1 + \frac{\alpha}{m \xi_i^m} \left( e^{\xi_i^m - \xi_{i-1}^m} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{\alpha}}, \quad i = 1, \dots, n-1. \quad (23)$$

Система уравнений (23) является трансцендентной и может быть решена последовательным приближением или графически. Анализируя результаты расчетов по экстремуму целевой функции (17) можно определить число параметров ряда  $n$  и их значения.

## ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Гаранин Д.А., Ефимов А.М. Выявление приоритетов развития рынка недвижимости на основе системного анализа // Труды международной научно-практической конференции: «Системный анализ в проектировании и управлении», СПбГТУ. Санкт-Петербург, 2001. С. 144-149.

2. Гаранин Д.А., Пашинская С.Е. Управление товарным ассортиментом промышленных предприятий // Материалы международной конференции: «Анализ и прогнозирование систем управления», СЗГЗТУ. Санкт-Петербург, 2003. С. 162-165.

3. Гаранин Д.А., Тимохина И.В. Определение глубины ретроспекции при прогнозировании динамических рядов // Материалы международной конференции: «Анализ и прогнозирование систем управления», СЗГЗТУ. Санкт-Петербург, 2003. С. 272-275.

4. Гаранин Д.А. Математические модели жизненного цикла товара (ЖЦТ) и информационно-статистические методы определения их структуры и параметров // Коммерция и логистика: Сборник научных трудов Выпуск 3, СПбГУЭФ. Санкт-Петербург, 2003. С. 119-121.

5. Гаранин Д.А., Колодонов И.Н. Аналитическая модель убывающей предельной полезности в экономике // Труды российско-польской конференции: «Анализ, прогнозирование и управление в сложных системах», СЗГЗТУ. Санкт-Петербург, 2003. С. 282-286.

6. Гаранин Д.А. Дискретно-непрерывные модели жизненного цикла товаров // Труды IV Международной научно-практической конференции молодых ученых, студентов и аспирантов «Анализ и прогнозирование систем управления», СЗГЗТУ. Санкт-Петербург, 2004. С. 141-144.

7. Гаранин Д.А. Об одной модели определения степени новизны изделия // Труды IV Международной научно-практической конференции молодых ученых, студентов и аспирантов «Анализ и прогнозирование систем управления», СЗГЗТУ. Санкт-Петербург, 2004. С. 145-147.

8. Гаранин Д.А., Балюк А.И. Оптимизация соотношения новых и «старых» изделий в проблеме формирования ассортимента промышленных предприятий Труды IV Международной научно-практической конференции молодых ученых, студентов и аспирантов «Анализ и прогнозирование систем управления», СЗГЗТУ. Санкт-Петербург, 2004. С. 116-119.