Федеральное агентство Российской Федерации

ГОУ Санкт-Петербургский государственный политехнический университет

Страхов Д. А., Соколов В. А.

К расчету железобетонных элементов на действие поперечных сил для обеспечения прочности по наклонной трещине

Учебное пособие

Санкт-Петербург

2005

Введение

Ниже рассматривается принятая в нормах [1,2] методика расчета железобетонных элементов с поперечной арматурой (хомутами) на действие поперечной силы для обеспечения прочности по наклонной трещине. Написание настоящей работы вызвано значительными затруднениями, возникающими у инженеров и студентов при использовании отдельных положений методики, или непониманием физического смысла применяемых формул.

Далее для сокращения объема рассматриваются только изгибаемые элементы прямоугольного поперечного сечения из тяжелого бетона без предварительного напряжения. Как показывает многолетний опыт преподавательской и инженерной деятельности авторов, особенности расчета наклонных сечений на поперечную силу, характерные для внецентренно сжатых или растянутых элементов, преднапряженных элементов или стержней иной формы поперечного сечения, не встречают существенных затруднений.

Приведенный ниже материал нельзя рассматривать как заменяющий «Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелых и легких бетонов без предварительного напряжения арматуры» [2], а только как поясняющий отдельные положения нормативных документов.

1. Общие положения

Поперечная сила в наклонном сечении определяется как проекция на нормаль к продольной оси элемента равнодействующей всех внешних сил, действующих на элемент по одну сторону от рассматриваемого наклонного сечения.

Если нагрузка приложена к верхней грани элемента, то расчетная поперечная сила в наклонном сечении определяется по следующей зависимости (рис. 1)

$$Q = Q_{\max} - \left(\sum F_i + qc\right), \qquad (1.1)$$

где $Q_{\max}$ – поперечная сила на опоре; $\sum F_i$, q – сосредоточенная и равномерно распределенная нагрузки в пределах блока, отделенного наклонным сечением.

Отсюда видно, что нагрузка, приложенная в пределах отделенного блока, уменьшает поперечную силу в наклонном сечении по сравнению с силой на опоре.

Если эта нагрузка (или ее часть) является временной и может отсутствовать в пределах блока (может быть перемещена), то это может привести к незначительному уменьшению $Q_{\max}$ (или даже $Q_{\max}$ не изменится), но к существенному увеличению Q в наклонном сечении. Поэтому, вообще говоря, следует рассматривать наиболее невыгодный вариант расположения временной нагрузки. Наиболее осторожное решение состоит в том, что поперечная сила на опоре вычисляется от полной нагрузки, а разгружающее влияние временной нагрузки в пределах отделенного блока не учитывается.

Следует отметить, что сила F_2 на рис. 1 не должна учитываться в формуле (1.1), так как приложена вне отделенного блока.

В общем случае расчет прочности по наклонной трещине сводится к проверке следующего условия

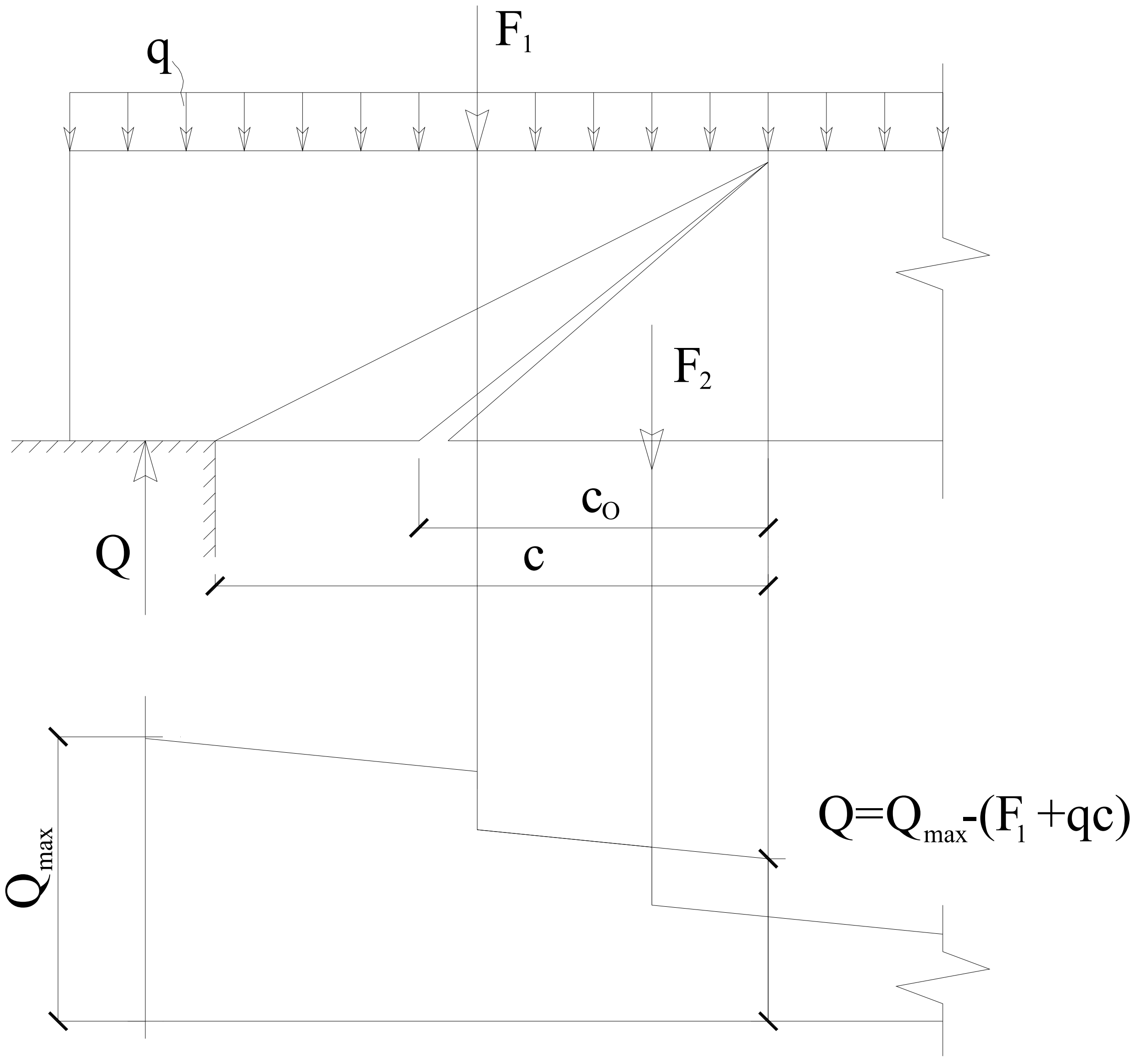

Рис. 1. К определению расчетной поперечной силы

$$Q \le Q_b + Q_S\,, \qquad (1.2)$$

где Q_S – поперечная сила, воспринимаемая поперечной арматурой в предельном состоянии, Q_b – поперечная сила, воспринимаемая бетоном сжатой зоны.

При вычислении Q_S, воспринимаемой поперечной арматурой, которая пересекается наклонной трещиной, следует считаться с неодинаковым растяжением этой арматуры по длине трещины, что учитывается пониженным расчетным сопротивлением для поперечной арматуры R_{SW} (сравнительно с R_S).

Для стержней, нормальных к продольной оси элемента (хомутов), усилие Q_S вычисляется по формуле

$$Q_S = \sum R_{SW} A_{SW}\,, \qquad (1.3)$$

где A_{SW} – площадь поперечного сечения хомутов.

Если поперечные стержни расположены с одинаковым шагом S по длине элемента (рис. 2), то для выполнения расчетов удобно ввести параметр q_{SW}

$$q_{SW} = \frac{R_{SW} A_{SW}}{S}\,, \qquad (1.4)$$

представляющий собой интенсивность поперечного усилия в хомутах на единицу длины элемента.

Тогда усилие Q_S можно определить по формуле

$$Q_S = q_{SW} \cdot c_O\,, \qquad (1.5)$$

где c_O – длина проекции наклонной трещины на продольную ось элемента.

Как показывают опыты, поперечная сила Q_b, воспринимаемая бетоном сжатой зоны зависит от прочности бетона на растяжение R_{bt}, ширины сечения b, полезной высоты сечения h_O и относительного пролета среза c/h_O, т.е. от расстояния от сжатой зоны бетона над вершиной наклонной трещины до опоры

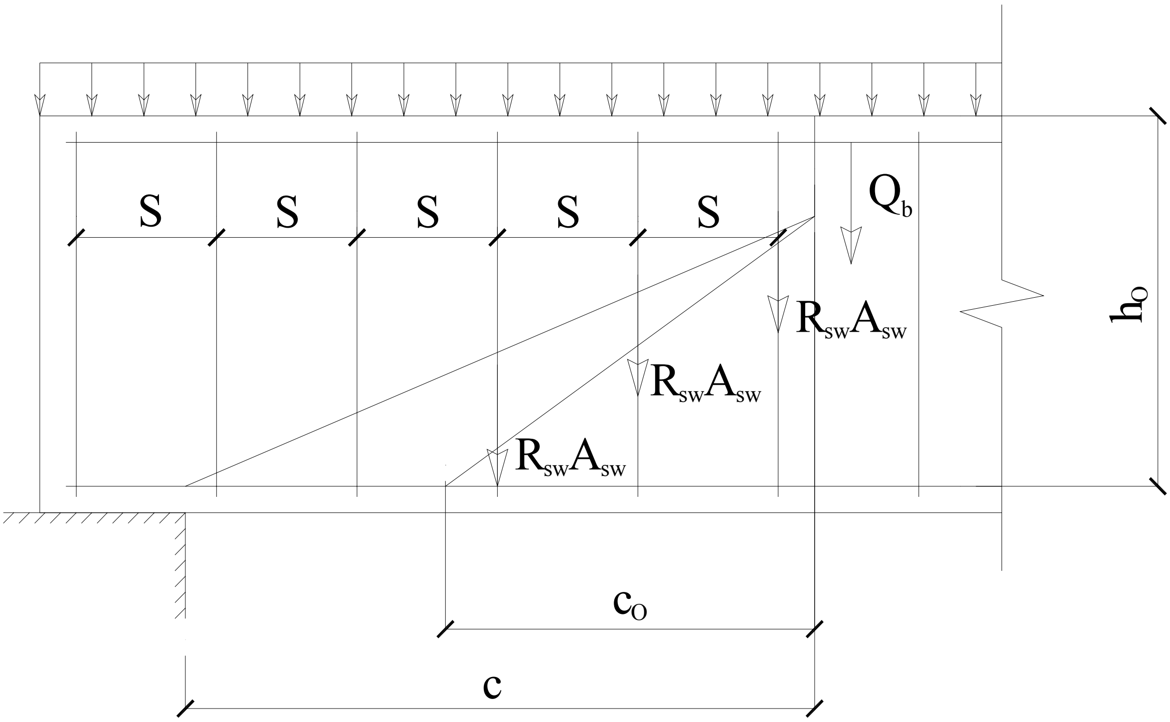

Рис. 2. Усилия, действующие на блок элемента, отделенный сечением, проходящим через наклонную трещину

(рис. 1, 2). Для средних значений c/h_O величина Q_b приближенно описывается гиперболической зависимостью

$$Q_b = \frac{2R_{bt}bh_O}{c/h_O} = \frac{2R_{bt}bh_O^2}{c} = \frac{M_b}{c}, \qquad (1.6)$$

где коэффициент 2 принимается для тяжелого бетона.

При малых и больших пролетах среза поперечная сила Q_b сохраняет почти постоянные значения $Q_{b,\max} = 2{,}5R_{bt}bh_O$ и $Q_{b,\min} = 0{,}6R_{bt}bh_O$. Отсюда следует, что использование формулы (1.6) следует ограничить значениями $c \geq 0{,}8h_O$ и $c \leq 3{,}33h_O$.

Если предположить, что длина наклонной трещины c_O совпадает с пролетом среза c, то легко видеть, что сумма поперечных сил Q_S и Q_b, определяемых по формулам (1.5), (1.6), имеет минимум при некотором значении c'_O, которое может быть определено из уравнения

$$\frac{d}{dc}\left(\frac{M_b}{c} + q_{SW} \cdot c\right) = 0,$$

$$-\frac{M_b}{c^2} + q_{SW} = 0,$$

откуда

$$c'_O = \sqrt{\frac{M_b}{q_{SW}}}. \qquad (1.7)$$

При $c > c'_O$ сумма Q_S и Q_b увеличивается, что противоречит экспериментальным данным, в соответствии с которыми эта сумма постоянно уменьшается.

Для приближения к опытам авторами методики [3] принято, что при $c > c'_O = \sqrt{M_b / q_{SW}}$ длина наклонной трещины, в пределах которой учитываются усилия в хомутах, является постоянной и равной c'_O (т.е. $Q_S = q_{SW} c'_O$), а Q_b в соответствии с формулой (1.6) уменьшается.

Таким образом, длина проекции наклонной трещины c_O при длине плеча среза $c < c'_O$ принимается равной c; а при $c > c'_O$ принимается равной c'_O. Иными словами – длина проекции наклонной трещины принимается c'_O, но не более c. Из этой предпосылки следует, что проекция наклонной трещины c_O может не совпадать с плечом среза c, что, вероятно, подтверждается опытами, хотя в [3] это не утверждается напрямую.

На основании опытных данных приняты дополнительные ограничения для величины c_O – принимается, что длина c_O не должна быть больше $2h_O$ и меньше h_O (если c больше, чем h_O).

Следует отметить, что в [1] (п. 3.31) вероятно допущена опечатка – утверждается, что значение c_O подставляется в формулу для Q_b, что противоречит всей логике предыдущих рассуждений.

При малом количестве поперечной арматуры существует опасность, что после образования наклонной трещины поперечное усилие, воспринимаемое до этого бетоном без трещин, не сможет быть воспринято и произойдет внезапное хрупкое разрушение элемента (аналогично хрупкому разрушению по нормальным сечениям при малых процентах армирования).

Для предотвращения такого разрушения авторы [3] выводят формулу для минимального армирования хомутами

$$q_{SW,\min} = \frac{0{,}6 b R_{bt}}{2}, \qquad (1.8)$$

хотя корректность этого вывода вызывает некоторые сомнения.

Условие (1.8) может быть скорректировано, если назначение величин b или R_{bt} вызвано не расчетом по наклонным сечениям, а какими-либо иными соображениями. Действительно, нелогично увеличивать q_{SW} из-за увеличения b или R_{bt}, если нагрузка не увеличивается. Поэтому авторы [3] рекомендуют следующий расчетный прием – можно снизить $q_{SW,\min}$ при соответствующем условном уменьшении произведения bR_{bt}, если при этом прочность наклонных сечений обеспечивается.

При большом шаге поперечной арматуры может произойти разрушение по наклонной трещине, проходящей между соседними хомутами и не пересекающей ни одного из них. В этом случае поперечная сила будет восприниматься только бетоном сжатой зоны над трещиной и условие прочности примет следующий вид:

$$Q \le \frac{1{,}5bh_O^2R_{bt}}{c}, \qquad (1.9)$$

где по сравнению с (1.6) в запас принято меньшее значение опытного коэффициента (1,5 вместо 2,0).

Заменяя значение c на шаг хомутов S получаем условие для максимально возможного шага хомутов

$$S \le \frac{1{,}5bh_O^2R_{bt}}{Q}. \qquad (1.10)$$

Кроме того, для улучшения соответствия опытным данным следует соблюдать конструктивные требования по расстановке хомутов, приведенные в п. 5.26, 5.27 [1].

2. Проверка прочности наклонных сечений при действии равномерно-распределенной нагрузки

Как указывалось ранее, длина проекции наклонной трещины c_O, определяющей поперечное усилие Q_{SW}, воспринимаемое хомутами в предельном состоянии, принимается наименьшей из трех величин: c, $2h_O$, $c'_O = \sqrt{M_b / q_{SW}}$ и не менее h_O (при $c > h_O$). Соответственно, максимальное значение поперечной силы на опоре $Q_{\max}$ (реакция опоры), которое может быть воспринято хомутами и бетоном сжатой зоны при невыгоднейшем расположении наклонной трещины, должно определяться одним из четырех разных способов, соответствующих четырем расчетным случаям [3].

<u>Случай 1</u> (рис. 3) имеет место при $c'_O \geq h_O$, $c'_O \leq 2h_O$, $c'_O < c$. Принимается $c_O = c'_O$. Значение $Q_{\max}$ определяется по формуле

$$Q_{\max} = \frac{M_b}{c} + qc + q_{SW}\sqrt{\frac{M_b}{q_{SW}}} \,. \tag{2.1}$$

Приравнивая нулю первую производную по c от правой части, находим невыгоднейшее значение c, при котором максимально допустимое значение реакции опоры (предельное) имеет минимум

$$-\frac{M_b}{c^2} + q = 0 \,,$$

откуда

$$c = \sqrt{\frac{M_b}{q}}$$

и, следовательно,

$$Q_{\max} = 2\sqrt{M_b \cdot q} + \sqrt{M_b \cdot q_{SW}} \,. \tag{2.2}$$

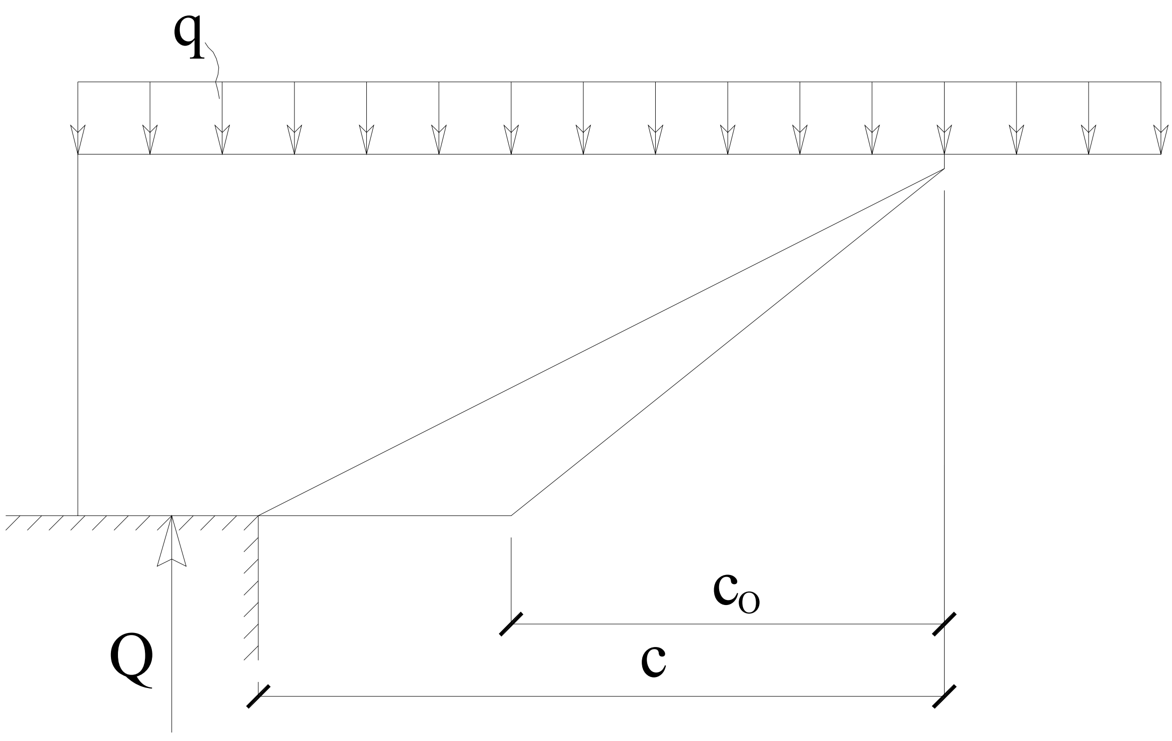

Рис. 3. Случай 1 ($c_O = c'_O$)

По-видимому, к случаю 1 может быть отнесен и такой случай, при котором $c'_O < h_O$, $c'_O < c$, $c < h_O$. Принимается $c_O = c'_O$.

Случай 2 (рис. 4) имеет место при $c'_O = \sqrt{M_b / q_{SW}} < h_O$, $c > h_O$. Принимается $c_O = h_O$ и $Q_{\max}$ определяется по формуле

$$Q_{\max} = \frac{M_b}{c} + qc + q_{SW} h_O. \qquad (2.3)$$

Здесь, как и в случае 1, $Q_{SW} = q_{SW} h_O$ не зависит от c, поэтому функция $Q_{\max}$ имеет минимум при $c = \sqrt{M_b / q}$, тогда

$$Q_{\max} = 2\sqrt{M_b \cdot q} + q_{SW} h_O. \qquad (2.4)$$

Случай 3 (рис. 5) имеет место при $c'_O > c$, тогда принимается $c_O = c$ и $Q_{SW} = q_{SW} c$, а $Q_{\max}$ определяется по формуле

$$Q_{\max} = \frac{M_b}{c} + qc + q_{SW} c. \qquad (2.5)$$

Невыгоднейшее значение c, соответствующее минимальному значению $Q_{\max}$, определяется из выражения

$$-\frac{M_b}{c^2} + q + q_{SW} = 0,$$

откуда

$$c = \sqrt{\frac{M_b}{q + q_{SW}}},$$

а минимальное значение функции $Q_{\max}$

$$Q_{\max} = 2\sqrt{M_b (q + q_{SW})}. \qquad (2.6)$$

Случай 4 (рис. 6) имеет место при $c'_O > 2h_O$ и $c'_O < c$. Принимается $c_O = 2h_O$ и $Q_{\max}$ определяется по формуле

$$Q_{\max} = \frac{M_b}{c} + qc + q_{SW} 2h_O. \qquad (2.7)$$

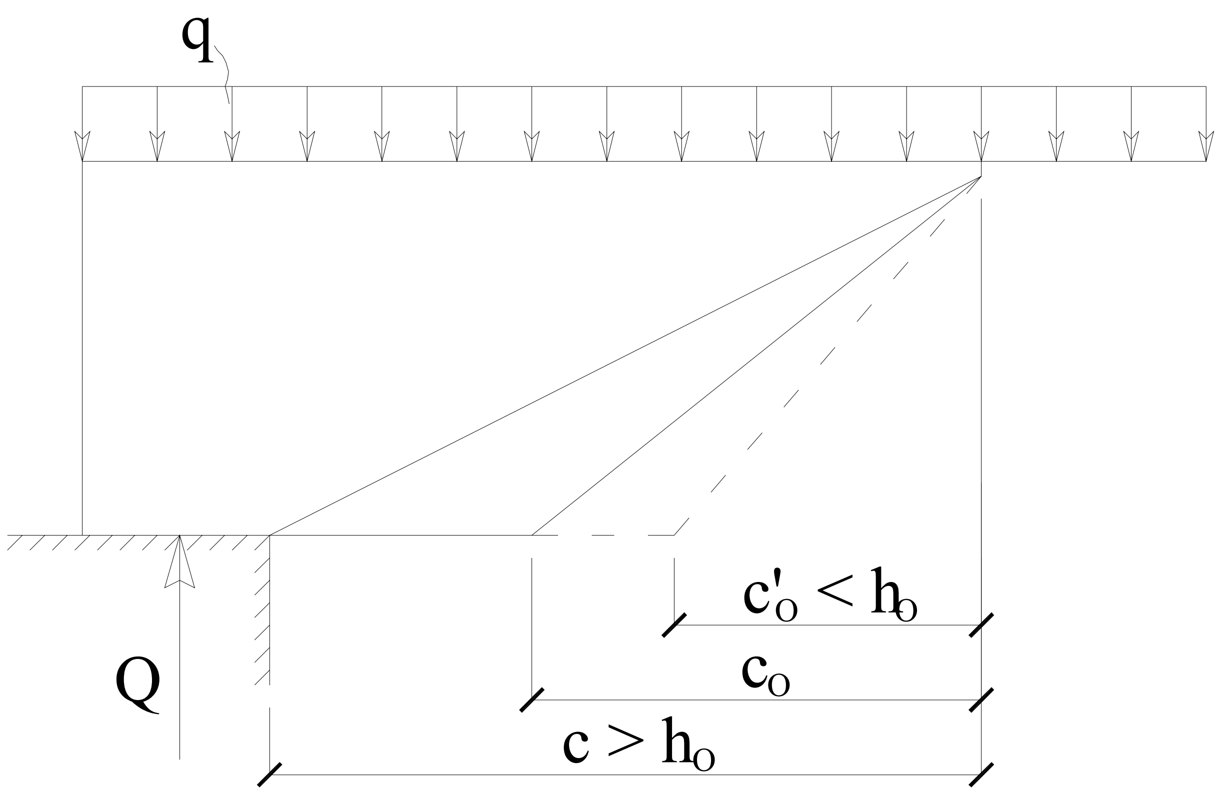

Рис. 4. Случай 2 ($c_O = h_O$)

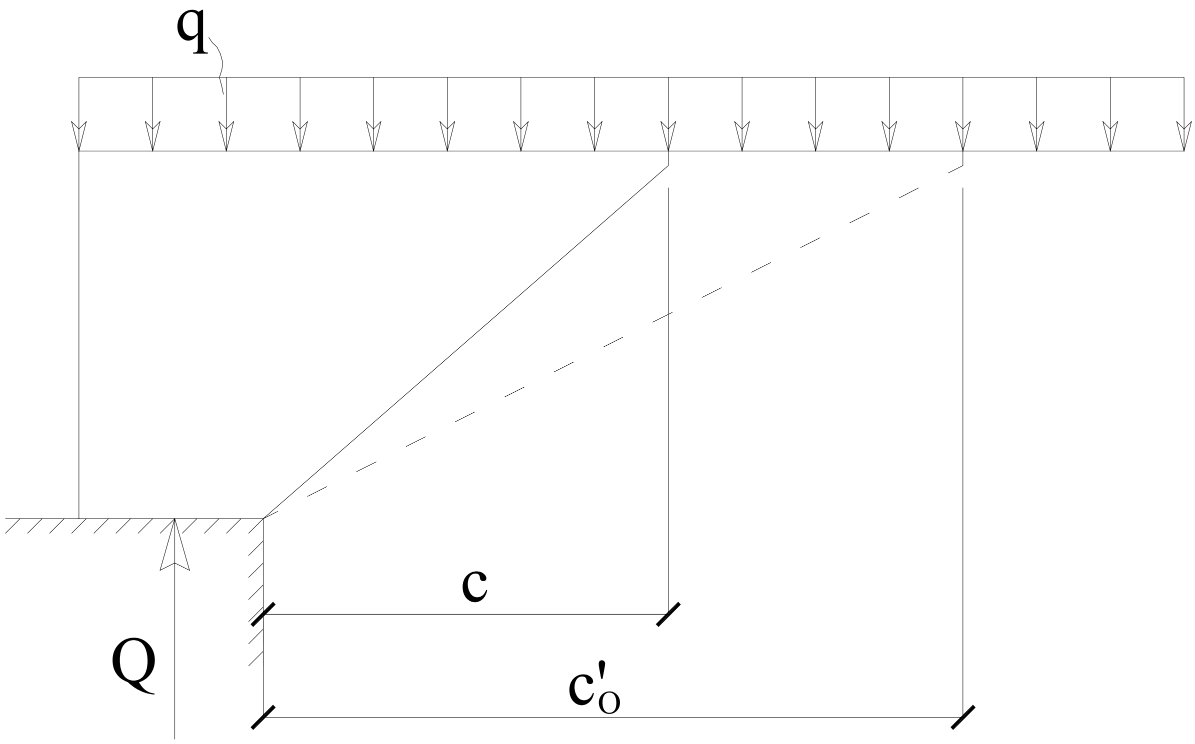

Рис. 5. Случай 3 ($c_O = c$)

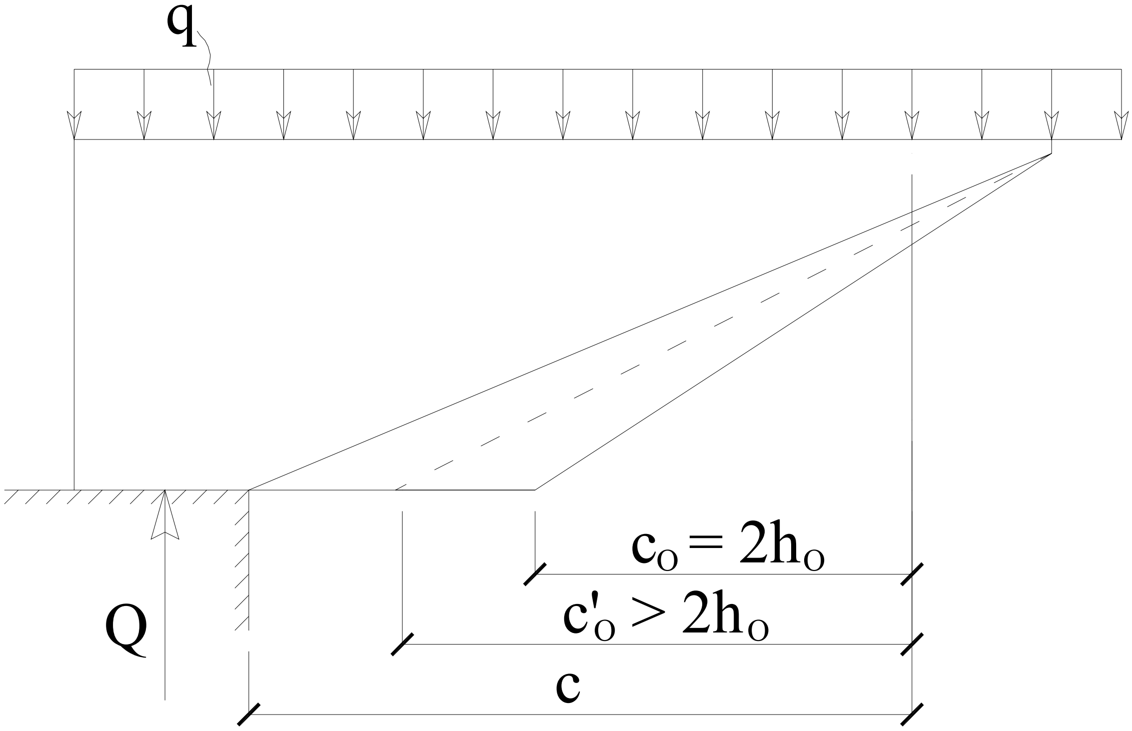

Рис. 6. Случай 4 ($c_O = 2h_O$)

При этом, как и в случаях 1 и 2, $Q_{SW} = q_{SW} 2h_O$ не зависит от c, поэтому функция $Q_{\max}$ имеет минимум при $c = \sqrt{M_b / q}$, тогда

$$Q_{\max} = 2\sqrt{M_b q} + q_{SW} 2h_O . \qquad (2.8)$$

При проверке прочности заранее неизвестно по какому случаю следует выполнять расчет, поэтому необходимо выделить характерные признаки, отделяющие один случай от другого.

Разделение случаев 1, 2 и 4 не представляет затруднений. Если $c'_O = \sqrt{M_b / q_{SW}} \geq h_O$ ($q_{SW} \leq M_b / h_O^2$) и $c'_O \leq 2h_O$ ($q_{SW} \geq M_b / 4h_O^2$) имеет место случай 1, иначе, соответственно, случай 2 или 4 (при условии, что это не случай 3). Соответствующие значения $Q_{\max}$ определяются по формулам (2.1), (2.3) или (2.7).

Характерным признаком для случая 3 является соотношение c и c_O (при $c_O > c$ принимают $c_O = c$).

Однако, для расчета этого недостаточно, так как заранее неизвестно по какой из формул определять c. Поэтому необходимо иметь какой-то иной критерий, который может быть определен из соотношения $Q_{\max}$ для случая 3 и других случаев. Так, например, граница между случаем 3 и случаем 1 должна определяться неравенством

$$Q_{\max}^{(3)} < Q_{\max}^{(1)} . \qquad (2.9)$$

При подстановке выражений для $Q_{\max}$ из формул (2.2) и (2.6), зависимость (2.9) примет вид

$$2\sqrt{M_b (q + q_{SW})} < 2\sqrt{M_b q} + \sqrt{M_b q_{SW}} ,$$

что после возведения в квадрат и соответствующих алгебраических преобразований приводит к соотношению

$$q > \frac{9}{16} q_{SW} \approx 0{,}56 q_{SW} . \qquad (2.10)$$

При $q < (9/16)q_{SW}$ расчет следует выполнять для случая 1, а при $q > (9/16)q_{SW}$ – для случая 3 (при выполнении критериев, отделяющих их от случаев 2 или 4). При выполнении равновесия $q = (9/16)q_{SW}$ обе формы предельного равенства (рис. 3 и 5) равновероятны, так как $Q^{(3)}_{\max} = Q^{(1)}_{\max}$.

Представляет определенный интерес проследить переход от случая 1 к случаю 3 на численных примерах.

Пусть $M_b = 1{,}21 \cdot 10^6$ *кгс·см*; $h_O = 56$ *см*; $q_{SW} = 146$ *кгс/см*.

Тогда $c'_O = \sqrt{M_b / q_{SW}} = 91$ *см* ($c_O = c'_O = 91$ *см*).

<u>Пример 1.</u> *При* $q = (9/16)q_{SW} = 82{,}13$ *кгс/см* *определим* $Q_{\max}$ *по формулам для случая 1*

$$c = \sqrt{M_b / q} = 121{,}38 \text{ см},$$

$$Q^{(1)}_{\max} = \frac{1{,}21 \cdot 10^6}{121{,}38} + 82{,}13 \cdot 121{,}38 + 146 \cdot 91 = 33224 \text{ кгс}$$

или

$$Q^{(1)}_{\max} = 2\sqrt{1{,}21 \cdot 10^6 \cdot 82{,}13} + \sqrt{1{,}21 \cdot 10^6 \cdot 146} = 33228 \text{ кгс}$$ *(разница за счет округлений).*

По формулам для случая 3:

$$c = \sqrt{M_b / (q + q_{SW})} = 72{,}83 \text{ см}.$$

Так как $c'_O > c$; *принимаем* $c_O = c = 72{,}83$ *см и*

$$Q^{(3)}_{\max} = \frac{1{,}21 \cdot 10^6}{121{,}38} + 82{,}13 \cdot 72{,}83 + 146 \cdot 72{,}83 = 33228 \text{ кгс},$$

т.е. значения $Q_{\max}$, *вычисленные для случаев 1 и 3, практически равны.*

Пример 2. *При* $q = 60{,}0 кгс/см < (9/16)q_{SW} = 82{,}13\ кгс/см$ *определим* $Q_{\max}$ *по формулам для случая 1*

$$c = \sqrt{1{,}21 \cdot 10^6 / 60} = 142 см > c'_O = 91\ см,$$

$$Q_{\max}^{(1)} = \frac{1{,}21 \cdot 10^6}{142} + 60 \cdot 142 + 146 \cdot 91 = 30327\ кгс.$$

Если определить $Q_{\max}$ *по формулам для случая 3*

$$c = \sqrt{1{,}21 \cdot 10^6 / (60 + 146)} = 76{,}6\ см < c'_O = 91\ см.$$

Тогда принимаем $c_O = c = 76{,}6\ см$,

$$Q_{\max}^{(3)} = \frac{1{,}21 \cdot 10^6}{76{,}6} + 60 \cdot 76{,}6 + 146 \cdot 76{,}6 = 31576\ кгс,$$

т.е. $Q_{\max}^{(1)} < Q_{\max}^{(3)}$ *и расчетным является именно случай 1.*

Пример 3. *При* $q = 120{,}0\ кгс/см > (9/16)q_{SW}$ *определим* $Q_{\max}$ *по формулам для случая 3*

$$c = \sqrt{1{,}21 \cdot 10^6 / (120 + 146)} = 67{,}4\ см < c'_O = 91\ см.$$

Принимаем $c_O = c = 67{,}4\ см$,

$$Q_{\max}^{(3)} = \frac{1{,}21 \cdot 10^6}{67{,}4} + 120 \cdot 67{,}4 + 146 \cdot 67{,}4 = 35830\ кгс.$$

Если определить $Q_{\max}$ *по формулам для случая 1*

$$c = \sqrt{1{,}21 \cdot 10^6 / 120} = 100{,}4\ см > c'_O,$$

$$Q_{\max}^{(1)} = \frac{1{,}21 \cdot 10^6}{100{,}4} + 120 \cdot 100{,}4 + 146 \cdot 91 = 37388\ кгс,$$

т.е. $Q_{\max}^{(3)} < Q_{\max}^{(1)}$ *и расчетным является именно случай 3.*

Аналогичным образом определяются критерии для разделения случая 3 от случаев 2 и 4.

Если

$$2\sqrt{M_b(q+q_{SW})} < 2\sqrt{M_b q} + q_{SW} h_O ,$$

то имеет место случай 3 (а не 2).

Если

$$2\sqrt{M_b(q+q_{SW})} < 2\sqrt{M_b q} + q_{SW} 2h_O ,$$

то имеет место случай 3 (а не 4).

После алгебраических преобразований эти неравенства соответственно приобретают вид:

$$q > \frac{(M_b - q_{SW} h_O^2 / 4)^2}{(M_b h_O^2)} ,$$

$$q > \frac{(M_b - q_{SW} h_O^2)^2}{(4M_b h_O^2)} .$$

Области применения каждого расчетного случая и границы между ними показаны на рис. 7. По результатам анализа этих областей можно рекомендовать следующий порядок вычислений при расчете прочности по наклонной трещине.

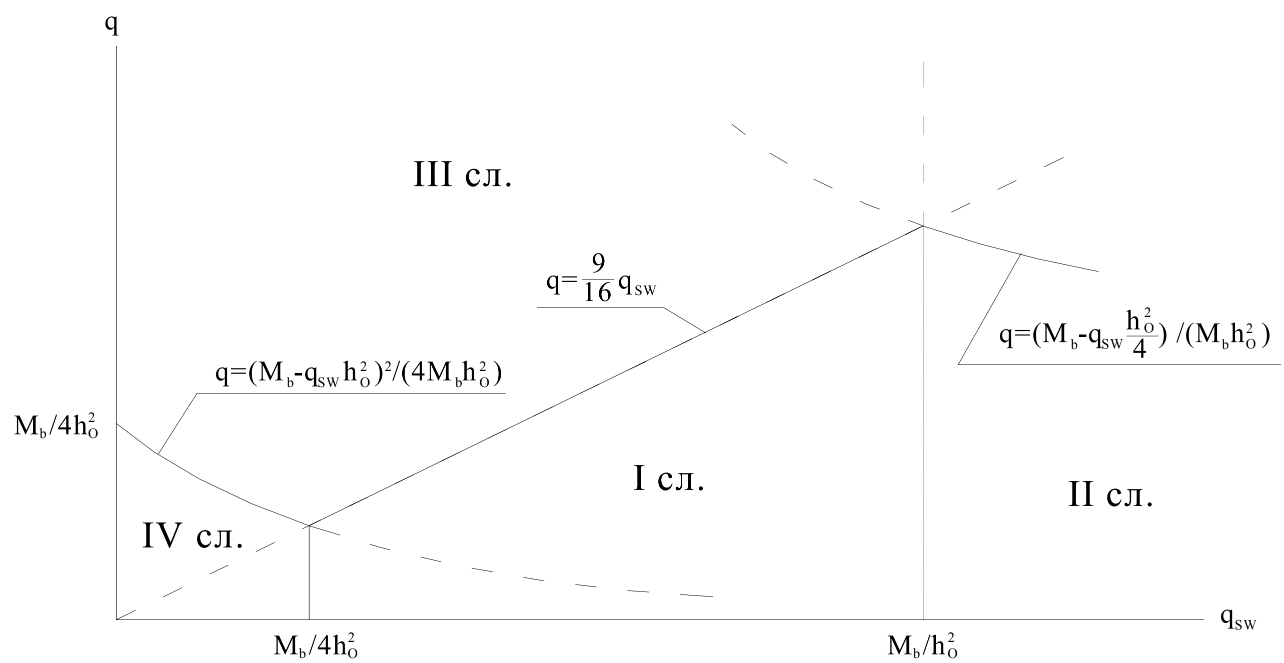

Рис. 7.

1. Если удовлетворяется условие

$$\frac{M_b}{4h_O^2} \le q_{SW} \le \frac{M_b}{h_O^2}, \qquad (2.11)$$

то при $q \le (9/16)q_{SW}$ – расчет выполняется по 1 случаю,

при $q > (9/16)q_{SW}$ – по 3 случаю.

2. Если удовлетворяется условие $q_{SW} > \frac{M_b}{h_O^2}$, то имеет место 2 случай.

3. Если удовлетворяется условие $q_{SW} < \frac{M_в}{4h_O^2}$, (2.12)

то при $q \ge \frac{(M_b - q_{SW}h_O^2)^2}{(4M_b h_O^2)}$ расчет выполняется по 3 случаю, (2.13)

а при $q < \frac{(M_b - q_{SW}h_O^2)^2}{(4M_b h_O^2)}$ – по 4 случаю. (2.14)

В [2] предлагается еще более упрощенный подход:

1. При $q \le 0{,}56q_{SW}$ – расчет выполняется по 1 случаю.

2. При $q > 0{,}56q_{SW}$ – расчет выполняется по 3 случаю.

При этом должны контролироваться условия:

$c_O \le 2h_O$ и $c_O \ge h_O$ (если $c > h_O$).

Во всех случаях также должно соблюдаться:

$Q_b = \frac{2bh_O^2 R_{bt}}{c} \ge 0{,}6bh_O R_{bt}$, откуда $c \le 3{,}33h_O$,

$Q_b \le 2{,}5bh_O R_{bt}$, откуда $c \ge 0{,}8h_O$.

Следует отметить, что рекомендуемый в [2] подход иногда приводит к некоторому завышению прочности, однако авторы, по-видимому, считают, что это перекрывается другими коэффициентами запаса прочности.

Последнее можно, в частности, проиллюстрировать на следующем примере.

Пусть $M_b = 1{,}21 \cdot 10^6$ *кгс* $\cdot$ *см*; $h_O = 56$ *см*; $q_{SW} = 58$ *кгс / см*; $q = 40$ *кгс / см*.

Так как $q_{SW} < \dfrac{M_b}{4h_O^2} = 96{,}2$ *кгс / см* *и согласно условию (2.14)*

$$q < \frac{(1{,}21 \cdot 10^6 - 58 \cdot 56^2)^2}{(4 \cdot 1{,}21 \cdot 10^6 \cdot 56^2)} = 69{,}4 \text{ кгс / см},$$

то расчет следует вести по 4 случаю.

Так как

$$c'_O = \sqrt{\frac{M_b}{q_{SW}}} = \sqrt{\frac{1{,}21 \cdot 10^6}{58}} = 144 > 2h_O = 112 \text{ см},$$

принимаем $c_O = 2h_O = 112$ *см*; $c = \sqrt{M_b / q} = \sqrt{1{,}21 \cdot 10^6 / 40} = 174$ *см*;

$$Q_{\max} = \frac{M_b}{c} + qc + q_{SW}c_O = \frac{1{,}21 \cdot 10^6}{174} + 40 \cdot 174 + 58 \cdot 112 = 20393 \text{ кгс}.$$

Если вести расчет в соответствии с [2], получим

$$q = 40 > 0{,}56 q_{SW} = 32{,}5 \text{ кгс / см},$$

т.е. случай 3.

Тогда

$$c = \sqrt{\frac{M_b}{q + q_{SW}}} = 111 \text{ см},$$

$$Q_{\max} = \frac{M_b}{c} + qc + q_{SW}c = \frac{1{,}21 \cdot 10^6}{111} + 40 \cdot 111 + 58 \cdot 111 = 21752 \text{ кгс},$$

т.е. при этом получено завышение прочности на 6 % (не в запас).

3. Определение площади хомутов при действии равномерно-распределенной нагрузки

Если при проверке прочности по наклонной трещине при известных размерах сечения и классе бетона расчетный случай определяет соотношение q и q_{SW}, то при определении q_{SW} расчетный случай зависит от величин q и $Q_{\max}$ (при известных размерах и характеристиках бетона).

Введя обозначение $Q_{b1} = 2\sqrt{M_b q}$, значение q_{SW}, необходимое для обеспечения прочности по наклонной трещине, можно вычислить из формул (2.2) – (2.8).

<u>Случай 1</u>

$$Q_{\max} \leq 2\sqrt{M_b q} + \sqrt{M_b q_{SW}} \ ,$$

откуда

$$Q_{\max} - Q_{b1} \leq \sqrt{M_b q_{SW}} \ ,$$

$$q_{SW} \geq \frac{(Q_{\max} - Q_{b1})^2}{M_b} \ . \qquad (3.1)$$

Значения q_{SW} для остальных случаев определяются аналогично.

<u>Случай 2</u>

$$q_{SW} \geq \frac{Q_{\max} - Q_{b1}}{h_O} \ ; \qquad (3.2)$$

<u>Случай 3</u>

$$q_{SW} \geq \frac{Q_{\max}^2 - Q_{b1}^2}{4M_b} \ ; \qquad (3.3)$$

<u>Случай 4</u>

$$q_{SW} \geq \frac{Q_{\max} - Q_{b1}}{2h_O} \ . \qquad (3.4)$$

Границы между расчетными случаями определяются аналогично границами при проверке прочности. Так граница между случаями 1 и 2, как отмечалось ранее, определяется неравенством

$$q_{SW} < \frac{M_b}{h_O^2}.$$

Случай 1 получается при $c'_O \geq h_O$ (если при этом $c'_O < c$ и $c'_O \leq 2h_O$, т.е. при условии отделения от случаев 3 и 4, о чем будет сказано ниже).

После подстановки q_{SW} из (3.1) зависимость имеет вид

$$\frac{(Q_{\max} - Q_{b1})^2}{M_b} < \frac{M_b}{h_O^2}.$$

При умножении обеих частей на M_b и извлечении корня получается

$$Q_{\max} - Q_{b1} < \frac{M_b}{h_O}. \qquad (3.5)$$

Откуда $Q_{\max} < Q_{b1} + M_b / h_O$. При этом имеет место случай 1, иначе – случай 2 (при условии отделения от других случаев). Трактовать это условие можно и следующим образом: если определенное по (3.1) q_{SW} больше, чем M_b / h_O^2, то $c'_O < h_O$, т.е. имеет место случай 2.

Граница между случаями 1 и 3 выводится из неравенства (2.10)

$$q < \frac{9}{16} q_{SW}.$$

При этом получается случай 1. После подстановки q_{SW} из (3.1) и выполнии алгебраических преобразований соотношение примет вид

$$\frac{Q_{b1}}{0{,}6} < Q_{\max}. \qquad (3.6)$$

При этом имеет место случай 1, иначе – случай 3. Аналогично определяется условие, при котором следует считать по случаю 1 (иначе – по случаю 4)

$$Q_{\max} \geq \frac{M_b}{2h_O} + Q_{b1} \tag{3.7}$$

и условие, при котором имеет место случай 3 (иначе – случай 4)

$$Q_{\max} > \frac{2M_b}{h_O} - Q_{b1}\,. \tag{3.8}$$

В [2] предлагается определять требуемую интенсивность хомутов следующим образом:

при $Q_{\max} \leq \dfrac{Q_{b1}}{0{,}6}$ $\qquad q_{SW} = \dfrac{Q_{\max}^2 - Q_{b1}^2}{4M_b}$ (случай 3);

при $\dfrac{M_b}{h_O} + Q_{b1} > Q_{\max} > \dfrac{Q_{b1}}{0{,}6}$ $\qquad q_{SW} = \dfrac{(Q_{\max} - Q_{b1})^2}{M_b}$ (случай 1);

(в обоих случаях q_{SW} принимается не менее $\dfrac{Q_{\max} - Q_{b1}}{2h_O}$, что соответствует случаю 4);

при $Q_{\max} \geq \dfrac{M_b}{h_O} + Q_{b1}$ $\qquad q_{SW} = \dfrac{Q_{\max} - Q_{b1}}{h_O}$ (случай 2).

Очевидно, что приведенная в [2] методика расчета q_{SW} не предусматривает непосредственного отделения случаев 1 или 3 от случая 4, но замечание в скобках учитывает возможность случая 4 (принимается наибольшее q_{SW} по случаем 1 и 4 или 3 и 4). Разделение случаев 2 и 3 предполагается несущественным.

Во всех случаях принятое значение q_{SW} должно удовлетворять условию

$$q_{SW} \geq \frac{0{,}6bR_{bt}}{2}\,.$$

Пример подбора хомутов. Дано: $b = 20$ *см*; $h = 40$ *см*; $h_O = 37$ *см*; $q = 32$ *кгс/см*; $M_b = 3{,}67 \cdot 10^5$ *кгс·см*; *поперечная сила в опорном сечении* $Q_{\max} = 13{,}75$ *тс*.

Предварительно определяем

$$Q_{b1} = 2\sqrt{M_в q} = 2\sqrt{3{,}67 \cdot 10^5 \cdot 32} = 6853 \text{ кгс} = 6{,}85 \text{ тс}.$$

Так как

$$\frac{Q_{b1}}{0{,}6} = \frac{6{,}85}{0{,}6} = 11{,}42 \text{ тс} < Q_{\max} = 13{,}75 \text{ тс},$$

а $Q_{\max} < \dfrac{M_b}{h_O} + Q_{b1} = \dfrac{3{,}67}{0{,}37} + 6{,}85 = 16{,}79$ *тс*, *то значение* q_{SW} *определяем по формуле (3.1) для случая 1*

$$q_{SW}^{(1)} \geq \frac{(Q_{\max} - Q_{b1})^2}{M_b} = \frac{(13750 - 6850)^2}{3{,}67 \cdot 10^5} = 130 \text{ кгс/см}.$$

Далее согласно [2] проверяется случай 4

$$q_{SW}^{(4)} \geq \frac{Q_{\max} - Q_{b1}}{2h_O} = \frac{13750 - 6850}{2 \cdot 37} = 93{,}2 \text{ кгс/см}.$$

Естественно $q_{SW}^{(4)} < q_{SW}^{(1)}$, *так как по формуле (3.7)*

$$Q_{\max} \geq \frac{M_b}{2h_O} + Q_{b1} = \frac{3{,}67}{2 \cdot 0{,}37} + 6{,}85 = 11{,}81 \text{ тс},$$

т.е. в действительности имеет место случай 1, которому соответствует самое опасное положение наклонной трещины.

Для проверки определим $Q_{\max}$ *по формуле (2.1) для первого случая*

$$c'_O = \sqrt{\frac{M_b}{q_{SW}}} = \sqrt{\frac{3{,}67 \cdot 10^5}{130}} = 53{,}1 \text{ см};$$

$$c = \sqrt{\frac{M_b}{q}} = \sqrt{\frac{3{,}67 \cdot 10^5}{32}} = 107{,}1 \text{ см};$$

$$Q_{\max} \geq \frac{M_b}{c} + qc + q_{SW}c'_O = 13{,}75\ \textit{тс},$$

т.е. вычисление q_{SW} *выполнено правильно.*

Если ошибиться в определении случаев и вычислить q_{SW} *по формулам (3.2) – (3.4), то получим следующие результаты:*

$$q_{SW} \geq \frac{13750 - 6850}{37} = 186{,}5\ \textit{кгс}/\textit{см}$$ *(2 случай);*

$$q_{SW} \geq \frac{13750^2 - 6850^2}{4 \cdot 3{,}67 \cdot 10^5} = 96{,}8\ \textit{кгс}/\textit{см}$$ *(3 случай);*

$$q_{SW} \geq \frac{13750 - 6850}{2 \cdot 37} = 93{,}2\ \textit{кгс}/\textit{см}$$ *(4 случай).*

При этом следует обратить внимание, что необходимая для обеспечения условия прочности величина q_{SW} *по случаю 2 больше, чем по случаю 1, т.е. положение наклонной трещины для случая 2 является наиболее опасным (наиневыгоднейшим). Формально, это действительно так, однако, учитывая, что* $c'_O = 53{,}1 > h_O = 37\ \textit{см}$, *заключаем, что случай 2 физически невозможен, так как последний может иметь место лишь при* $c'_O < h_O$ *(см. разделы 1, 2).*

Если при $q_{SW} = 130\ \textit{кгс}/\textit{см}$ *выполнить вычисления для* $Q_{\max}$, *легко убедиться, что по формулам для случаев 3 и 4 значение* $Q_{\max}$ *получается больше, чем по формуле для случая 1.*

4. Расчет при действии сосредоточенных сил

В этом случае при известном поперечном армировании проверяются все наклонные сечения с длиной проекции c, равной расстояниям от опоры до каждой сосредоточенной силы. При постоянной интенсивности хомутов значение c принимается не более $3{,}33h_O$.

При известном значении c проверка прочности сводится к определению $c_O = c'_O = \sqrt{M_b / q_{SW}}$, которое должно быть не более c и не более $2h_O$, а также не менее h_O (если $c > h_O$).

При подборе интенсивности хомутов следует определить q_{SW} для каждого наклонного сечения при $c_i < 3{,}33h_O$ (c_i – расстояние от опоры до каждой сосредоточенной силы). За расчетное принимают наибольшее значение q_{SW}. Сложность определения q_{SW} даже при известном значении c заключается в том, что c'_O зависит от неизвестного значения q_{SW}.

Далее рассмотрен вывод формул для q_{SW} через известные величины для различных расчетных случаев (различных соотношений c'_O, c, $2h_O$ и h_O) и определены условия разграничения этих случаев.

Если через c_O обозначить меньшую из величин c и $2h_O$, то при $c'_O \geq c_O$ (случай 3 или 4) предельное значение поперечной силы, воспринимаемое хомутами и бетоном сжатой зоны определяется по формуле (при подборе поперечной арматуры это значение равно поперечной силе от расчетных нагрузок в расчетном сечении)

$$Q = Q_b + q_{SW} \cdot c_O, \qquad (4.1)$$

и, следовательно,

$$q_{SW} = \frac{Q - Q_b}{c_O}. \qquad (4.2)$$

Непосредственно проверить условие $c'_O \ge c_O$, чтобы воспользоваться формулой (4.2) нельзя, так как q_{SW} неизвестно. Чтобы условие $c'_O = \sqrt{M_b / q_{SW}} \ge c_O$ включало только известные величины, величина q_{SW} из формулы (4.2) подставляется в c'_O

$$c'_O = \sqrt{\frac{M_b \cdot c_O}{Q - Q_в}} \ge c_O .$$

Учитывая, что $Q_b = M_b / c$, зависимость для Q после преобразований имеет вид

$$Q \le Q_b + \frac{Q_b \cdot c}{c_O} .$$

При выполнении этого соотношения значение q_{SW} следует определять по формуле (4.2). При $h_O \le c'_O < c_O$ (случай 1)

$$Q \le Q_b + q_{SW} \sqrt{\frac{M_b}{q_{SW}}}, \text{ откуда}$$

$$q_{SW} = \frac{(Q - Q_b)^2}{M_b} . \tag{4.3}$$

После подстановки (4.3) в условие для случая 1 и выполнения соответствующих преобразований, это условие запишется в следующем виде

$$Q_b + \frac{Q_b \cdot c}{h_O} \ge Q > Q_b + \frac{Q_b \cdot c}{c_O} .$$

При $c'_O < h_O$ и $c > h_O$ (случай 2)

$$Q = Q_b + q_{SW} h_O, \text{ откуда}$$

$$q_{SW} = \frac{Q - Q_b}{h_O}, \tag{4.4}$$

а условие применимости формулы (4.4) получит следующий вид

$$Q > Q_b + \frac{Q_b \cdot c}{h_O} .$$

Если ввести обозначение

$$\chi = \frac{Q - Q_b}{Q_b}, \tag{4.5}$$

то условия перехода от одного расчетного случая к другому можно представить в несколько иной форме, как это сделано в [2].

Если

$$\chi \le \frac{c}{c_O}, \text{ то } q_{SW} = \frac{Q - Q_b}{c_O}; \tag{4.6}$$

если

$$\frac{c}{c_O} < \chi \le \frac{c}{h_O}, \text{ то } q_{SW} = \frac{(Q - Q_b)^2}{M_b}; \tag{4.7}$$

если

$$\chi > \frac{c}{h_O}, \text{ то } q_{SW} = \frac{Q - Q_b}{h_O}. \tag{4.8}$$

В формулах (4.5) – (4.8) Q – поперечная сила в нормальном сечении, расположенном на расстоянии c от опоры до каждой сосредоточенной силы; при этом $c \le 3{,}33 h_O$; c_O – принимается равным c, но не более $2h_O$; $Q_b = M_b / c$.

В любом случае принятое значение q_{SW} должно удовлетворять условию $q_{SW} \ge \dfrac{0{,}6 b R_{bt}}{2}$.

Список использованных источников

1. СНиП 2.03.01-84* Бетонные и железобетонные конструкции. М., Стройиздат, 1989

2. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелых и легких бетонов без предварительного напряжения арматуры (к СНиП 2.03.01-84). М.: Стройиздат, 1984.

3. Залесов А.С., Кодыш Э.Н., Лемыш Л.Л., Никитин Н.К. «Расчет железобетонных конструкций по прочности, трещиностойкости и деформациям». М.: Стройиздат, 1988.